ميكانيك

مسألة ① : ساق أفقية متجانسة طولها $L=40cm$ معلقة بسلك فتل شاقولي يمر من منتصفها G. نذير الساق في مستوٍ أفقي بزاوية (60°) انطلاقاً من وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t=0$ فتهتز بحركة جيبية دورانية دورها الخاص T_0 فإذا علمت أن عزم مطالة السلك بالنسبة لسلك الفتل $I_{\Delta/C}=2\times10^{-3}\ kg.m^2$ المطلوب:

1- استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام.

2- احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الثاني بوضع التوازن.

3- احسب قيمة التسارع الزاوي للساق عندما تصنع مع وضع توازنها زاوية (-30°).

b) نثبت بالطرفين a,b كتلتين نقطيتين $m_1=m_2=75g$ استنتج قيمة الدور الخاص الجديد للجملة المهتزة. ثم احسب قيمة ثابت فتل السلك.

مسألة ② : يتألف نواس ثقلي مركب من قرص متجانس كتلته m نصف قطره $r=\frac{2}{3}m$ يمكن أن يهتز في مستوٍ شاقولي حول محور أفقي مار من نقطة على محيطه.

1. انطلاقاً من العلاقة العامة لدور النواس الثقلي المركب. استنتج العلاقة المحددة لدوره الخاص في حالة السعات الصغيرة. ثم احسب قيمة هذا الدور

2. احسب طول النواس البسيط الموافق لهذا النواس المركب.

3. نثبت في نقطة من محيط القرص كتلة نقطية m' تساوي كتلة القرص m ونجعله يهتز ونجعله يهتز حول محور أفقي مار من مركز القرص. احسب دوره في هذه الحالة من أجل السعات الزاوية الصغيرة.

4. نزيح القرص من جديد عن وضع توازنه الشاقولي بسعة زاوية θ_{max} ونتركه دون سرعة ابتدائية فتكون السرعة الخطية للكتلة النقطية m' لحظة المرور بالشاقول $\frac{2\pi}{3}\ m.s^{-1}$. احسب قيمة السعة الزاوية θ_{max}. إذا علمت أن $(I_{\Delta/C}=\frac{1}{2}mr^2,\ \theta_{max}>0.24\ rad)$

مسألة ③ (تابعة) يتألف نواس ثقلي من ساق شاقولية متجانسة الكتلة طولها L. تحمل في كل من طرفيها كتلة نقطية m، نعلق الجملة بمحور دوران أفقي يبعد $\left(\frac{L}{4}\right)$ عن طرف الساق العلوي. نزيح الجملة عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية $\left[\frac{1}{2\pi}\ rad\right]$ ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $\left[t=0\right]$ فتهتز بدور خاص $\left[T_0=2.5\ s\right]$.

1. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي لحركة هذا النواس انطلاقاً من شكله العام.

2. استنتج بالرموز العلاقة المحددة لطول الساق. ثم احسب قيمته.

3. احسب قيمة السرعة الزاوية العظمى للحركة (طويلة)

4. لنفرض أنه في إحدى النوسات انفصلت الكتلة السفلية عن الساق. استنتج الدور الخاص الجديد للجملة في حالة السعات الزاوية الصغيرة.

مسألة ④ نعلق كرة صغيرة نعدها نقطة مادية كتلتها $m=0.5\ kg$ بخيط مهمل الكتلة، لا يمتط، طوله $l=1.6\ m$. لتؤلف نواساً ثقلياً بسيطاً ثم نزيح الكرة إلى مستوٍ أفقي يرتفع $h=0.8\ m$ عن المستوي الأفقي المار منها وهي في وضع توازنها الشاقولي ليصنع خيط النواس مع الشاقول زاوية θ_{max} ونتركها دون سرعة ابتدائية.

1. استنتج بالرموز العلاقة المحددة لسرعة الكرة عند مرورها بالشاقول ثم احسب قيمتها موضحاً بالرسم.

2. استنتج قيمة الزاوية θ_{max}، ثم احسب قيمتها.

3. احسب دور هذا النواس.

4. استنتج بالرموز العلاقة المحددة لشدة قوة توتر الخيط عند المرور بالشاقول. ثم احسب قيمتها.

مسألة (5) لملء خزان حجمه 600L بالماء استعمل خرطوم مساحة مقطعه $5\ cm^2$ فاستغرقت العملية 300s والمطلوب:

1. احسب معدل التدفق الحجمي Q.
2. احسب سرعة تدفق الماء من فتحة الخرطوم.
3. كم تصبح سرعة التدفق الماء من فتحة الخرطوم إذا نقص مقطعها ليصبح ربع ما كان عليه؟

مسألة (6) ينتهي أنبوب ماء مساحة مقطعه $10\ cm^2$ إلى رشاش الاستحمام فيه 25 ثقباً متماثلاً مساحة مقطع كل ثقب $0.1\ cm^2$، فإذا علمت أن سرعة تدفق الماء عبر الأنبوب $50\ cm.s^{-1}$

1. احسب معدل التدفق الحجمي للماء.
2. احسب سرعة تدفق الماء من كل ثقب.

مسألة (7). وتر مشدود، طوله $L=1m$. وكتلته $m=6g$ مشدود بقوة F_T. يهتز بالتجاوب مع رنانة تواترها $f=50Hz$ مكوناً ستة مغازل

1. احسب الكتلة الخطية للوتر.
2. احسب قوة شد الوتر F_T المطبقة على الوتر.
3. احسب سرعة انتشار الاهتزاز العرضي على طول الوتر
4. احسب عدد أطوال الموجة المتكونة.

مسألة (8) جرس مشابه الطرفين طوله $L=1m$ يصدر صوتاً تواتره $f=170Hz$ يحوي هواء في درجة حرارة معينة حيث سرعة انتشار الصوت $v=340\ ms^{-1}$. المطلوب:

1- احسب عدد أطوال الموجة التي تحويها المزمار.
2- احسب طول مزمار آخر مختلف الطرفين يحوي الهواء يصدر صوتاً أساسياً موافقاً للصوت السابق في درجة الحرارة نفسها.

مسألة (9): مزمار ذو فم نهايته مفتوحه طوله $L=3m$. فيه الهواء هواء درجة حرارته $5°C$. حيث سرعة انتشار الصوت فيه $v=330\ m.s^{-1}$ وتواتر الصوت الصادر $f=110Hz$

1. احسب البعد بين بطنين متتاليين، ثم استنتج ربتة الصوت.
2. سخن المزمار إلى الدرجة $t=819°C$. استنتج طول الموجة المتكونة ليصدر المزمار الصوت السابق نفسه.
3. احسب طول مزمار آخر ذي فم نهايته مغلقة يحوي الهواء في الدرجة $0°C$. تواتر مدروجه الثالث يساوي تواتر الصوت الصادر عن المزمار السابق (في الدرجة $0°C$).

مسألة (10): مزمار ذو فم نهايته مغلقة يحوي غاز الأكسجين سرعة انتشار الصوت فيه $v=324\ m.s^{-1}$ يصدر صوتاً أساسياً تواتره $f=162\ Hz$.

1. احسب طول هذا المزمار.
2. نستبدل بغاز الأكسجين في المزمار غاز الهيدروجين في درجة الحرارة نفسها. احسب تواتر الصوت. الأساسي الذي يصدره هذا المزمار في هذه الحالة.

نيرات البكالوريا

حـــــألة (1): الطلب (1)

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ ---(1)

خواص الحركة:

- $\theta_{max} = \frac{\pi}{3}$ rad لأن السرعة عندها معدومة
- $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ rad.s^{-1}
- حساب (φ): شروط البدء ($t=0$ ، $\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{3}$ rad ؛ $\omega = 0$)

نعوض في (1) ⟸

$\theta_{max} = \theta_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ rad

نعوض التوابث بالشكل العام

$$\theta = \frac{\pi}{3} \cos(2\pi t)$$

rad :تقدر

الطلب (2)

السرعة عندما وضع التوازن أعظمية

$\omega_{max} = \omega_0 \theta_{max}$

والمرور الثاني: $\omega_{max} = +\omega_0 \theta_{max}$ ⟸ $\omega_{|0}$ دائما متزايدة

$\omega_{max} = +2\pi \times \frac{\pi}{3} = +\frac{20}{3}$ rad.s^{-1}

الطلب (3):

$\alpha = -\omega_0^2 . \theta$

$\alpha = -\left(2\pi\right)^2 . \left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$\alpha = \frac{20\pi}{3}$ rad.s^{-2}

الطلب (4)

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta'}{K}}$

بأخذ النسبة ⟹

$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{I_\Delta'}{I_\Delta}} = \sqrt{\frac{I_\Delta + 2I_{\Delta/m}}{I_\Delta}}$

حيث أن

$I_{\Delta/m} = 2m_1 \left(\frac{l}{2}\right)^2 = 2 \times 5\times10^{-3} \times (20\times10^{-3})^2$

$I_{\Delta/m} = 3\times10^{-3}$ kg.m^2

نعوض

$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{2\times10^{-3} + 2\times3\times10^{-3}}{2\times10^{-3}}}$

$\Rightarrow T_0 = 2S$

حساب (K)

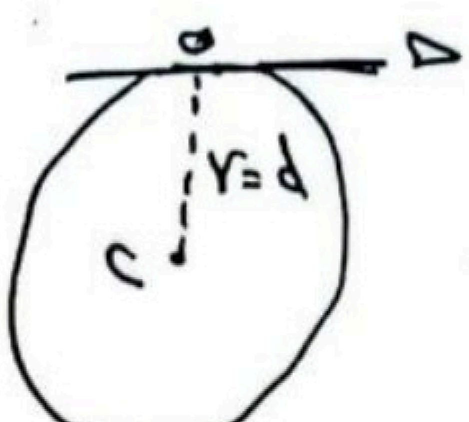
$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

$\Rightarrow 1 = 2\pi \sqrt{\frac{2\times10^{-3}}{K}}$

$\Rightarrow K = 8\times10^{-2}$ mN.rad^{-1}

مسألة (2):

الطلب (1):



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}} \quad \text{....(1)}$$

حيث أن

حساب (I_Δ): هايغنز

$$I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2 \quad : d = r$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2$$

$$I_\Delta = \frac{3}{2}mr^2$$

نعوض في (1)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{m.g.r}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3\times\frac{2}{3}}{2\times\pi^2}} \Rightarrow T_0 = 2s$$

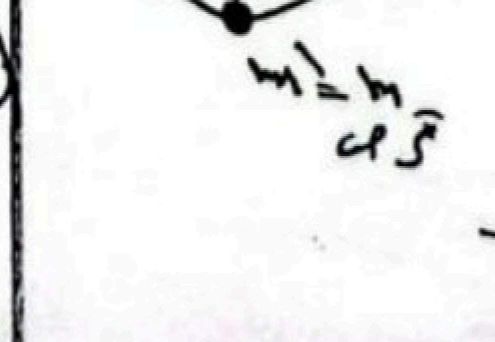
الطلب (2):

T'_0 (بسيط) $= T_0$ (مركب)

$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2$ تربيع $\Rightarrow 4\pi^2 \cdot \frac{l}{10} = 4$

$$\Rightarrow l = 1m$$

الطلب (3):



$$(2) \text{...} \quad T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m_{total}\, g\, d}}$$

حساب [I_Δ]

$I_\Delta = I_\Delta$ (قرص) $+ I_{\Delta/m'}$

$$I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2 + m'r^2 \quad : m = m'$$

$$I_\Delta = \frac{3}{2}mr^2$$

• m (جملة) $= m + m' = 2m$ • $d = \frac{r}{2}$.

نعوض في (2)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{2m.\pi^2.\frac{r}{2}}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{2}r}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}} \Rightarrow T_0 = 2s$$

الطلب (4): نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين

البدائي: عند θ_{max} النهائي: عند $\theta = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

$E_{k_1} \to 0$ بدون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{R}} \to 0$ لأن $\vec{R}$ نقطة تأثيرها لا تنتقل

$$\Rightarrow \frac{1}{2}I_\Delta \omega^2 - 0 = m_{total}\, g\, h + 0$$

حيث أن

$$\omega = \frac{v}{r} \quad ، \quad h = \frac{r}{2}\left[1 - \cos\theta_{max}\right]$$

بالتبديل

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times\frac{3}{2}mr^2\times\frac{v^2}{r^2} = 2m.g\frac{r}{2}\left[1 - \cos\theta_{max}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} \cdot v^2 = g \cdot r \left[1 - \cos\theta_{max}\right]$$

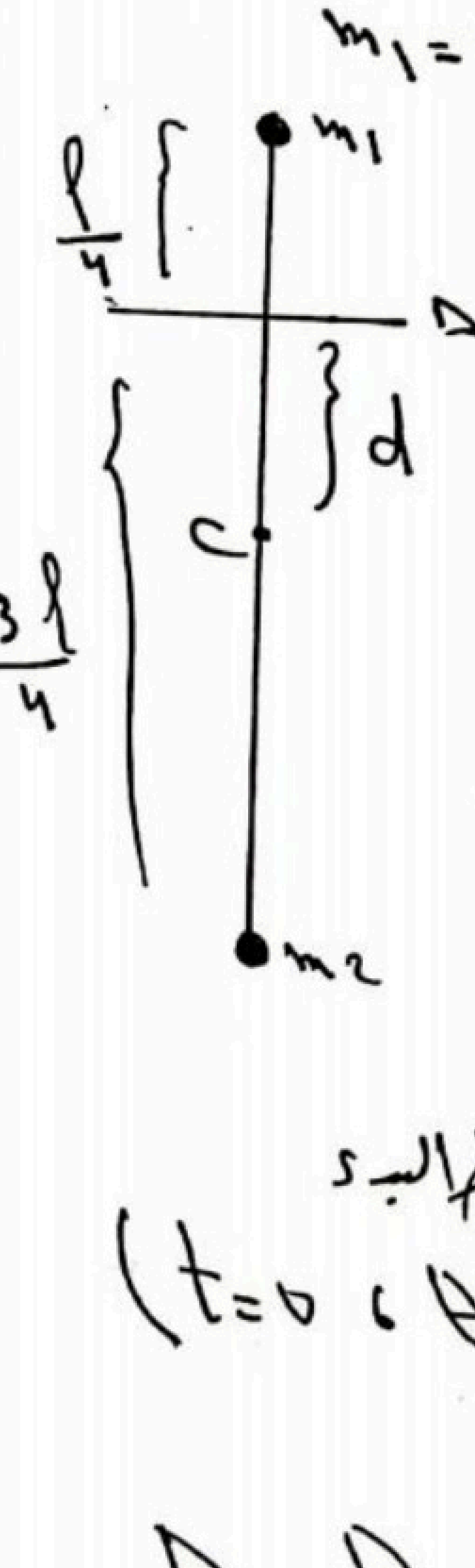
$$\Rightarrow \frac{3}{4} \times \frac{4\pi^2}{9} = 10 \times \frac{2}{3} \left[1 - \cos\theta_{max}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = 1 - \cos\theta_{max}$$

$$\Rightarrow \cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad$$

مسألة (3)

$m_1 = m_2 = m$



الطلب (1):

$$(1) \cdots \bar{\theta} = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

ثوابت الحركة:

- $\theta_{max} = \frac{1}{2\pi}\,rad$ لأن السعة عندها معروفة

- $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2,5} = \frac{4\pi}{5}\,rad.s^{-1}$

- حساب (φ): شروط البدء

$$\left(t = 0 \,،\, \theta = \theta_{max} = \frac{1}{2\pi}\,rad \,،\, \omega = 0\right)$$

نعوض في (1) ⬅

$$\theta_{max} = \theta_{max} \cos(0 + \bar{\varphi})$$

$$\Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \varphi = 0\,rad$$

نعوض عن الثوابت بالشكل العام:

$$\bar{\theta} = \frac{1}{2\pi} \cos\left(\frac{4\pi}{5} t\right)$$

تقدر rad

الطلب (2):

$$(2) \cdots T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{m_{جملة}\, g\, d_{جملة}}}$$

$$\bullet\; I_\Delta = I_{/\Delta} + I_{m_1/\Delta} + I_{m_2/\Delta}$$

$I_{/\Delta}$ ⟵ 0 الساق مهملة الكتلة

$$I_\Delta = 0 + m_1\left(\frac{l}{4}\right)^2 + m_2\left(\frac{3l}{4}\right)^2$$

$$I_\Delta = m\,l^2\left(\frac{1}{16} + \frac{9}{16}\right) \Rightarrow I_\Delta = \frac{5}{8}\,m\,l^2$$

$$\bullet\; m_{جملة} = m_1 + m_2 = 2m$$

$$\bullet\; d = \frac{m_1 \bar{r}_1 + m_2 \bar{r}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\left(m \times -\frac{l}{4}\right) + \left(m \times +\frac{3l}{4}\right)}{2m}$$

$$d = \frac{l}{4}$$

نعوض في (2)

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{5}{8}\,m\,l^2}{2m \cdot g \cdot \frac{l}{4}}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{5\,l}{4\,g}} \overset{نربع}{\Rightarrow} T_0^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{5\,l}{4\,g}$$

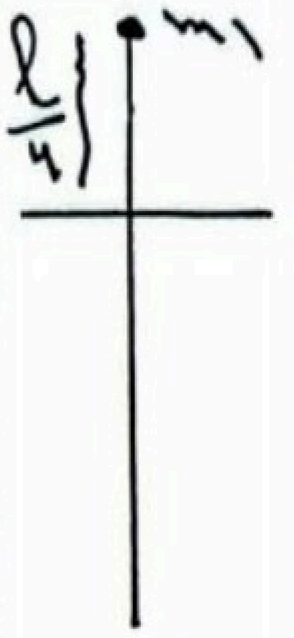
$$\Rightarrow l = \frac{T_0^2}{5}$$

$$\Rightarrow l = \frac{(2,5)^2}{5} = 1,25\,m$$

الطلب (3):

$$\omega = \omega_0 \theta_{max} = \frac{4\pi}{5} \times \frac{1}{2\pi}$$

$$\Rightarrow \omega = 0,4\,rad.s^{-1}$$



الطلب ④:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

حيث أن

$$\bullet\ I_\Delta = m_1\left(\frac{l}{4}\right)^2 = m_1\frac{l^2}{16}$$

$$\bullet\ d = \frac{l}{4}$$

نبدل

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{16}m_1 l^2}{m_1 \cdot \pi^2 \cdot \frac{l}{4}}}$$

$$T_0 = \sqrt{l} = \sqrt{1{,}25} = \frac{\sqrt{5}}{2}\ s$$

مسألة ④ ، الطلب ①:

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين البدائي: θ_{max}

النهائي: $\theta = 0$

$$\Delta E_K = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{K_2} - E_{K_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

($E_{K_1} = 0$: بدون سرعة ابتدائية) ($W_{\vec{T}} = 0$: $\vec{T} \perp$ الانتقال بكل لحظة) (الوزن)

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh + 0$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}8} \Rightarrow v = 4\ m.s^{-1}$$

الطلب ②:

$$h = l\left[1 - \cos\theta_{max}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{h}{l} = 1 - \cos\theta_{max}$$

$$\Rightarrow \cos\theta_{max} = 1 - \frac{h}{l}$$

$$\Rightarrow \cos\theta_{max} = 1 - \frac{0{,}8}{1{,}6}$$

$$\Rightarrow \cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$$

الطلب ③:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}6}{\pi^2}}$$

$$T_0 = 2{,}5\ S$$

$$T'_0 \simeq T_0\left[1 + \frac{\theta^2_{max}}{16}\right]$$

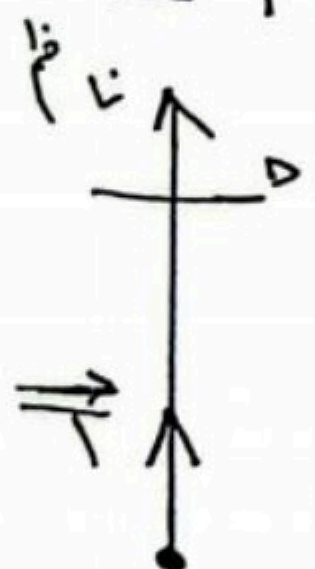
$$T'_0 = 2{,}5\left[1 + \frac{\left(\frac{\pi}{3}\right)^2}{16}\right] = 2{,}672\ S$$

الطلب ④: القوى المؤثرة على الكرة: $\vec{W}$ ، $\vec{T}$

العلاقة الأساسية بالتحريك:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على الناظم



$$-W + T = ma_c$$

$$\Rightarrow T = mg + m\frac{v^2}{r} \quad : r = l$$

$$\Rightarrow T = m\left[g + \frac{v^2}{l}\right]$$

$$\Rightarrow T = 0{,}5\left[10 + \frac{(4)^2}{1{,}6}\right]$$

$$T = 10\ N$$

تمرين (5) الطلب (1):

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{600 \times 10^{-3}}{300} = 2 \times 10^{-3}\ m^3.s^{-1}$$

الطلب (2):

$$Q = S.v \Rightarrow 2 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-4} \times v$$

$$\Rightarrow v = 4\ m.s^{-1}$$

الطلب (3):

$$Q = Q'$$

$$Q = S.v = \frac{1}{4} S.v' \Rightarrow 2 \times 10^{-3} =$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-3} = \frac{1}{4} \times 5 \times 10^{-4} \times v'$$

$$\Rightarrow v' = 16\ m.s^{-1}$$

تمرين (6) الطلب (1):

$$v = 50 \times 10^{-2}\ m.s^{-1}$$

$$Q = S.v$$

$$Q = 10 \times 10^{-4} \times 50 \times 10^{-2} \Rightarrow$$

$$Q = 5 \times 10^{-4}\ m^3.s^{-1}$$

الطلب (2):

$$Q = n.S_1.v_1$$

$$5 \times 10^{-4} = 25 \times 0,1 \times 10^{-4} \times 2v_1$$

$$\Rightarrow v_1 = 2\ m.s^{-1}$$

تمرين (7) الطلب (1):

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{6 \times 10^{-3}}{1} = 6 \times 10^{-3}\ kg.m^{-1}$$

الطلب (2):

$$f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow 50 = \frac{5}{2 \times 1}\sqrt{\frac{T}{6 \times 10^{-3}}}$$

$$\Rightarrow T = 2,4\ N$$

الطلب (3):

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{2,4}{6 \times 10^{-3}}} = 20\ m.s^{-1}$$

الطلب (4):

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{50} = 0,4\ m$$

عدد أطوال الموجة $= \frac{\text{طول الوتر}}{\text{طول الموجة}} = \frac{1}{0,4} = 2,5$ موجة

تمرين (8) الطلب (1):

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{170} = 2\ m$$

عدد أطوال الموجة $= \frac{L}{\lambda} = \frac{1}{2} = 0,5$ موجة

الطلب (2):

$$L = L' \Rightarrow \text{مختلف} = \text{مختلفة}$$

$$\Rightarrow 170 = (2n.1)\frac{v}{4L'}$$

$$\Rightarrow 170 = 1 \times \frac{340}{4L'} \Rightarrow L' = 0,5\ m$$

مسألة ⑨

الطلب (1):

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{330}{110} = 3\,m$$

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5\,m$$

حساب رتبة الصوت

$$L = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 3 = n\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 2}$$

الطلب (2):

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{T'}{T}}$$

$$\frac{\lambda' f}{\lambda f} = \frac{819+273}{0+273}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda'}{3} = 2 \Rightarrow \lambda' = 6\,m$$

الطلب (3):

$f_{\text{مختلف}} = f_{\text{متشابة}}$

$$\Rightarrow 110 = (2n-1)\frac{v}{4L'}$$

$$\Rightarrow 110 = 3 \times \frac{330}{4L'} \Rightarrow L' = 2{,}25\,m$$

مسألة ⑩

الطلب (1):

$$f = (2n-1)\frac{v}{4L}$$

$$\Rightarrow 162 = 1 \times \frac{324}{4L} \Rightarrow L = 0{,}5\,m$$

الطلب (2):

$$\frac{v'}{v} = \frac{f'}{f} \Rightarrow \frac{f'}{162} = 4$$

$$f' = 648\ Hz$$