اختبار النواس المرن

السؤال الأول :

1) معطيات التابع الزمني للتسارع بالملاحظة :

$$a = -\omega_0^2 x = -\omega_0^2 X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

ونلاحظ من الشكل أن $\omega_0^2 X_{max} = 4$

ونلاحظ أن : $\frac{1}{2} T_0 = 2 \Rightarrow T_0 = 4\,s$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\ rad.s^{-1}$$

حساب φ من شروط البدء :

$$\left.\begin{array}{l} t=0 \\ a = -\omega_0^2 X_{max} = -4\ m.s^{-2} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{نعوض :}$$

$$-4 = -4\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1$$

$$\varphi = 0\ rad$$

بالتالي التابع الزمني :

$$a = -4\cos\frac{\pi}{2} t$$

12

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega_0' = \sqrt{\frac{k'}{m'}} = \sqrt{\frac{\frac{k}{2}}{2m}} = \sqrt{\frac{k}{4m}}$$

$$\omega_0' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2}\omega_0$$

---

1)

$$E = E_p + E_k$$

لكنه عندما تتساوى : $E_p = E_k$

$$E = 2E_p$$

$$\frac{1}{2} k X_{max}^2 = 2 \times \frac{1}{2} k x^2$$

$$X_{max} = \pm \frac{x}{\sqrt{2}}$$

---

4) من $-X_{max}$ إلى $+X_{max}$ الزمن هو $\frac{T_0}{2}$

$$\frac{1}{2} T_0 = 10 \Rightarrow T_0 = 20\,s$$

5)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$$

$$T_0' = \sqrt{2} \times 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \sqrt{2}\,T_0$$

السؤال الثاني : فقرة 1a : بطاقة تعريف الحركة التوافقية البسيطة صفحة 14 من الكتاب

b) عند المرور بوضع التوازن يتدم الطال

$$x = 0 \Rightarrow E_p = 0 \Rightarrow E = E_k$$

الطاقة تكون حركية.

السؤال الثالث : فقرة استثمار طبيعة حركة النواس المرن صفحة 10 + 11 من الكتاب

السؤال الرابع : فقرة قوة ارجاع صفحة 10+3 من الكتاب

السؤال الخامس : 1) فقرة إستاع صفحة 13 من الكتاب

2) مخطط إنطاقة بدلالة الطال صفحة 14 من الكتاب

b) عندما $x = +\frac{X_{max}}{2}$

$$\Rightarrow E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{X_{max}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{8}kX_{max}^2$$

عندما يصبح في مركز اهتزاز $x=0$

$$\Rightarrow E_p = 0\ J$$

بالتالي إنطاقة بكامنة إلى حركية تتناقص حتى تنعدم.

المسألة الأولى : 1)

$$x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

نبحث عن الثوابت X_{max} ، ω_0 ، φ

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi\ rad.s^{-1}$$

$$X_{max} = \frac{12}{2} = 6cm = 6\times10^{-2}\ m$$

نحسب φ من شروط البدء :

$$\left.\begin{matrix} t=0 \\ x=+X_{max} \end{matrix}\right\} \begin{matrix} x = X_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi) \\ X_{max} = X_{max}\cos\varphi \end{matrix}$$

$$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$$

$$\Rightarrow x = 6\times10^{-2}\cos 5\pi t \quad (2)$$

$$K = \omega_0^2 m = (5\pi)^2 \times 1$$

$$= 250\ N.m^{-1}$$

$$X_0 = \frac{mg}{K} = \frac{1\times10}{250} = \frac{1}{25} \quad (3)$$

$$= 0.04\ m$$

4) عند المرور بمركز اهتزاز $x=0$

$$0 = 6\times10^{-2}\cos 5\pi t$$

$$\Rightarrow \cos 5\pi t = 0 \Rightarrow$$

$$5\pi t = \frac{\pi}{2} + \pi K$$

$$5t = \frac{1}{2} + K \Rightarrow t = \frac{1}{10} + \frac{K}{5}$$

لحظة المرور الأول $K=0$

$$t = \frac{1}{10} = 0.1s$$

لحظة المرور الثالث $K=2$

$$t = \frac{1}{10} + \frac{2}{5}$$

(1) (2)

$$t = \frac{5}{10} = 0.5\ s$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(250)(4\times10^{-2})^2 \quad (5)$$

$$= 125\times16\times10^{-4}$$

$$= 0.2\ J$$

حساب E :

$$E = \frac{1}{2}kX_{max}^2 = \frac{1}{2}(250)(6\times10^{-2})^2$$

$$= 0.45\ J$$

$$E_k = E - E_p = 0.45 - 0.20 = 0.25\ J$$

المسألة الثانية : 1)

$x = X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

نبحث عن الثوابت : X_{max} ، ω_0 ، φ

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ rad.s^{-1}

$X_{max} = 8cm = 8 \times 10^{-2}$ m

نحسب φ من شروط البدء :

$t=0$, $x = \frac{X_{max}}{2}$:

$\dot{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\frac{X_{max}}{2} = X_{max} \cos\varphi$

$\cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \pm \frac{\pi}{3}$ rad

نختار الحل الذي يجعل السرعة سالبة

$\varphi = +\frac{\pi}{3}$ rad ← مقبول

$v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$v = -\omega_0 X_{max} \sin(\frac{\pi}{3})$

$v = -\frac{\pi}{2} \times 8 \times 10^{-2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -2\pi\sqrt{3} \times 10^{-2}$ m.s^{-1}

$\varphi = -\frac{\pi}{3}$ rad ← مرفوض

$v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$= -\frac{\pi}{2} \times 8 \times 10^{-2} \sin(-\frac{\pi}{3}) = +2\pi\sqrt{3} \times 10^{-2}$ m.s^{-1}

$\Rightarrow x = 8 \times 10^{-2} \cos(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{3})$

2)

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow$

$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{1.25}{(\frac{\pi}{2})^2}$

$m = \frac{1.25}{\frac{10}{4}} = \frac{5}{10} = 0.5$ kg

3)

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{1.25}} \Rightarrow$ نربع

$1 = 4\pi^2 \frac{m}{1.25} \Rightarrow$

$m = \frac{1.25}{40} = 0.03125$ kg

المسألة الثالثة : 1)

$x = X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

نبحث عن الثوابت ω_0 ، X_{max} ، φ

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{2}} = \sqrt{10} = \pi$ rad.s^{-1}

حساب X_{max} : بما أن

$t=0$, $v=0$ $\Rightarrow x = X_{max} = 32 \times 10^{-2}$ m

حساب φ من شروط البدء :

$t=0$, $x = +X_{max}$:

$\dot{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$X_{max} = X_{max} \cos\varphi$

$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ rad

$x = 32 \times 10^{-2} \cos(\pi t)$

0947205146
0988440574

$4\pi = 12.5 \quad 8\pi = 25 \quad 32\pi = 100$

(2

$$v_{max} = |\omega_0 X_{max}| = |\pi \times 32\times10^{-2}|$$

$$= 32\pi\times10^{-2} = 1\ m.s^{-1}$$

(3

$$E_p = \frac{1}{2}kX_{max}^2$$

$$= \frac{1}{2}(20)(32\times10^{-2})^2 = 1.024\ J$$

المسألة الرابعة : (1

$$x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

نحسب سرعة الجملة :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}$$

$$X_{max} = 16\times10^{-2}\ m$$

نحسب φ من شروط البدء :

$$\left.\begin{matrix} t=0 \\ X=+X_{max} \end{matrix}\right\} \quad \begin{matrix} x = X_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi) \\ X_{max} = X_{max}\cos\varphi \end{matrix}$$

$$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$$

$$x = 16\times10^{-2}\cos(2\pi t)$$

(2

$$a = -\omega_0^2 x = -(2\pi)^2 \times 5\times10^{-2}$$

$$= -40\times5\times10^{-2} = -2\ m.s^{-2}$$

(3 شدة قوة الإرجاع

$$F = kx$$

حساب k :

$$k = \omega_0^2 m = (2\pi)^2 \times 0.1 = 4\ N.m^{-1}$$

$$\Rightarrow F = 4\times10\times10^{-2} = 0.4\ N$$

المسألة الثانية : (1

$$E = \frac{1}{2}kX_{max}^2 \Rightarrow$$

$$X_{max} = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2\times0.5}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{\pi}\ m$$

(2

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.16}{10}}$$

$$T_0 = 0.8\ s$$

(3

$$v_{max} = \omega_0 X_{max} = \frac{2\pi}{T_0}\times X_{max}$$

$$= \frac{2\pi}{0.8}\times\frac{1}{\pi} = \frac{2}{0.8}$$

$$= 2.5\ m.s^{-1}$$

انتهى