جامعة دمشق

كلية الهندسة المدنية — الفصل الدراسي الاول

سلم امتحان مقرر الجيوديزيا — العام : ٢٠١٩-٢٠٢٠

حل المسألة الاولى : المثلث الكروي القائم أي الذي يحوي على زاوية قائمة واحدة من زواياه الثلاث موزعة هو حالة خاصة لكل هناك طريقة للتعامل معه

١- من خلال رسم شكل تخطيطي ضلعه مقابل الزاوية القائمة وتوضع الزوايا الضلعين البعيدين والباقيين المتقاربين يقع الضلع المقابل للزاوية القائمة والضلعان المتممان متممان الأضلاع

تطبق قاعدة نيبر: تجيب أي عنصر = حاصل ضرب تمثل الضلعين المجاورين أو جذوب جيب عنصرين غير المجاورين ← يمكن لذلك الرسم

٢- من خلال دائرة تقسم الكرة أجزاء تكتب في جزئين منها الضلعين المجاورين للزاوية القائمة وفي الجزء الوسط منهم الضلع المقابل للزاوية القائمة والجزئين الباقيين متممان الزوايا

تطبق قاعدة نيبر: جيب أي جزء = حاصل ضرب ظل الجزئين المجاورين له أو جيب تمام الجزئين غير المجاورين ← يمكن الرسم

المسألة الحل:

$$\sin(90-B) = \tg a \cdot \tg(90-c)$$

$$c = 1^\circ\ 24'\ 56.65$$

$$\sin b = \sin B \cdot \sin c$$

$$b = 0^\circ\ 59'\ 59.45$$

$$\sin(90-A) = \tg(b) \cdot \tg(90-c)$$

$$A = 45^\circ\ 0'\ 31.44$$

حل المسألة الثانية (١٤)درجات

احسب طول قوس على الإهليلج بين النقطتين:

$$P_1(30^\circ N, 40^\circ E) \quad P_2(31^\circ N, 41^\circ E)$$

ثم احسب طول نفس القوس باعتبار الأرض كرة نصف قطرها الوسطي R_m

اعتبر عناصر الإهليلج التالية:

$$a = 6378245\ \text{m} \ , \ b = 6356863\ \text{m}$$

الحل: مع ملاحظة حالكان كل فيه اخطاء بسيطة للطالب وقد تم إسقاط درجتين

الطلب الأول:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = 6.69342749 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 1^\circ$$

$$\varphi_m = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = 30.5^\circ$$

$$M_m = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_m)^{\frac{3}{2}}} = 6351973.655 \text{ m}$$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}}} = 6383588.247 \text{ m}$$

إن N نصف قطر انحناء المقطع العمودي على الزوال (الأعظمي) وبالتالي: $\varphi = \varphi_1$

$$S_\varphi = M_m \cdot \Delta\varphi \cdot \left(\frac{\pi}{180^\circ}\right) = 110862.8543 \text{ m}$$

$$S_\lambda = N \cdot \cos \varphi_{30^\circ} \cdot \Delta\lambda \cdot \left(\frac{\pi}{180^\circ}\right) = 96487.90253 \text{ m}$$

$$S = \sqrt{S_\varphi^2 + S_\lambda^2} = 146971.0441 \text{ m}$$

الطلب الثاني:

$$N_m = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_m)^{\frac{1}{2}}} = 6383750.789 \text{ m}$$

$$R_m = \sqrt{N_m \cdot M_m} = 6367842.4 \text{ m}$$

$$S_\varphi = R_m \cdot \Delta\varphi \cdot \left(\frac{\pi}{180^\circ}\right) = 111139.8161 \text{ m}$$

$$S_\lambda = R_m \cdot \cos \varphi \cdot \Delta\lambda \cdot \left(\frac{\pi}{180^\circ}\right) = 96249.90414 \text{ m} \quad : \varphi = \varphi_1$$

$$S = \sqrt{S_\varphi^2 + S_\lambda^2} = 147024.16 \text{ m}$$

حل المسألة الثالثة: (١٠)درجة

عرف كل من زاوية العرض الجيوديزية وزاوية العرض المركزية وزاوية العرض المختصرة (مختزلة)

وما هي العلاقة التي تربط زاوية العرض الجيوديزية φ وزاوية العرض المختزلة θ وزاوية العرض المركزية Ψ بين ذلك من خلال الرسم والشرح والعلاقات اللازمة لبيان تلك العلاقة؟ واستنتج بعد ترتيب قيم تلك الزوايا من الأكبر إلى الأصغر بعد املاء الفراغات في الجدول:

٣. عند أي زاوية عرض جيوديزية نحصل على أكبر فرق بين الزوايا الثلاث؟

٤. عند أي زاوية عرض جيوديزية نحصل على أصغر فرق بين الزوايا الثلاث؟

$$a = 6378388\ \text{m} \quad b = 6356912\ \text{m}$$

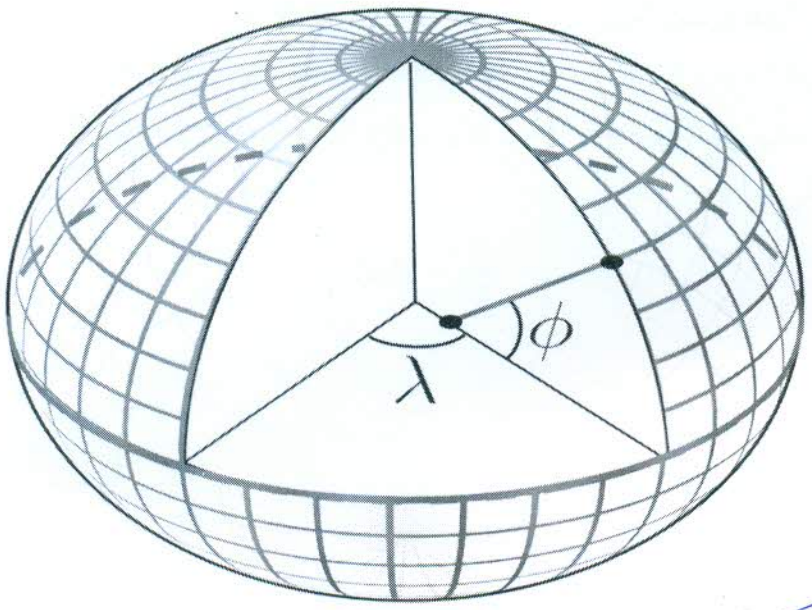
φ	θ	Ψ	$\varphi - \theta$	$\varphi - \Psi$	$\theta - \Psi$
$0°$	$0°$	... .	.....	.....	0
$30°$	... .	$29.833°$	$5'$	.....	.....
$45°$	$44.903°$	... .	.....	.....	$5.8'$
$60°$	... ...	.....	.....	$10.1'$	.....
$89.99°$	$89.990°$	... .	.....	.....	.....

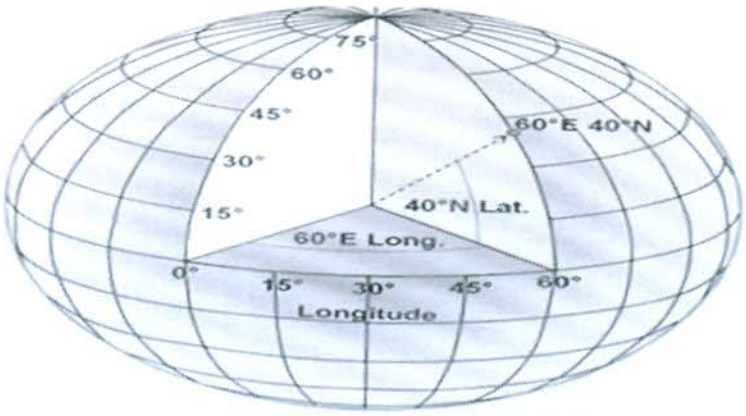
المجموع [15]

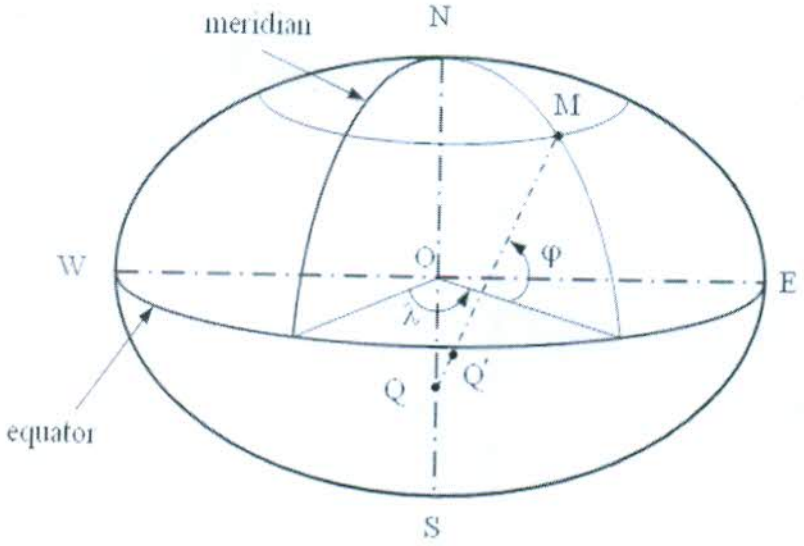
الحل : يطلب الشرح بشكل مختصر جداً محاور أو ناد مع الرسم وتعريف بالتعريف الزوايا المطلوبة فقط مع رسم توضيحي لذلك وكتابة العلاقات التي تربط بينها

4 - إنَّ زاوية العرض (Geodetic Latitude) الجيوديزية : هي الزاوية بين العمود على الاهليلج عند النقطة المعتبرة M وخط الاستواء وهي موجبة شمال خط الاستواء وسالبة جنوبه يرمز لزاوية العرض الجيوديزية بالرمز φ

الشكلين التاليين يوضحان تقسيمات الكرة الأرضية لخطوط الطول والعرض:







الإحداثيات الجيوديزية على سطح الاهليلج

يوضّح الشكل اعلاه الإحداثيات الجيوديزية على الاهليلج الأرضي (φ,λ)

ويوضّح الشكل أيضاً نوعين آخرين لزوايا العرض عند إلنقطة M هما :

١- زاوية العرض المركزية (ψ) (geocentric latitude) وهي الزاوية التي يصنعها الخط الواصل بين النقطة M الواقعة على سطح الاهليلج ومركز الاهليلج(O) مع خط الاستواء والتي تساوي:

$$tg\psi = \frac{y}{x}$$

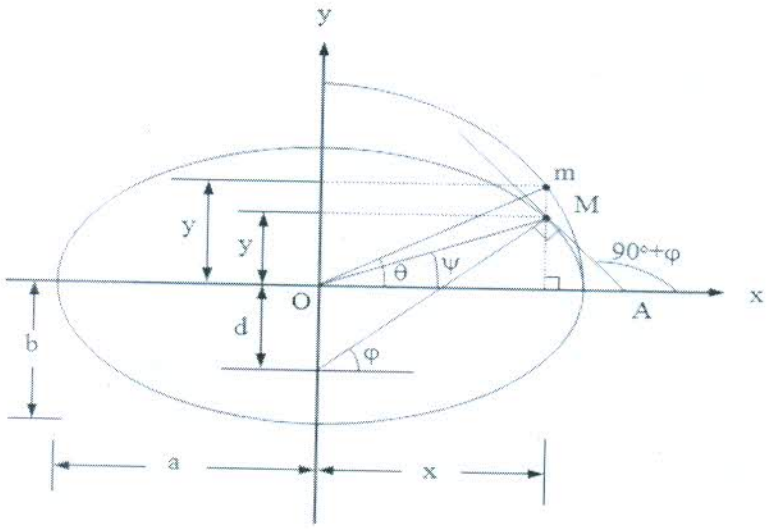
حيث أنّ:

$$x = \frac{a^2 \cos\varphi}{(a^2 \cos^2\varphi + b^2 \sin^2\varphi)^{\frac{1}{2}}}$$

$$y = \frac{b^2 \sin\varphi}{(a^2 \cos^2\varphi + b^2 \sin^2\varphi)^{\frac{1}{2}}}$$

وممكن كتابة زاوية العرض المركزية بالعلاقة :

$$tg\psi = \frac{b^2}{a^2} tg\varphi \qquad)$$



الشكل يوضح زاوية العرض الجيوديزية المركزية والمختصره

٢- زاوية العرض المختصرة (θ) (reduced Latitude) وهي الزاوية التي يصنعها الخط الواصل بين النقطة m الناتجة من تقاطع الدائرة الرئيسية للقطع مع امتداد العمود على خط الاستواء عند النقطة M ومركز الاهليلج O مع خط الاستواء .

$$tg\theta = \frac{b}{a} tg\varphi$$

وهذه العلاقة تمثل العلاقة بين زاوية العرض المختصرة وزاوية العرض الجيوديزية .

نبين أنّ الدائرة التي تمُر من المحور الكبير للاهليلج نسميها الدائرة الرئيسية والدائرة التي تمّر بالمحور الصغير نسميها الدائرة الثانوية ومن العلاقتين السابقتين :

نستنتج العلاقة بين زاوية العرض المركزية والمختصرة:

$$tg\theta = \frac{a}{b} tg\psi$$

4 او ممكن الكتابة وفق الاتي مع الرسومات السابقة تكتب برسمه واحدة فيها على الزوايا الثلاث الحادة

(راجع كيفية الاستنتاج و"الرسم" في النظري):

$$\mathbf{tg}\,\Psi = \frac{Z}{r} \ldots (1)$$

$$\left.\begin{aligned} \sin\theta &= \frac{Z}{b} \\ \cos\theta &= \frac{r}{a} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{tg}\,\theta = \frac{Z}{r}\cdot\frac{a}{b} \ldots (2)$$

من (1) و (2) نجد أن:

$$\mathbf{tg}\,\theta = \frac{a}{b}\cdot \mathbf{tg}\,\Psi \ldots (3)$$

وبالاستفادة من العلاقة المستنتجة سابقاً (راجع النظري) :

$$\mathbf{tg}\,\varphi = \frac{a^2}{b^2}\frac{Z}{r} \Rightarrow \frac{Z}{r} = \frac{b^2}{a^2}\cdot \mathbf{tg}\,\varphi \ldots (4)$$

نعوض العلاقة (4) بالعلاقة (1) فنجد أن:

$$\mathbf{tg}\,\Psi = \frac{b^2}{a^2}\cdot \mathbf{tg}\,\varphi \ldots (5)$$

بمساواة كل من العلاقتين (3) و (5) نجد أن:

$$\mathbf{tg}\,\beta\theta = \frac{b}{a}\cdot \mathbf{tg}\,\varphi \ldots (6)$$

بدمج كل من العلاقة (3) و (6) نجد أن:

$$\mathbf{tg}\,\beta\theta = \frac{a}{b}\cdot \mathbf{tg}\,\Psi = \frac{b}{a}\cdot \mathbf{tg}\,\varphi$$

وبما أننا نعلم أن $a > b$ فإننا نحصل على المتراجحة:

$$\varphi > \theta > \Psi$$

φ	θ	Ψ	$\varphi-\theta$	$\varphi-\Psi$	$\theta-\Psi$
0°	0°	0°	0	0	0
30°	29.916°	29.833°	5′	10′	5′
45°	44.903°	44.807°	5.8′	11.6′	5.8′
60°	59.916°	59.832°	5′	10.1′	5′
89.99°	89.990°	89.9899°	0	0	0

5

1 -

نلاحظ أن أكبر فرق هو عند الزاوية 45° وينعدم هذا الفرق عند القطب وخط الاستواء.

حل السؤال الرابع (٨) درجات

قارن بين حل المسألة المباشرة على سطح الاليبسوئيد وسطح المستوي بين ذلك من خلال الرسم واذكر كافة العلاقات اللازمة لحل المسألة المباشرة على كلا السطحين.

يطلب : - الرسم م الاهليلجي والمستوي
- المعطيات المطلوبه لكل إلى مسأله م الاهليلجي والمستوي
- المطلوب من حل المسأله " " "
- العلاقات اللازمه لكل " " "
- تحديد الشمال في حاله المستوي بأنه يكون // لمحور y عادة
أما الشمال هو الحاسر لحظ الزوال الذي يمر بنقطه والذي يتجه نحو القطب الشمالي
ولا يوازي المحور y عادة فقط عندما $\varphi = 0$
- تمثل المسأله المباشره لمساحة صغيره من الأرض م المستوي
- " " " " كبيره من الأرض م الاهليلجي
- حساب طول تقريبي ودقيق لكل إلى مسأله المباشره م الاهليلجي
- يطلب الرسم وكتابه العلاقات كاملة للمستوي والاهليلجي

7

جواب السؤال الخامس :

صياغة المعادلة الناظمية المصفوفية :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{2.5 درجة}$$

$$L = \begin{bmatrix} 4.926 \\ 6.879 \\ 1.954 \\ 3.380 \\ 3.530 \\ 1.545 \end{bmatrix} \quad \textbf{2.5 درجة}$$

$$W = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad \textbf{2 درجة}$$

- يقبل ضرب المصفوفة W كاملة بأي قيمة عددية

$$N = A^T W A$$

$$N = \begin{bmatrix} 2 & -0.5 & -1 \\ -0.5 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \textbf{درجة}$$

$$Q = N^{-1} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.4 & 0.4 \\ 0.4 & 0.8 & 0.4 \\ 0.6 & 0.4 & 0.4 \end{bmatrix} \quad \textbf{درجة}$$

$$t = A^T W L = \begin{bmatrix} -2.6125 \\ 1.2815 \\ 12.363 \end{bmatrix} \quad \textbf{درجة}$$

$$X = Q.t = \begin{bmatrix} 3.3678 \\ 4.9254 \\ 6.8854 \end{bmatrix} \quad \textbf{1 درجة}$$

$H_B = 3.368$ m

$H_C = 4.925$ m **1 درجة**

$H_D = 6.885$ m

- يُقبل تبديل ترتيب المجاهيل في المصفوفات .
- تصحح المصفوفات رقما رقماً وينال الطالب علامات جزئية عند اكتمال جزء معين من الحل.

جواب السؤال السادس

المعادلة الناظمية للزاوية المقاسة الاضافية θ_5 فقط (**1 درجة**) :

$$\rho\left(\frac{y_t-y_u}{TU^2}-\frac{y_R-y_u}{RU^2}\right)dx_u+\rho\left(\frac{x_u-x_t}{TU^2}-\frac{x_u-x_R}{RU^2}\right)dy_u=k''_{\theta 5}+v''_5$$

ρ=206264.8

حساب معامليّ المصفوفة J:

RU0= 694.03 m 0.5 درجة

TU0 = 5446.31m 0.5 درجة

ينال الطالب العلامة عند حساب الرقم أو حساب مربعه

$$-30.23918\,dx_u-6.0115\,dy_u=k''_{\theta 5}+v''_5$$

3 3

ثلاث درجات لكل قيمة عددية صحيحة.

حساب معامل المصفوفة K:

$Az_U^R=277°35'44.1"$ درجة

$Az_U^T=227°12'047"$ درجة

$\theta_{5_0}=Az_U^R-Az_T^R=50°23'43.62"$ درجة

$K_{\theta 5}=\theta_5-\theta_{5_0}=-3.62"$ درجة

الحساب المصفوفي :

J =

4.507	33.800
15.447	-40.713
-15.447	40.713
25.723	-27.788
-30.2392	-6.0115

1 درجة

K =

0

0

-0.69

-20.23

-3.63

$N = J^TJ$

$10^3 \times$

2.0736	-1.6385
-1.6385	5.2658

1 درجة

$Q = N^{-1}$

$10^{-3} \times$

0.6395	0.1990
0.1990	0.2518

1 درجة

$J^TK =$

-399.9496
555.8810

1 درجة

$X = N^{-1}(J^TK) =$

-0.1452
0.0604

1 درجة

الاحداثيات النهائية للنقطة المجهولة U

$$x_u = x_{u_0} + dx_u = 6861.205 \ m$$

$$y_u = y_{u_0} + dy_u = 3727.650 \ m$$

درجة

ينال الطالب العلامات الجزئية المبينة أعلاه عند اكتمال جزء من الحل.

أساتذة المقرر

د.م. مجد الشوا

أ.د. عبد الرزاق عجاج