هام.. مكثفة الفصل الأول رياضيات تاسع شاملة لشرح الدروس مع أوراق عمل المنهاج السوري

مدونة المناهج السعودية .. القسم السوري

مكثفة مادة الرياضيات للصف التا

إعداد المدرّسة

مايا محمد وحيد كزبر

للعام الدراسي 2020/2021

للاستفسار : 0991535653 ((اتصال / واتساب))

الوحدة الأولى / جبر

الأعداد والكسور

أولاً: طبيعة عدد

العدد العادي : هو كل عدد يُكتب بالشكل $\frac{a}{b}$ حيث :
((a عدد صحيح و b طبيعي مغاير للصفر))

عدد صحيح

نقول عن العدد العادي $\frac{a}{b}$ إنه عدد صحيح إذا كان a مضاعف لـ b أي b قاسم للعدد a .

عدد عشري

نقول عن العدد العادي $\frac{a}{b}$ إنه عشري وذلك إذا كانت كتابته العشرية منتهية أي أمكن كتابته بالصيغة : $a \times 10^{-n}$ حيث : a عدد صحيح و n عدد صحيح يمثل عدد المنازل العشرية على يمين الفاصلة .

عدد دوري

نقول عن العدد العادي $\frac{a}{b}$ إنه ع
دوري إذا كانت صورته العشر
غير منتهية لكنها دورية أي
المنازل العشرية تتكرر بدءاً من
معين بعد الفاصلة .

ملاحظات مهمة ((تفيد في تعين طبيعة عدد))

- ❖ كل عدد صحيح مثل a هو عدد عشري لأنه يُكتب بالشكل : $a \times 10^0 = a \times 1 = a.0 = a$.
- ❖ أشهر الأعداد العادية العشرية هي تلك الكسور التي بسط كل منها عدد صحيح ومقامها أحد الأعداد الآتية $\{2,4,5,8,16,20,25,50,10^n\}$.
- ❖ نعين طبيعة عدد بعد كتابته بأبسط صورة ونصنف ضمن أصغر مجموعة تحويه .
- ❖ العدد الغير عادي : هو كل عدد كتابته العشرية غير منتهية وغير دورية مثال :...... , π, $\sqrt{8}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$
- ❖ كل عدد مكتوب بأبسط صورة بدلالة عدد غير عادي هو عدد غير عادي .

ثانياً : القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين

تعريف : القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين a و b بأنه أكبر عدد يقسم كلاً منهما ولإيجاده لدينا 3 خوارزميات :

خوارزميات $GCD(a,b)$

- **كتابة القواسم المشتركة** ⟸ نكتب القواسم المشتركة للعددين فيكون أكبرها GCD لهما
- **خوارزمية الطرح المتتالي** ⟸ القاسم المشترك الأكبر آخر ناتج طرح غير معدوم
- **خوارزمية القسمة الإقليدية** ⟸ القاسم المشترك الأكبر آخر باقي قسمة غير معدوم

ملاحظات مهمة :

- إن قواسم أي عدد طبيعي تبدأ من العدد 1 ((لأنه قاسم مشترك لجميع الأعداد)) وتنتهي بالعدد نفسه .
- مجموعة مضاعفات أي عدد تبدأ من الصفر وهي مجموعة غير منتهية .
- أثناء إيجاد القاسم المشترك الأكبر نميز 3 حالات :
  - ★ $\mathrm{GCD}(a, b) = a$.
  - ★ a للعدد قاسم $b \Longleftrightarrow GCD(a, b) = a$
- (a,b أوليان فيما بينهما) $GCD(a, b) =$
- الكسر المختزل : نقول عن الكسر $\frac{a}{b}$ كسر مختزل إذا كان $GCD(a,b) = 1$ ويكون غير مختزل إذا كان $GCD(a,b) \neq 1$ ... هذه الحالة للحصول على الكسر المختزل له نقسم حدي الكسر على القاسم المشترك الأكبر لهما .

ثالثاً : الجذور التربيعية وخواصها

تعريف : الجذر التربيعي للعدد الموجب a هو عدد موجب b مربعه يساوي a ونرمز له بالرمز $\sqrt{a}$ أي

$$\boxed{\sqrt{a} = b \iff b^2 = a}$$

حيث يكون لكل عدد موجب جذر تربيعي وحيد موجب قد يكون ((صحيح / عشري / عادي / غير عادي)) في العمليات الحسابية ...
أثناء حل المعادلات يكون لكل عدد موجب جذران تربيعيان متعاكسان : $\sqrt{a}$ ، $-\sqrt{a}$

خواص الجذور التربيعة :

- ليس للعدد السالب جذر تربيعي ((لأن مربع أي عدد هو عدد موجب))
- الجذر التربيعي للعدد 0 هو 0 .
- $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.
- $\sqrt{a \pm b} \neq \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ ((أي تُعامل الجذور في عمليتي الجمع والطرح معاملة المجاهيل))
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ بشرط (($b > 0$))
- $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$ وبشكل عام إذا كان n عدد طبيعي زوجي يكون : $(\sqrt{a})^n = \sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$
- لكتابة العدد $\sqrt{c}$ بالصيغة $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر ما يمكن نقوم بتحليل العدد C إلى عوامله الأولية ثم نعبر عن C على شكل جد... أعداد أولية ، ومن ثم نستفيد من خواص الجذور ، أو نقوم بالتعبير عن العدد C على شكل جداء عددين أحدهما جذره التربي... عدد صحيح والآخر جذره التربيعي عدد غير عادي وأصغر ما يمكن
- لكتابة العدد $a\sqrt{b}$ بالصيغة $\sqrt{c}$ نقوم بتطبيق القاعدة $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \times b} = \sqrt{c}$
- لإزالة الجذر التربيعي من مقام كسر ، نضرب حدي الكسر بالجذر التربيعي الموجود في المقام لنستفيد من الخاصة $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$.
- لحصر العدد الغير عادي $\sqrt{c}$ بين عددين صحيحين متتاليين نقوم بالخطوات التالية :
  - ★ نبحث عن العددين a و b اللذان يحققان $a < c < b$ حيث أن :
    - a أقرب عدد صحيح من C أصغر منه وجذره التربيعي عدد صحيح .
    - b أقرب عدد صحيح من C أكبر منه وجذره التربيعي عدد صحيح .
    - فيكون : $\sqrt{a} < \sqrt{c} < \sqrt{b}$

الخطوة الأولى في تحمل المسؤولية هي الأصعب حتماً لكنها سلاح ذو حدين .....
إما ألم لذيذ يقودك للتفوق إن أحسنت التصرف وبذلت قواك وجهدك.....أو فشل واستسلام
يقودك نحو الهاوية .... أنت من يقرر يا صديقي .

نموذج امتحاني شامل للوحدة الأولى/ جبر :

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين : ((60 درجة للأول /40 درجة للثاني))

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط من بين ثلاثة إجابات مقترحة ، انقلها الى ورقة إجابتك .

1) يُكتب العدد ((ضعفي $\sqrt{6}$)) بالصيغة $\sqrt{C}$ بالشكل التالي :					
A	$\sqrt{12}$	B	$\sqrt{24}$	C	$\sqrt{6}$
2) الكسر الغير مختزل من بين الكسور التالية :					
A	$\frac{54}{45}$	B	$\frac{11}{3}$	C	$\frac{21}{22}$
3) العدد $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$ هو عدد :					
A	عادي عشري	B	عادي غير عشري	C	غير عادي
4) العدد $\left(\sqrt{\sqrt{3}}\right)^4$ هو عدد :					
A	عادي صحيح	B	عادي عشري	C	غير عادي

السؤال الثاني : أجب بكلمة صح أو خطأ على العبارات الآتية :

1. كل عدد غير عشري هو عدد غير عادي .
2. اذا كان $GCD(a\,,b) = a$ فان : $\frac{a}{b}$ عدد صحيح .
3. العدد $\frac{\sqrt{9\pi\times4\pi}}{5\pi}$ هو عدد عادي غير عشري .
4. ثلاثة أمثال $\sqrt{18}$ يساوي $3\sqrt{2}$.

ثانياً : أجب عن التمارين الخمسة الآتية : ((60 درجة لكل تمرين))

التمرين الأول بسط كلاً من الأعداد التالية ثم ضع كلاً منها في الحقل المناسب ضمن الجدول :

$$2\pi + 5 \,،\, 10^{-5}\times(10^{-6})^{-1} \,،\, 2\pi\times\frac{1}{10\pi} \,،\, \frac{\sqrt{18}}{4\sqrt{\sqrt{49}-5}} \,،\, \frac{\sqrt{48}}{3\sqrt{3}} \,،\, (\sqrt{2})^8 \,،\, \frac{\pi}{4}$$

العدد العادي			العدد الغير عادي
العدد الصحيح	العدد العشري	العدد الدوري	

التمرين الثاني : ليكن لدينا العددان $A = \frac{693}{154}$ و $B = \frac{\sqrt{80}-\sqrt{45}}{2\sqrt{20}-2\sqrt{5}}$ والمطلوب :

1. أوجد $GCD(693\,,154)$ باستخدام خوارزمية الطرح المتتالي ومن ثم اكتب الكسر المختزل المكافئ للكسر A
2. هل العدد A عشري ؟ هل هو عادي ؟ علل إجابتك .
3. اختزل العدد B .
4. احسب ناتج $A - B$ ومن ثم بين طبيعة الناتج .

التمرين الثالث : $ABCD$ مستطيل بعداه : $AB = \sqrt{32} - \sqrt{18}$ ، $BC = \frac{2}{\sqrt{2}}$ والمطلوب :

1. برهن أن $ABCD$ مربع .
2. احسب محيطه واكتبه بالصيغة $\sqrt{C}$ ثم احصره بين عددين صحيحين متتاليين .
3. برهن أن مساحته عدد طبيعي .
4. عين مركز الدائرة المارة برؤوسه واحسب طول نصف قطرها .

الوحدة الأولى/هندسة

النسب المثلثية للزاوية الحادة في المثلث القائم

أولاً : التناسب وخواصه

تعريف : بفرض لدينا a , b , c , d أربعة أعداد غير معدومة عندئذ ندعو المساواة التالية : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ تناسباً حيث ندعو المقدار
a , d طرفي التناسب و ندعو c , b وسطي التناسب .

خاصة الجداء التقاطعي : في كل تناسب يتحقق ما يلي :

جداء الطرفين = جداء الوسطين

حيث أن هذه الخاصة تفيد في حالتين :

- ★ معرفة أحد أركان التناسب إن كان مجهولاً .
- ★ اختبار صحة تناسب .

ولكن احياناً نصادف تناسباً بمجهولين ، ويُطلب منا معرفة قيمة المجهولين ، في هذه الحالة لا نستطيع الاستفادة من خاصة الجدا
التقاطعي لذا سنستخدم ما يسمى بخواص التناسب ((الطوارئ الرياضية ☺)) والتي من خلالها يتم إرجاع التناسب من تناس
بمجهولين إلى تناسب بمجهول وحيد اعتماداً على معرفة مجموعهما أو فرقهما .

خواص التناسب :

1) نبادل بين الطرفين أو بين الوسطين ((ونقوم باستخدام هذه الخاصة لجعل المجهولين حدي نسبة واحدة)) .

2) نثبت البسوط ونضيفها للمقامات أو العكس((ونقوم باستخدام هذه الخاصة في حال معرفة مجموع المجهولين))

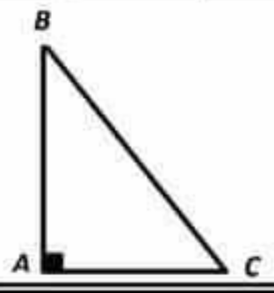
3) نثبت البسوط ونضيفها للمقامات أو العكس ((و نقوم باستخدام هذه الخاصة في حال معرفة فرق المجهولين)) .

ثانياً : النسب المثلثية للزاوية الحادة

تذكر : الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهم

تعريف : بفرض ABC مثلث قائم في $\widehat{A}$ عندئذ نعرف النسب لمثلثية للزاويتين الحادتين والمتتامتين $\widehat{B}$ و $\widehat{C}$ كما يلي :

النسب المثلثية	$sin\,\widehat{\theta}$	$cos\,\widehat{\theta}$	$tan\,\widehat{\theta}$
القانون	$\frac{\text{المقابلة}}{\text{الوتر}}$	$\frac{\text{المجاورة}}{\text{الوتر}}$	$\frac{\text{المقابلة}}{\text{المجاورة}}$
$\widehat{\theta} = \widehat{B}$	$\frac{AC}{BC}$	$\frac{AB}{BC}$	$\frac{AC}{AB}$
$\widehat{\theta} = \widehat{C}$	$\frac{AB}{BC}$	$\frac{AC}{BC}$	$\frac{AB}{AC}$



- ❖ $0 < sin\,\widehat{\theta} < 1$
- ❖ $0 < cos\,\widehat{\theta} < 1$
- ❖ $0 < tan\,\widehat{\theta}$

نميز 3 حالات للنسبة $tan\,\widehat{\theta}$ وهي :

$sin\,\widehat{\theta} < cos\widehat{\theta} \Longleftrightarrow tan\,\widehat{\theta} < 1$

$sin\,\widehat{\theta} > cos\widehat{\theta} \Longleftrightarrow tan\,\widehat{\theta} > 1$

$sin\,\widehat{\theta} = cos\widehat{\theta} \Longleftrightarrow tan\,\widehat{\theta} = 1$

وفي هذه الحالة تكون $\widehat{\theta} = 45$ أي يكون المثلث القائم متساوي الساقين .

ومن الجدول السابق نستنتج ما يلي :

★ $\sin\widehat{B} = \cos\widehat{C}$.

★ $\cos\widehat{B} = \sin\widehat{C}$.

★ $\tan\widehat{B} = \frac{1}{\tan\widehat{C}}$ و $\tan\widehat{C} = \frac{1}{\tan\widehat{B}}$

إن المخاوف التي تعيق وصولنا للقمة ما هي إلا أوهام ....

ومنه نستطيع أن نقول بشكل عام بفرض $\widehat{\theta}$ زاوية حادة في مثلث قائم عندئذ نستنتج :

1) العلاقات بين النسب المثلثية لزاويتين متتامتين :

- $\sin\widehat{\theta} = \cos(90 - \widehat{\theta})$
- $\cos\widehat{\theta} = \sin(90 - \widehat{\theta})$
- $\tan\widehat{\theta} = \frac{1}{\tan(90 - \widehat{\theta})}$

2) العلاقات بين النسب المثلثية لزاويتين متساويتين :

إذا كان $\widehat{A} = \widehat{B}$ عندئذ :

- $\sin\widehat{A} = \sin\widehat{B}$
- $\cos\widehat{A} = \cos\widehat{B}$
- $\tan\widehat{A} = \tan\widehat{B}$

3) العلاقات بين النسب المثلثية لنفس الزاوية الحادة $\widehat{\theta}$:

- $\sin^2\widehat{\theta} + \cos^2\widehat{\theta} = 1$
- $\tan\widehat{\theta} = \frac{\sin\widehat{\theta}}{\cos\widehat{\theta}}$

ثالثاً : النسب المثلثية للزوايا الشهيرة

إن الزوايا الشهيرة هي : 60 – 45 – 30 ونعرف النسب المثلثية لها وفق الجدول التالي :

$\widehat{\theta}$	30	45	60
$\sin\widehat{\theta}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\widehat{\theta}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\widehat{\theta}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

ملحوظة مهمة : تكمن أهمية النسب المثلثية للزوايا الشهيرة في حساب أطوال أضلاع في مثلث قائم .

خاصة هامة : في المثلث القائم الثلاثيني الستيني طول الضلع المقابلة للزاوية 30 تساوي نصف طول الوتر .

يُقال أنه " ما كل ما يتمناه المرء يدركه .... تجري الرياح بما لا تشتهيه السفن "
ولكن الحقيقة :
تجري الرياح كما تجري سفينتنا .... نحن الرياح ونحن البحر والسفن
إن الذي يرتجي شيئاً بهمته .... يلقاه لو حاربته الأنس والجن
سنقصد إلى قمم الأشياء لندركها .... ستجري الرياح كما أرادت لها السفن

نموذج امتحاني شامل للوحدة الأولى هندسة

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين ((60 درجة للأول / 40 درجة للثاني))

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط من بين ثلاثة إجابات مقترحة ، انقلها إلى ورقة إجابتك .

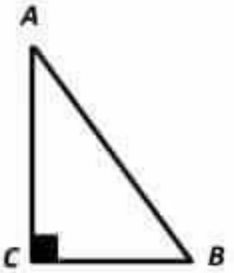
1) ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ ومتساوي الساقين فإن $\sin \hat{C}$ يساوي :					
A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	B	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	C	$\frac{1}{2}$
2) $\hat{\theta}$ زاوية حادة في مثلث قائم فإن :					
A	$0 < \sin \hat{\theta} \leq 1$	B	$0 \leq \sin \hat{\theta} < 1$	C	$0 < \sin \hat{\theta} < 1$
3) العدد التالي $(\sin 30 \times \tan 60)^2$ هو عدد :					
A	عادي غير صحيح	B	عادي صحيح	C	غير عادي
4) بفرض $\sin(40) = \cos(15 + \hat{\theta})$ فإن قياس الزاوية $\hat{\theta}$ يساوي :					
A	25	B	35	C	125

السؤال الثاني : أجب بكلمة صح أو خطأ على العبارات التالية :

- طول الضلع المقابلة للزاوية 60 في المثلث القائم تساوي نصف طول الوتر .
- ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ حيث $\sin \hat{C} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن $\hat{B} = 60$.
- إذا كان $\tan \hat{\theta} < 1$ فإن : $\sin \hat{\theta} > \cos \hat{\theta}$.
- إذا كان $\sin \hat{\theta} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{108}}$ فإن $\hat{\theta} = 30$.

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : ((75 درجة لكل تمرين))

التمرين الأول : ABC مثلث قائم في $\hat{C}$ فيه $AB = 1125$ و $BC = 675$ والمطلوب :



- ❶ أوجد $GCD(675 , 1125)$ باستخدام الخوارزمية التي تراها مناسبة .
- ❷ أوجد $\sin \hat{A}$ بصيغة كسر مختزل .
- ❸ أوجد $\cos \hat{A}$ ثم استنتج طول AC و BC .

التمرين الثاني :

أولاً : ABC مثلث قائم في $\hat{A}$ فيه $\frac{\hat{C}}{\hat{B}} = \frac{4}{5}$ والمطلوب :

- ❶ جد قياس الزاويتين $\hat{B}$ و $\hat{C}$.
- ❷ إذا علمت أن $\sin \hat{C} = \frac{3}{5}$ عندئذ احسب كلاً مما يلي :
- ★ $\cos \hat{B}$ ثم $\cos \hat{C}$ ثم $\tan \hat{C}$ ثم $\tan \hat{B}$ معللاً إجابتك .

ثانياً : جد عددين طبيعيين فرقهما 9 ونسبتهما $\frac{4}{3}$

التمرين الثالث : ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ ... $= \frac{1455}{1940}$

والمطلوب :

- ❶ جد $GCD(1455 , 1940)$ واكتب الكسر المختزل ... المكافئ للكسر $\tan \hat{A}$.
- ❷ جد $\sin \hat{A}$ و $\cos \hat{A}$.
- ❸ استنتج $\cos \hat{C}$ ثم $\tan \hat{C}$ معللاً إجابتك .

الرياضيات تحتاج عظماء أمثالك ....

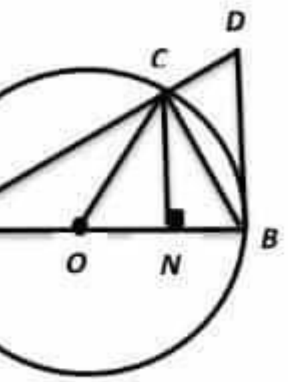
التمرين الرابع : في الشكل المجاور ABC مثلث فيه : $BC = 6\ cm$ ، $AC = 10\ cm$ ، $AB = 8\ cm$

و النقطة N منتصف الضلع $[AC]$ كما أن النقطة M من الضلع $[AC]$ تحقق $\frac{MC}{AM} = \frac{9}{16}$ والمطلوب :

- ❶ برهن أن المثلث ABC قائم في $\hat{B}$.
- ❷ جد طول كلاً من AM ، MC .
- ❸ احسب $\sin \hat{C}$ في كلا المثلثين ABC و BMC ثم استنتج طول BM .
- ❹ احسب طول BN معللاً إجابتك ثم عين مركز الدائرة المارة برؤوسه واحسب طول نصف قطرها .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين ((100 درجة لكل مسألة))

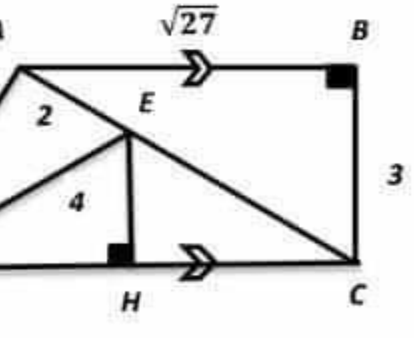
المسألة الأولى : في الشكل المجاور لدينا $C(O, 6)$ فيها $\widehat{BAC} = 30$ ، كما أن $[BD]$ مماس لها في B ، لتكن النقطة N نقطة من القطر $[AB]$ بحيث يكون : $\frac{BN}{AN} = \frac{1}{3}$.



والمطلوب :

- ❶ احسب كلاً من الطولين : BN ، AN .
- ❷ حدد نوع المثلث ABC بالنسبة لزواياه ، واحسب قياس $\widehat{ABC}$.
- ❸ احسب الأطوال التالية : BC ثم AC ثم CN ثم BD ثم CD .
- ❹ برهن أن : $CN \parallel BD$ ، ثم استنتج نوع الرباعي $CNBD$ واحسب مساحته.

المسألة الثانية : في الشكل المجاور لدينا $ABCD$ شبه منحرف قائم في $\hat{B}$ ، ليكن $EH \perp DC$ والمطلوب :



- ❶ احسب $\tan \widehat{BAC}$ ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{BAC}$.
- ❷ احسب طول AC ثم استنتج طول EC ثم أثبت أن $\widehat{EDC} = 30$.
- ❸ برهن أن المثلث ADE قائم الزاوية في $\hat{A}$.
- ❹ برهن أن DE منصف للزاوية $\widehat{ADC}$.
- ❺ برهن أن H منتصف DC ثم احسب طول كلاً من EH ثم DH واستنتج مساحة المثلث DEC .

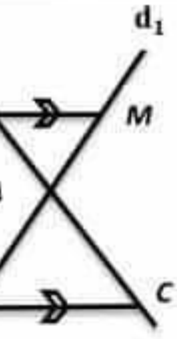
تم رفضه لوظيفة مهندس ميكانيك في شركة تويوتا العالمية للسيارات وبقي عاطلاً عن العمل ...
هل تعلم من هو ؟ إنه " سويتشيرو هوندا " مؤسس شركة هوندا للسيارات الأكثر مبيعاً في العالم
دع كل ما يُحبطك جانباً فالحياة تنحني أمام إرادة العظماء والمحن تحمل في طياتها المنح.....

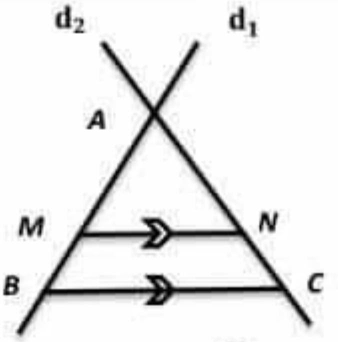
أ . مايا كزبر

الوحدة الثانية /هندسة

ميرهنة النسب الثلاث / عكس ميرهنة النسب الثلاث/ التـ

أولاً : مبرهنة النسب الثلاث





الفرض: (d_1) و (d_2) مستقيمان متقاطعان في A .

النقطتان M و B من المستقيم (d_1) مختلفتان عن A .

النقطتان N و C من المستقيم (d_2) مختلفتان عن A .

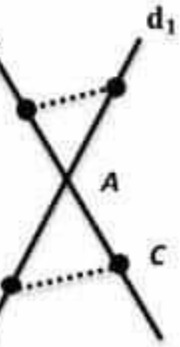
الشرط : إذا كان $(MN)//(BC)$

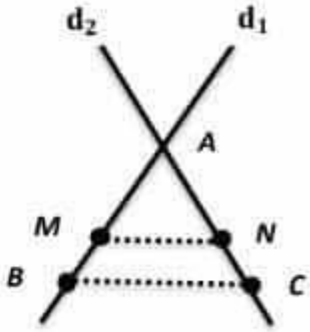
النتيجة : نحصل على مثلثين أطوال أضلاعهما في حالة تناسب أي :

$$\left.\begin{matrix} AMN \\ ABC \end{matrix}\right] \Longrightarrow \frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

تُستخدم هذه المبرهنة لحساب أطوال أضلاع
مجهولة في مثلثين اذا كان أحد أضلاع الأول
يوازي مقابله من الثاني .

ثانياً عكس مبرهنة النسب الثلاث





الفرض : (d_1) و (d_2) مستقيمان متقاطعان في A .

النقطتان M و B من المستقيم (d_1) مختلفتان عن A .

النقطتان N و C من المستقيم (d_2) مختلفتان عن A .

الشرطين :

❶ إذا كان $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ ((أي: تناسبت أطوال الأضلاع المتقابلة على القاطعين)) .

❷ كانت النقاط A , M , B على القاطع (AB) منسجمة في ترتيبها مع النقاط A , N , C على القاطع (AC) .

النتيجة : (MN) / / (BC)

تُستخدم هذه المبرهنة من أجل اثبات
توازي مستقيمين بشرط معرفة أطوال
الأضلاع المتقابلة على القاطعين .

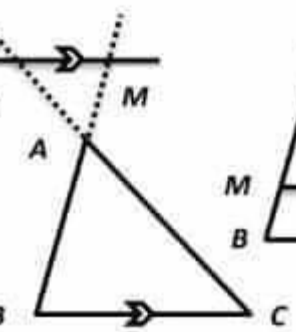
ثالثاً : التشابه وخواصه

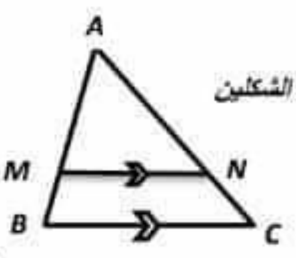
التشابه : نقول عن مثلثين أنهما متشابهين إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتقابلـ

فيهما ويكون أحدهما مكبر أو مصغر أو مطابق للآخر . ((بشكل مختصر: تناسبت أطوال الأضلاع المتقابلة ⟸ تشابه المثـ

حالات تشابه المثلثات : تُلخص وفق حالتين :

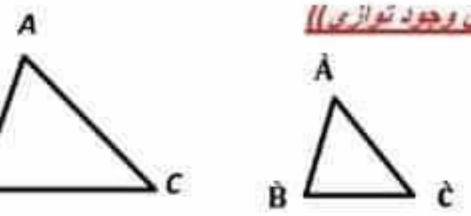
❶ (توازي ⟸ تناسب ⟸ تشابه) : وتتمثل هذه الحالة في كلا الشكلين





حيث في كلا الشكلين بما أن $(MN)//(BC)$ فحسب مبرهنة النسب الثلاث نكتب : $\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AC}$ وبما أنه تناسبت أطوال الأضلاع المتقابلة في هذين المثلثين فهما متشابهان ويكون المثلث AMN تصغير عن المثلث ABC بنسبة تصغير K أي المثلث ABC تكبير عن المثلث AMN بنسبة تكبير $\acute{K}=\frac{1}{K}$

● ((تناسب ⟸ تشابه)) : ((في هذه الحالة لا يتواجد معلومات عن وجود توازي))



لدينا المثلث ABC بحيث $(AB < AC < BC)$ والمثلث $\acute{A}\acute{B}\acute{C}$

بحيث $(\acute{A}\acute{B} < \acute{A}\acute{C} < \acute{B}\acute{C})$ وتحقق: $\frac{\acute{A}\acute{B}}{AB} = \frac{\acute{A}\acute{C}}{AC} = \frac{\acute{B}\acute{C}}{BC}$ عندئذ

يكون المثلثان متشابهان ويكون المثلث $\acute{A}\acute{B}\acute{C}$ تصغير للمثلث ABC أي المثلث ABC تكبير للمثلث $\acute{A}\acute{B}\acute{C}$

⇓

توضيح :

$$\frac{\acute{A}\acute{B}}{AB} = \frac{\text{طول الضلع الصغرى من المثلث الأول}}{\text{طول الضلع الصغرى من المثلث الثاني}}$$

$$\frac{\acute{A}\acute{C}}{AC} = \frac{\text{طول الضلع الوسطى من المثلث الأول}}{\text{طول الضلع الوسطى من المثلث الثاني}}$$

$$\frac{\acute{B}\acute{C}}{BC} = \frac{\text{طول الضلع الكبرى من المثلث الأول}}{\text{طول الضلع الكبرى من المثلث الثاني}}$$

وفي كلا حالتي التشابه ندعو كل نسبة من النسب الثا...
معامل التشابه ونرمز لها ب K ونميز ثلاث حالات ...

- $K > 1$: يؤول التشابه إلى تكبير الشكل وندعو K معامل تكبير.
- $K < 1$: يؤول التشابه إلى تصغير الشكل وندعو K معامل تصغير.
- $K = 1$: يؤول التشابه إلى تطابق المثلثين

نستنتج : التطابق حالة خاصة من التشابه

فوائد نسبة التشابه

1) نسبة طولي ضلعين متقابلين في شكلين متشابهين تساوي نسبة التشابه :

a و $\grave{a}$ طولي ضلعين متقابلين في شكلين متشابهين فإن :

$$\frac{a}{\grave{a}} = k \quad \begin{cases} k < 1 \implies a < \grave{a} \\ K > 1 \implies a > \grave{a} \end{cases}$$

---

2) نسبة محيطي شكلين متشابهين تساوي نسبة التشابه

P_1 و P_2 محيطي شكلين متشابهين فإن :

$$\frac{P_1}{P_2} = K \quad \begin{cases} K < 1 \implies P_1 < P_2 \\ K > 1 \implies P_1 > P_2 \end{cases}$$

3) نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع ن... التشابه . S_1 و S_2 مساحتي شكلين متشابهين فإن ...

$$K^2 \begin{cases} K < 1 \implies S_1 < S_2 \\ K > 1 \implies S_1 > S_2 \end{cases}$$

---

4) نسبة حجمي مجسمين متشابهين تساوي مكعب ن... التشابه

V_1 و V_2 حجمي مجسمين متشابهين فإن ...

$$= K^3 \begin{cases} K < 1 \implies V_1 < V_2 \\ K > 1 \implies V_1 > V_2 \end{cases}$$

خلال فترة انتشار وباء الطاعون في بريطا... ابتكر العالم إسحاق نيوتن نظريات التفاضل... والتكامل في الرياضيات وقانون الجاذبية الأرضية .... مع الإرادة لا مستحيل

نموذج امتحاني شامل للوحدة الثانية هندسة

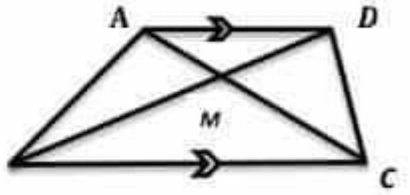
أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين ((60 درجة للأول /40 درجة للثاني))

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط ، انقلها إلى ورقة إجابتك :

1) متوازي مستطيلات حجمه $270cm^3$ ضمم له نموذج مصغر بنسبة $\frac{1}{3}$ فإن حجم النموذج المصغر هو :					
A	$90cm^3$	B	$30cm^3$	C	$10cm^3$
2) مثلثان متشابهان مساحة الأول $100cm^2$ ومساحة الثاني $25cm^2$ فإن معامل التصغير :					
A	$\frac{1}{4}$	B	$\frac{1}{2}$	C	$\frac{2}{3}$
3) بعملية تكبير ضربت مساحة مثلث بالعدد 8 فإن معامل التكبير :					
A	$2\sqrt{2}$	B	4	C	2
4) المثلث ABC تكبير للمثلث EFG فنسبة التكبير K هي حل المعادلة :					
A	$2x+3=5$	B	$2x+3=6$	C	$2x+3=4$

السؤال الثاني : ضع كلمة (صح) أو (خطأ) أمام كل عبارة من العبارات الآتية :

في الشكل المرسوم جانباً لدينا $ABCD$ شبه منحرف فيه $MD = 4\ cm$ ، $BM = 6\ cm$ فإن :



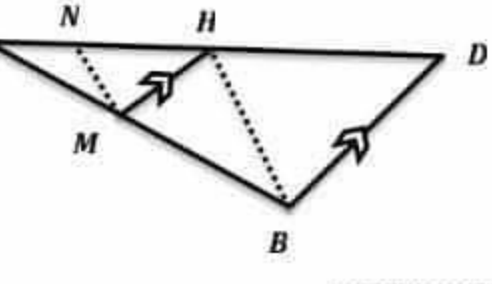
❶ $\frac{AD}{BC} = \frac{MD}{MB} = \frac{MA}{MC}$

❷ المثلث MDA تصغير للمثلث BMC ومعامل التصغير $\frac{2}{3}$.

❸ $\frac{MA}{MC} = \frac{3}{2}$

❹ $\frac{S_{MBC}}{S_{MDA}} = \frac{9}{4}$

ثانياً : حل التمارين الخمسة الآتية ((60 درجة لكل تمرين))



التمرين الأول : ABD مثلث فيه $AB = 10\ cm$ ، $BD = 8\ cm$ ، $AD = 15\ cm$ ، $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$ كما أن $BD//MH$ و المطلوب :

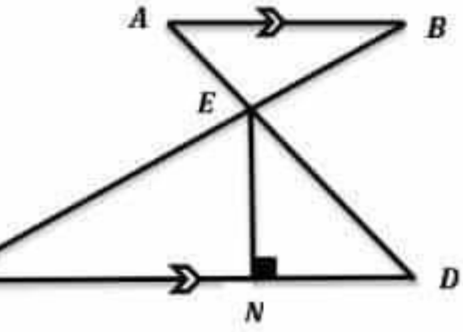
❶ برهن أن $AM = 4\ cm$ ثم احسب طول MH و AH .

❷ بفرض أن $AN = 2.4\ cm$ برهن أن $MN//BH$

التمرين الثاني : لدينا المستقيمان (AD) و (BC) متقاطعان في النقطة E

حيث أن : $AE = \sqrt{3}\ cm$ ، $CN = 6\sqrt{3}\ cm$ ، $EN \perp CD$ ، $EN = 6\ cm$ ، $\hat{D} = 60$

والمطلوب :



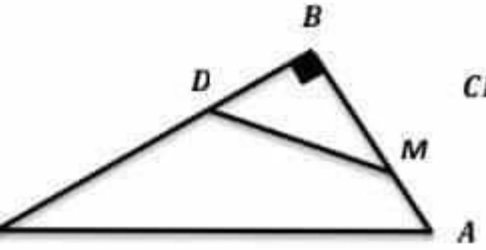
❶ احسب طول كلاً من : ND و ED .

❷ إذا علمت أن $AB//CD$ احسب طول AB .

❸ برهن أن المثلث EAB تصغير للمثلث EDC . ما هو معامل التصغير ؟

❹ احسب مساحة المثلث EDC واستنتج مساحة المثلث EAB .

التمرين الثالث : في الشكل المجاور ABC مثلث قائم في $\hat{B}$ فيه :

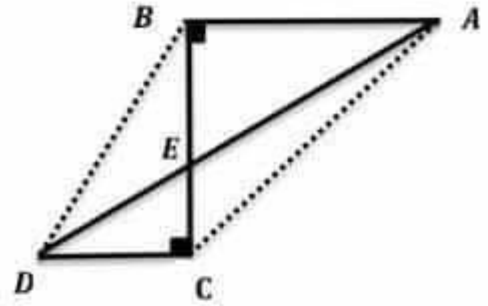


$CB = \sqrt{48}\ cm$ ، $AB = 4\ cm$ ، $MB = 2\sqrt{3}\ cm$ ، $BD = 2\ cm$

والمطلوب :

- برهن أن DM يقطع CA .
- احسب طول كلاً من DM و AC .
- برهن أن المثلث ABC تكبير للمثلث DBM واحسب معامل التكبير .
- احسب مساحة المثلث DBM واستنتج مساحة المثلث ABC .

التمرين الرابع : في الشكل المجاور $AB\perp BC$ و $DC\perp BC$ كما أن :

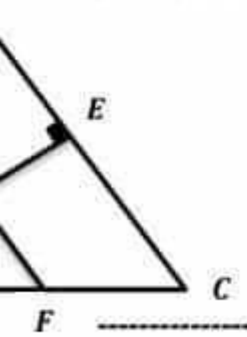


$AE = 10\ cm$ ، $BE = 8\ cm$ ، $EC = 2\ cm$ والمطلوب :

- احسب طول AB .
- برهن أن $AB//DC$ ثم احسب طول كلاً من : ED و DC .
- برهن أن المثلث EDC تصغير للمثلث EAB . ما هو معامل التصغير ؟
- برهن أن AC و BD غير متوازين .

التمرين الخامس : في الشكل المرافق لدينا ABC مثلث فيه : $AB = 12\ cm$ ، $BC = 9\ cm$ ، $AC = 15\ cm$

كما أن $ED = 6\ cm$ و $DE\perp AC$ والمطلوب :



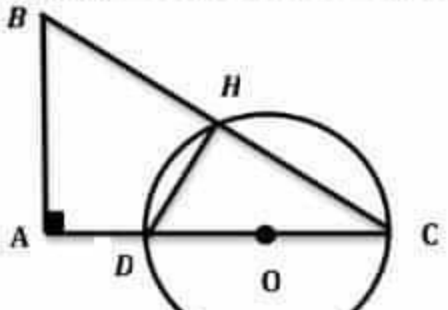
- برهن أن المثلث ABC قائم في $\hat{B}$.
- احسب $\sin\hat{A}$ من المثلثين ADE و ABC ثم استنتج طول AD .
- إذا علمت أن $BF = 1.5\ cm$ برهن أن $DF//AC$.
- برهن أن المثلث BDF تصغير للمثلث ABC واحسب معامل التصغير ثم استنتج $\frac{S_{BDF}}{S_{ABC}}$

ثالثاً : حل كلاً من المسألتين الآتيتين : ((100 درجة لكل مسألة))

المسألة الأولى : في الشكل المجاور لدينا C دائرة مركزها O قطرها $DC = 5\ cm$ حيث : $AB = 6\ cm$ ، $AD = 3\ cm$

كما ان $AB\perp AC$ والمطلوب :

- احسب طول BC .
- احسب $\sin\hat{C}$ واستنتج طول DH ثم احسب طول CH .
- برهن أن DH لا يوازي AB .
- أثبت أن المثلث CDH تصغير للمثلث ABC واحسب $\frac{S_{ABC}}{S_{SDH}}$



المسألة الثانية : F مخروط دوراني مركز قاعدته B و $\widehat{BAC} = 30$ وطول مولده $AC = 12\ cm$ كما أن M

نقطة من ارتفاعه AB تحقق $\frac{MB}{AM} = \frac{1}{2}$ والمطلوب :

- احسب كلاً من الأطوال الآتية BC و AB ثم استنتج أن $AM = 4\sqrt{3}cm$.
- برهن أن $BC//MN$ ثم أثبت أن المثلث AMN تصغير للمثلث ABC واستنتج معامل التصغير .
- احسب V_B حجم المخروط الذي مركز قاعدته B ثم استنتج V_M حجم المخروط الذي مركز قاعدته M
- استنتج حجم جذع المخروط .

الوحدة الثالثة / جبر

المعادلات والمتراجحات

مصطلحات هامة :

- **المعادلة :** هي مساواة بين طرفين تتضمن مجاهيل ((رموز)) ومعاليم حيث أن هذه المساواة محققة من أجل قيم معينة لتلك المجاهيل .
- **درجة المعادلة:** تُحدد درجة المعادلة من أعلى أس للمتغيرات التي تحويها .
- **عدد مجاهيل المعادلة :** يُحدد عدد مجاهيل المعادلة بعدد الأنواع المختلفة من المجاهيل التي تحويها المعادلة . ((انظر الأمثلة))

★ $x + 5 = -15$ (معادلة بمجهول واحد من الدرجة الأولى)
★ $x^2 - 5x = 0$ (معادلة بمجهول واحد من الدرجة الثانية)
★ $x + y = -3$ (معادلة بمجهولين من الدرجة الأولى)

- **حل المعادلة :** هو إيجاد قيم المجاهيل ((أي البحث عن قيم المجاهيل)) التي تحقق المساواة بين طرفيها ، حيث ندعو كل قيمة للمجهول تحقق المعادلة حلاً لها أو جذراً لها .
- **المعادلتين المتكافئتين :** معادلتين لهما نفس الحلول

سندرس في هذه الوحدة نوعين من أنواع المعادلات :

أولاً : معادلة بمجهول واحد من الدرجة الأولى

تعريف : معادلة تحوي نوع واحد من المجاهيل مرفوع للأس (1)وتؤول إلى الشكل $\boxed{ax + b = c}$ بشرط $(a \neq 0)$

خواص المعادلة بمجهول واحد من الدرجة الأولى:

❶ إذا جمعنا نفس المقدار إلى طرفي المعادلة أوإذا طرحنا نفس المقدار من طرفي المعادلة حصلناعلى معادلة جديدة مكافئة للمعادلة المعطاة .

❷ إذا ضربنا طرفي المعادلة بعدد مغاير للصفر أو إذا قسمنا طرفي المعادلة على عدد مغاير للصفر حصلنا على معادلة جديدة مكافئة للمعادلة المعطاة .

بمعنى آخر : المعادلتان المتكافئتان هما معادلتان لهما نفس الحلول وتنتج أحدهما عن الأخرى من خلال جمع أو طرح نفس المقدار لطرفي المعادلة الأخرى ، أو من خلال ضرب أو قسمة طرفي المعادلة الأخرى بعدد مغاير للصفر .

خطوات حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد :

❶ نفك الأقواس إن وُجدت ((ننشر)) .
❷ ننقل المجاهيل لطرف والمعاليم لطرف آخر مع تغيير إشارة.
❸ ننقل المجاهيل لطرف والمعاليم لطرف آخر مع تغيير إشا الحد المنقول .
❹نجمع الحدود المتشابهة في كل طرف .
❺ نقسم طرفي المعادلة على أمثال المجهول .

حل مسائل باصطناع معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واح

❶ نحدد المجهول من نص المسألة ونرمزه .
❷ نشكل المعادلة حسب معطيات المسألة .
❸ نحل المعادلة .
❹ نفسر الناتج .

ثانياً : معادلة بمجهول واحد من الدرجة الثانية

وسندرس أهم أنواعها :

أولاً : معادلة الجداء الصفري

تمهيد : نعلم أنه إذا كان $a \times b = 0$ عندئذ: إما $b = 0$ أو $a = 0$ **وبشكل عام :** إذا كان جداء عدة مض مساوياً للصفر فإن أحدها عالأقل مساوياً للصفر أي $a \times b \times c \times \dots\dots \times s = 0$ فإنه : إما $a = 0$ أو $b = 0$ أو $c = 0$ أو ..... $s = 0$.

تعريف معادلة الجداء الصفري : كل معادلة لها الشكل $(ax + b)(cx + d) \dots\dots (ef + g) = 0$ وحلول ه المعادلة هي قيم المجهول x التي تحقق :

إما $ax + b = 0 \Longrightarrow x = \frac{-b}{a}$
أو $cx + d = 0 \Longrightarrow x = \frac{-d}{c}$
أو $ef + g = 0 \Longrightarrow x = \frac{-g}{e}$ أو ....

ثانياً : المعادلة $x^2 = a$

حيث يُقصد بالرمز X إما مجهول أو قوس من الدرجة الث حيث لحل هذه المعادلة نميز 3 حالات :

$x^2 = a$			
$a > 0$		$a = 0$	< 0
لها حلين مختلفين		لها حل وحيد	مستحيلة ا
$X = +\sqrt{a}$	$X = -\sqrt{a}$	$X = 0$	----

بشكل عام : لحل معادلة درجة ثانية نتبع ما يلي :

❶ نجعل الطرف الثاني للمعادلة مساوياً للصفر .
❷ نحلل الطرف الأول فتؤول المعادلة لمعادلة جداء الصفري

ثالثاً : المتراجحات وخواصها

المتراجحة : هي جملة رياضية تعبر عن مقارنة بين طرفين باستخدام أحد رموز المقارنة التالية: ($\geq$ أو $\leq$ أو $<$ أو $>$

رموز المقارنة ومعانيها :

الرمز	المصطلح العلمي	مثال	قراءة المتراجحة	المعنى
$>$ أو $<$	(أكبر / أصغر) تماماً	$x < 8$	X أصغر تماماً من 8 أو : 8 أكبر تماماً من x .	نريد قيم x التي تكون أصغر تماماً م (باستثناء العدد 8)
		$t > -3$	t أكبر تماماً من 3- أو : 3- أصغر تماماً من t	نريد قيم t التي تكون أكبر تماماً من (باستثناء العدد 3-)
$\geq$ أو $\leq$	(أكبر أو يساوي) أو (أصغر أو يساوي) اختصاراً (أكبر / أصغر)	$x \leq 2$	X أصغر أو يساوي 2 أو : 2 أكبر أو يساوي x	نريد قيم x التي تكون أصغر أو يسا (أي أكبر قيمة يأخذها x هي 2)
		$y \geq 4$	Y أكبر أو يساوي 4 أو 4 أصغر أو يساوي y	نريد قيم Y التي تكون أكبر أو تساو (أي أصغر قيمة يأخذها y هي 4)

متراجحة بمجهول واحد من الدرجة الأولى :

هي كل متراجحة تحوي نوع واحد من المجاهيل من الدرجة الأولى وتؤول إلى أحد الأشكال التالية

$ax \leq b$	$ax \geq b$
$ax < b$	$ax > b$

خواص المتراجحة :

❶ نسمي قيم x التي تجعل المتراجحة صحيحة : حلول المتراجحة و للمتراجحة عدد غير منتهي من الحلول

❷ نقول عن متراجحتين أنهما متكافئتين وذلك اذا كان لهما الحلول نفسها وللمتراجحة عدد غير منتهي من المتراجحات المكافئ

حيث للحصول على متراجحة مكافئة لمتراجحة معطاة نتبع إحدى الطرق التالية :

★ نجمع نفس المقدار للطرفين	★ نضرب الطرفين بعدد مغاير للصفر
★ نطرح نفس المقدار من الطرفين	★ نقسم الطرفين على عدد مغاير للصفر

مع مراعاة أن جهة المتراجحة تتغير في الحالات التالية :

الحالات التي تتغير بها جهة المتراجحة	أمثلة
★ عند ضرب الطرفين بعدد سالب	$4 > 3 \Longrightarrow -2 \times 4 < -2 \times 3 \Longrightarrow -8 < -6$
★ عند قسمة الطرفين على عدد سالب	$-9 > -12 \Longrightarrow -9 \div -3 < -12 \div -3 \Longrightarrow 3 < 4$
★ عند قلب طرفي المتراجحة	$3 > 2 \Longrightarrow \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

خطوات حل المتراجحة بمجهول واحد من الدرجة الأولى :

إن خطوات حل متراجحة من الدرجة الأولى تماثل تماماً خطوات حل معادلة من الدرجة الأولى مع مراعاة تغيير جهة المتراجحة عند قسمة طرفيها على أمثال المتغير ان كان سالباً .

تمثيل حلول المتراجحة على مستقيم الأعداد :

نسمي المنطقة من المستقيم التي تحوي حلول المتراجحة : منطقة الحلول ونسمي المنطقة التي لا تحوي حلول المتراجحة : منطقة الرفض ومهمتنا هو توضيح منطقة حلول المتراجحة على مستقيم الأعداد من خلال حذف المنطقة التي لا تمثل حلول المتراجحة

وهنا نميز حالتين :

❶ إذا كان رمز المقارنة يحوي (=) عندئذ فإن ح
القوس نحو منطقة الحلول .

❷ إذا كان رمز المقارنة لايحوي (=) عندئذ فإن
القوس عكس منطقة الحلول ((نحو منطقة الرفض

حل مسائل باصطناع متراجحة : نتبع الخطوات ال

❶ نحدد المتغير ونرمزه .

❷ نشكل متراجحة وفق ما يتناسب مع معطيات ال

❸ نحل المتراجحة ونفسر الناتج .

نموذج امتحاني شامل للوحدة الثالثة جبر

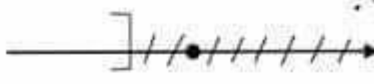
أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين ((60 درجة للأول / 40 درجة للثاني))

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط من بين ثلاثة إجابات مقترحة ، انقلها إلى ورقة إجابتك :

1)	إذا كان $x > 3$ فإن :				
A	$\frac{1}{x} > \frac{1}{3}$	B	$\frac{1}{x} > 3$	C	$\frac{1}{x} < \frac{1}{3}$
2)	المعادلة $3t^2 - 27$:				
A	لها حلين متعاكسين	B	لها حل وحيد	C	مستحيلة الحل
3)	المعادلة التي حلولها $\sqrt{5}$ و $-\sqrt{5}$ هي :				
A	$(x-5)(x+5) = 0$	B	$x^2 - 5 = 0$	C	$x^2 = 25$
4)	حلول المعادلة $(2x-3)(4x+1) = 0$				
A	صحيحة	B	عشرية	C	عادية غير عشرية

السؤال الثاني : أجب بكلمة (صح) أو (خطأ) أمام كل من العبارات الآتية :

- تمثل حلول المتراجحة $-2x \leq 6$ على مستقيم الأعداد بالشكل :



- مربع طول ضلعه $(x+1)$ ومساحته 9 فإن $x = 2$.
- العدد 3 هو أحد حلول المتراجحة $x + 1 > 4$.
- المعادلتان $2x + 1 = 7$ و $3x - 12 = 0$ متكافئتان .

ثانياً : حل التمارين الخمسة الآتية ((60 درجة لكل تمرين))

التمرين الأول : لتكن لدينا العبارة الجبرية الآتية $A = 16x^2 - 9 - (2x+5)(4x+3)$ والمطلوب :

- انشر العبارة A واختزلها .
- جد قيمة العبارة A من أجل $x = -1$
- حلل المقدار $16x^2 - 9$ ثم حل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
- حل المعادلة $A = 0$

التمرين الثاني : لتكن لدينا المتراجحة الآتية $-3(x-2) \leq 2(x+2) - 3$ والمطلوب :

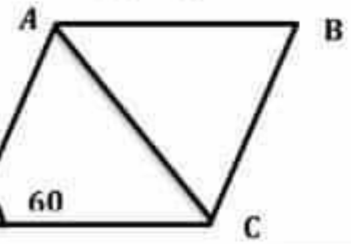
- أي القيم الآتية : -3 , 0 , 2 حلاً للمتراجحة وأيها ليس حل ؟
- حل هذه المتراجحة . ما هو أصغر حل لها ؟
- مثل حلول هذه المتراجحة على مستقيم الأعداد .

التمرين الثالث : حل المعادلات الآتية

- $\frac{x-3}{2} = \frac{8}{x-3}$
- $\frac{x-3}{2} = \frac{x-3}{8}$
- $(x-3)(x+1) = (2x-6)(x+2)$
- $(\sqrt{2}x - 3)^2 = 2(x + \sqrt{2})^2$
- $(2x-1)(x+1) = 2(-4x+2)$
- $16(x+1) = 4x^2(x+1)$

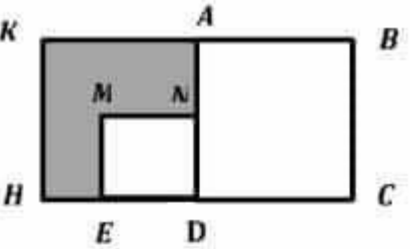
التمرين الرابع : $ABCD$ متوازي أضلاع فيه $\hat{D} = 60$ ، $AB = 5(\frac{1}{5}x + 2)$ ، $BC = 2x + 5$ والمطلوب :

- جد قيم x التي تجعل المحيط أكبر تماماً من $36\ cm$.
- ما هي قيمة x التي تجعل المتوازي معيناً ؟
- بفرض أن $ABCD$ معين عندئذ برهن أن المثلث ADC متساوي الأضلاع وجد طول ضلعه إذا علمت أن مساحته $16\sqrt{3}\ cm^2$.



وتأتيك السعادة على هيئة رياضيات تاسع

التمرين الخامس : في الشكل المرسوم جانباً $KBCH$ مستطيل و $ABCD$ مربع طول ضلعه $4\ cm$
و $MNDE$ مربع طول ضلعه $2\ cm$ و $HE = x$ والمطلوب :



- عبر عن HC ((طول المستطيل)) بدلالة x .
- برهن أن S مساحة المستطيل $KBCH$ تُعطى بالعلاقة : $S = 4x + 24$.
- برهن أن $\acute{S}$ مساحة الجزء المظلل تُعطى بالعلاقة : $\acute{S} = 4x + 4$.
- عين قيمة x كي تكون $S = 4\acute{S}$.

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين ((100 درجة لكل مسألة))

المسألة الأولى : قامت شركة سيرتيل بتقديم عروض لزبائنها المشتركين بمناسبة عيد الأم على النحو الآتي :

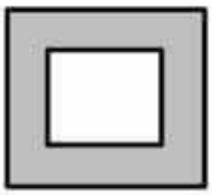
العرض الأول ((خط لاحق الدفع)) : يدفع المشترك مبلغ 2000 ليرة اشتراك شهري بالاضافة لمبلغ 15 ليرة عن كل دقيقة يتحدث بها .

العرض الثاني ((خط مسبق الدفع)) : يدفع المشترك مبلغ 25 ليرة عن كل دقيقة يتحدث بها .

لنفترض أن عدد الدقائق التي يتحدث بها المشترك شهرياً x دقيقة ، عندئذ :

- عبر بدلالة x عن فاتورة الخط في حال اختار المشترك العرض الأول .
- عبر بدلالة x عن المبلغ المترتب على المشترك في حال اختار العرض الثاني .
- بدءاً من كم دقيقة يتحدث بها المشترك خلال الشهر يكون العرض الأول أوفر له ؟
- لو كنت تعمل في شركة سيرتيل ، بمَ تنصح المشترك الذي يتحدث حوالي 150 دقيقة شهرياً ؟

المسألة الثانية : إطار صورة شخصية طول ضلع مربعه الخارجي $x + 2$ وطول ضلع مربعه الداخلي $x - 1$ ((حيث $x > 1$))
والمطلوب :



- برهن أن مساحة المربع الخارجي للإطار تُعطى بالعلاقة : $S_1 = x^2 + 4x + 4$
- برهن أن مساحة المربع الداخلي للإطار تُعطى بالعلاقة : $S_2 = x^2 - 2x + 1$
- برهن أن سماكة الإطار ((مساحة المنطقة مابين المربعين)) تُعطى بالعلاقة : $S = 6x + 3$
- جد قيمة x إذا علمت أن سماكة الإطار تساوي $27cm^2$.

ليست القوة بعدم السقوط أو تجنب الفشل .... القوة تكمن في مدى تحملك لضربات الحياة ، لا مانع من ومضات الاستراحة والتعب ... لأنها وقود تجعلك تنطلق بنشاط من جديد .....

انتهى الفصل الأول .... أ . مايا كزبر

الوحدة الثانية / جبر

قوى الأعداد العادية / الحساب بالرموز

أولاً : قوة عدد وقواعد القوى

تعريف : إذا كان a عدد ما وكان n عدداً صحيحاً موجباً ((عدد طبيعي)) ، فعندئذٍ يرمز a^n إلى القوة من المرتبة n للعدد : ((a أس n)) حيث ندعو a " الأساس" و ندعو " n " الأس مع ملاحظة أن :

- $a^0 = 1$ بشرط أن : $a \neq 0$.
- $a^1 = a$.
- $a^{-1} = \frac{1}{a}$ بشرط أن : $a \neq 0$ حيث أن a^{-1} مقلوب العدد a .
- وبشكل عام : من أجل $(n \geq 2)$ يكون : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots\dots \times a}_{\text{جداء ضرب العدد } a \text{ بنفسه } n \text{ مرة}}$

حالة خاصة :

قوى العدد 10 : أياً كان العدد الطبيعي n فإن : $10^n = \underbrace{1000 \dots\dots 00}_{n \text{ صفر على يمين العدد } 1}$ و $10^{-n} = \underbrace{0.00 \dots\dots 01}_{n \text{ صفر على يسار العدد } 1}$

قواعد حساب القوى

بفرض a و b عددين غير معدومين ، وبفرض أن m و n عددين صحيحين موجبين عندئذ

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$ ((جداء قوتين لنفس الأساس يساوي الأساس مرفوع لمجموع القوتين)) .
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ ((قسمة قوتين لنفس الأساس يساوي الأساس مرفوع لفرق القوتين)) .
- $(a^m)^n = a^{n\times m}$ ((قوة قوة أساس يساوي الأساس مرفوع لجداء القوتين)) .
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ ((قوة جداء عددين يساوي جداء قوتيهما)) .
- $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ ((قوة قسمة عددين يساوي قسمة قوتيهما)) .

ثانياً : النشر وقواعده

يُعرّف النشر بأنه عملية تحويل العبارة الجبرية من جداء حدود إلى مجموع حدود وذلك وفق 3 قواعد :

- قواعد النشر
  - قاعدة التوزيع
  - قاعدة جداء ثنائي حد بمثله
  - المتطابقات التربيعية

وسنشرح كلاً منها على حدى :

قاعدة التوزيع يُقصد بقاعدة التوزيع أي توزيع الضرب على الجمع والطرح ((أو ما تُسمى بعملية فك الأقواس

وتتلخص كما يلي بفرض كان k , b , a ثلاثة أعداد غير معدومة ، فإن : $K(a \pm b) = ka \pm kb$

قاعدة جداء ثنائي حد بمثله

بفرض a , b , c , d أعداد غير معدومة عندئذ فإن : $(a \pm b)(c \pm d) = ac \pm ad \pm bc \pm bd$

قاعدة المتطابقات التربيعية

وهي حالة خاصة من قاعدة جداء ثنائي حد بمثله ، وهي تتمثل ب3 متطابقات :

المتطابقة الأولى : " مربع مجموع حدين = مربع الحد الأول + ضعفي جداء الحد الأول بالحد الثاني + مربع الحد الثاني"

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

المتطابقة الثاني : " مربع فرق حدين = مربع الحد الأول - ضعفي جداء الحدل الأول بالحد الثاني + مربع الحد الثاني"

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

المتطابقة الثالثة : " جداء مجموع حدين بفرقهما = مربع الحد الأول - مربع الحد الثاني"

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

ثالثاً : التحليل وقواعده

يُعرّف التحليل بأنه عملية تحويل العبارة الجبرية من مجموع حدود الى جداء حدود أي هو عملية معاكسة لعملية النشر وفق قا

قواعد التحليل

إخراج عامل مشترك

المتطابقات التربيع

وسنشرح كل طريقة على حدى :

1) التحليل بإخراج عامل مشترك : للتحليل بإخراج عامل مشترك ، نتبع الخطوات التالية :

- ❶ خرج GCD للثوابت العددية .
- ❷ نخرج المجهول المشترك بأصغر أس ان وُجد .
- ❸ نخرج القوس المشترك بأصغر أس ان وُجد .

نسمي الحد المتكون من الخطوات الثلاثة السابقة : عامل مشترك أعلى للحدود الجبرية ، حيث بعد تعيينه نقوم بتقسيم الحدود الج
الموجودة في العبارة عليه ثم نضع النتائج ضمن قوسين مضروب بالعامل المشترك مع مراعاة قسمة القوى .

2) التحليل باستخدام المتطابقات التربيعية الشهيرة :

المتطابقة الأولى والثانية : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

الشروط :

- ❶ يجب أن تكون العبارة مؤلفة من 3 حدود مرتبة حسب قوى المتغير المتناقصة .
- ❷ الحد الأول والحد الثالث موجبان تماماً .
- ❸ الحد الثاني = جذر الحد الثالث × جذر الحد الأول × 2

عندئذ نحلل بإتباع القاعدة :

القاعدة : $\boxed{(\text{جذر الحد الأول} \pm \text{جذر الحد الثالث})^2}$

⇩

إشارة الحد الثاني

المتطابقة الثالثة : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

الشرط :

- ❖ يجب أن تكون العبارة مؤلفة من حدين من الشكل : $a^2 - b^2$
بحيث أن a أو b أو كليهما إما وحيد حد
أو ثنائي حد .

القاعدة : $\boxed{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$

نموذج امتحاني شامل للوحدة الثانية جبر

أولاً : أجب عن السؤالين الآتيين ((60 درجة للأول / 40 درجة للثاني))

السؤال الأول : فيما يلي هناك إجابة صحيحة واحدة فقط من بين ثلاثة إجابات مقترحة ، انقلها إلى ورقة إجابتك :

1) إذا كان $8^4 = 2^n$ عندئذ فإن قيمة n هي :					
A	12	B	8	C	4
2) نصف العدد 4^{50} هو :					
A	2^{99}	B	2^{25}	C	2^{50}
3) يُكتب العدد $3^4 + 3^4 + 3^4$ بصيغة قوة للعدد 3 كما يلي :					
A	3^5	B	3^6	C	3^7
4) عند تحليل العبارة : $36 - (x+3)^2$ فإن أحد المضاريب سيكون :					
A	x	B	$(x-3)$	C	$(x+3)$

السؤال الثاني : ضع كلمة صح أو خطأ بجانب كل عبارة مما يلي :

- ناتج المقدار $\frac{5\times\sqrt{5}^0}{\sqrt{5}}$ هو $\sqrt{5}$.
- ناتج $2^4 + 2^4$ هو 2^5
- مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه $9^2\ cm$ ، فإن محيطه $3^7\ cm$.
- منشور المقدار $(2x+3)^2$ هو $4x^2 + 9$.

ثانياً : أجب عن التمارين الخمسة التالية : ((60 درجة لكل تمرين))

التمرين الأول : ليكن لدينا المقدار التالي $A = 16(x+3) - x^2(x+3)$ والمطلوب :

1. انشر العبارة A واختزلها إن أمكن .
2. احسب قيمتها عندما $X = 3$.
3. حلل العبارة A إلى جداء ثلاثة عوامل من الدرجة الأولى .

التمرين الثاني : ليكن لدينا الأعداد التالية :

$$A = \frac{0.25\times10^6\times8\times10^{-2}}{4\times(10^{-2})^2} \quad ، \quad B = \frac{-5\times10^{-5}\times18\times(10000)^2}{6\times(-0.01)} \quad ، \quad P = \frac{3^7\times4^8\times5^4}{2^5\times5^{-7}\times9^3}$$

والمطلوب :

1. اكتب كلاً من العددين A , B بالصيغة $a \times 10^n$ حيث : n, a أعداد صحيحة .
2. أوجد $\frac{A}{B}$ ، هل هو عادي ؟ علل .
3. اكتب العدد P بالشكل $2^a \times 3^b \times 5^c$.
4. جد قيمة الكسر $\frac{a+b+c}{a\times c}$ وبين فيما إذا كان مختزل أم لا .

التمرين الثالث : ليكن لدينا العبارتان $E = (x+5)^2 - 2(x+5)$ ، $F = x^2 + 6x + 9$ والمطلوب :

1. حلل العبارتين E و F
2. اكتب العبارة $E - F$.
3. حلل العبارة $E - F$ ثم جد قيمتها من أجل $x = \frac{1}{2}$.

كن متواضعاً في كل شيئ إ
طلب العلم .... دع هدفك يعا
السماء فالعلم قوة ولا يليق
إلا التميز ...... النجاح هو

التمرين الرابع :حلل ما يلي إلى جداء أكبر عدد ممكن من العوامل من الدرجة الأولى :

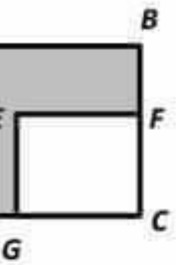
$A = 9y^2 + 12y + 4$	$B = (t+1)^2 - 8(t+1) + 16$	$F = x^4 - 16$
$G = (2y+1)^2 + (5y+3)(2y+1)$		$H = (2x-3)^2 - (x+4)^2$

التمرين الخامس : لتكن لدينا العبارة الجبرية التالية : $A = (3x+5)^2 - x^2 + 10x - 25$ والمطلوب :

❶ انشر العبارة A و احسب قيمتها من أجل : $x = 0$.
❷ حلل المقدار $-x^2 + 10x - 25$.
❸ حلل العبارة A إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

ثالثاً :حل كلاً من المسألتين التاليتين : ((100 درجة لكل مسألة))

المسألة الأولى : في الشكل المجاور $ABCD$ و$EFCG$ مربعان حيث : $DG = x$ و $CG = x + 3$ والمطلوب :



❶ بدلالة x احسب S_1 مساحة المربع $ABCD$ دون نشرها
❷ بدلالة x احسب S_2 مساحة المربع $EFCG$ دون نشرها
❸ بفرض S مساحة المنطقة الملونة ، عندئذ :
اكتب العبارة S ثم حللها إلى جداء عوامل من الدرجة الأولى .

المسألة الثانية : لدينا $ABCD$ مربع طول قطره $BD = 2\sqrt{2}\ x\ cm$ تمس أضلاعه دائرة C والمطلوب :

❶ احسب طول ضلع المربع بدلالة x واستنتج طول نصف قطر الدائرة .
❷ بدلالة x احسب S_1 مساحة المربع واحسب S_2 مساحة الدائرة .
❸ اكتب العبارة S الدالة على مساحة المنطقة الملونة واحسب قيمتها من أجل $x = \sqrt{2}$

هناك قلوب تعتصر ألماً وخوفاً عليك ..... منذ صغرك ودقات تلك الأفئدة ترافقك أينما ذهبت فهي ترافقك بالدعاء ، تفرح لفرحك وتتألم أضعافاً لألمك ......
قلوب أبويك ..... تلك القلوب التي أنهكتها مصاعب الحياة ، وبالرغم من ذلك مازالت تقدم لك الكثير والكثير ولن تخذلك أبداً ....
أما حان موعد مكافأتها ؟ مع أن مكافأة تلك الأفئدة دين يصعب علينا تسديده .... صدقني مجرد منحها شعور السعادة يكفي كي تعيش بسلام ..... تذكر مهما بلغت بك الصعوبات وعصفت بك الحياة أن العظماء وحدهم من صنعتهم الصعاب وتغلبوا عليها فالله لايكلف نفساً إلا وسعها