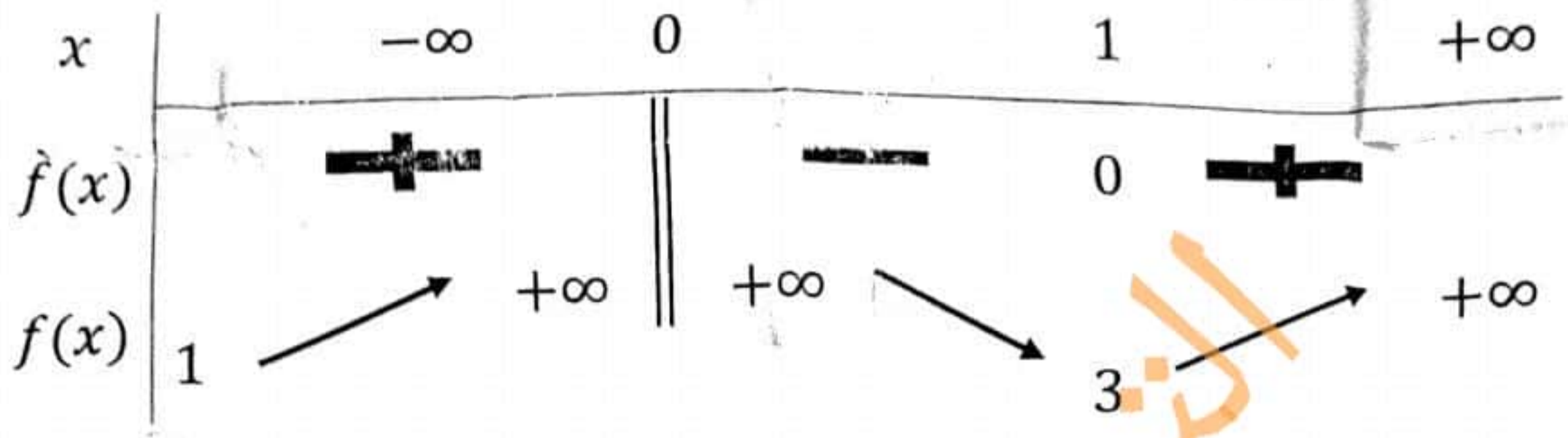




أجب عن الأسئلة الأربعة التالية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن لدينا التابع  $f(x)$  المعرف على  $R \setminus \{0\}$ ، جدول تغيراته كالاتي:



المطلوب:

1. جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ .
2. هل يمكن وجود مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $-\infty$ ? علل.
3. جد -علول  $f(x) < 0$ .
4. ناقش بحسب قيم  $m \in R$  حلول  $f(x) = m$ .

السؤال الثاني:  $C$  خط بياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق:  $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 4}$ ، والمطلوب:

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم أعط تأويلاً هندسياً لذلك.
2. أثبت أن  $\Delta: y = 2x$  مقارب مائل للخط  $C$  بجوار  $+\infty$ .
3. هل يقبل الخط البياني  $C$  مماساً موازياً للمستقيم  $d$  الذي معادلته:  $y = 2x + 1$ .

السؤال الثالث: حل في  $C$  جملة المعادلتين:

$$\begin{aligned}
 Z_1 + Z_2 &= 3 + 3i \\
 -2\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 &= 3
 \end{aligned}$$

السؤال الرابع:  $ABCD$  رباعي وجوه منتظم، طول حرفه  $a$ . والمطلوب:

1. إذا علمت أن  $M$  نقطة من الفراغ تحقق  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{DA}$ ، أثبت أن  $C, B, D, M$  تقع في مستوي واحد.
2. احسب  $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$ . ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين  $(AB), (CD)$ .
3. لتكن  $G$  مركز ثقل رباعي الوجوه  $ABCD$  و  $\hat{G}$  مركز ثقل المثلث  $BCD$ . أثبت أن  $\vec{GG} = \frac{1}{4} \vec{AG}$ .

أجب عن التمارين الأربعة التالية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول: ليكن  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  معلم متجانس فيه  $A(1,0,0)$  و  $B(4,3,-3)$ . أثبت أن مجموعة النقاط  $M$  مراكز الأبعاد المناسبة للنقطتين  $(A, 1 - \alpha)$  و  $(B, \alpha)$  عندما  $\alpha \in R$  ترسم المستقيم المار بالنقطة  $A$  ويقبل  $\vec{u}(1,1,-1)$  شعاعاً موجهاً له.

التمرين الثاني:

a. اكتب بالشكل الأسّي العدد العقدي  $Z_1 = (1 - \sqrt{2})e^{-i(\frac{\pi}{3})}$ .

b. اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي:  $Z_2 = [\sin(\frac{\pi}{3}) - i \cos(\frac{\pi}{3})]^2$ .

التمرين الثالث: ليكن  $f$  التابع المعرف على  $R$  وفق  $f(x) = \frac{x+2}{|3-x|+1}$

1. احسب نهاية  $f(x)$  عند  $-\infty$ .

2. ادرس قابلية اشتقاق  $f(x)$  عند  $(3)$ ، ثم اكتب معادلة نصف المماس للخط  $C$  من جهة اليسار عند  $(3,5)$ .

التمرين الرابع: ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $[-3, +\infty[$  وفق  $f(x) = a\sqrt{x+3} + bx$ ، والمطلوب: عين قيمة  $a, b$  لتكون  $y = x + 2$  معادلة المماس للخط  $C$  في النقطة التي فاصلتها  $x = 1$ .

أجب عن المسألتين التاليتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن  $C$  خط بياني للتابع  $f$  المعرف على  $R^*$  وفق:  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$ ، والمطلوب:

1. ادرس تغيراته، ونظم جدولاً بما، ودّل على قيمة الخاية.

2. استنتج معادلة مشارب مانل للخط  $C$  عند  $-\infty, +\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي بين  $C$  وذلك المقارب.

3. أثبت أن تابع فردي.

4. ارسم خطه البياني، وكل مقارب وجدته.

5. استنتج أن  $f(x)$  متزايد تماماً على  $[\sqrt{2}, +\infty[$ .

6. لتكن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة وفق  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{1}{u_n}$ .

أثبت بالتدرج مهما تكن  $n$  من  $N$  فإن  $\sqrt{2} \leq u_{n+1} \leq u_n$ .

المسألة الثانية: هرم  $S - ABCD$  قاعدته المستطيل  $ABCD$  ورأسه  $S$  فيه  $[SD]$  عمود على  $ABCD$  ولدينا  $AB = 4, AD = 3, SD = 2$  باختيار معلم متجانس مبدؤه  $D$ .

1. أوجد إحداثيات رؤوس الهرم.

2. بفرض  $M$  نقطة تحقق  $\vec{SM} = 2\vec{MB}$  وليكن  $P$  مسقط قائم لـ  $M$  على  $(ABCD)$  و  $H$  مسقط قائم لـ  $P$  على المستقيم  $(CD)$ ، احسب  $MH$ .

3. لتكن  $N(6,1,-2)$ . اكتب تمثيلاً وسيطياً لكل من المستقيمين  $(SA)$  و  $(BN)$ ، أثبت أنهما متقاطعان، ووجد إحداثيات  $I$  نقطة التقاطع، ثم اكتب معادلة المستوي المعين بـ  $I$ .

انتهت الأسئلة

