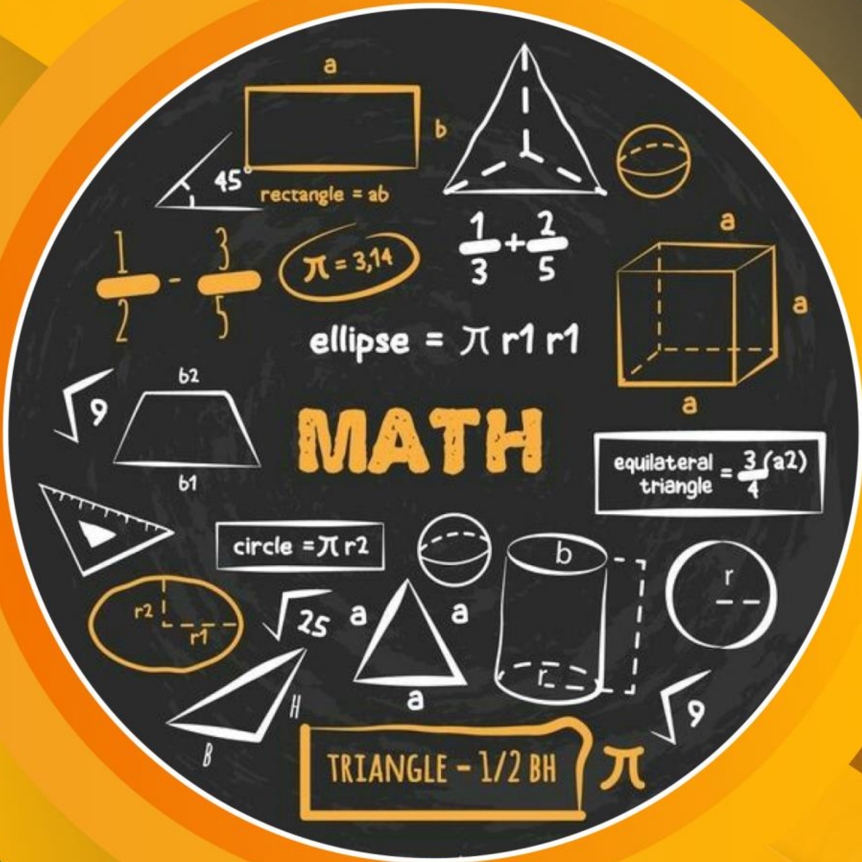
ملف المايسترو في

الرياضيات

احلم ... تمنى ... افعل



لطلاب الثالث الثانوي

إعداد المدرس:
أحمد حنان
0930891351
AHMAD HANNAN
MATH TEACHER

AR Library
حلب - الأشرفية 0998 145 742

من رحم المعاناة يولد الأمل

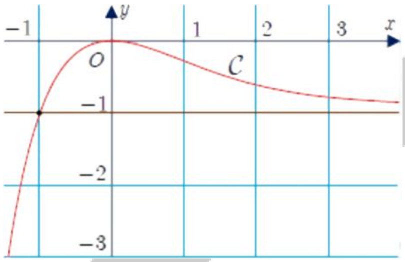
(نموذج تدريبي 1)

الاسم: ....

الدرجة العُظمى: 600

أولاً: أجب عن خمسة أسئلة من الأسئلة الستة الآتية: **(40 درجة لكل سؤال)**

السؤال الأول: في الشكل المجاور خط بياني C للتابع f معرف على R :



1- جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2- ما معادلة المستقيم المقارب لـ C وما الوضع النسبي لـ C مع هذا المقارب.

3- هل يقبل f قيم حدية عينها وبين نوعها.

4- حالة K عدد حقيقي عين بدلالة K عدد حلول المعادلة K.

السؤال الثاني: يحوي صندوق ثلاث كرات سوداء وخمس كرات بيضاء، عند سحب كرة سوداء يخسر اللاعب نقطة واحدة، عند سحب كرة بيضاء ينال نقطتين يسحب اللاعب كرتين عل التتالي دون إعادة ما احتمال أن يحصل على نقطة واحدة.

السؤال الثالث: أثبت أنه أياً كانت x من $]-1.+\infty[$ كان $\frac{x}{x+1} \le \ln(x+1)$

السؤال الرابع: احسب قيمة r إذا علمت أن:

$$\frac{1}{\binom{4}{r}} = \frac{1}{\binom{5}{r}} = \frac{1}{\binom{6}{r}}$$

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0.+\infty[$ وفق:

$$f(x) = \frac{x^3 + 4 - 4\cos x}{x^2}$$

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2- أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب للخط C

السؤال السادس: $a.b$ عددان حقيقيان و C هو الخط البياني لـ f المعرف على R وفق:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + 1$$

هل يمكن تعيين $a.b$ لكي يقبل f مماساً أفقياً في النقطة $A(1.2)$ منه؟

ثانياً: حل التمارين الثلاث الآتية: **(60 للأول 70 للثاني والثالث)**

التمرين الأول: $(U_n)_{n\ge0}$ معرف عند كل $n \ge 1$ وفق:

$$U_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{n!}$$

1- اثبت مستعملاً البرهان بالتدريج $\frac{1}{n!} \le \frac{1}{2^{n-1}}$

2- استنتج أن العدد 3 راجح على المتتالية $(U_n)_{n\ge0}$

3- أثبت أن $(U_n)_{n\ge0}$ متقاربة

المدّرس: أحمد حنان

الهاتف:0930891351

الدرجة العُظمى: 600

التمرين الثاني: نلقي حجري نرد متوازيين ونرمز بالرمز S إلى مجموعة النقاط التي نحصل عليه ليكن X متحول العشوائي الذي يمثل باقي قسمة S على 2 و Y متحول العشوائي الذي يمثل باقي قسمة S على 4 والمطلوب:

1- عين القانون الاحتمالي لـ S

2- عين القانون الاحتمالي للزوج $(x.y)$

3- هل المتحولان العشوائيان X و Y مستقلين احتمالياً

التمرين الثالث: نتأمل النقاط $A.B.C.D$ الممثلة للأعداد العقدية:

$$d = 3 \quad . \quad c = 2 - \sqrt{3}\mathrm{i} \quad . \quad b = 2 + \sqrt{3}\mathrm{i} \quad . \quad a = -1$$

1- احسب AB و Bc و Ac واستنتج طبيعة المثلث ABc

2- عين $arg = \frac{a-c}{d-c}$ واستنتج طبيعة المثلث DAc

3- أثبت أن d مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A.-1)$ $(B.2)$ $(C.2)$

ثالثاً: حل المسألتين الأتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: نتأمل الصندوق، يحتوي الأول على 3 كرات مرقمة بالأعداد $1.2.3$ ويحوي الصندوق الثاني 4 كرات مرقمة بالأعداد $2.3.4.5$ نسحب عشوائياً كرة من الصندوق الأول ثم نسحب كرة من الصندوق الثاني والمطلوب:

1- اكتب فضاء العينة المرتبطة بهذا الاختبار

2- ليكن A الحدث إحدى الكرتين المسحوبتين على الأقل تحمل الرقم 3 وليكن B الحدث مجموع رقمي الكرتين المحسوبتين أكبر تماماً من 5 هل الحدثان A و B مستقلان احتمالياً؟ علل إجابتك.

3- نعرف متحولا عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين، اكتب مجموعة قيم X واكتب جدول قانونه الاحتمالي ثم احسب التوقع الرياضي و تباينه

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف بالعلاقة:

$$f(x) = \ln(\frac{x-1}{3-x})$$

1- تحقق أن $D_f =]1.3[$.

2- أثبت أن $4 - x \in D_f$.

3- تحقق أن $A(2.0)$ مركز تناظر للخط C.

4- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً به.

5- في معلم متجانس ارسم الخط C.

انتهت الأسئلة

المدّرس: أحمد حنان　　الهاتف:0930891351

السؤال الأول:

1) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -1$

2) $y=-1$ مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$

الوضع النسبي:

C تحت المقارب على المجال $]-\infty, -1[$

C فوق المقارب على المجال $]-1, +\infty[$

C يقطع المقارب عند $x=-1$

$(-1, -1)$

3) $f(0)=0$ قيمة حدية كبرى محلية

4) نجد $K \in]-\infty, -1]$ حل وحيد

$x=0$ حل وحيد

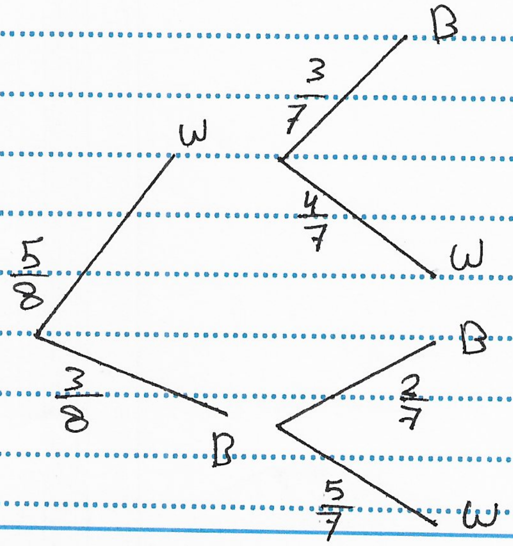
$K \in]-1, 0[$ حلان

$K \in]0, +\infty[$ ليس لها حلول

السؤال الثاني: أبيض وأسود

مخطط المساعدة فقط

W أبيض   B أسود



$p(W \cap B) + p(B \cap W)$

$\frac{5}{8} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7}$

$= \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$

السؤال الثالث:

$\frac{x}{x+1} \leq \ln(x+1)$

$\frac{x}{x+1} - \ln(x+1) \leq 0$ نرمز له بـ $F(x)$

$F(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(x+1)$

$F'(x) = \frac{1(x+1) - 1(x)}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1}$

$F'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1}$

$(1) \qquad (x+1)$

$\frac{1 - x - 1}{(x+1)^2}$

$F'(x) = 0 \Rightarrow -x = 0$

$x = 0$

$F(0) = \frac{0}{0+1} - \ln(0+1) = 0$

x	-1		0		$+\infty$
$F'(x)$		$+$	0	$-$	
$F(x)$		$\nearrow$	0	$\searrow$	

ومنه $\frac{x}{x+1} \leq \ln(x+1)$

السؤال الرابع:

$$\frac{1}{\binom{4}{r}} = \frac{1}{\binom{5}{r}} + \frac{1}{\binom{6}{r}}$$

نتذكر $\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$

$$\frac{1}{\frac{4!}{(4-r)!\,\cancel{r!}}} = \frac{1}{\frac{5!}{(5-r)!\,\cancel{r!}}} + \frac{1}{\frac{6!}{(6-r)!\,\cancel{r!}}}$$

$$\frac{(4-r)!}{4!} = \frac{(5-r)(4-r)!}{5!} + \frac{(6-r)(5-r)(4-r)!}{6!}$$

$$\frac{30}{6!} = \frac{30-6r}{6!} + \frac{30-11r+r^2}{6!}$$

$r^2 - 17r + 30 = 0$

$(r-2)(r-15) = 0$

$r = 2$ $\quad$ $r = 15$

شرط الحل: $4 \geq r$

$5 \geq r$

$6 \geq r$

$(4 \geq r) \cap (5 \geq r) \cap (6 \geq r)$

$= 0 \leq r \leq 4$

$r = 2$ مقبول

$r = 15$ مرفوض

ثانياً: التمرين الأول: (1)

$$U_n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!}$$

أثبت أن $\frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$

نرمز للطلب

$E(n): \frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$

نثبت صحة $E(n)$ من أجل $n = 1$

$E(1): \frac{1}{1!} \leq \frac{1}{2^{1-1}}$

$1 \leq 1$

قضية صحيحة من أجل $n = 1$

نفرض صحة $E(n)$ لإثبات $E(n+1)$

$E(n+1): \frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^{n-1+1}}$

$E(n+1): \frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^{n}}$

بما أن $E(n): \frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}}$

نضرب $\frac{1}{n+1}$

$$\frac{1}{n+1} \times \frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{n-1}} \times \frac{1}{n+1}$$

$$\frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{(2^{n-1})(n+1)}$$

بما أن $n \geq 1 \Rightarrow n+1 = 2$

$\ell_1 \leq \frac{1}{(2^{n-1})(2)}$

$\ell_1 \leq \frac{1}{2^n}$

القضية صحيحة

② استنتج أن 3 هو راجح:

$u_n \le 3$

$u_n - 3 \le 0$

$u_n - 3 = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} - 3$

$= -2 + \underbrace{\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!}}$

نحسب المجموع نعوض في

$\frac{1}{n!} \le \frac{1}{2^{n-1}}$

$-2 + \frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$

$-2 + \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}$

متتالية هندسية $q = \frac{1}{2}$

$n = n - \cancel{0} + \cancel{1}$

$-2 + a \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$

$-2 + 1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}}$

$-2 + 1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{1}{2}}$

$-2 + \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) \times \frac{2}{1}$

$-2 + 2 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$u_n - 3 = -2\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$\lim_{n \to \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0 \qquad -1 < q < +1$

$u_n - 3 \le 0$

$u_n \le 3$

3 هو عنصر راجح

③ عدد 3 راجح هي محدودة من الأعلى

$u_{n+1} - u_n$

$u_{n+1} = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} + \frac{1}{(n+1)!}$

$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+1)!} > 0$

u_n متزايدة ومحدودة من الأعلى هي متقاربة

التمرين الثاني:

S	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$
باقي 2	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
باقي 3	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0

نستفيد منه

x	0	1
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

y	0	1	2	3
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{18}$

$* \; BC = c - b = 2 - \sqrt{3}i - 2 - \sqrt{3}i$

$BC = -2\sqrt{3}i$

$|BC| = \sqrt{12}$

بما أن $|AB| = |AC| = |BC|$

فإن ABC مثلث متساوي الأضلاع

2) $\arg \dfrac{a-c}{d-c}$

$\dfrac{a-c}{d-c} = \dfrac{-1-2+\sqrt{3}i}{3-2+\sqrt{3}i} = \dfrac{-3+\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i}$

$\dfrac{(-3+\sqrt{3}i)}{(1+\sqrt{3}i)} \cdot \dfrac{(1-\sqrt{3}i)}{(1-\sqrt{3}i)}$

$= \dfrac{-3+3\sqrt{3}i+\sqrt{3}i+3}{1+3}$

$\dfrac{4\sqrt{3}i}{4} = \sqrt{3}i$

بما أن $\dfrac{a-c}{d-c}$ عدد تخيلي بحت

$\arg\left(\dfrac{a-c}{d-c}\right) = \dfrac{\pi}{2}$

مثلث DAC قائم في C

3) $d = \dfrac{-a+2b+2c}{-1+2+2}$

$d = \dfrac{+1+2(2+\sqrt{3}i)+2(2-\sqrt{3}i)}{3}$

$d = \dfrac{1+4+2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}i}{3}$

$3 = \dfrac{9}{3} \Rightarrow 3 = 3$

d مركز أبعاد لـ $(A,-1)$ $(B,2)$ $(C,2)$

x \ y	0	1	2	3	قانون x
0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{2}$
1	0	$\frac{2}{9}$	0	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{2}$
قانون y	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{18}$	1

3) $p(x=0, y=0) = \dfrac{1}{4}$

$p(x=0) \cdot p(y=0) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{8}$

$\dfrac{1}{4} \neq \dfrac{1}{8}$

حدثان غير مستقلان احتمالياً

التمرين الثالث:

$a = -1$

$b = 2+\sqrt{3}i$

$c = 2-\sqrt{3}i$

$d = 3$

$* \; AB = b - a = 2+\sqrt{3}i+1$

$AB = 3+\sqrt{3}i$

$|AB| = \sqrt{9+3} = \sqrt{12}$

$* \; AC = c - a = 2-\sqrt{3}i+1$

$AC = 3-\sqrt{3}i$

$|AC| = \sqrt{9+3} = \sqrt{12}$

الهاتف: 0930891351

المدرس : أحمد حنان

المسألة الأولى:

1-

	2	3	4	5
1	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)
2	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)
3	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)

2-

$n(A) = (1,3)(2,3)(3,3)(4,3)(5,3)(3,2)$

$n(A) = 6$

$n(B) = (1,5)(2,4)(3,1)(3,4)(3,5)$

$p(A) = \frac{6}{12}$ $\quad$ $p(B) = \frac{6}{12}$

$p(A \cap B) = [(3,3)(4,3)(3,5)]$

$p(A \cap B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

$p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

حدثان مستقلان احتمالياً

3- $X(\Omega) = [3,4,5,6,7,8]$

x	3	4	5	6	7	8
$p(x=x_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$

$$E(x) = \sum_{i=1}^{6} x_i \, p(x = x_i)$$

$$= \frac{3}{12} + \frac{8}{12} + \frac{15}{12} + \frac{18}{12} + \frac{14}{12} + \frac{8}{12} = \frac{66}{12} = \frac{11}{2}$$

$$V(x) = \sum_{i=1}^{6} x_i^2 \, p(x = x_i) - E(x)^2$$

$$9 \times \frac{1}{12} + 16 \times \frac{2}{12} + 25 \times \frac{3}{12} + 36 \times \frac{3}{12} + 49 \times \frac{2}{12} + 64 \times \frac{1}{12}$$

$$= \frac{386}{12}$$

$$E(x)^2 = \frac{121}{4}$$

$$V(x) = \underset{(1)}{\frac{386}{12}} - \underset{(3)}{\frac{121}{4}}$$

$$= \frac{386 - 363}{12} = \frac{23}{12}$$

المسألة الثانية :

1- $\frac{x-1}{3-x} > 0$

$x > +1$

$x < 3$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$3-x$		$+ \quad +$		$+$	0	$-$	
$\frac{x-1}{3-x}$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	
		مرفوض		محققة		مرفوض	

$\Rightarrow D_f =]1,3[$

2- $1 < x < 3$

نضرب ب -1

$-1 > -x > -3$

نضيف 4

$3 > 4-x > 1$

$\Rightarrow 4-x \in D_f$

3- $x \in D_f$

$2x_0 - x \in D_f$

محققة $4-x \in D_f$

$f(2x_0 - x) + f(x) = 2y_0$

$f(4-x) = \ln\left(\frac{4-x-1}{3-4+x}\right)$

$= \ln\left(\frac{3-x}{x-1}\right)$

$f(4-x) + f(x)$

$= \ln\left(\frac{3-x}{x-1}\right) + \ln\left(\frac{x-1}{3-x}\right)$

$= \ln\left(\frac{3-x}{x-1} \times \frac{x-1}{3-x}\right)$

$= \ln(1) = 0$

$2y_0 = 0$

$f(4-x) + f(x) = 2y_0$

$A(2,0)$ مركز تناظر للخط C

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \ln\left(\frac{0}{2}\right) = -\infty$

$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \ln\left(\frac{2}{+0}\right) = +\infty$

$\begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$ مقارب شاقولي $// \, yy'$

$f(x) = \ln(x-1) - \ln(3-x)$

$f'(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{3-x}$

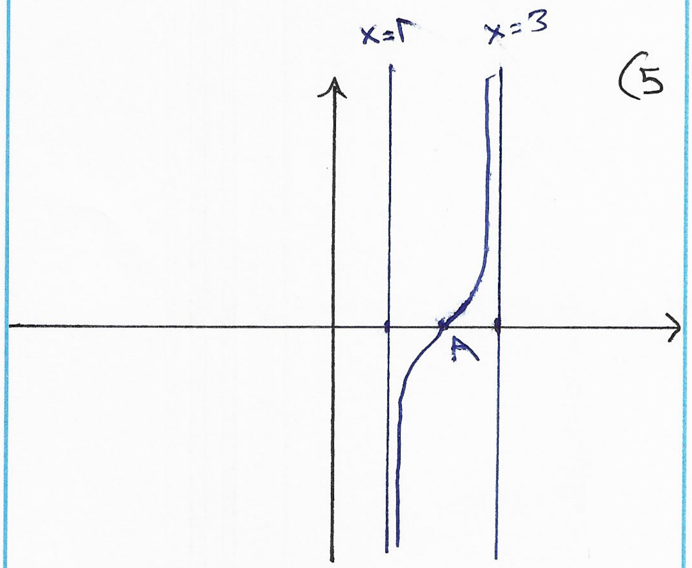
$(3-x) \qquad (x-1)$

$\frac{3-x+x-1}{(x-1)(3-x)} > 0$

f متزايد تماما

x	1		3
$f'(x)$		+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

5)



آمن بنفسك لأنك
تحتاج لذاتك أكثر من
أي شخص

من رحم المعاناة يولد الأمل

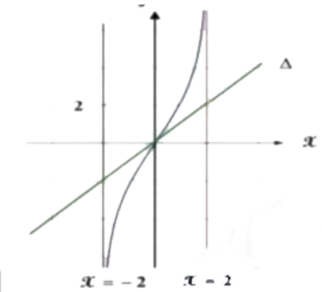
(نموذج تدريبي 2)

الاسم: ....

الدرجة العُظمى: 600

أولاً: أجب عن خمسة أسئلة من الأسئلة الستة الأتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نتأمل في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعّرف على $]-2,+2[$



-1 احسب $\lim_{x\to 2} f(x)$ و $\lim_{x\to -2} f(x)$.

-2 احسب $f(0)$ و $f'(0)$.

-3 هل التابع f فردي أم زوجي، وعلل إجابتك.

-4 اكتب معادلة المماس Δ.

السؤال الثاني: نريد تأليف لجنة مكونة من مدير ونائب مدير وأمين سر من مجموعة تضم خمس أشخاص. بكم طريقة يمكن اختيار هذه اللجنة علماً أن في المجموعة شخصين متخاصمين لا يجتمعان في اللجنة ذاتها.

السؤال الثالث: $ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBc حسب مجموعة النقاط في الفراغ التي تحقق:

$$\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MC}\right\|$$

السؤال الرابع: أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases} e^x - \dfrac{1}{e}e^y = 1 \\ 2e^x + e^y = 4 + e \end{cases}$$

السؤال الخامس:

-1 عين حل المعادلة التفاضلية $3y + 2\acute{y} = 1$ الذي يحقق الشرط $f(0) = 1$

-2 احسب $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{x}$

السؤال السادس: عين العددين حقيقيان و $Z_1 . Z_2$ حيث:

$$\begin{cases} 2Z_1 - Z_2 = -3 \\ 2\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 = -3 + 2\sqrt{3}\,\mathrm{i} \end{cases}$$

ثانياً: حل التمارين الثلاث الأتية: (60 للأول 70 للثاني والثالث)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$:

$U_0 = e^3$. $U_{n+1} = e\sqrt{U_n}$

r_n متتالية معرفة بالشكل $r_n = \ln(U_n) - 2$

-1 اثبت ان r_n هندسية عين $r_0 . q$ -2 اكتب r_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n

-3 أثبت أن $\lim_{n\to\infty} U_n = e^2$

المدّرس: أحمد حنان الهاتف:0930891351

من رحم المعاناة يولد الأمل

(نموذج تدريبي 2)

الاسم: ....

الدرجة العُظمى: 600

التمرين الثاني: يحتوي صندوق 6 بطاقات مرقمة $[1.2.3.4.5.6]$ نسحب منه عشوائياً بطاقتين على التتالي دون إعادة ليكن X المتحول العشوائي لذي يدل على أصغر رقمي البطاقتين المسحوبتين

1- عين مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي

2- احسب التوقع الرياضي $E(x)$ والتباين $v(x)$ والانحراف المعياري $\sigma(x)$

التمرين الثالث: f تابع معرف على $]-\infty.-1]$ وفق:

$$f(x)=x-\sqrt{x^2-1}$$

1- ادرس قابلية الاشتقاق عند I ثم أوجد $f'(x)$

2- اثبت أن $y=2x$ مقارب مائل لـ C_f في جوار $-\infty$

3- نعرف التابع $h(x)=f(\sin x)$ استنتج مشتق التابع $h(x)$

ثالثاً: حل المسألتين الأتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: نتأمل النقطتين $A(1.1.1)$ $B(3.2.0)$ في الفراغ المنسوب إلى معلم المتجانس $(0.\vec{i}.\vec{j}.\vec{k})$ لكن المستوي P المار في النقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ ناظماً له وليكن المستوي Q الذي معادلته $x-y+2Z+4=0$ و S معادلة الكرة مركزها A ونصف قطرها AB

1- أثبت أن $2x+y-Z-8=0$ هي معادلة المستوي P

2- جد معادلة الكرة S

3- أثبت أن المستوي Q يمس الكرة S

4- أثبت أن النقطة $C(0.2.-1)$ هي مسقط A على المستوي Q

5- ليكن المستقيم d الذي يقبل فصلاً مشتركاً

$$d:\begin{cases} x=t \\ y=12-5t \\ z=4-3t \end{cases}$$

أثبت أن d هو فصل مسترك لتقاطع D و Q

6- أثبت أن المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة BC

المسألة الثانية: C خط البياني للتابع f المعرف على $]0.+e[U][e.+\infty[$ وفق:

$$f(x)=\frac{1}{x(1-\ln x)}$$

1- ادرس نهاية f عند أطراف مجموعة التعريف واستنتج مالها من مقاربات

2- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها وبين مالها من قيم حدية وحدد نوعها

3- ارسم مقاربات C ثم ارسم C

4- احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين $x=\frac{1}{e}\ .\ x=\frac{1}{e^2}$

انتهت الأسئلة

المدّرس: أحمد حنان

الهاتف:0930891351

السؤال الأول :

① $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -2$ $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$

② $f(0) = 0$

$A(0,0)$
$B(2,2)$ $\qquad f'(0) = m$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-0}{2-0} = 1$$

$\Rightarrow f'(0) = 1$

③ نرى أن $(0,0)$ مركز تناظر
لـ f تابع فردي ، متناظر بالنسبة للمبدأ

④ $x = 0$, $y = 0$ أو $x = 2$, $y = 2$

$m = 1$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 0 = 1(x - 0)$

$\boxed{\Delta : y = x}$

السؤال الثاني :

دون شرط :

المدير 5 طرق

نائب المدير 4 طرق

أمين السر 3 طرق

حسب المبدأ الأساسي في العد

$5 \times 4 \times 3 = 60$ طريقة

مع الشرط نفرض أن الشخصان في اللجنة

المدير 2 طريقة

نائب المدير طريقة

أمين السر 3 طريقة

ونضرب بـ 3 عدد التباديل

$2 \times 3 \times 3 = 18$

ومنه عدد الطرق

$60 - 18 = 42$ طريقة

السؤال الثالث :

بما أن G مركز ثقل فهي مركز أبعاد

$\alpha = \beta = \gamma$

$1 + 1 + 1 = 3$

$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$

الطرف الأول

أما الطرف الثاني

$$\| 3\overrightarrow{MA} \underbrace{- \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}}_{-3\overrightarrow{MG}} \|$$

$3\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MG}$

$\Rightarrow 3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{GM}$

$\boxed{3 - 1 - 1 - 1 = 0}$ شعاع ثابت

آمن بنفسك لأنك
تحتاج لذاتك أكثر من
أي شخص

$$3\vec{GM} + 3\vec{MA} = 3\vec{GA}$$

حسب مثال

$$\frac{\cancel{3}\vec{MG}}{\cancel{3}} = \frac{\cancel{3}\vec{GA}}{\cancel{3}}$$

معادلة كرة مركزها G

$$R = \vec{GA}$$

السؤال الرابع :

$$① : e^x - \frac{1}{e} e^y = 1$$

$$② : 2e^x + e^y = 4 + e$$

نفرض $e^y = b$ ، $e^x = a$

$$① : a - \frac{1}{e} b = 1$$

$$② : 2a + b = 4 + e$$

نضرب ① بـ -2

$$-2a + \frac{2}{e} b = -2$$

$$2a + b = 4 + e$$

بالجمع

$$\frac{2}{e} b + b = 2 + e$$

$$b\left(\frac{2}{e} + \frac{1}{1}\right) = 2 + e$$

(1) (e)

$$\frac{b\left(\cancel{\frac{2+e}{e}}\right)}{\cancel{\frac{2+e}{2}}} = \frac{\cancel{\frac{2+e}{1}}}{\cancel{\frac{2+e}{e}}}$$

$$\Rightarrow b = e$$

ومنه $e^y = e$

$$\Rightarrow y = 1$$

نعوض في ① :

$$e^x - \frac{1}{e} e = 1$$

$$e^x = 2$$

بـ $\ln$

$$x = \ln 2$$

$$(\ln 2, 1)$$

السؤال الخامس :

$$y' = ay + b$$

والحل $f(x) = ke^{ax} - \frac{b}{e}$

نعزل $3y + 2y' = 1$

$$2y' = 1 - 3y$$

$$y' = -\frac{3}{2} y + \frac{1}{2}$$

$b = \frac{1}{2}$ ، $a = -\frac{3}{2}$

$$f(x) = k \cdot e^{-\frac{3}{2}x} - \left[\frac{\frac{1}{\cancel{2}}}{-\frac{3}{\cancel{2}}}\right]$$

$$f(x) = k \cdot e^{-\frac{3}{2}x} + \frac{1}{3}$$

$f(0) = 1$

$$f(0) = ke^0 + \frac{1}{3}$$

$$1 = k + \frac{1}{3}$$

$$k = 1 - \frac{1}{3}$$

آمن بنفسك لأنك
تحتاج لذاتك أكثر من
أي شخص

المدّرس : أحمد حنان
الهاتف: 0930891351

$K = \frac{2}{3}$

$F(x) = \frac{2}{3} e^{-\frac{2}{3}x} + \frac{1}{3}$

② $\lim_{x \to 0} \ln \left(\frac{1+\sin x}{x} \right)$

$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+\sin 0)}{0} = \frac{0}{0}$

ح.ع.ت

نجد أن $F'(0) = \lim_{x \to 0} \frac{F(x) - F(0)}{x - 0}$

نفرض أن $F(x) = \ln(1+\sin x)$

$F'(x) = \frac{\cos x}{1+\sin x}$

$F'(0) = \frac{\cos 0}{1+\sin 0} = 1$

Don't wait for the opportunity
create it

$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{x} = F'(0) = 1$

السؤال السادس:

① ---- $2Z_1 - Z_2 = -3$

② ---- $2\bar{Z_1} + \bar{Z_2} = -3 + 2\sqrt{3}\, i$

ونعلم أن $\bar{\bar{Z}} = Z$

③ ---- $2Z_1 + Z_2 = -3 - 2\sqrt{3}\, i$

نجمع ① مع ③

$\frac{4Z_1}{4} = \frac{-6}{4} - \frac{2\sqrt{3}}{4} i$

$\boxed{Z_1 = \frac{-3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i}$

نعوض في ①

$2\left(-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i\right) - Z_2 = -3$

$-3 - \sqrt{3}\, i - Z_2 = -3$

$-Z_2 = -3 + 3 + \sqrt{3}\, i$

$\boxed{Z_2 = -\sqrt{3}\, i}$

ثانياً: التمرين الأول:

$U_{n+1} = e\sqrt{U_n} \qquad U_0 = e^3$

$r_n = \ln(U_n) - 2$

① اثبات أن r_n هندسية

$r_{n+1} = \ln(U_{n+1}) - 2$

$= \ln(e\sqrt{U_n}) - 2$

$\boxed{\ln(a \times b) = \ln a + \ln b}$ تذكرة

$= \ln(e) + \ln(U_n)^{\frac{1}{2}} - 2$

$= 1 + \frac{1}{2} \ln(U_n) - 2$

$= \frac{1}{2} \ln(U_n) - 1$

$\frac{1}{2}$ عامل مشترك

$\frac{1}{2}(\ln(U_n) - 2)$

$r_{n+1} = \frac{1}{2} r_n$

هندسية أساسها $\boxed{q = \frac{1}{2}}$

$r_0 = \ln(U_0) - 2$

$r_0 = \ln(e^3) - 2$

$= 3(1) - 2 = 1$

② $r_n = r_0 \cdot q^n$

$r_n = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$r_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

استنتاج U_n بدلالة n

$r_n = \ln(U_n) - 2$

$r_n + 2 = \ln(U_n)$

بـ e الطرفين

$e^{r_n+2} = U_n$

$$\boxed{\Rightarrow U_n = e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n + 2}}$$

3) اثبات أن $\lim_{n \to \infty} U_n = e^2$

بما أن $\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$-1 < q < +1$

$\Rightarrow \lim_{n \to \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

$\Rightarrow \lim_{n \to \infty} U_n = e^{0+2} = e^2$

التمرين الثاني : توضيح أحمد رضى

$k_2 \backslash k_1$	1	2	3	4	5	6
1	X	1	1	1	1	1
2	1	X	2	2	2	2
3	1	2	X	3	3	3
4	1	2	3	X	4	4
5	1	2	3	4	X	5
6	1	2	3	4	5	X

$P_6^2 = 6 \times 5 = 30$ عدد مرات السحب

$p(x=1) = \frac{10}{30}$

$p(x=2) = \frac{8}{30}$

$p(x=3) = \frac{6}{30}$

$p(x=4) = \frac{4}{30}$

$p(x=5) = \frac{2}{30}$

x	1	2	3	4	5
$p(x=x_i)$	$\frac{10}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{2}{30}$

$E(x) = \sum_{i=1}^{5} x_i p_i (x = x_i)$

$= 1 \times \frac{10}{30} + 2 \times \frac{8}{30} + 3 \times \frac{6}{30} + 4 \times \frac{4}{30} + 5 \times \frac{2}{30}$

$= \frac{10}{30} + \frac{16}{30} + \frac{18}{30} + \frac{16}{30} + \frac{10}{30}$

$= \frac{70}{30} = \frac{7}{3}$

التباين

$V(x) = \sum_{i=1}^{5} x_i^2 . p(x = x_i) - (E(x))^2$

$= \frac{10}{30} + \frac{32}{30} + \frac{54}{30} + \frac{64}{30} + \frac{50}{30} - \frac{49}{9}$

$$= \frac{210}{30} - \frac{49}{9} = 7 - \frac{49}{9}$$

$$= \frac{14}{9}$$

$$\sigma = \sqrt{V(x)} = \sqrt{\frac{14}{9}} = \frac{\sqrt{14}}{3}$$

التمرين الثالث:

$$f(x) = x - \sqrt{x^2-1}$$

$$f'(x) = \lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(a)}{x-1}$$

$$f(1) = 1 - \sqrt{1-1} = 1$$

$$\Rightarrow f'(1) = \lim_{x\to 1} \frac{x-\sqrt{x^2-1}-1}{x-1}$$

$$= \frac{1-\sqrt{1-1}-1}{1-1} = \frac{0}{0}$$

حالة عدم تعيين الإزالة

$$\frac{-\sqrt{x^2-1}}{x-1} + \frac{x-1}{x-1}$$

$$\frac{-\sqrt{(x-1)(x+1)}}{\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x-1}} + 1$$

$$\frac{-\cancel{\sqrt{x-1}}\cdot\sqrt{x+1}}{\cancel{\sqrt{x-1}}\cdot\sqrt{x-1}} + 1$$

$$f'(1) = \lim_{x\to 0} \frac{-\sqrt{x+1}}{\sqrt{1-1}} + 1$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{0} + 1 = -\infty$$

f غير قابل للاشتقاق عند 1
معادلة نصف المماس شاقولي
نحو الأسفل (oy')

$$f'(x) = 1 - \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$$

(2)

$$f(x) - y_\Delta$$

$$x - \sqrt{x^2-1} - 2x$$

$$-\sqrt{x^2-1} - x$$

$$\lim_{x\to -\infty} f(x) - y_\Delta = -\sqrt{\infty} - (-\infty)$$

حالة عدم تعيين
الإزالة

$$\frac{-(\sqrt{x^2-1}+x)(\sqrt{x^2-1}-x)}{\sqrt{x^2-1}-x}$$

$$\frac{-(x^2-1-x^2)}{\sqrt{x^2-1}-x} = \frac{+1}{\sqrt{x^2-1}-x}$$

$$\lim_{x\to -\infty} f(x) - y_\Delta = \frac{+1}{+\infty} = 0$$

$y = 2x$ مقارب مائل للخط C
في جوار $-\infty$

(3)

$$h(x) = f(\sin x)$$

نفرض $u(x) = \sin x$

$$h'(x) = u'(x) \cdot f'(u)$$

$$= \cos x \left(1 - \frac{\sin x}{\sqrt{\sin^2 x - 1}}\right)$$

$$h'(x) = \cos x - \frac{\sin x \cdot \cos x}{\sqrt{\sin^2 x - 1}}$$

المدّرس : أحمد حنان
الهاتف: 0930891351

المسألة الأولى:

① نجد أن $\vec{n_p} = \vec{AB}$

$\vec{AB}\ (2, 1, -1)$

$p: ax + by + cz + d = 0$

$p: 2x + y - z + d = 0$

مار من $B(3, 2, 0)$

نعوض $2(3) + 2 - 0 + d = 0$

$d = -8$

$$\boxed{p: 2x + y - z - 8 = 0}$$

② $S: (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$

مركزه $A(1, 1, 1)$

$\|\vec{AB}\| = R$

$\|\vec{AB}\| = \sqrt{4 + 1 + 1} = \sqrt{6}$

$$\boxed{S: (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 6}$$

③ $dist(A, Q) = \dfrac{|ax + by + cz + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

$\vec{n_Q}\ (1, -1, 2)$

$A\ (1, 1, 1)$

$dist(A, Q) = \dfrac{|(1)(1) + (-1)(1) + (2)(1) - 8|}{\sqrt{1 + 1 + 4}}$

$= \dfrac{|1 - 1 + 2 - 8|}{\sqrt{6}} = \dfrac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$

بما أن $dist(A, Q) = R = \sqrt{6}$

إذاً المستوي Q يمس الكرة S

④ إثبات أن $C(0, 2, -1)$ مسقط $A(1, 1, 1)$ على

$Q: x - y + 2z + 4 = 0$

شرطان ① $C \in Q$

② $(AC) \perp Q$

$\vec{AC}\ (-1, 1, -2)$

$\vec{n_Q}\ (1, -1, 2)$

$\dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{-1}{1}, \quad \dfrac{y_1}{y_2} = \dfrac{1}{-1}$

$\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{-2}{2}$

$\dfrac{-2}{2} = \dfrac{-1}{1} = \dfrac{1}{-1}$

مركبات متناسبة فالشعاعين مرتبطين خطياً ومنه $(AC) \perp Q$

نعوض C في Q

$0 - 2 + 2(-1) + 4 = 0$

$-2 - 2 + 4 = 0$

$0 = 0$

C مسقط A على Q

المدّرس : أحمد حنان

الهاتف: 0930891351

5

$$(d)\begin{cases} x = t \\ y = 12 - 5t \\ z = 4 - 3t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$P: 2x + y - z - 8 = 0$

$Q: x - y + 2z + 4 = 0$

نعوض d في P و Q

$2(t) + 12 - 5t - (4 - 3t) - 8 = 0$

$2(t) + 12 - 5t - 4 + 3t - 8 = 0$

$0 = 0$

$d \in P$

$t - (12 - 5t) + 2(4 - 3t) + 4 = 0$

$t - 12 + 5t + 8 - 6t + 4 = 0$

$0 = 0$

$d \in Q$

d هو فصل مشترك لـ P و Q

6

$\vec{n} = \vec{BC}(-3, 0, -1)$

نفرض I منتصف $\vec{BC}$

$$I\left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}, \frac{z_B + z_C}{2}\right)$$

$$\left(\frac{0+3}{2}, \frac{2+2}{2}, \frac{0-1}{2}\right)$$

$$I\left(\frac{3}{2}, 2, -\frac{1}{2}\right)$$

$[BC]: ax + by + cz + d = 0$

$-3x + 0y - z + d = 0$

نعوض I في $[BC]$

$$-3\left(\frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) + d = 0$$

$$-\frac{9}{2} + \frac{1}{2} + d = 0$$

$$-\frac{8}{2} + d = 0$$

$d = +4$

$[BC]: -3x - z + 4 = 0$

$-3(t) - (4 - 3t) + 4 = 0$

$-3t - 4 + 3t + 4 = 0$

$0 = 0$

(d) هو محتواة في $[BC]$

آمن بنفسك لأنك
تحتاج لذاتك أكثر من
أي شخص

المسألة الثانية:

f معرف ومستمر واشتقاقي على $]0,e[\cup]e,+\infty[$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \frac{1}{0-0\ln(0)} = \frac{1}{(0)(-\infty)}$$

حالة عدم تعيين

$$\lim_{x\to 0^+} x\ln x = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0} f(x) = \frac{1}{+0-0} = +\infty$$

$$\lim_{x\to e^-} f(x) = \frac{1}{e-e\ln(e)} = \frac{1}{e-e} = \frac{1}{+0} = +\infty$$

$$\lim_{x\to e^+} f(x) = \frac{1}{-0} = -\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \frac{1}{\infty-\infty\ln(\infty)} = 0$$

$y=0$ مقارب أفقي شوابعه على xx' في جوار $+\infty$

$x=0$ مقارب شاقولي منطبق على yy'

$x=e$ مقارب شاقولي يوازي yy'

(2)

$$f(x) = \frac{1}{x-x\ln x}$$

$$f'(x) = \frac{0(x-x\ln x)-(1-1\cdot\ln x-\frac{1}{x}\cdot x)}{(x-\ln x)^2}$$

$$= \frac{-1+\ln x+1}{(x-\ln x)^2}$$

$f'(x)=0$

$\ln(x)=0$

بـ e

$x=e^0$

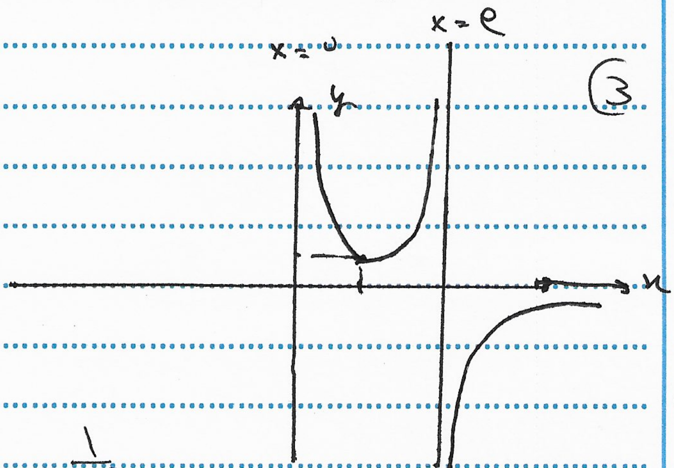
$x=1$

$$f(1) = \frac{1}{1-1\ln(1)} = \frac{1}{1} = 1$$

x	0		1		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	1	↗ $+\infty$	‖ $-\infty$	↗	0

$f(1)=1$ قيمة حدية كبرى محلية

(3)



(4)

$$S = \int_{e^{\frac{1}{2}}}^{\frac{1}{e}} \frac{1}{x-x\ln x}\,dx$$

$$S = \int_{\frac{1}{e^2}}^{\frac{1}{e}} \frac{\frac{1}{x}}{(1-\ln x)}\,dx$$

$$S = \left[\frac{+\frac{1}{x}}{-(1-\ln x)}\right]_{\frac{1}{e^2}}^{\frac{1}{e}} dx$$

المدرّس : أحمد حنان
الهاتف: 0930891351

$$f(x) = \ln(1-\ln x)$$

$$f\left(\frac{1}{e}\right) = -\ln(1-\ln(e^{-1}))$$

$$= -\ln(1+1) = -\ln 2$$

$$f\left(\frac{1}{e^2}\right) = -\ln(1-\ln e^{-2})$$

$$= -\ln(1+2) = -\ln 3$$

$$f\left(\frac{1}{e}\right) - f\left(\frac{1}{e^2}\right)$$

$$-\ln 2 - (-\ln 3)$$

$$= -\ln 2 + \ln 3$$

$$= \ln 3 - \ln 2$$

$$= \ln\frac{3}{2}$$

واحدة قياس مساحة

Don't wait for the opportunity create it

من رحم المعاناة يولد الأمل　　**(نموذج تدريبي 3)**　　الاسم: ....

الدرجة العُظمى: 600

أولاً: أجب عن خمسة أسئلة من الأسئلة الستة الأتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C والمطلوب:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	−	‖	−	
$f(x)$	3 ↗		$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3

1- اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني C.　　2- هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني C؟

3- هل يوجد للخط C مماسات أفقية؟　　4- أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]-1,+1[$

السؤال الثاني: $ABCD$ رباعي وجوه مركز ثقله G و I منتصف $[AD]$ و J منتصف $[BC]$ أثبت أن I و J تقع على استقامة واحدة.

السؤال الثالث: ليكن f تابع معرف على $D=R\backslash(1)$ وفق:

$$f(x)=\frac{x^2}{(x-1)^2}$$

1- جد الأعداد $a.b.c$ التي تحقق $f(x)=a+\frac{b}{(x-1)}+\frac{c}{(x-1)^2}$　　2- احسب $J=\int_{-3}^{0}f(x)dx$

السؤال الرابع: رف يحوي 7 كتب لمؤلفين وثلاثة لمؤلف A وأربعة لمؤلف B:

1- بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الثلاثة الأولى للمؤلف B.

2- بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف B في البداية.

السؤال الخامس: حل في C المعادلة $Z^2-(1+2i)Z+3+3i=0$

السؤال السادس: ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية الجدول المرافق هو القانون الاحتمالي لـ X .

1 - ما عدد الاختبارات في التجربة

2- اكمل الجدول المجاور.

3- احسب التوقع الرياضي والتباين للمتحول العشوائي X.

K	0	1	2	3	4
P(x=K					

ثانياً: حل التمارين الثلاث الأتية: (60 للأول 70 للثاني والثالث)

التمرين الأول: المتتالية $(U_n)_{n\geq0}$ معرفة $U_0=3$ وعند كل عدد طبيعي n:

$$U_{n+1}=\frac{2}{U_n+1}$$

1 - اثبت ان $U_n>0$ أياً كان n

2- المتتالية $(t_n)_{n\geq0}$ معرفة عند كل عدد طبيعي n وفق $t_n=\frac{U_n-1}{U_n+2}$ أثبت ان المتتالية $(t_n)_{n\geq0}$ هندسية واحسب نهايتها

3- استنتج ان U_n متقاربة واحسب نهايتها

المدّرس: أحمد حنان　　الهاتف:0930891351

الدرجة العُظمى: 600

<u>التمرين الثاني</u>: $ABCDEFGH$ مكعب حيث K من CD تحقق $\overrightarrow{DK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ والنقطة $J\epsilon BC$ بحيث $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

1- جد إحداثيات النقط $H.E.J.K.G$ في المعلم $(A.\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AD})$

2- أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{EG}.\overrightarrow{HK}$ مرتبطة خطياً.

3- أثبت أن المستقيم (HK) يوازي المستوي EGJ

<u>التمرين الثالث</u>: يحتوي الصندوق أربع كرات زرقاء وثلاث كرات خضراء وواحدة صفراء نسحب عشوائياً في أن معاً ثلاث كرات من الصندوق ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الألوان المختلفة المسحوبة:

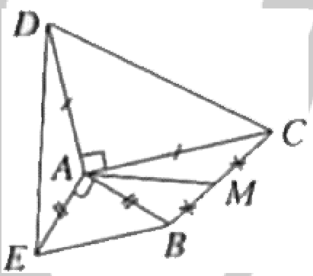
1- ما هي مجموعة قيم التي يأخذها X

2- احسب $P(x=1)$ و $P(x=3)$ واستنتج $P(x=2)$

3- احسب توقع X وانحرافه المعياري

ثالثاً: حل المسألتين الأتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

<u>المسألة الأولى</u>: نتأمل في المستوي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً لتكن M منتصف $[BC]$، وليكن AEB و ACD مثلثين قائمين في A ومتساويي الساقين مباشرين. نختار معلماً مباشراً مبدأه النقطة A . ونرمز بالرمزين b و c إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين B و C :



1- احسب بدلالة b و c الأعداد العقدية e و d و m المماثلة للنقاط E و D و M بالترتيب

2- احسب $\frac{d-e}{m-a}$ ثم استنتج أن (AM) هو ارتفاع في المثلث AED وأن $ED=2AM$

3- نفترض أن A هي مركز أبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D.2)$ و $(E.3)$ و $(C.1)$ و $(B.1)$ احسب $\frac{c}{b}$ ، ثم احسب قياس الزاوية $\widehat{BAC}$.

<u>المسألة الثانية</u>: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0.+\infty[$ وفق:

$$f(x)=x-\ln(2+\frac{1}{x})$$

1- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها وبين مالها من قيم حدية

2- اثبت ان $d: y=x-\ln 2$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$

3- ادرس الوضع النسبي لـ d مع C

4- اثبت ان $f(x)=0$ لها حل وحيد α لتنتمي إلى المجال $]1.2[$

5- ارسم في معلم واحد المستقيم d ثم الخط C

انتهت الأسئلة

المدّرس: أحمد حنان الهاتف:0930891351

AHMAD HANNAN
MATH TEACHER

السؤال الأول:

1) $y=3$ مقارب أفقي $// xx'$ في جوار $\pm\infty$

$\begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$ مقاربان شاقوليان يوازيان محور yy'

2) لا يوجد لعدم وجود نهاية من الشكل $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$

3) لا يوجد $f(x)\neq 0$

4) المجال $]-1,+1[$ المقر و المطرد الذي صورته

$f(x)=0\in]-\infty,+\infty[$ تقبل حل وحيد

السؤال الثاني:

بما أن I منتصف $[AD]$ هو مركز أبعاد متناسبة لـ $(A,1)$ $(D,1)$

J منتصف $[BC]$ هو مركز أبعاد متناسبة لـ $(C,1)$ $(B,1)$

بما أن G مركز ثقل رباعي الوجوه $ABCD$ هي مركز أبعاد متناسبة $(A,1)$ $(B,1)$ $(C,1)$ $(D,1)$

و حسب الخاصة التجميعية تكون G مركز أبعاد متناسبة لـ $(J,2)$ $(I,2)$ ومنه النقاط تقع على استقامة واحدة

السؤال الثالث:

$$f(x)=\frac{x^2}{(x-1)^2}=\left(\frac{x}{x-1}\right)^2$$

$$x \div (x-1) = 1 \quad\text{الباقي}\quad -x+1$$

$f(x)=\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)^2$ متطابقة م

$$\boxed{f(x)=1+\frac{2}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}}$$

$c=1$ $b=2$ $a=1$

2) $J=\int_{-3}^{0} f(x)\,dx$

$$J=\int_{-3}^{0} 1+\frac{2}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}\,dx$$

$$=\left[1+\frac{2}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}\right]_{-3}^{0}dx$$

$$x+2\ln|x-1|+\frac{(x-1)^{-2+1}}{-2+1}$$

من $[-3,0]$ نعوض في لوغارتم سالب نفي الإشارات

$$\left[x+\ln(-x+1)-\frac{1}{(x-1)}\right]_{-3}^{0}$$

$$f(0)=0+2\ln(1)-\frac{1}{-1}=+1$$

الهاتف: 0930891351
المدّرس : أحمد حنان

$f(-3) = -3 + 2\ln(4) - \frac{1}{-4}$

$= -3 + 2\ln(4) + \frac{1}{4}$

$= \frac{-11}{4} + 2\ln(4)$

$f(0) - f(-3)$

$= +1 - \left(\frac{-11}{4} + 2\ln 4\right)$

$= 1 + \frac{11}{4} - 2\ln 4$

$$\boxed{J = \frac{15}{4} - 2\ln 4}$$

السؤال الرابع:

الكتب $A_1 \; A_2 \; A_3$

$B_1 \; B_2 \; B_3 \; B_4$

لا فرق — المؤلف B

① رف أول: 4 طرق

رف ثاني: 3 طرق

رف ثالث: 2 طرق

رف رابع: 4 طرق

رف خامس: 3 طرق

رف سادس: 2 طرق

رف سابع: طريقة

حسب المبدأ الأساسي في العد

$4 \times 3 \times 2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 576$

2) كتاب معين B_1 في البداية

رف أول: طريقة

رف ثاني: 6 طرق

رف ثالث: 5 طرق

رف رابع: 4 طرق

رف خامس: 3 طرق

رف سادس: 2 طرق

رف سابع: 1 طرق

حسب المبدأ الأساسي في العد

$1 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

السؤال الخامس:

$z^2 - (1+2i)z + 3 + 3i = 0$

$a = 1 , \; b = (1+2i) , \; c = 3+3i$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$(1+2i)^2 - 4(1)(3+3i)$

$1 + 4i - 4 - 12 - 12i$

$\Delta = -15 - 8i$

1) $x^2 + y^2 = \sqrt{225 + 64} = 17$

2) $x^2 - y^2 = -15$

3) $2xy = -8$

نجمع ① مع ②

$2x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm 1$

$\sqrt{\Delta_1} = -1 + 4i \qquad b<0$

$\sqrt{\Delta_2} = +1 - 4i$

$Z_2 = \frac{-b - \sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{+\cancel{1} + 2i - \cancel{1} + 4i}{2}$

$Z_2 = +3i$

$Z_1 = \frac{+1 + 2i + 1 - 4i}{2} = 1 - i$

الهاتف: 0930891351
المدرّس : أحمد حنان

السؤال السادس:

1) - عدد الاختبارات 4

2) - $n = 4$ نحتاج p و q

$$p(x=k) = \binom{n}{k} p^k . q^{n-k}$$

$$p(x=4) = \binom{4}{4} p^4 . q^0$$

$$\frac{16}{81} = 1 \times p^4 \times 1$$

بالجذر $p = \frac{2}{3}$

$$q = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$p(x=0) = \binom{4}{0}\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$$

$$p(x=1) = \binom{4}{1}\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^3$$

$$4 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{27} = \frac{8}{81}$$

Don't wait for the opportunity create it

$$p(x=2) = \binom{4}{2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$= \frac{4\times3}{2\times1} \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{24}{81}$$

$$p(x=3) = \binom{4}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)^1$$

$$= 4 \times \frac{8}{27} \times \frac{1}{3} = \frac{32}{81}$$

3) $E(x) = n.p$

$$4 . \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$V(x) = n.p.q = 4 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{9}$$

التمرين الأول:

$U_{n+1} = \frac{2}{U_n+1}$ ، $U_0 = 3$

1) - نرمز للقضية بـ $E(n)$

$E(n): U_n > 0$

نثبت صحة القضية من أجل $n = 0$

$E(0): U_0 > 0$

$3 > 0$

قضية صحيحة عند $n = 0$

نفرض صحة $E(n)$ لإثبات صحة $E(n+1)$

$E(n+1): U_{n+1} > 0$

بما أن $\frac{2}{U_n+1} > 0$

نجد أن $U_n > 0$

ومنه $U_{n+1} > 0$ قضية صحيحة

2) $t_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$

$$t_{n+1} = \frac{U_{n+1} - 1}{U_{n+1} + 2}$$

نوحد المقامات

$$\frac{\frac{2}{U_n+1} - 1}{\frac{2}{U_n+1} + 2}$$

$$t_{n+1} = \frac{\frac{2 - U_n - 1}{\cancel{U_n+1}}}{\frac{2 + 2U_n + 2}{\cancel{U_n+1}}}$$

$= \frac{-U_n + 1}{2U_n + 4}$

عامل مشترك $-\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}\left(\frac{U_n - 1}{U_n + 2}\right)$

$t_{n+1} = -\frac{1}{2} t_n$

هندسية أساسها $q = -\frac{1}{2}$

بما أن $-1 < q < 1$

$\lim_{n \to \infty} t_n = 0$

3) $t_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$

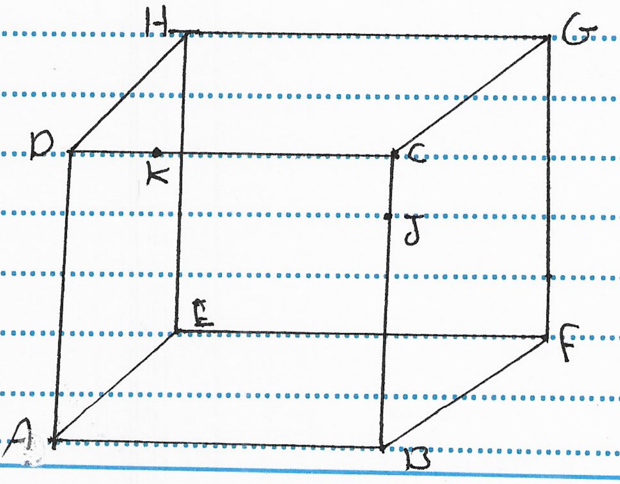
نجد أن $U_n = \frac{1 + 2t_n}{1 - t_n}$

$\lim_{n \to \infty} t_n = 0$

$\Rightarrow \lim_{n \to \infty} U_n = \frac{1+0}{1-0} = 1$

ومنه U_n متقاربة

التمرين الثاني: نرسم مكعب



$H(0,1,1)$, $G(1,1,1)$

$F(1,1,0)$, $K(\frac{1}{4},0,1)$

$B(1,0,0)$, $J(1,0,\frac{3}{4})$

2) $\overrightarrow{HK}\left(\frac{1}{4}, -1, 0\right)$

$\overrightarrow{EJ}\left(1, -1, \frac{3}{4}\right)$

$\overrightarrow{EG}(1, 0, 1)$

شرط 1) $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EJ}$ غير مرتبطان

$\left.\begin{array}{l} \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{1} \\ \frac{y_1}{y_2} = \frac{-1}{0} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{1} \neq \frac{-1}{0}$

مركبات غير متناسبة فالشعاعين غير مرتبطين خطيا

$\overrightarrow{HK} = a\,\overrightarrow{EG} + b\,\overrightarrow{EJ}$

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{4} \\ -1 \\ 0 \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} + b \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \\ \frac{3}{4} \end{vmatrix}$$

$\frac{1}{4} = a + b$ (1)

$-1 = -b$ (2)

$0 = a + \frac{3}{4} b$ (3)

الهاتف: 0930891351
المدرّس: أحمد حنان

من ② نجد $b = 1$

نعوض في ③ $0 = a + \frac{3}{4}(1)$

$a = -\frac{3}{4}$

في ① $\frac{1}{4} = \frac{-3}{4} + 1$

$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

مركبات الأشعة مرتبطة خطياً

$\overrightarrow{HK} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{EJ}$

④ وجدنا $\overrightarrow{HK}$ و $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EJ}$ مرتبطة خطياً وتقع في مستويات متوازية المستوي الذي يحوي $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EJ}$ يوازي المستقيم (HK)

التمرين الثالث :

كرات من لون واحد $x = 1$

كرتين من نفس اللون $x = 2$

كرات مختلفة $x = 3$

$$p(x=1) = \frac{\binom{4}{3} + \binom{3}{3}}{\binom{8}{3}}$$

$$= \frac{4+1}{56} = \frac{5}{56}$$

$$p(x=3) = \frac{\binom{4}{1}\binom{3}{1}\binom{1}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{12}{56}$$

استنتاج $p(x=2)$

$$p(x=2) = 1 - \left(p(x=1) + p(x=3)\right)$$

$$1 - \frac{17}{56} = \frac{39}{56}$$

③ -

x_i	1	2	3
$p(x=x_i)$	$\frac{5}{56}$	$\frac{}{56}$	$\frac{}{56}$
$x_i p$	$\frac{5}{56}$	$\frac{}{56}$	$\frac{}{56}$

$$E(x) = \sum_{i=3}^{3} x_i\, p(x = x_i)$$

$$= \frac{5 + 78 + 36}{56} = \frac{119}{56}$$

$$E(x) = \frac{17}{8}$$

$$V(x) = \sum_{i=3}^{3} x_i^2\, p(x = x_i) - (E(x))^2$$

$$= \frac{5 + 2^2 \times 39 + 3^2 \times 12}{56}$$

$$= \frac{269}{56}$$

$$\frac{269}{56} - \left(\frac{17}{8}\right)^2 = \frac{129}{448}$$

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{\frac{129}{448}}$$

الهاتف: 0930891351

المدّرس : أحمد حنان

المسألة الأولى:

من الشكل نجد أن

E هي صورة B وفق دوران مركزه

A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$ [دوران عقارب الساعة]

$e - a = e^{-\frac{\pi}{2}i}(b-a)$

$a = o$ مبدأ

$e = -ib$

D هي صورة C وفق دوران مركزه

A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

$d - a = e^{\frac{\pi}{2}i}(c-a)$

$d = ic$

$$\boxed{m = \frac{b+c}{2}}$$

② $\frac{d-e}{m-a} = \frac{ic+ib}{\frac{b+c}{2} - o}$

$= \frac{i(c+b)}{\frac{b+c}{2}} = 2i$

$\arg\left(\frac{d-e}{m-a}\right) = \frac{\pi}{2}$

$(AM, DE) = \frac{\pi}{2}$

$\vec{AM} \perp \vec{ED}$

AM هو ارتفاع لـ AED

$\frac{d-e}{m-a} = 2i$

$\frac{DE}{AM} = 2$

$DE = 2AM$

③ $a = \frac{2d+3e+c+b}{2+3+1+1}$

$o = \frac{2ic - 3ib + c + b}{7}$

$2ic - 3ib + c + b = 0$

$c(2i+1) = b(3i-1)$

$\frac{c}{b} = \frac{3i-1}{2i+1}$

$\frac{c}{b} = \frac{-1+3i}{(1+2i)} \cdot \frac{(1-2i)}{(1-2i)}$

$= \frac{-1+2i+3i+6}{1+4}$

$\frac{5}{5} + \frac{5}{5}i = \boxed{1+i}$

زاوية بين

$(\vec{AB}, \vec{AC})$

$\arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) = \arg(1+i)$

$\left.\begin{array}{l} \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right\} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$

المسألة الثانية:

① f معرف ومستمر واشتقاقي R_+

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0 - \ln\left(2+\frac{1}{+0}\right) = -\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty - \ln(2+0) = +\infty$$

$x=0$ مقارب شاقولي منطبق yy'

$$f'(x) = 1 - \left[\frac{-\frac{1}{x^2}}{2+\frac{1}{x}}\right]$$

$$= 1 - \left[\frac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{2x+1}{x}}\right]$$

$$= 1 - \left[\frac{-1}{2x^2+x}\right]$$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{2x^2+x}$$

$1>0$ ، $2x^2+x>0$ على R_+

f متزايد تماماً

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

② $f(x) - y_\Delta$

$$x - \ln\left(2+\frac{1}{x}\right) - (x - \ln 2)$$

$$-\ln\left(2+\frac{1}{x}\right) + \ln 2$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) - y_\Delta = -\ln(2) + \ln(2) = 0$$

$y = x - \ln 2$ مقارب مائل في جوار $+\infty$

③ لو بدنا $\ln 2 - \ln\left(\frac{2x+1}{x}\right)$

$$\ln\left(\frac{2}{\frac{2x+1}{x}}\right) = \ln\left(\frac{2x}{2x+1}\right)$$

$$2x < 2x+1$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{2x+1} < 1$$

$$\Rightarrow f(x) - y_d < 0$$

C تحت المقارب

④ $]1,2[$

$$f(1) = 1 - \ln(2+1)$$

$$f(1) = -\ln 3 + 1 < 0$$

$$f(2) = 2 - \ln\left(\frac{5}{4}\right) > 0$$

f مستمر ومتزايد $f(x)=0$ حله وحيد

الهاتف: 0930891351
المدرّس: أحمد حنان

f مستمر ومتزايد R_+

وصورة

$f(]0,+\infty[) = f(]-\infty,+\infty[)$

$0 \in]0,+\infty[$ لها حل وحيد

$f(1) \times f(2) < 0$

متزايد $\alpha \in]1,2[$

$d : y = x - \ln 2$

$\underline{\underline{x=0}}$

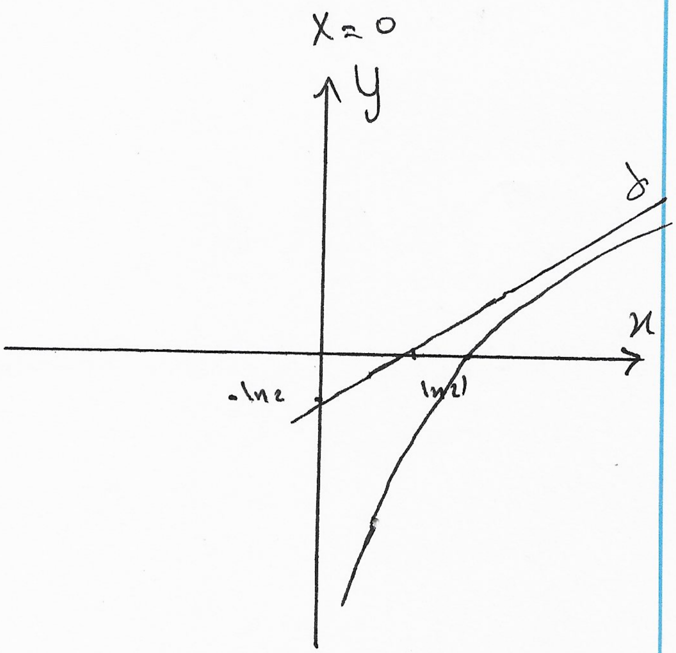
$y = -\ln 2$

$(0, -\ln 2)$

$x = 1$

$y = 1 - \ln 2$

$(1, \simeq 0{,}3)$



لا أحد سيرغب
بنجاحك أكثر من ذاتك
فقاوم حتى النهاية

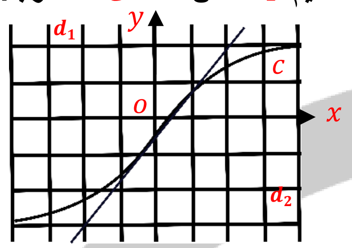
المدّرس : أحمد حنان
الهاتف: 0930891351

من رحم المعاناة يولد الأمل　　　　(نموذج تدريبي 4)　　　　الاسم: ....

الدرجة العُظمى: 600

أولاً: أجب عن خمسة أسئلة من الأسئلة الستة الآتية:　　　　(40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: إذا كان C الخط البياني للتابع f والمستقيمين $d_1 . d_2$ مقاربين للخط C والمستقيم T مماس للخط C المطلوب:

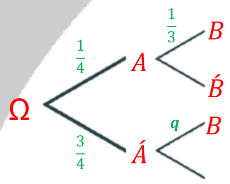


1- احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة مقارب من المقاربين $d_1 . d_2$

3- إذا علمت أن المستقيم المائل المرسوم في الشكل يمس المنحني في النقطة $(0 . -\frac{1}{2})$ احسب $f'(-\frac{1}{2})$ ثم اكتب معادلته

السؤال الثاني: ليكن A و B حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية معروضة بالمخطط الشجري ومخطط المجاور كيف نختار قيمة P حتى يكون الحدثان A و B مستقلان احتمالياً.



السؤال الثالث: في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتجانس $(0.\vec{i}.\vec{j}.\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1.0.-1)$ و $B(2.2.3)$ و $C(3.1.-2)$

1- أثبت ان ABC قائم واحسب مساحته　　　　2- أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2.-3.1)$ ناظم على المستوي (ABC)

السؤال الرابع:

1- أثبت ان $\frac{1}{1+e^x} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x}$　　　　2- واستنتج قيمة $I = \int_0^1 \frac{1}{1+e^x}$

السؤال الخامس: f تابع معرف على R^* وفق:

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x}$$

عين $a . b$ ليكون لـ f مماساً معادلته $y = -3x + 9$ في نقطة فاصلتها 1

السؤال السادس: لتكن المجموعة $S = [1.2.3. \dots .15]$ كم عدد المجموعات الجزئية المكونة من ثلاث عناصر من S مجموعة من مضاعفات العدد 3

ثانياً: حل التمارين الثلاث الآتية:　　　　(60 للأول 70 للثاني والثالث)

التمرين الأول: C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $R\backslash\{3\}$ وفق:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 7x - 3}{x - 3}$$

1- احسب $a = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{ax}$ ثم احسب $a = \lim_{x\to+\infty}(f(x) - ax)$

2- استنتج معادلة المقارب المائل Δ في جوار $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي لـ Δ والخط C

المدّرس: أحمد حنان　　　　الهاتف:0930891351

من رحم المعاناة يولد الأمل

(نموذج تدريبي 4)

الاسم: ....

الدرجة العُظمى: 600

التمرين الثاني: لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية:

$$U_0 = \frac{1}{2} \quad . \quad U_{n+1} = \frac{U_n}{2 - U_n}$$

1- أثبت ان $0 < U_n < 1$ أياً كان n

2- نعرف $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n = \frac{1}{U_n} - 1$ أثبت أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية واستنتج v_n بدلالة n

3- اكتب U_n بدلالة n واحسب $\lim_{x\to\infty} U_n$

التمرين الثالث: في مستوي المنسوب إلى المعلم المتجانس $(0.\vec{i}.\vec{j})$ لدينا النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية:

$$Z_A = \sqrt{3} + i \qquad Z_B = \sqrt{3} - i \qquad Z_C = 3\sqrt{3} + i$$

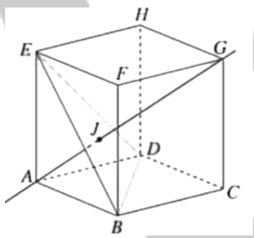
1- اكتب العدد العقدي $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي واستنتج طبيعة المثلث ABC

2- عين (ε) مجموعة النقاط $M \neq B$ التي تجعل $\frac{Z_M - Z_C}{Z_M - Z_B}$ تخيلياً بحتاً

3- عين (Γ) مجموعة النقاط $M \neq B$ التي تجعل $\frac{Z_M - Z_C}{Z_M - Z_B}$ حقيقياً

ثالثاً: حل المسألتين الأتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: مكعب طول حرفه يساوي 3:



1- عين إحداثيات النقاط $D.B.E.G$ في المعلم $(A.\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}.\frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$

2- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG).

3- أثبت أن (AG) عمودي مع المستوي (EDB)

4- المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عين إحداثياتها

5- أثبت أن J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله

6- احسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني المعرف على $I =]-\infty.-2[U]0.+\infty[$ وفق:

$$f(x) = \ln(\frac{x+2}{x})$$

1- احسب نهاية f عند كل طرف من أطراف مجموعة التعريف D_f

2- أوجد $f'(x)$ وادرس إشارته ثم نظم دولاً بتغيرات التابع f

3- ارسم الخط C في معلم متجانس

4- لتكن $(U_n)_{n\geq 1}$ متتالية معرفة على N وفق $U_n = f(n)\,; S_n = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$ أثبت ان $S_n = \ln(\frac{(n+2)(n+1)}{2})$

المدّرس: أحمد حنان

الهاتف:0930891351

السؤال الأول:

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -2$

2) $d_1: y = 2$, $d_2: y = -2$ مقاربات أفقيات يوازيان محور

3) $A(0, -\frac{1}{2})$, $B(2,2)$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2+\frac{1}{2}}{2-0} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{2}{1}} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow F'(-\frac{1}{2}) = \frac{5}{4}$$

$\Delta: y - y_0 = m(x - x_0)$

A أو B

$$y + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}(x - 0)$$

$$\Delta: y = \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}$$

السؤال الثاني:

بما أن A و B مستقلان احتمالياً

$$p(B|A) = p(A\cap B) + p(A'\cap B')$$

$$p(B|A) = p(B)$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{4}\times\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\times p$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{3}{4}p$$

$$-\frac{3}{4}p = \underset{(1)}{\frac{1}{12}} - \underset{(4)}{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{-\frac{3}{4}p}{-\frac{3}{4}} = \frac{-\frac{3}{12}}{-\frac{3}{4}}$$

$$\boxed{p = \frac{1}{3}}$$

السؤال الثالث:

$\vec{AB}(1,2,4)$, $\vec{AC}(2,1,-1)$

$\vec{BC}(1,-1,-5)$

$\|\vec{AB}\| = \sqrt{1+4+16} = \sqrt{21}$

$\|\vec{AC}\| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$

$\|\vec{BC}\| = \sqrt{1+1+25} = \sqrt{27}$

$l_1 = (\sqrt{27})^2 = 27$

$l_2 = (\sqrt{21})^2 + (\sqrt{6})^2 = 27$

$l_1 = l_2$

فمثلث قائم حسب عكس مبرهنة فيثاغورث في A

$$S = \frac{\sqrt{21}\times\sqrt{6}}{2} = \frac{3\sqrt{14}}{2}$$

2) $\vec{n}(2,-3,1)$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{n}\cdot\vec{AB} = 2 - 6 + 4 = 0\\ \vec{n}\cdot\vec{AC} = 4 - 3 - 1 = 0\\ \vec{n}\perp\vec{AC} \text{ و } \vec{n}\perp\vec{AB}\end{array}\right\}$$

ومنه $\vec{n}\perp ABC$ هو ناظم

السؤال الرابع:

① $\frac{1}{1+e^x} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x}$

$l_1 \qquad l_2$

$l_2 = \frac{1}{1} - \frac{e^x}{1+e^x}$

$\frac{(1+e^x)-e^x}{1+e^x} = \frac{(1)}{1+e^x} = l_1$

② $I = \int_0^1 \frac{1}{1+e^x}\,dx$

$\frac{1}{1+e^x} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x}$

$I = \int_0^1 1 - \frac{e^x}{1+e^x}\,dx$

$I = \left[1 - \frac{e^x}{1+e^x}\right]_0^1 dx$

$F(x) = [x - \ln(1+e^x)]$

$F(0) = 0 - \ln(1+e^0) = -\ln 2$

$F(1) = 1 - \ln(1+e)$

$F(1) - F(0)$

$= 1 - \ln(1+e) - (-\ln 2)$

$= 1 + \ln 2 - \ln(1+e)$

$= 1 + \ln\left(\frac{\quad}{1+e}\right)$

السؤال الخامس:

$F(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x}$

$x = 1 \qquad y = -3x + 9$

$m = -3 \Rightarrow F'(1) = -3$

$F(1) = y = -3(1) + 9$

$F(1) = 6$

$F(1) = \frac{a(1)^2 + b(1) + 1}{1}$

$6 = a + b + 1$

$\boxed{a+b=5}$ — ①

$F'(x) = \frac{(2ax+b)(x) - 1(ax^2+bx+1)}{x^2}$

$F'(x) = \frac{2ax^2+bx-ax^2-bx-1}{x^2}$

$F'(1) = \frac{a(1) - 1}{1}$

$-3 = a - 1 \Rightarrow \boxed{a=-2}$

$-2 + b = 5 \Rightarrow \boxed{b=7}$

$F(x) = \frac{-2x+7x+1}{x}$

الهاتف: 0930891351

المدرّس : أحمد حنان

السؤال السادس :

$T_0 = [3, 6, 9, 12, 15]$

$T_1 = [1, 4, 7, 10, 13]$

$T_2 = [2, 5, 8, 11, 14]$

إما ثلاث عناصر من مجموعة ذاتها

$$3 \times \binom{5}{3} = 3 \times \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1}$$

$$= 3 \times 10 = 30$$

أو كل عنصر من مجموعة

$$\binom{5}{1}\binom{5}{1}\binom{5}{1}$$

$$5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$125 + 30 = 155$$

ثانياً : التمرين الأول :

$$F(x) = \frac{2x^2 - 7x + 3}{x - 3}$$

① $$a = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$\frac{F(x)}{x} = \frac{\frac{2x^2 - 7x + 3}{x - 3}}{\frac{x}{1}}$$

$$\frac{F(x)}{x} = \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - 3x}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

$$\boxed{a = 2}$$

$$b = \lim_{x \to \infty} f(x) - 2x$$

$$\frac{2x^2 - 7x - 3}{x - 3} - \frac{2x}{1}$$
$$(1) \qquad (x - 3)$$

$$= \frac{2x^2 - 7x - 3 - 2x^2 + 6x}{(x - 3)}$$

$$= \frac{-x - 3}{x - 3}$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) - 2x = \frac{-x}{x} = -1$$

$$\boxed{b = -1}$$

② $a = 2 \qquad y = ax + b$

$b = -1$

$$y = 2x - 1$$

$$F(x) - y_\Delta =$$

$$\begin{array}{r|l} & 2x - 1 \\ \hline x - 3 & 2x^2 - 7x - 3 \\ & -2x^2 + 6x \\ \hline & -x - 3 \\ & +x - 3 \\ \hline & -6 \end{array}$$

$$F(x) - y_\Delta = 2x - 1 - \frac{6}{x - 3} - (2x - 1)$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) - y_\Delta = \frac{-6}{\infty} = 0$$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$F(x)-y_\Delta$	$+$	‖	$-$
الوضع النسبي	فوق C المقارب	‖	تحت C المقارب

التمرين الثاني:

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n} \qquad u_0 = \frac{1}{2}$$

① $0 < u_n < 1$

نرمز للقضية ب $E(n)$

$E(n):\ 0 < u_0 < 1$

$0 < \frac{1}{2} < 1$

قضية صحيحة من أجل $n=0$

نفرض صحة $E(n)$ لإثبات $E(n+1)$

$E(n+1):\ 0 < u_{n+1} < 1$

نفرض

$u_{n+1} = F(u_n)$

$$F(x) = \frac{x}{2-x}$$

$$F'(x) = \frac{1(2-x)+1(x)}{(2-x)^2}$$

$$\frac{2-x+x}{(2-x)^2} > 0$$

f متزايد تماماً

$$f(0) = \frac{0}{2-0} = 0$$

$$f(1) = \frac{1}{2-1} = 1$$

$f(0) < f(u_n) < f(1)$

$\Rightarrow 0 < u_{n+1} < 1$

قضية صحيحة $E(n) \Leftarrow$ صحيحة

② $$v_n = \frac{1}{u_n} - 1$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} - 1$$

$$\left[\frac{1}{\frac{u_n}{2-u_n}}\right] - 1$$

$$\underset{(1)}{\frac{2-u_n}{u_n}} - \underset{(u_n)}{\frac{1}{1}}$$

$$\frac{2-u_n-u_n}{u_n} = \frac{2-2u_n}{u_n}$$

$$\frac{2}{u_n} - \frac{2u_n}{u_n}$$

$$2\left(\frac{1}{u_n} - 1\right)$$

$v_{n+1} = 2v_n$

$q=2$ هندسية أساسها

$$v_0 = \frac{1}{u_0} - 1$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2}} - 1 = 2 - 1$$

$$\boxed{v_0 = 1}$$

$V_n = V_0 \cdot q^n = 1 \cdot 2^n = 2^n$

3) $V_n = \frac{1}{U_n} - 1$

نقلب $V_{n+1} = \frac{1}{U_n}$

$\frac{1}{V_n+1} = \frac{U_n}{1}$

$U_n = \frac{1}{2^n+1}$

نجد أن $\lim\limits_{n \to \infty} 2^n = +\infty$

$q > 1$

$\Rightarrow \lim\limits_{n \to \infty} U_n = \frac{1}{+\infty+1} = 0$

Don't wait for the opportunity create it

التمرين الثالث:

$Z_A = \sqrt{3} + i$

$Z_B = \sqrt{3} - i$

$Z_C = 3\sqrt{3} + i$

1- $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$

$\frac{3\sqrt{3} + i - \sqrt{3} - i}{\sqrt{3} - i - \sqrt{3} - i} = \frac{(2\sqrt{3})}{(-2i)} \cdot \frac{(+2i)}{(+2i)}$

$= \frac{4\sqrt{3}\, i}{4} = \sqrt{3}\, i$

كيلي بحث $\theta = \frac{\pi}{2}$

$\left| \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} \right| = \sqrt{3}$

$\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = \sqrt{3}\, e^{\frac{\pi}{2} i}$

أو حساب الزاوية

$\left.\begin{array}{l} \cos\theta = \frac{0}{\sqrt{3}} = 0 \\ \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$

المثلث ABC قائم في A

$\arg \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = \frac{\pi}{2}$

2- تنتمي M إلى (ع) إذا كان

$M = B$

نرمز ب $u = \frac{Z_C - Z_A}{Z_M - Z_A}$

$\arg(u) = \pm \frac{\pi}{2}$

الزاوية الموجهة $(\vec{CM}, \vec{BM})$ هي $\pm \frac{\pi}{2}$

ومنه M تقع على مجموعة نقاط للقطعة $[BC]$ وهي دائرة قطرها $[BC]$ محذوف منها نقطة B

3- M تنتمي لـ Γ إذا كان $\arg(u) = 0$ أو π

وهذا يدل $(\vec{BM}, \vec{CM}) \in [0, \pi]$

والنقاط تقع على استقامة واحدة

M تقع على $[BC]$ محذوف منه B

المسألة الأولى:

طول الحرف 3

1- $B(3,0,0)$ $D(0,3,0)$

$G(3,3,3)$ $E(0,0,3)$

2- $\vec{u} = \overrightarrow{AG}(3,3,3)$

$A(0,0,0)$

نختار A

$$(AG)\begin{cases} x = 3t + 0 \\ y = 3t + 0 \\ z = 3t + 0 \end{cases} \quad t \in R$$

3- نكون أشعة موجهة

$\overrightarrow{ED}(0,3,-3)$ $\overrightarrow{AG}(3,3,3)$

$\overrightarrow{EB}(3,0,-3)$

$\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{ED} = (0)(3) + (3)(3) + (3)(-3)$

$= 0 + 9 - 9 = 0$

$\overrightarrow{AG} \perp \overrightarrow{ED}$

$\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{EB} = (3)(3) + (3)(0) + (3)(-3)$

$= 9 + 0 - 9 = 0$

$\overrightarrow{AG} \perp \overrightarrow{EB}$

ومنه $(AG) \perp (EBD)$

4- بما أن $(AG) \perp (EDB)$

$\vec{n} = \overrightarrow{AG}$

نقسم الجميع على 3

$\vec{n}(1,1,1)$

$(EDB): ax + by + cz + d = 0$

$x + y + z + d = 0$

نعوض أحد النقاط

$B(3,0,0)$

$3 + 0 + 0 + d = 0$

$\Rightarrow d = -3$

$(EDB): x + y + z - 3 = 0$

نعوض (AG) في (EDB)

$3t + 3t + 3t = 3$

$9t = 3$

$\boxed{t = \frac{1}{3}}$

$x = 3\left(\frac{1}{3}\right) = 1$

$y = 3\left(\frac{1}{3}\right) = 1$

$z = 3\left(\frac{1}{3}\right) = 1$

$J(1,1,1)$

5- المثلث (EDB) أضلاعه هي أقطار وهو متساوي الأضلاع أقطار المكعب متساوية

ومنه نقطة تلاقي الارتفاعات هي مركز ثقل المثلث

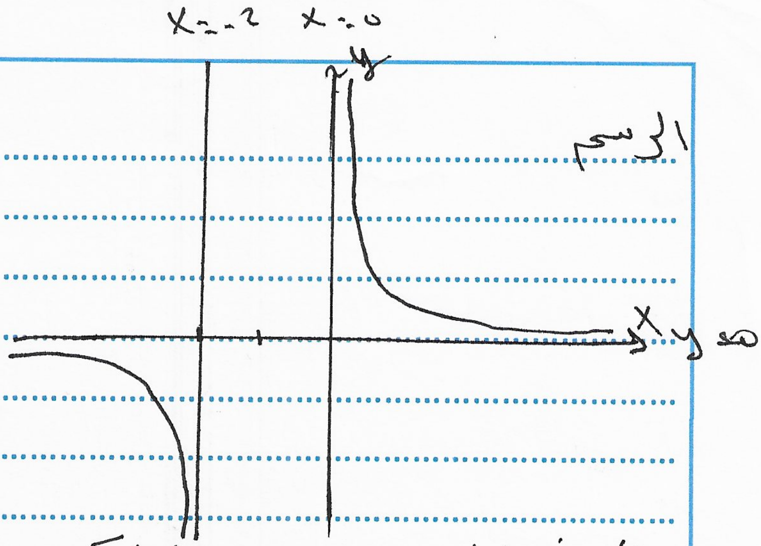
نفرض M

$$M\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}, \frac{z_1+z_2+z_3}{3}\right)$$

$$M\left(\frac{0+0+3}{3}, \frac{0+3+0}{3}, \frac{3+0+0}{3}\right)$$

$M = (1,1,1)$ $\quad M = J$

الرسم



4) نرمز لها بـ E(n)

$E(n): S_n = \ln\frac{(n+2)(n+1)}{2}$

نثبت صحة القضية من أجل $n=1$

$E(1): S_1 = \ln\frac{(1+2)(1+1)}{2}$

$S_1 = U_1 = f(1) = \ln\left(\frac{1+2}{1}\right) = \ln(3)$

$\ln\frac{(3)(2)}{2} = \ln(3)$

قضية صحيحة من أجل $n=1$

نفرض صحة $E(n)$ لإثبات $E(n+1)$

$E(n+1): S_{n+1} = \ln\frac{(n+3)(n+2)}{2}$

$S_{n+1} = U_1 + U_2 + U_3 ... + U_n + U_{n+1}$

$S_{n+1} = S_n + U_{n+1}$

$S_n = \ln\frac{(n+2)(n+1)}{2}$

$U_{n+1} = f(U_{n+1})$

$= \ln\frac{(n+3)}{n+1}$

$S_n + U_{n+1} = \ln\frac{(n+2)(n+1)}{2} + \ln\left(\frac{n+3}{n+1}\right)$

$\ln a\times b = \ln a + \ln b$

$\ln\left(\frac{(n+2)(n+1)}{2} \times \frac{n+3}{n+1}\right)$

$\ln\left(\frac{(n+2)(n+3)}{2}\right) = l_2$

قضية صحيحة

$E(n)$ صحيحة

الهاتف: 0930891351
المدرّس: أحمد حنان

من رحم المعاناة يولد الأمل

(نموذج تدريبي 5)

الاسم: ....

الدرجة العُظمى: 600

أولاً: أجب عن خمسة أسئلة من الأسئلة الستة الأتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\backslash\{1\}$ الجدول المرافق للتابع f والمطلوب:

x	$-\infty$		1		2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$
$f(x)$	2	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$ 2

1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي وشاقولي للخط C

3- احسب $f(\,]1.2]\,) =$

4- اكتب معادلة المماس في النقطة $x = 2$

5- جد $\lim_{x\to+\infty} f(\,f(x)\,)$

السؤال الثاني: جد على محور الفواصل نقطة متساوية البعد بين النقطتين $A(2.-1.3)$ و $B(0.5.-1)$

السؤال الثالث: احسب أمثال الـ $\acute{x}$ في المنشور $(2+3x^3)^5$

السؤال الرابع: احسب كلاً من:

$$1)\ \lim_{x\to+\infty}\left(x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right) \qquad 2)\ \int_0^{\ln 2} e^x(1-e^x)^3dx$$

السؤال الخامس: لتكن النقطتان A و B اللتان يمثلهما العددان العقديان:

$$Z_A = -\sqrt{3}+i \qquad Z_B = -2i$$

1- اكتب Z_A بالشكل الأسي ثم جد Z_C الممثل بالنقطة C التي تجعل مبدأ الإحداثيات مركز ثقل المثلث ABC

2- اثبت ان $Z_C - Z_A = e^{\frac{\pi}{3}i}(Z_B - Z_A)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

السؤال السادس: حل في R المعادلة:

$$-\ln(x+1)+\ln(x) = \ln(x-1)$$

ثانياً: حل التمارين الثلاث الأتية: (60 للأول 70 للثاني والثالث)

التمرين الأول: ليكن عند كل عدد طبيعي n : $U_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

1- أوجد $a.b$ يحققان عند كل عدد طبيعي n $U_n = \frac{a}{2n-1}+\frac{b}{2n-1}$

2- ليكن في حالة S و طبيعي n، $S_n = u_0+u_1+\cdots+u_n$ عبر عن S_n بدلالة n

3- احسب $\lim_{n\to\infty} S_n$

من رحم المعاناة يولد الأمل **(نموذج تدريبي 5)** الاسم: ....

الدرجة العُظمى: 600

<u>التمرين الثاني</u>: نتأمل صندوق يحتوي على ثلاث كرات سوداء وأربع كرات حمراء نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق ثم نضاعف عدد الكرات من لونها في الصندوق وبعدئذ نسحب مجدداً كرة من الصندوق نرمز بـ R_2 حدث الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء و R_1 حدث كرة مسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون.

1- أعط تمثيلاً شجراً

2- احسب احتمال الحدث R_2

3- إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء اللون

<u>التمرين الثالث</u>: نتأمل النقاط A و B و C التي توافق بالترتيب الأعداد العقدية:

$$a = 8 \qquad b = -4 + 4i \qquad c = -4i$$

1- تحقق أن $(b - c) = i(a - c)$

2- استنتج أن المثلث ABC قائم متساوي الساقين

3- نقرن $M(z)$ النقطة $\acute{M}$ الموافقة للعدد $\acute{z} = e^{\frac{\pi}{3}i} z$ ما التحويل الهندسي الموافق وجد صورة $\acute{a}$. $\acute{b}$ وفق التحويل

ثالثاً: حل المسألتين الأتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

<u>المسألة الأولى</u>: ليكن f المعرف على R وفق: $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$

1- أوجد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة التعريف.

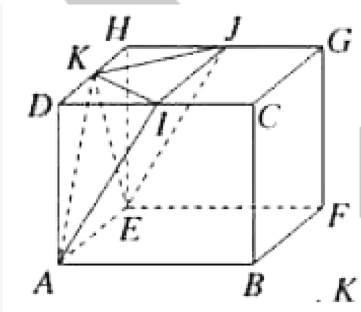
2- ادرس اطراد التابع f ونظم جدولاً بها.

3- بين القيم الحدية للتابع f، وارسم خطه البياني C.

4- استنتج عدد حلول المعادلة $x^2 e^{-x} = 1$.

5- احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيم $x = 1$.

<u>المسألة الثانية</u>: نتأمل مكعباً $ABCDEFGH$، لتكن I و J و K منتصفات أضلاعه $[DC]$ و $[HG]$ و $[DH]$ بالترتيب. نتخذ $(A . \overrightarrow{AB} . \overrightarrow{AE} . \overrightarrow{AD})$ معلماً متجانساً في الفراغ:



1- أوجد إحداثيات النقاط $A . I . E$

2- اكتب معادلة المستوي $(AIJE)$.

3- احسب بعد K عن المستوي $(AIJE)$ وحجم الهرم $KAIJE$

4- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d العمودي على المستوي $(AIJE)$ والمار بالنقطة K.

5- احسب إحداثيات N نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي $(AIJE)$.

6- أثبت أن N هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A . \alpha) . (I . \beta) . (E . \gamma)$ حيث $\alpha . \beta . \gamma$ هي أثقال يطلب تعينها.

انتهت الأسئلة

المدّرس: أحمد حنان الهاتف:0930891351

السؤال الأول:

1) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$

2) $x=1$ مقارب شاقولي $// yy'$

$y=2$ مقارب أفقي $// xx'$ في جوار $\pm\infty$

3) $F(]1,2]) = [-1,+\infty[$

4) نجد أن $x=2$

$y=-1$

$m=0$

$y-y_0 = m(x-x_0)$

$y+1 = 0(x-2)$

$y=-1$

5) $\lim_{x \to \infty} f(x) = 2$

$f(2) = -1$

$\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} f(f(x)) = -1$

السؤال الثاني:

نفرض $C(x,y,z)$

تقع على محور الفواصل $y=0$

$z=0$

$\|\overrightarrow{AC}\| = \|\overrightarrow{CB}\|$

$\overrightarrow{AC}(x-2, +1, -3)$

$\overrightarrow{CB}(-x, 5, -1)$

$\|\overrightarrow{AC}\| = \|\overrightarrow{CB}\|$

$\sqrt{(x-2)^2+1+9} = \sqrt{(-x)^2+(5)^2+(-1)^2}$

نربع

$(x-2)^2+10 = x^2+25+1$

$x^2-4x+4+10 = x^2+26$

$-4x = 26-14$

$-4x = 12$

$x = -3$

$C(-3,0,0)$

السؤال الثالث:

$n=5 \quad a=2 \quad b=3x$

$\binom{n}{r}(a)^n(b)^{n-r}$

$n-r=3$

$5-r=3$

$r=2$

$\binom{5}{2}(2)^5(2x)^{5-2}$

$\frac{5\times4}{2\times1}(32)(8x^3)$

$320\times8x^3 = 2560x^3$

السؤال الرابع:

$\lim_{x \to +\infty} x \ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$

$= \infty\,(\ln(1+0)) = (\infty)(0)$

حالة عدم تعيين

نفرض $x = \frac{1}{t}$

$\lim_{t \to \infty} x = \frac{1}{\infty} = 0$

الهاتف: 0930891351

المدرّس : أحمد حنان

$\lim_{t \to 0} \frac{1}{t} \ln(1+t)$

$= \lim_{t \to 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$

$\Rightarrow \lim_{x \to \infty} f(x) = 1$

② $\int_0^{\ln 2} e^x (1-e^x)^3$

$= \int_0^{\ln 2} -(-e^x)(1-e^x)^3 dx$

$= \left[-\frac{1}{4} (1-e^x)^4 \right]_0^{\ln 2}$

$f(0) = -\frac{1}{4}(1-e^0)^4 = 0$

$f(\ln 2) = -\frac{1}{4}(1-e^{\ln 2})$

$= -\frac{1}{4}(1-2)^4 = -\frac{1}{4}$

$f(\ln 2) - f(0) = -\frac{1}{4} - 0$

$= -\frac{1}{4}$

السؤال الخامس:

① $Z_A = -\sqrt{3} + i$

$r = |Z_A| = \sqrt{3+1} = 2$

$\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\theta = \frac{1}{2}$

في الربع الثاني $\boxed{\cos -}$

$\pi - \theta$

$\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

$Z_A = 2e^{\frac{5\pi}{6}i}$

$Z_C = x + yi$ نفرض أن

$Z_O = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3}$

$0 = \frac{-\sqrt{3} + i - 2i + x + yi}{3}$

$0 = \frac{(x-\sqrt{3}) + (y-1)i}{3}$

$\cancel{\frac{0}{1} = \frac{x-\sqrt{3}}{3}}$

$x = \sqrt{3}$

$0 = \frac{(y-1)i}{3}$

$y - 1 = 0$

$y = 1$

$Z_C = \sqrt{3} + i$

② $\underbrace{Z_C - Z_A}_{l_1} = e^{\frac{\pi}{3}i} \underbrace{(Z_B - Z_A)}_{l_2}$

$(\sqrt{3} + i - (-\sqrt{3} + i))$

$= \sqrt{3} + i + \sqrt{3} - i = 2\sqrt{3}$

$l_2 = e^{\frac{\pi}{3}i}(Z_B - Z_A)$

المدّرس : أحمد حنان
الهاتف: 0930891351

$$\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)\left(-2i+\sqrt{3}-i\right)$$

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\left(\sqrt{3}-3i\right)$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i+\frac{3}{2}i+\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$$

$$l_1=l_2$$

طبيعة المثلث ABC هو متساوي أضلاع C هي صورة B وفق دوران زاويته $\frac{\pi}{3}$ ومركزه A

السؤال السادس:

$$-\ln(x+1)+\ln(x)=\ln(x-1)$$

$D_1=]-1,+\infty[$ $\quad x+1>0$, $\quad x>-1$

$D_2=]0,+\infty[$ $\quad x>0$

$D_3=]1,+\infty[$ $\quad x-1>0$, $\quad x>1$

$$D_f=D_1\cap D_2\cap D_3=]1,+\infty[$$

$$\ln(x)-\ln(x+1)=\ln(x-1)$$

$$\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)=\ln(x-1)$$

نضرب بـ e

لا أحد سيرغب
بنجاحك أكثر من ذاتك
فقاوم حتى النهاية

$$\frac{x}{x+1}=x-1$$

$$x=(x-1)(x+1)$$

$$x=x^2-1$$

$$x^2-x-1=0$$

$$\Delta=b^2-4ac$$

$$(-1)^2-4(1)(-1)$$

$$1+4=5$$

$$\sqrt{\Delta}=\sqrt{5}$$

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\frac{+1-\sqrt{5}}{2}\notin D$$

مرفوض

$$x_2=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\in D$$

مقبول

التمرين الأول :

$$U_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$U_n = \frac{a}{(2n-1)} + \frac{b}{(2n+1)}$$

$$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{a}{(2n-1)} + \frac{b}{(2n+1)}$$

نضرب ب $(2n-1)$

$$\frac{1}{(2n+1)} = a + \frac{b(2n-1)}{(2n+1)}$$

$$n = +\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = a + 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{a}{(2n-1)} + \frac{b}{(2n+1)}$$

نضرب ب $(2n+1)$

$$\frac{1}{2n-1} = \frac{a(2n+1)}{(2n-1)} + b$$

$$n = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} = 0 + b \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$U_n = \frac{\frac{1}{2}}{2n-1} + \frac{-\frac{1}{2}}{2n+1}$$

$$U_n = \frac{1}{2(2n-1)} - \frac{1}{2(2n+1)}$$

② $$S_0 = \frac{1}{2(0-1)} - \frac{1}{2(0+1)}$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{6}$$

$$S_2 = +\frac{1}{6} - \frac{1}{10}$$

$$S_n = \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right)$$

$$+ \frac{1}{2(2n-1)} - \frac{1}{2(2n+1)}$$

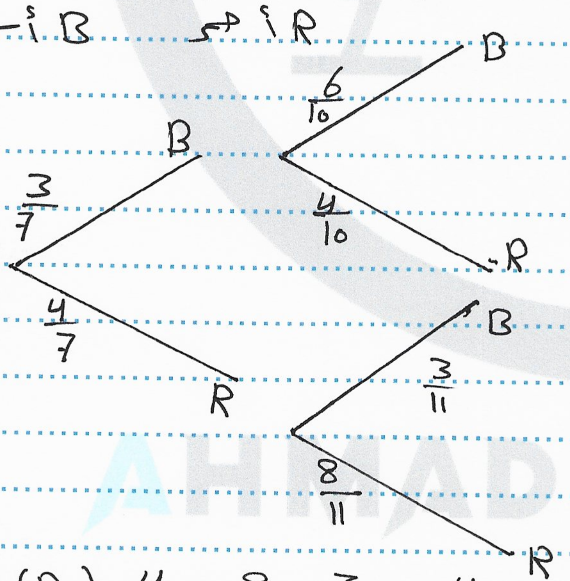
$$S_n = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2(2n+1)}$$

③ $$\lim_{n \to +\infty} S_n = -\frac{1}{2} - 0 = -\frac{1}{2}$$

التمرين الثاني :

① المخطط الشجري

B أسود   R أحمر



② $$p(R_2) = \frac{4}{7} \times \frac{8}{11} + \frac{3}{7} \times \frac{4}{10}$$

$$= \frac{48 \times \cancel{8}\ 4}{49 \times 11 \times \cancel{10}\ 5} = \frac{226}{385}$$

③ $p(B|R_2) = \frac{P(B\cap R_2)}{P(R_2)}$

$= \frac{\frac{4}{10}\times\frac{3}{7}}{\frac{226}{385}}$

$= \frac{\frac{12}{70}}{\frac{226}{385}} = \frac{12\times 385}{70\times 226}$

$= \frac{33}{113}$

التمرين الثالث:

① $\underbrace{(b-c)}_{l_1} = \underbrace{i(a-c)}_{l_2}$

$b-c = -4+4i+4i$
$= -4+8i$

$i(a-c) = i(8+4i)$
$= -4+8i$

$l_1 = l_2$

② $\frac{b-c}{a-c} = i\frac{(a-c)}{a-c}$

$\frac{b-c}{a-c} = i$

$\arg\frac{b-c}{a-c} = \frac{\pi}{2}$

$\frac{BC}{AC} = 1$

فإن المثلث ABC قائم في C
ومتساوي الساقين

④ التحويل هو دوران مركزه o وزاويته $\frac{\pi}{3}$

$a' - o = e^{\frac{\pi}{3}i}(8-o)$

$a' = 8e^{\frac{\pi}{3}i}$

$b' - o = e^{\frac{\pi}{3}i}(b-o)$

$b' = e^{\frac{\pi}{3}i}(-4+4i)$

$b' = (\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})(-4+4i)$

$(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)(-4+4i)$

$-2+2i-2\sqrt{3}i-2\sqrt{3}$

$(-2-2\sqrt{3})+(-2\sqrt{3}+2)i$

$a' = 8(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)$

$4+4\sqrt{3}i$

المسألة الأولى:

① $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \frac{+\infty}{+0} = +\infty$

$y=0$ مقارب أفقي منطبق على xx'
في جوار $+\infty$

② f اشتقاقي على R

$f'(x) = \frac{2x(e^x) - e^x(x^2)}{e^{2x}}$

$f'(x) = \frac{2x(e^x) - e^x(x^2)}{e^{2x}}$

$f'(x) = 0$

$$\frac{2xe^x - x^2e^x}{e^{2x}}$$

$$\frac{e^x(2x - x^2)}{e^{2x}\ e^x}$$

$2x - x^2 = 0$

$x(-x+2) = 0$

$x = 2 \qquad x = 0$

$f(0) = \frac{0^2}{e^0} = 0$

$f(2) = \frac{4}{e^2}$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{4}{e^2}$	$\searrow$	0

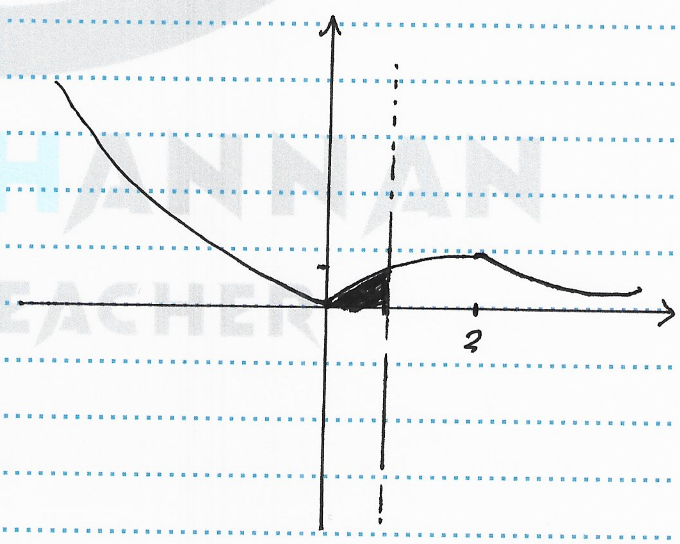
ج).

$F(0) = 0$

قيمة حدية صغرى محلية

$F(2) = \frac{4}{e^2}$

قيمة حدية كبرى محلية



4).

$x^2 e^{-x} = 1$

$\frac{x^2}{e^x} = 1$

$F(x) = 1$

نرسم المستقيم $y=1$ يقطع الخط C بنقطة واحدة وحيد

5).

$x = 0$

$x = 1$

$$S = \int_0^1 f(x)\ dx$$

$$S = \int_0^1 \frac{x^2}{e^x}\ dx$$

$$\int_0^1 x^2e^{-x}\ dx$$

$u = x^2 \qquad v' = e^{-x}$

$u' = 2x \qquad v = -e^{-x}$

$$S = [-x^2e^{-x}]_0^1 - \int_0^1 (-2xe^{-x})\ dx$$

$$I = \int_0^1 -2xe^{-x}$$

$u = -2x \qquad v' = e^{-x}$

$u' = -2 \qquad v = -e^{-x}$

$$I = [+2xe^{-x}]_0^1 - \int_0^1 2e^{-x}\ dx$$

$$I = [2xe^{-x}]_0^1 - [-2e^{-x}]_0^1$$

$$I = [2xe^{-x} + 2e^{-x}]_0^1$$

$\vec{M}(2, 0, -1)$

$(AIJE): ax + by + cz + d = 0$

$A(0,0,0)$ $2x - z + d = 0$

$0 - 0 + d = 0$

$\boxed{d = 0}$

$(AIJE): 2x - z = 0$

③ $K(0, \frac{1}{2}, 1)$

$dist(K, AIJE) = \frac{|ax + by + cz + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

$= \frac{|2(0) - (1)|}{\sqrt{4+1}}$

$dist = \frac{1}{\sqrt{5}}$

حجم الهرم

$r = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$

$h = dist(K, AIJE)$

$h = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$S =$ قاعدة المستطيل

طول $= \vec{AI}$

عرض $= \vec{AE}$

$\|\vec{AI}\| = \sqrt{\frac{1}{4} + 1}$ $\sqrt{\frac{5}{2}}$

$\|\vec{AE}\| = \sqrt{1} = 1$

$S = -x^2 e^{-x} - 2x e^{-x} - 2e^{-x}$

$f(1) = -e^{-1} - 2e^{-1} - 2e^{-1}$

$f(1) = -5e^{-1} = -\frac{5}{e}$

$f(0) = -0 - 0 - 2$

$f(1) - f(0) = -\frac{5}{e} - (-2)$

$-\frac{5}{e} + 2$

$S = \frac{2e - 5}{e}$

المسألة الثانية:

① $A(0,0,0)$ $B(1,0,0)$

$I(\frac{1}{2}, 0, 1)$ $E(0, 1, 0)$

② معادلة $\bar{n}(a, b, c)$

شعاع ناظم

$\vec{AI}(\frac{1}{2}, 0, 1)$

$\vec{AE}(0, 1, 0)$

$\frac{x_1}{x_2} = \frac{\frac{1}{2}}{1}$ $\frac{\frac{1}{2}}{1} \neq \frac{0}{1}$

مركبات غير متناسبة تعين مستوي

$\frac{y_1}{y_2} = \frac{0}{1}$

$\vec{n} \cdot \vec{AI} = 0$

$\frac{1}{2} a + c = 0$

$\vec{n} \cdot \vec{AE} = 0$

$b = 0$

نفرض $a = 2$

$a + c = 0$

$c = -1$

$r = \frac{1}{3} \cdot 1 \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{5}}$

$r = \frac{1}{6}$ واحدة قياس الحجم

④ _ $\vec{u}_d = \vec{n}\,(2, 0, -1)$

$K\left(0, \frac{1}{2}, 1\right)$

$$d \begin{cases} x = 2t \\ y = \frac{1}{2} \\ z = -t + 1 \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

⑤ _ تحقق عمودي $\vec{u}\cdot\vec{n} = 4 + 0 + 1$

بسبب دائماً $\vec{u}\cdot\vec{n} \neq 0$

d لا يوازي مستوي

$2(2t) - (-t + 1) = 0$

$4t + t - 1 = 0$

$5t = 1$

$t = \frac{1}{5}$

$x = 2\left(\frac{1}{5}\right)$

$y = \frac{1}{2}$

$z = -\frac{1}{5} + 1$

$N\left(\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}\right)$

⑥ _ $\vec{AN} = a\vec{AI} + b\vec{AE}$

تقع في مستو واحد

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{5} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{4}{5} \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

① $\frac{2}{5} = \frac{1}{2}a$

② $\frac{1}{2} = b$

③ $\frac{4}{5} = a$

$a = \frac{2}{5} \times \frac{2}{1}$

$a = \frac{4}{5}$

$b = \frac{1}{2}$

من ③ نجد أن $a = \frac{4}{5}$

الأشعة تقع في مستو واحد

$$\vec{AN} = \underset{(2)}{\frac{4}{5}}\,\vec{AI} + \underset{(5)}{\frac{1}{2}}\,\vec{AE}$$

الأشعة مرتبطة

$$\vec{AN} = \frac{8}{10}\vec{AI} + \frac{5}{10}\vec{AE}$$

$$\vec{AN} = \frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\vec{AI} + \frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\vec{AE}$$

$\Rightarrow \beta = 8$

$\gamma = 5$

$\alpha + \beta + \gamma = 10$

$\alpha + 8 + 5 = 10$

$\alpha = 10 - 13$

$\alpha = -3$

$(A , -3) \quad (I , 8) \quad (E , 5)$

$\overrightarrow{AN} = \frac{8}{10} \overrightarrow{AI} + \frac{5}{10} \overrightarrow{AE}$

$10 \overrightarrow{AN} = 8 \overrightarrow{AN} + 8 \overrightarrow{NA} + 5 \overrightarrow{AN} + 3 \overrightarrow{NA}$

Don't wait for the opportunity create it

$-10 \overrightarrow{NA} = 13 \overrightarrow{AN} + 8 \overrightarrow{NA} + 5 \overrightarrow{NA}$

$-10 \overrightarrow{NA} + 13 \overrightarrow{NA} - 8 \overrightarrow{NA} - 5 \overrightarrow{NA} = 0$

$3 \overrightarrow{NA} - 8 \overrightarrow{NA} - 5 \overrightarrow{NA} = 0$

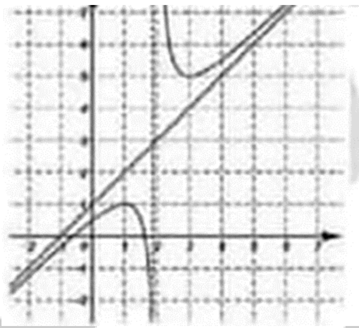
$\alpha = 3$

$\beta = -8$ وهو المطلوب

$\gamma = -5$

أولاً: أجب عن خمسة أسئلة من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في الشكل المرسوم جانباً ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $R\setminus\{2\}$ والمطلوب:



1- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و$\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2- دل على القيمة الحدية للتابع وبين نوعها

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

4- اكتب معادلة المقارب المائل

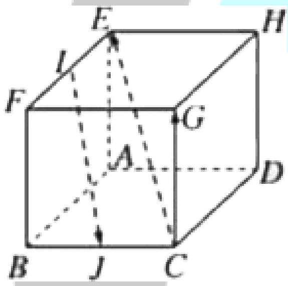
5- اذكر إحداثيات النقطة 1 مركز تناظر الخط البياني C_f

السؤال الثاني: لتكن $(t_n)_{n\geq0}$ و $(S_n)_{n\geq0}$ المتتاليتان المعرفتان وفق:

$$t_n = \frac{n-1}{n} \qquad S_n = 1 + \frac{1}{n^2}$$

اثبت ان المتتاليتين متجاورتين

السؤال الثالث: في الشكل المجاور J . I منتصفات $[EF]$ و $[BC]$



1- أثبت إن $2(\overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{IE}) = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CG}$

2- أثبت إن الأشعة $\overrightarrow{CE} . \overrightarrow{CG} . \overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطياً

السؤال الرابع: احسب J ثم $I + J$ و استنتج I:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1 + 2\sin x} dx \qquad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + 2\sin x} dx$$

السؤال الخامس: لتكن المجموعة $S = [2.3.5.6.7.9]$:

1- ما عدد الأعداد المكونة من ثلاث خانات مختلفة أرقامها مأخوذة من S

2- ما عدد الأعداد المكونة من ثلاث خانات مختلفة أرقامها مأخوذة من S وكل عدد منها من مضاعفات العدد 5 وأصغر من 500

السؤال السادس:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{x} & ; x \neq 0 \\ m + 1 & ; x = 0 \end{cases}$$

1- $\lim_{x\to0} f(x)$

2- جد قيمة m ليكون f مستمراً عند الصفر

من رحم المعاناة يولد الأمل

(نموذج تدريبي 6)

الاسم: ....

الدرجة العُظمى: 600

ثانياً: حل التمارين الثلاث الآتية: (60 للأول 70 للثاني والثالث)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq1}$ المعرفة بالصيغة:

$$U_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \cdots + \frac{n}{3^n}$$

1- أثبت ان $n \leq 2^n$ أياً كان العدد n

2- استنتج مما سبق عنصراً راجحاً على المتتالية $(U_n)_{n\geq1}$

التمرين الثاني:

1- حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة:

$$Z^2 - 2(1-\sqrt{3})Z + 8 = 0$$

2- في المستوي العقدي المنسوب إلى المعلم المتجانس $(0.\vec{\imath}.\vec{\jmath})$ لتكن النقطتان A و B الممثلتان بالعددين:

$$Z_A = (\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i \qquad\qquad Z_B = \overline{Z_A}$$

بين أن $\frac{Z_A}{Z_B} = e^{\frac{\pi}{6}i}$ واستنتج زاوية العدد العقدي Z_A

التمرين الثالث: يواجه حارس مرمى عدداً من ضربات الجزاء إذا صد ضربة الجزاء n فإن احتمال أن يصد الجزاء $n+1$ يساوي 0.8 إذا لم يصد ضربة جزاء n فإن احتمال أن يصد $n+1$ يساوي 0.6 نفرض احتمال أن يصد اول ضربة 0.7

1- احسب $P(A_2\backslash A_1)$ و $P(A_2\backslash A'_1)$ 2- استنتج $P(A_2) = 0.74$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: أولاً: ليكن التابع g المعرف R وفق:

$$g(x) = e^x + 2 - x$$

ادرس اطراد التابع g واستنتج مجموعة حلول المتراجحة $g(x) > 0$

ثانياً: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق:

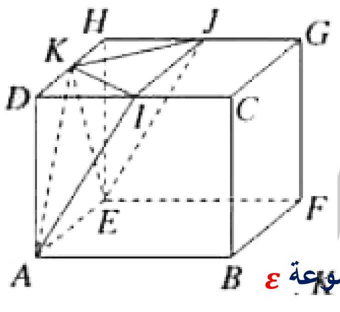
$$f(x) = x + \frac{x-1}{e^x}$$

1- أثبت أن $\acute{f}(x) = \frac{1}{e^x}g(x)$ 2- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً $0 < \alpha < 0.5$.

3- أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي.

4- ارسم Δ وارسم C ، واحسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ والمستقيمين $x = 0$ و $x = 1$.

المسألة الثانية: نتأمل في معلم متجانس $(0.\vec{\imath}.\vec{\jmath}.\vec{k})$ النقطتين $A(1.-1.2)$ و $B(2.0.4)$ والمستوي P الذي معادلته $x - y + 3z - 4 = 0$ والمطلوب:



1- جد معادلة المستوي Q العمود على المستوي P ويمر بالنقطتين A و B

2- جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة A ويعامد المستوي P

3- عين إحداثيات المسقط القائم $\acute{A}$ للنقطة A على المستوي

4- اعطِ معادلة للمجموعة ε المكونة من النقاط $M(x.y.z)$ التي تحقق $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$ وما طبيعة المجموعة ε

انتهت الأسئلة

المدّرس: أحمد حنان

الهاتف:0930891351

السؤال الأول :

1) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2) $f(3) = 5$ قيمة حدية صغرى محلية

$f(1) = 1$ قيمة حدية كبرى محلية

3) $f(x) = 0$ لها حلان

4) $A(0,1)$ $B(-1,0)$

$m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

$m = \dfrac{1-0}{0+1} = 1$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 1 = 1(x - 0)$

$y = x + 1$

5) مركز التناظر $(2,3)$

السؤال الثاني:

$S_n = F(n)$

$F(x) = 1 + \dfrac{1}{x^2}$

$F'(x) = \dfrac{-x}{x^4} < 0$

S_n متناقصة تماما

$t_n = g(n)$

$g(x) = \dfrac{x-1}{x}$

$g'(x) = \dfrac{1(x) - 1(x-1)}{x^2}$

$g'(x) = +\dfrac{1}{x^2} > 0$

t_n متزايدة تماما

$\lim_{n \to \infty} S_n - t_n = 1 - 1$

$\lim_{n \to \infty} s_n - t_n = 0$

متتاليتين متجاورتين

السؤال الثالث:

$2(\underbrace{\vec{CJ} + \vec{IE}}_{l_1}) = \underbrace{\vec{CE} - \vec{CG}}_{l_2}$

$l_1 = 2(\vec{CJ} + \vec{IE})$

$l_1 = 2\left(\frac{1}{2}\vec{CB} + \frac{1}{2}\vec{FE}\right)$

$l_1 = \vec{CB} + \vec{FE}$

$l_1 = \vec{CB} + \vec{BA}$ شال

$l_1 = \vec{CA}$

$l_2 = \vec{CE} - \vec{CG}$

$l_2 = \vec{GC} + \vec{CE}$

$l_2 = \vec{GE}$

$\vec{CA} = \vec{GE}$

$l_1 = l_2$

2) $\vec{IJ} = \vec{IF} + \vec{FB} + \vec{BJ}$

$\vec{IJ} = \vec{IE} + \vec{EC} + \vec{CJ}$

بالجمع

$2\vec{IJ} = 0 + \vec{FB} + \vec{EC} + 0$

$2\vec{IJ} = \vec{FB} + \vec{EC}$

$2\vec{IJ} = +\vec{GC} + \vec{EC}$

$$2\vec{IJ} = -\vec{CG} - \vec{CE}$$

$$\vec{IJ} = -\frac{1}{2}\vec{CG} - \frac{1}{2}\vec{CE}$$

$$\vec{IJ} = \alpha\vec{CG} + b\vec{CE}$$

الأشعة مرتبطة خطياً

السؤال الرابع:

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+2\sin x}\,dx$$

$$J = \frac{2\cos x}{2(1+2\sin x)}$$

$$J = \left[\frac{1}{2}\ln(1+2\sin x)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$J(0) = \left[\frac{1}{2}\ln(0)\right]$$

$$J\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}\ln(1+2)$$

$$J = \frac{1}{2}\ln(3) - 0$$

$$J = \frac{1}{2}\ln 3$$

$$I + J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + \sin 2x}{1+2\sin x}\,dx$$

$$\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$$

$$I + J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + 2\sin x \cdot \cos x}{1+2\sin x}\,dx$$

$\cos x$ عامل مشترك

$$\left[\frac{\cos x\,(1+2\sin x)}{1+2\sin x}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} dx$$

$\sin x$

$\sin(0) = 0$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

$I + J = 1$

$I + \frac{1}{2}\ln(3) = 1$

$I = 1 - \frac{1}{2}\ln 3$

السؤال الخامس:

1) 3 طرق — 4 طرق — 5 طرق

حسب المبدأ الأساسي في العد

$5 \times 4 \times 3 = 120$

2) طريقة — 4 طرق — طريقتان

$2 \times 4 \times 1 = 8$

حسب المبدأ الأساسي في العد

السؤال السادس:

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{2-\sqrt{0+4}}{0} = \frac{0}{0}$$

حالة عدم تعيين

$$\frac{(2-\sqrt{x^2+4})(2+\sqrt{x^2+4})}{x(2+\sqrt{x^2+4})}$$

$$\frac{4-x^2-4}{x(2+\sqrt{x^2+4})}$$

$S_n = a \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^n}{1-\frac{2}{3}}$

$\frac{2}{3}\left(\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^n}{\frac{1}{3}}\right)$

$2\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right) \leq 2$

محدودة من الأعلى بـ 2

$2-2\left(\frac{2}{3}\right)^n \leq 2$

التمرين الثاني:

1) $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = -2(1-\sqrt{3}i)^2 - 4(1)(8)$

$4(1-2\sqrt{3}+3) - 32$

$16 - 8\sqrt{3} - 32$

$-16 - 8\sqrt{3}$

$-4(4+2\sqrt{3})$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{4i^2(1+\sqrt{3})^2}$

$\sqrt{\Delta} = 2i(1+\sqrt{3})$

$Z_1 = \frac{2(1-\sqrt{3}) + 2i(1+\sqrt{3})}{2}$

$Z_1 = (1-\sqrt{3}) + (1+\sqrt{3})i$

$Z_2 = \frac{2(1-\sqrt{3}) - 2i(1+\sqrt{3})}{2}$

$= (1-\sqrt{3}) - (1+\sqrt{3})i$

$\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{0}{2+2}$

$\lim_{x \to 0} f(x) = 0$

2) ليكون f مستمرا

$\lim_{x \to 0} f(x) = f(0)$

$f(0) = m+1$

$\lim_{x \to 0} f(x) = 0$

$\Rightarrow m+1 = 0 \Rightarrow \boxed{m = -1}$

التمرين الأول:

1) نرمز للقضية بـ $E(n)$

$E(n): 2^n \geq n$

نثبت صحة $n=1$

$2^1 \geq 1$

محققة

نفرض صحة $E(n)$

لنثبت $E(n+1)$

$E(n+1): 2^{n+1} \geq n+1$

$2^n \cdot 2 \geq n+1$

$2 \cdot n \geq n+1$

بما أن $2^n \geq n$

فإن $2n \geq n+1$

أياً كانت $n \geq 1$

قضية صحيحة

2) $2^n \geq n$

$2 \geq 1 \;,\; 2^2 \geq 2 \;,\; 2^3 \geq 3$

تمثل متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$

لأن $\frac{2^1}{3} + \frac{2^2}{3^2} + \frac{2^3}{3^3} + \dots + \frac{2^n}{3^n}$ ،

$$Z_A = (\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i \quad -(2$$

$$Z_B = \overrightarrow{Z_A}$$

$$\frac{Z_A}{Z_B} = e^{\frac{\pi}{6}i}$$

علماً أن $z.\bar{z} = |z|^2$

$$\frac{Z_A}{Z_A} \cdot \frac{Z_A}{Z_A}$$

$$\frac{(Z_A)^2}{|Z_A|^2} = \frac{\left((\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i\right)^2}{\left(\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2}\right)^2}$$

$$Z_A^2 = (\sqrt{3}+1)^2 + 2(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)i + (\sqrt{3}-1)^2 \cdot i^2$$

$$3+2\sqrt{3}+1+2(3-1)i + (3-2\sqrt{3}+1)(-1)$$

$$4+2\sqrt{3}+6i-2i-3+2\sqrt{3}-1$$

$$4\sqrt{3}+4i$$

$$|Z_A|^2 = (\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2$$

$$4+2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3} = 8$$

$$\frac{Z_A}{Z_B} = \frac{4\sqrt{3}+4i}{8}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$r = \left|\frac{Z_A}{Z_B}\right| = \sqrt{\frac{3+1}{4}} = 1$$

$$\left.\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta &= \frac{1}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{Z_A}{Z_B} = \cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}$$

$$\frac{Z_A}{Z_B} = e^{\frac{\pi}{6}i}$$

$$\frac{Z_A^2}{|Z_A|^2} = \frac{e^{\frac{\pi}{6}i}}{1}$$

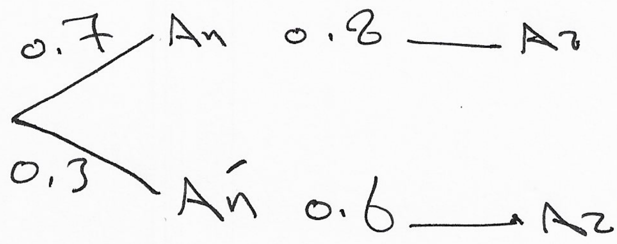
$$\sqrt{Z_A^2} = \sqrt{(Z_A)^2 e^{\frac{\pi}{6}i}}$$

$$Z_A = |Z_A|\left(e^{\frac{\pi}{6}i}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$Z_A = |Z_A| e^{\frac{\pi}{12}i}$$

$$\arg(Z_A) = \frac{\pi}{12}$$

التمرين الثالث :



$p(A_2 \backslash A_1') = 0.6$

$p(A_2 \backslash A_1) = 0.8$

$p(A_2) = 0.7 \times 0.8 + 0.3 \times 0.6$ _(2

$= 0.74$

$p(A_2) = p(A_1 \cap A_2) + p(A_1' \cap A_2)$

قانون

$= p(A_1) \cdot p(A_2 \backslash A_1) + p(A_1')$
$\times p(A_2 \backslash A_1)$

لا أحد سيرغب
بنجاحك أكثر من ذاتك
فقاوم حتى النهاية

المدّرس : أحـمـد حـنـان
الهاتف: 0930891351

المسألة الأولى:

1- $g(x)=e^{x}+2-x$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=e^{-\infty}+2+\infty=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=e^{\infty}+2-\infty=+\infty-\infty$$ حالة عدم تعيين

$$g(x)=e^{x}\left(1+\frac{2}{e^{x}}-\frac{x}{e^{x}}\right)$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x}{e^{x}}=0$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} g(x)=\infty(1+0-0)=\infty$$

$$g'(x)=e^{x}-1$$

$$g'(x)=0$$

$$e^{x}=1$$

ب $\ln$

$$x=0$$

$$g(0)=e^{0}+2-0=3$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

$$g(x)>0$$

من السطر الثالث

دائماً $g(x)>0$

$$S=\,]-\infty,+\infty[$$

ثانياً: 1-

$$f(x)=x+\frac{x-1}{e^{x}}$$

$$F'(x)=1+\frac{1(e^{x})-e^{x}(x-1)}{e^{2x}}$$

$$1+\frac{e^{x}-xe^{x}+e^{x}}{e^{2x}}$$

$$1+\frac{e^{x}(1-x+1)}{e^{2x}}$$

$$\frac{1}{1}+\frac{-x+2}{e^{x}}$$

(e^{x}) (1)

$$\frac{e^{x}-x+2}{e^{x}}$$

$$\frac{1}{e^{x}}\cdot g(x)=\frac{e^{x}+2-x}{e^{x}}$$

$$f'(x)=\frac{1}{e}\,g(x)$$

$$f(0)=0+\frac{0-1}{e^{0}}=-1<0$$ .2

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{2}-1}{e^{\frac{1}{2}}}$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{\frac{1}{2}}{e^{\frac{1}{2}}}\Rightarrow\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{e}}>0$$

بما أن $g(x) > 0$

$f'(x) > 0$

f مستمر ومتزايد $]-\infty , +\infty[$

هو مستمر ومتزايد $]0 , 0.5[$

$f(0) \cdot f(\frac{1}{2}) < 0$

$f(x) = 0$ تقبل حل وحيد

$0 < \alpha < 0,5$

3) $f(x) - y_\Delta$

$\cancel{x} + \frac{x-1}{e^x} - \cancel{x}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) - y_\Delta = \frac{\infty - 1}{e^\infty} = \frac{\infty}{\infty}$

حالة عدم تعيين

$x e^{-x} - \frac{1}{e^x}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) - y_\Delta = 0 - 0 = 0$

$y = x$ مقارب مائل للخط c في جوار $+\infty$

$\boxed{\lim_{x \to +\infty} x e^{-x} = 0}$

$\frac{x-1}{e^x} = 0$

$x - 1 = 0$

$x = 1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
بسط		$-$	0	$+$	
مقام		$+$		$+$	
$f(x) - y_\Delta$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x) - y_\Delta$		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي		c تحت المقارب		c فوق المقارب	

c يقطع Δ عند $x = 1$

$(1, 1)$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty \quad \frac{-\infty - 1}{+0} = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad \frac{+\infty - 1}{+\infty}$

حالة عدم تعيين

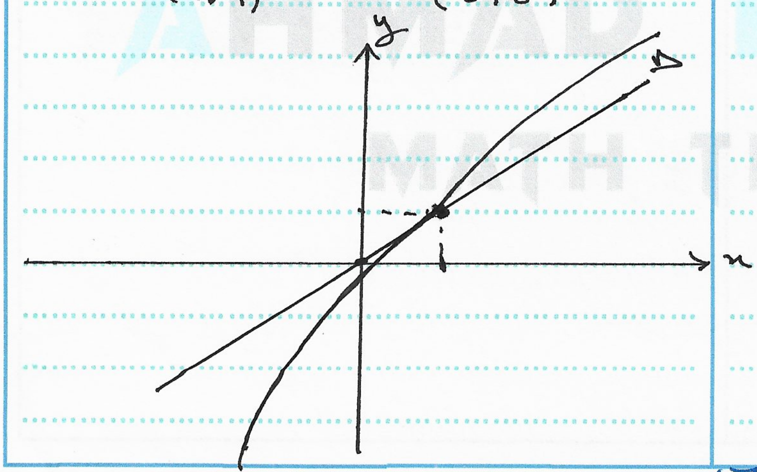
$x + x e^{-x} - \frac{1}{e^x}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty + 0 - 0 = +\infty$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

$y = x$

$(1, 1) \quad (0, 0)$



المستقيم يقع فوق c

$$S = \int_0^1 y_\Delta - f(x) \, dx$$

$$S = \int_0^1 x - x - \frac{x+1}{e^x} \, dx$$

$$S = \int_0^1 \frac{(1-x)}{e^x} \, dx$$

$$S = \int_0^1 (1-x) e^{-x} \, dx$$

$u = (1-x)$ $\quad u' = -1$

$v' = e^{-x}$ $\quad v = -e^{-x}$

$$S = [-(1-x)e^{-x}]_0^1 - \int_0^1 +e^{-x} \, dx$$

$$S = [(-1+x)e^{-x}]_0^1 - [-e^{-x}]_0^1$$

$$S = [(-1+x)e^{-x} + e^{-x}]_0^1$$

$$[(-1+0)e^0 + e^0] = 0$$

$$= (-1+1)e^{-1} + e^{-1} = e^{-1}$$

$$S = (e^{-1}) - (0) = \frac{1}{e}$$

المسألة الثانية :

$\vec{nQ}\,(a, b, c)$

$\vec{nP}\,(1, -1, 3)$

$\vec{AB}\,(1, 1, 2)$

$\vec{nQ} \cdot \vec{nP} = 0$

$\vec{AB} \cdot \vec{nQ} = 0$

$a - b + 3c = 0$

$a + b + 2c = 0$

$a = 1$

$-b + 3c = -1$

$+b + 2c = -1$ نجمع

$5c = -2$

$c = -\frac{2}{5}$

$1 + b - \frac{4}{5} = 0$

$b = \frac{1}{5}$

$\vec{nQ}\,(1, -\frac{1}{5}, -\frac{2}{5})$

نضرب ب 5

$\vec{nQ}\,(5, -1, -2)$

$ax + by + cz + d = 0$

$5x - y - 2z + d = 0$

$B(2, 0, 4)$

$10 - 0 - 8 + d = 0$

$d = -2$

$Q: 5x - y - 2z - d = 0$

$\vec{U_d} = \vec{np}\,(1, -1, 3)$

$A(1, -1, 2)$

$$(d) \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -t - 1 \\ z = 3t + 2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

بما أن مسقط إذا نفرض A'

$\vec{AA'} \perp P$

نقطة تقاطع d و P

$$(x-1)(x-2)+(y+1)y+(z-2)(z-4)=0$$

$$x^2-2x-x+2+y^2+y+z^2-6z+8=0$$

$$x^2-3x+y^2+y+z^2-6z+10=0$$

$$x^2-3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}+y^2+y+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+z^2-6z+9-9=-10$$

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2+(z-3)^2=-10+9+\frac{10}{4}$$

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2+(z-3)^2=\frac{6}{4}$$

كرة مركزها $\Omega\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2},3\right)$

$$R=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$P: x-y+3z-4=0$$

$$t+1+t+1+9t+6-4=0$$

$$11t+4=0$$

$$11t=-4$$

$$t=-\frac{4}{11}$$

$$x=-\frac{4}{11}+1=\frac{7}{11}$$

$$y=+\frac{4}{11}-1=-\frac{7}{11}$$

$$z=\frac{-12}{11}+2=\frac{10}{11}$$

$$\left(\frac{7}{11},\frac{-7}{11},\frac{10}{11}\right)$$

Don't wait for the opportunity
create it

4- $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}=0$

$M(x,y,z)$

$\overrightarrow{AM}(x-1,\ y+1,\ z-2)$

$\overrightarrow{BM}(x-2,\ y,\ z-4)$

$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}$