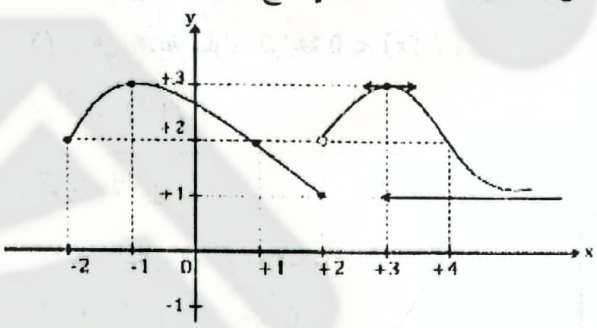
التمرين الأول: $\mathcal{C}$ الخط البياني لتابع f معرف على $]-\infty,-2[$



1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ واستنتج $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$

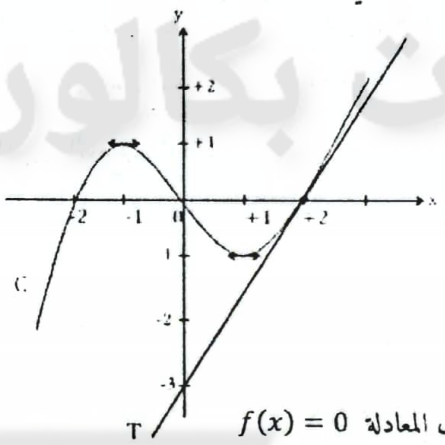
2) هل f اشتقاقي عند (2) ؟ علل

3) أوجد $f(3)$ ، $f'(3)$ ، $f(2)$

4) ما عدد القيم الحدية للتابع f ؟

التمرين الثاني: $\mathcal{C}$ الخط البياني لتابع f معرف على $\mathbb{R}$

و T مماس للخط $\mathcal{C}$ في النقطة $A(2,0)$.



1) عين حلول المعادلة $f(x)=0$

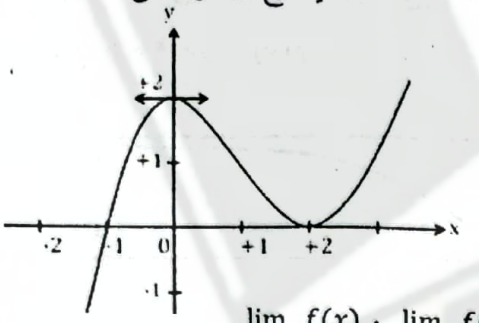
2) عين مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)<0$

3) عين القيم الحدية المحلية.

4) أوجد $f'(1)$ ، $f'(-1)$ و $f'(2)$

5) عين مجموعة تعريف التابع $g(x)=\frac{1}{\sqrt{f(x)}}$.

التمرين الثالث: $\mathcal{C}$ الخط البياني لتابع f معرف على $\mathbb{R}$



1) أوجد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2) عين حلول المعادلة $f(x)=0$

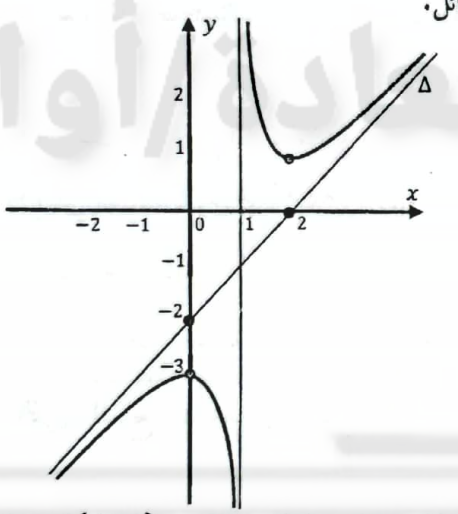
3) احسب $\lim_{x\to0} \frac{f(x)-2}{x}$

4) عين مجموعة تعريف التابع $g(x)=ln(f(x))$

5) ما هي مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)<0$ ؟

التمرين الرابع: $\mathcal{C}$ الخط البياني لتابع f معرَّف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$

و Δ مقاربه المائل.



1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to1^+} f(x)$ و $\lim_{x\to1^-} f(f(x))$.

2) اكتب معادلة المقارب المائل Δ.

3) دلّ على القيم الحديَّة للتابع f مبيناً نوعها.

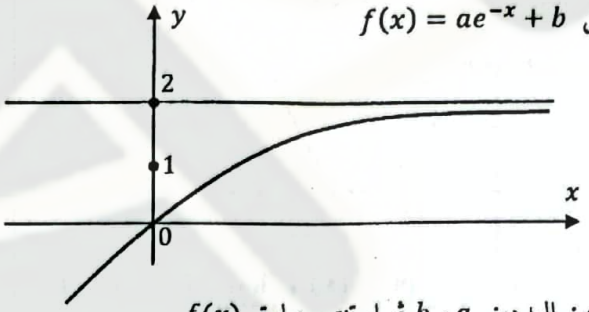
4) اذكر إحداثيات مركز تناظر الخط $\mathcal{C}$.

5) ناقش، تبعاً لقيم الوسيط k، عدد حلول المعادلة $f(x)=k$.

الممسوحه ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الخامس: C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$

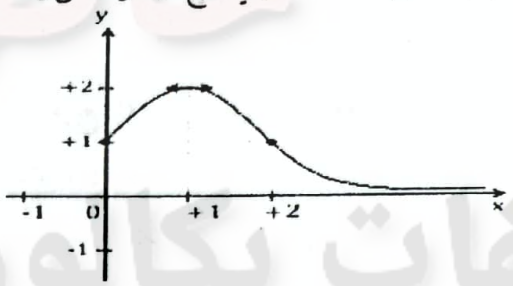
وفق $f(x) = ae^{-x} + b$



1) عين العددين a و b ثم استنتج عبارة $f(x)$

2) احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور التراتيب والمستقيمين $y = 2$ و $x = \ln 2$

التمرين السادس: C الخط البياني لتابع f معرف على $]0,+\infty[$



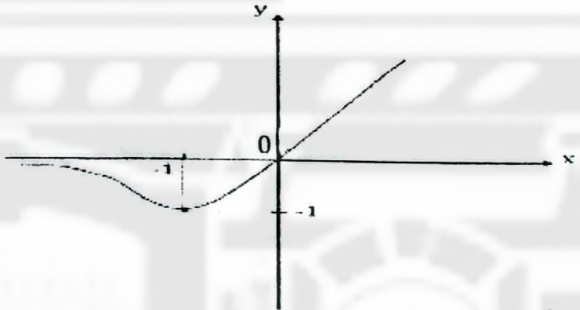
1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$

2) عين القيمة الكبرى محلياً ثم اكتب معادلة المماس عندها

3) عين حلول المعادلة $f(x) - 1 = 0$

4) ادرس اطراد المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $U_n = f(n)$

التمرين السابع: C الخط البياني لتابع f معرف على $\mathbb{R}$



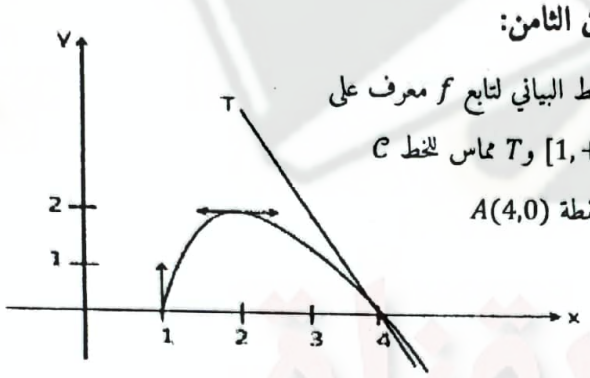
1) أوجد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) عين القيمة الحدية للتابع f ثم اكتب معادلة المماس عندها

3) ما هي مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) < 0$ ؟

4) أوجد $f(\mathbb{R})$.

التمرين الثامن:



C الخط البياني لتابع f معرف على $]1,+\infty[$ و T مماس للخط C في النقطة $A(4,0)$

1) هل f اشتقاقي عند $x = 1$ ؟ علل

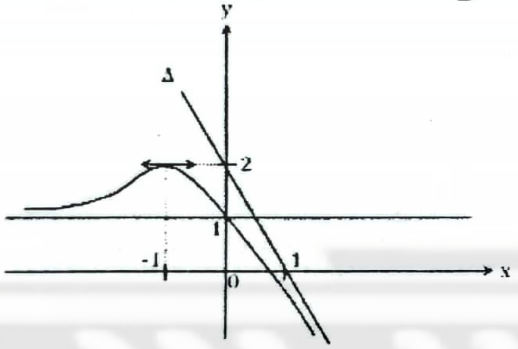
2) أوجد $f'(2)$ و $f'(4)$

3) اكتب معادلة المماس T

4) ما هي مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$ ؟

5) ما هي حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟

التمرين التاسع: C الخط البياني لتابع f معرف على $\mathbb{R}$



1) أوجد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أوجد $f(-1)$ و $f'(-1)$

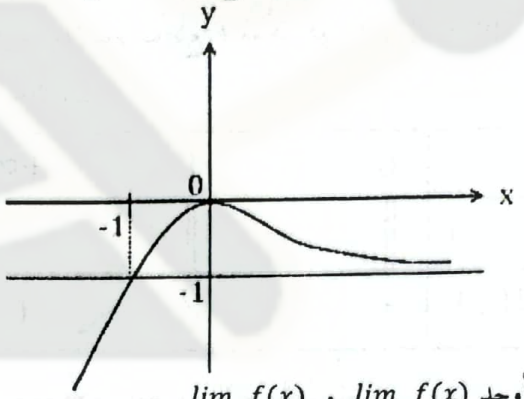
3) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

وما مجموعة حلول المتراجحة $f(x) < 1$

4) اكتب معادلة المقارب المائل Δ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين العاشر: $\mathcal{C}$ الخط البياني لتابع f معرف على $\mathbb{R}$



1) أوجد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$

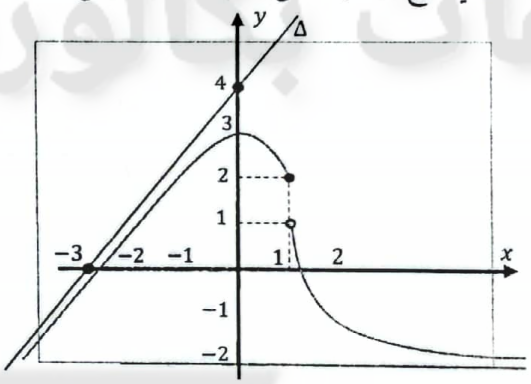
2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط $\mathcal{C}$

ثم ادرس وضع $\mathcal{C}$ بالنسبة إلى هذا المقارب.

3) عين القيمة الحدية للتابع f و اذكر نوعها.

التمرين الحادي عشر:

$\mathcal{C}$ الخط البياني لتابع f معرّف على $\mathbb{R}$ و Δ مقاربه المائل.



1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) هل $f(1)$ قيمة حدية للتابع f ؟ علل إجابتك.

3) اكتب معادلة المقارب المائل Δ.

4) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟ احصر كلاً منها بين عددين صحيحين متتاليين.

5) ما عدد المستطيلات المرسومة في الشبكة المبيَّنة أعلاه ؟

التمرين الثاني عشر:

نتأمل جدولاً لتغيرات تابع f خطه البياني $\mathcal{C}$

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

1) اكتب معادلة المقارب الشاقولي للخط $\mathcal{C}$

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

3) هل $f(0)$ قيمة حدية؟ علل

4) أوجد معادلة كل مماس أفقي للخط $\mathcal{C}$

5) قارن بين $f(-4)$ و $f(-5)$

التمرين الثالث عشر:

نتأمل جدولاً لتغيرات تابع f معرَّف على $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ و $\mathcal{C}$ خطّه البياني

x	$-\infty$		0		$-\infty$
$f'(x)$	$-$		‖	$-$	
$f(x)$	2	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↘	0

1) اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط $\mathcal{C}$.

2) هل يقبل الخط $\mathcal{C}$ مقاربات مائلة ؟ علل إجابتك

3) هل يقبل الخط $\mathcal{C}$ مماسات أفقية ؟ علل إجابتك

4) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=\ln 2$ ؟

5) احسب $f(]-\infty,0[)$.

6) بفرض $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية معرَّفة وفق $u_n=f(n)$

بيّن جهة اطّراد هذه المتتالية.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الرابع عشر:

نتأمل جدولاً لتغيرات تابع f معرَّف على $\mathbb{R}\setminus\{4\}$ و $\mathcal{C}$ خطّه البياني

x	$-\infty$		-2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	0	↗	2	↗	3	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	4

1) اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط $\mathcal{C}$.

2) احسب $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)-3}{x-3}$ و $\lim\limits_{x\to 4^+} f(f(x))$.

3) كم قيمة حديّة للتابع f ؟

4) أثبت أنَّ للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]3,4[$.

5) بفرض $(u_n)_{n\geq 5}$ متتالية معرَّفة وفق $u_n=f(n)$

أوجد عنصراً راجحاً عليها.

التمرين الخامس عشر:

نتأمل جدولاً لتغيرات تابع f معرَّف على $]0,+\infty[$

و $\mathcal{C}$ خطّه البياني

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ‖	↘	e^2	↘	0

1) ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x)<e^2$ ؟

2) اكتب معادلة المماس للخط $\mathcal{C}$ في النقطة التي فاصلتها e.

3) اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط $\mathcal{C}$.

4) بفرض $(u_n)_{n\geq 3}$ متتالية معرَّفة وفق $u_n=f(n)$

ما نهاية هذه المتتالية ؟

التمرين السادس عشر:

نتأمل جدولاً لتغيرات تابع f معرَّف على المجال $]0,+\infty[$

و $\mathcal{C}$ خطّه البياني

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	3 | -1	$-$	
$f(x)$	1 ‖	↗	2	↘	0

1) اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط $\mathcal{C}$.

2) هل التابع f اشتقاقي عند 1 ؟ علل إجابتك.

3) اكتب معادلتي نصفي المماس للخط $\mathcal{C}$ عند 1.

4) هل $f(0)=1$ قيمة حديّة للتابع f ؟ علل إجابتك.

5) كم قيمة حديّة للتابع f ؟

الممسوحه ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الأول :

1) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$

$\lim_{x \to +\infty} f(f(x)) = f(1) = 2$

2) f غير مستمرة عند $x=2$

لأن f غير مستمرة عند $x=2$

3) $f(3) = 3$

$f'(3) = 0$

$f(2) = 1$

4) أربع قيم حدية

التمرين الثاني :

1) $x=-2$ أو $x=0$ أو $x=2$

2) $]-1,1[$

3) $f(1) = -1$ قيمة صغرى محلياً

$f(-1) = 1$ قيمة كبرى محلياً

4) $f'(1) = 0$

$f'(-1) = 0$

T يمر بالنقطتين $A(2,0)$ و $B(0,-3)$

$f'(2) = \frac{-3-0}{0-2} = \frac{3}{2}$

5) $f(x) > 0$ نعرف بشرط

$D_g =]-2,0[\cup]2,+\infty[$

التمرين الثالث :

1) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2) $x=2$ و $x=-1$

3) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)-2}{x} = f'(0) = 0$

4) نعرف بشرط $f(x) > 0$

$D_g =]-1,2[\cup]2,+\infty[$

5) $]0,2[$

التمرين الرابع :

1) $f(0) = 0$

$a+b=0$

$\boxed{a=-b}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = b$ و $y=b$ معادلة المقارب الأفقي

لكن حسب الرسم $y=2$ معادلة المقارب الأفقي بجوار $+\infty$

إذاً $\boxed{b=2}$

$\boxed{a=-2}$

$f(x) = -2e^{-x} + 2$

2) $S = \int_0^{\ln 2} (y_0 - f(x))\,dx$

$= \int_0^{\ln 2} (2 + 2e^{-x} - 2)\,dx$

$= \int_0^{\ln 2} 2e^{-x}\,dx = [-2e^{-x}]_0^{\ln 2}$

$= -2e^{-\ln 2} + 2$

$= -2(\frac{1}{2}) + 2 = 1$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الخامس :

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(f(x)) = f(0) = 1$

2) $f(1) = 2$ قيمة كبرى محلياً

$y = 2$ مماس أفقي

3) $x = 0$ و $x = 2$

4) f متناقصة على المجال $[1, +\infty[$

فالمتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متناقصة ابتداءً من $n = 1$

التمرين السادس :

1) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2) $f(-1) = -1$ قيمة صغرى محلية

$y = -1$ مماس أفقي

3) $]-\infty, -1[$

4) $f(\mathbb{R}) = [-1, +\infty[$

التمرين السابع :

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to 1^-} f(f(x)) = \lim\limits_{X \to -\infty} f(X) = -\infty$

2) معادلة المقارب المائل Δ من الشكل

$y = ax + b$

$(0, -2) \in \Delta$: $\boxed{-2 = b}$

$(2, 0) \in \Delta$: $0 = 2a + b$

$0 = 2a - 2$

$\boxed{a = 1}$

معادلة المقارب المائل $\Delta : y = x - 2$

3) $f(0) = -3$ قيمة كبرى محلية

$f(2) = 1$ قيمة صغرى محلية

4) $(1, -1)$ (نقطة تقاطع المقارب الشاقولي مع المقارب المائل)

5) $k \in]-\infty, -3[\Rightarrow$ المعادلة حلان مختلفان

$k = -3 \Rightarrow$ المعادلة جذر وحيد (مضاعف) هو $x = 0$

$k \in]-3, 1[\Rightarrow$ ليس للمعادلة حل

$k = 1 \Rightarrow$ المعادلة جذر وحيد (مضاعف) هو $x = 2$

$k \in]1, +\infty[\Rightarrow$ المعادلة حلان مختلفان

ملفات بكالوريا سعادة/أوائل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الثامن :

① f غير قابلة للاشتقاق عند $x=1$ لوجود مماس حالي معادلته $x=1$

② $f'(2)=0$

T يمر من $A(4,0)$ و $B(3,2)$

$$f'(4)=\frac{2-0}{3-4}=-2$$

③ معادلة المماس T :

$$y=f'(4)(x-4)+f(4)$$
$$y=-2(x-4)+0$$
$$T: y=-2x+8$$

④ $]1,2]$

⑤ $x=1$ و $x=4$

التمرين التاسع :

① $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

② $f(-1)=2$ و $f'(-1)=0$

③ حل وضبب

④ $]0,+\infty[$

⑤ معادلة Δ من الشكل $y=ax+b$

$(0,2)\in\Delta$: $\boxed{2=b}$

$(1,0)\in\Delta$: $0=a+2 \Rightarrow \boxed{a=-2}$

معادلة للمقارب المائل $\boxed{\Delta: y=-2x+2}$

التمرين العاشر

① $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))=f(-1)=-1$

② $\Delta: y=-1$

$x\in]-\infty,-1[\Rightarrow$ C تحت المقارب Δ

$x\in]-1,+\infty[\Rightarrow$ C فوق المقارب Δ

نقطة مشتركة $(-1,-1)$

③ $f(0)=0$ قيمة كبرى محلية

التمرين الحادي عشر :

① $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-2$

② ليست قيمة صغرى لأنه لا يوجد مجال مفتوح J يضم (1) وكذلك

$\forall x\in J\cap\mathbb{R}: f(x)\leq f(1)$

أي $f(x)\geq f(1)$

③ معادلة Δ من الشكل $y=ax+b$

$(0,4)\in\Delta$: $\boxed{4=b}$

$(-3,0)\in\Delta$: $0=-3a+4$

$\boxed{a=\frac{4}{3}}$

معادلة المقارب المائل $\Delta: y=\frac{4}{3}x+4$

④ حلان α و β حيث

$1<\alpha<2$ و $-3<\beta<-2$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الثاني عشر :

(1) $x = 1$

(2) ثلاثة حلول

(3) لأنها متصلة ورتيبة تماما على المجال $]-\infty, 0[$ و $]0, +\infty[$

(4) f' تنعدم عند $x=0$ ولم يغير إشارتها عندها

(5) $a = 2$

$a = -1$

(6) $-5 < -4$

f متناقصة تماما على $]-\infty, 0[$

$f(-5) > f(-4)$

التمرين الثالث عشر :

(1) $x = 0$ مقارب شاقولي

$a = 0$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$

$a = 2$ مقارب أفقي في جوار $-\infty$

(2) لأن للخط (C) مقاربات مائلة

لوجود مقارب أفقي $a=0$ في جوار $+\infty$

ومقارب أفقي $a = 2$ في جوار $-\infty$

(3) لا يقبل الخط (C) مماسات أفقية

لأن المشتقة f' لم تنعدم عند أي فاصلة من نقاط الخط $(D_f$ من أجل $f'(x) \neq 0)$

(4) حل وحيد

(5) $f(]-\infty, 0[) =]-\infty, 2[$

(6) f متزايدة تماما على $]0, +\infty[$ ومتزايدة تماما على $]1, +\infty[$ $\Leftarrow$ $(U_n)_{n \geq 1}$ متزايدة تماما

التمرين الرابع عشر :

(1) $a = 0$ مقارب أفقي في جوار $-\infty$

$a = 4$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$

$x = 4$ مقارب شاقولي

(2) $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{f(x) - 3}{x - 3} = f'(3) = 0$

(3) $\lim\limits_{x \to 4^+} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to 4^+} f(f(x)) = \lim\limits_{X \to -\infty} f(X) = 0$

(4) متتالية واحدة هي $a = f(3)$ متتالية كبرى محليا

(5) f مستمرة ومتناقصة تماما على $]3, 4[$

$0 \in f(]3, 4[) =]-\infty, 3[$

المعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد α في المجال $]3, 4[$

(6) $M = 4$ أو أكبر منه

التمرين الخامس عشر :

(1) $]e, +\infty[$

(2) $f'(e) = 0$ فالمماس أفقي معادلته $a = e^2$

(3) $x = 0$ مقارب شاقولي

$a = 0$ مقارب أفقي

(4) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

$\Rightarrow \lim\limits_{n \to \infty} U_n = 0$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner