-!- ما للإنسان شمعو -!-

م1: المسألة الأولى محلة:

$k = 10\,N.m^{-1}$

$\bar{x} = 0.1\cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

1) إيجاد الثوابت:

نطابق مع الشكل العام: $\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$X_{max} = \boxed{0.1}\,m \quad , \omega_0 = \boxed{\pi}\,rad.s^{-1}$

$\bar{\varphi} = \boxed{\frac{\pi}{2}}\,rad$

حساب T_0: $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi} = \boxed{2}\,s$

2) حساب $\boxed{m}$: $\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{10}{\pi^2} = \frac{10}{10} = \boxed{1}\,kg$

3) حساب $\boxed{\bar{v}}$: عندما $\bar{x} = +0.05\,m$ ويكون: $\bar{v} > 0$:

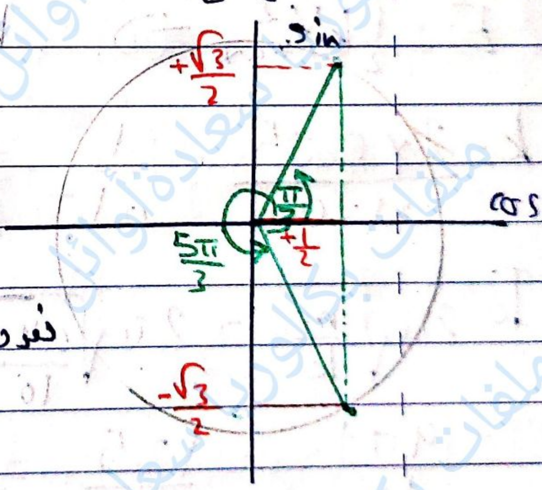
نعوض في تابع المطال:

$+0.05 = 0.1\cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

$\Rightarrow \cos(\pi t + \frac{\pi}{2}) = \frac{+0.05}{0.1} = +\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \pi t + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$

$\frac{5\pi}{3} + 2\pi k$



نعود إلى تابع السرعة:

$\bar{v} = -0.1\pi\sin(\pi t + \frac{\pi}{2})$

$\Rightarrow \sin(\pi t + \frac{\pi}{2}) = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

نعوض:

$\bar{v} = -0.1\pi \times (\pm\frac{\sqrt{3}}{2}) \Rightarrow \bar{v} = \mp 0.1\pi\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow \bar{v} = \boxed{\pm 0.05\sqrt{3}\pi}\,m.s^{-1}$

وبما أن الجسم يتحرك بالاتجاه الموجب:

$\Rightarrow \bar{v} > 0 \Rightarrow \bar{v} = \boxed{+0.05\sqrt{3}\pi}\,m.s^{-1}$

4) حساب $\bar{x}$ عندما $t=0$:

نعوض:

$$\bar{x} = 0.1\cos\left(\pi \times 0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 0.1\cos\frac{\pi}{2} \Rightarrow \bar{x} = \boxed{0}\ m$$

أي أن الجسم في لحظة بدء الزمن كان في مركز الاهتزاز.

لتعيين جهة حركته نعود إلى تابع السرعة:

$$\bar{v} = -0.1\pi\sin\left(\pi \times 0 + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \bar{v} = -0.1\pi\sin\frac{\pi}{2}$$

$$\bar{v} = -0.1\pi \times 1 = \boxed{-0.1\pi}\ m.s^{-1} \Rightarrow \bar{v} < 0$$

فالجسم كان متحركاً بالاتجاه السالب في لحظة بدء الزمن.

م2) المسألة الثانية ص 18:

$m = 0.4\,kg$

1) استنتاج حساب k:

نطبق مع منحني الطاقة:

$E = 0.05\,(J)$, $X_{max} = 0.1\,(m)$

$$E = \frac{1}{2}kX_{max}^2 \Rightarrow k = \frac{2E}{X_{max}^2}$$

$$k = \frac{\cancel{2} \times 0.05}{\cancel{0.1} \times 0.1} = \frac{1}{0.1} = \frac{10}{1} = \boxed{10}\ N.m^{-1}$$

2) حساب T_0:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{10}} = 2\pi\sqrt{\frac{4}{100}} = 2\pi \times \frac{2}{10}$$

$$= \boxed{\frac{4\pi}{10}}\ s = \frac{12.5}{10} = \boxed{1.25}\ s$$

3) حساب v عندما $x=0$:

(1) لدينا:

$$E = E_p + E_k \quad ; \quad E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

في مركز الاهتزاز $\bar{x} = 0 \Rightarrow E_p = 0 \Rightarrow E_k = E$

$$\frac{1}{2}mv^2 = E \Rightarrow v^2 = \frac{2E}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \times 0.05}{0.4} = \frac{0.1}{0.4} = \frac{1}{4}$$

$\Rightarrow v = \mp \frac{1}{2}\ m.s^{-1}$

وحسب الطلقة: $v = \boxed{\frac{1}{2}}\ m.s^{-1} \Leftarrow$

$v = \boxed{0.5}\ m.s^{-1}$

ط ج): في مركز الاهتزاز تكون السرعة عظمى (طويلة) وتساوي:

$v_{max} = \omega_0 X_{max}$

$v_{max} = \frac{2\pi}{T_0} X_{max} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{10}} \times 0.1$

$= \frac{10}{2} \times 0.1 = 5 \times 0.1 = \boxed{0.5}\ m.s^{-1}$

وحسب الحركة: $v = \boxed{\pm 0.5}\ m.s^{-1}$

[٣] المسألة [3] من 18:

$m = 1kg$, $n = 10$ هزة, $t = 10s$, $2X_{max} = 16cm \Rightarrow X_{max} = 8 \times 10^{-2}\ m$

1) استنتاج حساب (x_0):

ندرس حالة السكون: من الجسم يتوازن تحت تأثير القوتين: ثقله: $\vec{w}$ ، قوة توتر النابض: $\vec{F_{s0}}$

وشرط التوازن: $\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{w} + \vec{F_{s0}} = \vec{0}$ نسقط على محور شاقولي موجه نحو الأسفل:

$w - F_{s0} = 0 \Rightarrow \boxed{w = F_{s0}}$

ط. الثاني: دائماً يخضع النابض القوة $\vec{F'_{s0}}$ التي تسبب الاستطالة (x_0) وتعطى بالعلاقة: $\boxed{F'_{s0} = kx_0}$

ولكن $F_{s0} = F'_{s0} \Leftarrow$ وبالتالي: $F_{s0} = kx_0$: $\boxed{w = kx_0}$

$\Rightarrow mg = kx_0 \Rightarrow x_0 = \frac{mg}{k}$

نحسب $\boxed{T_0}$:

$T_0 = \frac{t}{n} = \frac{10}{10} = \boxed{1}\ s$

نحسب $\boxed{\omega_0}$:

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = \boxed{2\pi}\ rad.s^{-1}$

ولكن: $\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m\omega_0^2 \Rightarrow k = (2\pi)^2 \times 1$

$\Rightarrow k = 4\pi^2 \Rightarrow k = \boxed{40}\ N.m^{-1}$

نعوض: $x_0 = \frac{1\times10}{40} = \frac{1}{4}\,m = \boxed{0.25}\,m$

2) حساب v_{max}:

$v_{max} = \omega_0 X_{max} \Rightarrow v_{max} = 2\pi \times 8\times10^{-2}$

$\Rightarrow v_{max} = 16\pi\times10^{-2} = 50\times10^{-2} \Rightarrow v_{max} = \boxed{0.5}\,m.s^{-1}$

3) حساب a عندما: $x = 6\times10^{-2}\,m$

$\bar{a} = -\omega_0^2 \bar{x} \Rightarrow \bar{a} = -(2\pi)^2 \times 6\times10^{-2}$

$\bar{a} = -4\pi^2 \times 6\times10^{-2} \Rightarrow \bar{a} = \boxed{-2.4}\,m.s^{-2}$

وشدته المطلقة: $a = \boxed{2.4}\,m.s^{-2}$

4) حساب $\boxed{Ep}$ عندما $\bar{x} = -4\times10^{-2}\,m$

$Ep = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(40)\times(-4\times10^{-2})^2$

$= 20\times16\times10^{-4} \Rightarrow Ep = \boxed{32\times10^{-3}}\,J$

حساب $\boxed{Ek}$:

نحسب أولاً $\boxed{E}$:

$E = \frac{1}{2}kX_{max}^2 = \frac{1}{2}(40)\times(8\times10^{-2})^2$

$= 20\times64\times10^{-4}$

$\Rightarrow E = \boxed{128\times10^{-3}}\,J$

نحسب $\boxed{E}$: $Ek = E - Ep$

$\Rightarrow Ek = 128\times10^{-3} - 32\times10^{-3} \Rightarrow E = \boxed{96\times10^{-3}}\,(J)$

$\boxed{ت٢}$ السؤال 4 ص 18:

$k = 16\,N.m^{-1}$، الحركة توافقية بسيطة: $T_0 = 1s$, $X_{max} = 0.1m$

عند $t=0$: $\bar{x} = +\frac{X_{max}}{2}$ (متحرك $\bar{v} < 0$)

1) التابع الزمني:

بما أن الحركة توافقية بسيطة فإن تابعها الزمني يعطى بالشكل العام: $\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

ونريد إيجاد الثوابت: X_{max}, ω_0, $\bar{\varphi}$

$\boxed{X_{max}}$: $X_{max} = \boxed{0.1}\,m$

$\boxed{\omega_0}$: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = \boxed{2\pi}\,rad.s^{-1}$

$\boxed{\bar{\varphi}}$: نعود إلى شروط البدء: نجد عندما كانت $t=0$ كانت $x = +\frac{X_{max}}{2}$ نعوض:

$$+\frac{X_{max}}{2} = X_{max}\cos(\underbrace{\omega_0 \times 0}_{0} + \bar{\varphi})$$

$$\Rightarrow \cos\bar{\varphi} = +\frac{1}{2} \Rightarrow \bar{\varphi} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\pi}{3} \\ \frac{5\pi}{3} \end{array} \right.$$

دالة السرعة:

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

عندما $t=0$: $\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin\bar{\varphi}$

عندما $\bar{\varphi} = \frac{\pi}{3}\,rad \Leftarrow \sin\frac{\pi}{3} = +\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow \bar{v} = -\omega_0 X_{max}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

دوماً X_{max} , ω_0 موجبة دوماً

مقبول $\Rightarrow \bar{v} < 0$

لأنه يحقق شروط البدء

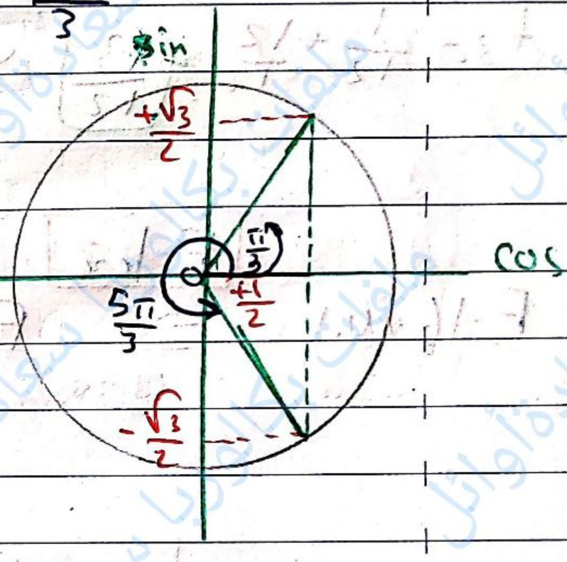
عندما $\bar{\varphi} = \frac{5\pi}{3}\,rad \Leftarrow \sin\bar{\varphi} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow \bar{v} = -\omega_0 X_{max}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

دوماً X_{max} , ω_0 موجبة دوماً $\Leftarrow \bar{v} > 0$ مرفوض لأنه يخالف شروط البدء

$\Leftarrow \bar{\varphi} = \frac{\pi}{3}\,rad$ نعوض

$$\boxed{\bar{x} = 0.1\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)}$$



2) تعيين اللحظات: عندما $\bar{x} = 0$

نعوض: $0 = 0.1\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$

$$\Rightarrow \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$2\cancel{\pi} t + \frac{\cancel{\pi}}{3} = \frac{\cancel{\pi}}{2} + \cancel{\pi} k$$

حيث: $\boxed{k = 0, 1, 2, 3, \ldots}$

SABBAGH STATIONERY

$$\Rightarrow 2t = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + k$$

$$2t = \frac{1}{6} + k \Rightarrow t = \frac{1}{12} + \frac{k}{2}$$

المرور 1: $k = 0 \Leftarrow$

$$t_1 = \boxed{\frac{1}{12}}\ s$$

المرور 3: $k = 2 \Leftarrow$

$$t_3 = \frac{1}{12} + \frac{2}{2}$$

$$t_3 = \frac{1}{12} + \frac{12}{12} = \boxed{\frac{13}{12}}\ s$$

3) حساب F: عندما $\bar{x} = +0.1\,m$

لدينا: $\bar{F} = -k\bar{x}$ وشدتها: $\boxed{F = kx}$

$$F = 16 \times 0.1 \Rightarrow F = \boxed{1.6}\ N$$

4) حساب m:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow$$

$$m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{16}{(2\pi)^2} = \frac{16}{4\pi^2} = \frac{4}{10} = \boxed{0.4}\ kg$$

المسألة 6 صفحة 270:

$k = 10\ N.m^{-1}$ ، $t = 0$ عندما $\bar{x} = 0$ ويكون $\bar{v} < 0$ ، $\bar{v} = 3\,ms^{-1}$

$m = 0.1\,kg$

1) حساب ω_0:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} = \frac{10}{0.1} = \frac{100}{1} = 100 \Rightarrow$$

$$\omega_0 = \boxed{10}\ rad.s^{-1}$$

2) التابع الزمني: بما أن الحركة توافقية بسيطة فإن التابع الزمني للمطال من الشكل العام:

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

ونريد تعيين الثوابت: $\bar{\varphi}$ ، ω_0 ، X_{max}

$\boxed{X_{max}}$ لدينا $V_{max} = 3\,ms^{-1}$ ولكن: $V_{max} = \omega_0 X_{max} \Rightarrow X_{max} = \frac{V_{max}}{\omega_0}$

$$\Rightarrow X_{max} = \frac{3}{10} = \boxed{0.3}\,m$$

$\boxed{\bar{\varphi}}$: نعود إلى شروط البدء: نفترض ما كانت: $t=0$ كانت $\bar{x}=0$ نعوض:

$$0 = 0.3\cos(\underbrace{10\times 0}_{0} + \bar{\varphi})$$

$$\Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 0 \Rightarrow \bar{\varphi} \begin{cases} \frac{\pi}{2}\ rad \\ \frac{3\pi}{2}\ rad \end{cases}$$

نعود إلى تابع السرعة:

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

عندما $t=0$ ⟸ $\bar{v} = -\omega_0 X_{max}.\sin\bar{\varphi}$

وبما أن X_{max} , ω_0 مقداران موجبان دوماً فلكي تكون $\bar{v}<0$ يجب أن تكون

$\sin\bar{\varphi} > 0$:

نفترض أن $\bar{\varphi} = \frac{\pi}{2}rad$ ⟸ $\sin\bar{\varphi} > 0$ ⟸ $\bar{v} < 0$: مقبول لأنه يحقق شروط البدء

نفترض أن $\bar{\varphi} = \frac{3\pi}{2}rad$ ⟸ $\sin\bar{\varphi} < 0$ ⟸ $\bar{v} > 0$: مرفوض لأنه يخالف شروط البدء.

$$\Rightarrow \bar{\varphi} = \boxed{\frac{\pi}{2}}\ rad$$

نعوض:

$$\boxed{\bar{x} = 0.3\cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

3) حساب F: عندما $x = 3\times10^{-2}m$

لدينا $\bar{F} = -k\bar{x}$ وبالشدة: $\boxed{F = kx}$

$$F = 10\times 0.03 \Rightarrow F = \boxed{0.3}\ N$$

$\boxed{3}$: المسألة (2) كتاب صفحة 270:

$m=0.5kg$, الحركة توافقية بسيطة , $T_0 = 4s$, $X_{max} = 8\times10^{-2}m$, وعندما $t=0$ كانت $\bar{x} = +\frac{X_{max}}{2}$ و $\bar{v}<0$

1) التابع الزمني: بما أن الحركة توافقية بسيطة فإن التابع الزمني يعطى من الشكل العام:

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

ونريد تعيين الثوابت: $\bar{\varphi}$, ω_0 , X_{max}

$\boxed{X_{max}}$ $X_{max} = \boxed{8\times10^{-2}}m$

$\boxed{\omega_0}$: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \boxed{\frac{\pi}{2}}\ rad.s^{-1}$

$\bar{\varphi}$: نعوض الشرط البدء فعندما كانت $t=0$ كانت: $\bar{x}=+\frac{X_{max}}{2}$ نعوض:

$$\frac{+X_{max}}{2} = X_{max}\cos(\underbrace{\omega_0\times 0}_{0}+\bar{\varphi})$$

$$\Rightarrow \cos\bar{\varphi}=\frac{1}{2} \Rightarrow \bar{\varphi} \begin{cases} \frac{\pi}{3}\ rad \\ \frac{5\pi}{3}\ rad \end{cases}$$

نعود لتابع السرعة: $\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t+\bar{\varphi})$

عندما $t=0 \Rightarrow \bar{v}=\omega_0 X_{max}\sin\bar{\varphi}$

ابتعاداً عن $+X_{max}$ باتجاه المبدأ دوماً فلكي تكون $\bar{v}<0$ يجب أن تكون $\sin\bar{\varphi}>0$ فعندما تكون:

$\bar{\varphi}=\frac{\pi}{3}\ rad \Rightarrow \sin\bar{\varphi}>0 \Rightarrow \bar{v}<0$ مقبول لأنه يحقق شرط البدء

$\bar{\varphi}=\frac{5\pi}{3}\ rad \Rightarrow \sin\bar{\varphi}<0 \Rightarrow \bar{v}>0$ مرفوض لأنه لا يحقق شرط البدء.

$$\Rightarrow \bar{\varphi}=\boxed{\frac{\pi}{3}}\ rad$$

نعوض:

$$\boxed{\bar{x}=8\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}\right)}$$

2) تعيين اللحظات: عندما $\bar{x}=0$

نعوض: $0=8\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}\right)$

$\cancel{\cos\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+\pi k}$ حيث $k=0,1,2,\dots$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}\right)=0$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{\pi}}{2}t+\frac{\cancel{\pi}}{3}=\frac{\cancel{\pi}}{2}+\cancel{\pi}k$$ حيث $k=0,1,2,\dots$

$$\frac{t}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+k \Rightarrow \frac{t}{2}=\frac{1}{6}+k$$

$$\boxed{t=\frac{1}{3}+2k}$$

المرور الأول: $k=0 \Rightarrow t_1=\boxed{\frac{1}{3}}\ s$

المرور الثالث: $k=2 \Rightarrow t_3=\frac{1}{3}+2\times2$

$$=\frac{1}{3}+4=\frac{1}{3}+\frac{12}{3}=\boxed{\frac{13}{3}}\ s$$

3) حساب $\boxed{\overline{x}}$: نبدأ بـ $\boxed{F_{max}}$:

لدينا: $\overline{F} = m\overline{a}$ ونشتق: $F = ma$

ونحسب القيمة العظمى (طويلة): $F_{max} = m a_{max}$

ولكن: $a_{max} = \omega_0^2 X_{max}$

$$\boxed{F_{max} = m\omega_0^2 X_{max}}$$

أي أنها تكون عظمى (طويلة): في الوضعين الطرفيين.

نعوض: $F_{max} = 0.5 \times \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times 8 \times 10^{-2}$

$\Rightarrow F_{max} = 0.5 \times \frac{10}{4} \times 8 \times 10^{-2}$

$\Rightarrow F_{max} = 10 \times 10^{-2} = \boxed{0.1}\ N$

ولدينا $\overline{F} = -k\overline{x}$ وتنعدم عندما $\overline{x} = 0$ أي في مركز الاهتزاز.

4) حساب $\boxed{k}$: $\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m\omega_0^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \times 0.5$

$= \frac{10}{4} \times 0.5 = \boxed{\frac{5}{4}}\ N.m^{-1} \Rightarrow k = \boxed{1.25}\ N.m^{-1}$

ولا تتغير بتغير الكتلة لأنها لا تتعلق بالكتلة بل تتعلق بالنابض فقط. ولو تغيرت قيمة m تتغير قيمة ω_0^2 بحيث يبقى الجداء ثابتاً:

5) حساب $\boxed{m'}$: من أجل $T'_0 = 1\ (s)$

$T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}}$

نربع: $T_0'^2 = 4\pi^2 \frac{m'}{k}$

$m' = \frac{T_0'^2 k}{4\pi^2} = \frac{(1)^2 \times \frac{5}{4}}{4 \times 10} = \frac{5}{16 \times 10} \Rightarrow m' = \boxed{\frac{1}{32}}\ kg$

الأسئلة النظرية ص 16-17:

أولاً: اختيار من متعدد:

1) تابع المطال: حسب الشكل: $X_{max} = 8\,cm = 8\times10^{-2}\ (m)$

$\omega_0 = \pi\ rad.s^{-1}$

$\bar{\varphi}$: نعوض شروط البدء: نعوض لما كانت $t=0$ كانت $\bar{x} = -X_{max}$ نعوض في الشكل العام لتابع المطال:

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$-X_{max} = X_{max}\cos(\omega_0\times 0 + \bar{\varphi})$$

$$\Rightarrow \cos\bar{\varphi} = -1 \Rightarrow \bar{\varphi} = \boxed{\pi}\ rad$$

نعوض بالشكل العام $\bar{x} = 8\times10^{-2}\cos(\pi t + \pi)$ فالإجابة الصحيحة هي (A).

2) تابع السرعة: حسب الشكل: $T_0 = \boxed{1}\ s$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \boxed{2\pi}\ rad.s^{-1}$$

$$V_{max} = \omega_0 X_{max} = 0.12\pi \Rightarrow X_{max} = \frac{V_{max}}{\omega_0} = \frac{0.12\pi}{2\pi} = \boxed{0.06}\ m$$

$\bar{\varphi}$: نعوض شروط البدء: نعوض لما كانت $t=0$ كانت $\bar{v}=0$ نعوض في الشكل العام لتابع السرعة:

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\Rightarrow 0 = -\omega_0 X_{max}\sin\bar{\varphi}$$

لكن X_{max}، ω_0 مقادير دائماً موجبة وغير معدومين ⇐

$$\sin\bar{\varphi} = 0 \Rightarrow \bar{\varphi} = \begin{cases} 0\ rad \\ \pi\ rad \end{cases}$$

نلاحظ أنه عندما $t = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4}\ (s)$ تكون $\bar{v} < 0$ نعوض $\bar{\varphi} = 0\ rad$ في تابع السرعة:

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(2\pi\times\frac{1}{4} + 0)$$

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin\frac{\pi}{2} = -\omega_0 X_{max}\times 1 = -\omega_0 X_{max}$$

⇐ نقبل $\bar{v} < 0$ وعندما $\bar{\varphi} = \pi\ rad$ نعوض:

$$\bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(2\pi\times\frac{1}{4} + \pi)$$

$$= -\omega_0 X_{max}\sin(\frac{3\pi}{2}) = -\omega_0 X_{max}\times(-1)$$

$$= +\omega_0 X_{max} \Rightarrow \bar{v} > 0$$ مرفوض

⇐ نعوض $\bar{\varphi} = \boxed{0}\ rad$: $\bar{v} = -0.12\pi\sin(2\pi t)$ فالجواب الصحيح هو (C)

الوضع $t = 3s$

3) نحسب الدورين:

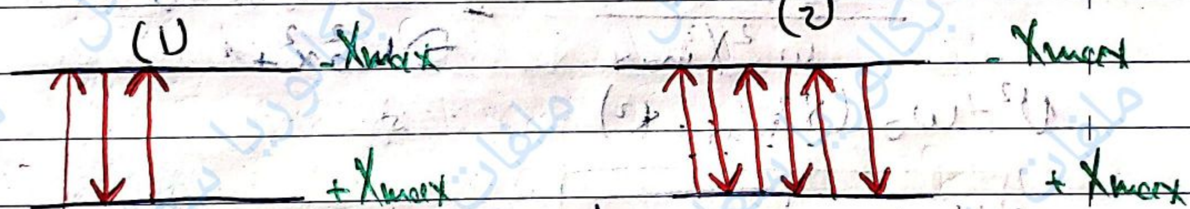
$$T_{0_1} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{1}{\cancel{\pi^2}}} = \boxed{2}\ s$$

$$T_{02} = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}} = \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{2\cancel{\pi^2}}} = 2\sqrt{\frac{1}{4}} = 2\times\frac{1}{2} = \boxed{1}\ s$$

نحسب عدد الهزات التي ينجزها كل منهما:

$$n_1 = \frac{t}{T_{0_1}} = \frac{3}{2} = \boxed{1.5} \text{ هزة}$$

$$n_2 = \frac{t}{T_{02}} = \frac{3}{1} = \boxed{3} \text{ هزة}$$



أي أن النواس الأول كان بعد مضي هذه الفترة الزمنية في الموضع $-X_{max}$ ، أما الثاني فكان $+X_{max}$: أي أنهما لا يلتقيان بعد هذه الفترة الزمنية. فالجواب الصحيح d

ثانياً: 1) $v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2}$

d1)

$$E = E_p + E_k$$
$$E_k = E - E_p$$
$$\cancel{\tfrac{1}{2}}mv^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}}kX_{max}^2 - \cancel{\tfrac{1}{2}}kx^2$$
$$mv^2 = k(X_{max}^2 - x^2)$$
$$v^2 = \frac{k}{m}(X_{max}^2 - x^2)$$
$$v^2 = \omega_0^2(X_{max}^2 - x^2)$$

نجذر:

$$\boxed{v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2}}$$

d2) لدينا:

$$x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نربع:

$$x^2 = X_{max}^2\cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\boxed{\frac{x^2}{X_{max}^2} = \cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})} \quad (1)$$

جبرياً: $\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

نربع: $v^2 = \omega_0^2 X_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$$\boxed{\frac{v^2}{\omega_0^2 X_{max}^2} = \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})} \quad ②$$

نجمع ① مع ②:

$$\frac{x^2}{X_{max}^2} + \frac{v^2}{\omega_0^2 X_{max}^2} = \cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) = 1$$

$$= \frac{\omega_0^2 x^2 + v^2}{\omega_0^2 X_{max}^2} = 1 \Rightarrow \omega_0^2 x^2 + v^2 = \omega_0^2 X_{max}^2$$

نجد: $v^2 = \omega_0^2 (X_{max}^2 - x^2)$

$$\boxed{v = \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - x^2}}$$

a) دراسة حركة الجسم:

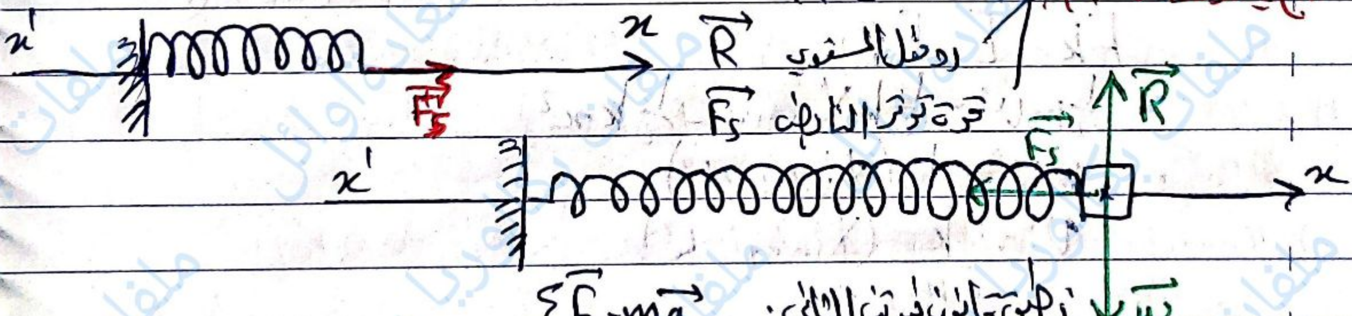
٣- القوى الخارجية المؤثرة:

أ) في مركز عطالة الجسم:

$\vec{w}$ ثقل الجسم.

$\vec{R}$ رد فعل المستوي

$\vec{F_s}$ قوة توتر النابض



نطبق قانون نيوتن الثاني: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

نسقط على المحور $(x'x)$

$\vec{w} + \vec{R} + \vec{F_s} = m\vec{a}$

$0 + 0 - F_s = m\bar{a} \Rightarrow \boxed{-F_s = m\bar{a}}$ ①

ع) في طرف النابض: القوة $\vec{F'_s}$ التي تسبب الاستطالة $\bar{x}$ وتعطى بالعلاقة:

$F_s = F'_s = k\bar{x}$

$-k\bar{x} = m\bar{a}$

$\bar{a} = \frac{-k}{m} \cdot \bar{x}$

نلاحظ أن التسارع الناظمي هنا معدوم لأن الحركة مستقيمة والتسارع الكلي هو تسارع مماسي فقط: ⟸

$$\bar{a} = \bar{a}_t = (\bar{v})'_t = (\bar{x})''_t$$

$$\boxed{(\bar{x})''_t = -\frac{k}{m}\,\bar{x}} \quad ②$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

لأنها باشتقاقها مرتين بالنسبة للزمن:

$$(\bar{x})'_t = \bar{v} = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{x})''_t = \bar{a} = -\omega_0^2 X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{a} = -\omega_0^2\,\bar{x} \Rightarrow \boxed{(\bar{x})''_t = -\omega_0^2\,\bar{x}} \quad ③$$

وبالمطابقة بين ② و ③ نجد:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$$ وهو محقق لأن k, m مقداران موجبان دوماً

فنستنتج أن حركة الجسم المهتز هي حركة توافقية بسيطة معادلة التابع الزمني لمطالها بالعلاقة:

$$\boxed{\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})}$$

b) علاقة $\boxed{E_k}$ بدلالة X_{max}:

$$E = E_p + E_k \Rightarrow E_k = E - E_p$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2}kX_{max}^2 - \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}k(X_{max}^2 - x^2)$$

i) لما $\bar{x}_A = \frac{X_{max}}{2}$ نعوض:

$$E_{k_A} = \frac{1}{2}k\left(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{4}\right)$$

$$E_{k_A} = \frac{1}{2}k\left(\frac{3}{4}X_{max}^2\right) \Rightarrow E_{k_A} = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}kX_{max}^2\right)$$

$$E_{k_A} = \frac{3}{4}E$$

SABBAGH STATIONERY

أ) لما $x_B = +\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$ نفرض:

$$E_{kB} = \frac{1}{2}k\left(X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}k \times \frac{1}{2}X_{max}^2 \Rightarrow E_{kB} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}kX_{max}^2\right)$$

$$\boxed{E_{kB} = \frac{1}{2}E}$$

أي أنّ: $E_{kA} > E_{kB}$ وجدنا أنّ:

لأنّ $x_A < x_B$ أي $\frac{X_{max}}{2} < \frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$ أي: كلما كبر المطال نقصت E_k وازدادت E_p.

٣) بعد انفصال الجسم عن النابض مباشرةً فإنه لا يخضع إلا لقوة ثقله فقط. بتطبيق قانون نيوتن الثاني:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{w} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{const}$$

فإذا حدث الانفصال: a) في مركز الاهتزاز: الجسم يتحرك بالاتجاه السالب (أي نحو الأعلى)؛ فالحركة تصبح حركة قذف شاقولي نحو الأعلى وتمر بطورين:

أ) طور الصعود: فالحركة فيه مستقيمة متباطئة بانتظام

ب) طور الهبوط: فالحركة فيه متسارعة بانتظام

b) في الوضع المطالي الأعلى أي الموجب: حيث تكون السرعة معدومة لأن الجسم يسكن آنياً لكي يغير اتجاه حركته وهو لا يملك سرعة ابتدائية. فالحركة ستصبح حركة سقوط حر أي مستقيمة متسارعة بانتظام.

مسائل نواس الفتل

ح1: المسألة ① من 26:

$$\bar{\theta} = +\frac{\pi}{4}\,rad,\ k = 16\times10^{-3}\,m\,N\,rad^{-1},\ r = 4\times10^{-2}\,m,\ m = 2\,kg$$

① حساب T_0:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

نحسب I_Δ:

$$I_\Delta = \frac{1}{2} m r^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2}(2)(4\times10^{-2})^2 = \boxed{16\times10^{-4}}\,kg.m^2$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{16\times10^{-4}}{16\times10^{-3}}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = \boxed{2}\,s$$

② التابع الزمني: بما أن النواس نواس فتل فإن حركته جيبية دورانية والتابع الزمني لمطال الحركة الزاوي من الشكل العام:

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

ونريد تعيين الثوابت: $\theta_{max},\ \omega_0,\ \bar{\varphi}$

$\boxed{\theta_{max}}$: بما أن القرص ترك ليهتز بدون سرعة ابتدائية فإن:

$$\theta_{max} = \theta = \boxed{\frac{\pi}{4}}\,rad$$

$\boxed{\omega_0}$:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \boxed{\pi}\,rad.s^{-1}$$

$\boxed{\bar{\varphi}}$: نوجد شرط البدء: عندما كانت $t=0$ كان $\bar{\theta} = +\frac{\pi}{4}\,rad = +\theta_{max}$ نعوض:

$$+\theta_{max} = \theta_{max}\cos(\omega_0 \times 0 + \bar{\varphi})$$

$$\cos\bar{\varphi} = +1 \Rightarrow \bar{\varphi} = \boxed{0}\,rad$$

نعوض:

$$\boxed{\bar{\theta} = \frac{\pi}{4}\cos \pi t}$$

③ حساب E_p عندما: $\theta = \frac{\pi}{8}\,rad$

$$E_p = \frac{1}{2}k\theta^2 = \frac{1}{2}\times16\times10^{-3}\times\left(\frac{\pi}{8}\right)^2$$

$$E_p = 8\times10^{-3}\times\frac{\pi^2}{8\times8} = \boxed{\frac{1}{8}\times10^{-2}}\,J$$

نحسب E أولاً:

$$E = \frac{1}{2} k \theta_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 16 \times 10^{-3} \times \left(\frac{\pi}{4}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times \cancel{16} \times \frac{\pi^2}{\cancel{16}} \times 10^{-3} = \boxed{\frac{1}{2} \times 10^{-2}}\ J$$

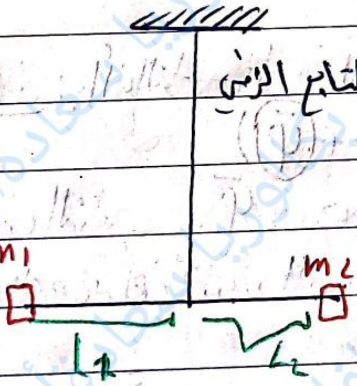
$$E_k = E - E_p$$

$$= \frac{1}{2} \times 10^{-2} - \frac{1}{8} \times 10^{-2} = \left(\frac{4}{8} - \frac{1}{8}\right) \times 10^{-2} = \boxed{\frac{3}{8} \times 10^{-2}}\ J$$

$\boxed{\text{م}}$ المسألة (2) درس ص 26

$k = 16 \times 10^{-3}\, m.N.rad^{-1}$, $m_1 = m_2 = 125 \times 10^{-3}\, kg$, L , رحلة الكتلة

$T_0 = 2.5\,(s)$ ، دورانية ، الحركة جيبية $t = 0$, $\theta = \frac{\pi}{3}\, rad$



(1) التابع الزمني: بما أن الحركة جيبية دورانية فإن التابع الزمني لمطالها الزاوي من الشكل العام

$$\bar{\theta} = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

ونوجد الثوابت: θ_{max} , ω_0 , $\bar{\varphi}$

$\boxed{\theta_{max}}$ بما أن الساق تركت في لحظة بدء الزمن دون سرعة زاوية ابتدائية ⟸

$$\theta_{max} = \theta = \boxed{\frac{\pi}{3}}\ rad$$

$\boxed{\omega_0}$:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2.5} = \boxed{\frac{4\pi}{5}}\ rad.s^{-1}$$

$\boxed{\varphi}$: نعوض الشروط البدئية كانت $t = 0$ نعوض $\bar{\theta} = +\theta_{max}$

$$+\theta_{max} = \theta_{max} \cos(\underbrace{\omega_0 \times 0}_{0} + \bar{\varphi})$$

$$\cos \bar{\varphi} = +1 \Rightarrow \varphi = \boxed{0}\ rad$$

نعوض:

$$\boxed{\bar{\theta} = \frac{\pi}{3} \cos \frac{4\pi}{5} t}$$

② حساب $\bar{\omega}$ عندما $\theta = 0$ لأول مرة:

لدينا: $\bar{\omega} = (\bar{\theta})'_t$ ⟸ نشتق بالنسبة للزمن:

$$\bar{\omega} = -\frac{\pi}{3}\left(\frac{4\pi}{5}\right)\sin\left(\frac{4\pi}{5}t\right)$$

$$\bar{\omega} = -\frac{4\pi^2}{3\times5}\cdot\sin\frac{4\pi}{5}t$$

$$\boxed{\bar{\omega} = -\frac{8}{3}\sin\frac{4\pi}{5}t}$$

ط١) بما أن الساق كانت في لحظة بدء الزمن في وضع مطالها الزاوي الأعظمي فلكي تنتقل إلى وضع التوازن تحتاج إلى زمن قدره $t = \frac{T_0}{4} = \frac{2.5}{4}$ s نعوض في تابع السرعة الزاوية:

$$\bar{\omega} = -\frac{8}{3}\sin\left(\frac{\cancel{4}\pi}{_2\cancel{5}}\times\frac{2.\cancel{5}}{\cancel{4}}\right)$$

$$\bar{\omega} = -\frac{8}{3}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{8}{3}\times1$$

$$\Rightarrow \bar{\omega} = -\frac{8}{3}\ \text{rad.s}^{-1}$$

ط٢) عند المرور بوضع التوازن $\bar{\theta} = 0$

$$\Rightarrow 0 = \frac{\pi}{3}\cos\frac{4\pi}{5}t$$

$$\Rightarrow \cos\frac{4\pi}{5}t = 0 \Rightarrow \sin\frac{4\pi}{5}t = \mp1$$

$$\bar{\omega} = -\frac{8}{3}\times(\mp1) = \boxed{\pm\frac{8}{3}}\ \text{rad.s}^{-1}$$

وبما أن الساق كانت في وضع مطالها الزاوي الأعظمي الموجب في لحظة بدء الزمن فلكي تنتقل إلى وضع التوازن يجب أن تتحرك في الاتجاه السالب ⟸ نختار

$$\bar{\omega} = \boxed{-\frac{8}{3}}\ \text{rad.s}^{-1}$$

3) حساب L :

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta} \Rightarrow I_\Delta = \frac{k}{\omega_0^2}$$

$$I_\Delta = \frac{16\times10^{-3}}{\left(\frac{4\pi}{5}\right)^2} = \frac{16\times10^{-3}}{\frac{16\pi^2}{25}} = \frac{10^{-3}\times25}{\pi^2} = 25\times10^{-4}\ kg.m^2$$

ولكن:

$$I_\Delta = 2m_1\left(\frac{L}{2}\right)^2 = 2m_1\frac{L^2}{4} \Rightarrow I_\Delta = m_1\frac{L^2}{2}$$

$$m_1\frac{L^2}{2} = 25\times10^{-4} \Rightarrow L^2 = \frac{2\times25\times10^{-4}}{m_1} = \frac{2\times\cancel{25}\times\cancel{10^{-4}}\ 10^{-1}}{5\ \cancel{25}\times\cancel{10^{-3}}}$$

$$L^2 = \frac{2}{5\times10} = \frac{2}{50} \Rightarrow L^2 = \frac{4}{100}$$ ثم

$$L = \frac{2}{10} = \boxed{0.2}\ m$$

(4) المسألة درس مرة 27 :

$L = 0.4\ m$

a) $\bar{\theta} = +\frac{\pi}{3}\ rad$ ، الحركة جيبية دورانية ، $T_0 = 1(s)$ ، $I_{\Delta/c} = 2\times10^{-3}\ kg.m^2$

① التابع الزمني: بما أن الحركة جيبية دورانية فإن تابع مطالها الزاوي من الشكل العام:

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

ونريد تعيين الثوابت: $\bar{\varphi}$, ω_0 , θ_{max}

$\boxed{\theta_{max}}$: بما أن الساق تركت دون سرعة زاوية ابتدائية في لحظة بدء الزمن فإن:

$$\theta_{max} = \theta = \boxed{\frac{\pi}{3}}\ rad$$

$\boxed{\omega_0}$:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = \boxed{2\pi}\ rad.s^{-1}$$

$\boxed{\bar{\varphi}}$: نعود إلى شرط البدء عندما كانت $t=0$ كان: $\bar{\theta} = +\theta_{max}$

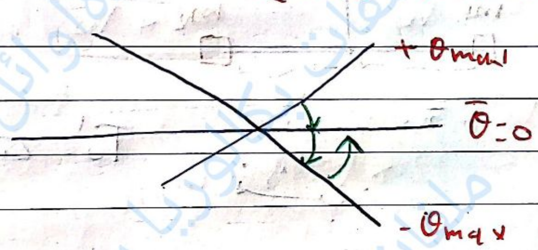
$\Rightarrow +\bar{\theta}_{max} = \theta_{max}\cos(\underbrace{\omega_0 \times 0}_{0} + \bar{\varphi})$

$\Rightarrow \cos\bar{\varphi} = +1 \Rightarrow \bar{\varphi} = \boxed{0}\ rad$

نعوض:

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{3}\cos 2\pi t$$

② حساب $\boxed{\bar{\omega}}$: عندما $\bar{\theta}=0$ للمرة الثانية:



لدينا: $\bar{\omega} = (\bar{\theta})'_t$ نشتق بالنسبة للزمن:

$\bar{\omega} = -\frac{\pi}{3} \times 2\pi \,.\, \sin 2\pi t$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{\omega} = -\frac{20}{3} \,.\, \sin 2\pi t}$$

بما أن النواس كانت في وضع مطالها الزاوي الأعظمي الموجب في لحظة بدء الزمن فلكي تصل إلى وضع التوازن لأول مرة تحتاج زمن قدره $\left(\frac{T_0}{4}\right)$ وللمرة الثانية $t = \frac{3T_0}{4} = \frac{3 \times 1}{4}$

$\Rightarrow t = \boxed{\frac{3}{4}}\ s$ نعوض:

$\bar{\omega} = -\frac{20}{3}\sin\left(2\pi \times \frac{3}{4}\right)$

$\Rightarrow \bar{\omega} = -\frac{20}{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{-20}{3}(-1) \Rightarrow \bar{\omega} = \boxed{+\frac{20}{3}}\ rad.s^{-1}$

③ حساب $\bar{\alpha}$ عندما $\bar{\theta} = -\frac{\pi}{6}\ rad$

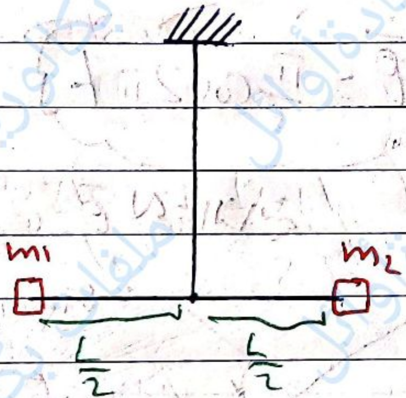
$\bar{\alpha} = -\omega_0^2 \,.\, \bar{\theta}$

$= -(2\pi)^2 \,.\, \left(-\frac{\pi}{6}\right) = +4\pi^2 \,.\, \frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow \bar{\alpha} = \boxed{\frac{+20\pi}{3}}\ rad.s^{-2}$

b) $m_1 = m_2 = 75\times10^{-3}\ kg$

استنتاج حساب T_0':



$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}}$ (1)

نسب: $T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta'}{k}}$

$$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{I_\Delta'}{I_\Delta}}$$

حيث: I_Δ' للجملة $= I_\Delta$ للساق $+ 2m_1\left(\frac{L}{2}\right)^2$ وللكتلتين

$$= I_\Delta + 2\times75\times10^{-3}\left(\frac{0.4}{2}\right)^2$$

$$= I_\Delta + 150\times10^{-3}(0.2)^2 = I_\Delta + 150\times10^{-3}\times0.04$$

$$= 2\times10^{-3} + 6\times10^{-3} \Rightarrow I_\Delta' = \boxed{8\times10^{-3}}\ kg.m^2$$

$$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{8\times10^{-3}}{2\times10^{-3}}} = \sqrt{4} = 2$$

$$T_0' = 2T_0 = 2\times1 = \boxed{2}\ (s)$$

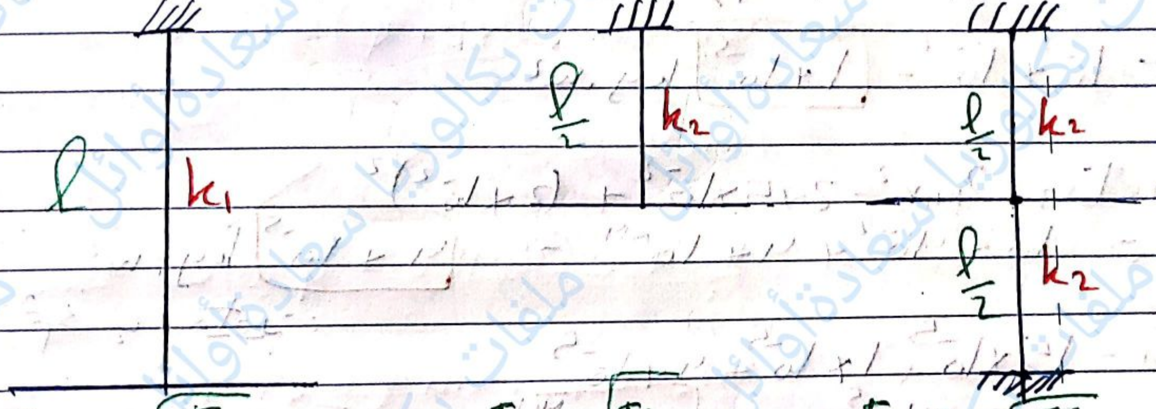
حساب k: من (1) بالتربيع:

$$T_0^2 = 4\pi^2\frac{I_\Delta}{k} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 I_\Delta}{(T_0)^2}$$

$$= \frac{4\times10\times2\times10^{-3}}{(1)^2} = \boxed{8\times10^{-2}}\ N.m.rad^{-1}$$

(ج): استنتج الدور $\boxed{T_{o3}}$:

① ②

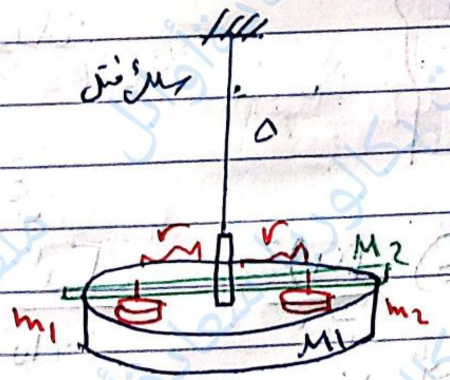


$$T_{o1} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k_1}} \qquad T_{o2} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k_2}} \qquad T_{o3} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k_2+k_2}}$$

$$k_1 = k'\frac{(2r)^4}{l} \qquad k_2 = k'\frac{(2r)^4}{\frac{l}{2}} \Rightarrow k_2 = 2\underbrace{\left[k'\frac{(2r)^4}{l}\right]}_{k_1} = 2k_1$$

$$\frac{T_{o3}}{T_{o1}} = \sqrt{\frac{k_1}{2k_2}} = \sqrt{\frac{\cancel{k_1}}{2\times 2\cancel{k_1}}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_{o3} = \frac{T_{o1}}{2} = \boxed{\frac{1}{2}}\ s$$

$\boxed{١٣}$: المسألة (3) صفحة:



$M_1 = 12\times10^{-2}\,kg$, $R = 5\times10^{-2}\,m$

$M_2 = 12\times10^{-3}\,kg$, $L = 1\times10^{-1}\,m$

$m_1 = m_2 = 5\times10^{-2}\,kg$

$2r = 4\times10^{-2}\,m \Rightarrow r = 2\times10^{-2}\,m$

$k = 8\times10^{-4}\,m.N.rad^{-1}$

①: حساب T_0:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

②: حساب I_Δ:

I_Δ جملة $= I_{\Delta_1}$ قرص $+ I_{\Delta_2}$ ساق $+ I_{\Delta_3}$ كتلتين

$$I_{\Delta_1} = \frac{1}{2}M_1R^2 = \frac{1}{2}\times12\times10^{-2}\times(5\times10^{-2})^2$$

$$= 6\times10^{-2}\times25\times10^{-4} = \boxed{15\times10^{-5}}\ kg.m^2$$

ساق $I_{\Delta 2} = \frac{1}{12} M_2 L^2 = \frac{1}{12} \times 12\times10^{-3} \times (1\times10^{-1})^2$

$= 10^{-3} \times 10^{-2} = \boxed{1\times10^{-5}}\ kg.m^2$

كتلتين $I_{\Delta 3} = 2m_1 r^2 = 2\times5\times10^{-2} \times (2\times10^{-2})^2$

$= 10\times10^{-2} \times 4\times10^{-4} = \boxed{4\times10^{-5}}\ kg.m^2$

ثم نحسب ما يلي:

جملة $I_\Delta = 15\times10^{-5} + 1\times10^{-5} + 4\times10^{-5}$

$= 20\times10^{-5} = \boxed{2\times10^{-4}}\ kg.m^2$

نعوض: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2\times10^{-4}}{8\times10^{-4}}}$

$= 2\pi\sqrt{\frac{1}{4}} = 2\pi\times\frac{1}{2} = \boxed{\pi}\ s$

2) $\Delta T_0 = 0{,}86\ (s)$ صار $2r' = ?$

يصبح الدور الخاص الجديد: $T_0' = T_0 + \Delta T_0$

$= \pi + 0{,}86 = 3{,}14 + 0{,}86 = \boxed{4}\ s$

ولكن: $T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta'}{k}}$

نقسم: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$

$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{I_\Delta'}{I_\Delta}} \xRightarrow{\text{نربع}} \frac{T_0'^2}{T_0^2} = \frac{I_\Delta'}{I_\Delta} \Rightarrow \frac{(4)^2}{\pi^2} = \frac{I_\Delta'}{2\times10^{-4}}$

$\Rightarrow \frac{16}{10} = \frac{I_\Delta'}{2\times10^{-4}} \Rightarrow I_\Delta' = \frac{2\times10^{-4}\times16}{10}$

$\Rightarrow I_\Delta' = \boxed{32\times10^{-5}}\ kg.m^2$

ولكن:

جملة $I_\Delta' =$ قرص $I_{\Delta 1} +$ ساق $I_{\Delta 2} + \underset{\text{كتلتين}}{I'_{\Delta 3}}$

I'_{Δ_3} كتلتين $= I'_{\Delta}$ جملة $- I_{\Delta_1}$ قرص $- I_{\Delta_2}$ ساق

$= 32\times10^{-5} - 15\times10^{-5} - 1\times10^{-5} \Rightarrow I'_{\Delta_3}$ كتلتين $= \boxed{16\times10^{-5}}\ kg.m^2$

ولكن:

I'_{Δ_3} كتلتين $= 2m_1 r'^2$

$$\Rightarrow r'^2 = \frac{I'_{\Delta_3}}{2m_1} = \frac{16\times10^{-5}}{2\times5\times10^{-2}} = 16\times10^{-4}$$

$\Rightarrow r' = \boxed{4\times10^{-2}}\ m$

ومنه:

$\Rightarrow 2r' = \boxed{8\times10^{-2}}\ m$ (تصبح البعد الجديد)

أي $8cm$ بدلاً من $4cm$.

الأسئلة النظرية: ص 25

أولاً: اختيار متعدد:

① بما أن: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$ فإن الدور الخاص يتناسب طرداً مع $\sqrt{I_\Delta}$ وعند ابتعاد الكتلتين، تزداد I_Δ

فإنها يزداد ويزداد الدور الخاص، ولكن الدور الخاص لا يتعلق بـ θ_{max} أي أن θ_{max}

سـ لا تتغير بل تبقى ثابتة فالمنحني الصحيح هو الذي لا تتغير فيه θ_{max} بل يزداد الدور الخاص

فقط، وهذا المنحني الذي يحقق ذلك هو (c).

② بما أن المقياسية تؤخر ⇐ فالدور الخاص لها أكبر من (s) 2، ولتصحيحها يجب إنقاص الدور الخاص قليلاً

ومنه: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$ أي أن: T_0 يتناسب عكساً مع $\sqrt{k}$ ولكن:

$$k = k'\frac{(2r)^4}{l}$$

أي أن k يتناسب عكساً مع l طول سلك الفتل وبالتالي فإن:

T_0 يتناسب طرداً مع $\sqrt{l}$ فلإنقاص T_0 يجب تقصير طول سلك الفتل قليلاً فالجواب الصحيح هو (c).

(3)

$2T_0 = 8s \Rightarrow T_0 = \boxed{4}\ s$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \boxed{\frac{\pi}{2}}\ rad.s^{-1}$$

$$\omega_{max} = \omega_0\,\theta_{max} = \frac{\pi^2}{8}$$

والتابع الزمني للسرعة الزاوية بشكل العام

$$\bar{\omega} = \omega_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$\boxed{\bar{\varphi}}$ نعود إلى شروط البدء فعندما كانت $t=0$ كانت $\bar{\omega}=0$ نعوض:

$$0 = -\omega_{max}\sin(\underbrace{\omega_0 \times 0}_{0} + \bar{\varphi})$$

$$\Rightarrow \sin\bar{\varphi} = 0 \Rightarrow \bar{\varphi} \begin{cases} \boxed{0}\ rad \\ \boxed{\pi}\ rad \end{cases}$$

أ) عندما $\bar{\varphi} = \boxed{0}\ rad$: نختار اللحظة عندما $\frac{T_0}{4} = 1s$ $t =$ ونعوض في الشكل العام:

$$\bar{\omega} = -\omega_{max}\sin\left(\frac{\pi}{2}\times 1 + 0\right)$$

$$\Rightarrow \bar{\omega} = -\omega_{max}\sin\frac{\pi}{2} = -\omega_{max}\times 1 = -\omega_{max} < 0$$ مقبول

ب) عندما $\bar{\varphi} = \boxed{\pi}\ rad$: نختار اللحظة عندما $t = \frac{T_0}{4} = \frac{4}{4} = 1s$ ونعوض في الشكل العام

$$\bar{\omega} = -\omega_{max}\sin\left(\frac{\pi}{2}\times 1 + \pi\right)$$

$$\Rightarrow \bar{\omega} = -\omega_{max}\cdot\sin\frac{3\pi}{2} = -\omega_{max}\times(-1) = +\omega_{max} > 0$$ مرفوض

$$\Rightarrow \bar{\varphi} = \boxed{0}\ rad$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{\omega} = -\frac{\pi^2}{8}\sin\frac{\pi}{2}t} \Rightarrow$$ الإجابة الصحيحة هي (d).

ثانياً: (1)

$$E = E_p + E_k = const$$

$$E = \frac{1}{2}k\theta^2 + \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$$

نشتق بالنسبة للزمن:

$$0 = \frac{2}{2}k\bar{\theta}(\bar{\theta})'_t + \frac{2}{2}I_\Delta\bar{\omega}(\bar{\omega})'_t$$

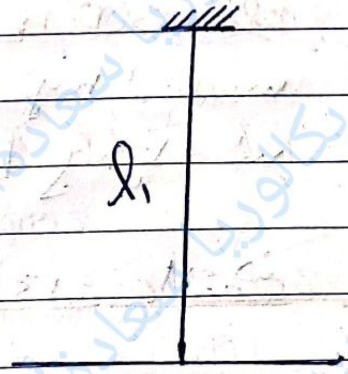
$$0 = k\bar{\theta}.\bar{\omega} + I_\Delta\bar{\omega}.\bar{\alpha} \Rightarrow I_\Delta\cancel{\bar{\omega}}.\bar{\alpha} = -k\bar{\theta}\cancel{\bar{\omega}}$$

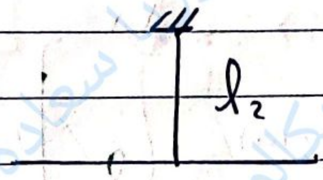
$(\bar{\omega} \neq 0)$ حركة

$$\bar{\alpha} = -\frac{k}{I_\Delta}.\bar{\theta} \Rightarrow (\bar{\theta})''_t = -\frac{k}{I_\Delta}.\bar{\theta}$$

تقبل حلاً جيبياً من الشكل...

②





$T_{01} = 2T_{02}$

العلاقة بين l_1 , l_2

نكتب:

$$T_{01} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k_1}} \quad , \quad T_{02} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k_2}}$$

$$\frac{T_{02}}{T_{01}} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}$$

لكن:

$$k_1 = k'\frac{(2r)^4}{l_1} \quad , \quad k_2 = k'\frac{(2r)^4}{l_2}$$

نقسم:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{l_2}{l_1}$$

نعوض:

$$\frac{T_{02}}{T_{01}} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}$$

نربع:

$$\frac{(T_{02})^2}{(T_{01})^2} = \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \frac{(T_{02})^2}{(2T_{02})^2}$$

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{\cancel{T_{02}^2}}{4\cancel{T_{02}^2}} \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{l_2 = \frac{1}{4} l_1}$$

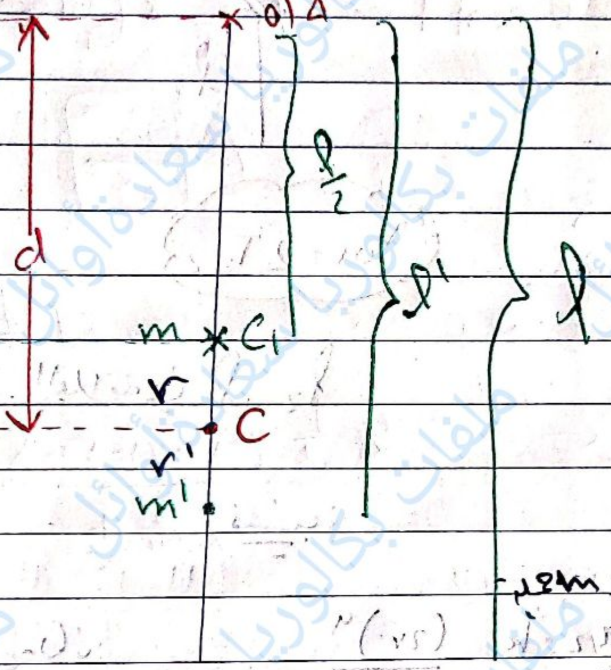
مسائل النواس الثقلي:

ص113: المسألة (1) دروس محلولة:

$m = 0.5 = \frac{1}{2}\,kg \;/\; l = 1.5\,m = \frac{3}{2}\,m$

$m' = \frac{1}{2}\,kg \;|\; l' = \frac{2}{3}l = 1\,m$

مركب ، ساق ، كتلة نقطية صغيرة



① حساب T_0:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$m_{جملة}$:

$$m_{جملة} = m + m' = \boxed{2m}$$

$I_{\Delta\,جملة}$:

$$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta\,ساق} + I_{\Delta\,كتلة}$$

$$I_{\Delta\,ساق} = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$I_{\Delta\,ساق} = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{4}ml^2 = \frac{4}{12}ml^2 = \boxed{\frac{1}{3}ml^2}$$

$$I_{\Delta\,كتلة} = m'l'^2 = m\left(\frac{2}{3}l\right)^2 = \boxed{\frac{4}{9}ml^2}$$

$$I_{\Delta\,جملة} = \frac{1}{3}ml^2 + \frac{4}{9}ml^2 \Rightarrow \boxed{I_{\Delta\,جملة} = \frac{7}{9}ml^2}$$

طلب d:

$$rm = r'm' \Rightarrow r = r'$$

$$d - \frac{l}{2} = l' - d \Rightarrow d - \frac{l}{2} = \frac{2}{3}l - d \Rightarrow$$

$$2d = \frac{2}{3}l + \frac{l}{2} = \left(\frac{4+3}{6}\right)l \Rightarrow 2d = \frac{7}{6}l$$

$$\Rightarrow \boxed{d = \frac{7}{12}l}$$

ط2) :

$$d = \frac{+\frac{l}{2}m + l'm'}{m+m'}$$

$$= \frac{+\frac{l}{2}m + \frac{2}{3}lm}{2m} = \frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)\cancel{m}l}{2\cancel{m}}$$

$$\Rightarrow d = \frac{\frac{7}{6}l}{2} = \boxed{\frac{7}{12}l}$$

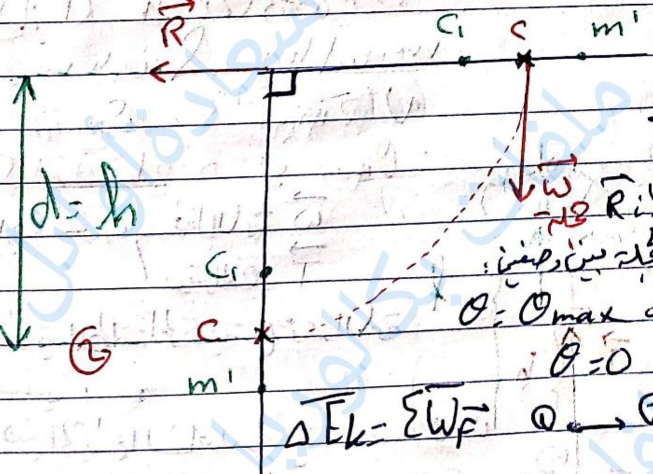
فرض :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{7}{\cancel{9}_3}\cancel{m}l^{\cancel{2}}}{\cancel{2m}g\frac{7}{\cancel{12}}\cancel{l}}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2\times1.5}{3\times10}} = \boxed{2}\,s$$

فرض :



$\theta_{max} = \frac{\pi}{2}\,rad$

حساب E_{k_2} :

القوى الخارجية المؤثرة ثقل الجملة $\vec{w}$ ، $\vec{R}$ رد فعل محور الدوران

جملة

نطبق نظرية الطاقة الحركية على حركة الجملة بين وضعين :

① في وضع مطال الزاوي الأعظمي حيث $\theta = \theta_{max}$

② في وضع توازنها الشاقولي حيث $\theta = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}} \quad ① \longrightarrow ②$$

محرك

$$\Rightarrow E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}} \Rightarrow E_{k_2} - 0 = mgh + 0$$

$$\boxed{h = d = \frac{7}{12}l}$$

حيث : لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل .

$$Ek_2 = 2mg \times \frac{7}{12} l \Rightarrow Ek_2 = 2 \times \frac{1}{2} \times 10 + \frac{7}{12} \times \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow Ek_2 = \boxed{\frac{35}{4}} \, J$$

حساب $\boxed{v_{m'}}$:

$$v_{m'} = \omega r = \omega l'$$

نحسب أولاً $\boxed{\omega}$:

$$Ek_2 = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = \frac{2 Ek_2}{I_\Delta}$$

نعوض :

$$\omega^2 = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{m} \times g \frac{7}{12} \cancel{l}}{\frac{7}{\cancel{9}} \cancel{m} l^2} \Rightarrow \omega^2 = \frac{3g}{l} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{3 \times 10}{1.5} = 20 \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{20} = \boxed{2\sqrt{5}} \, rad.s^{-1}$$

$$v_{m'} = \omega l' = 2\sqrt{5} \times 1$$

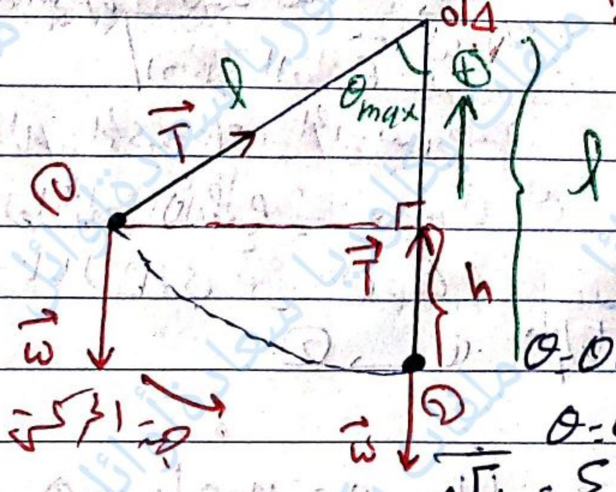
$$= \boxed{2\sqrt{5}} \, m.s^{-1}$$

$\boxed{123}$: المسألة ② دورة 2023 :

$m = 0.1 kg$, $l = 0.4 m$,

$v = 2 m.s^{-1}$, θ_{max}

① استنتاج حساب θ_{max} :



القوى الخارجية المؤثرة : ثقل الكرة $\vec{w}$

توتر الخيط $\vec{T}$

نطبق نظرية الطاقة الحركية على حركة الكرة بين وضعين :

① عندما يصنع الخيط الشاقول زاوية $\theta = \theta_{max}$

② عندما يصنع الخيط الشاقول زاوية $\theta = 0$

$$\Delta E_k = \Sigma W_{\vec{F}} \quad ① \rightarrow ②$$

$$Ek_2 - Ek_1 = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

نختصر

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 + 0 = \cancel{m}gh + 0$$

لكن: $h = l - l\cos\theta_{max}$ ← لأن عمل $\vec{T}$ معدوم لأن الانتقال عمودي في كل لحظة

$$\boxed{h = l(1 - \cos\theta_{max})}$$

$$\frac{1}{2}v^2 = gl(1 - \cos\theta_{max}) \Rightarrow 1 - \cos\theta_{max} = \frac{v^2}{2gl}$$

$$\Rightarrow \cos\theta_{max} = 1 - \frac{v^2}{2gl}$$

$$\Rightarrow \cos\theta_{max} = 1 - \frac{(2)^2}{2\times10\times0.4} = 1 - \frac{\cancel{4}}{2\times\cancel{4}} = 1 - \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \theta_{max} = \boxed{\frac{\pi}{3}}\ rad$$

2) استنتاج حساب T:

القوى الخارجية المؤثرة:
- $\vec{w}$: ثقل الكرة
- $\vec{T}$: توتر الخيط

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي:

$$\sum\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجه نحو الأعلى:

$$-w + T = ma_c \Rightarrow T = w + ma_c$$

$$T = mg + m\frac{v^2}{l} \Rightarrow \boxed{T = m\left(g + \frac{v^2}{l}\right)}$$

نعوض:

$$T = 0.1\left(10 + \frac{4}{0.4}\right) = 0.1(10 + 10)$$

$$T = 0.1\times20 \Rightarrow T = \boxed{2}\ N$$

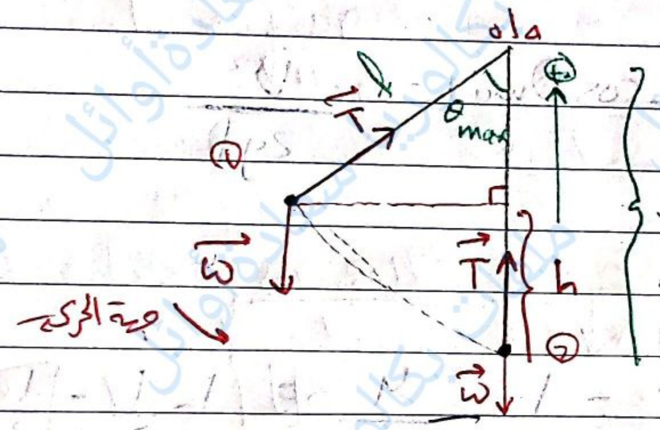
١٣) المسألة (3) درس ص 39 :

بسيطاً ، السعة كبيرة

$l = 1{,}6\ m$ ، $m = 0{,}5\ kg$

θ_{max} ، $h = 0{,}8\ m$

① استنتاج وحساب v :



القوى الخارجية المؤثرة : ثقل الكرة $\vec{\omega}$
توتر الخيط $\vec{T}$

نطبق نظرية الطاقة الحركية على حركة الكرة بين وضعين :

① عندما يصنع الخيط مع الشاقول زاوية $\theta = \theta_{max}$

② عندما يصنع الخيط مع الشاقول زاوية $\theta = 0$

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}$ ① ← ②

$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{\omega}} + W_{\vec{T}}$

$\frac{1}{2} m v^2 - 0 = \cancel{m} g h + 0$ ← لأن حامل $\vec{T}$ عمودي على الانتقال في كل لحظة

$\Rightarrow v^2 = 2gh \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2gh}}$ ⇐ نعوض

$v = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}8} = \sqrt{16} = \boxed{4}\ m.s^{-1}$

② استنتاج وحساب θ_{max} :

لدينا : $h = l(1 - \cos\theta_{max})$

$\Rightarrow 1 - \cos\theta_{max} = \frac{h}{l} \Rightarrow \boxed{\cos\theta_{max} = 1 - \frac{h}{l}}$

نعوض :

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{0{,}8}{1{,}6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \theta_{max} = \boxed{\frac{\pi}{3}}\ rad$

3) حساب الدور :

نحسب الدور الخاص في حالة السعات الزاوية الصغيرة :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1.6}{10}} = 2\pi\sqrt{\frac{16}{100}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi \times \frac{4}{10} = \boxed{2.5}\ s$$

نحسب الدور الخاص في حالة السعة الزاوية الكبيرة $\theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$

$$T_0' \simeq T_0\left(1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right) \Rightarrow T_0' = 2.5\left(1 + \frac{\left(\frac{\pi}{3}\right)^2}{16}\right)$$

$$= 2.5\left(1 + \frac{\pi^2}{9 \times 16}\right) = 2.5\left(1 + \frac{10}{144}\right)$$

$$T_0' \simeq 2.5\,(1 + 0.07) \Rightarrow T_0' = 2.5 \times 1.07$$

$$\Rightarrow T_0' = \boxed{2.675}\ s$$

③ استنتاج حساب T:

القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{w}$ ثقل الكرة

$\vec{T}$ توتر الخيط.

نطبق العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$ >> نسقط على محور شاقولي موجه نحو الأعلى <<

$$-w + T = m a_c \Rightarrow T = w + m a_c \Rightarrow T = mg + m\frac{v^2}{l}$$

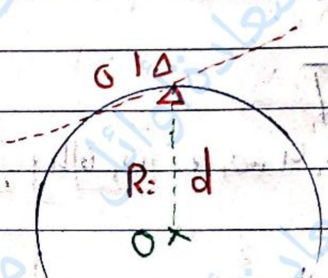
$$\Rightarrow \boxed{T = m\left(g + \frac{v^2}{l}\right)} \qquad T = 0.5\left(10 + \frac{16}{1.6}\right)$$

$$\Rightarrow T = 0.5\,(10 + 10) = 0.5 \times 20 = \boxed{10}\ N$$

م٤) المسألة (4) صفحة 271 :

$I_{/c} = MR^2$, $R = 12.5 \times 10^{-2}\,(m)$

مركز، العطالة، الحلقة رقيقة



1) حساب T_0:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$\boxed{m}$: $\boxed{m = M}$

$\boxed{I_\Delta}$: نطبق هايغنز :

$I_{\Delta/O} = I_{\Delta/C} + md^2$

$= MR^2 + MR^2 = \boxed{2MR^2}$

$\boxed{d}$: $\boxed{d = R}$

نعوض :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2MR^2}{MgR}}$

$\Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}}$

نعوض :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2\times 12{,}5\times 10^{-2}}{10}} = 2\sqrt{25\times 10^{-2}}$

$= 2\times 5\times 10^{-1} = \boxed{1}\, s$

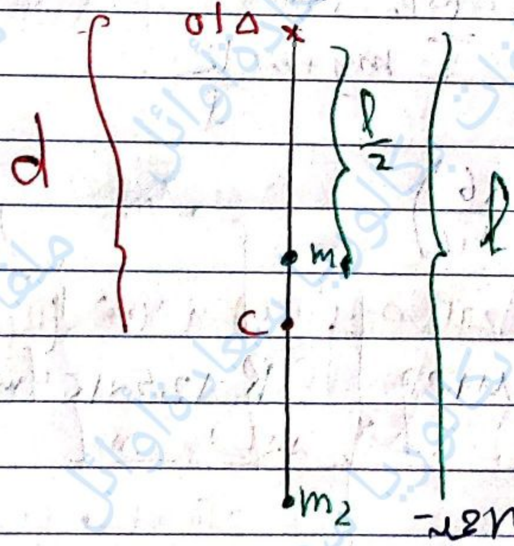
② حساب l' : $T_0 = T_0$ المؤقت $= 1s$

$2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} = 1 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l'}{10}} = 1 \Rightarrow \sqrt{l'} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{تربيع}} l' = \frac{1}{4}\, m$

$\Rightarrow l' = \boxed{0{,}25}\, m$

$\boxed{b}$: السؤال (4) نحتوي صيغة :

مجملة التلك



$m_1 = 0{,}4kg$, $l = 1(m)$

$m_2 = 0{,}2kg$

مركز ، مجملة الكتلة ، المادة المتغيرة

① حساب T_0 :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

مجـ $M = m_1 + m_2 = 0{,}4 + 0{,}2 = \boxed{0{,}6}\, kg$ $\boxed{\text{مجـ } M}$

مجـ $I_\Delta = I_{\Delta_1} + I_{\Delta_2} = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$ $\boxed{\text{مجـ } I_\Delta}$

$= m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m_2 l^2 = m_1\frac{l^2}{4} + m_2 l^2$

SABBAGH STATIONERY

$I_{\Delta} = l^2\left(\frac{m_1}{4} + m_2\right)$

$= (1)^2\left(\frac{0.4}{4} + 0.2\right) = 0.1 + 0.2 = \boxed{0.3}\ kg.m^2$

d) حساب d:

$d = \frac{r_1 m_1 + r_2 m_2}{m_1 + m_2}$

$= \frac{\frac{l}{2}m_1 + l m_2}{m_1 + m_2} = \frac{\frac{1}{2}\times 0.4 + 1\times 0.2}{0.4 + 0.2}$

$= \frac{0.2 + 0.2}{0.6} = \frac{0.4}{0.6} = \boxed{\frac{2}{3}}\ m$

نعوض:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.3}{0.6\times 10\times\frac{2}{3}}} = 2\sqrt{\frac{3}{4}} = \boxed{\sqrt{3}}\ s$

2) $V_c = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}}\ m.s^{-1}$, $\theta_{max} > 0.24\ rad$

a) حساب v_{m_2}:

$V_c = \omega . d$, $v_{m_2} = \omega l$

نحسب ω:

$\omega = \frac{V_c}{d}$

$\omega = \frac{\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}} \Rightarrow \omega = \frac{\cancel{4}^{2}\pi}{\cancel{3}\sqrt{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} \Rightarrow \omega = \boxed{\frac{2\pi}{\sqrt{3}}}\ rad.s^{-1}$

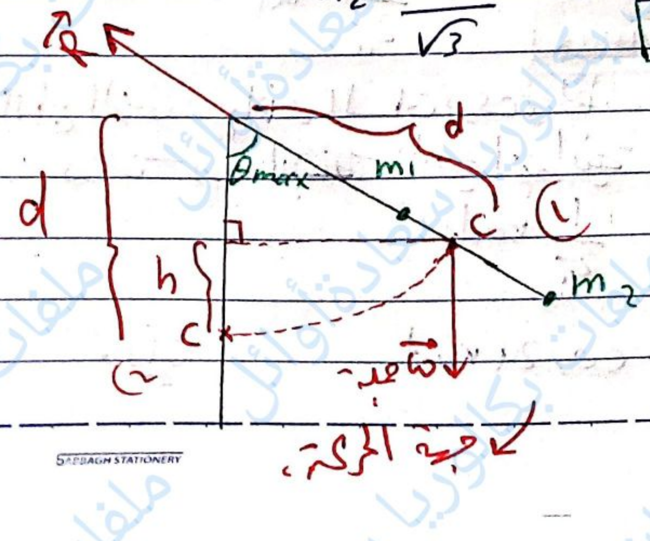
نعوض:

$v_{m_2} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \times 1 = \boxed{\frac{2\pi}{\sqrt{3}}}\ m.s^{-1}$

b) استنتاج قيمة θ_{max}:

القوى الخارجية المؤثرة: ثقل الجملة شاقولي، $\vec{R}$ رد فعل محور الدوران

لإيجاد θ_{max} نطبق نظرية الطاقة الحركية على الجملة بين وضعين:



SABBAGH STATIONERY

① في وضع مطالها الزاوي الأعظمي حيث $\theta = \theta_{max}$

② في وضع توازنها الشاقولي حيث $\theta = 0$

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}$ ① ⟶ ②

$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 - 0 = \underset{\text{كلية}}{m} g \overset{\text{ت}}{h} + 0$ ⟶ $\vec{R}$ لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

ولكن: $h = d(1 - \cos\theta_{max})$

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgd(1 - \cos\theta_{max})$

$1 - \cos\theta_{max} = \frac{I_\Delta \omega^2}{2 \underset{\text{كلية}}{m} g d} \Rightarrow \boxed{\cos\theta_{max} = 1 - \frac{I_\Delta \omega^2}{2 \underset{\text{كلية}}{m} g d}}$

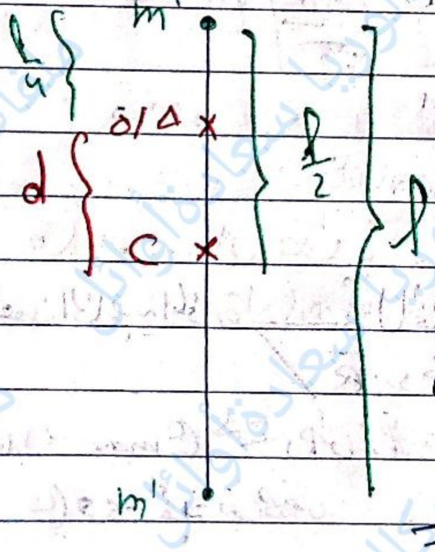
$\Rightarrow \cos\theta_{max} = 1 - \frac{\cancel{0{,}3} \times \left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right)^2}{2 \times \cancel{0{,}6}_{2} \times 10 \times \frac{2}{3}}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{\frac{4\pi^2}{3}}{\cancel{4} \times 10 \times \frac{2}{\cancel{3}}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \theta_{max} = \boxed{\frac{\pi}{3}}$ rad

م١٢) المسألة (5) صـ٤٥

"محصلة الكتلة"



$\frac{l}{4}, m', l$

$T_0 = 2{,}5\,(s)$, $\theta = \frac{1}{2\pi}$ rad

١) التابع الزمني: بما أن الساق تركت لحظة بدء الزمن بدون سرعة زاوية ابتدائية:

$\theta_{max} = \theta = \frac{1}{2\pi}$ rad

ولكن: $\frac{1}{2\pi} = \frac{1}{6{,}28} < 0{,}24$ rad

أي أنّ: θ_{max} صغيرة وبالتالي فإنّ حركة النواس حركة جيبية دورانية تابعها الزمني للمطال الزاوي بشكله العام:

$$\bar{\theta} = \boxed{\theta_{max}} \cos(\boxed{\omega_0} t + \boxed{\bar{\varphi}})$$

ونريد تعيين الثوابت: $\bar{\varphi}$ ، ω_0 ، θ_{max}

$\boxed{\theta_{max}}$:

$$\theta_{max} = \boxed{\frac{1}{2\pi}} \text{ rad}$$

$\boxed{\omega_0}$:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2.5} = \boxed{\frac{4\pi}{5}} \text{ rad.s}^{-1}$$

$\boxed{\bar{\varphi}}$: نعوض شروط البدء: عندما كانت $t=0$, كانت $\bar{\theta} = +\theta_{max}$ نعوض:

$$+\theta_{max} = \theta_{max} \cos(\underbrace{\omega_0 \times 0}_{0} + \bar{\varphi})$$

$$\Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = \boxed{0} \text{ rad}$$

نعوض:

$$\bar{\theta} = \frac{1}{2\pi} \cos \frac{4\pi}{5} t$$

② استنتاج حساب ℓ: لدينا:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{m g d}}$$

ونريد تعيين الثوابت d ، I_{Δ} جملة ، m جملة:

$\boxed{m_{جملة}}$:

$$m_{جملة} = m' + m' = \boxed{2m'}$$

$\boxed{I_{\Delta\,جملة}}$:

$$I_{\Delta\,جملة} = I_{\Delta_1} + I_{\Delta_2}$$

$$I_{\Delta\,جملة} = m' r_1^2 + m' r_2^2$$

$$= m'\left(\frac{\ell}{4}\right)^2 + m'\left(\frac{3\ell}{4}\right)^2 = m'\left(\frac{\ell^2}{16} + \frac{9\ell^2}{16}\right)$$

$$= \frac{10}{16} m' \ell^2 = \boxed{\frac{5}{8} m' \ell^2}$$

: $\boxed{d}$

$$d = \frac{-r_1 m' + r_2 m'}{m' + m'}$$

$$d = \frac{-\frac{l}{4} m' + \frac{3l}{4} m'}{2m'}$$

$$= \frac{\left(-\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) \cancel{m'} l}{2\cancel{m'}} = \frac{\frac{2}{4} l}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{d = \frac{l}{4}}$$

نعوض:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{5}{8} m' l^2}{2m' g \frac{l}{4}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{5l}{4g}}} \Rightarrow \frac{5}{2} = \cancel{2\pi} \sqrt{\frac{5l}{\cancel{4 \times 10}}}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} = \sqrt{5l}$$ نربع

$$\Rightarrow 5l = \frac{25}{4} \Rightarrow l = \frac{5}{4} = \boxed{1{,}25}\, m$$

3) حساب ω_{max}:

لدينا: $\bar{\omega} = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

نستنتج العلاقة << طويلة >>:

$$\boxed{\omega_{max} = \omega_0 \theta_{max}}$$

نعوض:

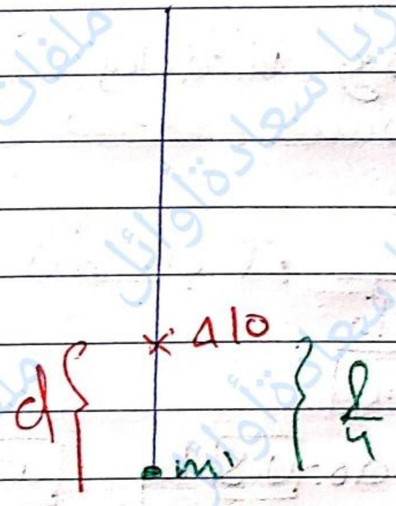
$$\omega_{max} = \frac{{}^{2}\cancel{4\pi}}{5} \times \frac{1}{\cancel{2\pi}} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

$$\Rightarrow \omega_{max} = \boxed{0{,}4}\ rad.s^{-1}$$

4) 1- استنتاج حساب T_0:

عند انفصال الكتلة السفلى

يصبح توازن النواس حلقي فيتفكك ويصبح بالشكل المجاور:



طـ1):

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m g d}}$$

m جملة: $m = m'$

d: $d = \boxed{\frac{l}{4}}$

I_Δ جملة: $I_{\Delta} = m'\left(\frac{l}{4}\right)^2 = m'\frac{l^2}{16}$

$$\Rightarrow \boxed{I_{\Delta} = \frac{1}{16}m' l^2}$$

نعوض:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{16}m' l^{\cancel{2}}}{m' g \frac{\cancel{l}}{4}}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{4g}}}$$

$$T_0 = \cancel{2}\pi\sqrt{\frac{\frac{5}{4}}{\cancel{4}_2\times10}} = \boxed{\frac{\sqrt{5}}{2}\ s}$$

طـ2): عند انفصال الكتلة السفلى يصبح النواس بمثابة نواس ثقلي بسيط طوله $\frac{l}{4}$ وكتلة نقطية m' ⇐

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{l}{4}}{10}} = 2\pi\sqrt{\frac{5}{4\times4\times10}}$$

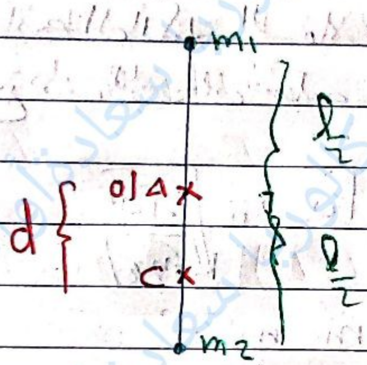
$$\Rightarrow \boxed{T_0 = \frac{\sqrt{5}}{2}\ s}$$

$\boxed{\text{حل}}$ المسألة (5) خاصة:

مهملة الكتلة

$m_2 = 0{,}6\,kg$, $m_1 = 0{,}2\,kg$, $l = 1(m)$

مركب ، الساق صغيرة ، مهملة الكتلة



1) حساب T_0:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$\boxed{m \text{ كلية}}$: حيث $m = m_1 + m_2 = 0{,}2 + 0{,}6 = \boxed{0{,}8}\,kg$

$\boxed{I_\Delta \text{ كلية}}$: حيث $I_\Delta = I_{\Delta 1} + I_{\Delta 2} = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$$= m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{l^2}{4}(m_1 + m_2)$$

$$= \frac{(1)^2}{4}(0{,}2 + 0{,}6) = \frac{0{,}8}{4} = \boxed{0{,}2}\,kg.m^2$$

$\boxed{d}$:

$$d = \frac{r_1 m_1 + r_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$d = \frac{-\frac{l}{2} m_1 + \frac{l}{2} m_2}{m_1 + m_2} = \frac{\frac{l}{2}(-m_1 + m_2)}{m_1 + m_2}$$

$$d = \frac{\frac{1}{2}(-0{,}2 + 0{,}6)}{0{,}2 + 0{,}6} = \frac{\frac{1}{2} \times \cancel{0{,}4}}{\cancel{0{,}8}_{2}} \Rightarrow d = \boxed{\frac{1}{4}}\,m$$

نعوض: $T_0 = \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{0{,}2}{0{,}8 \times \cancel{10} \times \frac{1}{4}}} \Rightarrow T_0 = \boxed{2}(s)$

2) حساب l': نجعل $T_0 = T_{0ss} = 2(s)$

$$2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} = 2 \Rightarrow \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{l'}{\cancel{10}}} = \cancel{2} \Rightarrow \sqrt{l'} = 1 \Rightarrow l' = \boxed{1}(m)$$

3) حساب T'_0 لما $\theta_{max} = 0.4\,rad$:

$$T'_0 \approx T_0\left(1 + \frac{\theta^2_{max}}{16}\right)$$

$$T'_0 = 2\left(1 + \frac{(0.4)^2}{16}\right)$$

$$T'_0 = 2\left(1 + \frac{0.16}{16}\right) = 2\left(1 + 0.01\right)$$

$$= 2(1.01) \Rightarrow T'_0 = \boxed{2.02}\,(s)$$

4) $\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad$

4) استنتاج وحساب:

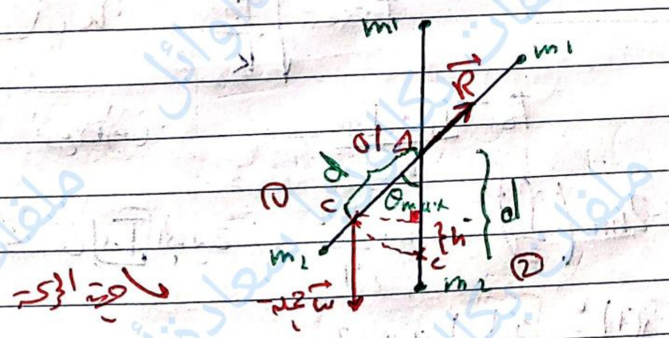
القوى الخارجية المؤثرة: ثقل الجملة: $\vec{\omega}$ محصلة

رد فعل محور الدوران: $\vec{R}$

نطبق نظرية الطاقة الحركية على حركة الجملة بين وضعين:

① وضع مطالها الزاوي الأعظمي حيث $\theta = \theta_{max}$

② وضع توازنها الشاقولي حيث $\theta = 0$



$$\Delta E_k = \sum \overline{W}_{\vec{F}} \quad ① \longrightarrow ②$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = \overline{W}_{\vec{\omega}} + \overline{W}_{\vec{R}}$$

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 - 0 = 2mgh + 0$$ لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

حيث $h = d(1 - \cos\theta_{max})$

$$\omega^2 = \frac{2\cancel{\times 2} m g d (1-\cos\theta_{max})}{I_\Delta}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{2\times 2 m g d (1-\cos\theta_{max})}{I_\Delta}}}$$

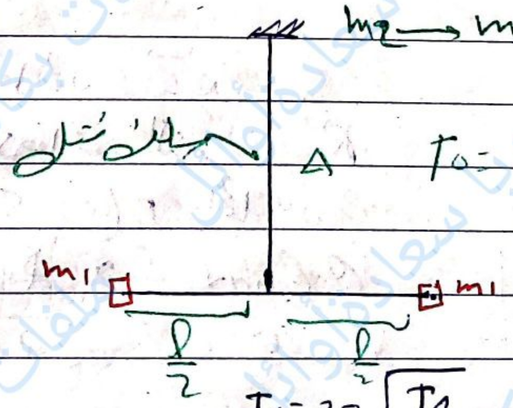
$$\omega = \sqrt{\frac{2\times \cancel{0.8}\times 10 \times \cancel{\frac{1}{4}}\left(1-\frac{1}{2}\right)}{\cancel{0.2}}} \Rightarrow \omega = \sqrt{10} \simeq \boxed{\pi}\ rad.s^{-1}$$

b) حساب $\boxed{v_c}$:

$$v_c = \omega \times d$$

$$v_c = \pi \times \frac{1}{4} = \boxed{\frac{\pi}{4}}\ m s^{-1}$$

5) حل : $m_2 \longrightarrow m_1$



$T_0 = 2\pi\,(s)$

حساب k :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

نربع الطرفين :

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2 I_\Delta}{k}$$

نحسب $\boxed{I_\Delta}$ الجديدة :

$$I_\Delta = 2m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \cancel{2}m_1\frac{l^2}{\cancel{4}_{2}}$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2}m_1 l^2 = \frac{1}{2}\times 0.2 \times (1)^2 = \boxed{0.1}\ kg.m^2$$

$$k = \frac{\cancel{4\pi^2}\times 0.1}{\cancel{4\pi^2}} = \boxed{0.1}\ m N\, rad^{-1}$$

6) حساب α : $\theta = 0.5$ rad

$\bar{\alpha} = -\omega_0^2 \bar{\theta}$

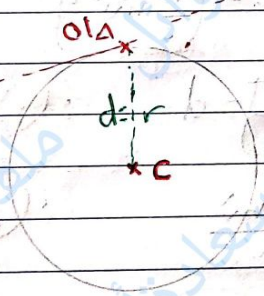
نحسب $\boxed{\omega_0}$; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2\pi} = \boxed{1}$ rad s^{-1}

$\bar{\alpha} = -(1)^2 \times 0.5 = \boxed{-0.5}$ rad s^{-2}

قيمة الطويلة : $\alpha = \boxed{0.5}$ rad s^{-1}

$\boxed{م14}$: الحل (6) ذاكرة ص27 :

$r = \frac{2}{3}$ (m) , m



مركز ، لكتلة ، الصغيرة

① استنتاج وحساب $\boxed{T_0}$:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

نطبق هايغنز : $\boxed{I_\Delta}$, $d = r$, جسم $m = m$

$$I_{\Delta/O} = I_{\Delta/C} + md^2 = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 = \boxed{\frac{3}{2}mr^2}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}\cancel{m}r^{\cancel{2}}}{\cancel{m}g\cancel{r}}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}}$$

نعوض : $T_0 = \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{3\times\frac{2}{3}}{2\times10}} = \boxed{2}$ s

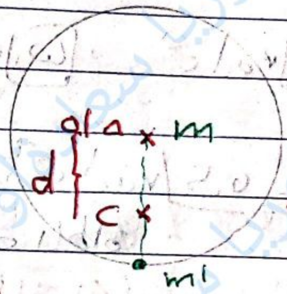
② حساب $\boxed{l'}$: $T_{0\,\text{بسيط}} = T_{0\,\text{مركب}} = 2$ (s)

$$2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}} = 2 \Rightarrow \cancel{2\pi}\sqrt{\frac{l'}{\cancel{10}}} = \cancel{2} \Rightarrow \sqrt{l'} = 1 \Rightarrow l' = 1\,(m)$$

3) $m' = m$, Δ لـ T_0 :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{m g d}}$$

$m_{جملة}$: $m_{جملة} = m' + m = \boxed{2m}$



$I_{\Delta جملة}$: $I_{\Delta جملة} = I_{\Delta قرص} + I_{\Delta نقطة}$

$= \frac{1}{2}mr^2 + m'r^2 = \boxed{\frac{3}{2}mr^2}$

d : ط١ : $r_1 m = r_2 m' = \boxed{\frac{r}{2}} = d$

ط٢ : $d = \frac{0 \times m + r m'}{m + m'}$

$= \frac{r m}{2m} = \boxed{\frac{r}{2}}$

نعوض : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{2mg\frac{r}{2}}} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3 \times \frac{2}{3}}{2 \times 10}} \Rightarrow T_0 = \boxed{2}\ s$

ω) $v_m = \frac{2\pi}{3}\ m\,s^{-1}$, θ_{max}

القوى الخارجية المؤثرة : ثقل الجملة $\vec{w}$

رد فعل محور الدوران $\vec{R}$

نطبق نظرية الطاقة الحركية على مركز الجملة بين وضعين

① في وضع المطال الزاوي الأعظمي $\theta = \theta_{max}$

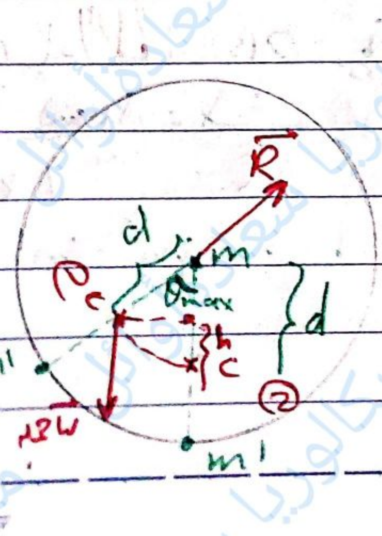
② في وضع التوازن الشاقولي $\theta = 0$

$\Delta E_k = \Sigma W_{\vec F}$ ① → ②

$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec w} + W_{\vec R}$

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 - 0 = +mgh + 0$ هبوط

$\vec{R}$ نقطة تأثيره لا تنتقل



$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgd(1-\cos\theta_{max}) \Leftarrow \text{ولكن: } h = d(1-\cos\theta_{max})$$

$$1-\cos\theta_{max} = \frac{I_\Delta \omega^2}{2mgd} \Rightarrow$$

$$\boxed{\cos\theta_{max} = 1 - \frac{I_\Delta \omega^2}{2mgd}} \Rightarrow \cos\theta_{max} = 1 - \frac{\frac{3}{2}mr^2 \times \left(\frac{v}{r}\right)^2}{2 \times 2m \times g \times \frac{r}{2}}$$

$$= 1 - \frac{\frac{3}{2}\cancel{m}r^2 \times \frac{v^2}{r^2}}{4\cancel{m} \times g \times \frac{r}{2}} = 1 - \frac{\frac{3}{2} \times \left(\frac{2\pi}{3}\right)^2}{4 \times 10 \times \frac{r}{2}}$$

$$= 1 - \frac{\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}} \times \frac{4\pi^2}{\cancel{9}\,\cancel{3}}}{\cancel{4} \times \cancel{10} \times \frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{2}{\cancel{3}}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \boxed{\frac{\pi}{3}}\,rad$$

الأسئلة النظرية ص 37:

اختبار من متعدد:

1) لدينا: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

بما أن المقاستين تسجن بأن دور هما الخاص أصغر من (2s) دلالة يجب تكبير الدور الخاص

لذلك يجب تكبير I_Δ بإبعاد القرصين عن الأسفل يزداد I_Δ ويزداد T_0 ويتم تصحيح المقياس

فالجواب الصحيح هو (a)

2) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$ أي أن T_0 تتناسب عكساً مع $\sqrt{g}$ فالمقاستة الثانية تصغر

عندما g يزداد الدور الخاص أي أن المقاستة الثانية تؤخر

فالجواب الصحيح هو (c)