النموذج الأول

امتحان شهادة التعليم الأساسي والاعدادية الشرعية
دورة 2023

الرياضيات:

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين: (60 درجة للسؤال الأول و40 درجة للسؤال الثاني)

السؤال الأول: في كل مما يلي إجابة واحدة صحيحة من بين ثلاث إجابات مقترحة أكتبها:

١) إذا كان $\sin\hat{A} = \cos\hat{B}$ فإن :

A	$A = B$	B	$A = 90 - B$	C	$A = B - 90$

٢) $ABCDEF$ مسدس منتظم فقياس الزاوية $B\hat{C}D$ يساوي

A	60°	B	120°	C	90°

٣) خُمس العدد $\frac{1}{5^2}$ يساوي :

A	5^{-1}	B	$\frac{1}{5^{-1}}$	C	5^{-3}

٤) $(\sqrt{2}+2\sqrt{2})^2$ هو عدد .....

A	عادي غير صحيح	B	صحيح	C	غير عادي

السؤال الثاني: في كل مما يلي أجب بكلمة صح أو خطأ عن كل من القضايا الأربع الآتية:

١) إذا كان $a > b$ فإن القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو القاسم المشترك الأكبر للعددين a و $a-b$

٢) $x^2 - 10x + 25$ هو مربع عدد أياً كان العدد x

٣) مقطع مخروط بمستوي يوازي قاعدته هو دائرة مطابقة لقاعدته.

٤) مقطع أسطوانة دورانية بمستوٍ يوازي محورها لا يمكن أن يكون مربع.

ثانياً: حل التمارين الخمسة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول:

ليكن f التابع معرف كما يلي : $f(x) = x^2 - 2x$

١) أوجد صورة كل من الأعداد $0 , 2$

٢) أوجد أسلاف العدد -1

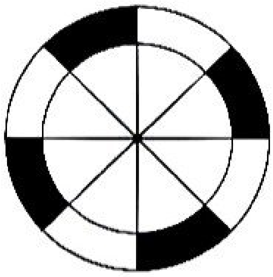
٣) أوجد حلول المعادلة $f(x) = 0$

٤) حل المتراجحة $x^2 - 2x \leq (x+2)^2$

ومثل حلولها على مستقيم الأعداد

التمرين الثاني:

صندوق يحوي 4 كرات سوداء (B) وكرتان بيضاوان (W)، نسحب كرة من الصندوق ونرميها في دولاب مقسم إلى 4 شرائح بيضاء (W) و 4 سوداء (B):

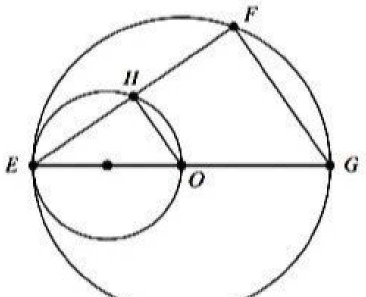


١) اكتب شجرة الإمكانات وحمل فروعها بالاحتمالات.

٢) أوجد احتمال وقوع كرة على شريحة من لونها

٣) أوجد احتمال وقوع كرة على شريحة من غير لونها. بطريقتين

يتبع في الصفحة الثانية

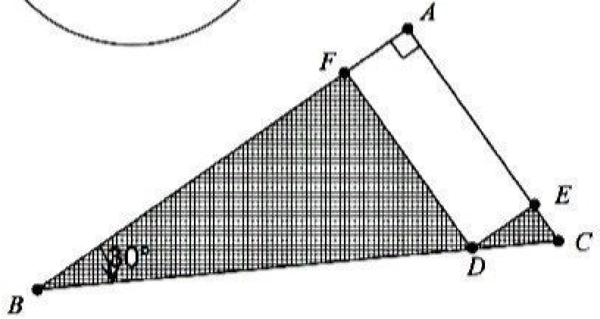


التمرين الثالث:

ℓ_1 دائرة مركزها O و $[EG]$ قطر فيها. ℓ_2 هي الدائرة التي قطرها $[EO]$

١) هل المستقيمان (OH) و (GF) متوازيان؟ علل إجابتك.

٢) إذا علمت أن $OH = 3cm$ ، احسب FG .



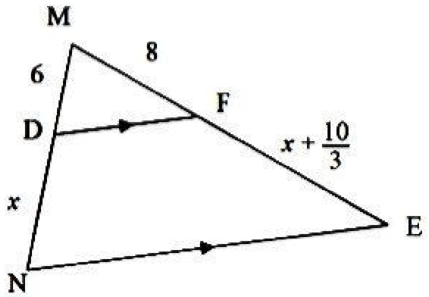
التمرين الرابع:

في الشكل المجاور ABC مثلث قائم في A فيه $AB = 6$ وَ $B = 30^\circ$ ، $AFDE$ مستطيل عرضه $AF = 1$:

١) احسب طول AC .

٢) أحسب طول FD .

٣) احسب مساحة المنطقة المظللة.



التمرين الخامس:

في الشكل المرسوم جانباً: $MF = 8 , DM = 6 , (DF) // (NE)$

احسب طول DN و FE

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

$$\begin{cases} d1: 2x+y=4 \\ d2: x-2y=-3 \end{cases}$$

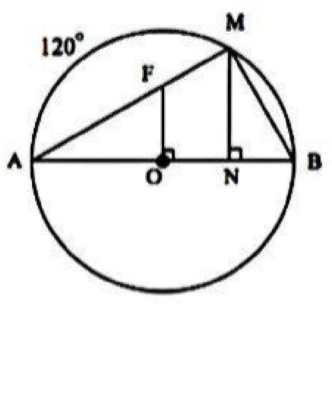
١) حل جملة المعادلتين الآتيتين بيانياً ثم تحقق من الحل جبرياً:

٢) أثبت تعامد المستقيمين الممثلين بمعادلتي الجملة .

٣) برهن أن مساحة المثلث المتشكل بين تقاطع المستقيمين

ومحور الفواصل هي خمس العدد 5^2

المسألة الثانية:



في الشكل المرسوم جانباً: $C(O , 4)$ دائرة وَ $[MN] \perp [AB]$ ، $[OF] \perp [AB]$, $AM = 120^\circ$ والمطلوب:

1) احسب قياسات زوايا المثلث ABM و أطوال أضلاعه ثم احسب MN ثم AN

2) برهن أن المثلثين MNA , FOA متشابهان.احسب $S_{(AOF)}$

3) برهن أن الرباعي $OFMB$ دائري ثمّ عيّن مركز الدائرة المارة برؤوسه .

واحسب طول نصف قطرها

انتهت الأسئلة

أولاً:

السؤال الأول:

١) $A = 90 - B$

٢) 120°

٣) 5^{-3}

٤) صحيح

السؤال الثاني:

١) خطأ $GCD(a,b) = GCD(b, a-b); a \geq b$

٢) صح

٣) خطأ

٤) خطأ : يكون مربع إذا كان طول قطرها مساويا لطول ارتفاعها

ثانياً:

التمرين الأول:

١) $f(0) = 0^2 - 2(0) = 0$

$f(2) = (2)^2 - 2(2) = 4 - 4 = 0$

$2)\ f(x) = -1 \Rightarrow$

$x^2 - 2x = -1 \Rightarrow$

$x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow$

$(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$

$3)\ f(x) = 0 \Rightarrow$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0 \Rightarrow$

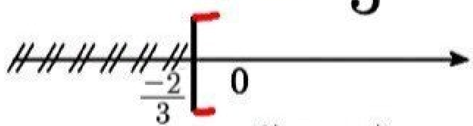
$x = 0, or\ x = 2$

$4)\ x^2 - 2x \leq (x+2)^2 \Rightarrow$

$x^2 - 2x - x^2 - 4x \leq 4 \Rightarrow$

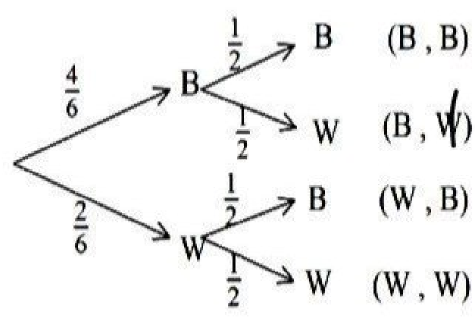
$-6x \leq 4 \longrightarrow x \geq \frac{-2}{3}$

$x \in [\frac{-2}{3}, +\infty[$



التمرين الثاني:

١)



٢) نفرض A هو الحدث المطلوب

$P(A) = P(B,B) + P(W,W)$

$= \frac{4}{6} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{12} + \frac{2}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

٣) طريقة (١):

الحدث المطلوب هو الحدث المعاكس لـ A إذاً:

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

طريقة (٢):

نفرض C الحدث المطلوب:

$P(C) = P(B,W) + P(W,B)$

$= \frac{4}{6} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{12} + \frac{2}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

التمرين الثالث:

١) $E\widehat{F}G = 90^\circ$ لأنها زاوية محيطية تقابل قوس نصف الدائرة

$E\widehat{H}O = 90^\circ$ لأنها زاوية محيطية تقابل قوس نصف الدائرة

إذاً: $[FG] \perp [EF]$ و $[HO] \perp [EF]$ ومنه:

$[HO] // [FG]$ لأن العمودان على مستقيم واحد متوازيان

٢) حسب مبرهنة النسب الثلاث نجد:

$\frac{EH}{EF} = \frac{EO}{EG} = \frac{HO}{FG}$ بالتعويض نجد:

$\frac{\cancel{EO}}{2\cancel{EO}} = \frac{3}{FG} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{FG} \Rightarrow FG = \frac{2 \times 3}{1} = 6$

يمكن الحل باعتماد المبرهنة الثانية ثم المبرهنة الأولى في المنتصفات

التمرين الرابع:

١) $\tan A\widehat{B}C = \frac{AC}{AB}$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AC}{6} \Rightarrow AC = \frac{{}^{2}\cancel{6} \times \sqrt{3}}{\cancel{3}} = 2\sqrt{3}$

٢) $\tan F\hat{B}D = \dfrac{FD}{FB}$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{FD}{5} \Rightarrow FD = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

٣) مساحة المثلث القائم = $\dfrac{\text{جداء الضلعين القائمين}}{2}$

$$S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{6 \times \cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 6\sqrt{3}$$

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$S_{AEDF} = AF \times FD = 1 \times \frac{5\sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

مساحة المنطقة المظللة:

$$S = S_{ABC} - S_{AEDF} = 6\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$= \frac{18\sqrt{3}}{3} - \frac{5\sqrt{3}}{3} = \frac{13\sqrt{3}}{3}$$

التمرين الخامس:

حسب مبرهنة النسب الثلاث:

$\dfrac{MD}{MN} = \dfrac{MF}{ME} = \dfrac{DF}{NE}$ بالتعويض نجد:

$\dfrac{6}{x+6} = \dfrac{8}{x+\dfrac{10}{3}+8}$ حسب خواص التناسب نجد:

$$8(x+6) = 6(x + \frac{10}{3} + 8)$$

$$8x + \cancel{48} = 6x + \frac{60}{3} + \cancel{48}$$

$$8x - 6x = 20$$

$$2x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{2} = 10$$

$$DN = x = 10 \,,\; FE = 10 + \frac{10}{3} = \frac{30}{3} + \frac{10}{3} = \frac{40}{3}$$

ثالثاً:

المسألة الأولى:

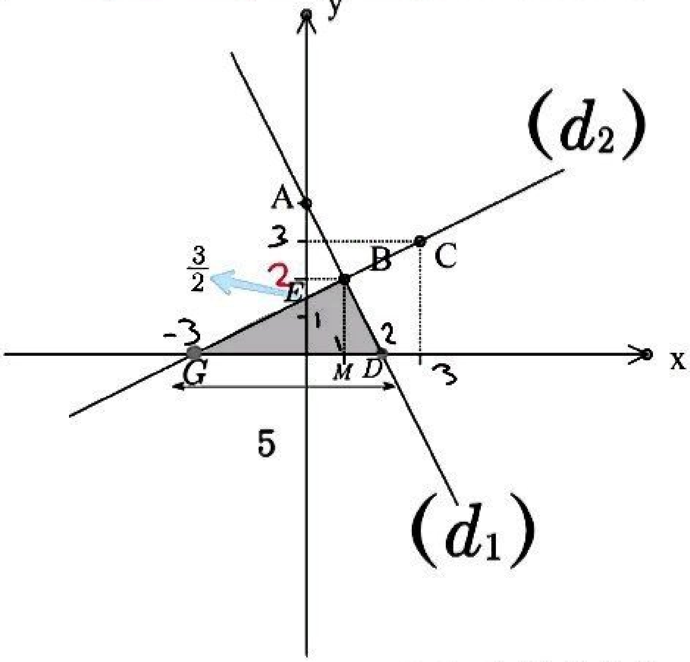
بيانياً:

$$2x + y = 4 \Rightarrow y = 4 - 2x$$

x	0	1	2
y	4	2	0
(d_1)	$A(0,4)$	$B(1,2)$	$D(2,0)$

$$x - 2y = -3 \Rightarrow x + 3 = 2y \Rightarrow y = \frac{x+3}{2}$$

x	1	3	0	-3
y	2	3	$3/2$	0
(d_2)	$B(1,2)$	$C(3,3)$	$E(0,3/2)$	$G(-3,0)$



الحل المشترك $(1,2)$

جبرياً:

$2x + y = 4$ ①

$x - 2y = -3$ ②

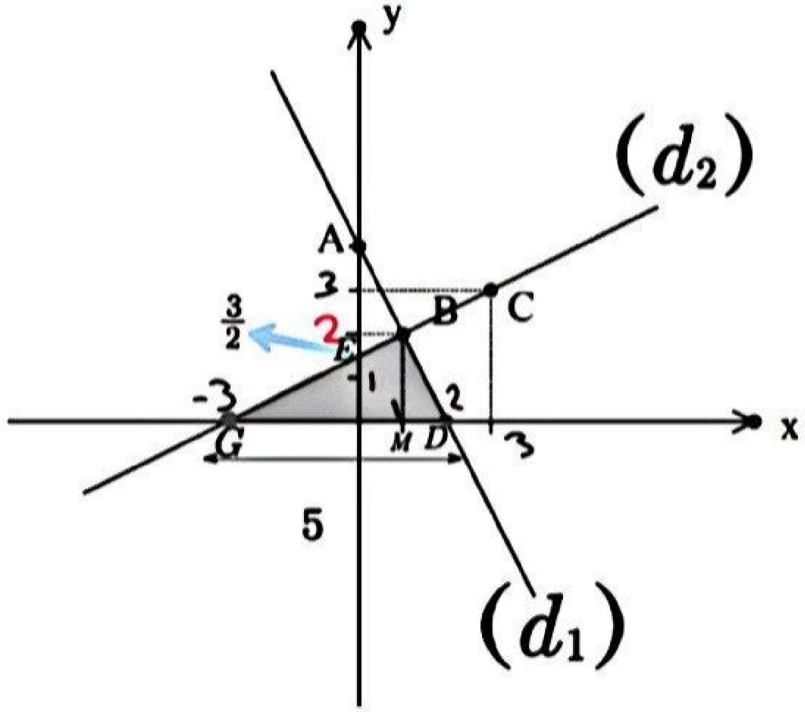
من ① نجد: $y = 4 - 2x$ ③

نعوض في ② :

$$x - 2(4 - 2x) = -3$$

$$x - 8 + 4x = -3$$

$$5x = -3 + 8 = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{5} = 1$$



نعوض في ③ :

$y = 4 - 2 = 2$

الحل المشترك $(1 , 2)$

2) لإثبات أن $d_1 \perp d_2$ علينا إثبات أن $DB \perp BG$ أي نبرهن أن المثلث GBD قائم في B، وذلك بتطبيق عكس فيثاغورث بعد حساب BD ، BG

• نفرض M المسقط القائم للنقطة B على محور الفواصل. حسب نظرية فيثاغورث

- في المثلث القائم BMD نجد:

$$[DB]^2 = [MD]^2 + [MB]^2 \Rightarrow [DB]^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \Rightarrow [BD] = \sqrt{5}$$

- حسب فيثاغورث في المثلث القائم BMG نجد:

$$[BG]^2 = [BM]^2 + [MG]^2 \Rightarrow [BG]^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \Rightarrow [BG] = 2\sqrt{5}$$

• لنطبق عكس فيثاغورث على المثلث GBD نجد:

$$\underbrace{[BG]^2}_{20} + \underbrace{[BD]^2}_{5} \overset{?}{=} [GD]^2 \Rightarrow$$

$$20 + 5 \overset{?}{=} 5^2 \Rightarrow 25 = 25$$ محققة

أي أن المثلث قائم في B وعليه فإن: $d_1 \perp d_2$

3)

$$S(GBD) = \frac{[BG] \times [BD]}{2} = \frac{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}}{2} = 5$$ وحدة مربعة

وهي خمس العدد 5^2 حيث $\frac{5^2}{5} = 5$

المسألة الثانية:

١) $A\hat{B}M = 60^\circ$ لأنها محيطية تساوي نصف القوس المقابل لها.

$A\hat{M}B = 90^\circ$ لأنها محيطية تقابل قوس نصف الدائرة

$$M\hat{A}B = 180 - (90+60) = 30^\circ$$

$$AB = 8$$

$$MB = \frac{1}{2}AB = 4$$

حسب نتيجة: طول الضلع المقابلة للزاوية 30° في مثلث قائم يساوي نصف طول الوتر

حساب AM حسب فيثاغورث:

$$AB^2 = AM^2 + MB^2$$

$$64 = AM^2 + 16 \Rightarrow AM^2 = 64 - 16 = 48$$

$$AM = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

حساب MN :

$MN = \frac{1}{2}AM = 2\sqrt{3}$ حسب نتيجة: طول الضلع المقابلة للزاوية 30 في مثلث قائم يساوي نصف طول الوتر (في المثلث ANM)

حساب AN :

حسب فيثاغورث في المثلث AMN :

$$AM^2 = AN^2 + MN^2$$

$$(4\sqrt{3})^2 = AN^2 + (2\sqrt{3})^2$$

$$48 = AN^2 + 12 \Rightarrow AN^2 = 48 - 12 = 36$$

$$AN = \sqrt{36} = 6$$

٢) $[AB] \perp [MN]$ و $[AB] \perp [FO]$

إذاً $[MN] // [FO]$ "العمودان على مستقيم واحد متوازيان"

حسب مبرهنة النسب الثلاث نجد:

$$\frac{AF}{AM} = \frac{AO}{AN} = \frac{FO}{MN}$$

فالمثلثان AOF و ANM متشابهان حسب التعريف.

. نسبة التشابه هي $k = \frac{AO}{AN} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

. نعلم أن نسبة مساحتي شكلين متشابهين هي مربع نسبة التشابه:

$$\frac{\overset{\text{صغير}}{S(AOF)}}{\underset{\text{كبير}}{S(AMN)}} = \underset{\text{صغير}}{k^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

- لنحسب مساحة المثلث القائم AMN.

$$S(AMN) = \frac{[AN]\times[MN]}{2} = \frac{6\times 2\sqrt{3}}{2}$$

$$= 6\sqrt{3}$$ وحدة مربعة

مب

(MN هو ارتفاع في المثلث المتساوي الأضلاع OMB فهو متوسط أي N منتصف OB وعليه فإن $AN = AO + ON = 4 + 2 = 6$)

ومنه:

$$\frac{S(AOF)}{{}^{2}\cancel{6}\sqrt{3}} = \frac{4}{{}_{3}\cancel{9}} \Rightarrow S(AOF) = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$ وحدة مربعة

3) لدينا في الرباعي $OFMB$:

$$\left.\begin{array}{l}\hat{M} = 90^\circ \\ \hat{O} = 90^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{M} + \hat{O} = 180^\circ$$

زاويتان متقابلتان ومتكاملتان فالرباعي دائري ومركز الدائرة المارة برؤوسه هو منتصف الوتر المشترك للمثلثين القائمين OFB ، MFB أي منتصف FB .

. من المثلث القائم FAO لدينا:

$$\tan\hat{A} = \frac{FO}{AO}\ ;\ \hat{A} = 30^\circ \Rightarrow \underbrace{\tan 30^\circ} = \frac{FO}{4}$$

ومنه $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{FO}{4}$ $\qquad FO = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

. حسب فيثاغورث من المثلث القائم FOB :

$$[FB]^2 = [FO]^2 + [OB]^2 = \frac{48}{9} + 16$$

$$= \frac{16}{3} + 16 = \frac{48+16}{3} = \frac{64}{3}$$

وبالتالي:

$$2R' = FB = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow R' = \frac{4}{\sqrt{3}}$$