جلسة مراجعة وحدتي النهايات والاشتقاق

السؤال الأول: ليكن التابع f المعرّف على $]1\,,+\infty[$

وفق : $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ واستنتج $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$.

2- اعطِ عدداً حقيقياً موجباً A يحقق : أياً كان $x>A$ كان $f(x)$ في المجال $]1.95\,,2.05[$.

3- جد التابع المشتق للتابع $f(x)$ واستنتج مشتق التابع : $g(x)=\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$.

4- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولا بها .

5- جد $f(\,]1,+\infty[\,)$.

6- ارسم كل مقارب وجدته ثمّ ارسم الخط C_f .

السؤال الثاني: ليكن f التابع المعرّف وفق :

$$f(x)=x-\frac{2}{E(x)+1}$$

والمطلوب :

1- جد $E(0)$ ، $E(1)$ ، $E(2)$.

2- اكتب عبارة $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0\,,2]$، حيثُ $E(x)$ تابع الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x .

3- هل f مستمر على المجال $[0\,,2]$.

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعرّف على R

وفق: $f(x)=\sqrt{x^2+4x+5}$

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب ثلاثي الحدود x^2+4x+5 بالصيغة القانونية .

3- استنتج وجود مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$ اكتب معادلته .

السؤال الرابع: ليكن f التابع المعرّف على المجال $[0,+\infty[$ وفق :

$$f(x)=\sqrt{1+x}-\sqrt{x}$$

1- أثبتْ أنّ : $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+x}+\sqrt{x}}$ أياً كان $x\geq 0$.

2- استنتج أنّ : $\frac{1}{2\sqrt{1+x}}\leq f(x)\leq\frac{1}{2\sqrt{x}}$ في حالة $x>0$.

3- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف بالعلاقة : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-d}$

جد الأعداد الحقيقية a و b و c و d علماً أنّ الخواص الآتية محققة :

- المستقيم الشاقولي الذي معادلته $x=3$ مقارب للخط C .
- المستقيم المائل الذي معادلته $y=2x-5$ مقارب للخط C عند $+\infty$ و $-\infty$.
- تنتمي النقطة $A(1,2)$ إلى الخط C .

السؤال السادس: ليكن التابع f المعرّف ع

وفق : $f(x)=\sqrt{x-1}+x$

1- أثبت أنّ : $D_f=[1,+\infty[$.

2- احسب $f(1)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3- ادرس قابلية الاشتقاق للتابع f عند $x=1$ وما هو التفسير الهندسي للنتيجة التي وجدتها .

4- اكتب معادلة المماس d للخط C عند النقطة التي فاصلتها 2 .

5- أوجد القيمة التقريبية للعدد $x=2.3$

6- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها.

7- تحقق أنّ للمعادلة $f(x)=2$ حلا وحيدا في المجال $[1,+\infty[$.

8- ارسم الخط البياني C وارسم المماس d .

السؤال السابع:

ليكن f التابع المعرّف وفق : $f(x)=\sqrt{4x+1}$

عيّن مجالا I مركزه 2 ويحقق الشرط : اذا كان x من المجال I كان $f(x)$ في المجال $J=\,]2.99\,,3.01[$

السؤال الثامن: ليكن التابع f المعيّن بالعلاقة : $f(x)=\frac{x}{(x-1)^2}$

1- ادرس نهاية f في جوار 1 .

2- أوجد مجالا I مركزه 1 ويحقق $f(x)>10^6$ أيا كان x من $R\setminus\{1\}$.

السؤال التاسع: ليكن التابع f المعرّف على R وفق :

$$f(x)=x^3-x^2+x-2$$

أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]1\,،2[$.

السؤال العاشر: ليكن التابع f المعرّف $]1\,,+\infty[$

وفق : $f(x)=\frac{1}{x-1}-\sqrt{x}$

1- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها

2- أوجد $f(\,]1\,,+\infty[\,)$.

3- استنتج أنّ للمعادلة : $f(x)=0$ حل وحيد a يحقق $a\in\,]1\,,2[$.

السؤال الحادي عشر: هام جدا

1- f تابع يحقق : $|f(x)-3|\leq\frac{\cos x}{\sqrt{x}}$ أوجد نهاية التابع f عند $+\infty$.

2- أثبت أنّ : $\mathbf{1\leq 3-2\sin x\leq 5}$ أيا كان x من R .

3- استنتج $\lim_{x\to+\infty}\frac{3-2\sin x}{x+1}$.

السؤال الثاني عشر: ليكن التابع f المعرّف على R وفق:

$f(x)=\sqrt{x^2+1}$ والمطلوب:

1- أثبت أنّ التابع f زوجي واذكر الصفة التناظرية لخطه البياني .

2- احسب نهاية f عند $+\infty$ و $-\infty$.

3- أثبت أنّ : $f(x)-x=\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}$ أيا كان $x\in R$.

4- استنتج أنّ الخط يقبل مقاربا مائلا d في جوار $+\infty$ ، اكتب معادلته ، وادرس الوضع النسبي بين الخط C و d .

5- ادرس تغيرات التابع f وارسم خطه البياني C_f .

6- استنتج رسم C' الخط البياني للتابع : $g(x)=-\sqrt{x^2+1}$

السؤال الثالث عشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على R وفق : $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}-2x$

والمطلوب: أثبت أنّ المستقيم $d: y=-2x+1$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C ومقاربه d .

السؤال الرابع عشر: ليكن f التابع المعرّف على R وفق :

$$f(x)=\begin{cases} x^2\cos\left(\frac{1}{x}\right) & : x\neq 0 \\ 0 & : x=0 \end{cases}$$

1- احسب نهاية التابع f عند الصفر .

2- أثبت أنّ التابع f مستمر عند الصفر ، وهل التابع f مستمر على R ، ولماذا .

السؤال الخامس عشر: ليكن f تابع معرّف على R وفق :

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1-\sqrt{x^2+1}}{x} & : x\neq 0 \\ 2k-6 & : x=0 \end{cases}$$

جد قيمة العدد k التي تجعل التابع f مستمر عند الصفر .

السؤال السادس عشر: أوجد قيمة a التي تجعل f مستمراً على R حيثُ التابع f معرّف بالشكل:

$$f(x)=\begin{cases} ax^2-1 & : x\neq 3 \\ ax+1 & : x=3 \end{cases}$$

السؤال السابع عشر: ليكن f تابع معرّف على R وفق :

$$f(x)=\begin{cases} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5} & : x\neq 5 \\ \frac{1}{4} & : x=5 \end{cases}$$

أثبت أنّ التابع f مستمر عند $x=5$. هل التابع f مستمر على R . علل اجابتك ؟

السؤال الثامن عشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $R\setminus\{3\}$ وفق: $f(x)=\frac{ax^2+b}{x-3}$

عيّن a ، b إذا علمت أنّ $f(1)=2$ قيمة حدية محلياً للتابع f .

السؤال التاسع عشر:

ليكن f التابع المعرّف بالعلاقة وفق : $f(x)=\frac{3x^2+6x}{x^2-x-2}$.

1- عيّن D_f مجموعة تعريف التابع f .

2- أوجد الأعداد c ، b ، a التي تحقق :

$f(x)=a+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{x-2}$ أيا كان x من D_f .

السؤال العشرون:

ليكن f التابع المعرّف R وفق: $f(x)=\sqrt{4x^2+5}$ خطه البياني C .

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$.

2- احسب $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+5}-2x\right)$.

3- استنتج معادلة المقارب المائل للخط C و في جوار $+\infty$.

السؤال الواحد و العشرون:

أوجــد النهايات الاتية : $\lim_{x\to0}\left(\frac{\sin x}{\sqrt{x+1}-1}\right)$.

$f(x)=\frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{2}}{x-1}$ عند $x=1$ ، $\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{\sin x}$

$\lim_{x\to0}\frac{x\sin x}{1-\cos x}$ ، $\lim_{x\to0}\frac{x^2}{1+\cos^2\left(\frac{1}{x}\right)}$.

$\lim_{x\to0}\left(\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}\right)$ $\lim_{x\to0}\left(\frac{x^2-x}{\sin x}\right)$

السؤال الثاني و العشرون: ليكن التابع f المعرّف بالعلاقة :

$$\boldsymbol{f(x)=\sqrt{1-\cos x}}$$

1- ما مجموعة تعريف التابع f .

2- أثبت أنّ f مستمر على مجموعة تعريفه .

3- بيّن أنّ التابع f زوجي ويقبل العدد 2π دورا له .

4- ليكن g مقصور التابع f على المجال $[0,\pi]$. أثبت أنّ g اشتقاقي .

5- ارسم الخط البياني للتابع g .

السؤال الثالث و العشرون: ليكن التابع f المعرّف R وفق :

$f(x)=x+\sqrt{1+x^2}$

1- تحقق أنّ $f'(x)=f(x)$. $\sqrt{1+x^2}$ أيا كان x من R .

2- استنتج أنّ : $(1+x^2)f''(x)+xf'(x)-f(x)=0$

السؤال الرابع والعشرون: ليكن التابع f المعرّف على R وفق :

$f(x)=\frac{x^2+|x|}{x^2+1}$ ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند الصفر .

السؤال الخامس والعشرون:

ليكن التابع f المعرّف على $R\setminus\{1\}$ وفق : $f(x)=\frac{x^2+1}{x-1}$

1- احسب التابع المشتق للتابع f .

2- استنتج مشتق كل من التوابع الاتية : $g(x)=\frac{\sin^2 x+1}{\sin x-1}$ ، $h(x)=\sqrt{\frac{x^2+1}{x-1}}$

السؤال السادس والعشرون:

ليكن التابع f المعرّف R وفق : $f(x)=x-\sqrt{x^2+8}$

1- احسب نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$. هل يقبل C مقاربا أفقيا .

2- تحقق أنّ المستقيم d الذي معادلته $y=2x$ مقارب للخط C .

3- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها .

4- ارسم مقاربات C ثمّ ارسم الخط C .

السؤال السابع والعشرون: ليكن f التابع المعرّف على

$[0,1[$ وفق : $f(x)=\sqrt{\frac{x^3}{1-x}}$

1- ادرس قابلية الاشتقاق للتابع f عند $a=0$.

2- احسب $f'(x)$ على $]0,1[$.

السؤال الثامن والعشرون: ليكن f التابع المعرّف على $[0,1]$

وفق : $f(x)=\sqrt{1-x^2}$

1- ادرس قابلية الاشتقاق للتابع f عند $a=0$.

2- احسب $f'(x)$ على $]0,1[$.

3- استنتج معادلة للماس T للخط C للتابع f في النقطة A التي فاصلتها $\frac{1}{2}$.

4- تحقق أنّ المستقيم (OA) والمماس T متعامدان .

السؤال التاسع والعشرون: ليكن f التابع المعرّف على R

وفق : $f(x)=\cos x$

1- جد $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ ، $f'(x)$ ، $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

2- استنتج النهاية $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{\cos x-\frac{1}{2}}{x-\frac{\pi}{3}}$.

السؤال الثلاثون: ليكن التابع f المعرّف على المجال $[0,2]$ وفق :

$f(x)=x\sqrt{x(2-x)}$

1- أثبت أنّ f اشتقاقي على المجال $]0,2[$.

2- أثبت أنّ $f'(x)=\frac{3x-2x^2}{\sqrt{x(2-x)}}$.

3- احسب نهاية $\frac{f(x)}{x}$ عندما x تسعى الى الصفر ، واستنتج أنّ f اشتقاقي عند الصفر .

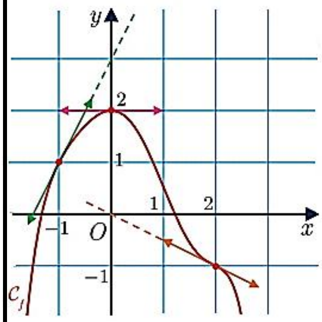
4- احسب نهاية $\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ عندما تسعى x الى 2 واشرح النتيجة التي وجدتها هندسيا.

5- ادرس تغيرات f ونظّم جدولا بها .

6- باستخدام التقريب المحلي التآلفي احسب القيمة التقريبية للعدد $x=1.2$.

7- ارسم كل مماس استنتجته وارسم الخط C .

السؤال الواحد والثلاثون:



تأمل الشكل المرسوم جانبا ثمّ أجب :

1- جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2- عيّن القيمة الحديّة للتابع f .

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- عيّن كلاً من : $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(-1)$ ، $f'(-1)$.

السؤال الثاني والثلاثون:

ليكن التابع f الذي جدول تغيراته مُعطى جانباً:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	0

1- جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

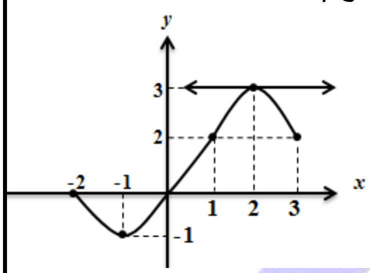
2- اكتب معادلات المقاربات الأفقية و الشاقولية للتابع f .

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- دلّ على القيمة الحدية للتابع f .

السؤال الثالث والثلاثون:

في الشكل المجاور C خط بياني لتابع f والمطلوب:



1- أوجد مجموعة التعريف .

2- أوجد $f(2)$ ، $f'(2)$.

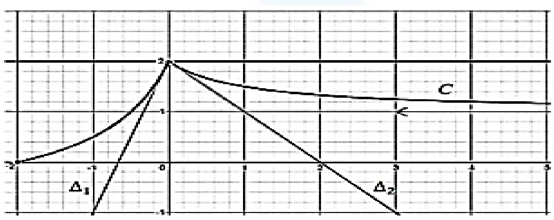
3- أوجد حلول المتراجحة $f(x)\leq 0$.

4- عيّن القيم الحدية .

5- أوجد $f([0,1[)$.

السؤال الرابع والثلاثون:

في الشكل المجاور C خط بياني لتابع f معرّف على المجال $[-2,+\infty[$ والمطلوب:



1- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $f(-2)$.

2- دل على القيم الحدية وبين نوعها

3- جد $f'(0^+)$ ، $f'(0^-)$.

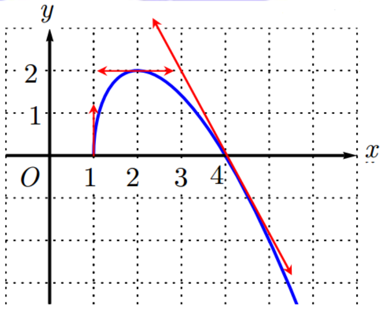
4- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 1$.

5- جد حلول المتراجحة $f'(x) \leq 0$.

6- أوجد $f([-2,+\infty[)$

السؤال الخامس والثلاثون:

ليكن التابع f المعرّف على $]1 ، +\infty[$ خطه البياني C_f المرسوم في الشكل المجاور والمطلوب :



1- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- دلّ على القيمة الحدية الكبرى محليا.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 1$.

4- هل التابع f اشتقاقي عند $x = 1$.علل اجابتك .

5- احسب كلاً من $f(2)$ و $f'(2)$.

السؤال السادس والثلاثون:

ليكن التابع f المعرّف على المجال R الذي جدول تغيراته مُعطى جانباً والمطلوب :

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	
$f(x)$	3	↘	-2	↗	4	↗	$+\infty$

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C .

3- أوجد $f([2, +\infty[)$.

4- دلْ على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

5- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ في R .

6- هل $f(2) = 4$ قيمة حديّة محليا .

السؤال السابع والثلاثون:

ليكن التابع f الذي جدول تغيراته مُعطى جانباً :

x	$-\infty$		-1		1		3
$f'(x)$		+	0	−	||	+	
$f(x)$	1	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

1- جد مجموعة تعريف التابع f .

2- جد المستقر الفعلي للتابع (مجموعة قيم التابع).

7- جـد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$.

3- اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C .

4- اكتب معادلة المقارب الشاقولي للخط C_f .

5- دل على القيم الحدية وبين نوعها .

6- أوجد $f(]-1, 1[)$ ، $f(]-\infty, -1])$.

7- هل التابع f اشتقاقي عند $x = 1$.علل اجابتك . ما هو التفسير الهندسي للنتيجة التي وصلت اليها .

8- علل لماذا يوجد مماس أفقي للخط C_f عند النقطة $x = -1$ واكتب معادلته .

9- هل يوجد مقارب مائل C_f ولماذا.

10- تحقق من وجود حلين للمعادلة $f(x) = 0$ في المجال $]-\infty, 3[$.

11- أثبت أنّ للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد α في المجال $[-1, 1[$.

جد حلول المتراجحة $f'(x) \leq 0$.

12- جد قيمة النهاية $\lim\limits_{x\to-1} \frac{f(x)-3}{x+1}$.

13- ارسم الخط البياني C_f للتابع f .

=====================================

انهت مراجعة النهايات والاشتقاق .

المدرس محمد الجمعة

طالبي العزيز ..... أنت محور العالم

.. كل الأضواء مسلّطة عليك

أنت نجم دراما هذه الحياة ....

فأتقن دورك .

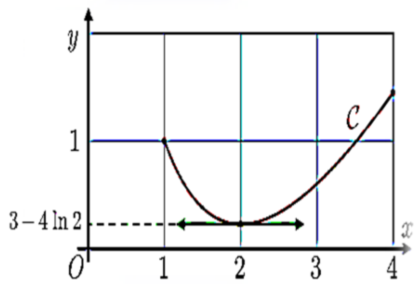
جلسة مراجعة وحدات التابع اللوغاريتمي و الأسي و التكامل

السؤال الأول :

1- بسّط ما يلي: $\ln(250)$, $\ln(50)$

2- أثبت صحة المساواة الآتية : $\ln x + \ln(1+\frac{1}{x}) = \ln(1+x)$

3- ليكن الشكل المرسوم جانباً هو الخط البياني لتابع f الذي قاعدة ربطه $f(x) = ax + b + c\ln x$



بالاستفادة من الشكل المُعطى وقاعدة الربط أجب عما يلي:

1- أوجد مجموعة تعريف f و أوجد المستقر الفعلي لـ f .

2- حدد القيم الحدية .

3- جد $f'(2)$.

4- أثبتْ أنّ $a + b = 1$ و $2a + c = 0$ و $2a + b + c\ln 2 = 3 - 4\ln 2$

5- عيّن قيم a , b , c واكتب عبارة $f(x)$.

السؤال الثاني : حل المعادلات والمتراجحات الآتية :

$\ln(x-6) + \ln(x+1) = 3\ln 2$
$\ln x - \ln(x+1) = \ln(x-1)$
$\left(\ln x + \frac{1}{2}\right)(\ln x - 1) = 0$
$\ln(x^2 - 3x) \geq 2\ln(6-x)$
$\ln(x^2 - 4) = \ln(3x - 4)$
$(\ln x)^2 + 4(\ln x) + 3 = 0$
$(\ln x)^2 + 4(\ln x) + 3 = 0$
$\ln\lvert x+2\rvert + \ln\lvert x-2\rvert = 0$

السؤال الثالث :

1- احسب النهاية الآتية : $\lim_{x\to+\infty}\left(x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right)$.

2- ليكن التابع $f(x) = \frac{2x^2 + Lnx}{x}$ المعرف على $]0,+\infty[$ أثبت $\Delta:\ y = 2x$ مقارب لخطه البياني عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي بينهما .

السؤال الرابع : ليكن f التابع المعرّف على المجال $]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = 2 + \ln x$ والمطلوب :

1- احسب نهاية التابع f عند الصفر و $+\infty$.

2- اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$.

السؤال الخامس : أثبت أنّ : $\ln x \leq x - 1$ أيا كان $x > 0$.

السؤال السادس : ليكن f التابع المعرّف على المجال $[0,+\infty[$ وفق : $f(x) = \sqrt{x}\,\ln(1+x)$ والمطلوب :

1- أثبت أن اشتقاقي عند 0 ثمّ استنتج مجموعة تعريف f' .

2- جد $f'(x)$ على $[0,+\infty[$.

3- استنتج مشتق التابع g المعرّف على المجال $]0,\frac{\pi}{2}[$ وفق :

$$g(x) = \sqrt{\cos x}\,\ln(1+\cos x)$$

السؤال السابع :

أولا: ليكن a و b عددان حقيقيان و C هو الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق :

$$f(x) = ax + b + \frac{\ln x}{x}$$

عيّن a و b إذا علمت أنّ الخط C يمر من النقطة $A(1,0)$ و أنّ المماس للخط C في A يوازي المستقيم d الذي معادلته $y = 3x + 2$.

ثانيا : ليكن التابع f المعرّف على المجال $]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = (x-b)\ln x + \frac{a}{x}$ عيّن a و b إذا علمت أنّ الخط C يمر من النقطة $A(1,1)$ و أنّ المماس للخط C في A أفقي .

السؤال الثامن : ليكن التابع f المعرّف على المجال $I =]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = \ln\left(\frac{x}{1+x}\right)$

1- ادرس تغيرات f على المجال $]0,+\infty[$ ونظّم جدولا بها.

2- ارسم الخط البياني C على المجال $]0,+\infty[$.

3- أثبت أنّ النقطة $A\left(-\frac{1}{2},0\right)$ هي مركز تناظر للخط C ثمّ استنتج رسم الخط البياني للتابع f .

السؤال التاسع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = 1 + \frac{2\ln x}{x}$ والمطلوب :

1- احسب نهاية التابع f عند الصفر و $+\infty$ واستنتج ماله من مقاربات توازي المحورين . الاحداثيين ثمّ ادرس وضع الخط C_f مع مقاربه الأفقي Δ .
2- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولا بها .
3- أثبت أنّ للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا في المجال $]\frac{1}{2} , 1[$.
4- باستخدام التقريب التآلفي المحلي احسب قيمة تقريبية للعدد $x = 1.1$.
5- ارسم Δ ثمّ ارسم الخط C_f .
6- احسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ والمستقيمين $x = 1$ ، $x = e$.

السؤال العاشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,1[\cup]1, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x}{\ln x} - e$

1- جد نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه وأوجد معادلة كل مستقيم مقارب وجدته .
2- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولا بها ودل على القيمة الحديّة الصغرى محليا .
3- ارسم كل مقارب وجدته ثمّ ارسم الخط C_f .

السؤال الحادي عشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]-\infty , -2[$ وفق : $f(x) = x - 2 + \ln\left(\frac{x}{x+2}\right)$ والمطلوب :

1- احسب نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الشاقولي .
2- أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته $y = x - 2$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C مع المستقيم d .
3- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولا بها .
4- استنتج عدد حلول المعادلة $f(x) = m$ حيثُ $n \in R$.
5- ارسم كل مقارب وجدته ثمّ ارسم الخط C .

السؤال الثاني عشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $I =]1 , +\infty[$ وفـق:

$$f(x) = x + 1 + 2\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

1- أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$.
2- ادرس الوضع النسبي للخط البياني C ومقاربه d .
3- ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها.
4- ارسم في معلم واحد المستقيم d ثمّ ارسم الخط C .

السؤال الثالث عشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0 ، e[\cup]e ، +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتج ما للخط C من مقاربات موازية للمحورين الاحداثيين .
2- ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، ثمّ دلّ على القيمة الحديّة محلياً مبيناً نوعها .
3- ارسم ما وجدته من مستقيمات مقاربة ثمّ ارسم C .
4- احسب مساحة السطح المحصور بين الخط البياني C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = \frac{1}{e}$ و $x = \frac{1}{e^2}$.
5- استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرّف وفق : $g(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)} + 1$.

السؤال الرابع عشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0 ، 1[\cup]1 ، +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{1}{x\ln x}$

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتج ما للخط C من مقاربات موازية للمحورين الاحداثيين .
2- ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، ثمّ دلّ على القيمة الحديّة محلياً مبيناً نوعها .
3- تحقق أنّ للمعادلة $f(x) = 3$ حل وحيد α في مجال تعريف التابع .
4- ارسم ما وجدته من مستقيمات مقاربة ثمّ ارسم الخط C .
5- احسب مساحة السطح المحصور بين الخط البياني C ومحور الفواصل والمستقيمين: $x = e$ و $x = e^2$.
6- استنتج الخط البياني C' للتابع : $g(x) = \frac{-1}{x\ln(-x)}$.

السؤال الخامس عشر: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0 ، +\infty[$ وفق : $f(x) = x - x\ln x$ والمطلوب :

1- جـد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه .
2- ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ، ثمّ دلّ على القيمة الحديّة محلياً مبيناً نوعها .
3- اكتب معادلة المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = e$
4- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = \frac{1}{2}$.
5- حِل المعادلة $x - x\ln x = 0$ جبرياً.
6- ارسم المماس T ثمّ ارسم الخط البياني C .

السؤال السادس عشر : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0 ، +\infty[$ وفق : $f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}$

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه وما مقاربات الخط C_f.
2- ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها .
3- ارسم الخط البياني C .

السؤال السابع عشر : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $I =]1 , +\infty[$ وفق: $f(x) = x - \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$

1- أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته $y = x$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$.

2- ادرس الوضع النسبي للخط البياني C ومقاربه d .

3- ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها.

4- أثبت أنّ للمعادلة $f(x) = 0$ حلاً وحيداً α ينتمي للمجال $]1,2[$

5- ارسم في معلم واحد المستقيم d ثمّ ارسم الخط C .

السؤال الثامن عشر: حل المعادلات و المتراجحات الآتية :

$e^x - 4e^{-x} > 0$	$e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$
$4^{x+1} - 5^{x-2} = 0$.	$e^{-2x} - 5e^{-x} + 6 = 0$

حل في R المعادلة الاتية : $e^{3x+1} = 2$ ثمّ استنتج مجموعة حلول المتراجحة $e^{3x+1} \geq 2$.

اكتب بأبسط ما يمكن كلا من الاعداد الاتية :

$$A = 3^{-\frac{1}{\ln 3}} \quad ، \quad B = 2^{\frac{1}{\ln 4}}$$

$$C = e^{\ln 2} + e^{\ln 3} + e^{-\ln\frac{1}{5}}$$

$$D = e^{-\ln\frac{3}{2}} + e^{\ln\frac{1}{3}}$$

حل في R المعادلة الاتية : $2^{x+1} + 10\ 2^x + 12 = 0$ ثم استنتج مجموعة حلول المتراجحة $2^{x+1} + 10\ 2^x + 12 \geq 0$

$$2e^{-x} = \frac{1}{e^x + 2}$$

$$7^{x-1} = 3^x$$

السؤال التاسع عشر: ليكن التابع f المعرّف على R وفق :

$$f(x) = (e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$$

أثبت أنّ التابع f ثابت.

السؤال العشرون:

1- جد حل المعادلة التفاضلية : $y' + 5y = 0$ و الحل f يحقق الشرط $f(-2) = 1$.

2- لتكن المعادلة التفاضلية : $y' + 3y = 2e^{-x}$ عيّن العدد a ليكون التابع $f(x) = ae^{-x}$ حلاً لها .

السؤال الواحد و العشرون: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على R وفق : $f(x) = e^x + e^{-x} + \lambda$

1- عيّن قيمة العدد الحقيقي λ ليمر الخط البياني C_f بالنقطة $(0,0)$

2- في حالة $\lambda = -2$ أثبت أنّ التابع زوجي .

بيّن أنّ $f(x)$ حلاً للمعادلة التفاضلية : $y' + y = 2e^x - 2$

السؤال الثاني و العشرون: أجب عن الاسئلة الآتية :

1- أثبت صحة المساواة على R : $\frac{1}{1+e^{-x}} = \frac{e^x}{1+e^x}$.

2- جد نهاية التابع : $f(x) = \frac{2e^x+1}{e^x+1}$ عند $+\infty$ ، ثمّ جد تابعة المشتق.

السؤال الثالث و العشرون: ليكن التابع f المعرّف على R وفق : $f(x) = 4e^{-x} + x + 1$ عيّن مقاربا d للخط C في جوار $+\infty$ ، وادرس وضعه النسبي مع الخط C .

السؤال الرابع و العشرون: ليكن التابع f المعرّف على R وفق : $f(x) = \frac{ax+b}{e^x}$ عيّن العددين a و b اذا علمت أنّ الخط C يمر من النقطتين $A(0,2)$ ، $B(-2,0)$.

السؤال الخامس و العشرون: ليكن التابع f المعرّف على R وفق : $f(x) = (ax+b)e^x$ والمطلوب : عيّن العددين a و b إذا علمت أنّ النقطة $A(0,1)$ قيمة حدية له.

السؤال السادس و العشرون: هام

احسب نهاية التابع : $f(x) = \left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{\frac{x+1}{3}}$ عند $+\infty$.

السؤال السابع و العشرون:

ليكن التابعان f و g المعرّفان على R وفق :

$$f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) \quad و \quad g(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

احسب $f'(x)$ و $g'(x)$ وأثبت أنّه اذا كان $h = \frac{g}{f}$ فان $h' = \frac{1}{f^2}$.

السؤال الثامن و العشرون:

1- جد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} 3^x \times 3^y = 9 \\ 3^x + 3^y = 4\sqrt{3} \end{cases}$$

2- جد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} x\,y = -2 \\ e^{4x}e^y = \frac{1}{e^2} \end{cases}$$

السؤال التاسع و العشرون:

ليكن التابع المعرّف على R وفق: $f(x) = e^x$

احسب $f(\ln 2)$ ، $f'(\ln 2)$ ، ثمّ استنتج $\lim\limits_{x \to \ln 2} \frac{e^x - 2}{x - \ln 2}$.

السؤال الثلاثون : ليكن التابع f المعرّف على المجال $[0,+\infty[$ وفق :

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{e^{x}-\ln x} & ; \ x>0\\ 0 & ; \ x=0\end{cases}$$

1- تحقق أنّ مستمر عند الصفر .

2- ادرس قابلية اشتقاق التابع عند $x=0$ وفسّر النتيجة هندسيا.

السؤال الواحد والثلاثون : ليكن التابع f المعرّف على R وفق :

$$f(x)=x+\frac{2}{e^{x}+1}$$

1- أثبت أنّ النقطة $A(0,1)$ مركز تناظر للخط C للتابع f .

2- أثبت أنّ $\Delta : y=x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3- ادرس الوضع النسبي بين الخط C_f والمقارب Δ .

السؤال الثاني والثلاثون : ليكن التابع f المعرّف على R وفق :

$\boldsymbol{f(x)=\ln(5+e^{x})}$ والمطلوب :

1- جد نهاية التابع f عند $-\infty$ ، واكتب معادلة مقاربه الافقي .

2- جد نهاية التابع f عند $+\infty$ و عيّن معادلة المقارب المائل للخط C في جوار $+\infty$.

السؤال الثالث والثلاثون : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على R وفق : $f(x)=\frac{1}{1+e^{x}}$

1- جد نهاية التابع f عند $+\infty$ و $-\infty$.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولا بها ، وارسم الخط C .

3- استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع $g(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$.

السؤال الرابع والثلاثون : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على R وفق : $f(x)=\exp\left(\frac{x}{x^{2}+1}\right)$

1- جد نهاية التابع f عند $+\infty$ و $-\infty$.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولا بها وأشر إلى القيمتان الحديتان ونوعهما .

3- اكتب معادلة المماس T للخط C في النقطة التي فاصلتها $x=0$.

السؤال الخامس والثلاثون : اذا كان لدينا :

$$I=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{1+2\sin x}\,dx \quad \text{و} \quad J=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{1+2\sin x}\,dx$$

احسب J ثمّ احسب $I+J$ واستنتج I .

السؤال السادس والثلاثون : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على R وفق : $\boldsymbol{f(x)=e^{x}-x}$

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه .

2- بيّن أنّ المستقيم d الذي معادلته $y=-x$ مقارب للخط C في جوار $-\infty$.

3- ادرس الوضع النسبي بين الخط C والمقارب d.

4- ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها وأشر إلى القيمة الحدية الصغرى محليا.

5- اكتب معادلة المماس T للخط C في النقطة التي فاصلتها $x=0$.

6- ارسم المقارب d والمماس T ثمّ ارسم الخط C_f .

7- احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C_f ومحور الفواصل و المستقيم الذي معادلته $x=1$.

8- استنتج C_1 الخط البياني للتابع $g(x)$ المعرّف على R وفق : $g(x)=-e^{x}+x$.

السؤال السابع والثلاثون : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على R وفق : $f(x)=\frac{1}{2}(e^{x}-e^{-x})$

1- أثبت أنّ التابع f فردي .

2- ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة المماس T للخط C في النقطة التي فاصلتها $x=0$.

4- بيّن أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α في R .

5- أثبت أنّ المعادلة $f(x)=m$ تكافئ المعادلة $e^{2x}-2me^{x}-1=0$.

6- استنتج أنّ : $\alpha=\ln\left(m+\sqrt{m^{2}+1}\right)$ هو حل المعادلة $f(x)=m$.

7- ارسم المماس T ثمّ ارسم الخط C_f .

8- استنتج C_1 الخط البياني للتابع $g(x)$ وفق : $g(x)=\frac{1}{2}(e^{x}-e^{-x})-4$.

9- احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحور الفواصل و المستقيم الذي معادلته $x=\ln 2$.

السؤال الثامن والثلاثون : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على R وفق : $f(x)=(x+1)e^{-x}$ والمطلوب :

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- ادرس تغيرات ونظّم جدولا بها.

3- ارسم الخط البياني C .

4- احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C_f ومحور الفواصل و المستقيمين $x=0$ ، $x=1$.

السؤال التاسع والثلاثون : ليكن التابع f المعرّف على $R\setminus\{-1,+1\}$ وفق : $f(x)=\frac{2x}{x^{2}-1}$ والمطلوب :

1- أوجد عددين حقيقين a,b يحققان : $f(x)=\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+1}$ على $R\setminus\{-1,+1\}$.

2- احسب $I=\int_{2}^{3}f(x)\,dx$.

السؤال الأربعون : أجب عن الأسئلة الاتية :

1- احسب قيمة التكامل المحدد الآتي :

$M = \int_0^2 \frac{x+1}{x^2+5x+6}\,dx$.

2- احسب العدد $I = \int_1^e (x-1)\ln x\,dx$.

3- احسب التكامل : $\int_0^1 \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}\,dx$.

4- احسب التكامل : $N = \int_0^3 |x^2-2x|\,dx$

5- أثبت أنّ التابع $F(x) = 2\sqrt{e^x}$ هو تابع أصلي للتابع $f(x) = \sqrt{e^x}$ على R .

6- أثبت أنّ التابع $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x}$ المعرّف على $R\setminus\{0\}$ يكتب بالشكل : $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x}$

ثمّ احسب $\int_1^2 f(x)\,dx$.

7- عيّن التابع الأصلي الذي ينعدم عند $x = 2$ للتابع $f(x) = x^2 + x + 3$ المعرّف على R .

السؤال الواحد و الأربعون:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على R وفق : $\boldsymbol{f(x)} = x^3e^x$ والمطلوب :

1- جد تابعا أصليا F للتابع f معرف على R بالصيغة $F(x) = P(x)e^x$ حيث $P(x)$ كثير حدود .

2- ادرس تغيرات ونظّم جدولا بها.

3- ارسم الخط البياني C .

4- احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C_f ومحور الفواصل و المستقيم $x = 1$.

السؤال الثاني و الأربعون:

ليكن التابع f المعرّف على R وفق : $f(x) = x\,e^{-x}$

والمطلوب :

1- احسب

$$I = \int_0^{\ln 3} f(x)\,dx$$

2- أثبت أنّ التابع $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية : $y' + y = e^{-x}$.

انتهت جلسة مراجعة وحدات التابع اللوغاريتمي والأسي والتكامل

جلسة مراجعة وحدتي المتتاليات ونهاية متتالية

السؤال الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرّفة وفق :

$$u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots\dots + \frac{1}{n}$$

أثبت أنّ المتتالية متزايدة تماما.

السؤال الثاني : a و b و c ثلاثة حدود متوالية من متتالية هندسية

احسبها علماً أنّ: $a+b+c=14$ و $a.b.c=64$

السؤال الثالث : (u_n) متتالية حسابية فيها : $u_5=7$ ، $u_{12}=21$

1- احسب r ، u_0 ، u_{10} .

2- اكتب عبارة u_n بدلالة n .

3- احسب المجموع : $S=u_2+u_3+\dots\dots+u_8$.

السؤال الرابع : أثبتْ أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرّفة وفق :

$u_n=\frac{2^n}{3^{n+1}}$ هندسية و جِد أساسها.

السؤال الخامس : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرّفة وفق :

$$u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$$

1- أثبت أنّ : $u_n=\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$.

2- أوجد نهاية المتتالية $(u_n)_{\geq0}$.

3- ادرس تقارب المتتالية $v_n=\frac{10^n+1}{10^n-1}$.

السؤال السادس : لتكن المتتاليتان $(S_n)_{n\geq1}$ و $(t_n)_{n\geq1}$ حيث :

$S_n=\frac{n}{n+1}$ و $t_n=\frac{n+1}{n}$ والمطلوب :

1- أثبت أنّ المتتاليا $(S_n)_{n\geq1}$ متزايدة تماما .

2- أثبت أنّ المتتاليا $(t_n)_{n\geq1}$ متناقصة تماما .

3- استنتج أنّ المتتاليتان $(S_n)_{n\geq1}$ و $(t_n)_{n\geq1}$ متجاورتان وجد نهايتيهما المشتركة.

السؤال السابع : احسب المجموع :

$$S=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+1+\frac{4}{3}+\dots\dots\dots\dots\dots+10$$

السؤال الثامن :

- أثبت أنّه مهما كان العدد الطبيعي n كان 4^n+5 مضاعفاً للعدد 3 .
- ليكن $x>-1$ في حالة أي عدد طبيعي n نرمز بـ $E(n)$ إلى المتراجحة $(1+x)^n\geq1+nx$ أثبت أنّ المتراجحة $E(n)$ محققة أياً كان العدد الطبيعي n .
- أثبت بالتدريج صحة الخاصتين الآتيتين (كل وحدة تمرين لوحده)

1) $1+2\times2!+3\times3!+\dots+n\times n!=(n+1)!-1$

2) $n!\geq2^{n-1}$

السؤال التاسع :

- لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرّفة وفق : $u_n=\frac{n^2+n+1}{n^2-n+1}$ أوجد $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ وأثبتْ أنّ العدد 1 عنصر قاصر على $(u_n)_{n\geq0}$.
- أثبت أنّ المتتالية : $u_n=\frac{6}{n^2+2n+4}$ محدودة من الأعلى بالعدد 2

السؤال العاشر:

- لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرّفة وفق :

$$u_n=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{8}-\dots\dots\dots-\frac{1}{2^n}$$

أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متقاربة وما القيمة التي تتقارب إليها.

- هل المتتالية : $u_n=\frac{n+(-1)^n}{3n+1}$ متقاربة .علل اجابتك.

السؤال الحادي عشر: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ معرّفة وفق:

$$u_n=\frac{cos(2n)}{\sqrt{n}}$$

1- تحقق أنّ : $-\frac{1}{\sqrt{n}}<u_n<\frac{1}{\sqrt{n}}$ وذلك أياً كان $n\geq1$

2- استنتج نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$.

السؤال الثاني عشر: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرّفة وفق :

$$\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2 \end{cases}$$

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ المعرّفة وفق : $v_n=u_n+3$

1- أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية ، وأوجد أساسها.

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثمّ عبارة u_n بدلالة n .

3- ليكن في حالة عدد طبيعي n :

$S=v_0+v_1+\dots\dots\dots+v_n$ عبّر عن S_n بدلالة n.

4- جد نهاية المتتالية S_n .

السؤال الثالث عشر : $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرّفة وفق :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{2+u_n} \end{cases}$$ عند كل $n > 0$

1- أثبت أنّ $0 \leq u_n \leq 2$ أياً كان العدد الطبيعي n .
2- أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً .
3- استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واحسب نهايتها.

السؤال الرابع عشر: لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرّفة وفق :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n+2} \end{cases}$$ عند كل $n > 0$

1- أثبت أنّ التابع $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ متزايد على المجال $[0\,,+\infty[$.
2- أثبت أنّ $0 \leq u_n \leq 1$ أياً كان العدد الطبيعي n .
3- أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة .
4- استنتج أنّ المتتالية متقاربة ، واحسب نهايتها.

السؤال الخامس عشر: $(v_n)_{n\geq 0}$ معرّفة تدريجياً وفق :

$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{v_n}{1+v_n} \end{cases}$$ والمطلوب :

1- تحقق أنّ $v_n > 0$ أياً كان العدد الطبيعي n .
2- أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة : $u_n = \frac{1}{v_n}$ متتالية حسابية .
3- استنتج عبارة v_n بدلالة n .
4- احسب نهاية كل من المتتاليتين $(v_n)_{n\geq 0}$ و $(u_n)_{n\geq 0}$.

السؤال السادس عشر: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{-1+2u_n}{u_n} \end{cases}$$

والمتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة : $v_n = \frac{1}{u_{n-1}}$

1- أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية .
2- عبّر عن v_n ثمّ u_n بدلالة n .

السؤال السابع عشر: نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق :

$u_0 = 1$ ، $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{1}{2}$

أيا كان $n \in N$ والمطلوب :

1- احسب u_1 ، u_2 ، u_3 .
2- أثبت بالتدريج أنّ : $U_n < 2$ أيا كان $n \in N$.
3- بالاستفادة من اشارة $u_{n+1} - u_n$ أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماما .
4- استنتج أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة ، واحسب نهايتها .

السؤال الثامن عشر: ليكن عدد حقيقي من المجال ثمّ نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وفق: $u_0 = 2\cos\theta$ و $u_{n+1} = \sqrt{2+u_n}$

في حالة $n \in N$.
1- احسب u_1 و u_2 .
2- أثبت بالتدريج أنّ : $u_n = 2\cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right)$. مساعدة: θ
$1+\cos 2\theta = \cos^2$

السؤال التاسع عشر: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{5}{4} \\ u_{n+1} = 4\,u_n + 3 \end{cases}$$

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق : $v_n = \sqrt{u_n + 1}$

1- أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية ، وأوجد أساسها.
2- اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثمّ عبارة u_n بدلالة n .
3- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
4- ليكن في حالة عدد طبيعي n :
$$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots\dots\dots\dots + v_n$$
a- احسب S_n . b - احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.
5- ليكن في حالة عدد طبيعي n :
$$S_n = v_2 + v_4 + v_6 + \dots\dots\dots\dots + v_{2n}$$
أثبت أنّ : $S_n = -2(1-4^n)$.

السؤال العشرون : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق :

$u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = -\frac{1}{3}u_n^2 + 2u_n$

وذلك من أجل أي عدد طبيعي n والمطلوب :
1- اذا رمزنا f للتابع المعرّف على R وفق:
$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$$
ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها.
2- أثبت أنّ العدد 3 عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ و أنّ العدد 0 عنصراً قاصراً عليها .
3- أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايـــدة.
4- استـنـتـج أنّ المـتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متـقـاربة ، واحســـب نهايتها.

السؤال الواحد والعشرون : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق : $u_0 = e^3$ ، $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ معرفة بالشكل $v_n = ln(u_n) - 2$ أيا كان $n \in N$ والمطلوب :

1- أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية وأوجد أساسها واحسب v_0.
2- اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .
3- أثبت أنّ : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = e^2$.
4- ليكن C الخط البياني للتابع $f(x) = e\sqrt{x}$ المعرف على المجال $[0, +\infty[$
ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند الصفر.

السؤال الثاني والعشرون :

(u_n) متتالية معرّفة وفق :

$\boldsymbol{u_0 = 1}$ و $\boldsymbol{u_{n+1} = \frac{9}{6-u_n}}$ عند كل $n \geq 0$

1- أثبت أنّ التابع $f(x) = \frac{9}{6-x}$ متزايد تماماً على المجال $]-\infty , 6[$.

2- أثبت بالتدريج أنّ : $\boldsymbol{u_n < 3}$ أياً كان العدد الطبيعي n .

3- أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق : $\boldsymbol{v_n = \frac{1}{u_n - 3}}$ حسابية وعيّن أساسها وعيّن حدها الأول .

السؤال الثالث والعشرون :

لتكن المتتالية $(x_n)_{n\geq 1}$ المعرّفة وفق :

$$X_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$$

ولتكن المتتالية $(y_n)_{n\geq 1}$ المعرّفة وفق : $y_n = x_n + \frac{1}{4n}$

أثبت أنّ المتتاليتين متجاورتين واحسب نهايتيهما المشتركة .

السؤال الرابع والعشرون :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق :

$$\begin{cases} u_0 = s \\ u_{n+1} = a\,u_n + b \end{cases}$$

وبفرض أنّ $a \neq 1$

والعدد l هو الحل الوحيد للمعادلة $x = ax + b$

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق : $v_n = u_n - l$

1- أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية.

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n و a و b و s .

3- أثبت أنّه في حالة $-1 < a < +1$ تكون المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة .

4- احسب نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$.

السؤال الخامس والعشرون :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق :

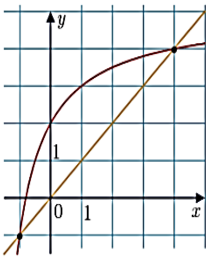
$$\begin{cases} u_0 = 1 \quad \text{و} \quad u_1 = 4 \\ u_{n+1} = 5u_n - 6u_{n-1} \end{cases}$$

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق : $v_n = u_{n+1} - 2u_n$

1- أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية وأساسها (3) .

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n .

السؤال السادس والعشرون : هام جدا



نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ كما يأتي $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n + 4}{u_n + 2}$

❶ باستعمال الرسم , مثل على محور الفواصل ودون حساب الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 .

❷ ضع تخميناً حول اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وتقاربها.

❸ نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $v_n = \frac{u_n - 4}{u_n + 1}$.

1. بيّن أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية، وعيّن أساسها وحدها الأول.

2. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n، وعين نهاية المتتالية u_n .

أنهت جلسة مراجعة

وحدتي المتتاليات ونهاية متتالية

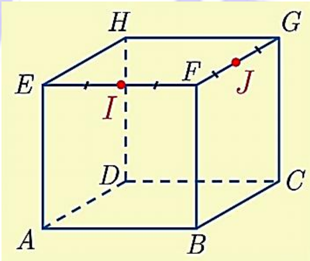
جلسة مراجعة وحدات الاشعة

السؤال الأول:

$ABCDEFGH$ مكعب فيه J منتصف $[FG]$ و I منتصف $[EF]$

أولاً: عيّن موضع النقطة M في كل من الحالات الآتية:

1) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DH}$
2) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$
3) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BF}$
4) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FJ}$
5) $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DH} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{GJ}$



ثانيا: أثبت صحة العلاقة الشعاعية في كل من الحالات الآتية:

1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CB}$
2) $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{BE} = \vec{0}$

السؤال الثاني:

أيمكن تعيين a و b لتقع النقاط $A(2,3,0)$ ، $B(3,2,1)$ ، $M(a,b,2)$ على استقامة واحدة .

السؤال الثالث:

في معلم متجانس $(0;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لتكن النقاط :

$A(1,0,0)$, $B(4, 3, -3)$ $C(-1,1,2)$, $D(0, 0, 1)$ والمطلوب :

1- أثبت أنّ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.
2- أثبت أنّ الأشعة $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً.
3- استنتج هل النقاط A و B و C و D تقع في مستوٍ واحد أم لا .
4- استنتج أنّ النقطة D هي مركز الابعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) ، (B,β) ، (C,γ)

حيث α ، β ، γ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقاط $A(3,-4,2)$ ، $B(-3,-1,-1)$ ، $C(0,2,2)$ ، $D(-4,1,-1)$ والمطلوب:

1- أثبت أنّ النقاط A و B و C تشكل مستويا P .
2- أوجد عددين حقيقين x و y يحققان: $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ واستنتج أنّ النقاط الأربعة واقعة في مستو واحد.
3- استنتج أنّ النقطة D هي مركز الابعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) ، (B,β) ، (C,γ)

حيث α ، β ، γ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

السؤال الخامس:

إذا كانت E مركز أبعاد متناسبة للنقطتين (A,α) و (B,β) ، عيّن α و β في العلاقة : $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{7}\overrightarrow{AB}$.

السؤال السادس:

جد على محور الفواصل نقطة N متساوية البعد عن النقطتين $A(2,-1,3)$ ، $B(0,5,-1)$.

السؤال السابع:

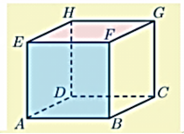
اكتب معادلة الكرة التي مركزها النقطة $\Omega\ (4,1,-2)$ و تمر بالنقطة $A(2,1,0)$.

السؤال الثامن:

$ABCDEFGH$ مكعب. أثبت أنَّ النقطة K المعرفة بالعلاقة

$$2\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AG}$$

تقع في المستوي (BCG). ارسم النقطة K.



السؤال التاسع:

ليكن $ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول حرفه 4 فيه I منتصف $[CD]$.

1- عيّن موضع النقطة M المحققة للعلاقة :
$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BI}$$
2- احسب العدد $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$.

السؤال العاشر:

- في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ عيّن طبيعة مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ الممثلة بالمعادلة :
$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 5 = 0$$
- في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ عيّن طبيعة مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ الممثلة بالمعادلة :
$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 2 = 0$$

السؤال الحادي عشر:

لتكن النقاط $A(1,-1,2)$ ، $B(2,1,0)$ ، $C(2,3,-1)$ ، $D(0,0,2)$

1- جد احداثيات النقطة G مركز الابعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$، $(B,2)$، $(c,2)$، $(D,1)$.
2- عيّن s مجموعة النقط M التي تحقق :
$$\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = 6$$
3- جد معادلة المجموعة s .

السؤال الثاني عشر:

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ اكتب معادلة أسطوانة محورها $(0,\vec{k})$ ونصف قطرها 3. ثمّ بيّن فيما إذا كانت النقطة $D(\sqrt{3},\sqrt{6},4)$ تقع على الأسطوانة أو لا .

السؤال الثالث عشر: مسألة شاملة

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقاط:

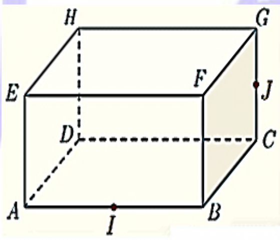
$D(-3,3,-1)$ ، $C(2,1,1)$ ، $B(-1,0,2)$ ، $A(\frac{-1}{2},3,1)$

والمطلوب:

1- عيّن احداثيات النقطة M المعرّفة وفق : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}$
2- جد احداثيات النقطة k بحيث يكون الرباعي $ABCk$ متوازي أضلاع وعين مركز متوازي الاضلاع $ABCk$.
3- عيّن احداثيات النقطة N نظيرة النقطة A بالنسبة للنقطة D .
4- احسب احداثيات النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.
5- جد احداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث BCD .
6- اكتب معادلة الكرة s التي مركزها النقطة B ونصف قطرها $R=\frac{1}{2}$.
7- جد $\overrightarrow{BC}$ ، $\overrightarrow{BD}$.
8- أثبت أنّ النقاط B,C,D لا تقع على استقامة واحدة .
9- اكتب معادلة المستوي (BCD).
10- اكتب معادلة المستوي P المار بالنقطة $F(1,-1,1)$ والموازي للمستوي (BCD) .
11- احسب $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BD}$ واستنتج طبيعة المثلث BCD .
12- احسب مساحة المثلث BCD .
13- تحقق أنّ النقطة A تقع خارج المستوي (BCD) واحسب بعدها عن المستوي (BCD).
14- احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.
15- بيّن أنّ النقطة $E(2,2,2)$ تنتمي إلى المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.
16- اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.
17- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم Δ المار من النقطة A والعمودي على المستوي (BCD) .
18- جد احداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على المستوي(BCD)
19- أثبت أنّ النقاط B,C,D تقع على كرة واحدة مركزها A ، واكتب معادلة تلك الكرة .

السؤال الرابع عشر:

ليكن $ABCDEFGH$ متوازي المستطيلات فيه $BC=GC=1$, $AB=2$
والنقطة I منتصف $[AB]$
و النقطة J منتصف $[CG]$
نتأمل في المعلم المتجانس
$(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$



1- احسب المسافتين DJ , IJ .
2- أثبت أنّ المستقيمين (DI) , (IJ) متعامدان
3- احسب $\cos\widehat{IJD}$.
4- اكتب معادلة المستوي (DIJ) .
5- احسب بعد النقطة H عن المستوي (DIJ) .
6- احسب حجم رباعي الوجوه $HDIJ$.
7- أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم d المار بالنقطة J والعمودي على المستوي P الذي معادلته $x+y-1=0$.
8- اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

السؤال الخامس عشر: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$

النقاط $A(1,2,0)$ ، $B(1,1,2)$ ، $C(3,4,1)$ ، $D(-8,1,2)$
والمطلوب:

1- أثبت أنّ النقاط A و B و C تعيّن مستويا P اكتب معادلته .
2- اكتب المعادلات الوسيطية للمستقيم Δ المار من D والعمودي على P .
3- أوجد احداثيات النقطة D' المسقط القائم لـ D على المستوي P .
4- استنتج طبيعة المثلث ABC ، ثمّ احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.
5- احسب نصف قطر الدائرة الناتجة عن تقاطع الكرة التي مركزها D وتمر من A مع المستوي P .

السؤال السادس عشر: ليكن في المعلم المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$

المستويات P و Q و R الممثلة بالمعادلات :

$$P:\ x+3y-3z=4$$
$$Q:\ x+2y-z=4$$
$$R:\ 2x+3y-2z=5$$

ادرس الوضع النسبي للمستويات P و Q و R .

السؤال السابع عشر: تأمّل في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقاط

$A(1,0,0)$ ، $B(4,3,-3)$ ، $C(-1,1,2)$ ، $D(0,0,1)$

1- أثبت أنّ $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا.
2- أثبت أنّ الأشعة $\overrightarrow{AD}$ ، $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطيا.
3- ماذا تستنتج حول النقاط A و B و C و D .

السؤال الثامن عشر: في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقاط

$A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$

1- جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ وبيّن أنّ المستقيمان (AB) و(AC)متعامدان.
2- أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) .
3- اكتب معادلة المستوي (ABC) .

السؤال التاسع عشر: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$

المستقيم d والمستوي P المعرّفان وفق :

$$(d)\quad\begin{cases}x=t\\ y=2t+1\\ z=t\end{cases}\quad : t\in R$$

$$P:\quad x-2y+z-2=0$$

أثبت أنّ المستقيم d يقطع المستوي P في نقطة B يُطلب تعيين احداثياتها.

السؤال العشرون: اعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) إذا علمت أنّ : $A(3,2,1)$ ، $B(0,1,0)$

ثم تمثيلا وسيطيا لنصف المستقيم $[AB)$.

السؤال الواحد والعشرون :.

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط $A(-1,3,0)$ ، $B(1,-2,3)$ ، $C(0,a,b)$ ، $D(4,4,4)$

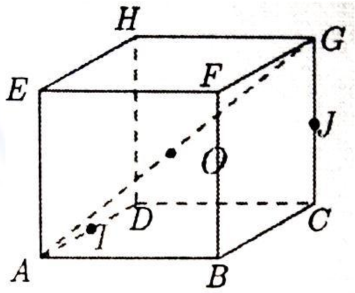
1- عيّن قيمة العددين الحقيقين a,b حتى تكون النقاط A,B,C واقعة على استقامة واحدة .

2- جد احداثيات النقطة F التي تجعل الرباعي $ABDF$ متوازي اضلاع.

3- اكتب معادلة الكرة التي قطرها $[AB]$.

السؤال الثاني والعشرون :

$ABCDEFGH$ مكعب فيه I منتصف $[AD]$ و J منتصف $[CG]$



1- عيّن موضع النقطة M المحققة للعلاقة
$\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JG} + \overrightarrow{CA}$

2- أثبت صحة العلاقة :
$\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{BA} = 2\,\overrightarrow{GO}$
حيث O منتصف $[GA]$.

3- أثبت أنّ : $\overrightarrow{CG} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$.

السؤال الثالث والعشرون : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط

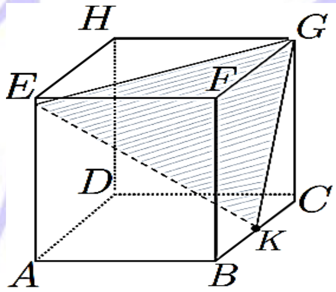
$A(1,-1,-2)$ ، $B(1,-2,-3)$ ، $C(2,0,0)$

1- أثبت أنّ النقاط A و B و C تعيّن مستويا (ABC) معادلته الديكارتية هي : $x+y-z-2=0$.

2- ليكن المستويان P و Q معادلتيهما :
$P:\ x-2y+z-2=0$
$Q:\ 3x+2y-z+10=0$
ادرس تقاطع المستويات (ABC) و P و Q .

السؤال الرابع والعشرون :

$ABCDEFGH$ مكعّب طول حرفه يساوي 1 .
والنقطة K هي منتصف $[BC]$
باختيار المعلم المتجانس
$(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$



1- جد احداثيات النقاط E و F و G و K .

2- أثبت أنّ $\vec{n}(2,-2,1)$ ناظم على المستوي (EGK) .

3- أثبت أنّ معادلة المستوي (EGK) هي : $2x-2y+z-1=0$

4- أثبت أنّ بعد النقطة F عن المستوي (EGK) تساوي $\frac{2}{3}$ ، ثمّ تحقق أنّ المسقط القائم للنقطة F على المستوي (EGK) هي النقطة $L\left(\frac{5}{9},\frac{4}{9},\frac{7}{9}\right)$.

5- احسب مساحة المثلث EFG واستنتج حجم رباعي الوجوه $KEFG$ ثمّ استنتج مساحة المثلث EGK

السؤال الخامس والعشرون :

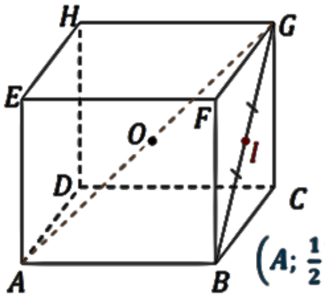
لتكن النقطتان $A(2,1,0)$ و $B(-1,4,2)$

1- أوجد نقطة متساوية البعد عن A و B .

2- أوجد العدد الحقيقي λ الذي يجعل النقطة $C(1,1,\lambda)$ متساوية البعد عن A و B .

3- أثبت أنّ « $M(x,y,z)$ نقطة من المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ » إذا وفقط إذا تحقق الشرط «$3x-3y-2z+8=0$» .

السؤال السادس والعشرون :



$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه 2، I منتصف $[BG]$

O تحقق العلاقة: $2\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AG}$

نختار معلما: $\left(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$

1. **جد إحداثيات رؤوس المكعب وجد إحداثيات النقاط O, I.**
2. **اكتب معادلة المستوي (OBG).**
3. **اكتب Q معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BG]$**
4. **اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (OI)**
5. **أثبت أن (OI) هو الفصل المشترك للمستويين $Q, (OBG)$**
6. **احسب $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OG}$ واستنتج $\cos(\widehat{GOB})$**

السؤال السابع والعشرون :

دورة 2018 الأولى

السؤال الثاني : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ و المستوي $P: x+2y+z-1=0$
احسب بعد النقطة A عن المستوي P ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A و تمس المستوي P .

المسألة الثانية : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$

1) أثبت أنّ النقاط A,B,C ليست على استقامة واحدة .

2) أثبت أنّ معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة : $x+3y-3z-4=0$.

3) ليكن المستويان P و Q معادلتاهما : $Q: 2x+3y-2z-5=0$, $P: x+2y-z-4=0$
أثبت أنّ المستويين يتقاطعان في الفصل المشترك d الذي تمثيله الوسيطي : $t\in\mathbb{R}$; $d:\begin{cases} x=t-2 \\ y=3 \\ z=t \end{cases}$

4) ما هي نقطة تقاطع المستويات P و Q و (ABC) ؟

5) احسب بعد A عن المستقيم d .

انتهت جلسة مراجعة وحدات الاشعة

المدرس محمد الجمعة

جلسة مراجعة وحدات العقدية و تطبيقاتها

السؤال الأول:

ليكن العددان العقديان : $Z_1 = 4 - 2i$ ، $Z_2 = 1+2i$

والمطلوب :

أوجد Z_1+Z_2 ، $Z_2 - Z_1$ ، $2Z_1-3Z_2$.

السؤال الثاني: أولاً: حل في C المعادلات الآتية:

$z^2 - 2z + 2 = 0$
حل في C جملة المعادلتين بالمجهولين z , z' : $\begin{cases} 3z - z' = 2 - 5i \\ z - z' = -2 + i \end{cases}$
$iz + \bar{z} - 2(z + \bar{z}) = 2 - i$
جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي : $w = 8 - 6i$
$z^2 - 2(1+i)z - 4 + 2i = 0$
جد العددين العقديين w , z المحققان لجملة المعادلتين : $\begin{cases} 2z - w = -3 \\ 2\bar{z} + \bar{w} = -3 + 2\sqrt{3}i \end{cases}$
$z^3 = 1$

ثانيا: أثبت صحة المساواة التالية : $\frac{(1+i)^2}{1+i} - \frac{(1+i)^2}{1-i} = +2$

ثالثا : اكتب بالشكل الجبري العدد العقدي : $z = \left(\frac{4-6i}{2-3i}\right)\left(\frac{1+3i}{3+2i}\right)$

السؤال الثالث : ليكن العدد العقدي $W = \frac{-\sqrt{2}}{1+i}\, e^{i\frac{\pi}{3}}$ والمطلوب :

1- بيّن أنّ $|w| = 1$ ، ثمّ اكتب W بالشكل الأسي .

2- أثبت أنّ المقدار $\frac{z-\bar{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي .

3- ليكن z عددا عقديا ما وليكن w عددا عقديا طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد ، أثبت أنّ $\frac{w\bar{z}-z}{iw-i}$ تخيلي بحت .

السؤال الرابع : اكتب العدد العقدي :

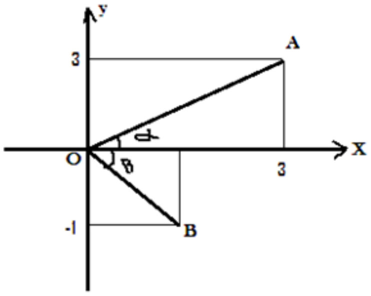
$z = (1-\sqrt{2})\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ بالشكل الأسي .

السؤال الخامس : ليكن : $z = i + i^2 + i^3 + i^5$

1- اكتب بالشكل الجبري ثمّ بالشكل الأسي .

2- أثبت أنّ : $z = \frac{i+i^2+i^3+i^5}{1+i}$ تخيلي بحت.

السؤال السادس : ليكن العددان العقديان Z_A ، Z_B كما في الشكل :



1- اكتب العددان Z_A ، Z_B بالشكل الجبري .

2- اكتب $\frac{Z_A}{Z_B}$ بالشكل الجبري والأسي .

3- استنتج قيمة $\alpha - \beta$.

السؤال السابع :

1- عيّن مجموعة النقاط التي يحقق العدد العقدي الذي يمثل الشرط : $\arg z = \pi$

2- عيّن مجموعة النقاط التي يحقق العدد العقدي الذي يمثل الشرط : $\mathrm{Re}(z) = -2$

السؤال الثامن : هـــــام جدا

- ليكن العددان العقديان : $z_1 = 1 + \sqrt{3}\,i$ ، $z_2 = 1 - i$ اكتب z_1 ، z_2 ، $\frac{z_2}{z_1}$ بالشكل الأسي .
- اكتب العدد العقدي $z = \frac{-\sqrt{3}+i}{1-i}$ بالشكل الأسي ثمّ استنتج z^{12} واكتبه بالشكل الجبري .

السؤال التاسع : ليكن لدينا في المستوي العقدي $(0:\vec{u},\vec{v})$ النقطتان A , B الممثلتان بالعددين العقديين:

$Z_A = (\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i$ ، $Z_B = \bar{z}_A$

بيّن أنّ $\frac{Z_A}{Z_B} = e^{\frac{\pi}{6}i}$ واستنتج زاوية العدد العقدي Z_A .

السؤال العاشر: أوجد عددين عقديين p و q كي تقبل المعادلة $z^2 + pz + q = 0$ العددين $1+2i$ ، $3-5i$ جذرين لها .

السؤال الحادي عشر : ليكن لدينا في المستوي العقدي $(0:\vec{u},\vec{v})$

النقاط A و B و C و D التي تمثلها الأعداد العقدية الاتية بالترتيب:

$a = 2 - 2i$ ، $b = -1 + 7i$ ، $C = 4 + 2i$ ، $d = -4 - 2i$

ولتكن Ω نقطة يمثلها العدد العقدي $w = -1 + 2i$ أثبت وقوع النقاط A و B و C و D على دائرة واحدة مركزها Ω ونصف قطرها يساوي 5 .

السؤال الثاني عشر:

1- ليكن العدد العقدي : $z = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} + \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}i$

أثبت أنّ : $z^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ ثمّ اكتب z^2 بالشكل المثلثي .

2- اكتب بالشكل الجبري كل من الاعداد العقدية الاتية:

$z_1 = -7 - 2i + 6 - 4i^2$ ، $z_2 = \frac{3+2i}{1+i-6-5i}$

3- ليكن z ، z' عددين عقديين أثبت أنّ :

$|z+z'|^2 + |z-z'|^2 = 2|z|^2 + 2|z'|^2$

السؤال الثالث عشر:

حل في C المعادلة :

$z^3 - 2(2+i)z^2 + (5+8i)z - 10i = 0$ اذا علمت أنها تقبل حلا تخيليا بحتا.

1- لتكن A , B , C نقاط المستوي التي تمثل حلول المعادلة السابقة أثبت أنّ النقاط O و A و B و C رؤوس متوازي أضلاع.

السؤال الرابع عشر:

ليكن العدد العقدي $z = x + iy$ والعدد العقدي $w = \frac{z-3i}{z+3i}$ حيث $z \neq -3i$ أثبت أنّ مجموعة النقاط $M(z)$ التي يكون عندها w تخيليا بحتا هي دائرة محذوف منها نقطة .

السؤال الخامس عشر: حل التمارين الآتية:

التمرين الأول :

لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلان الأعداد العقدية الآتية $Z_A = -1+i$ ، $Z_B = -3i$

وليكن $P(Z) = Z^2 + (1+2i)Z + 3 + 3i$ والمطلوب :

1- مثّل العددان العقديان Z_A ، Z_B هندسيا في المستوي العقدي المزوّد بالمعلم المتجانس $(0; \vec{u}, \vec{v})$.

2- أثبت أنّ Z_A حلا للمعادلة $P(Z) = 0$ واستنتج الحل الآخر للمعادلة .

3- اكتب Z_A بالشكل الأسي .

التمرين الثاني :

لتكن الأعداد العقديّة الممثلة بالنقاط الآتية :

$z_A = 3$ ، $z_B = 1+2i$ ، $z_Q = -1+2i$

1- مثّل الأعداد العقدية z_A ، z_B ، z_Q في المستوي العقدي $(0; \vec{u}, \vec{v})$.

2- جد z_N صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3- جد z_R ليكون الرباعي $OQNR$ متوازي أضلاع .

4- أثبت تعامد المستقيمين OR , AB ، وأثبت $OR = \frac{1}{2} AB$.

التمرين الثالث :

نتأمل النقاط A , B , C , D الممثلة للأعداد العقديّة:

$a = 1$ ، $b = 2 + \sqrt{3}i$ ، $C = 2 - i\sqrt{3}$ ، $d = 3$ بالترتيب و المطلوب :

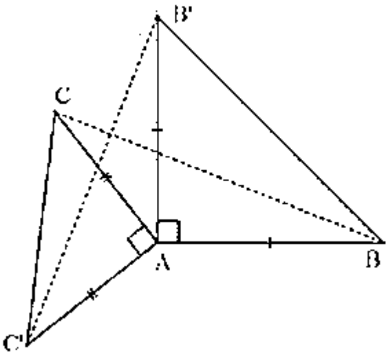
1- ارسم النقاط A , B , C , D

2- احسب AB ، BC ، AC واستنتج طبيعة المثلث ABC .

3- احسب $\arg \frac{a-c}{d-c}$ واستنتج طبيعة المثلث DAC .

التمرين الرابع :

في الشكل المجاور المثلثان ABB' ، ACC' قائمان في A ومتساويا الساقين تأمّل المستوي العقدي المباشر $(A; \vec{u}, \vec{v})$ والمطلوب :



1- اكتب $z_{B'}$ بدلالة z_B و $z_{C'}$ بدلالة z_C .

2- احسب $\frac{z_{B'} - z_{C'}}{z_B - z_C}$.

3- استنتج أنّ $(B'C') \perp (BC)$ وأنّ : $B'C' = BC$.

التمرين الخامس :

نتأمل النقطتان A و B اللتين يمثلهما العددان $a = 2$ و $b = 2e^{\frac{3\pi}{4}i}$. وليكن I منتصف $[AB]$.

1- اكتب العدد b بالشكل الجبري .

2- ارسم شكلا مناسبا ، وبيّن طبيعة المثلث OAB .

3- استنتج قياسا للزاوية $(\vec{u}, \overrightarrow{OI})$.

4- احسب العدد العقدي z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية

5- استنتج كلا من $\cos\frac{3\pi}{8}$ و $\sin\frac{3\pi}{8}$.

التمرين السادس:

نتأمل في المستوي العقدي $(\mathbf{0}; \vec{u}, \vec{v})$ النقاط : A , B , C , D الممثلة للأعداد العقديّة : $a = -1$ ، $b = 2 + \sqrt{3}i$ ، $C = 2 - i\sqrt{3}$ ، $d = 3$ بالترتيب و المطلوب :

1- ارسم النقاط A , B , C , D في المستوي العقدي.

2- احسب AB ، BC ، AC واستنتج طبيعة المثلث ABC .

3- احسب العدد $\frac{a-c}{d-c}$ ، واستنتج طبيعة المثلث DAC .

4- جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N منتصف $[AB]$.

5- اوجد العدد العقدي e الممثل للنقطة E صورة النقطة A وفق تحاك مركزه O ونسبته 2 .

6- ماذا تمثل مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقق :

$|z-3| = |z - 2 + \sqrt{3}i|$.

التمرين السابع :

لتكن النقاط A و B و C و D التي تمثلها الأعداد العقدية : $a = 2-2i$ ، $b = -1+7i$ ، $C = 4+2i$ ، $d = -4-2i$

1- جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E منتصف $[AB]$.

2- برهن أنّ : $\frac{a-e}{d-e} = \frac{c-e}{a-e}$.

3- ماذا يمثل المستقيم EA في المثلث DEC.

التمرين الثامن :

ليكن المثلثان ABC و $A'B'C'$ معرّفان بالأعداد العقدية التي تمثل رؤوسهما

$a = 1-i$ ، $b = 2+3i$ ، $C = 2+i$

$a' = -2+3i$ ، $b' = 3-i$ ، $C' = 4+i$

1- احسب العدد العقدي الممثل للشعاع $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$.

2- جد العدد العقدي g الممثل للنقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

3- أثبت أنّ G مركز ثقل المثلث $A'B'C'$.

4- جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D التي تجعل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

5- وضّع النقاط A , B , C في شكل .

6- احسب اطوال أضلاع المثلث ABC .

7- بيّن فيما اذا كان قائما في C .

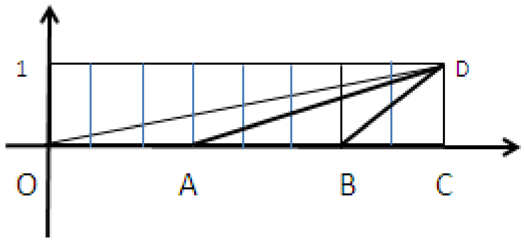
التمرين التاسع :

1- ليكن z عدد عقدي ما و u عدد عقدي طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد أثبت أنّ $\frac{z-u\bar{z}}{1-u}$ عدد حقيقي.

2- بفرض $u \neq 1$ وأنّ $\frac{z-u\bar{z}}{1-u}$ عدد حقيقي أثبت أنه إمّا أن يكون z حقيقيا أو أنّ يكون $|u| = 1$.

التمرين العاشر:

ليكن في الشكل المجاور حيث α ، β ، γ هي قياسات الزوايا الموجهة $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD})$ ، $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ ، $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD})$ على الترتيب



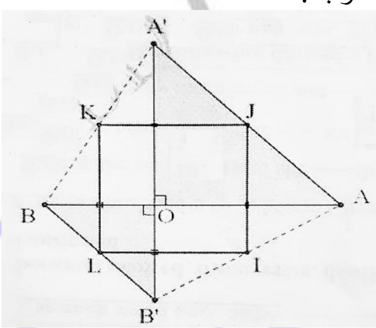
1- اكتب كلا من الاعداد العقدية $z_{\overrightarrow{OD}}$ ، $z_{\overrightarrow{AD}}$ ، $z_{\overrightarrow{BD}}$ بالشكل الجبري ثمّ بالشكل الاسي.

2- اكتب العدد $z_{\overrightarrow{OD}} \cdot z_{\overrightarrow{AD}} \cdot z_{\overrightarrow{BD}}$ بالشكل الجبري ثمّ بالشكل الاسي.

3- استنتج المجموع $\alpha + \beta + \gamma$.

التمرين الحادي عشر:

في الشكل المجاور المثلثان OAA' ، OBB' قائمان ومتساويا الساقين والنقاط I , J , K , L هي بالترتيب منتصفات BB' ، BA' ، AA' ، AB' تأمّل المستوى العقدي المباشر $(0;\vec{u},\vec{v})$ والمطلوب :



1- اكتب $z_{A'}$ بدلالة z_A و $z_{B'}$ بدلالة z_B .

2- عبّر عن الاعداد العقدية الممثلة للنقاط I , J , K , L بدلالة z_A و z_B .

3- أثبت أنّ : $\frac{z_K - z_I}{z_J - z_L} = i$

4- استنتج طبيعة الرباعي $IJKL$.

التمرين الثاني عشر : **هام جدا**

ليكن كثير الحدود : $\boldsymbol{p(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7}$

1- أثبت $P(-1) = 0$.

2- حل المعادلة $p(z) = 0$.

3- اذا كانت النقاط الثلاثة A, B, C تمثل حلول المعادلة $p(z) = 0$ اثبت انّ المثلث ABC متساوي الاضلاع.

التمرين الثالث عشر :

نتأمل النقاط A , B , C , D الممثلة للأعداد العقديّة : $a = 1$ ، $b = e^{\frac{\pi}{3}i}$

$C = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، $d = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{-\frac{\pi}{6}i}$ بالترتيب و المطلوب :

1- اكتب c بالشكل الاسي واكتب d بالشكل الجبري .

2- ارسم النقاط A , B , C , D في المستوي العقدي $(0;\vec{u},\vec{v})$.

3- أثبت أنّ الرباعي $OACB$ معيّن .

التمرين الرابع عشر :

ليكن لدينا في المستوي العقدي $(0;\vec{u},\vec{v})$ النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية الاتية بالترتيب:

$\boldsymbol{a = 2}$ ، $\boldsymbol{b = 1 + i}$ ، $\boldsymbol{c = \bar{b}}$

1- اكتب بالشكل الأسي العدد $\boldsymbol{b}$ واستنتج الشكل الأسي للعدد $\boldsymbol{c}$.

2- اكتب بالشكل الجبري ثمّ بالشكل الاسي العدد $\boldsymbol{w = \frac{AC}{AB}}$ ، واستنتج طبيعة المثلث $\boldsymbol{ABC}$.

3- وضّع النقاط $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ في المستوي العقدي $(0;\vec{u},\vec{v})$ واستنتج نوع الرباعي $\boldsymbol{ABOC}$.

4- ماذا تمثل المعادلة : $|\boldsymbol{z} - \boldsymbol{b}| = |\boldsymbol{z} - \boldsymbol{c}|$.

5- جد العدد $\boldsymbol{d}$ الممثل للنقطة $\boldsymbol{D}$ صورة النقطة $\boldsymbol{B}$ وفق تحاك مركزه $\boldsymbol{O}$ ونسبته $\boldsymbol{3}$.

أنهت جلسة

مراجعة وحدات

العقدية وتطبيقاتها

المدرس محمد الجمعة

جلسة مراجعة وحدات التحليل التوافقي والاحتمالات

السؤال الأول :

لتكن $\mathcal{E}$ مجموعة الأرقام من 0 إلى 9. ما عدد الأعداد المؤلفة من 4 خانات التي يمكنك تكوينها من أرقام المجموعة $\mathcal{E}$، والتي خانة مئاتها زوجية ؟

السؤال الثاني :

ما عدد النتائج المختلفة الممكنة لسباق يضمّ ستة أحصنة، بافتراض عدم وصول حصانين أو أكثر إلى خط النهاية في اللحظة ذاتها؟

الحل : إنّ أية نتيجة للسباق هي تبديل على مجموعة الأحصنة الستة. إذن هناك $6! = 6\times5\times4\times3\times2\times1 = 720$ نتيجة مختلفة.

السؤال الثالث :

يحتوي صندوق على تسع كرات مرقّمة من 1 إلى 9. نسحب على التتالي أربع كرات دون إعادة ونسجّل بالترتيب أرقام الكرات المسحوبة. ما عدد الأعداد المكوّنة من أربع خانات التي يمكننا تشكيلها بهذه الطريقة؟

السؤال الرابع :

كم كلمة من ثلاثة حروف يمكننا تكوينها انطلاقاً من حروف كلمة SYRIA.

السؤال الخامس :

④ لتكن المجموعة $S = \{1,2,5,8,9\}$.

❶ كم عدداً مؤلفاً من منزلتين يمكن تشكيله من عناصر المجموعة S؟

❷ كم عدداً مختلف الأرقام ومؤلّفاً من منزلتين يمكن تشكيله من عناصر المجموعة S؟

❸ كم عدداً زوجياً مؤلفاً من منزلتين يمكن تشكيله من عناصر المجموعة S؟

⑤ في أحد مراكز الهاتف مهندسان، وأربعة عمال، كم لجنة مختلفة قوامها مهندس واحد وعامل واحد يمكننا تأليفها لمتابعة أعمال الصيانة في المركز؟

⑥ يتألف مجلس إدارة نادي رياضي من سبعة أعضاء، بكم طريقة يمكن اختيار رئيس، ونائب للرئيس، وأمين سر للنادي؟

⑦ اشترك مئة متسابق في سباق للدراجات، يجري فيه توزيع ثلاث ميداليات (ذهبية، فضية، برونزية) كم نتيجة ممكنة لهذا السباق؟ (لا توجد حالات تساوٍ).

السؤال السادس :

③ عين الأعداد الطبيعية n التي تحقّق الشرط المعطى في الحالات الآتية:

❶ $\binom{n}{2} = 36$ ❷ $3\binom{n}{4} = 14\binom{n}{2}$ ❸ $\binom{10}{3n} = \binom{10}{n+2}$

④ نريد تأليف لجنة مكوّنة من أربعة أشخاص مأخوذين من مجموعة تحوي خمسة عشر رجلاً وأربع عشرة امرأة.

❶ كم لجنة مختلفة يمكننا تأليفها؟

❷ كم لجنة مختلفة مكوّنة من رجلين وامرأتين يمكننا تأليفها؟

السؤال السابع :

أثبت صحة المساواة : $n\binom{n-1}{r-1} = r\binom{n}{r}$ في حالة $n \geq 2$ و $1 \leq r \leq n$.

السؤال الثامن :

فريق لتسلق الجبال يتألف من ثلاث مدربين وست متدربين .

بكم طريقة يمكن ترتيبهم برتل أحادي في الحالات الآتية :

1- مدرّب في بداية الرتل ومدرّب في نهاية الرتل والباقي بينهم.

2- المدرّبون الثلاثة في بداية الرتل ثمّ المتدربون.

السؤال التاسع :

② عيّن في منشور $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{10}$ الحدّ الذي يحوي x^2 والحدّ الثابت المستقل عن x.

③ ما الشرط على العدد الطبيعي n كي يحتوي منشور $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^{n}$ على حدّ ثابت مستقل عن x.

④ اختزل منشور المقدار $(1+x)^6 + (1-x)^6$.

السؤال العاشر :

1 أثبت صحة العلاقتين

$$\frac{\binom{n+1}{r}}{\binom{n}{r}} = \frac{n+1}{n+1-r} \quad \text{و} \quad \frac{\binom{n+1}{r+1}}{\binom{n}{r}} = \frac{n+1}{r+1}$$

2 احسب قيمة كل من n و r إذا علمت :

$$3\cdot\binom{n}{r} = 8\cdot\binom{n}{r-1} \quad \text{و} \quad 2\cdot\binom{n+1}{r+1} = 5\cdot\binom{n+1}{r}$$

3 عيّن n في كل من الحالات الآتية:

① $P_{n+2}^{4} = 14P_n^{3}$ ② $P_n^{5} = 18P_{n-2}^{4}$

③ $P_n^{4} = 10P_{n-1}^{3}$ ④ $P_n^{6} = 12P_{n-1}^{5}$

⑤ $P_{n+1}^{3} = 2P_{n+2}^{2}$ ⑥ $P_{n+2}^{3} = 6P_{n+2}^{1}$

⑦ $P_{n+2}^{3} = 4P_{n+1}^{2}$ ⑧ $P_n^{2} = 5P_{n-1}^{1}$

4 يلتقي عشرة أصدقاء في حفل، يصافح كل منهم الأشخاص التسعة الآخرين مرة واحدة فقط ، فكم عدد المصافحات التي جرت في الحفل ؟ عمّم النتيجة السابقة إلى حالة n صديقاً.

5 في أحد الامتحانات يُطلب من الطالب الإجابة عن سبعة أسئلة من عشرة.

① بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة ؟

② بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الأربعة الأولى إجبارية ؟

السؤال الحادي عشر :

6 أراد صف فيه إثنا عشر طالباً وثماني طالبات تأليف لجنة نشاط للصف مؤلفة من خمسة أشخاص. بكم لجنة مختلفة يمكن تأليفها في كل من الحالات الآتية:

① اللجنة مؤلّفة من ثلاثة طلاب وطالبتين.

② في اللجنة طالبتان على الأكثر.

③ في اللجنة طالبتان على الأقل.

7 احسب أمثال x^3 في منشور $(2+3x)^{15}$.

8 ما آحاد وعشرات العدد 11^{11} ؟

9 ما الحد الثابت (الذي لا يتعلق بالمتحول x) في منشور $(x+\frac{1}{x^3})^{12}$ ؟

السؤال الثاني عشر : ليكن لدينا مجموعة تضم خمسة أشخاص و نريد تأليف لجنة مكونة من (مدير و نائب مدير و أمين سر) من هذه المجموعة.

1- بكم طريقة يمكن اختيار هذه اللجنة .

2- بكم طريقة يمكن اختيار هذه اللجنة اذا علمت أنّ في المجموعة شخصين متخاصمين لا يجتمعان في اللجنة ذاتها .

السؤال الثالث عشر :

أثبت أن عدد أقطار مضلع محدب عدد رؤوسه n حيث $n \geq 4$، يعطى بالعلاقة $\frac{n(n-3)}{2}$.

السؤال الرابع عشر :

اشترك 20 متسابق في سباق على الأحصنة ، يجري فيه توزيع ثلاث ميداليات (ذهبية ، فضيّة ، برونزية) في حالة عدم وصول حصانين الى خط النهاية ، كم نتيجة ممكنة لهذا السباق.

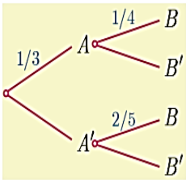
السؤال الخامس عشر :

بعد عودة 6 أخوة من الاغتراب (كل واحد منهم في بلد) يصافح كل منهم أخوته الخمسة الآخرين مرة واحدة فقط ، ما عدد المصافحات التي جرت أثناء اللقاء.

السؤال السادس عشر :

جد في منشور $\left(x+\frac{1}{x^3}\right)^{12}$ الحد الثابت (المستقل عن x).

السؤال السابع عشر :



استناداً إلى التمثيل الشجري المبين في الشكل المجاور. عيّن الاحتمالات $\mathbb{P}(A')$ و $\mathbb{P}(B'|A)$ و $\mathbb{P}(B'|A')$. واستنتج قيمة كل من $\mathbb{P}(A\cap B)$ و $\mathbb{P}(A\cap B')$ و $\mathbb{P}(A'\cap B)$ و $\mathbb{P}(A'\cap B')$

السؤال الثامن عشر :

في مدرستنا يمارس 30% من الطلاب لعبة كرة المضرب. ونعلم أنّ مدرستنا تضم نسبة 60% من الذكور، وأنّ 55% من هؤلاء لا يلعبون لعبة كرة المضرب. ما احتمال أن تكون طالبة مُختارة عشوائياً من بين طالبات المدرسة من بين اللاتي لا يمارسن لعبة كرة المضرب؟

السؤال التاسع عشر :

نُلقي حجر نرد متوازن مرتين متتاليتين ونسجل رقمي الوجهين الظاهرين. ليكن X المتحوّل العشوائي الذي يقرن بكل نتيجة للتجربة مجموع رقمي الوجهين الظاهرين. اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه وتباينه وانحرافه المعياري.

السؤال العشرون :

① نجد في الجدول المجاور القانون الاحتمالي لزوج (X,Y) من المتحولات العشوائية، أكمله وبيّن إذا كان المتحولان العشوائيان X و Y مستقلين احتمالياً.

$X \backslash Y$	0	1	2	قانون X
0	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	
1	$\frac{17}{60}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{24}$	
قانون Y				

② أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية (X,Y)، علماً أنّ المتحولين العشوائيين X و Y مستقلّان احتمالياً.

$X \backslash Y$	0	1	2	قانون X
0				0.4
1			0.04	
2				0.4
قانون Y	0.3			

السؤال الواحد والعشرون :

نلقي خمس قطع نقود متوازنة في آن معاً. ما احتمال الحصول على الوجه H ثلاث مرات فقط ؟

نلقي ست مرات حجر نرد مثالي. وليكن A الحدث «الحصول مرتين على الأقل على 5 أو 6». فما احتمال وقوع الحدث A؟

السؤال الثاني والعشرون :

يتواجه لاعبان A و B في لعبة كرة المضرب في مباراة مكونة من تسعة أدوار. يكسب A الدور الواحد باحتمال يساوي 0.6. يربح المباراة اللاعب الذي يكسب أكبر عدد من الأدوار. ما احتمال أن يربح B المباراة ؟

السؤال الثالث والعشرون :

يحتوي صندوق U_1 على كرة سوداء وكرتين بيضاوين، ويحتوي صندوق U_2 على كرتين سوداوين وكرتين بيضاوين وكرة حمراء واحدة. نختار عشوائياً أحد الصندوقين، ونسحب منه عشوائياً كرة. نسمّي B الحدث الموافق لسحب كرة سوداء.

❶ احسب $\mathbb{P}(B)$.

❷ لقد سحبنا كرة سوداء اللون. ما احتمال أن نكون قد سحبناها من الصندوق U_1 ؟

السؤال الرابع والعشرون :

يحوي صندوق 6 بطاقات مرقمة بالأرقام 1,2,3,4,5,6، نسحب منه عشوائياً بطاقتين على التالي دون إعادة، ليكن X المتحول العشوائي الذي يدل على أصغر رقمي البطاقتين المسحوبتين.

1. عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X، واكتب جدول قانونه الإحتمالي.
2. احسب التوقع الرياضي $\mathbb{E}(X)$، والتباين $\mathbb{V}(X)$.

السؤال الخامس والعشرون :

يشتري محل (400) مصباح من المصنع (A) نسبة المصابيح المعطوبة منها (4%)

ويشتري ذات المحل من مصنع (B) (200) مصباح نسبة المصابيح المعطوبة (10%) .

* نسحب عشوائياً مصباحاً من المحل .

① ما احتمال أن يكون المصباح معطوب

② إذا علمت أن المصباح معطوب ما احتمال أن يكون من المصنع (B)

③ نسحب عشوائياً معاً مصباحين من مصابيح المصنع (A) وليكن x : متحول عشوائي يدل على عدد المصابيح الصالحة للاستعمال ، والمطلوب : أحسب $P(x=0)$

انتهت جلسة مراجعة وحدتي التحليل التوافقي والاحتمالات

احبتنا الطلاب هذه الأوراق بالإضافة إلى أسئلة الدورات

مع أطيب التمنيات والدعاء بالتفوق

المدرس : محمد الجمعة