١

المملكة العربيه السعودية
جامعة الامام محمد بن سعود الاسلامية
التعليـم عـن بعـد

مقرر

الإحصاء التحليلي

((الطبعة الاخيره))

تفريغ طلاب وطالبات القسم السابقين
تنسيق و ترتيب وتصحيح / modi_sa
تنسيق وتعديل اضافي : النـدى١٥
كلية الإدارة والاقتصاد
المستوى الثاني
١٤٣١هـ -١٤٣٢

الحلقــة الأولــى

علم الإحصاء /علم يهتم بعملية تجميع – وتنظيم – وعرض البيانات –(ثم تحليل وتفسير النتائج و هي موضوع دراستنا للترم).

١– الإحصاء الوصفي أو ما يسمى بمبادئ الإحصاء وهذا ما تم تدريسه في المستوى الأول ..

٢– الإحصاء التحليلي .

❖ لماذا ندرس الإحصاء التحليلي؟

لو رغبت في دراسة ظاهرة ما في المجتمع ادرسها على مستوى عينه ،هذا هو علم الإحصاء التحليلي.

لو أردنا معرفة نسبة الأميه في المملكة ،

إما أن تعمل دراستك على كل سكان المملكة وهذي عملية صعبه ومستحيلة وتتم مره وحده كل عشر سنين (التعداد السكاني).

والحل الآخر هو أن تأخذ عينة وتحسب فيها نسبة الأمية كيف! هذا الذي درسناه في المستوى الأول.

هذا في العينة أنا أريد أن اعرف في المجتمع أعرفه كيف ؟ عن طريق أدوات الإحصاء التحليلي.

الإحصاء التحليلي هو : أسلوب إحصائي نتمكن عن طريقة أن نصل لبعض المؤشرات في المجتمع عن طريق العينة.

بعض المصطلحات شائعة الاستخدام في علم الإحصاء :

١– المجتمع : أي أرقام تجمع عن أي ظاهرة أسميها مجتمع أي أرقام أو أي بيانات تشترك في خاصية معينه اسميها مجتمع .

مثال : عندما أسجل أطوال طلاب المستوى الأول إنا عندي في المستوى الأول ٣٠٠ طالب ولما أسجل أطوالهم يظهر لدي ٣٠٠ رقم هذي ال٣٠٠ رقم اسميهم مجتمع الأطوال. فنقول مجتمع الرواتب مجتمع الأطوال مجتمع الأوزان ... الخ .

٢– والعينة : هي جزء من المجتمع نختارها لأجل نصل لمقاييس منها أعممها على المجتمع اللي هو الإحصاء التحليلي، لو أردنا معرفة البطالة أو الأمية في المجتمع ؟ نعرفها عن طريق عينة أخذ عينة ونعممها على المجتمع، **الشرط أن تكون العينة عشوائية**.

العشوائية هي الاختيار بدون قصد ،،،

المتغيرات العشوائية :

أي ظاهرة تتغير من ظاهرة إلى أخرى أسميها متغير يعني مثلاً: هل كل طلاب المستوى الأول طولهم واحد ؟ لا الطول متغير ،،

هل كل العاملين في جامعة الإمام رواتبهم واحده ؟؟ لا رواتبهم متغيرة

بالتالي: الوزن– العمر – المسافة . كلها تعتبر متغير من شخص لأخر ، إذا أي صفة تتغير من وقت لأخر أسميها متغير .

المتغيرات العشوائية / ١– إما وصفية (حالة اجتماعية – متزوج اعزب) ٢– رقمية (كميه) .

المتغيرات الرقمية أو الكميه تنقسم إلى نوعين :

كمي منفصل(متقطع)	كمي متصل
متغير لايقبل القيم الكسرية مثل عدد المساجد في مدن المملكة مدينه فيها ٣٠ ومدينه فيها ٢٠ ماينفع اقول ٣٠ مسجد ونص،،،، لما أتكلم عن عدد الجامعات ينفع أقول ١٧ جامعة ونص غلط ،، عدد المدرسين عدد الطلاب عدد السيارات كلها متغيرات كمية متقطعة لاتاخذ قيم كسرية ،،	المتغير الذي يقبل القيم الكسرية مثل الطول فية شخص طوله ١٦٠ وآخر طوله ١٦١ هل ممكن ألاقي ناس أطوالها بين ١٦٠ و١٦١ نعم اقدر ألاقي الكثير واحد طوله١٦٠ ونص. وهي تتغير واحد طوله العام ١٦٠ والسنه هذي ١٦١ تتغير على مدى ٣٦٥ يوم .. الطول متصل والوزن والعمر والزمن(يعني الزمن من البيت إلى الكلية ممكن أكون قطعته في ١٠ ساعات أو ١٠ ساعات ونص) كلها متصلة ..

مفردات موضوع الإحصاء التحليلي ممكن أن تتلخص في ٣ موضوعات أساسية،

الموضوع الأول : مقدمة عن نظرية الاحتمالات.

الموضوع: الثاني : دالة الاحتمال والتوزيعات الأحتماليه .

الموضوع الثالث: الاستنتاج الإحصائي. هو مضمون وصلب الإحصاء التحليلي

مقدمة في نظرية الاحتمالات

تعريف كلمة الاحتمال في اللغة : تعني شيء أو حدث غير مؤكد حدوثه

مثلا (أقول من المحتمل أن تمطر السماء ليلاً) ليلاً قد يقع الحدث وقد لا يقع .

مثال (من المحتمل أن أسافر إلى جدة غدا) غداً قد يقع الحدث اللي هو السفر أو لا يقع .

أحيان الاحتمال أقرنه بنوع من الثقة

مثال(فأقول هناك احتمال قوي أن تفوز السعودية)

مثال (هناك احتمال ضعيف أن تسقط الطائرة) لماذا قلت مرة احتمال قوي و مرة ضعيف؟ لأن من مشاهدتي لهذا الحدث في الماضي جعلني أقرن هذا الاحتمال بنوع من الثقة أنه قد يقع بقوه أو قد يقع بضعف لكن عملياً كيف أحسب الاحتمال؟

كيف يتم حساب الاحتمال ؟

١- من الأمثلة التقليدية قطعة العملة : قطعة العملة وجهين صورة وكتابة لما أرمي قطعة العملة أسميها تجربة

هل إذا قمت بهذا التجربة أكون واثق تظهر على أي وجه؟ لا بعد ماأرميها تظهر أما الصورة أو الكتابة .

طالما القطعة سليمة اذا فرصة ظهور الصورة = فرصة ظهور الكتابة وتصبح فرصة الظهور لكلى الوجهين النص ٥٠ %.

٢- مثال ثاني : قطعة النرد (اللي هي زهرة الطاولة) هي عبارة عن مكعب فيه ٦ أوجه وجه عليه نقطه ووجه نقطتين لغاية ٦ نقاط رمي قطعة النرد أسمها تجربة قبل ماأرميها هل أعرف سوف تظهر على أي وجه ؟ لا لكن لما أرميها يظهر وجه معين وليكن الوجه ٢ هنا أسمي الوجه ٢ حدث عشوائي ظهر نتيجة العشوائية في الرمي اذا نرمي قطعة النرد ممكن أن يأتي رقم ٢ وممكن ٤ وممكن ١ أو ٥ معنى هذا أن فرص ظهور أي وجه من الوجيه إل ٦ فرص متساوية.

فرصة ظهور ١ = فرصة ظهور ٢= فرصة ظهور ٣ ....وهكذا اذا ال٦ أوجه لهم فرص متساوية

معنى هذا ان احتمال ظهور أي وجه =(ا على ٦). كلمة فرصة هنا معناها احتمال .

الحلقــة الثانيــة

الآن سوف نتكلم عن أول نظرية من نظريات الاحتمال الي هي كيف يتم حساب الاحتمال ؟

النظرية تقول: إذا كان هناك حدث ما وليكن (أ) وهذا الحدث يتكررحدوثه (م) من المرات في تجربة حجمها (ن) من المرات فأنه يمكن حساب احتمال وقوع هذا الحدث **وفق القانون التالي :**

$$ح(أ) = \frac{م}{ن}$$

ح تعني احتمال ، أ يعني الحدث ، (م) تعني عدد مرات وقوع الحدث ، (ن) عدد الحالات الكلية اللتجربة .

مثال : عند القاء قطعة نرد سليمة ماهو احتمال ظهور الوجه ٣ ؟

الحل / $ح(٣) = \frac{م}{ن} = \frac{1}{6}$

ن عدد الحالات الكلية للتجربة والتي تساوي ٦

م هنا هي عدد مرات ظهور الوجه ٣ الوجه ٣ بيتكرر كم مره مره وحده اذا تساوي ١

مثال:عند ألقاء قطعة نرد ماهو احتمال ظهور الوجه٥ ؟

الحل/ ح(٥) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{1}{6}$

مثال /يتكون مجلس أدارة إحدى الشركات من ٥ محاسبين و٦ مهندسين و٤ اقتصاديين أختير أحدهما عشوائياً لأداء العمرة ،ماهو احتمال أن يكون مهندس ؟

الحل /لو تخيلنا أن عندي صندوق فيه ٦ مهندس و٤ اقتصادي و٥ محاسب = اذا الصندوق فيه ١٥ و أخذت منهم واحد عشوائي ، ما احتمالية ان يكون مهندس؟

ح (مهندس)= $\frac{م}{ن}$ = $\frac{6}{15}$

ما احتمالية أن يكون أقتصادي؟ ح(اقتصادي)= $\frac{م}{ن}$ = $\frac{4}{15}$

مثال/ أُلقيت قطعة نرد مرة واحدة، ماهو احتمال ظهور رقم زوجي ؟

الحل/ ح (أ) = $\frac{م}{ن}$ ، ح (رقم زوجي)= $\frac{3}{6}$

مثال/ يضُم أحد الفصول الدراسية بجامعة الأمام ٤٠ طالب سعودي و٢٠ طالب أفريقي أختير أحدهما عشوائياً ، ماهو احتمال أن يكون سعودي ؟

الحل/ ح (طالب سعودي)= $\frac{م}{ن}$ = $\frac{40}{60}$ = $\frac{4}{6}$

مثال/ يضُم المستوى الأول ٨٠ طالب منهم ٢٠ طالب متزوج ،أختير أحد الطلبة ، ماهو احتمال أن يكون
١/ متزوج ؟ ٢/ أن يتحدث اللغة العربية ؟ ٣/ أن يتحدث اللغة اليابانيه ؟

١/ ح (متزوج) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{20}{80}$ = $\frac{1}{4}$.

٢/ ح (اللغة العربية) = $\frac{م}{ن}$ = $\frac{80}{80}$ = ١ < يسمى حدث مؤكد.

٣/ ح (اللغة اليابانية)= $\frac{م}{ن}$ = $\frac{0}{80}$ = ٠ < يسمى حدث مستحيل.

سوف تلاحظ مايلي :

١/ أن جميع الاحتمالات هنا عبارة عن كسر بسط ومقام بس دائماً وأبداً البسط أقل من المقام .

٢/ احتمال أقصى وأعلى قيمة له الواحد الصحيح (١) وأصغر قيمة له الصفر(٠).

٣/ عندما تصل قيمة الاحتمال إلى واحد تسمى / حدث مؤكد.

٤/ عندما تصل قيمة الاحتمال إلى صفر تسمى / حدث مستحيل.

اذا دائماً وأبداً الاحتمال (ح) يقع بين الصفر والواحد، اذا وصل للصفر يسمى مستحيل واذا وصل للواحد يسمى مؤكد.

الحلقــة الثالثــة

الأحداث في الاحتمال نوعين احداث بسيطة واحداث مركبة :

الاحداث البسيطة/ هي حوادث لا يمكن تقسيمها إلى حوادث فرعية مثل

احتمال يكون مهندس ما قدر اقسمهم بحوادث فرعية هذا حدث بسيط (أ) احتمال يحسب بالقانون/ $\frac{م}{ن}$

الحوادث المركبة / لتكن (أ) (ب) تنتفي بحدثين فقط لما أقول ما هو احتمال اختيار المهندس هذا حدث بسيط لكن لما اقول ما هو اختيار المهندس أو المحاسب اصبح حدثين المهندس أو حاسب إذا حدث مركب .

ما هو احتمال اختيار مهندس حاملا الدكتوراه عندي حادثين إن يكون مهندس وان يكون حاملا الدكتوراه ؟

ما هو احتمال اختيار الطالب إن يكون متزوج أو يتحدث اللغة العربية عندي حادثين إن يكون متزوج حدث واللغة العربية هذا حدث آخر؟

هناك قانونين لحساب احتمالات الحوادث المركبة / قانون الجمع وقانون الضرب

متى تستخدم قانون الجمع؟ ومتى نستخدم قانون الضرب؟

في قانون جمع الاحتمالات يجب التفرقه **بين الحوادث المتنافية وَ غير متنافية .**

الحوادث المتنافية هي : تلك الحوادث التي لا يمكن ان تقع معا في وقت واحد

مثال عند رمي قطعة عملة فإن ظهور الصورة ينفي ظهور الكتابه فاذا ظهر احدهم ينتفي للأخر .

مثال آخر ظهور احد الأوجه في قطعة النرد ينتفي ويمنع ظهور باقي الأوجه يعني إذا ظهر الأوجه الثلاثة في قطعة النرد مؤكد لن يظهر باقي الأوجه طيب ظهر وجه خمسة لن يظهر باقي الاوجهة أي إن الأوجه الستة حوادث متنافية لماذ؟ لانه لو ظهر احد الأوجه ينتفي ظهور الأوجه الاخرى

الحوادث غير المتنافية هي : تلك الحوادث التي يمكن إن تقع معا في وقت واحد.

فاحتمال اختيار محاسب لا ينفي إن يكون متزوج فهنا حدثين إن يكون محاسب وان يكون متزوج .

هذا حادثين غير متنافيين لو كان محاسب ينفع إن يكون متزوج ؟ (لا) يبقى حادثين محاسب ومتزوج حادثين غير منتفيين .

القانون الاول /قانون الجمع

اذا كان لدينا حدثين (أ) ، (ب) فإن احتمال وقوع (أ) أو (ب) كلاهما هو:

ح (أ أو ب) = ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) − ح (أ ب)   للحوادث غير المتنافيه

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح(ب)   للحوادث المتنافيه

لما تسمع أو تقرأ كلمة (أو) في المسألة معناها استخدم قانون الجمع

تطبيق القوانين بأمثله :

مجلس اداره احدى الشركات يضم ٦ مهندسين ،٤ محاسب ، ٨ اقتصادي و اختير واحد فقط منهم لاداء العمره ماهو :

١) احتمال ان يكون محاسب؟

٢) احتمال ان يكون اقتصادي؟

٣) احتمال ان يكون محاسب او اقتصادي؟

٤) احتمال ان يكون محاسب او مهندس؟

الحل / مادام ظهرت في المساله كلمه (أو) نستخدم قانون الجمع .

١) ح (محاسب) = م/ن = $\frac{4}{18}$ حدث بسيط

٢) ح (اقتصادي) = م/ن = $\frac{8}{18}$ حدث بسيط

٣) ح (محاسب أو اقتصادي) = ح (م + ب) = ح (أ) + ح (ب) − ح (أ ب)

$$= \frac{4}{18} + \frac{8}{18} - \frac{0}{18} = \frac{12}{18}$$

٤) ح (محاسب أو مهندس) = ح (أ + ب) = ح(أ) + ح (ب) − ح (أ ب)

$$= \frac{4}{18} + \frac{6}{18} - 0 = \frac{10}{18}$$

الحلقـة الرابعـة

س١:يتكون مجلس إدارة إحدى الشركات من : ٥ محاسبين . ٧ مهندسين . ٣ اقتصاديين. اختير احدهما بطريقة عشوائية .
ما هو احتمال إن يكون محاسبا ؟ماهو احتمال ان يكون مهندس؟

ح (محاسب) = $\frac{م}{ن} = \frac{5}{15}$ حدث بسيط

ح (مهندس) = $\frac{م}{ن} = \frac{7}{15}$ حدث بسيط

س ٢ : يضم طلاب المستوى الأول في إحدى الكليات ٤٠ طالب سعودي ١٢ طالب أفريقي ٨ طلاب من أسيا . اختر احدهما عشوائيا لأداء العمرة . ما هو احتمال إن يكون إفريقي؟

ح (افريقي) = $\frac{م}{ن} = \frac{12}{60}$ حدث بسيط

ح (سعودي) = $\frac{م}{ن} = \frac{40}{60} = \frac{4}{6}$ حدث بسيط

س٣ : صندوق بداخله ٢٠ ورقه متماسكة في الشكل اللون والحجم ، مرقمه من ١ إلى ٢٠ ، اختيرت من الصندوق ورقه واحده عشوائيا .
ما هو احتمال إن يكون عليها رقم زوجي؟

ح (رقم زوجي) = $\frac{م}{ن} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ حدث بسيط

س٤ : صندوق بداخله ٢٠ ورقه متماسكة في الشكل اللون والحجم ، مرقمه من ١ إلى ٢٠ ، اختيرت من الصندوق ورقه واحده عشوائيا .
ما هو احتمال إن يكون عليها رقم يقبل القسمة على ٣؟

الاعداد التي تقبل القسمة على ٣ = ٣ ،٦، ٩، ١٢ ، ١٥ ،١٨

ح (رقم يقبل القسمة على ٣) = $\frac{م}{ن} = \frac{6}{20}$ = حدث بسيط

س٥ : صندوق بداخله ٢٠ ورقه متماسكة في الشكل اللون والحجم ، مرقمه من ١ إلى ٢٠ ، اختيرت من الصندوق ورقه واحده عشوائيا .
ما هو احتمال إن يكون عليها رقم يقبل القسمة على ٧؟

الاعداد التي تقبل القسمة على ٧ = ٧ ،١٤

ح (رقم يقبل القسمة على ٧) = $\frac{م}{ن} = \frac{2}{20}$ حدث بسيط

س٦ : صندوق بداخله ٢٠ ورقه متماسكة في الشكل اللون والحجم ، مرقمه من ١ الى ٢٠ ، اختيرت من الصندوق ورقه واحده عشوائيا .

ما هو احتمال إن يكون عليها رقم يقبل القسمة على ٣ أو ٧ ؟

كلمه (أو) معناها زائد (+) إذا يوجد لدينا حدثين أ =٣ و ب = ٧ إذا نطبق قانون الجمع

القانون : ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) − ح (أ ب)

$$= \frac{6}{20} + \frac{2}{20} - \frac{0}{20} = \frac{8}{20}$$

هل فيه ورقه مشتركه مابين (٧ و١٤) و (٣، ٦ ،٩، ١٢ ،١٥، ١٨)؟؟؟؟ الجواب لا يوجد

(أ) ٦ حالات للعدد ٣ هي (٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢، ١٥، ١٨)

(ب) حالتين للعدد ٧ اللي هي (٧ ، ١٤)

هل فيه حوادث مشتركه بينهم ؟ هل فيه ارقام مشتركه بينهم؟ هل رقم (أ) متكرر في (ب)؟

لا يوجد ارقام مشتركه مابين حدث (أ) و حدث (ب) يعني حادثين متنافيين يعني(صفر)

س٧ : صندوق بداخله ٢٠ ورقه متماسكه في الشكل اللون والحجم ، مرقمه من ١ الى ٢٠ ، اختيرت من الصندوق ورقه واحده عشوائيا .

ماهو احتمال ان يكون عليها رقم يقبل القسمة على ٣ أو ٥؟

ح (أ + ب) = ح (أ) + ح (ب) − ح (أ ب)

$$= \frac{6}{20} + \frac{4}{20} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20}$$

شرح الجواب:

(أ) ٦ حالات للعدد ٣ هي (٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢، ١٥، ١٨)

(ب) ٤ حالات للعدد ٥ اللي هي (٢٠،١٥،١٠،٥)

هل فيه حوادث مشتركه بينهم ؟ هل فيه ارقام مشتركه بينهم؟ هل رقم (أ) متكرر في (ب)؟ نعم هو رقم ١٥

س ٨ : يتكون مجلس أداره إحدى الشركات من ٥ محاسبين . ٧ مهندسين . ٣ اقتصاديين .

اختر أحداهما بطريقه عشوائية . ما هو احتمال إن يكون محاسبا أو مهندسا ؟ [اختار الاجابة الصحيحة]

١- ح (محاسب أو مهندس) = ح (أ + ب) = ١٢ ÷ ١٥

٢- ح (محاسب أو مهندس) = ح (أ + ب) = ١٢ + ١٥

٣- ح (محاسب أو مهندس) = ح (أ + ب) = ١٢ × ١٥

س٩ : أظهر نتائج العام الماضي أن نسبة النجاح في مادة الرياضيات هي ٧٠ % ونسبة النجاح في مادة المحاسبة هي ٨٠ % . اما نسبة النجاح في مادتي الرياضيات والمحاسبة معا هي ٦٠% . اختر احد ألطلبه عشوائيا . ما هو احتمال إن يكون ناجحا في الرياضيات أو المحاسبة ؟

١- ح (الرياضيات أو المحاسبة) = ح (أ + ب) = ٠,٥

٢- ح (الرياضيات أو المحاسبة) = ح (أ + ب) = ٠,٩

٣- ح (الرياضيات أ و المحاسبة) = ح (أ + ب) = صفر

س١٠ : يضم طلاب المستوى الأول في إحدى الكليات ٤٠ طالب سعودي . ١٢ طالب إفريقي . ٨ طلاب من أسيا اختر احدهما عشوائيا لأداء العمرة . ما هو احتمال أن يكون سعودي أو إفريقي؟

١- ح (سعودي أو أفريقي) = ح (أ + ب)= ٥٢÷ ٦٠

٢- ح (سعودي أو أفريقي) = ح (أ + ب) = ٥٢ + ٦٠

٣- ح (سعودي أ و أفريقي) = ح (أ + ب)= ٦٠ ÷ ٥٢

الحلقــة الخامســة

في قانون الضرب في الاحتمالات لابد أن نفرق بين نوعين اخرين من الحوادث حوادث مستقله وغير مستقله

الحوادث المستقله /

هي الحوادث التي لا تؤثر ولا تتأثر بغيرها من الحوادث ،(كل حدث قائم بذاته لا يؤثر ولا يتأثر لا علاقه بينهما)

الحوادث الغير المستقله /

هي الحوادث التي تؤثر او تتأثر بغيرها من الحوادث (يوجد علاقه تأثيره فيما بينهما)، او بمعنى اخر احدهما يعتمد على الاخر فأذا كان عندي حدثين (أ،ب) وهذان الحدثان مستقلان (أ) لايعتمد على (ب) اذاً احتمال وقوعهما معاً عباره عن احتمال لوحده (حصل ضرب احتمال وقوع الحدث لأخر) .

واذا كان الحدثين غير مستقلين، احدهما يعتد على الاخر ، اذاً الحدث الاخر لن يقع الا اذا وقع الحدث الاول ..مامعناها ؟

مثال /عندما اجعل احتمال ذهاب الاب الى المزرعه ٠,٨(ثمانيه من عشره) واحتمال ذهاب الابن الى المزرعه ٠,٦ (سته من عشره) هذان الحدثان مستقلان احتمال خاص بالاب لوحده ،واحتمال خاص بالابن لوحده ، اذاً هنا حدثين مستقلين

ولكن عندما اقول احتمال ذهاب الاب ٠,٨ (ثمانيه من عشره) واحتمال ذهاب الابن الى المزرعه بشرط ان يسبقه والده ، يعني الابن لن يذهب الى المزرعه الا اذا سبقه والده ، اذاً الحدث الثاني هو الابن اشترط لوقوعه حدث اخر هو ذهاب الاب..

قانون الضرب (الحوادث المستقله) = ح (أ ب) = ح (أ) × ح (ب)

شرح القانون: احتمال وقوع أ وَ ب = ح (أب) ، احتمال وقوع أ لوحده = ح (أ)، احتمال وقوع ب لوحده = ح (ب)

اذا كان (أ،ب) حدثان مستقلان ، فأن : (احتمال ذهاب الاب والأبن ، احتمال نجاح الرياضه والمحاسبه ، أي معناها كل حدث مستقل عن الثاني)

(/) تعني بشرط

قانون الضرب (الحوادث غير المستقله)

ح (أ ب)= ح (أ) × ح (ب / أ)

شرح القانون :

احتمال وقوع أ وَ ب ،احتمال وقوع أ لوحده =ح(أ) ، واحتمال وقوع ب بين قوسين بشرط ح (ب / أ) يقع ب بشرط وقوع أ .

اذا كان (أ،ب) حدثان غير مستقلان ، فإن : (معناها ان كل حدث يعتمد على الاخر ..

مثل الابن الذي لن يذهب الا اذا ذهب والده ...) ..(حرف الـ وَ الموجوده بين أ ب معناها ضرب ..)

سنطبق الان تلك القوانين بامثله :

س ١/ اذا كان احتمال ان يذهب الاب الى المزرعه هو ٠,٦ واحتمال ان يذهب الابن الى المزرعه بشرط ان يسبقه الاب هو ٠,٩ فما هو احتمال ان يذهب الاب والابن معاً الى المزرعه .؟..

الحل/ بفرض أن ح (أ) هو الأب = ٠,٦ و ح (ب/أ) = ٠,٩

والان نعوض بالقانون :

ح(أب) = ح (أ) × ح (ب / أ)

= ٠,٦ × ٠,٩ = ٠,٠٥٤

س٢ / اذا كان احتمال ذهاب احمد الى جده هو ٠,٧ ،واحتمال ذهاب خالد الى جده هو ٠,٦ ،

فما هو احتمال ذهابهما معا لجده؟

الحل .

احتمال ذهاب احمد ح(أ) = ٠,٧ و احتمال ذهاب خالد ح (ب) = ٠,٦

نعوض في القانون ح(أ ب) = ح (أ) × ح (ب)

= ٠,٧ × ٠,٦ = ٠,٤٢

س٣/ اذا كان احتمال ان يكون الطالب ناجحاً في الاحصاء هو ٠,٨ واحتمال ان يكون ناجحاً في الاحصاء والمحاسبه معاً هو ٠,٤ ماهو احتمال ان نجد طالباً ناجحاً في المحاسبه بشرط ان يكون ناجحاً في الاحصاء ؟..

الحل/

الاحصاء ح(أ)= ٠,٨ الاحصاء والمحاسبه ح (أ،ب) = ٠,٤

وكون المسأله طلب احتمال نجاح الطالب بماده المحاسبه بشرط ان يكون ناجح بالاحصاء ..هذا معناها ان نأخذ القانون الثاني وهو :

ح(أ ب) = ح (أ) × ح (ب / أ)

٠,٤ = ٠,٨ × ح(ب/أ)

ح(ب/أ) = $\frac{0.4}{0.8}$

س٤/ في احدى الادارات الحكوميه ، كانت نسبة الموظفين المتزوجين والمقيمين في منطقة الرياض هي ٤٠% ، بينما نسبة الموظفين المتزوجين هي ٧٠% ، اختبر احد الموظفين ، ماهو احتمال ان يكون مقيماً في الرياض بشرط ان يكون متزوجاً ؟

المتزوج :ح(أ) = ٧٠% =٠,٧ ،

المقيم بالرياض :ح(ب)

نسبة المتزوجين والمقيمين في الرياض ح (أب) = ٤٠% = ٠,٤

إذن : ح (أ ب) = ح (أ) × ح (ب / أ)

،٤ = ،٧ × ح (ب / أ)

= $\frac{،٤}{،٧}$

ملاحظة :

إذا وُجدنا نسبة في السؤال فهي تعني (احتمال) ،،،

والعدد النسبي يجب ارجاعه الى اصله

مثال : ٧٠% = ٧٠ / ١٠٠ = ٧.

الحلقه السادسه

الفصل الثاني : الدالة الاحتمالية

الفرق بين الداله الرياضيه والداله الاحتماليه ،

ماهي الداله؟. وماهي الداله الاحتماليه ؟

الداله/ هي العلاقه بين المتغيرين أ حدهما مستقل ويرمز له بالرمز س ،، و الاخر متغير تابع ويرمز له بالرمز ص .

والعلاقه بين التابع وبين المستقل تكتب في صوره عامه **ص = د (س)** ،

معناها ان متغير ص هو المتغير التابع ويعتمد على المتغير المستقل

المتغير المستقل /هو المتغير الذي تتحدد قيمه مسبقاً ، وتحدد فيه فيما بعد قيمه المتغير التابع .

مثال : لو اخذنا متغيرين مثل الدخل والانفاق، الدخل يعتبر متغير مستقل تحدده الدولة ، فلان راتبه ٥ الاف ريال يتحدد فيما بعد ، الانفاق . إذاً الانفاق يعتبر متغير تابع والدخل متغير مستقل .

مثال اخر العلاقه بين تكليف الوحده المكلفه واسعار الماده الخام ،

واضح ان عندما يتحدد سعر الماده الخام يتحدد فيما بعد تكلفة الوحده المنتجه ، أي انه بزياده او انخفاض اسعار مواد الخام يتحدد فيما بعد تكلفة الوحده المنتجه ، اذاً تكلفة الوحده المكلفه متغير تابع ، واسعار مادة الخام متغير مستقل .

مثال اخر سعر السلعه في السوق وقيمة الطلب عليها ، العلاقه بين السعر وقيمة الطلب ، واضح لما يتحدد السعر يتحدد فيما بعد قيمة الطلب أي ان كمية الطلب من سلعه معينه لن تتحدد الا اذا تحدد السعر فأذا ارتفع او انخفض السعر يتبع ذلك انخفاض او ارتفاع الكميه المطلوبه اذاً الطلب على السلعه المعينه متغير تابع والسعر المتغير مستقل ، أي ان الطلب يعتمد على السعر ..

مثال اخر كمية السماد المعطى للأرض وننتظر اخر السنه لنرى الانتاج ، واضح لما انا احدد مسبقاً ، كمية السماد فيما بعد يتحدد الانتاج . اذاً بتغيير السماد ، زياده او نقص ، يتبع ذلك تغير في كمية الانتاج وبالتالي بقول ان الانتاج متغير تابع والسماد متغير مستقل .

العلاقه بين ص وَ س : هو القانون الذي يربطهم مع بعض ، هذه العلاقه قد تكون علاقة الخط المستقيم

مثل ص = ٥س +١، وقد تكون علاقه منحنى بالدرجة الثانيه مثل ص= ٢ س + س٢ + ١ ، هذه امثله لأشكال العلاقات بين س وَ ص ، .

اذاً حرف الدال في القانون العلاقه بين س وَ ص وهو : ص = د (س) ، حرف الدال هنا هو شكل العلاقه بين س وَ ص

وقد يكون هذا القانون الذي يربط ص وَ س قانون درجه اولى ، وقد تكون معادله درجه ثانيه ، او من الدرجة الثالثه ، ، معادله لوغارتمايه او معادليه اسيه ، الى اخره ، هذا تعريف الداله الرياضيه .

الدالة الاحتمالية تعريفها لا يختلف عن الدالة الرياضية

هي علاقة بين متغيرين متغير مستقل **س** ونسميه متغير عشوائي ،، ومتغير تابع **ح(س)**نسميه احتمالات الحدوث لهذه القيم .

اذاً، دالة الاحتمال هو العلاقة بين **س** وَ **ح (س)** هذا هو متغير س واحتمالات حدوثه .

العلاقة بين س وَ ح(س) إما أن تكون في شكل جدول أو في شكل قانون ، عندما يأتي في شكل القانون

– جماعة الإحصاء يسموها التوزيع الاحتمالي – وجماعة الرياضيات يسموها القانون .

مثال . ألقيت قطعتي عمله مره واحده (إلقاء قطعتي عمله مره واحده تعني إلقاء قطعه واحده مرتين متتاليتين ، عندما ارمي القطعة مرتين ، كأني رميت قطعتين مره واحده) ؟

المطلوب :

أولاً : حدد فراغ العينة ، ثانياً : أوجد دالة الاحتمال للمتغير (س)، حيث أن س ترمز لعدد مرات ظهور الصورة .

الحل :

يقصد بفراغ العينة عدد حالات الكلية لتجربه ، فعندما القي قطعتي عمله مره واحده فان فراغ العملة للعينة = ٢ حاله للقطعة الأولى وَ ٢ حاله للقطعة الثانية أي = ٢ × ٢ = ٤ حالات كليه .

نواتج رمي قطعتي العملة :

القطعة الأولى	القطعة الثانية
ص	ص
ص	ك
ك	ص
ك	ك

عندما ارمي القطعتين ،.. ماذا يحصل ؟؟،،

قد تكون النتيجة الصورة على الأولى وصوره على الثانية ، وممكن يأتي صوره على الأولى وكتابه على الثانية (رمز صوره بالمسألة هو ص ، ورمز الكتابة ك) . إذاً عندما ارمي قطعتين ممكن أن يأتي صوره على الأولى وكتابه على الثانية أو العكس ، كتابه على الأولى وصوره على الثانية . أو لا تأتي صور أبداً تكون كتابه وكتابه ،

إذاً أي فرد يقوم بتجربة رمي قطعتي عمله لابد أن تظهر له حاله واحده فقط من بين ٤ الحالات الموجودة ، إما أن تأتي صوره وصوره ، أو صوره وكتابه ، أو كتابه وصوره أو كتابه وكتابه ، هذه ٤ حالات عندما أقوم بالتجربة تأتي حاله واحده فقط ، الحالات الأربع هي الفراغ العينة ،،، هذا هو المطلوب الأول .

المطلوب الثاني :

في الطلب الثاني يريد دالة الاحتمال علاقة بين متغيرين بين س وَ ح (س) ، إذاً لكي أقوم بعمل جدول دالة الاحتمال يجب يتوفر لي القيم س وَ ح (س) ، هنا س معناها عدد مرات ظهور الصور ، أي معناه إما أن يأتي صورتين بالأولى والثانية أو صوره واحده فقط ولكن إما على القطعة الأولى أو القطعة الثانية ، أو لا يأتي صور أبداً،

ح(س) أي ما احتمال وقوع الحدث ، ما هو احتمال أن **س = ٢** يعني تأتي صورتين ، كم حالة عندي فيها صورتين هي حاله واحده فقط (كما هو موضح بالجدول السابق) من ٤ حالات ، إذاً احتمالها ١ على ٤ (١/٤) .

ما هو الاحتمال أن **س = ١** (ما هو الاحتمال أن تظهر الصورة مره واحده) ننظر عندنا كم حالة في الـ س بـ واحد (يعني صوره واحده) كم حالة تظهر فيها الصورة مره واحده ، هناك حالتين إما أن تظهر على الأولى أو على الثانية ، إذاً هي حالتين من ٤ حالات كليه اذاً احتمال ظهورها هي (٢/٤) .

وكما قلنا أن **س** إما ن تكون ١ أو ٢ أو ٠ (إما صورتين أو صوره أو ولا صوره .. معنى ولا صوره أي ظهور كتابه . والمطلوب ظهور الصورة فقط) إذاً الحالة الثالثة هي أن **س = ٠** ، صفر معناها لا يوجد صوره ، كم حالة من لا يوجد فيها صور ، هي حالة واحده ظهرت في القطعتين الكتابة ولم تظهر الصورة ، إذاً س = صفر معناها لا يوجد صور أبداً . إذاً هي حاله واحد من أربع حالات أي ١ على ٤ (١/٤)

س	عدد الحالات	ح (س)
٢	١	١/ ٤
١	٢	٢/ ٤
صفر	١	١/ ٤
المجموع	٤	

س كما هو موضح في الجدول هو عدد مرات ظهور الصور ، فعندما:

س = ٢ ، أي كم حالة تظهر الصورة مرتين ، هي حالة واحده إما بالأولى أو الثانية أي احتمالها (١/٤) ،

س = ١ يعني صوره واحده ، في كم حاله عليها صوره واحده هي حالتين على الأولى على الثانية ، إذاً احتمالها (٢/٤) ،

س = صفر أي ولا صوره ، هي حالة واحده من ٤ حالات أي احتمال ظهورها هي ربع (١/٤) .

إذاً كما هو موضح بالجدول عامود **س** والعامود **ح (س)** ، هذان العامودان يسميان **دالة الاحتمال** ، على شكل جدول .

مثال آخر : ألقيت ٣ قطع عمله مره واحده فقط (او ألقيت قطعة عمله واحده ٣ مرات متتالية) . المطلوب :

- حدد فراغ العينة أوجد دالة الاحتمال للمتغير (س) حيث (س) نرمز له لعدد مرات ظهور الصورة ؟.

الحل / فراغ العينة : عندما أرمي قطعة مرة واحدة = لها حالتين كلية ، وعندما نرميها مرتين = ٢ X ٢ =٤ .

وعندما نرميها ٣ مرات = القطعة الأولى لها حالتين والقطعة الثانية حالتين والقطعة الثالثة حالتين= ٢ وَ ٢ وَ ٢ . هنا نضرب ولا نجمع ،، ٢×٢×٢= ٨ حالات ، أي عندما أرمي ٣ قطع عمله ، ستظهر لي حالة واحده فقط من ٨ حالات ممكنه ، أي رمي ٣ قطع عمله نواتجها الكلية أي عدد حالات الكلية الممكنة ٨ حالات ، ولكن عند تنفيذ التجربة ستظهر حاله واحده فقط من ٨ حالات ، ما هي ٨ الحالات .

نواتج رمي ٣ قطع عمله

	القطعة الأولى	القطعة الثانية	القطعة الثالثة
الحالة الأولى	ص	ص	ص
الحالة الثانية	ص	ص	ك
الحالة الثالثة	ص	ك	ص
الحالة الرابعة	ك	ص	ص
الحالة الخامسة	ص	ك	ك
الحالة السادسة	ك	ص	ك
الحالة السابعة	ك	ك	ص
الحالة الثامنة	ك	ك	ك

لنتخيل رمي ٣ القطع ستكون النتيجة ٣ صور ، فستكون النتيجة صوره لكل قطعه (كما هو الحال في الحالة الأولى) ، ولكن ممكن أيضاً أن تكون صورتين فقط، أي القطعة الثالثة كانت كتابه (والمسألة تريد الصورة فقط) كما هو موضح في الحالة الثانية والثالثة والرابعة ، أي هناك حالة ظهور الصور مرتين هي ٣ مرات إما على القطعة الأولى والثانية أو القطعة الأولى والثالثة أو القطعة الثانية والثالثة ، أو ممكن تأتي الصورة مره واحده والباقي كتابه ، إما أن تكون بالقطعة الأولى والباقي كتابه أو على القطعة الثانية والباقي كتابه أو على القطعة الثالثة والباقي كتابه . إذاً هناك ٣ حالات تأتي فيها الصورة مره واحده ، أو ممكن أن لا تأتي صور أبداً وهي مره واحده فقط ، وعلى ذلك استنتجنا أن :

ظهور الصور في كل الحالات : تكون مره واحده فقط

ظهور صورتين فقط والثالثة كتابه : ٣ مرات

ظهور صوره واحده فقط والباقي كتابه : ٣ مرات

عدم ظهور الصورة وتكون كل القطع كتابه : مره واحده فقط

مجموع المرات هنا هي ٨ ، أي هناك ٨ حالات ، و س هنا هو عدد مرات ظهور الصورة ، وهنا ممكن س تون تساوي صورتين أو ٣ صور أو صوره واحده أو صفر ، إذاً المتغير س يأخذ القيم ٣ وَ ٢ وَ ١ وَ صفر (القيم هنا أي إمكانية ظهور الصور)

دالة الاحتمال للمتغير (س)

س	عدد الحالات (ك)	ح (س)
٣	١	٨/١
٢	٣	٨/٣
١	٣	٨/٣
صفر	١	٨/١
المجموع	٨	١

عندما س = ٣ (متى يكون امكانية ظهور الصوره ٣ مرات) تكون مره واحده اذاً نضع في عامود ك عدد حالات ظهور الصور ٣ مرات وهي حالة واحده ، أي امكانيه ظهور الصور ٣ مرات من ٨ حالات ممكنه أي ٨/١ نضعها في عامود ح (س)

عندما س = ٢ (متى تكون امكانيه ظهور الصوره مرتين) تكون ٣ مرات ، اذاً نضع في عامود ك عدد الحالات ظهور الصور وهي ٣ مرات ، أي امكانية ظهور الصور مرتين هي ٣ حالات من ٨ حالات ممكنه أي نكتب في عامود ح (س) ٨/٣ ،

عندما س = ١ (متى تكون امكانية ظهور الصوره مره واحده) تكون ٣ مرات اذاً نضع في عامود ك عدد حالات ظهور الصوره مره واحده وهي ٣ مرات ، أي امكانية ظهور الصوره مره واحده هي ٣ حالات من ٨ حالات ممكنه ، أي نكتب في عامود ح (س) ٨/٣ ،

عندما س = صفر (أي امكانية عدم ظهور الصوره وتكون جميع الحالات كتابه) تكون مره واحده فقط أي نضع في عامود ك رقم واحد وهي امكانية عدم ظهور ولا صوره في القطع ، وهذه تكون حالة واحده من ٨ حالات ممكنه أي ٨/١ ونضع هذا العدد في عامود ح (س)

في هذه الحلقة عرفنا كيفية استنتاج دالة الاحتمال من خلال مثالين . مثال القاء قطع العمله مرتين ومثال القاء قطع العمله ٣ مرات ،

الحلقــة السابعــة

سنتحدث عن بعض الخصائص الاحصائيه الهامه لدالة الاحتمال / القيمه المتوقعه والتباين .

عند دراسة أي ظاهره من الناحيه الاحصائيه لا بد من دراسة **القيمه المتوقعه والتباين**.

القيمه المتوقعه (الوسط الحسابي) / رمزه ميوا (μ) وهو حرف يوناني او لاتيني وهذا من الحروف الثابته في علم الاحصاء.

القيمه المتوقعه للمجتمع = (μ) = مجـ س × ح (س) ...

(مجـ) معناها مجموع ميم.. معلومة : حسابه للمجتمع

التبـاين /رمـزه σ^2 (سيجما تربيع) هـو مقيـاس احصـائي يقـيس درجـة تشـتت وتبـاين وتباعـد المفـردات ، فلـو كانـت القراءات قريبه جدا من بعضها ، اقول عنها انها قليلة التشتت أي شبه متجانسه ، ولو كانت متباعده عن بعضها جدا اسميها ارقام متباينه غير متجانسه.

σ^2 = مجـ س ٢ × ح (س) − μ)) ٢

اذاً عند دراسة أي ظاهره ، الاطوال والاوزان والاعمار والرواتب ،،الخ ، هذه الظواهر لكي ادرسها احصائياً

لابد من حساب مقياسين مهمين وهما : (مقياس القيمه المتوقعه ،، التباين)

مثال : في تجربه القاء قطعة نرد سليمه مره واحده (زهرة النرد هي عباره عن مكعب له ستة اوجهه ، الوجه الاول مكتوب عليه ١ ، الوجه الثاني عليها نقطتين ٢ ، والوجه الثالث ٣ نقط ، والوجه الاخير رقم سته عليه ٦ نقط ، اذاً زهرة النرد مكونه من ٦ اوجهه مرقمه من ١ الى ٦ على هئية نقط) هنا المسأله احسب القيمه المتوقعه والتباين للمتغير س معناها عدد النقط التي تظهر على السطح العلوي بالقطعه)، عندما ارمي قطع النرد للمره الواحده ؟

شرح : ما هي الاحتمال ظهور رقم ١ رقم الواحد كم مره موجوده بالمكعب ،،

موجودة مره واحدة ،، من كم حالة كلية ٦ من ٦ حـالات (٦ اوجه)،،إذاً احتمال ظهور رقم واحد مرة واحدة وتكون ١ على سته ، وماهي احتمال ظهور رقم ٢ في المكعب ، احتمال ظهورها مره واحده من ٦ اذاً ١ على ٦ ،

وماهي احتمال ظهور رقم ٣ ،احتمال ظهورها مره واحده اذاً ١ على ٦ ، ،وهكذا ،،

اذا الست حالات هذه اسمها فراغ العينه ،

رمي قطعة نرد مره واحده لها كم حاله كليه ؟؟،،، لها ست حالات اما ان تأتي ١ او ٢ او ٣ او ٤ او ٥ او ٦ ،

اذاً س هـــي عـــدد الـــنقط ، والاحتمـــالات متســـاويه ..

اذاً س و ح (س) العامودان الاول والثاني يسميان بداله الاحتمال على شكل جدول .

(µ) = مج س × ح (س) وهذا الناتج عباره عن

مج س ح (س) = $\frac{21}{6}$ = ٣,٥

ح (س) ٢ س	س × ح (س) هو حاصل الضرب	ح (س)	س
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	١
$\frac{4}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	٢
$\frac{9}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{6}$	٣
$\frac{16}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{6}$	٤
$\frac{25}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$	٥
$\frac{36}{6}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{1}{6}$	٦
$\frac{91}{6}$	$\frac{21}{6}$	١	المجموع

واما عن التباين اضيف عامود جديد س ٢ ح (س) ، هذا العامود الأخير هو الذي نستطيع منه نأتي بالتباين ،

وهذه صيغة التباين σ ٢ = مج س ٢ ح (س) – (µ)٢

$$= \frac{91}{6} - \left(\frac{21}{6}\right)^2 = 2.92$$

التباين = ٢,٩٢

الانحراف المعياري = σ= الجذر التربيعي للتباين = ١,٠١

مثال اخر : القيت ٣ قطع عملة مره واحده (بمعنى اخر القاء عملة واحده ٣ مرات ورى بعض) المطلوب :

١) حدد فراغ العينة.

٢)اوجد دالة الاحتمال للمتغير (س) حيث س نرمز لعدد مرات ظهور الصورة .

٣)القيمة المتوقعة والتباين وكذلك الانحراف المعياري .

الحل :

١ – القاء العمله ٣ مرات ، اذاً فراغ العينه للحالات الكليه يكون اذاً ، ٢ ×٢×٢= ٢^3 = ٨ حالات

٢ – الان اريد دالة الاحتمال للمتغير العشوائي س ، عرف السؤال هنا ان س هو عدد مرات ظهور الصوره ،

(س هذا متغير عشوائي ، تفسيره ومعناه يختلف من مسأله الى اخرى ، من ظاهره الى اخرى ، هنا س عدد مرات ظهور الصوره ، وقد تتعدد احوال الـ س من مسألة الى اخرى فلا تقتصر على شكل او صوره واحده في جميع المسائل بل يختلف مفهومه وتعريفه من حاله الى اخرى)

عندما ارمي ٣ قطع العمله ماذا يحصل ؟ .. ممكن ياتي ٣ صور وممكن ياتي صورتين او صوره واحده او صفر .

وأما عن احتماال ، فعندما س = ٣ صور ، احتمال ٣ صور هذه لانها مرت في حاله واحده وفيها ٣ صور على ٣ قطع من ٨ حالات اذاً احتماله هو ١ على ٨ (١/٨)،

س = ١ معناها يعين صوره واحده واحتمالها ، الصوره الواحده ستظهر ٣ مرات اما على القطعه الاولى او القطعه الثانيه او القطعه الثالثه اذاً احتمالها ٣ على ٨ (٣/٨) ،

س= صفر يعني لا تاتي ولا صوره هذه بتحصل حاله واحده فقط من ٨ حالات أي احتماله هو ١ على ٨ (١/٨)،

(... عامود س له متغير عشوائي اما ٣ صور او صورتين او صوره واحده او ولا صوره ،

هذا المتغير هل هو متغير متقطع او متغير متصل ؟؟..متغير متقطع او لا يقبل قيم كسريه مثل ٣ ونص صوره او واحد وربع صوره هذه القيم لا تقبل هذه الاعداد لانها قيم كسريه لا يأخذ الا اعداد فقط مثل ٠،١،٢،٣، ....ولكن لو كان متغير متصل يقبل القيم الكسريه ...)

استخرجنا فراغ العينه وهو س واستخرجنا دالة الاحتمال وهي ح (س)، بقي لدينا القيمه المتوقعه والتباين .

٣ – كقاعده عامه عندما يأتي س و ح (س) كجدول فيها هذان الصيغتان من غير ما افكر ومن غير ما أقرأ المطلوب على اطول استخرج س ح (س) وَ س٢ ح (س) ،

س ح (س) هو المتوقع واستخرجه كما المثال ومن ثم استخرج المجموع . ومجموعها هو ١،٥

س٢ ح (س) هو التباين واستخرجه كما المثال الاخر واستخرج المجموع ومجموعها هو ٣

ومثل مانعرف قانون التباين هو مجـ س ٢ ح (س) – (μ)٢ >> تربيع

مجـ س ٢ ح (س) هو = ٣

(μ)٢ هو ١،٥ تربيع = ٢،٢٥

ناخذ المجموعين ونطرحهما كما هو مطلوب من القانون ويكون الناتج ٠,٧٥ هذا العدد هو التباين

اذاً الانحراف المعياري هو جذر ٠,٧٥ ويكون الناتج هو قيمه الانحراف المعياري

س	ح (س)	س ح (س)	س٢ ح (س)
٣	٨/١	٨/٣	٨/٩
٢	٨/٣	٨/٦	٨/١٢
١	٨/٣	٨/٣	٨/٣
صفر	٨/١	صفر	صفر
المجموع		٨/١٢ = ١,٥	٨/٢٤ = ٣

اذاً لنتذكر دائماً عندما يكون عندي عامود س وَعامود ح(س) تلقائيا

استخرج صيغ س ح (س) وَ س٢ ح (س)

في هذا الاحتمال يعطنا دالة الاحتمال وتكون جاهزه وليس مثل ماسبق من الامثله ،

(لان الامثله السابقه نحن من استخرج دالة الاحتمال)،

في هذه الحلقه تكلمنا عن كيفية اشتقنا دالة الاحتمال ، وعرفنا ماهو فراغ العينه ، وحلينا مثالين ،

مثال عن القاء العمله مرتين والقاء قطع العمله ٣ مرات ،و مثال اخر عن القاء قطع النرد مره واحده ،،

هذه الامثله الثلاثه كان مطلوب فيهم ايجاد دالة الاحتمال ،

يعني المطلوب فيهم ايجاد قيمه س وَ ح(س) ، واخر شيء تكلمنا عنها القيمه المتوقعه والتباين ،

طالما كان هناك عامودين س وَ ح(س)

اذاً لابد من اضافة عامودين اخريين الاول س ح(س) واجمعه لأجل اعطائي التوقع ، والعامود الاخر س٢ ح (س)

واستخرج منه قانون التباين .

الحلقـة الثامنـة

المثال (٥) بفرض ان المتغير س له دالة الاحتمال التالية ..

س	٢−	١−	٠	١	٢
ح (س)	٠,١	٠,٣	٠,١	٠,٣	٠,٢

المطلوب

١ – القيمة المتوقعة ٢– التباين والانحراف المعياري

المتغير س يمكن أن يا خذ قيم سالبه زي درجات الحرارة سالبه

وقد تكون بعض القيم موجبه وبعضها سالبه وقد تكون القيم صفر

اما / (ح س) فهذا احتمال ولزم يكون موجب قيمة كسرية موجبة تقع بين الصفر والواحد

المهم المثال نريد التوقع والتباين حتى لو لانعلم ماهو المطلوب اذا وجدت س وَح س مباشره اريد التوقع والتباين ..

اذا اخذا الجدول واعدله على هيئة اعمده رئيسيه العمود الاول س ،، والعمود الثاني ح س س وح س الدلة الاحتمال لكن هي موجودة جاهزة بالسؤال في الحلقة ٧ احنا الذي اشتقناها س وح س ان يتم اشتقاقها وهي ٣ مسائل تحفظوهم دالة الاحتمال ما خلاء هذا اتجيك دالة احتمال جاهزه الحل ..لا حظ في هذا المثال ان دالة الاحتمال معطاه ولكن المطلوب هو كل من التوقع والتباين . لا يجاد القيمه المتوقعة وتباين .يلزم تكوين الجدول التالي :

س	ح (س)	س ح (س)	س٢ ح(س)
٢−	٠,١	٠,٢−	٠,٤
١−	٠,٣	٠,٣−	٠,٣
صفر	٠,١	صفر	صفر
١	٠,٣	٠,٣	٠,٣
٢	٠,٢	٠,٤	٠,٨
المجموع	١	٠,٢−	١,٨

تبقى دالة الاحتمال س وح س من غير ما اقراء المطلوب على طول س ضرب ح س

لم اجمعها يعطيني التوقع الوسط الحسابي س٢ ح (س)لم اجمعها يعطيني جزاء من التباين وهذا هو الذي طلبه

يبق عمود س — او +لنو س متغير زي ما قلت درجات الحرارة قد تكون —او +لما اضر ب س ٢ في ح (س)

يعطيني القانون التباين مربع −٢ بي +٤او بي ٠,٤مربع −١ بي +١في ٠,٣=٠,٣مربع صفر في واحد من ١٠ في صفر مربع ١ في ٠,٣=٣,مربع ٢ بي ٤ في ٢من ١٠ بي ٨من ١٠

اذن انتبه عمود س٢ ح (س)جميع قيمة لا بد ان تكون موجبه

ام س ح (س)قد يكون قيم — و+

لمن اعوض في القانون حق التباين التباين مج س٢في ح (س)وهي ١,٨–نيو ٢الناتج النهائي يطلع التباين

عرفت التباين تاخذا الجذر التباين يطلع الانحراف المعياري القيمه المتوقعة –١١–مجـ س ح (س)–٠,٢ س٢ — التباين — مجس٢

ح (س)–(س)٢–١٨،–٢(٠,٣)–٢–١,٨–٠,٠٤–١,١٦

اما الانحراف المعياري س فهو جذر التباين أي جذر القيمة ١,٧٦

فان الانحراف المعياري –١,٣٢٦

اخر نقطه في الموضوع الدول الاحتمالية خصائص او شروط الدالة الاحتمالية

متى تسمى ح س وح س الدالة الاحتمالية؟؟ اذا تحقق شرطين والشرطين يتعلقون بعمود ح (س) وليس بي (س)

– ان كل احتمال دائم عن أي قيم من قيم س قيم كسريه +زي ٠,١ ٠,٢ ٠,٣

فيطلع ح (س) كله قيم + وليس ــ اول شرط ان كل احتمال س قيم كسرية + بين صفر والواحد

يمكن يصبح يوصل صفر فهذا احدث مستحيل،، يمكن يوصل واحد حدث مؤكد ،، لكنه دائما بين صفر والواحد قيم كسرية +

لو نظرت في ح (س) كلهم + ا

– لشرط الثاني مجموع ح (س) لابد ان يكون مجموعها يساوي ١ لو طلع المجموع اصغر من ١ ليس دالة احتمال

لو طلع اكبر من الواحد ليس دالة احتمالية

متى تصبح الدالة احتمالية اذا كان مجموعها يساوي ١ الشرط والخصائص مكتوبه هكذا

متى يقال على الدالة احتمالية ؟

يقال عن أي دالة احتمالية اذا تحقق فيها الشروط التاليه معا :

١– قيمة الاحتمال الاي قيمة من قيم (س) تقع بين ٠ و١ الصحيح أي قيمة كسرية موجبة

ويكتب هذا الشرط على النحو التالي : ١اكبر او يساوي ح (س) اكبر او يساوي صفر من الممكن ان تصل الاحتمال بي الصفر

او ان يصل ايضا الى واحد صحيح لكن لا يمكن ان يقل عن الصفر أي يصبح —

ولا يمكن ان يزيد عن ١ وانما دائما يبقى بينهما

٢– مجموع قيم الاحتمال لكل قيم المتغير س تساوي ١ صحيح

ويكتب هذا الشرط على النحو التالي : مد ح (س) –١

ويلاحظ ان هذا الشروط قاصرة فقط على ح (س) اما المتغير س فليس عليه اية قيود فه اا

يكون موجبا او سالبا مثل درجة الحرارة او بعض قيمة + ولا خري ــ وايضا يمكن ان ياخذا قيمة ٠

مثال (٦) :

س	١	٢	٣	٤	٥
ح (س)	٠,٢	٠,٤	٠,٣	٠	٠,١

الحل : الدالة السابقة دالة احتمالية الان الشرطين متحققين وهما :

١- جميع قيم الاحتمالات ح (س) قيم موجبة أي تقع بين ٠ و١

٢- مجموع الاحتمالات أي مد ح (س)=١، (٠,٢+٠,٤+٠+٠,١= ١)

مثال ٧ : بين ما اذا كانت الدالة احتمالية ام الا مع ذكر السبب :

س	-٢	-١	٠	١	٢
ح (س)	٠,٢	٠,٤	٠,٣	٠,٥	٠,٢

اذا اردنا راى اذا ادالة احتماليه ام الا ننظر الي ح (س) ولا ننظر الى س الحل :

على الرغم من الشرط الاول من شروط دالة الاحتمال متحقق وهو ان جميع قيم الاحتمالات ح (س) قيم +

أي تقع بين ٠ و١ الا ان هذه الدالة ليست دالة احتمالية ،

الا أن الشرط الثاني من شروط دالة الاحتمال غير متحقق فجميع الاحتمالات السابقة اكبر من ١

(٠,٢+٠,٤+٠,٣+٠,٥+٠,٣=١,٦)

الاحظ اننا لم نتعرض للمتغير س سواء كان + او- فا الشروط كلها تتعلق بالاحتمال ح (س)

مثال ٨ ما اذا كانت الدالة التالية تعتبر دالة احتمالية ام لا مه ذكر السبب

س	-١	٠	١	٢
ح (س)	٠,٢	٠,٤	-٠,٣	-٠,٢

الحل : هذه الدالة ليست دالة احتماليةلان شروط دالة الاحتمال غير متحقق لوجود قيم احتمالية – (-٠,٣، -٠,٢)

مثال /٩ بين ما اذا كانت الدالة التالية تعتبر دالة احتمالية ام لا مع ذكر السبب :

س	٢-	١-	٠	١
ح (س)	٠,٢	٠,٣	٠,٣	٠,١

يجب ان يكون ناتج ح (س) مجموعه ١ بالضروره بينما انه هنا الناتج ٨.

الحل : على الرغم من الشرط الاول من شروط دالة الاحتمال متحقق وهو ان جميع قيم الاحتمالات ح (س) قيم + أي تقع بين ٠ و ١ الا ان هذه الدالة ليست دالة احتمالية لأن

الشرط الثاني من شروط الاحتمال غير متحقق فمجموع الاحتمالات السابقة اقل من ١ (٠,٢+٠,٣+٠,٣+٠,١=٠,٨)

لا حظ اننا لم نتعرض للمتغير س سواء كان موجبا او سالبا فا الشروط كلها تتعلق بالاحتمال ح (س)

مثال/ ١٠ : في الجدول التالي : المتغير العشوائي (س) يمثل عدد السيارات المباعه في اليوم الواحد اما ح (س) فتمثل احتمال ان يتم بيع هذا العدد من السيارات

س : عدد السيارات	٠	١	٢	٣
ح (س)	٠,٤	٠,٣	ك	٠,١

س عدد السيارات   ح (س) الاحتمال / احتمال الايباع سيارات وهذا ٠,٤احتمال ان يبيع سيارة وهذا ٠,٣ احتمال يبيع سيارتين وهذك مجهول احتمال يبيع ٣ سيارات وهذا ٠,١احتمال ضعيف

المطلوب من السوال وعلى فرض ان المتغير س يحقق شروط دالة الاحتمال

المطلوب : ١- ايجاد قيمة المجهول ك   ٢- قيمة ح (س =١)   ٣-قيمة ح (س = ٠)   ٤-قيمة ح (س اصغر من ٢)

٥- قيمة ح (س اصغر او يساوي ٢)   ٦- قيمة ح (س اكبر من ١)   ٧-قيمة ح (س اكبر او يساوي ١)

٨ –اوجد القيمة المتوقعة   ٩- اوجد قيمة التباين   ١٠-اوجد الانحراف المعياري.

الحل :

١- قيمة ك هي القيمة التي تجعل مجموع الاحتمال =١ ك =٠,٢اجمع ٠,١+٠,٣+٠,٤-١=٠,٢

وعلى ذالك يصبح حالة الاحتمال على الصورة التالية :

عدد السيارات	٠	١	٢	٣
ح (س)	٠,٤	٠,٣	٠,٢	٠,١

٢- قيمة ح (س= ٠) = ٠.٤   قيمة ح (س =١) = ٠,٣

قيمة ح (اصغر من ٢)= ٠,٣+٠,٤=٠,٧

وش الاقل من الاثنين او يساويه وهي ٠ و ١   وتدخل ٢ نجمع احتمالتها

قيمة ح(س اصغر او يساوي٢)= ٠,٢+٠,٣+٠,٤=٠,٩

قيمة ح (س اكبر من ١) = ٠,٢+٠,١=٠,٣

قيمة ح (س اكبر او يساوي ١) =٠,٣+٠,٢+٠,١=٠,٦

وش الاكبر من ١ او يساويه ٢و٣و١ تجمع قيمها

٨- القيمة المتوقعة زي ما عرفين لزم نكون عمودين س و ح (س)

س	ح (س)	س ح (س)	س٢ ح (س)
٠	٠,٤	٠	٠
١	٠,٣	٠,٣	٠,٣
٢	٠,٢	٠,٤	٠,٨
٣	٠,١	٠,٣	٠,٩
المجموع	١	١	٢

القيمة المتوقعة

(μ) = مجـ س × ح (س)

=١= مجـ س ح (س) = ١

σ٢= مجـ س ٢ × ح (س) – μ))٢

التباين = س ٢ = مجـ س ٢ ح (س) –(١١) هذي علمت نيو =٢-(١) ٢=٢-١= ١

الانحراف المعياري = س = جذر التباين أي الجذر القيمة : ١

اذاً الانحراف المعياري =١

مختصر /

في الحلقات السابقه تحدثنا في موضوع الاحتمالات ، وكانت الاحتمالات فيها

اما ان نتحدث عن احداث بسيطه و احداث مركبه ، واحداث المركبه تعني وجود اكثر من حدث ،

في الاحداث المركبه تكلمنا عن قانون الجمع وقانون الضرب ،

الموضوع الثاني كان موضوع دالة الاحتمال فيها تكلمنا عن تعريف دالة الاحتمال

ووجدنا علاقه بين المتغير عشوائي س واحتمالات الحدوث ح (س)،

العلاقه اللي بين س وَ ح (س) اما ان تكون في شكل جدول وهذا ان موضوع الحلقات السابقه ،

وايضاً في الحلقات السابقه تكلمنا عن خصائص المتغير العشوائي س وهما التوقع والتباين ،

وتكلمنا عن شروط دالة الاحتمال ..متى الدالة اسميها دالة احتماليه ،

وكانوا شرطين يتعلقوا باحتمالات ح (س) ، هذا الاحتمال دائماً يقع بين الصفر وَ الواحد ،

والشرط الثاني بان يكون مجموع الاحتمالات يساوي واحد صحيح .

الحلقــة التاسعــة

التوزيعات الاحتماليه :

ماهو المقصود بالتوزيعات الاحتماليه ؟ ؟

قلنا سابقاً ان دالة الاحتمال هي علاقه بين س وَ ح(س)

و هذه العلاقه ام ان تكون في: شكل جدول واسميها دالة الاحتمال . و

اما ان تكون في شكل قانون يربط س مع ح (س) ، وتسمى بالتوزيع الاحتمالي ،

والمتغير العشوائي س اياًكان متقطع او متصل ، له دالة احتماليه عندما ترسم هذه الدالة بيانياً بتأخذ شكل منحنى ، هذا المنحنى

اما ان يكون : منحنى متماثل يعني قمة المنحنى في المنتصف كما سنراه فيما بعد ،

او قمة المنحنى في اليمين او في اليسار عموماً أي ظاهره

(سواء كانت اطوال ، اوزان ، اعمار ، درجات ،انتاج ، ارباح،...) اياًكانت الظاهره فلها دالة احتماليه.

التوزيعات الاحتماليه اللي سناخذها ٣ توزيعات وهي :

١ــ توزيع ذو حدين

٢ــ توزيع بواسون

٣ــ التوزيع الطبيعي

☑ التوزيع الاول والثاني هما يتعاملان مع المتغيرات المتقطعه.

☑ والتوزيع الثالث يتعامل مع المتغيرات المتصله او المستمره .

ماهو الفرق بين المتغيرات ؟

المتغيرات المتقطعه هي متغيرات لا تقبل قيم كسريه (مثل عدد افراد الاسره ، عدد المساجد ، عدد الطلاب) اما المتغير المتصل : هو متغير يقبل القيم الكسريه (مثل الاطوال ، الاوزان ، والاعمار،) .

لماذا سنأخذ توزيعين متقطعين وتوزيع واحد متصل ؟.

في الواقع التوزيعين ذو الحدين و البواسون هي توزيعات متقطعين وتوزيع بوسوان حالة خاصه من توزيع ذو الحدين ، بمعنى ادق نحن لدينا توزيعين فقط في الاساس الاول اسمه توزيعات المتقطعة وهي ذو الحدين والاخر متغيرات متصله وهو الطبيعي ،

واما البواسون / هي حالة استثنائيه من توزيعات ذو الحدين ، وله أهميته في الحياة العمليه ،

و من الامثله الحيه على قانون البواسون / حوادث الطرق ، الحرائق ، اخطاء الطباعه ،

انتاج السيارات والاجهزه الكهربائيه بصفه عامه، انتاج الطائرات . التامين على السيارات وعلى المنشات وعلى الحياة)

هذه كلها ظواهر تخضع لقانون البواسون ،

لذلك كان من المهم ان نتكلم عن التوزيع البواسون ونقول عنه حالة خاصه من التوزيعات ذو الحدين ،

واما عن التوزيع الطبيعي/ فهو من اهم التوزيعات في علم الاحصاء ، فهو يتعامل مع المتغيرات المتصله او المستمره ، مثل الاطوال والاوزان و الاعمار والرواتب ،المسافه، والمساحه ، الزمن ، هذه جميعها ظواهر في حياتنا تخضع لقانون توزيع الطبيعي .

توزيع ذو الحدين /

☑ في ظواهر تصنف الى وضعين اثنين او حالتين او حدين ، عندما نأتي نفحص الوحدات المنتجه أخذ عينه من انتاج احد الشركات وافحصها ، نتيجة الفحص لأي وحده اما معيبه او سليمه.

☑ عندما اخذ عينه من الموظفين وافحص أي موظف سأجده اما انه متزوج او غير متزوج ، مدخن او غير مدخن ، سليم او مريض.

☑ حالة الطالب في بداية العام الدراسي اجد الطالب اما ان يكون ناجح او راسب .

☑ الحالةالاجتماعيه لعينه من الطلاب : طلبه متزوجين او طلبه عزاب .

☑ عندما ارمي قطعة عمله ستكون النتيجه اما ظهور الصوره او عدم ظهور الصوره

اذاً في هذه التجارب الذي يكون الحدث فيها مره واحده من بين حالتين ممكنتين تسمى ظواهر خاضعه لقانون ذو حدين ، أي انها ظاهره لها حدين لها حالتين اثنين فقط وعندما تتم التجربه عليها يقع حدث واحد .

اذاً الظواهر التي لها حالتين فقط ، اسميها ظواهر تخضع لتوزيع ذو الحدين

متى استخدم التوزيع ذو الحدين ؟ ماهو شروطه ؟ وماهو اسسه ؟

أسس ذو الحدين و شروطه :

في تجربه تكررت (ن) من المرات :

(مثل القاء قطعة عمله عدة مرات ، أو اختيار عينه من العمال ،أو اختيار عينه من الموظفين ، اختيار عينه من الانتاج ، أو رمي قطعة عمله) هذه اسمها تجربه أو محاولات.

و المحاولات هذه مستقله عن بعضها البعض ، أي المحاوله الثانيه لا تعتمد على المحاوله الاولى .

في كل محاوله اقوم بها، في كل رميه من رميات قطعة العمله ، في كل مره اسأل فيها الموظف اذا هو متزوج او لا ، يكون احتمال وقوع الحدث عندي احتمال ثابت .

(الحدث هو ان اجد الصوره ، اجد موظف متزوج ، اجد طالب ناجح ، اجد موظف مدخن ، ..الخ)

فأحتمال وقوع الحدث في أي محاوله مقدار ثابت قدره (ل) ،

اذاً في ضوء معلومية تجربه حجمها (ن) واحتمال وقوع حدث معين (ل) ،

استطيع ان آتي باحتمال وقوع هذا الحدث عدد قدره (س) من المرات .

مثال / القيت قطعة عمله ٢٠ مره (اذاً انا كررت الرمي ٢٠ مره ، اذاً ن=٢٠) .
في كل رميه احتمال وقوع الحدث (الصوره) نص ، اذاً عندي ن = ٢٠ عدد الحالات الكليه ، في كل مره الحدث (اللي هو الصوره) يقع بأحتمال ثابت نص (يعني في الرميه الاولى احتمال رمي الصوره نص ، وفي الرميه الثانيه احتمال ظهور الصوره نص ، وفي الرميه الرابعه احتمال الصوره نص ..) اذاً عن تجربه نكررها (ن) من المرات ؛
انا رميتها ٢٠ مره في كل مره يقع الحدث او لا يقع بأحتمال قدره نص .
في ضوء معلومية ن وَ ل ، استطيع ان آتي باحتمال ظهور الصوره مثلاً ٤ مرات او ٥ مرات ، اذاً س هنا يساوي ٥ ،
اذاً معلومية ن وَ ل ، استطيع ان آتي احتمال وقوع الحدث س من المرات ،،
كيف آتي بها ..؟،، آتي بها عن طريق هذا القانون وهو قانون ذو الحدين او توزيع ذو الحدين :

$$ح\,(س) = {}^{ن}ق_{س} \times (ل)^{س} \times (١ - ل)^{ن - س}$$

ح (س) : أي احتمال وقوع الحدث ح (س)
ن ق س : تقرأ هكذا نون قاف سين ، القاف هنا هي التبديل والتوفيق الذي اخذناه في المستوى الاول في الرياضيات

خصائص التوزيع ذو الحدين :
المقصود بالخصائص الاحصائيه: التوقع والتباين ، أي ظاهره ندرسها لابد من حساب التوقع(الوسط الحسابي) و التباين لهما .

أي ظاهر ادرسها (مبدئياً آتي بـ التوقع والتباين) التوقع أي الوسط الحسابي ، ولكن لن نسميه الوسط الحسابي بل نسميه ***التوقع*** لأني اتعامل مع متغير عشوائي اسمه س والوسط الحسابي للمتغير العشوائي س لأطوال متغير واعمار متغير ولا استطيع ان اقول متوسط الطول او القيمه متوقعه للطول او للوزن لأنه متغير عشوائي .
من خصائص المتغير العشؤائي (أي خصائص تخص فقط ذو الحدين) فالتوقع والتباين هنا لذو الحدين. [حفظ القانون]

☑ القيمة المتوقعة μ = ن × ل
☑ التباين = σ^2 = ن × ل × (١ - ل)

بيانات التوقع والتباين الذي اخذناه سابقاً في الحلقات السابقه في دالة الاحتمال هو مجـ س × ح(س)
هذا اذا كانت الدالة في شكل جدول ، فالتوقع والتباين الذي اخذناه في الحلقات السابقه كان له اشكال مختلفه ، واما التوقع في هذا القانون هذا عندما تكون الدالة على شكل جدول ،
ولكن عنما تكون الجدول على شكل قانون ، وقانون ذو الحدين ، اذا التوقع / ن × ل والتباين ن × ل × (١- ل)

سناخذ بعض الامثله :

مثال :

اذاكانت نسبة المعيب في انتاج احد المصانع هي ٢٠%، سحبت عينه عشوائيه حجمها ٥ وحدات (سحب عينه عشوائيه معناها تجربه) ، ماهو احتمال :

١. الا نجد وحدات معيبه بالعينه .
٢. ان نجد وحده واحده معيبه .
٣. ان نجد وحده معيبه واحده لا اكثر .

الحل :

هذه التجربه خاضعه لقانون ذو حدين، وذلك لأن أي وحده في العينه بفحصها تصنف الى معيب او سليم ، اذاً في هذه الحاله استخدم ذو الحدين في هذه المسألة ، لآن اللوحده اللي سأخذها من العينه عندما اصنفها ستكون اما معيبه او سليمه ، اذاً هذه المسألة خاضعه لقانون ذو الحدين ، يعني استخدم توزيع ذو الحدين في ايجاد الاحتمالات المطلوبه ، يقول هنا ان المصنع انتاجه ٢٠ % (يعني من كل ١٠٠ وحده تنتج تستخرج منها ٢٠ وحده معيبه) هنا اخذنا عينه من ٥ ، عندما نفحصهم ، ممكن تكون جميعها سليمه ، وممكن تكون جميعها معيبه ، وممكن ان تكون ١ او ٢ معيبه والباقي سليمه وهكذا ،

المعلومات عندنا هنا بالمسألة أن / حجم العينه / ن = ٥

ونسبة المعيب / ل = ٠,٠٢

وَ / ١- ل = ٠,٠٨ >> توضيح : نسبة غير المعيب

نعوض في قانون ذو الحدين

$$ح\ (س) = {}^{ن}ق_{س} \times (ل)^{س} \times (١ - ل)^{ن-س}$$

ح (س) يعني احتمال وقوع الحدث س من المرات

ن ق س : س /

هنا هي متغير عشوائي يرمز هنا الى عدد الوحدات المعيبه أي هنا س بتاخذ القيم بالمطلوب بالمسألة .

ن= عدد الوحدات ،،، ل= نسبة المعيب ،،، (ل-١) ،،، نسبة غير المعيب

بمعنى : في يأي سؤال .. ن عدد مرات التجربة ،،،، ل= الوجة الأول من ذو الحدين أي نسبة المطلوب من السؤال ،،،،، (ل-١) الوجه الثاني من ذو الحدين

المطلوب الاول من المسألة

☑ الا نجد وحدات معيبه بالعينه . (هنا تكون س = صفر)

☑ ان نجد وحده واحده معيبه .(هنا تكون س = ١)

☑ ان نجد وحده معيبه واحده لا اكثر . (هنا تكون س = ١ أو صفر)

اذاً عندنا **ن = ٥** ، **ل= ٠,٠٢** ، و **س = صفر** (كما هو المطلوب الاول) ، س = ١ (كما هو المطلوب الثاني)، **س = ١** او **صفر** (كما هو المطلوب الثالث) .

اذاً وجدنا جميع أقسام القانون الا س في (ق س) هنا يرمز الي الوحدات المعيبه

اذاً س هنا تحدد قيمها وفق المطاليب الموجوده .

☐ مره ستكون بـ ١ ، ومره ستكون بصفر ، ومره بـ ٢ ، ومره س بـ ٣ . وهكذا ، الان نطبق القانون

المطلوب الاول (الا نجد وحدات معيبه بالعينه) :

ح (س) $=$ ^{ن}ق $_{س}$ × (ل)^{س} × (١ - ل) $^{ن-س}$

ح (س = ٠) = ن ق ٠ (٠,٣) ^{٠} × (٠,٨)$^{٥-٠}$

= ١×١× (٠,٨) ٥ = ٠,٣٢٧٧

المطلوب الثاني (ان نجد وحده واحده معيبه) :

ح (س = ١) = ن ق ١ (٠,٢)^{١}(٠,٨)^{٥}

= ٥ ×٠,٢ × ٠,٤٠٩٦ = ٠,٤٠٩٦

المطلوب الثالث (ان نجد وحده معيبه واحده لا اكثر) :

ح (س ≥ ١) هنا بما ان المطلوب هنا وحده معيبه واحده على الاكثر أي اكثر شيء وحده معيبه او اقل ..ماهو الاقل من ١ ؟.. لا نستطيع ان نقول النص لانه عدد كسري والمتغير المتقطع لا يقبل الاعداد الكسريه اذاً سنقول صفر .

وبما ان المطلوب وحده معيبه لا اكثر هنا تترجم بـ (س ≥ ١) أي س تساوي ١ او اقل .

اذاً عندما س = ١ (استخرجنا الناتج في المطلوب الثاني وكان الاجابه ٠,٤٠٩٦)

عندما س = صفر (استخرجناالناتج في المطلوب الاول وكانت الاجابه ٠,٣٢٧٧)

اذاً :

ح (س ≥ ١) = ح (س = ١) + ح (س = صفر)

= ٠,٤٠٩٦ + ٠,٣٢٧٧ = ٠,٧٣٧٣

أوجد القيمة المتوقعة والتباين ؟

القيمة المتوقعة = μ = ن × ل .... ٥ × ٢. = ١ إذن القيمة الموقعة = ١

التباين = σ^2 = ن × ل × (١- ل) ..... ٥ × ٢. × ٨. = ٨. إذن التباين = ٨.

الانحراف المعياري = هو جذر التباين ويساوي 8944,

نذكركم الان بعض الأمور في البديل ، اخذتموها في مادة الرياضيات في المستوى الاول مثلاً /

٥ ق ٠ = ١ ، ٥ ق ٥ = ١ ، ٥ ق ١ = ٥

٨ق ٣ = ٨ × ٧ × ٦ / ٣ × ٢ × ١ = ٨٤

الشرح :

لمعرفة كيفية حل ٨ق ٣ : انزل بـ ٨ الموجوده هنا بـ ٣ درجات وهي ٨ وَ ٧ وَ٦ ، وانزل بـ٣ الى ان تصل الى ١ .

---

٧ ق ٢ = ٧ × ٦ / ٢ × ١ = ٢١

الشرح :

لمعرفة حل ٧ ق ٢ انزل بـ ٧ الموجوده هنا بـ درجتين وهي ٧ وَ ٦ واضربهم على بعض ، وانزل بـ ٢ الى ان تصل الى ١ .

---

٩ ق ٣ = ٩ × ٨×٧ / ٣ ×٢×١ = ٨٤

الشرح :

لمعرفة حل ٩ ق ٣ انزل بـ ٩، ٣ درجات واضربهم على بعض ، وانزل بـ ٣ الى ان تصل الى ١ ،

---

٥ ق ٠ = ١ (أي رقم اس صفر يساوي ١ سواء كان رقم صحيح او عشري)

(٠,٢٣) ق صفر = ١ (مثل ماقلنا أي رقم اس صفر يساوي ١ سواء كان رقم صحيح او عشري)

---

٦ ! = ٦ × ٥ ×٤×٣×٢×١ = ٧٣٠

الشرح :

٦ ! (هذه ٦ وبجانبها علامة الاستفهام تسمى مضروب ٦ ، تتفك من اول سته الى ان تصل الى الرقم ١)

٤! = ٤ ×٣ ×٢×١ = ٢٤

الشرح : كما سبق تعني ٤! مضروب ٤ تتفك من اول ٤ الى ان تصل الى ١ .

محاضرة رقم (١٠)

نواتج رمي ثلاث قطع عملة مره واحدة:

القطعة (١)	القطعة (٢)	القطعة (٣)	ملاحظات
ص	ص	ص	حالة واحده تظهر في الصورة ٣ مرات
ص	ص	ك	
ص	ك	ص	ثلاث حالات تظهر فيها الصورة ٢ مرات
ك	ص	ص	
ص	ك	ك	
ك	ص	ك	ثلاث حالات تظهر فيها الصورة ١ مرة
ك	ك	ص	
ك	ك	ك	حالة واحدة تظهر فيها الصورة صفر مرة

عدد الحالات الكلية = ٨ حالات وهو فراغ العينة

(٢) دالة الاحتمال:-

نتذكر من الباب السابق أن دالة الاحتمال لهذا المثال كانت على شكل جدول كما يلي :

(لاحظ أن س تمثل عدد الصور)

س	عدد الحالات (ك)	ح (س)
٣	١	١/٨
٢	٣	٣/٨
١	٣	٣/٨
صفر	١	١/٨
	٨	١

من هذا الجدول (من دالة الاحتمال) هذه يمكن ايجاد المطالب السا بقة كما يلي:

ح (س =١) = ٣/٨

ح(س ≤ ١) = ح (س=١) + ح (س=٢) + ح (س=٣)

٣/٨ + ٣/٨ + ١/٨ = ٧/٨

ح (س=٢) = ٣/٨

لكن يمكن أعادة الحل وحساب الاحتمالات السابقة باستخدام توزيع ذو الحدين كما يلي:

ملاحظة : إذا كانت (ل) معطاه بالسؤال ، فإننا نقوم بالتعويض على حسب ما تم ذكره في السؤال

لكن إذا لم يتم ذكر (ل) في السؤال فيتم اعتبارها ½

في هذه التجربة تم إلغاء قطعة العملة ثلاث مرات أي ان:

(ن = ٣) ولأن القطعة سليمة فإن احتمال ظهور الصورة = ل = ½

عموماً إذا لم نذكر قيمة الاحتمال في المثال تعتبر = ½

سنرمز لعدد مرات ظهور الصورة والمطلوبة في السؤال بالرمز **س** وبالتالي فان قيم س المطلوب إيجاد الاحتمال لها هي :-

س = ١ أو ٢ أو أكثر من ذلك أو أقل

وعن طريق قانون ذو الحدين :

ح (س) = ^{ن}ق $_{س}$ × (ل)^{س} × (١ – ل) $^{ن-س}$

وبتطبيق القانون/ (أ) ح (س=١) = ^{٣}ق$_{١}$ (½)^{١} (½)^{٢} (½)^{٣} = ٣× ½ × ¼ = ⅜

(ب) ح (س ≤ ١) = ح (س=١) + ح (س=٢) + ح (س=٣)

= ^{٣}ق$_{١}$ (½)^{١} (½)^{٢} + ^{٣}ق$_{٢}$ (½)^{٢} (½)^{١}

= ^{٣}ق$_{٣}$ (½)^{١} (½)^{صفر}

= ⅜ + ⅜ + ⅛ = ⅞

(ج) ح (س=٢) = ^{٣}ق$_{٢}$ (½)^{٢} (½)^{١} = ⅜

(د) القيمة المتوقعة و التباين

μ = ن × ل

= ٣ × ½ = ١,٥

$\alpha^{٢}$ = ن × ل × (١- ل)

= ٣ × ½ × ½

= ¾ = ٠,٧٥

ملحوظه :

من الممكن أيضآ الرجوع لدالة الاحتمال لهذا المثال في الباب السابق

ونتذكر كيف تم حساب كل من القيمة المتوقعه والتباين من خلال الجدول التالي:

س	ح (س)	س ح (س)	س٢ ح (س)
٣	⅛	⅜	٩/٨
٢	٢/٨	٦/٨	١٢/٨
١	⅜	⅜	⅜
صفر	⅛	صفر	صفر
	١	١٢/٨ = ١,٥	٢٤/٨ = ٣

۞ القيمة المتوقعه = μ = مجـ س ح (س) = ١,٥

۞ التباين = $\alpha^{٢}$ = مجـ س١ ح (س) = $(\mu)^{٢}$

= ٣ - (١,٥)٢ = ٠,٧٥

وهي نفس النتائج التي حصلنا عليها عند استخدام توزيع ذو الحدين بالطبع يتضح الفرق في الجهد والعمليات الحسابية بين الطريقتين

وكيف أن استخدم توزيع ذو الحدين يعطي النتائج بسرعه وبأقل جهد حسابي ممكن طالما أن شروط استخدامه متحققه .

مثال /

إذا كان مدير الفريق القومي السعودي لكرة القدم يرى احتمال أن يفوز في أي مباراه يلعبها في الخارج هو ٠,٦ فإذا كان سيلعب **٥ مباريات** في الخارج وعلى فرض أن أي مباراه سيلعبها ستكون نتيجتها أما الفوز او الخساره

(أي استبعاد حالة التعادل) أوجد مايلي مستخدماً توزيع ذو الحدين ؟

١- احتمال ان يفوز ٣ مرات فقط (حيث $^{٥}ق_{٣} = ١٠$)

٢- احتمال أن يفوز ٤ مرات فقط (حيث $^{٥}ق_{٤} = ٥$)

٣- احتمال أن يفوز في جميع المباريات (حيث $^{٥}ق_{٥} = ١$)

٤- احتمال أن يخسر جميع المباريات (حيث $^{٥}ق_{صفر} = ١$)

٥- ماهي القيمة المتوقعة لعدد مرات الفوز؟

الحل :

معطيات المسأله : ☑ حجم التجربة أي عدد المباريات هو **ن = ٥**

☑ احتمال الفوز هو = ل = ٠,٦

وهذه التجربة تخضع لتوزيع ذو الحدين لان نتيجة أي مباراة أما فوز أو عدم الفوز أي لها وجهين او حدين لنفرض أن **س** ترمز إلى عدد مرات الفوز

ومن ثم تصبح قيم **س** وفق المطلب في السؤال هي : **س = ٣ أو س = ٤ أو س = ٥ أو س= ٠** لعدم الفوز

(لاحظ أنه أكد على استخدام توزيع ذو الحدين في الإجابة وبتطبيق قانون توزيع ذو الحدين)

$$ح (س) = {}^{ن}ق_{س} \times (ل)^{س} \times (١ - ل)^{ن-س}$$

١- $ح (س=٣) = {}^{٥}ق_{٣} \times (٠,٦)^{٣} \times (١ - ٠,٦)^{٥-٣}$

$= ١٠ \times ٠,٢١٦ \times ٠,١٦ = ٠,٣٤٥٦$

٢- $ح (س=٤) = {}^{٥}ق_{٤} (٠,٠٦)^{٤} \times (١-٦,)^{٥-٤}$

$= ٥ \times ٠,١٢٩٦ \times ٠,٤ = ٠,٢٥٩٢$

٣- $ح (س= ٥) = {}^{٥}ق_{٥} \times (٠,٠٦)^{٥} \times (١-٦,)^{٥-٥}$

$= ١ \times ٠,٧٧٧ \times ١ = ٠,٧٧٧$

٤- $ح (س = صفر) = {}^{٥}ق_{٠} \times (٠,٦)^{٠} \times (١-٦,)^{٥-٠}$

$= ١ \times ١ \times ٠١٠٢, = ٠,٠١٠٢$

٥- القيمة المتوقعه = μ = ن × ل = ٥ × ٠,٦ = ٣ مباريات

ملاحظة : في أي أحتمال تحسبه في أي مطلوب لابد أن يكون أقل من ١

محاضرة رقم (١١)

توزيع بوسون حالة خاصة من توزيع ذو الحدين .

متى استخدم بوسون؟

إذا تحقق الآتي

- ☑ ن اكبر من ٣٠
- ☑ ل أقل من ١٠% أو ١ من ١٠

ل اقل من ١٠ يسمى قانون بوسون (قانون الأحداث النادرة) أي التي يندر حدوثها .

توضيح /

بشروط تجربة اجريها نون من المرات وفي كل مره أما يقع الحدث أو لايقع وفي كل مره يقع الحدث بمقدار ل هي نفسها شروط ذو الحدين مع تعديل صغير أن حجم التجربة يكون أكبر من ٣٠ بيسمونه عينه كبيره في علم الأحصاء نوعين كبير وصغير .

العينه الصغيره أقل من ٣٠ او يساوي ،، العينه الكبيره أكبر من ٣٠

ذو الحدين أكبر من ٣٠

وفي نفس الوقت احتمال وقوع الحدث لام أقل ١ من ١٠ هذا المتغير يتبع توزيع بوسون

أو بمعنى أدق يكون من الافضل والأحسن أن استخدم مكان بوسون مكان ذو الحدين إذا كانت نون كبيره أكبر من ٣٠ وفي نفس الوقت لام أقل ١ من ١٠ لابد من تحقق الشرطين في وقت واحد النون أكبر من ٣٠ واللام أقل من ١ و ١٠%

قانون بواسون هو : قانون الحوادث النادرة

مثال /

في أحد الاحياء ١٠٠ فيلا و احتمال وقوع حريق في احد الفلل احتمال ضعيف ن اكبر من ١٠٠ و ل أقل من ١٠%.

مثال آخر /

في احد الطرق السريعة يمر عليها في اليوم مئات السيارات احتمال نجد حادث مروري واحد أو اثنان أو ثلاثة من آلاف السيارات التي تمشي على الطريق إذن : حتمال وقوع حادث سيارة احتمال ضعيف.

من الامثلة الشهيرة :

أخطاء الطباعه لما تشوف كتاب في أي صفحه ٣٠٠ أو ٤٠٠ كلمه وتلقى خطأ مطبعي واحد أو اثنان ويمكن ماتلاقي فنجد أخطاء الطباعه **ظاهره يحكمها قانون بوسون** .

إنتاج السيارات مصنع ينتج في السنة ١٠٠٠ سيارة ويكون في سيارات معيبة كم وحده أو اثنتان أو ثلاث من ١٠٠٠ فإنتاج السيارات تبع توزيع بوسون.

إنتاج المسطحات تبع توزيع بوسون ينتج آلاف الأمتار من مسطحات الزجاج عشان تجد فيه متر أو مترين أو ثلاث أمتار معيوب عدد قليل جدا .

إنتاج الأجهزة الكهربائية بصفه عامه الإنتاج حجمه كبير لكن احتمال تجد وحدات معيبة قليله اقل من ١٠%

قانون بوسون ح (س) = $\frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س\,!}$

☑ **م** = متوسط عدد مرات وقوع الحدث ، إما م معلومة أو مجهولة

طريقة إيجاد م إذا كانت مجهولة : م = ن × ل

☑ **هـ** = ٢,٧١٨ مقدار ثابت (حرف **a** بالآلة الحاسبة)

☑ **س** = تعني المطلوب مثل احتمال وقوع حريق واحد س = ١ ، احتمال وقوع ٣ حوادث س=٣

إذا س هو المتغير في المسألة التي سنحسب لها الاحتمال .

☑ التوقع = التباين = م ، و تأتي معلومة أو مجهولة.

(هـ - س نأتي بها عن طريق الآلة الحاسبة أو جدول أو تعطى لك صراحة في التمرين) .

المثال(٥) :

إذا كانت نسبه المعيب في إنتاج أحد المصانع هي ٠,٠١ سحبت عينه عشوائية من إنتاج هذا المصنع حجمها ٥٠ وحدة

ما هو احتمال :

(أ) ألا نجد بها وحدات معيبة ؟ ، (ب) أن نجد بها وحده واحدة معيبة .

(حيث : هـ $^{-٥}$ = ٠,٦١)

الحل:

المسألة تاخذ على قانون ذو الحدين السؤال هنا استخدام ذو الحدين أو بوسون إذا كانت شروط البوسون متحققة يكون أدق استخدام بوسون

❖ شروط البوسون للتذكير هي أن تكون (ن) كبيره و (ن) بالمسألة تساوي ٥٠ .

الشرط الثاني لازم تكون (ل) أقل من ٠,٠١ (واحد من ١٠)

إذا تحقق الشرطين متحققين في هذه الحالة فنستخدم الأدق وهو قانون البوسون ، إذا لابد من معرفه قيمه (س)

(س) ترمز للوحدة المعيبة هنا ، ويمكن أستخدم ذو الحدين إما أن الوحدة معيبة أو سليمة

لكن في المثال شروط البوسون متحققة

المعطيات هنا / (الشروط هي ن > ٣٠ ، ل < ٠,٠١)

ن = ٥٠ ل = ٠,٠١

البوسون / هو احتمال وقوع الحدث من المرات

ح (س) = $\boxed{\frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س\,!}}$

نفرض ان (س) ترمز الى عدد الوحدات المعيبة نجد ان :

س = صفر أو **س = ١** كما هو مطلوب بالسؤال

و حيث ان **م** = متوسط عدد مرات الحدوث غير معلومه.

علينا حسابها من العلاقات التالية/

$$م = ن \times ل$$

$$= ٥٠ \times ٠,٠١ = ٠,٠٥$$

(أ) ح (س= صفر) = $\boxed{\frac{هـ^{-م} \times م^{س}}{س!}}$ = $\frac{هـ^{-٠,٥} (٠,٥)^{صفر}}{صفر!}$ = $هـ^{-٠,٠٥}$ = ٠,٦١

(لاحظ ان : (صفر ! = ١) ، $(٠,٥)^{صفر}$ = ١)

اذا = $هـ^{-٠,٠٥}$ = ٠,٦١ وهي قيمة معطاه بالسؤال

(ب) ح (س=١) = $\frac{هـ^{-٠,٥} (٠,٥)^{١}}{١!}$ ، (١! = ١)

$$= هـ^{-٠,٥} (٠,٥) = ٠,٦١ \times ٠,٥ = ٠,٣٠٥$$

عن طريق الآلة الحاسبه تجيب مضروب الصفر فيه مفتاح علامة ☒ وعليه علامة ! مكتوب بالخلف الأزرار الحروف في الآلة الحاسبة المفاتيح فوق كتابة والخلف كتابة الفوق عمليات رياضيه مباشرة واللي بالخلف عمليات رياضيه تأتي بعد مانضغط مفتاح shift اللي فوق وإذا تبي مضروب صفر تضغط صفر و shjft وتضرب على مفتاح علامة ! ويعطيك الناتج ، تبي مضروب ٤ تضغط على shjft ومفتاح !

المطلوب الثاني أن نجد وحده واحده معيبه

{ مضروب الصفر بواحد نأتي به عن طريق الآله الحاسبه و ٠,٠٥ أي رقم صفر = ١

المطلوب س = ١

مثال / (٦) : إذا كانت نسبة المعيب في انتاج أحد المصانع هي ٠،٠١ وسحبت عينه عشوائيه من انتاج هذا المصنع حجمها ٥٠ وحده ماهو احتمال :

(أ) أن نجد بها وحده واحده معيبه على الاكثر ؟

(ب) أقل من وحده واحده معيبه ؟

(ج) أوجد كل من القيمة المتوقعه والتباين وكذلك الانحراف المعياري ؟ (حيث : هـ$^{-٠،٥}$ = ٠،٦١)

الحل :

المطعيات / ل = ٠،٠١ ، ن = ٥٠

بفرض أن س ترمز إلى عدد الوحدات المعيبه نجد ان :

ح (س) = $\dfrac{\text{هـ}^{-\text{م}}\ \text{م}^{\text{س}}}{\text{س}\,!}$ ، حيث م = متوسط عدد مرات الحدوث

نحسب قيمه بالقانون م = ن × ل = ٥٠ × ٠،٠٦ = ٠،٥

(أ) ح (س ≤ ١) = ح (س=١) ح (س=صفر)

= $\dfrac{\text{هـ}^{-٠،٥}\ (٠،٠٥)^{١}}{١\,!}$ $\dfrac{\text{هـ}^{-٠،٥}\ (٠،٠٥)^{\text{صفر}}}{\text{صفر}\,!}$

= هـ$^{-٠،٥}$ × ٠،٥ + هـ$^{-٠،٥}$

= ٠،٦١ × ٠،٠٥ + ٠،٦١ = ٠،٣٠٥ + ٠،٦١ = ٠،٩١٥

(ب) ح (س < ١) = ح (س– صفر) – $\dfrac{\text{هـ}^{-٠،٥}\ (٠،٠٥)^{\text{صفر}}}{\text{صفر}\,!}$

= هـ$^{-٠،٥}$ = ٠،٦١

(ج) القيمة المتوقعه والتباين :

القيمة المتوقعه = التباين = م = ٠،٠٥

أما الانحراف المعياري = جذر التباين = ٠،٠٧

هذه بعض الأمثلة التوضيحية على التوزيع الثاني من التوزيعات المتقطعه .

محاضرة رقم (١٢)

للتذكير / توزيع ذو الحدين وبوسون تصف المتغيرات المتقطعه أي لاتقبل قيم كسريه وفي نفس الوقت ثنائيه التقسيم متغيرات أو ظواهر لها حالتين فقط تقع احداهما عند اجراء التجربه .

المزيد من الأمثله /

مثال / آظهرت سجلات شركة الوحدة لإنتاج الملابس الجاهزة أنه يظهر ٦٠ قطعه معيبه من كل ٦٠٠ قطعه ثم انتاجها سحبت عينه عشوائيه حجمها ٣٠ قطعه ماهو احتمال أن نجد بها :

١- ٥ قطع معيبه.

٢- ٣ قطع معيبه على الأكثر.

(إذا علمت أن القطع المعيبه تتبع توزيع بوسون وأن : هـ $^{-٣}$ =٠,٠٥)

الحل:

معطيات السؤال ل = نسب المعيب = $\frac{60}{600} = 0.1$

م متوسط عدد الوحدات المعيبة = ن × ل =٣٠× ٠,١ =٣

ح (س) = $\frac{\text{هـ}^{-م} \times م^{س}}{س\,!}$

(أ) ح (س=٥) = $\frac{\text{هـ}^{-٣} (٣)^{٥}}{٥\,!}$ = ٠,١

(ب) ح (س ≤ ٣) = ح (س=٣) + ح (س=٢) + ح(س=١) + ح(س=صفر)

= $\frac{\text{هـ}^{-٣} (٣)^{٣}}{٣\,!} + \frac{\text{هـ}^{-٣} (٣)^{٢}}{٢\,!} + \frac{\text{هـ}^{-٣} (٣)^{١}}{١\,!} + \frac{\text{هـ}^{-٣} (٣)^{صفر}}{صفر\,!}$

= ٠,٢٢ + ٠,٢٢ + ٠,١٥ + ٠,٠٥ = ٠,٦٤

تذكر أن : (٣) = ٢٤٣، (٣) = ٢٧أيضا

٥! = ١٢٠ ، ٣!=٦

مثال / إذا كان متوسط عدد حوادث السيارات على الطريق الدائري هو **٥ سيارات** في الأسبوع وعلى فرض أن الحوادث متغير عشوائي يتبع توزيع بوسون :

(أ) ماهو احتمال عدم وقوع أي حادث في أسبوع معين؟

(ب) ماهو احتمال وقوع حادث واحد في أسبوع معين؟

(ج) ماهو احتمال وقوع ٣حوادث في اسبوع معين؟ (حيث هـ $^{-٥}$ = ٠,٠١)

الحل:

المعطيات ، م = متوسط الحوادث في الاسبوع = ٥

س= عدد الحوادث في الاسبوع

(أ) ح (س = صفر) = $\frac{هـ^{-٥}\ ٥^{صفر}}{صفر\ !}$ = هـ $^{-٥}$ = ٠,٠١

(ب) ح (س=١) = $\frac{هـ^{-٥}\ ٥^{١}}{١!}$ = هـ $^{-٥}$ × ٥ = ٠,٠١ × ٥

= ٠,٠٥

(ج) ح (س=٣) = $\frac{هـ^{-٥}\ ٥^{٣}}{٣!}$ = ٠,٢١

مثال:

إذا كانت نسبة المعيب في إنتاج أحد المصانع هي **٠,٠١** سحبت عينه عشوائيه من إنتاج هذا المصنع حجمها **٥ وحده** .

ماهو احتمال :

(أ) أن نجد بها وحده واحده معيبه؟

(ب) أقل من وحده واحده معيبه؟

الحل :

المعطيات : ل = ٠,٠١ ، ن = ٠,٠٥

هنا على الرغم من ان ل أقل من ٠,٠١ لكن حجم العينه هنا أقل من ٣٠ وأي لم يتحقق احد شروط استخدام بوسون وهو أن يكون ن أكبر من ٣٠ لذا نرجع إلى التوزيع الأصلي وهو توزيع ذو الحدين :

$$ح\,(س) = {}^{ن}ق_{س} \times (ل)^{س} \times (١-ل)^{ن-س}$$

(أ) $ح\,(س=١) = {}^{٥}ق_{.} \times (٠,٠١)^{١} \times (١-١، ١)^{٥-١}$

$= ٥ \times (٠,٠١) \times (٠-٩٩) =$

$= ٠,٠٥ \times ٠,٩٦$

$= ٠,٠٤٨$

(ب) $ح\,(س < ١) = ح\,(س=صفر)$

$= {}^{٥}ق_{صفر} \times (٠,٠١)^{صفر} \times (١-١ ، ٠,٠١)^{٥-صفر}$

$= ١ \times ١ \times (٠,٩٩)^{٥}$

$= ٠,٩٥$

هذه آخر الأمثلة التوضيحيه لمسائل ذو الحدين والبوسون

المحاضره ١٣

للتذكير / ذو الحدين :

توزيع ذو الحدين يستخدم للظواهر ثنائيه الحدود أي ظاهره لها حدين اثنين فقط ونبحث عن وقوع حاله وحده من بين تلك الحدين

مثلاً عند رمي قطعه عمله اما ان تظهر الصورة أو الكتابة أو عينة إما معيبة أو سليمة

توزيع بوسون :

و بوسون حاله خاصة من ذو الحدين : يستخدم اذا تحقق شرطين معا /

☑ ان يكون حجم التجربة اكبر من ٣٠ وفي نفس الوقت احتمال وقوع الحدث (ل) اقل من ١٠ % .

فإذا تحقق الشرطين الاثنين هذه يكون من الأدق والأفضل استخدام بوسون بدلاً من ذو الحدين .

و إذا تحقق احد الشروط ولم يتحقق الآخر ارجع للأصل اللي هو توزيع ذو الحدين .

في توزيع ذو الحدين / المتوسط يساوي (ن) × (ل) ، والتباين ن × ل × (١– ل) .

في توزيع البوسون / المتوسط نيو يساوي (م) وهي عدد مرات وقوع الحدث .

من خصائص البوسون أن التوقع = التباين .

أي ميو = سجيما تربيع = م (اللي هي عدد مرات وقوع الحدث) .فإما أن تكون معلومة أو مجهولة

هذه كانت مراجعه سريعة على التوزيعات التي أخذناها من قبل (توزيع ذو الحدين ، توزيع البوسون) ،

ذو الحدين و البوسون اللي أخذناهم وهي تستخدم للمتغيرات المتقطعة ، متغيرات لا تقبل قيم كسريه ،

لا أستطيع قول صوره ونصف ، أو ٢ طفل وربع ، او أربع مساجد ونصف ، يا أربع مساجد أو خمس مساجد ،

يا أثنين مدخنين يا ثلاثة مدخنين ، يا أربعة سليمة يا خمسة معيب ،

المعنى : لا أستطيع قول أن بها قيم كسريه .... متقطع او منفصل .

وسنتحدث الان عن توزيع آخر وهو التوزيع الطبيعي ،

وهذا توزيع يتعامل مع متغيرات الكميه المتصلة أو المستمرة ، المتغيرات نوعين ، اما متصل ، او كم منفصل ،

الكم المنفصل أو (المتقطع) .. هذا يتعامل مع ذو الحدين و البوسون ،

أما الكمي المتصل أو (المستمر) .. يتعامل مع توزيع الطبيعي ،

ومثل ما نشاهد التوزيع الطبيعي من أهم التوزيعات في علم الإحصاء .

ثالثاً : التوزيع الطبيعي

يعتبر التوزيع الطبيعي من اهم التوزيعات الاحتمالية والأكثر شيوعاً واستخداما في علم الاحصاء ، والدالة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي على الصورة التاالية:

غير مطالب بحفظه القانون هذا /

$$ح(س) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2ط}} \text{هـ}^{-\frac{1}{2}\left(\frac{س-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

حيث : μ= الوسط الحسابي للمجتمع (او المتوقع)

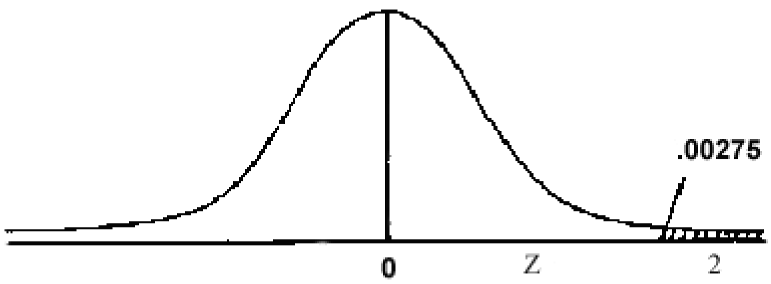
σ = الانحراف المعياري للمجتمع

ط = $\frac{22}{7}$ = ٣,١٤١٦ نسبة تقريبية

هـ = ٣,٧١٨ الأساس الطبيعي للوغاريتم.

س = المتغير العشوائي محل الدراسة . – ((≥ س ≥ +))

والمنحنى البياني الممثل للدالة الإحتمالية للتوزيع الطبيعي عبارة عن منحنى ناقوسي الشكل يمتد طرفاه الى مالا نهاية ولكن لا يقتربا من المحور الأفقي كما هو موضح بالشكل /



ملاحظة : القانون ليس للحفظ ولكن اعرف شكله يعني اذا شفت الصوره هذه تعرف ان هذا تبع القانون الطبيعي .

تفسير ان النيو معناه المتوسط الحسابي

السجيما = انحراف معياري

ط =مقدار ثابت ، اخذناه زمان في الرياضيات ٢٢ على ٧ في الدائره

هـ = احد أسس اللوغاريتمات ، و هي مقدار ثابت مقداره ٢,٧١٨

(الرموز والمقادير هذه غير مطالبين بحفظها مجرد معرفه ان هذا الشكل هو التوزيع الطبيعي ولكن غير مطالب بحفظه)

س = المتغير العشوائي محل الدراسة (أطوال ، أوزان ، أعمار .. الخ)

خصائص منحنى التوزيع الطبيعي/

١) **منحنى متماثل** ،و معنى التماثل: انه لو اسقطنا عمود من قمه المنحنى على المحور الافقي ، المنحنى سينقسم الى قسمين متساويين ومتطابقين .

المساحه أو الفراغ التي تحت المنحنى مساحه ، هو الاحتمالات ،

المحور الافقي قيم (س) قيم المتغير (اوزان ، اطوال ، اعمار).

والمحور الرأسي يمثل الاحتمالات .

٢) إجمالي المساحه تحت المنحنى أو اجمالي الاحتمالات تحت المنحنى تساوي واحد صحيح .

وبالتالي مساحه النصف الأيمن تكون ٥,٠ ومساحه النصف الأيسر ٥,٠

من خصائص المنحنى هذا انه يصل للقمه (أعلى نقطه فيه) :

إذا كانت قيمه (س) على المحور الافقي هي الوسط الحسابي (وسنأخذ الكلام هذا بالتفصيل فيما بعد)

عندما قيمه (س) = نيو ، فالمنحنى يصل إلى أقصى قيمه له ، إذا قمة المنحنى تتحقق عندما أجد أن (س = نيو).

ومن الخصائص الأخرى الهامة لهذا للمنحنى :

– انه عند قمة المنحنى وعن المحور الأفقي (النقطة اللي في النص) عندها تتساوى مقاييس الموضع الثلاث

– مقاييس الموضع هي : المتوسطات يصبح لدي المحور الرأسي هذا (اللي في النص)

لو قريت القمة على المحور الأفقي لتحت القيمة هذه سأجدها هي الوسط الحسابي ، هي الوسيط ، هي المنوال

إذاً من خصائص منحنى التوزيع الطبيعي انه : عند قمة المنحنى تتساوى مقاييس الموضع الثلاث ،

مقاييس الموضع يقصد بها المتوسطات اللي أخذناها في المستوى الأول في ماده مبادئ الإحصاء ..

من خصائص منحنى التوزيع الطبيعي :

١) انه منحنى ناقوسي على شكل ناقوس أو جرس

٢) منحنى متماثل ، معنى التماثل: انه لو أسقطنا عمود من قمة المنحنى على المحور الأفقي ، المنحنى سينفصل إلى قسمين متساويين ومتطابقين .

٣) عند قمة المنحنى عند النهاية العظمى تصبح قيمه (س) على المحور الأفقي هي الوسط الحسابي .

٤) من خصائص المنحنى انه عند القمة تتساوى مقاييس الموضع الثلاث (الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال) أقصى قمة للمنحنى تأتي عند الوسط الحسابي ،

يوجد مساحات هامه جداً تحت المنحنى لها خصائص معينه .

٥) يمتد طرفي منحنى التوزيع _ من الناحية النظرية _ في الاتجاهين الموجب والسالب _ إلى مالا نهاية دون أن يلتقيا مع المحور الأفقي .

٦) إجمالي المساحة تحت المنحنى معناها (مجموع الاحتمالات –مجموع المساحات) يساوي واحد صحيح .

٧) هناك بعض المساحات الأخرى تقع تحت المنحنى الطبيعي ولها أهمية خاصة في التحليل الإحصائي منها :

أ. المساحة التي تقع بين $\mu \pm \sigma$ تعادل ٦٨٪ تقريباً من إجمالي مساحة المنحنى .

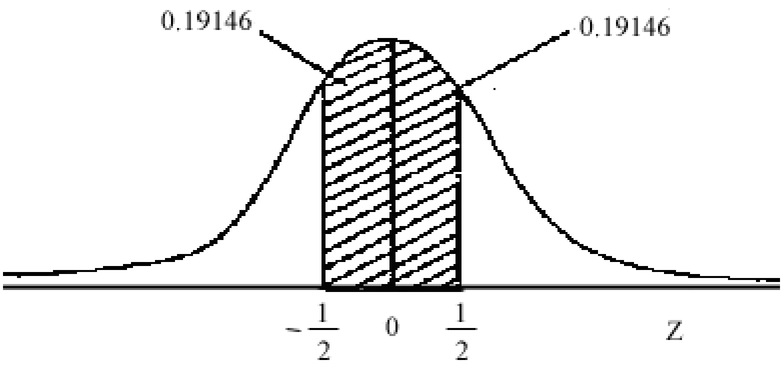
ب. المساحة التي تقع بين $\mu \pm 2\sigma$ تعادل ٩٥٪ تقريباً من إجمالي مساحة المنحنى .

ج. المساحة التي تقع بين $\mu \pm 3\sigma$ تعادل ٩٩٪ تقريباً من إجمالي مساحة المنحنى .

السؤال يكون ما احتمال وجود شخص بين

$\mu \pm 2\sigma$/ اقول ٩٥ ولو قال خارجها إذا اخذ المتبقي وهو ٥ بالمئة وهكذا بالبقية.

مثل ما نشاهد في الرسم :



هذا المنحنى .. والخط الذي يقع في النص هو النيو ، إذا مشينا بإتجاه زائد سيقما ورجعت ناقص سيقما

يعني نفرض ان نيو متوسط الوزن ٧٠= كيلو ، سيقما (الانحراف المعياري) = ٢

لو قلنا/ نيو + سيقما / (٧٠ + ٢ = ٧٢)

و نيو – سيقما / (٧٠ – ٢ = ٦٨)

إذاً إجمالي المساحة مابين (نيو – سيقما) و(نيو + سيقما) (المساحة تحت المنحنى) = اقل من واحد ، اقل من ١٠٠٪ تطلع ٦٨ ٪

إذاً فالمساحة تحت المنحنى ليست ١٠٠ ٪ لان المنحنى كله ١٠٠٪ والمساحة تكون اقل من ١٠٠ ٪ فتكون بقدر ٦٨ ٪

ــ لو زدنا قيمة نيو (نيو + ٢ سيقما) يمين ، ورجعت ورى نيو ناقص ٢ سيقما (نيو – ٢ سيقما)

يعني لو قلت نيو ٢ وسيقما ٧٠ يصبح ٢ سيقما بـ ٤ و (٧٠ + ٤ = ٧٤) و (٧٠ – ٤ = ٦٦)

وتصبح المساحة التي تحت المنحنى بين ٦٦ كيلو و ٧٤ كيلو المساحة هذه ٩٥ في المئة او ٩٥ من مئه ،

عندما أقول المساحة تحت المنحنى بين نيو ناقص سيقما و نيو زائد سيقما بـ ٩٥ ٪ ما معناها ؟؟

يعني احتمال أن أجد شخص وزنه يقع بين نيو ناقص سيقما ونيو زائد سيقما ، احتمال هذا كبير ٦٨ في المئة او ٦٨ من مئة ،

يعني لو كانت النيو بـ ٧٠ كيلو والسيقما بـ ٢ لو أضفت وطرحت ٢ سيصبح ٦٨ و٧٢ ،

يبقى احتمال إنك تلاقي شخص وزنه بين ٦٨ كيلو و ٧٢ كيلو الاحتمال هذا ٦٨ من مئة أو ٦٨ في المئة

(وهذه قاعدة ثابتة محفوظة) ،

طيب ما هو احتمال وجود شخص وزنه بين نيو زائد ٢ سيقما ، ونيو ناقص ٢ سيقما ..

(نيو بـ ٧٠ ، سيقما بـ ٢) اذاً ٢ سيقما بكم ؟ بأربعة

زود واطرح اربعه على الـ ٧٠ ، يصبح ٧٠ + ٤ = ٧٤ ، ٧٠ – ٤ = ٦٦ ،

اذاً احتمال اني الاقي شخص وزنه بين ٦٦ كيلو و ٧٤ كيلو الاحتمال هذا ٩٥ من ميه ،

طبعاً لو زودت المساحة شوي وقلت نيو زائد ٣ سيقما (يمين)

ونيو ناقص ٣ سيقما (شمال) ، وسعت المساحة شوي ، زودت الاحتمالات شويه ، الاحتمال يوصل لـ ٩٩ في الميه ،،

اذاً يوجد لدينا ٣ مساحات عندنا مهمه ،، طبعاً نحن ذكرنا إجمالي المساحة (الخاصية رقم ٧) واحد صحيح أو مئه في المئة

(إما ١ صحيح او ١٠٠%) ،

لكن لو أخذت المساحة تحت المنحنى (نيو ناقص او زائد سيقما) المساحة هذه كم في الميه ؟ ٦٨ في الميه ،، يعني احتمال أجد شخص وزنه أو عمره أو طوله بـ نيو زائد او ناقص سيقما (طبعا نيو وسيقما قيم معلومه) ستكون ٦٨ في المئه ،

احتمال أجد شخص وزنه أو طوله أو عمره بين (نيو ناقص او زائد ٢ سيقما) <نيو معلوما وسيقما معلوما >

الاحتمال هذا ٩٥ في الميه ،

احتمال أجد شخص وزنه أو طوله أو عمره يقع بين نيو زائد وناقص ٣ سيقما ،

الاحتمال هذا ٩٩ في الميه ..

نعيد نفس الكلام بصيغه اخرى :-

احتمال أجد شخص وزنه يقع بين نيو زائد او ناقص سيقما يعني بين ٦٨ كيلو و ٧٢ كيلو مثلاً الاحتمال هذا ٦٨ في المئه

طيب ما هو احتمال أجد شخص وزنه خارج الحدين الاثنين هذه ؟

سيكون الباقي ٣٢ في الميه .. لو نيو بـ ٧٠ وسيقما بـ ٢ ، يصبح نيو زائد أو ناقص سيقما ، يعني ٧٢ و ٦٨ ..

ما هو احتمال ان نجد شخص وزنه يقع بين ٦٨ و ٧٢ كيلو ؟

الإجابة ٦٨ من ميه (هذه خاصيه محفووظه)

طيب ما هو الاحتمال ان يقع وزنه خارج الحدين هذه ؟

يعني يقل عن ٦٨ كيلو ويزيد عن ٧٢ كيلو يعني كم الباقي ؟؟ ٣٢ في المئه

ما هو احتمال أن أجد شخص وزنه بين نيو ناقص أو زائد ٢ سيقما ؟؟ ٩٥ في المئه

وإذا كان وزن الشخص خارج هذين الحدين ؟؟ يعني الباقي وهو ٥ في المئه

ما هو احتمال أن أجد شخص وزنه بين نيو ناقص أو زائد ٣ سيقما .؟؟ الاحتمال ٩٩ في المئه

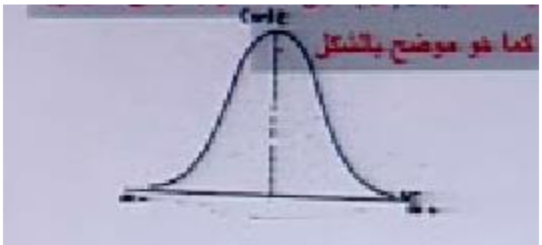
واحتمال أن أجد شخص يكون وزنه خارج هذين الحدين؟؟ هو ١ في المئه

هذه كانت خصائص منحنى التوزيع الطبيعي ..

منحنى التوزيع الطبيعي ليه مهم ؟؟

لأن معظم القياسات على الانسان والحيوان والنبات تتبع توزيع طبيعي ..

يعني لو نظرنا لمنحنى التوزيع الطبيعي اللي اخذناه سابقاً .. الشكل العام له .. الذي امامنا هنا ..



القمه .. الاكثريه عن محور التماثل .. لما اقول غالبيه الناس وزنها عند الوزن المتوسط يعني الوزن يتبع توزيع طبيعي .. يعني مثلاً .. طلاب المستوى الاول في كليه الاقتصاد وزنهم تقريباً كله حوالي الوزن المتوسط ..

الوزن المتوسط لهم ٦٠ كيلو غالبيه الطلبه وزنها ٦٠ كيلو ،، بما ان الغالبيه عند الوزن ٦٠ اللي هو المتوسط اقول الوزن يتبع التوزيع الطبيعي ، هذا مايمنع ان يكون فيه قيم شاذه في ناس يتصفون بالسمنة جداً جداً فوق الـ ٨٠ و الـ ٩٠ كيلو وفي ناس وزنهم ضعيف جداً جداً ٤٠ و ٤٥ بس هؤلاء قله الذين يكونون على اطراف المنحنى ،

اعمار طلاب المستوى الاول تتبع توزيع طبيعي ليه ؟ لأن غالبيه طلاب المستوى الاول الغالبيه الاكثر عند العمر المتوسط .. طلاب المستوى الاول معظمهم عند العمر المتوسط اللي هو ١٩ سنه ، تتبع توزيع طبيعي ، وهذا لايمنع من وجود قيم متطرفه ، لايمنع من وجود طلبه في المستوى الاول اللي عمرهم كبير جداً جد اً فوق ٢٢ سنه ولكن هؤلاء قله .. ٢ او ٣ او ٤ ولا يمنع من وجود ناس عمرها صغير جد اً جد اً اقل مثلاً من ١٧ او ١٧ ونص او ١٦ هؤلاء موجودون ولكن قله ،

وهذه الظاهره طبيعيه ، فـ أي ظاهره طبيعيه في اكثريه عند المتوسط ، عند النص ، وفي قله عند الطرفيه ، القيم الكبيره مره ، او الضعيفه جد اً ،

اذاً عندما اجد ظاهره غالبيه قراءاتها تتركز وتتواجد عند القمم المتوسطه ، اقول انها ظاهره تتبع التوزيع الطبيعي ، وهذا لايمنع من وجود قيم ضئيله تتواجد في الطرفين قيم إما على الطرف الايمن متناهيه في الكبر ، او قيم على الطرف الايسر متناهيه في الصغر وبالتالي اعتبرها توزيع طبيعي ،،

اعزائي الطلبه هذه كانت فكره سريعه عن التوزيع الطبيعي تكلمنا عن الشكل العام للمنحنى ، وطبعاً غير مطلوب منك ان تحفظ القانون تبع التوزيع الطبيعي ، لكن الشيء الذي أأكد عليه هو شكل المنحنى ، شكله ناقوسي مقلوب ،

تكلمنا عن خصائص المنحنى التوزيع الطبيعي وقلنا اي ظاهره تتركز معظم قراءاتها عند المنتصف ، عند المتوسط يقال تتبع توزيع طبيعي وهذا يعني ان هناك قيم تتواجد عند الاطراف سواء متناهيه في الكبر او متناهيه في الصغر ..

المحاضره ١٤

التوزيع الطبيعي : يعتبر أهم توزيع في علم الإحصاء ، وقد بينا شكل الدالة و قلنا بأنك غير مطالب بحفظ شكل الدالة ولكن كان الأهم خصائص منحنى التوزيع الطبيعي ،

لأنه يتعامل مع متغيرات متصلة مثل الأطوال و الأوزان و الأعمار والدرجات وهي تعتبر متغيرات متصلة .

أهميه التوزيع الطبيعي ؟ هناك أسباب كثيرة جداً تجعل التوزيع الطبيعي يعتبر من أهم التوزيعات في علم الإحصاء :

- أن معظم القياسات الطبيعية مثل (الطول و الوزن و العمر) إذا قستهم على الإنسان أو على الحيوان أو على النبات القياسات التي احصل عليها تتبع توزيع طبيعي خاصةً إذا ما قيست على عدد كبير من المفردات ،

يعني لما أقيس أطوال طلاب المستوى الأول ، الأطوال راح تتبع توزيع طبيعي ، لما أقيس أوزان طلاب المستوى الأول ، لما أقيس أعمار طلاب المستوى الأول ، هذه قياسات طبيعيه (أطوال و أوزان و أعمار) تتبع التوزيع الطبيعي .. لماذا ؟

لأن معظم الأطوال التي تتبع طلبة المستوى الأول تتركز وتتواجد عند الطول المتوسط ، معظم طلاب المستوى الأول يتواجدوا ويكثروا عند الوزن المتوسط ، متوسط وزن الطالب في المستوى الأول ٦٠ كيلو ، اعتقد غالبيه الطلبة قريبين من الـ ٦٠ كيلو وهذا ما يمنع من وجود طلبه وزنهم كبير جداً جدا جدا جدا وهذا في الطرف يمين المنحنى يعادلوا الميه كيلو أو الـ ٩٠ كيلو لكن عددهم قليل وما يمنع من وجود طلبه وزنهم ضعيف جدا جدا جدا جدا اقل من ٥٠ و ٤٠ كيلو وهؤلاء موجودين لكن عددهم صغير ، إذاً القيم الموجودة على الأطراف هذه قيم طبيعيه تتواجد في أي ظاهره طبيعيه ، فـ السبب الأول الذي يجعل التوزيع الطبيعي توزيع مهماً أن معظم القياسات (أطوال ، أوزان ، أعمار) سواءً قستها على إنسان أو حيوان أو نبات تتبع توزيع طبيعي .

السبب الثاني / يمكن استخدام التوزيع الطبيعي كبديل لتوزيع ذو الحدين.

أن معظم التوزيعات اللي أخذناها (أخذنا توزيعين اثنين فقط) فعلم الإحصاء يوجد به عدد كبير من التوزيعات كثير جدا ، معظم التوزيعات هذه ممكن نحولها تحت شروط معينه لتوزيع طبيعي ، يعني مثلاً /

توزيع ذو الحدين هذا ممكن يتم تحويله إلى توزيع طبيعي . السؤال هنا التحويل هذا سيفيدني في ماذا ؟؟

عندما استعين بالتوزيع الطبيعي بدلاً من ذو الحدين هذا الاحلال سيوفر لي جهد ووقت كبير جدا ، ويبقى أحياناً بستبدل التوزيع الطبيعي بتوزيع ذو الحدين طبعاً تحت شروط معينه لن ندخل فيها ،،

لكن يقول ممكن يحول معظم التوزيعات مثل ذو الحدين و مثل البوسون ممكن يتم تحويلهم إلى التوزيع الطبيعي ،

هذا التحويل من شأنه انه يخفض حجم العمليات الحسابية بصوره ملحوظة.

وسنكتفي بهذين السببين ، طبعاً هناك أسباب ثانيه ،

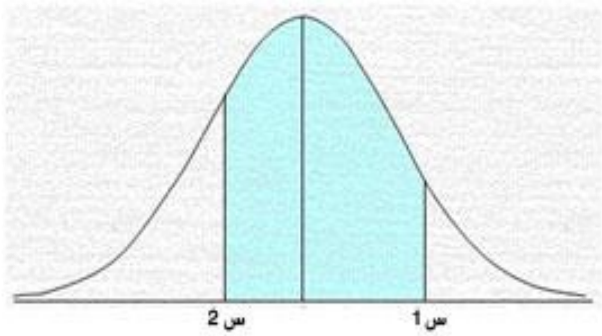
و من ضمنها أن كل نظريات الإحصاء قائمة على خصائص منحنى التوزيع الطبيعي ،

و سبب أخر أي قياسات في العينة والوسط الحسابي والنسبة ، تتبع التوزيع الطبيعي .

ما معنى أن الطول يتبع توزيع طبيعي ؟ معناها : إن معظم القراءات المسجلة عن الأطوال تتواجد عند القيمة المتوسطة للطول

ما معنى أن الأوزان تتبع التوزيع الطبيعي ؟ معناها : أن معظم الأوزان المسجلة عن أوزان الناس تتواجد بالقرب من الوزن المتوسط ما دامت الأكثرية في المتوسط فإن الأقلية عند الطرفين،في قراءات كبيرة تقع في الطرف الأيمن ،وقراءات ضعيفة تقع بالطرف الأيسر

الشكل الذي أمامنا هذا ..



مثال

يعطينا احتمال أن شخص معين وزنه مابين (س١) وَ (س٢) المحور الأفقي هو محور المتغير ، الوزن أو العمر أو الطول .

واللي فوق هذه الاحتمالات .

☑ نفرض أن (س٢) = ٧٠ كيلو

☑ وَ (س١)ً =٤٠ كيلو . فما هو احتمال شخص وزنه مابين ٧٠ و ٤٠؟

أين الاحتمال إذاً ؟ هي المساحة تحت المنحنى المحصورة بين هذين الخطين .

إذاً احتمال أن شخص وزنه اكبر من (س٢) وأقل من (س١) ؟

هي احتمال انه يوجد شخص وزنه يقع بين (س٢) و (س١) ، نقيم عمود عند (س٢)، وعند (س١) .

إذا المساحة التي تقع بين هذين العمودين مابين (س١) و (س١) وهذه هي المساحة التي نحن نريدها

طبعاً المساحة هذه اقل من الواحد .(س٢) و (س١) هذه أرقام ، فما هو احتمال الوزن بين (س٢) و (س١) ؟

سنعبر عن الاحتمال في صورة بيانيه. (س١) = ٧٠ كيلو . نضع الـ ٧٠ كيلو على المحور الأفقي ، وأقيم عمود ،

إذا المحور الأفقي للقيم الظاهرة ، طيب واللي فوق ..؟ هذه الاحتمالات التابعة لها ،

احتمال أن (س) أكبر من (س١) .. ؟

أأتي عند الـ (س١) أقراها تحت وأقيم عمود ، أين الاحتمال إذاً ..؟ أقول ، احتمال أن (س) اكبر من (س١) ،

فيصبح الاحتمال هو المساحة الواقعة على يمين العمود (س١) الذيل الأيمن ، الطرف اليمين ، المساحة المضللة بالرسم ،،

إذاً عندما أقول ما هو احتمال أن احمد وزنه أكبر من ٧٠ كيلو ،

أأتي عند الـ ٧٠ وأقيم عمود ، أين الاحتمال ..؟ ، الخط قسم المنحنى قسمين قسم قبله وقسم بعده ،، أين الاحتمال إذاً ..؟ ،

المساحة التي قبلها ، المساحة الآتية على الطرف الأيمن ، هذا هو الاحتمال المطلوب ، إذاً احتمال أن (س) اكبر من (س١)

هي المساحة الواقعة على يمين العمود المقام على (س١) الجزء الأيمن هذا .. طبعا أكيد أنها اقل من واحد ، وأيضاً شيء آخر ،

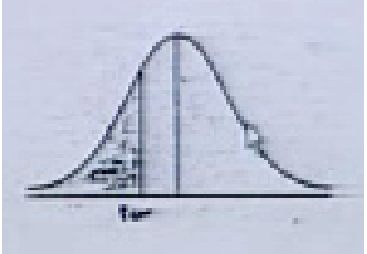
اقل من ماذا ..؟ اقل من نص ، أليس المنحنى هذا مساحته كلها واحد صحيح ،

طيب نص المنحنى ، نص اليمين هذا ما هي مساحته .؟ ٥ من عشره ،

وتصبح إذاً الطرف الأيمن هذا اكبر أو اقل من ٥ من عشره ؟؟؟ اقل من ٥ من عشره ، أحنا قربنا شوي من قيمه الاحتمال ،

إذا الطرف الأيمن هذا مساحته اقل من كم ..؟ من ٥ من عشره لأنه يقع في النص الأيمن .

بقي لنا الصورة الثالثة و الأخيرة /



والاحتمال كالتالي احتمال س= مابين ٦٠ و ٧٠ أو أقل من ٧٠ أو أكثر م ٧٠ وهكذا

احتمال أن احمد وزنه اقل من ٦٠ كيلو ، أو وزنه اقل من ٩٠ كيلو أياً كان ، أأتي عند الـ ٩٠ كيلو وأقيم عندها عمود ، لما أأتي عند الـ ٩٠ كيلو وأقراها عند المحور الأفقي ، وأقيم عندها عمود سيقسم لنا المنحنى قسمين ، نصف على يمين العمود ، ونصف على يسار العمود ، مساحه على يسار العمود ومساحه على يمين العمود .

أنا أريد احتمال أن (س) اقل من (س٢) .؟ (س) يعني احمد ما هو احتمال أن وزنه اقل من (س٢) ..؟

أقل من ٧٠ كيلو ، عندي (س٢) في مساحتين اليسار واليمين ، المساحة التي على الطرف الأيسر هي المساحة الأقل من (س٢) ، طبعاً واضح أن المساحة هذه واقعه في النصف الأيسر ، والنص الأيسر مساحته كلها كم ..؟

٥ من عشره وتبقى الجهة الثانية ، الذيل الأيسر هذا مساحته ما بها ؟؟

اقل من ٥ من عشره ، هذا تعيين قيمه الاحتمال بيانياً على الرسم ،

الآن ، كيف استخرج الاحتمال رقمياً ..؟ يعني الذيل الأيسر (كما في الرسم) تطلع مساحته كم ؟؟

٢ من عشره ولا ٣ من عشره ، طبعاً لن يكون ٥ من عشره لأنه يقع في النصف الأيسر ، يتبقى لنا هنا

كيف يتم حساب الاحتمال رقمياً ..؟

بيانياً قلنا الاحتمال .. إما انه يقع في الطرف الأيمن .. المساحة في الطرف الأيمن ، أو مساحه في الطرف الأيسر أو مساحه بين حدين ، هذه الثلاث صور ، كيف إذاً احسب قيمه الاحتمال رقمياً ..؟

بدلاً من تستخدم قانون التوزيع الطبيعي اللي ذكرناه سابقاً ، سنستخدم جدول ..

ما هو احتمال أن احمد وزنه اقل من ٧٠ كيلو ..؟ اذهب للجدول و أأتي بالاحتمال .

ما هو احتمال أن علي عمره اكبر من ٢٠ سنه ..؟ هذا متغير متصل يتبع توزيع طبيعي

أنظر و اكشف على العشرين هذه في الجدول .

ما هو احتمال أن خالد وزنه اقل من ٦٠ كيلو ؟

ما هو احتمال أن خالد طوله اكبر من ١٦٠ سم ؟ أأتي بالاحتمال هذا من الجدول .

☑ إذاً الاحتمالات لأي ظاهره تتبع توزيع طبيعي مثل الأوزان و الأطوال و الأعمار ، نكشف عليها في الجدول .

لكن عندما أقول احتمال أن احمد وزنه اقل من ٧٠ كيلو، نعمل جدول الأوزان .

احتمال علي طوله اكبر من ١٦٠ سم ، نعمل جدول للأطوال

لن ينتهي إذا فعلنا لكل ظاهرة جدول ،، إذن في هذه الحالة ،

نحول المتغير الذي عندنا من متغير وحدات مطلقه (يعني وحدات مقترنة بوحدات قياس ٧٠ كيلو ، ١٦٠ سم ، ٢٠ سنه) .

هذه الوحدات أحولها إلى قيم معياريه (يعني قيم مستبعد منها اصغر وحدات القياس) .

ما هو احتمال أن احمد وزنه اقل من ٧٠ كيلو . ماذا نعمل هنا ؟

☑ أحول الـ ٧٠ كيلو إلى قيمه معياريه (قيمه لا يوجد فيها حدود قياس) ، و بعد أن نحولها ليقمه معياريه اكشف الجدول.

ما هو احتمال أن علي طوله اكبر من ١٦٠ سم ، ماذا نعمل هنا ؟

☑ أحول ١٦٠ سم إلى قيمه معياريه (ينتج قيمه لا يوجد فيها حدود قياس) ثم اكشف الجدول .

ما هو احتمال أن خالدً عمره اقل من ١٨ سنه ، ماذا نعمل . ؟

☑ أحول الـ ١٨ سنه إلى قيمه معياريه ثم اكشف الجدول.

إذا في أي ظاهره ، تتبع التوزيع الطبيعي و أريد الاحتمال لها أحولها إلى قيمة معياريه وبعد كذا اكشف الجدول

ما هي القيمة المعيارية ؟ هي قيمه مُخفضة بكل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري.

قانون القيمة المعيارية : $ي = \dfrac{س - \mu}{\sigma}$

إذا كانت القيمة الأصلية اسمها (س) / طول – وزن – عمر . تسمى (ي) عند تحويله إلى قيمة معياريه .

في الحلقة القادمة إن شاء الله سنرى كيف نحول القيم الأصلية (س) إلى قيم معياريه و نبدأ في المرحلة الأخيرة ، كيف احسب قيمه الاحتمال .

إن شاء الله سنأخذه بالتفصيل في الحلقة القادمة بإذن الله

الحلقة ١٥

مثال / ما هو احتمال أن احمد وزنه اقل من ٧٠ كيلوا ؟

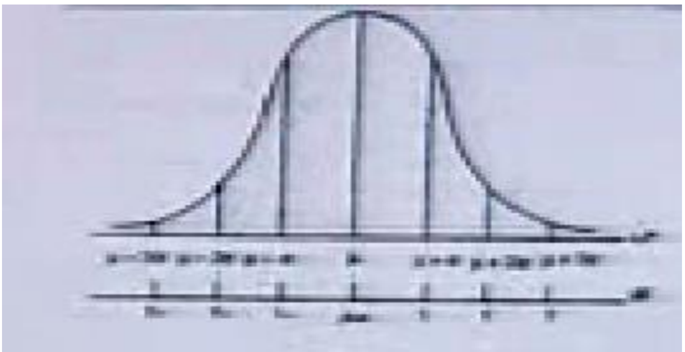
في هذه الحالة سألجأ إلى نوع واحد من الجداول وهو جدول التوزيع الطبيعي المعياري ، أو جدول التوزيع الطبيعي القياسي (معناها أي يصلح لجميع الظواهر ..وذلك بعد ما نحول قيمها إلى قيم معياريه ، القيم المخفضة بكل من الوسط الحسابي للانحراف المعياري) فالقيم المعيارية قيم مستبعد منها أصل وحدات القياس.

والقيمة المعيارية يرمز لها بالرمز : (ي)

$$\text{القيمة المعيارية} \quad ي = \frac{س - \mu}{\sigma}$$

نأخذ قيمة س و تكون مثلا ٧٠ كيلو و نعوض فالقانون ، فنحذف منها قيمة الميو

ثم نقسم على السيقما . والناتج يكون رقم نضعه في الجدول ونكشف عليه حتى نحصل على الاحتمال



طبعاً لو هنا (كما هو موضح برسم منحنى التوزيع الطبيعي ، لو هذه القيم (س) قيم أصليه الميوا والسيجما ، مثلاً ميو =٧٠ كيلوا وبعدها ٧٢ و٧٣ و٧٤ وهكذا ..بس لو رجعت للخلف الـ ٧٠ بالنص قبلها ستجد ٦٩ وَ ٦٨وَ ٦٧ ،، وهكذا ، ، لو حولت هذه القيم الى قيم معياريه و أخذت منها ميوا وقسمتها على السيجما ستتحول ، عندما نجعل هذا الميوا واشيل منها الميوا سيكون الناتج صفر ، وصفر تقسيم سيجما يساوي صفر ، إذاً ميوا تكون تناظر الصفر ،

بصفه عامه محور (ي) ، (نحن هنا نحاول تحويل س الى ي) إذاً محور ي هو الذي بالنص صفر وعلى يمينه ١وَ٢وَ٣وَ٤ ، وعلى شماله ١وَ٢وَ٣وَ٤ ، واحول واكشف الجدول ، ح لها عديد من الجداول ومن الجداول المشهورة ، جدول بيعطيني الاحتمال في النص الأيمن من المنحنى فقط (أي في النص اليمين) ، وفي النصف الشمال وهذا لأنه منحنى متماثل ،

القيد الثاني هو أن يعطيني الاحتمال الواقع مابين الصفر وقيمه معينه (أي يعطيني احتمال الواقه بين ي=صفر ، وقيم معينه من قيم ي) ...

ما معنى ذلك؟؟ .. ..لكي نعرف ما المقصود نأتي إلى هذه الأمثلة ،،

مثال / إذا كان متوسط عمر المصباح الكهربائي الذي تنتجه إحدى الشركات هو / **٧٥٠ ساعة** بإنحراف معياري **٨٠ ساعة** ، سُحب مصباح واحد من إنتاج الشركة ، وعلى فرض أن عمر المصباح متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي (معنى هذه الجمله استخدم التوزيع الطبيعي في ايجاد الاحتمالات) احسب الاحتمالات الآتيه :

☑ أن يزيد عمر المصباح عن ٨١٠ ساعة ؟

☑ أن يزيد عمر المصباح عن ٦٧٠ ساعة ؟

☑ أن يقل عمر المصباح عن ٧٧٠ ساعة ؟

يمكنك استخدام هذا المقطع من جدول التوزيع الطبيعي :

ي	٠,٢٥	٠,٥٠	٠,٥٨	٠,٧٥	١	١,٢٥	١,٥٠
ح (ي)	٠,٠٩	٠,١٩	٠,٢٢	٠,٢٧	٠,٣٤	٠,٣٩	٠,٤٣

☑ الصف الاول = قيم ي والصف الثاني هي احتمالات **ي** وتكون أقل من ١ .

الحل /

عمر المصباح هي القيمة الأصلية و نسميها س (المتغير الأصلي) .

إذاً أنا أريد احتمال أن / س $>$ ٨١٠ (س اكبر من ٨١٠) .

ولكي أستطيع استخرج القيم الموجودة في الجدول في الأعلى يجب أن أحول **س** إلى قيم معياريه رمزها ي ،

لنفرض أن س = **٨١٠** ، او س = **٦٧٠** ، او س = **٧٧٠** ،

مهم : كيف سنحول هذه القيم إلى قيم معياريه ؟....

نأخذ من س الميوا (وهي متوسط الساعات ٧٥٠ ساعة) واقسم الناتج على سيجما =(وهي ٨٠ ساعة) ونعوض بقانون القيم المعيارية/

$$ي = \frac{س - \mu}{\sigma}$$

☑ س هي القيم العشوائية المعطاة وهي س = ٨١٠ ، س = ٦٧٠ ، س =٧٧٠

☑ وَ μ (ميوا) هي القيمة الثابتة/ ٧٥٠ ساعة

☑ وسيجما هي σ / ٨٠ ساعة

نعوض بالقانون :

$$ي = \frac{٨١٠ - ٧٥٠}{٨٠} = ٠,٧٥$$

إذا يصبح السؤال ما احتمال أن يكون ي اكبر من ٠,٧٥ % (لا أقول هنا ٠,٧٥ ساعة)

أكشف عليها بالجدول ، فأجد أنها تقابل العدد ٢٧.

إذن : ٠,٥٠ – ٠,٢٧ = ٠,٢٣ << احتمال أن يزيد عمر المصباح عن ٨١٠ ساعة

ملاحظه : عندما يكون الناتج على يمين العمود إذا نزيد نص ولو كان بعده ننقص نص كالتالي /

٠,٧٥ على يسار العمود اذا ننقص $1/2$

ي = $1/2$ − ٠,٢٧ (مايقابل قيمة ي ٠,٧٥) = ٠,٢٣ %

☑ عندما س = ٦٧٠ .

ي = $\frac{٦٧٠ - ٧٥٠}{٨٠}$ = ١ − وعندما تكون الاجابه بالسالب نعطيها مايقابلها بالموجب وهي ٠,٣٤

و هذا الاحتمال عباره عن مساحة النصف اليمين من المنحنى وقدرها (+٠,٥) +

المساحه التي تقع بين ي= ١− ، ي = صفر .

وحيث انه لايوجد قيم سالبه في الجدول فأن القيمه الموجبه المناظره لها تحل محلها بسبب تماثل المنحنى

إذا / ح (ي> ١−) = ٠,٥٠ + ح (صفر < ح < ١+)

= ٠,٥٠ + ح (ي < ١)

= ٠,٥٠ + ٠,٣٤ = ٠,٨٤

إذاً عندما أريد ان آتي بإحتمال لمتغير يتبع التوزيع الطبيعي لا استخدم قوانين مثل ما قمنا بعمله بـ ذو حدين والموصول ، بل نستخدم جدول ، ولكن لكي استخدمه يجب أن نحول قيم س إلى قيم معياريه ، وبعد ما يتم تحويله إلى قيم معياريه أضعها على الرسم ، أي أضع قيمة ي على الرسم ، ستنقسم معنا ي إلى قسمين ،

قسم على يمين العامود

وقسم على يساره ، و أنت الذي تختار ،،،،

إما أن تضيف على الجدول المعطى إليك تضيف عليه نص أو تطرح منه نص .

المطلوب منك وأنت تكشف على الرقم أن تفكر ،

هل قيمة ي (مثلاً ي = ١ واحتماله ٠,٣٤%) هل ستضيف نص أو تطرح نص ،

عندما تكون ي = ٠,٥ واحتمال كان ٠,١٩ % ،هذا الاحتمال أضيف أم اطرح منه نص .

☑ عندما س = ٧٧٠

ي = $\frac{٧٧٠ - ٧٥٠}{٨٠}$ = ،٢٥ >> نستنتج انها تقابل العدد ٠٩.

إذن : ،٥٠ + ،٠٩ = ،٥٩

كل ماهو مطلوب عند حل المسألة معرفة القيمة العشوائية (س) ، ومتوسط العدد المطلوب ، والعدد الثابت ثم أطبق قانون القيمة المعيارية وأأخذ ناتجها وأكشف عليها بالجدول ، يبقى معرفة هل يتم الجمع مع نصف أو الطرح...

الحلقة السادسة عشر

مستخدما البيانات التالية احسب الاحتمالات التالية /

- ☑ أن يتراوح عمر المصباح بين ٧٥٠، ٨٣٠ ساعة
- ☑ أن يتراوح عمر المصباح بين ٧٩٠ ،٨٧٠ ساعة
- ☑ أن يتراوح عمر المصباح بين ٧٣٠، ٨٥٠ ساعة

يمكنك استخدام هذا المقطع من جدول التوزيع الطبيعي

ي	صفر	٠،٢٥	٠،٥	٠،٥٨	٠،٧٥	١	١,٢٥	١,٥٠
ح(ي)	صفر	٠،٠٩	٠،١٩	٠،٢٢	٠،٢٧	٠،٣٤	٠،٣٩	٠،٤٣

الحل/ نفرض أن س هو متغير عشواي يدل على عمر المصباح الكهربائي بالساعات

إذاً س تأخذ القيم في المطلوب الأول س بين ٧٥٠ و ٨٣٠ ساعة

علشان نجيب هذا الاحتمال نجيب قيم س ونحولها إلى قيم معياريه / $ي = \frac{س - \mu}{\sigma}$

μ من المثال السابق = ٧٥٠ ي و σ = ٨٠ كل رقم من فوق نشيل منها ٧٥٠ وقسم على ٨٠

المطلوب الأول احتمال أن يتراوح عمر المصباح بين ٧٥٠ و ٨٣٠ الجملة نخطها في صيغة رموز ونقول

ح = (٧٥٠ < س < ٨٣٠) نقول (ح احتمال) وتقرا من النصف س أكبر من ٧٥٠ وأقل من ٨٣٠ .

أحول ٧٥٠ وأحول س وأحول ٨٣٠ لقيم معياريه أجي ٧٥٠ أشيل منها ٧٥٠ إلي هي μ واقسمها على السقما إلي هي ٨٠ طيب و س أجي على س ــ μ σ واقسم ويطلع اسمها ي و٨٣٠ أشيل منها ٧٥٠ واقسمها على ٨٠ .

وتكون الصيغة / ح $\left(\frac{٧٥٠-٧٥٠}{٨٠} < \frac{س - \mu}{\sigma} < \frac{٨٣٠-٧٥٠}{٨٠} \right)$

$$٠ < ي < ١$$

إذاً احتمال (ي) مابين صفر و ١ .

ح = (ي ≤ ١) – ح (ي ≤ ٠)

نكشف عن الصفر و ١ من الجدول فنجد أن : صفر يقابل الصفر ،،، و ١ يقابل ٣٤،

إذن : ح = ٠،٣٤ – ٠ = ٠،٣٤

المطلوب الثاني احتمال أن يتراوح عمر المصباح بين ٧٩٠ و ٨٧٠ الجملة نحطها في صيغة رموز ونقول

ح = (٧٩٠ < س < ٨٧٠) نقول (ح احتمال) وتقرا من النصف س أكبر من ٧٩٠ وأقل من ٨٧٠ .

أحول ٧٩٠ وأحول س وأحول ٨٧٠ لقيم معياريه أجي ٧٩٠ أشيل منها ٧٥٠ إلي هي μ واقسمها على السقما إلي هي ٨٠ طيب و والناتج اسمه ي و٨٧٠ أشيل منها ٧٥٠ واقسمها على ٨٠ .

وتكون الصيغة / ح ($\frac{٧٩٠-٧٥٠}{٨٠}$ < $\frac{س - \mu}{\sigma}$ < $\frac{٨٧٠-٧٥٠}{٨٠}$)

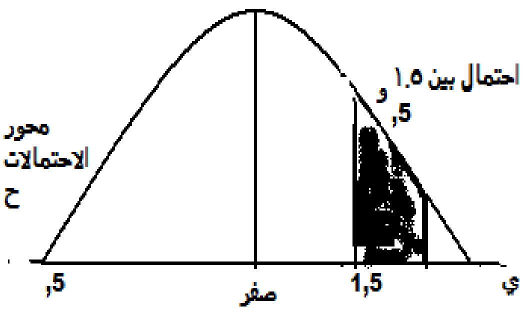
٠,٥ < ي < ١,٥

إذاً احتمال (ي) مابين ٠,٥ وَ ١,٥ .

ح = (ي ≤ ١,٥) - ح (ي ≤ ٠,٥)

نكشف عن ١,٥ وَ ٥، من الجدول فنجد أن : ١,٥ تقابل ٤٣، ... و ٥، تقابل ١٩،

إذن : ح = ٠،٤٣ - ٠,١٩ = ٠،٢٤



عندما ننظر للمحور الافقي (ي) ، و منحنى الاحتمالات ، و المحور الصفر .

٥، على اليسار وَ ١,٥ على اليمين

كيف نستخرج المساحة المضللة ؟ أكشف عند / ي ٥، . وأكشف عند / ي ١,٥ واكشف الفرق بينهم :

لما (ي) ١,٥ الاحتمال في الجدول = ٠,٤٣

لما (ي) ٠,٥ الاحتمال فالجدول = ٠,١٩

نطرح الاحتمالات من بعضها /

٠,٤٣ — ٠.١٩ = ٠,٢٤

ملاحظه :لو كتبنا ١٩، قبل ٤٣، أو بالعكس أو أي رقم يطلع فيه احتمال بالسالب ولو قلنا / ١٩، - ٤٣، =- ٢٤، ٠ نلغي إشارة السالب لانه لا يوجد احتمال بالسالب .

المطلوب الثالث احتمال أن يتراوح عمر المصباح بين ٧٣٠ و ٨٥٠ الجملة نحطها في صيغة رموز ونقول

ح = (٧٣٠ > س > ٨٥٠) نقول (ح احتمال) وتقرا من النصف س أكبر من ٧٣٠ وأقل من ٨٥٠ .

أحول ٧٣٠ وأحول س وأحول ٨٥٠ لقيم معياريه أجي ٧٣٠ أشيل منها ٧٥٠ إلي هي μ واقسمها على السقما إلي هي ٨٠ طيب و والناتج اسمه ي و ٨٥٠ أشيل منها ٧٥٠ واقسمها على ٨٠ .

وتكون الصيغة / ح ($\frac{٧٣٠-٧٥٠}{٨٠}$ > $\frac{س - μ}{σ}$ > $\frac{٨٥٠-٧٥٠}{٨٠}$)

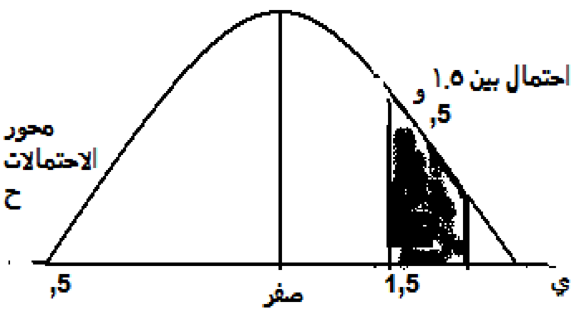
- ٠,٢٥ > ي > ١,٢٥

إذاً احتمال (ي) مابين -٠,٢٥ وَ ١,٢٥ .

ح (-٠،٢٥ > ي > ١,٢٥)

= ٠،٩ + ٠،٣٩ = ٠،٤٨ [هنا نجمع ولا نطرح لسبب ان العدد ٠,٩ عكس مكان ٠,٣٩ وليست بنفس الجهه]

شرح الحل /



- نحن نريد احتمال (ي) اكبر من - ٢٥، ٠ و اصغر من ١,٢٥ من الرسمه .
- ارسم ضلع المنحنى في المنحنى الراسي في المنتصف عند الصفر ي -٢٥، تكون وراء الصفر.
- وَ ١,٢٥ تجي يمين الصفر ونحن نريد المساحة التي تقع بين الخطين هذه (من -٢٥، ٠الى ١,٢٥).
- الأن اكشف عند -٢٥، ٠ واكشف عند ١,٢٥ ، ثم نجمع الناتج سبب اختيار الجمع لان المساحة مختلفة طبعاً

(من الجدول) لا يوجد قيمه -٢٥، ٠ من قيم ي لان محور المنحنى المتماثل سواء كانت قيمة ي — أو + اكشف عنها بالقيمة الموجبة وكأنها بالضبط القيمة الموجبة ما فيه شي اسمه -٢٥، وانظر للجدول للسابق فان قيم ي ما فيها قيم سالبة و إذا وُجدت قيمه سالبة نهمل الاشاره.

و الآن نريد ايجاد الفارق بين -٢٥، و ١,٢٥ عند ٢٥، الاحتمال كان ٩، وعند ١,٢٥ الاحتمال ٣٩، ٠ واجمعهم لان المساحة مختلفة .

ملاحظة عند كتابة / ح(س≥ ١) = ح (س> ١)

أي إن وضع أو حذف علامة التساوي من المتتالية لا يوثر في عمليه الكشف من الجدول كذالك يمكن كتابة المتتالية على النحو التالي :

ح(-١ ≥ ي ≥ ٢) =ح (-١ >ي ≥ ٢) = ح (-١ >ي > ٢).

مثال / إذا كانت مده بقاء المريض بأحد المستشفيات يتبع توزيع طبيعي بمتوسط **١٢** وَ انحراف معياري **٤**

فإذا استقبلت المستشفى مريض في احد الأيام .

١/ ماهو احتمال أن يبقى بها اقل من ٨ أيام؟

٢/ ماهو احتمال أن يبقى بها أكثر من ١٥ يوم؟

الحل/

نلاحظ أنه ذكر في السؤال أنه يتبع التوزيع الطبيعي معنى ذلك استخدم جدول التوزيع الطبيعي .

☑ س تمثل متغير عشوائي يمثل مدة بقاء المريض في المستشفى فاحتمال أن يبقى اقل من ٨ أيام .

نحول ٨ أيام إلى قيمه معياريه واكشف عنها بالجدول ؟

قانون القيمة المعياريه / ي = $\frac{\text{س} - \mu}{\sigma}$ = $\frac{٨ - ١٢}{٤}$ = −١

يطلع رقم أحطة في الرسم أشوف الاحتمال هذا أضيف عليه نص أو اطرح منه نص .

ي	٠,٥	٠,٧٥	١	١,٢٥	١,٥٠	٢	٣
ح	٠,١٩	٠,٢٧	٠,٣٤	٠,٣٩	٠,٤٣	٠,٤٧	٠,٤٩

المطلوب = ح(س < ٨) − (ي < $\frac{٨ - ١٢}{٤}$) = ح (ي < −١) =٠،٥٠ − ٠،٣٤ =٠،١٦

شرح الحل/

✎ لو عملت المنحنى و وضعت−١ بتكون في الطرف من شمال ح(ي<−١) المساحة إلي في الذيل يكون اكبر أو اقل من النص بتكون اقل من النص إذاً عند الكشف عند ١ لان ما فيه −١ لأننا نهمل إشارة السالب و أجي عند الواحد والاحتمال الناتج أطرح منه نصف لأن الذيل الأيمن قيمته اقل من النص لو ننظر للرسمة إلتي فوق لو قلنا أن ي اقل −١ افرض ٢٥، افرض أنها ١ أي الاحتمال اقل من ١ الذيل الأيسر هذا قل أو اكبر من النص ليه النص؟

✎ لان الجدول يعطي المساحة إلي في النص فقط فالمساحة حقت الذيل −١ الذيل هذا اقل من النص معطيني مساحة .

هذي المساحة اطرحها من نص يبقى ٥، ٠ . ي عند الواحد في الجدول طلعت ٣١، ٠(مع العلم أننا نهمل إشارة السالب في −١) اطرحها من النص يعطينا الناتج ١٦، ٠ . **☑ إذن احتمال ان يبقى المريض في المستشفى اقل من ٨ أيام = ١٦، ٠**

المطلوب الثاني : احتمال ان يبقى اكثر من ١٥ يوم .

✎ أحول ١٥ إلى قيمه معياريه .

قانون القيمة المعياريه / ي = $\frac{\text{س} - \mu}{\sigma}$ = $\frac{١٥ - ١٢}{٤}$ = ٠,٧٥

المطلوب = ح(س > ١٥) − (ي < $\frac{١٥ - ١٢}{٤}$) = ح (ي < ٠,٧٥) = ٠، ٥٠ − ٠، ٢٧ = ٠، ٢٣

شرح الحل مهم جدا تسمع المحاضره لانها تسهل عليك فهم الحل/ لما أجي على المحور الأفقي وابحث عن ٧٥، هي في النص الأيمن و المطلوب بالسؤال أن ي اكبر من والمساحة الأكبر فنجد أن ٧٥، يمين الصفر .

ولو أقمنا عمود عند ٧٥، تكون إذاً المساحة هي التي في الذيل الأيمن كلها، هذي اكبر أو اقل من النص؟ عندما نقيم عند الواحد عمود المساحة التي على يمين العمود تكون إذاً الذيل الأيمن اقل من ٥، ٠ ولما نكشف في الجدول عن احتمال ٧٥، تطلع ٢٧، ٠ نطرح النص من ٢٧، يطلع الناتج .

المثال الأخير/ مصنع فيه ١٠٠٠ عامل متوسط الإنتاجية μ=٢٠٠ وانحراف معياري σ=١٠ الإنتاج يتبع توزيع طبيعي.
(يعني معناها استخدم الجدول الطبيعي للكشف عن الاحتمالات). أحسب الاحتمالات التاليه: وأي عامل يزيد انتاجة عن ٢٣٠ يحصل على علاوة تشجيعية ، فكم عامل سيحصل على علاوة تشجيعية ؟؟؟

١/ احتمال ان تزيد إنتاجيه احد العمال عن ٢٢٠

الحل : هنا س تمثل الإنتاجية احتمال ان نجد عامل إنتاجيته اكبر من ٢٢٠
من التوزيع الطبيعي و حتى نستطيع استخدم جدول التوزيع الطبيعي نحول س إلى قيمه معياريه:
أحول ٢٢٠ إلى قيمه معياريه .

قانون القيمة المعياريه / ي = $\frac{س - \mu}{\sigma}$ = $\frac{٢٢٠ - ٢٠٠}{١٠}$ = ٢ (قيمة ي على المحور الافقي)

حتى نشوف في الطرف اليمين ولا في الطرف اليسار نقول + ٠,٥ و إذا كانت في الطرف اليسار اقول -٠.٥
القيمة نكشف عليها نأتي على المطلوب الأول /احتمال ان تزيد إنتاجيه عن ٢٢٠ و هنا الجدول/

ي	٠,٥	٠,٧٥	١	١,٢٥	١,٥	٢	٣
ح	٠,١٩	٠,٢٧	٠,٣٤	٠,٣٩	٠,٤٣	٠,٤٧	٠,٤٩

المطلوب = ح(س > ٢٢٠) - (ي > $\frac{٢٢٠ - ٢٠٠}{١٠}$) = ح (ي > ٢) = ٠,٥٠ - ٠,٤٧ = ٠,٠٣

☑ شرح الحل أجي على س وأحولها إلى قيمه معياريه . إذا أحتمال (س > ٢٢٠) هي نفسها ح (ي>٢) فحولت س من وحدات منتجة إلى قيمه معياريه اسمها ي . لماذا (ي > ٢) عملنا على المحور الأفقي الرقم ٢ و أقمنا معه عمود الاحتمال اقل من النص أنا ابغي ي > ٢ أروح للرسم المحور الأفقي إلي تحت يعني ي النص فيه صفر يمينه ١و٢و٣ ويساره -١و-٢و-٣ نقول ي بكم؟ لو كانت ي ١ بتكون يمين الصفر لو كانت ٢ بتكون المساحة إلي على يمين ١والي على يمين اقل من النص اقل من النص ثم نقوم بالكشف عند ١ في المسالة هذي كانت ي > ٢ . إذاً عند ٢ أقيم عاموم والعمود يقسم المنحى إلى جهتين يمين ويسار فالمساحة إلي على يمين ٢ إلي فوق اقل من النص يعطينا ٥، ٠ - واكشف عن ٢ في الجدول يعطينا ٤٧،
اطرحهم من بعض يعطنا الاحتمال ٠٣، وهو احتمال وجود عامل إنتاجه يزيد عن ٢٢٠ وهو احتمال ضعيف جدا .

١/ احتمال أن تزيد إنتاجيه احد العمال عن ٢٣٠

الحل/ هنا س تمثل الإنتاجية احتمال أن نجد عامل إنتاجيته اكبر من ٢٣٠ وحده.
من التوزيع الطبيعي و حتى نستطيع استخدم جدول التوزيع الطبيعي نحول س إلى قيمه معياريه:
أحول ٢٢٠ إلى قيمه معياريه .

قانون القيمة المعيارية / ي = $\frac{س - \mu}{\sigma}$ = $\frac{٢٣٠ - ٢٠٠}{١٠}$ = ٣ (قيمة ي على المحور الأفقي)

متى يأخذ علاوة إذا زاد إنتاجه عن ٢٣٠ أول شي بنجيب احتمال ان فيه عامل زادت إنتاجيته عن ٢٣٠ والمطلوب هنا عدد لا يريد احتمال أو أجيب احتمال ان فيه عامل إنتاجيته > ٢٣٠ و الاحتمال إلي يطلع × ١٠٠٠ = العدد إلي يستحقون العلاوة
اعمل رسمه صغيره بمنحنى المحور الافقي الخط الراسي إلي في النص عند الصفر ٣ على اليمين ولا على يسار بتكون على يمين الصفر بكتب ٣ تحت وأقيم عمود عندها العمود هذا بيفصل المنحى إلى جهتين وحده يمين ٣ و وحده كبيره جداً يسار ٣ أنا أريد اكبر من إذاً الطرف إلي يمين مساحة اكبر ولا اقل من النص ؟ اقل من النص إذاً ٠,٥ – واكشف عن رقم ٣ أروح للجدول لما يكون ي ٣ ح =٤٩، اطرحهم من بعض واطلع الناتج .
= ٠,٥ – ٠,٤٩ = ٠,٠١ **احتمال ان يكون فيه عامل إنتاجه > ٢٣٠ .**

عدد العمال المتوقع حصولهم على علاوة تشجيعية = ١٠٠٠ × ٠,٠١ = ١٠ عمال .

محاضره ١٧ -١٨-١٩-٢٠-٢١

مراجعه ما سبق دراسته من حل للتمارين و تطبيقات المادة موجودة في مذكرة التمارين :

الحلقة ٢٢ / مراجعة ما سبق

في الحلقات السابقة بدأنا بموضوع الاحتمالات ، الاحتمالات إما حواث بسيطة أو حوادث مركبه .

والحوادث المركبة تستخدم فيها قانون الجمع ، او قانون الضرب .

كان الموضوع الثاني **دوال الاحتمال** ، عرفنا الدالة الاحتمالية وما هو العلاقة بالعشوائي س ، واحتمالات حدوث ح(س) ، العلاقة بين س وَ ح(س)/ إما أن تكون في شكل جدول من عامودين س وَ ح(س) ، أو تكون في شكل قانون .

وهذا القانون يسمى التوزيع الاحتمالي ، في التوزيعات الاحتمالية أخذنا ٣ توزيعات :

☑ توزيع ذو الحدين و توزيع البواسون /وهما يصفان المتغيرات المتقطعة أو المنفصلة التي تأخذ وحدات قياس سليمة (يعني متغيرات لا تقبل قيم كسريه) .

والتوزيع الآخر كان التوزيع الطبيعي/ وهو يصف المتغيرات المتصلة أو المستمرة (متغيرات تقبل القيم الكسرية مثل الأطوال والأوزان والأعمار) . في تلك الموضوعات وهي الاحتمالات ودوال الاحتمال والتوزيعات الاحتمالية المختلفة ، نستطيع أن نتكلم بشيء من الثقة على الموضوع الأخير من المقرر الإحصاء التحليلي وهو الاستنتاج الإحصائي .

الاستنتاج الإحصائي (أحياناً يسمى بالإحصاء التحليلي) ،

و الإحصاء التحليلي هو أحد فروع علم الإحصاء .

علم الإحصاء ينقسم إلى فرعين : ١- إحصاء وصفي او بما يسمى بمبادئ الإحصاء (وهذا تم تدريسه بالمستوى الأول) .

٢- الإحصاء التحليلي .فكان يجب أن نتعرض لموضوعات مبدئية مثل موضوع الاحتمالات وموضوع الدالة الاحتمالية وموضوع التوزيعات الاحتمالية .

الاستنتاج الإحصائي : هو استنتاج معلومات تخص المجتمع عن طريق العينة .

لذلك يقال أن الاستنتاج الإحصائي هو تعميم نتائج العينة على المجتمع ، أو يسموه التعميم من الخاص إلى العام .

الاستنتاج الإحصائي له أداتين اثنين :

١. نظرية التقدير أو التقدير الإحصائي.
٢. اختبارات الفروض الإحصائية

وهما الموضوعات المتبقية لنا في هذا المقرر .هذان الفرعين مع بعض يشكلان الإحصاء التحليلي .

و الهدف من الإحصاء أن استنتج معلومات من المجتمع عن طريق العينة ، مثلاً /

لو تريد أن تعرف نسبة الأمية في المجتمع يعني . كيف اعرفها ؟ شيء طبيعي لا أستطيع أن اعمل حصر شامل الذي هو التعداد السكاني ، وهو يعمل مرة كل عشر سنين ، لأني أريد أن عرف اليوم نسبة الأمية في الدولة ، هذه أعرفها عن طريق العينة ، بأن أخذ عينه من المواطنين واحسب كم فيها نسبة من الأمية؟ ، تطلع ٣٠ % ، هذه في العينة ولكني أريد أن اعرف نسبة الأمية في المملكة؟ ، وهذا هو موضوع الإحصاء التحليلي بان اعرف نسبة الأمية من خلال العينة .

مثال أخر /

أريد أن اعرف متوسط دخل الأسرة في السعودية ، بأن أخذ عينه من المواطنين ، أو عينه من الأسر ، ونستخرج متوسط الدخل ، متوسط الدخل مثلاً من عينه مكونه من ١٠٠ أسرة هو ٦٠٠٠ ريال .

وأنا أريد المتوسط بالمملكة جميعها ، إذاً عن طريق المتوسط بالعينة الذي هو ٦٠٠٠ ، وعن طريق أدوات التحليل الإحصائية نستطيع أن نصل إلى متوسط دخل الأسرة في جميع أنحاء المملكة ، كأننا نعمم نتائج العينة على المجتمع ،

وهذه تسمى طرق التقدير(أو نظرية التقدير) ، هذا الشق الأول من الإحصاء التحليلي ،

فكما عرفنا الإحصاء التحليلي شقين وهما ١- نظرية التقدير أو التقدير الإحصائي.. ٢- اختبارات الفروض .

نظرية التقدير أو التقدير الإحصائي / ويقصد بها أن أقدر معالم المجتمع المجهولة عن طريق بيانات العينة المتاحة .

⊙ يقصد بمعالم المجتمع المجهولة/ أي المؤشرات يعني أدلة ،(مثل متوسط عمر الفرد في المملكة هذا يسمى مؤشر ، متوسط دخل الأسرة في المملكة (مؤشر) ، نسبة الأمية في المملكة أو نسبة البطالة في المملكة ، جميعها مؤشرات في مجتمع المملكة وهي مجهولة).

نستطيع ان نقدرها بأن نعمل لها عملية تقدير عن طريق سحب عينه من هذا المجتمع ، وحساب ما يقابل تلك المؤشرات بالعينة ، مثلا (أخذ عينه من المواطنين واحسب فيها نسبة البطالة ، إذاً بمعرفة نسبة البطالة في العينة) ، أستطيع أن اصل لنسبة البطالة في المملكة ، هذه تسمى نظرية التقدير وهي نوعين :

١. التقدير بنقطه (التقدير وحيد القيمة).
٢. التقدير بفترة ثقة .

التقدير بالعينه /

هو نفس القيمة الحقيقة بالمجتمع ، فنعتبر القيمة اللي أتينا بها من العينة هي نفسها القيمة في المجتمع .

مثال : أريد أن اعرف نسبة الأمية في المملكة يرمز لها بالرمز ل وهي مجهولة . كيف نستخرجها ؟.

نأتي بعينه من المواطنين واحسب فيها نسبة الأمية ، مثلاً تطلع نسبة الأمية في المملكة تطلع ٣٠ % ، اعتبر النسبة في العينة هي نفسها النسبة في المملكة .

أريد أن اعرف متوسط عمر الفرد في المملكة ، متوسط عمر الفرد في المجتمع رمزه ميوا μ (معنى هذا الرمز المتوسط) وهو يخص المجتمع ، متوسط عمر الفرد المجتمع μ مجهول لا أستطيع أن اعرفه ، ولكني أستطيع أن اقدره بأن اعمل له تقدير ، اخذ عينه من المواطنين مثلاً ١٠٠ مواطن وآتي بها متوسط العمر ، متوسط عمر الفرد في العينة رمزه $\bar{س}$ (ينطق سين شرطه) يطلع متوسط عمر الفرد في العينة مثلاً ٤٠ سنه . في هذه الحالة اعتبر متوسط عمر الفرد في المجتمع هو ٤٠ سنه ، يعتبر تقدير العينة هو تقدير المجتمع .

التقدير بنقطة (التقدير وحيد القيمة)/

يعتبر التقدير في العينة هو نفسه التقدير أو القيمة الحقيقية في المجتمع ،

سواءاًكانت متوسط أو نسبي يعني بإختصار

نعتبر متوسط المجتمع المجهول ميوا μ هو نفسه متوسط العينه : $\bar{س}$ ، μ = $\bar{س}$ وهو يسمى التقدير بنقطه

مثال : متوسط عمر الفرد بالدولة مجهول .كيف اعرفه ؟. نأخذ عينه من المواطنين وآتي بمتوسط العمر بهذه العينة ، ويطلع متوسط العمر في الفرد في هذه العينة ٦٠ سنه ، إذاً في المجتمع أيضاً ٦٠ سنه ، إذاً القيمة في العينة هي نفسها القيمة في المجتمع .

ملاحظة : *طريقة التقدير هذه لا تصلح في العلوم الاجتماعية ولكنها تصلح في علوم البحث .لماذا؟.*

لأنه لو أخذت عينه ثانيه من المواطنين فمثلاً أخذت عينه من ١٠٠٠ مواطن وجدت متوسط العمر فيها ٦٠ سنه

إذاً سأستنتج أن متوسط العمر الفرد في الدولة ٦٠ .

مثال آخر لو أخذنا عينه من المواطنين غير العينة الأولى هل سيكون متوسط أعمارهم ٦٠ ؟

لا . سيختلف سيكون مثلاً ٤٠ سنه ، إذاً بدوري أقول متوسط عمر الفرد في الدولة ٤٠ سنه .

هل نستطيع أن نقول أن الدولة لها متوسطين بالعمر مره بـ ٦٠ سنه ومره بـ ٤٠ سنه ؟. أكيد لا

لا نستطيع أن نقول ذلك ، وبالتالي سألجأ إلى طريقه أخرى من طرق التقدير اسمها/ طريقة التقدير بفترة الثقة .

فنقول متوسط عمر الفرد بالدولة بين حدين (بين حد أدنى وحد أعلى) مثلاً بين ٥٥ و٦٢ .

إذاً هنا اقدر متوسط عمر الفرد بالدولة ليس بقيمه وحيده ، بل بين قيمتين (أي بين حدين) ، فتسمى التقدير بفترة ثقة .

☑ خطأ العينة / طبعاً اختلاف الوسط الحسابي بين عينه وأخرى ، (مثلا عينه فيها المتوسط ٦٠ سنه ، وعينه أخرى فيها متوسط ٤٠ سنه)

فيختلف من عينه إلى أخرى .

قلنا سابقاً طالما اخترنا عينه لا بد أن يقع خطأ ، كما ذكرنا بالمستوى الأول وهي أخطاء البيانات ، إذا اعتمدنا على العينة لابد أن يقع الخطأ ، فنسميه خطأ العينة ، (خطأ ناشئ على استخدام العينة ، وتسمى الخطأ العشوائي) .

لذلك ستختلف قيم $\bar{س}$ من عينه إلى أخرى ، وسبب هذا الاختلاف هو استخدام أسلوب العينات .

و لكي نحل هذه المشكلة ، نقدر الميوا هنا بحد أدنى وحد أعلى (التقدير بفترة) ،

(أي بفترة بين حد أدنى وحد أعلى ، تسمى التقدير بفترة ثقة) .تقدير الفرق بين متوسطي مجتمعين :

سنقدر المتوسط بفترة الثقة بالمجتمع ، /

(كأني أريد أن اعرف متوسط عمر الفرد بالدولة – متوسط دخل الأسرة بالدولة ، وتسمى تقدير المتوسط بفترة ثقة)

تقدير النسبة بالدولة أو بالمجتمع /

(أريد أن اعرف نسبة الأمية في الدولة ، نسبة البطالة في الدولة ، نسبة شيوع مرض معين في المجتمع)

قوانين التقدير بفترة الثقه

أولاً / تقدير متوسط المجتمع ميوا :

عندما اقول $\bar{س}$ فيها خطأ ٣ سنوات، متوسط عمر الفرد في العينه ٦٠ سنه بخطأ قدره ٣ ،
يعني ممكن هذا المتوسط يزيد عن ٣ او يقل ٣ ، (يعني ٦٠+٣ وَ ٦٠ – ٣ = يعني ٦٣ وَ ٥٧) .
اذاً الخطأ ان أقول متوسط عمر الفرد في دوله ٦٠ سنه . بل اقول متوسط عمر الفرد في الدوله يقع بين ٥٧وَ ٦٣ ، يكون بين حدين ، وهذان الحدين سنحددهما بدرجة ثقه معينه سنكون واثقين بهما بثقه معينه :
أي اثق بهما بـ ٩٠ % او ٩٥% او ٩٩% ، وهذه القيم شائعه الاستخدام في العلوم الاجتماعيه .

القانون الأول :

$$\mu = \bar{س} \pm ١,٩٦ \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

☑ $\bar{س}$ وَ ن وَ ع هي بيانات العينه .

$\bar{س}$ وسط حسابي في العينه .

ع الانحراف المعياري في العينه .

ن حجم العينه .

☜ اذاً عن طريق بيانات العينه وهي $\bar{س}$ وَ ن أستطيع ان اصل الى معلمة المجتمع المجهول وهي ميوا μ ، و حينها سأعمم نتائج العينه على المجتمع ، وهي <u>تسمى الاستنتاج الاحصائي .</u>

☜ ١,٩٦ (ي) : هي قيمه آتية من توزيع الجدول الطبيعي ،وهي القيمه اللي تجعل ميوا μ واثق منها بنسبة ٩٥% ، اذاً هناك خطأ بنسبة ٥% ، هنا اشاره –
(يعني مره اضيف ومره اطرح ، لو اضفت سيكون الحد الاعلى لميوا ، ولو طرحت ستكون الحد الادنى لميوا) .

في هذا النوع من المسائل سيعطيني : $\bar{س}$ وَ <u>ع</u> وَ <u>ن</u> وستكون قيم معلومه وموجوده عندك.

فالقانون بشكل عام هو :

$$\mu = \bar{س} \pm ي \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

ي : القيمه المعياريه أاخذناه في التوزيع الطبيعي ، ي لها قيم مشهوره ، تستخدم كثيراً ،فلها ٣ قيم <u>للحفظ</u> وهي :

- عند درجة ثقه ٩٠% (أي ميوا تكون بـ ٩٠%) تكون **ي** هنا = ١,٦٤
- عند درجة ثقه ٩٥% (أي ميوا تكون بـ ٩٥%) تكون **ي** هنا = ١,٩٦
- عند درجة ثقه ٩٩% (أي ميوا تكون بـ ٩٩%) تكون **ي** هنا = ٢,٥

مثال / اخذت عينه عشوائيه من ٦٤ طالب (إذاً ن=٦٤) وكان متوسط عمر الطالب في هذه العينه ٢١ سنه ($\bar{س}$ = ٢١) بأنحراف معياري ٣ سنوات (ع =٣) ، قدر بدرجة ثقه ٩٥% متوسط عمر الطالب في تلك الكليه .؟

الحل :

معطيات السؤال : $\bar{س}$ =٢١ ، ن = جذر حجم العينة = ٦٤ ، ع = ٣ ، ي = ٩٥ % (١,٩٦)

μ : هوالمجهول وهو مانحاول ان نستخرجه

والأن سنعوض بالقانون :

$$\mu = \bar{س} \pm ي \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

$$\mu = ٢١ \pm ١,٩٦ \frac{3}{\sqrt{64}}$$

$$\mu = ٢١ \pm ١,٩٦ \times ٠,٣٧٥$$

$$\mu = ٢١ \pm ٠,٧٣٥ =$$

٢١,٧٣٥ سنه

٢٠,٢٦٥ سنه

شرح الحل /

إذا الناتج ميوا μ = ٢١,٧٣٥ أي ٢١,٧ . كأن هنا يقال ان ٢١ سنه فيها خطأ قدره ٧ من عشرة سنه .وتكون قدره بالزائد والناقص ، يعني مره اضيف على ٢١ تلك النسبه وهي ٧٣٥ فتصبح ٢١,٧٣٥

وتكون الحد الاعلى ومره سأطرح من الناتج ٧٣٥ فستكون ٢٠,٢٦٥ فتكون الحد الادنى .

اذاً μ متوسط المجتمع بين ٢٠,٢٦٥ سنه وَ ٢١,٧٣٥ سنه

(وهو القول الصحيح بأن اقولها بين حد الادنى والحد الاعلى) وطبعاً هذا الكلام انا واثق منه بنسبة ٩٥%.)

مثال اخر /

في عينه من ١٠٠ فدان (ن = ١٠٠) في منطقة القصيم وكان انتاجية الفدان من احد المحاصيل هو ٨ طن ($\bar{س}$ = ٨)
بأنحراف معياري بـ ٣ طن (ع = ٣). قدّر بدرجة ثقه بنسبة ٩٥% (ي = ١,٩٦)
متوسط انتاجية الفدان بمنطقة القصيم ككل .

الحل :

معطيات السؤال / ن = ١٠٠ ، $\bar{س}$ = ٨ ، ع = ٣ ، ي = ١,٩٦

نقوم بالتعويض في القانون :

$$\mu = \bar{س} \pm ي \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

$$\mu = ٨\pm١,٩٦ \frac{3}{\sqrt{100}}$$

= ٨±١,٩٦ × ٠,٥٨٨ = ← ٨,٥٨٨ طن

← ٧,٤١٢ طن

⦿ إذاً انتاجية الفدان في المنطقه بين ٨,٥٨٨ و ٧,٤١٢ ، وأنا واثق بهذا التقدير بنسبة ٩٥%.

مراجعه/ نظرية التقدير نوعان :تقدير بنقطة (هنا نعتبر متوسط المجتمع هو متوسط العينة وهو خارج الاستخدام الفعلي أو العملي)
و تقدير بفترة الثقة : و هو التقدير الأصح (و نأتي به عن طريق القانون)

$$\mu = \bar{س} \pm ي \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$$

الحلقة ٢٣

مراجعة / الاستنتاج الاحصائي بإختصار هو استنتاج معلومات تخص المجتمع ، عن طريق العينه و الاستنتاج الإحصائي يتكون من شقين (آداتين) **نظرية التقدير** (طرق التقدير الإحصائيه) ، والشق الثاني **اختبارات الفروق الاحصائيه** .

درسنا كيف نقدر، معلمه بالمجتمع اومؤشر بالمجتمع عن طريق بينات العينه ، طرق التقدير نوعين :

إما **التقدير بنقطة ، وحيد القيمة** او **التقدير بفترة الثقة** .

تقدير بنقطة : نعتبر متوسط تلك العينة أومتوسط المجتمع ،اعتبر نسبة التي بالعينة ، هي نسبة المجتمع المجهول .

وهذا لايصلح بالعلوم الإجتماعيه ، النوع الأخر هو **التقدير بفترة الثقة** .

مثال رقم ٣/ أخذنا عينه عشوائيه حجمها ١٠٠ عامل من عمال احدى الصناعات ووجد ان متوسط الأجر الشهري للعامل٧٠٠ريال ، بإنحراف معياري١٠٠ريال.

المطلوب: تقدير متوسط الأجر الشهري للعامل في المجتمع (أي في الصناعه ككل) الذي سحبت منه هذه العينه عند درجة ثقه ٩٥% ، ثم اعد التقدير مرة أخرى عند درجة ثقه ٩٩% ؟

الحل :

معطيات السؤال (العينه حجم) ن =: ١٠٠ ، $\bar{س}$ = ٧٠٠ ، ع = ١٠٠

: أن تعني ٩٥% ثقه درجة ى = ١,٩٦ ، : أن تعني ٩٩% ثقه درجة ى = ٢,٥٨

✎ إذا اعتبرنا ان أجر العامل في العينه مساوياً لأجر العامل في المجتمع (أي في الصناعه ككل) أي :

μ = $\bar{س}$ = ٧٠٠ ريال .

هذا هو أسلوب التقدير بنقطه .

لكن غالباً مايفضل أسلوب التقدير بفترة الثقه ، لأنه يأخذ في الإعتبار الخطأ في قيمة الوسط الحسابي للعينه ،

⊙ عند درجة ثقه ٩٥% فإن فترة الثقة لمتوسط المجتمع μ هي :

$$\mu = \bar{س} \pm ي \frac{ع}{\sqrt{ن}} = ٧٠٠ \pm ١,٩٦ \times \frac{100}{\sqrt{100}} = ٧٠٠ \pm ١,٩٦ \times ١٠$$

= ٧٠٠ ±١٩,٦ = → ٧١٩,٦ ريال
→ ٦٨٠,٤ ريال

الفرق بين الحد الأدنى والحد الأعلى = ٣٩,٢

⊙ عند درجة ثقه ٩٩% فإن فترة الثقة لمتوسط المجتمع μ هي :

$$\mu = \bar{س} \pm ٢,٥٨ \times \frac{ع}{\sqrt{ن}} = ٧٠٠ \pm ٢,٥٨ \times \frac{100}{\sqrt{100}}$$

= ٧٠٠ ±٢٥,٨ = → ٧٢٥,٨ ريال
→ ٦٧٤,٢ ريال . الفرق بين الحد الأدنى والاعلى= ٥١,٦

ملاحظة : يلاحظ هنا أن طول فترة الثقة { وهي الفرق بين الح الأعلى والحد الأدنى} قد زادت عن سابقتها .
فعندما كانت درجة الثقة ٩٥% كان طول فترة الثقة الأولى = ٣٩,٣ بينما طول فترة الثقة الأخيرة هي ٥١,٦ وهذا ناتج من زيادة درجة الثقة من ٩٥% إلى ٩٩% .
وكقاعدة علمية نجد أنه بزيادة درجة الثقة من ٩٠% إلى ٩٥% أو إلى ٩٩% تزداد فترة الثقة ، وهذا يؤدي إلى تناقص الدقة في التغيرات الناتجة ،
فعندما تكون فترة الثقة قصيرة ، فإن هذا يعني اقتراب تقدير متوسط المجتمع من القيمة الحقيقية المجهولة ومن ثم تزداد الثقة في التقدير ،
وعلى ذالك فليس من المرغوب دائماً المبالغة في رفع درجة الثقة . [كلما قل المدى بين الحد الأدنى و الحد الأعلى بين فترة الثقة كلما كان التقدير أكثر دقة]

ثانيا: تقدير النسبة في المجتمع بفترة الثقة :

بنفس الأسلوب الذي نتبع في إنشاء فتره الثقه لمتوسط المجتمع μ مثل(متوسط عمر الفرد في الدوله ، متوسط دخل الأسره السعوديه في المملكه ، متوسط الأجر الشهري لعمال صناعة الإسمنت ...الخ) .

يمكن انشاء فتره ثقه لنسبة حدوث صفه ما في المجتمع ل (مثل نسبة الأميه في المملكه ، نسبة البطاله في المملكه ، نسبة الاصابه بمرض معين في المجتمع ، نسبة المدخنين بين الشباب) وذلك من خلال الاستعانه بنسبة الحدوث لهذه الصفه في عينه عشوائيه ل^ مسحوبه من هذا المجتمع . وعند مستوى ثقة ٩٥% أو ٩٩% فإن فترة الثقه للنسبه ل هي :

$$ل = ل^ \pm ي \sqrt{\frac{ل^(١ - ل^)}{ن}}$$

حيث ي = ١,٩٦ عند درجة ثقة ٩٥%
٢,٥٨ عند درجة ثقة ٩٩%

مثال١ / في عينه حجمها ١٠٠٠ مواطن من سكان مدينة الرياض ، كانت نسبة الأميه فيها ٣٠% ،
قدر بدرجة ثقه ٩٥% نسبة الأميه في مدينة الرياض ؟

معطيات السؤال : حجم العينه ن = ١٠٠٠ ، نسبه الأميه في العينه ل^ = ٣٠% = ٠,٣ ، درجة الثقة ٩٥% أي ان ى = ١,٩٦

⊙ فترة الثقه للنسبه في المجتمع ل هي

$$ل = ل^ \pm ي \sqrt{\frac{ل^(١ - ل^)}{ن}}$$

$$= ٠,٣ \pm ١,٩٦ \sqrt{\frac{٠,٣ \times (١-٠,٣)}{١٠٠}}$$

$$= ٠,٣ \pm ١,٩٦ \times ٠,٠١٤$$

$$= ٠,٣ \pm ٠,٠٣ =$$

٠,٣٣
٠,٢٧

إذا نسبة الأميه في الرياض تقع بين ٣٣% ، ٢٧% وهذا تقدير صحيح بنسبة ٩٥% .

مثال ٢/ أجري إستطلاع ميداني بشأن تسويق أحد المنتجات الجديده على عينه من ٢٠٠ أسره فوجد أن هناك ١٥٠ أسره اقبلت على شراء هذا المنتج الجديد ، قدّر بفترة ثقه ٩٥% ثم بفترة ثقه ٩٩% نسبة الإقبال على هذا المنتج في هذه المدينه ؟.

الحل :

معطيات السؤال : ن = ٢٠٠ ، ل^ = $\frac{س}{ن}$ = $\frac{150}{200}$ = ٠,٧٥

⊙ فترة الثقة ٩٥% للنسبة ل في المجتمع /

ل = ل^ ± ي $\sqrt{\frac{ل^(١ - ل^)}{ن}}$

= ٠,٧٥ ± ١,٩٦ $\sqrt{\frac{٠,٧٥ \times (٠,٢٥)}{٢٠٠}}$

= ٠,٧٥ ± ١,٩٦ × ٠,٠٣١

= ٠,٧٥ ± ٠,٠٦ = ← ٠,٨١ ، ← ٠,٦٩

إذن نسبة الاقبال على هذا المنتج في هذه المدينه تقع بين ٨١% ، ٦٩% .

⊙ فترة الثقة ٩٩% لنسبة ل في المجتمع :

ل = ل^ ± ي $\sqrt{\frac{ل^(١ - ل^)}{ن}}$

= ٠,٧٥ ± ٢,٥٨ $\sqrt{\frac{٠,٧٥ \times (٠,٢٥)}{٢٠٠}}$

= ٠,٧٥ ± ٢,٥٨ × ٠,٠١٤

= ٠,٧٥ ± ٠,٠٨ = ← ٠,٨٣ ، ← ٠,٦٧

إذن نسبة الاقبال على هذا المنتج في هذه المدينه تقع بين ٨٣% ، ٦٧% .

حيث ي = ← ١,٩٦ عند درجة ثقة ٩٥%
← ٢,٨٥ عند درجة ثقة ٩٩%

ثالثآ: تقدير الفرق بين متوسطي مجتمعين بفتره ثقه :

في كثير من التطبيقات العلمية يتطلب الأمر إيجاد فتره ثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين ، فمثلا قد نرغب في تقدير الفرق بين متوسط انتاجية العاملين ، و العاملات في صناعة ما ، أو تقدير الفرق بين متوسط مدة الاقامه للمرضى في المستشفيات الحكومية ومتوسط مدة الاقامه للمرضى في المستشفيات الخاصه ، أو دراسة الفرق بين متوسط انتاجية الغلال لمحصول معين في محافظتين مختلفتين ، أوتقدير الفرق بين متوسطي درجات الطلبه في شعبتين من شعب احدى الكليات،

مثل هذه المشاكل وغيرها يمكن ايجاد فترة ثقه لها على النحو التالي :

🖊 إذا كان لدينا مجتمعين منتظمين كل منهما يتبع التوزيع الطبيعي الأول معالمه (μ ، α ٦)
والثاني معالمه (μ ، α ٦) سُحب من المجتمع الأول عينه حجمها **ن** ، و متوسط قرآءاتها س̄
بإنحراف معياري ع ، وسحب من المجتمع الثاني عينه حجمها **ن** ، ومتوسط قراءاتها س̄، بإنحراف معياري ع .

☑ فإن الفرق بين متوسطي المجتمعين يناظر الفرق بين متوسطي العينيتين بعد الأخذ في الإعتبار خطأ التقدير لهذا الفرق ، وتصبح فترة الثقه الفرق بين متوسطي مجتمعين على الصورة :

$$\mu_{١} - \mu_{٢} = (\bar{س}_{١} - \bar{س}_{٢}) \pm ي \times \sqrt{\frac{ع_{١}^{2}}{ن_{١}} + \frac{ع_{٢}^{2}}{ن_{٢}}}$$

🖊 حيث ع١ ، ع٢ : تباين العينتين الأولى والثانيه على الترتيب وهما عينات مستقلة بالطبع لأنها مسحوبة من مجتمعات مستقلة .

مثال ١ / البيانات التاليه تمثل نتائج درجات احد الاختبارات على عينتين مستقلتين من طلاب كلية العلوم بجامعتي الامام محمد بن سعود وجامعة الملك سعود ، أوجد فترة الثقه للفرق بين متوسطي درجات الإختبار في تلك الكليتين عند درجة ثقه ٩٥٪ ؟؟

البيانات	كلية العلوم في جامعة الإمام محمد بن سعود	كلية العلوم في جامعة الملك سعود
حجم العينه / ن	١٠٠	٢٠٠
متوسط الدرجات $\bar{س}$	٩٠	٨٠
تباين الدرجات في العينه / ع	٢٥	٦٤

الحل:

بالتعويض في القانون :

$$\mu_1 - \mu_2 = (\bar{س}_1 - \bar{س}_2) \pm ي \times \sqrt{\frac{ع^2_1}{ن_1} + \frac{ع^2_2}{ن_2}}$$

$$= (٩٠ - ٨٠) \pm ١,٩٦ \times \sqrt{\frac{25}{100} + \frac{64}{200}}$$

$$= ١٠ \pm ١,٩٦ \times ٠,٧٥$$

$$= ١٠ \pm ١,٤٨ =$$

١١,٤٨ درجة

٨,٥٢ درجة

أي أن الفرق بين متوسطي درجات الاختبار في تلك الكليتين يتراوح بين ٨,٥٢ ، ١١,٤٨ وهو تقدير صحيح بدرجة ثقه ٩٥٪ .

مثال /

أجريت دراسة عن ظاهرة الاجور على عينتين من عمال صناعتي الخدمات العامه والمقاولات وحصلنا على مايلي :

في عينه من عمال صناعة الخدمات مكونه من ٥٠ عامل ،و كان متوسط الاجر اليومي ١٠٠ ريال بإنحراف معياري ١٠ ريال

وفي عينه من عمال صناعة المقاولات مكونة من ٥٠ عامل ،وكان متوسط الاجر اليومي ٨٠ ريال بإنحراف معياري ٣٠ ريال قرب بدرجة ثقه ٩٥% الفرق بين متوسطي الأجور في كلا الصناعتين ؟.

الحل:

معطيات السؤال / $ن_١ = ٥٠$ ، $\bar{س}_١ = ١٠٠$ ، $ع_١ = 10^2$

$ن_٢ = ٥٠$ ، $\bar{س}_٢ = ٨٠$ ، $ع_٢ = 30^2$

بالتعويض في القانون :

$$\mu_١ - \mu_٢ = (\bar{س}_١ - \bar{س}_٢) \pm ي \times \sqrt{\frac{ع_١^2}{ن_١} + \frac{ع_٢^2}{ن_٢}}$$

$$= (١٠٠ - ٨٠) \pm ١,٩٦ \times \sqrt{\frac{100}{50} + \frac{900}{50}}$$

$$= ٢٠ \pm ١,٩٦ \times ٤,٤٧$$

$$= ٢٠ \pm ٨,٧٦ = \begin{cases} ٢٨,٧٦ \\ ١١,٢٤ \end{cases}$$

أي ان الفرق بين متوسطي الأجور في تلك الصناعتين يتراوح بين ٢٨,٧٦ ، ١١,٢٤ وهو تقدير صحيح بدرجة ثقه ٩٥% .

مراجعة/

هذ كانت النقطه الثالثه في موضوع فترات الثقه .

وقد تكلمنا عن تقدير المتوسط بفترة الثقة ، وتكلمنا أيضا عن تقدير نسبة المجتمع بفترة الثقة ،

وعن تقدير الفرق بين متوسطي المجتمعين بفترة الثقة ..

فتبقى لنا نقطة واحدة وهي تحديد حجم العينة و كيف يتم تحديد العينة ..

الحلقــــــة ٢٤

⦿ تحديد حجم العينه في الأمثلة السابقه احيانا نقول حجم العينه ١٠٠ ، حجم العينه ٥٠ ،حجم العينه اكثر حجم العينه اقل .

كيف يتم تحديد حجم العينه ؟

عندما تكون الظاهرة لدي متباينة متشتته متباعدة عن بعضها وغير متجانسة فسنظطر أن نأخذ عينة كبيرة ، حتى أظمن أن جميع الخصائص التي في المجتمع تظهر في العينة ، فلو أخذنا عينة من العاملين بجامعة الإمام ، عينة كبيرة أو صغيرة ؟

في جامعة الإمام الرواتب متباعدة ، ويوجد رواتب ضعيفة و متوسطة و عالية ، و حتى نختار عينة تمثل المجتمع ،

لابد من وجود أناس رواتبهم ضعيفة و رواتبهم متوسطة و رواتبهم عالية ، و حتى يكون المجتمع متباين وتباينة كبير

نأخذ عينةكبيرة والعكس صحيح .

يوجد لدينا معيارين متناقضين [الدقة – التكلفة] ،، إذ أردت نتائج أكثر دقة فيجب عليك تكبير حجم العينة والتضحية بالتكاليف

أما إذا كانت التكلفة محدودة ، فأنت تضحي بالدقة ،،، حجم العينة يجب أن يحدد في ضوء ٣ معايير : لنصل الحجم بين الدقة والتكلفة:

⦿ درجة تباين الظاهرة في المجتمع

لو الظاهرة متباينة متشتتة ومتباعدة : نأخذ عينه كبيره والعكس صحيح ،

فتصبح العلاقه بين حجم العينه ودرجة التباين علاقه طرديه.

⦿ درجة الخطأ في التقدير /

الخطأ في التقدير/ إذا رغبنا في تقديرات أو نتائج من العينة ذات درجة خطأ منخفضة ، يستلزم ذلك تكبير حجم العينه والعكس صحيح . فهناك علاقه عكسيه بين درجة الخطأ في التقدير (د) وحجم العينه ن .

⦿ درجة الثقه في التقدير /

التقدير الذي سنحصل عليه من العينة لابد وأن يقترن بدرجة ثقة معينة، مثل ٩٥% ، ٩٩% وهذه الدرجات يناظرها درجات معيارية / ى : ١,٩٦ ، ٢,٥٨ على التوالي وبالتالي كلما زادت درجة الثقة كلما زادت الدرجة المعيارية (ى) وبالتالي يزداد حجم العينة (ن). إذا هناك علاقه طردية بين درجة الثقة (الدرجة المعيارية) وحجم العينة ن .

في ضوء هذه المعايير يمكن وضع صيغ رياضية تحديد حجم العينة وهي تستخدم في : تقدير متوسط المجتمع **µ**

أو في تقدير نسبة حدوث صفة ما في المجتمع **ل** على النحو التالي : [لها قانونين]

⦿ حجم العينة **ن** اللازم لتقدير متوسط المجتمع µ /

$$ن = \frac{ي^{2} \times \sigma^{2}}{د^{2}}$$ >> كلها بالتربيع

حيث: ى٢= الدرجة المعيارية والتي تناظر درجة الثقة التي يحددها الباحث مقدما وعادةً تكون = ١,٩٦ ، ٢,٥٨ عند مستويات ثقة ٩٥% ، ٩٩% .

Ω^{2}= (سيجما تربيع) تباين المفردات في المجتمع .

$د^{2}$= خطأ التقدير وهي قيمة يضعها الباحث لنفسه مقدماً.

⊙ حجم العينه ن اللازمه لتقدير نسبة حدوث صفه ما في المجتمع ، هذا القانون للنسبه المئويه /

$$ن = \frac{ى^2 \times ل \times (1 - ل)}{د^2}$$

حيث: **ل** : نسبة الظاهره في المجتمع . وعندما تكون النسبه ل في المجتمع مجهوله فإنه يمكن اعتبار أن : ل = ٠،٥

☑ يلاحظ أننا لم ندخل عامل التكلفه (تكلفه جمع البيانات وتكلفة تحليل النتائج وغيرها من عناصر التكاليف) كأحد العوامل الأساسيه عند تحديد حجم العينه ،تاركين ذلك الأمر لمناسبة أخرى.

مثال ١/

أوجد حجم العينه العشوائيه اللازمه لتقدير متوسط العمر لعينه من الطلبه،إذا كنا نرغب في ألايزيد الخطأ في التقديرعن ٢ سنه وبدرجة ثقه ٩٥٪ ، بفرض أن تباين الأعمار في المجتمع $σ^2$= ٥٠ .

الحل/

معطيات السؤال $د$=٢ ، درجة الثقة ٩٥٪ إذا ى=١،٩٦ ، $σ^2$=٥٠ .

$$ن= \frac{ى^2 \times σ^2}{د^2} = \frac{(١،٩٦)^2 \times ٥٠}{٢ \text{ تربيع}} = ٤٨ \text{ ونقرب الى ٥٠ طالب}$$

أي انه إذا سحبنا عينه عشوائيه بسيطه حجمها ٥٠ طالب فإننا نكون واثقين بدرجة ثقه ٩٥٪ ان متوسط العمر في هذه العينه لن يختلف $\underline{+}$ ٢ سنه عن متوسط العمر الحقيقي في المجتمع الذي سحبت منه هذه العينه .

مثال ٢/ ماهو حجم العينه اللازم سحبها من طلاب جامعة الإمام لتقدير متوسط وزن الطالب ، بشرط ألا يتجاوز الخطأ في تقدير متوسط الوزن عن ٤ كجم وبدرجة ثقه ٩٩٪ بفرض أن الانحراف المعياري للأوزان في المجتمع هو ٨ كجم ؟

الحل :

معطيات السؤال / $د$ = ٤ ، $σ$ =٨ ، درجة الثقة ٩٩٪ إذا ى = ٢،٥٨

$$ن = \frac{ى^2 \times σ^2}{د^2} = \frac{(٢،٥٨)^2 \times (٨)^2}{(٤)^2} = ٢٦،٦ \quad \text{تقرب النتيجه تصبح = ٢٧ طالب .}$$

مثال ٣/

ماهو حجم العينه العشوائيه اللازم سحبها من طلاب جامعة الإمام لتقدير نسبة الطلبه كبار السن ، بشرط الأ تتجاوز الخطأ في التقدير (د) عن ٢% ، وبدرجة ثقه ٩٥% ، بفرض أن هذه النسبه من دراسات سابقه هي ٢٥% .

الحل :

معطيات السؤال/ ل (النسبه في المجتمع) = ٢٥% = ٠,٢٥   ل = ٠,٢+ ،   ى = ١,٩٦   د = ٠,٠٢

$$ن = \frac{ى٢ \times ل\ (١ - ل)}{د٢} = \frac{(١,٩٦) \times ٠,٢٥ \times ٠,٧٥}{(٠,٠٢)\ \text{تربيع}} = ١٨٠٠,٧٥\ \text{طالب}$$

الناتج هو ١٨٠٠,٧٥ لو نقرب يصبح ١٨٠١ ،

أي انه اذا سحبنا عينه عشوائيه من الطلبه حجمها ١٨٧٥ طالب من الجامعه ، وحسبنا نسبة الطلبه كبار السن ، فإن الخطأ في هذه النسبه لن يتعدى ٠,٠٢ من النسبه الحقيقيه في المجتمع ، وهذا الإستنتاج صحيح بنسبة ٩٥% .

مثال ٤/ ماهو حجم العينه العشوائيه اللازم سحبها من إحدى المدن لتقدير نسبة البطاله بشرط ألآيتجاوزو الخطأ في تقدير هذه النسبه عن ٣% وبدرجة ثقه ٩٥% .

الحل:

معطيات السؤال / د =٣ % =٠,٠٣ ، وعند درجة ثقه ٩٥% فإن ى=١,٩٦

وحيث أن النسبه ل في المجتمع مجهوله ، يمكن اعتبارها = ٠,٥

$$ن = \frac{ى^٢ \times ل\ (١ - ل)}{د^٢} = \frac{(١,٩٦)^٢ \times ٠,٥ \times ٠,٥}{(٠,٠٣)^٢} = ١١١١$$

إذن الناتج هو ١٠٦٧

اقصى حجم للعينه يمكن سحبها من هذا المجتمع في ١١١١ عامل اذا كنا لانعلم النسبه الحقيقيه ل في المجتمع .

في الحلقات القادمة بإذن الله سنتعرض لموضوع اختبارات الفروق الإحصائية.

[يوجد مراجعة شاملة لما تمت دراسته من الباب الثالث في نفس الحلقة]

الحلقه ٢٥

إختبارات الفروض الإحصائية /

مصطلحات و تعريفات :

⊙ القرار الاحصائي :

في الكثير من الأحيان يواجه الباحث مشكلة اتخاذ قرار بشأن أحد مؤشرات المجتمع (مثل المتوسط في المجتمع ، النسبة في المجتمع) وذلك اعتماداً على المعلومات المتوفرة في العملية العشوائية مسحوبة في هذا المجتمع وطبيعي أن يتخذ هذا القرار بشيء من الحكمة وبأقل قدر ممكن من المخاطر المادية و المالية وغيرها ..

فمثلاً : لو فرضنا أن متوسط إنتاجية العامل في أحد المصانع هو ٥٠ وحدة في اليوم (أي يوجد عمال انتاجيتهم أعلى من ٥٠ وأقل من ٥٠ لكن متوسط إنتاجية العمال هو ٥٠ وحدة) و يرغب صاحب المصنع في رفع هذه الإنتاجية

وكان أحد البدائل المطروحة هي أن يقوم بعملية تبديل الآلات الموجودة بالمصنع أو منح العمال حوافز نقدية

ولكن صاحب المصنع يعلم أن هذا القرار سوف يترتب عليه تحمل نفقات كبيرة وقد لا يتحقق العرض المطلوب ،

لذا نجري تجربه بمنح عينه عشوائية من العمال بحوافز نقدية لمدة معينة ،

ولنفرض أن متوسط إنتاجية العمال في تلك العينة ٦٠ وحدة

هنا يقوم صاحب المصنع بمقارنة إنتاجية العامل في المصنع (أي في المجتمع) وهي ٥٠ وحدة مع متوسط الإنتاجية العامل في العينة وهي س = ٦٠ وحدة . وأحدد ما اذا كان الفرق بين المجتمع و س راجعا لعوامل عشوائية ؟؟؟ .

قد يكون أحد الأسباب الأخرى أن العينة التي تم أخذها من العمال تعود بأن العمال الذين تم اختيارهم من أمهر العمال وبالتالي من الأساس هم أعلى من غيرهم ،، أو أن سبب ارتفاع عدد الإنتاج هو الزيادة المادية ،، فالذي يحدد ذلك هو اختبارات الفروق

الفروض الإحصائية : هو تفسير أو تحديد مبدئي يتعلق بواحد أو أكثر من معالم أو مؤشرات المجتمع المجهولة ، ونؤكد أنه مبدئي لعدم معرفتنا الكاملة بقيم هذه المعالم في المجتمع ،، وعلينا اتخاذ قرار بقبول أو رفض هذا التفسير أو التحديد المبدئي ، ويقوم اختبار الفروض الإحصائية في المساعدة على اتخاذ قرارات سليمة (بالقبول أو الرفض) في ظل عدم المعرفة المؤكدة

مثلا / لو أردنا دراسة مدى تأثير أحد أنواع الأسمدة في تحسين الإنتاجية ...ماذا نفعل ؟

نختار عينة من الأراضي والسماد و إنتاجية آخر السنة ثم نريد أن نعرف هل السماد زاد الإنتاجية أولاً ؟ الفروض الإحصائية فرضين /

☑ *الفرض العدمي /* و ينص على عدم فاعلية السماد وأنه ليس له تأثير وأن إنتاج الأرض سيظل كما هو دون تغيير ،

أي ينفي أي تأثير للحوافز المادية مثلا

☑ *الفرض البديل /* وينص على أنه يوجد تأثير للسماد . وهو عكس الفرض العدمي.. وأن الحوافز المادية تحسن من الإنتاجية مثلا

توضيح / الفرض العدمي ينفي ويعدم أي أثر للمؤثر في التجربة التي تقوم بها ..

سواء كانت تجربه للحوافز المادية أو للبرامج التدريبية أو سماد أو نوع من الأدوية فجمعيها تسمى مؤثرات .

الفرض العدمي يحمل حرف النفي أما الفرض البديل العكس ..

إذا كان الفرض العدمي يبدأ بحرف النفي فإن الفرض البديل يلغي حرف النفي ويقل بل يوجد تأثير للحوافز المادية

فمثلا نقول (يوجد تأثير للبرامج التدريبية ، يوجد تأثير لأي مؤثر أقوم بها بالتجربة)

من أجل أن نقبل أو نرفض الفرض العدمي ننتقل إلى مرحلة تسمى :

⊙ *وسيلة الإختبار /* هو مصطلح يساعدنا باتخاذ القرار بقبـول أو رفـض الفرض العدمي.

و هي عبارة عن قانون اجمع فيه ما يتوفر لدي من بيانات أثناء التجربة. مثل (حجم العينة – متوسط العينة –الانحراف المعياري للعينة)

فبوسيلة الاختبار تتم المفاضلة و الاختيار ما بين الفرض العدمي والفرض البديل ؟

طبعاً اذا قبلنا الفرض العدمي منطقياً نرفض الفرض البديل والعكس صحيح

✎ هذه العلاقة سينتج عنها رقم وهذا الرقم سيساعدني بقبول أو رفض الفرض العدمي ...

⊙ *مستوى المعنوية :* هي نسبة أو احتمال اتخاذ قرار خاطئ ، و الخطأ هنا نوعان :

☑ أ ن يرفض الفرض العدمي رغم أنه كان صحيح وكان يجب أن يقبله .

وهذا الخطأ يسمى المستوى المعنوية ورمزه (ألفا a) وهو يأخذ قيم شائعة كـ ١٠% ٥% ١% .

☑ أن يقبل الفرض العدمي رغم أنه كان خطأ وكان يجب أن يرفضه .

توضيح /عندما يتخذ قرار بقبول او رفض الفرض العدمي فأن الباحث يضع لنفسه حدوداً للخطأ الذي يمكن أن يقع فيه لأنه لا يمكن أن يصل إلى نتيجة شبه مؤكدة ١٠٠% . فيضع لنفسة حدود مسموح بها بالخطأ .مثلاً :

✎ يقول الباحث أن من الممكن أن أخطئ في قرار بنسبة ٥% أو ١٠% .

إذاً أثناء قيامي بالتجربة وهي عرضة للخطأ .. الباحث عادةً يضع لنفسه حدوداً للخطأ مسموح بها ويتقبلها .

و هذه الأخطاء لها مستويات معينة ونسب معينه عادة تكون : ٥% ، ١٠ % ، ١ %

✎ ١٠% هي عبارة عن مساحه احتماليه ،، عندما ارسمها تحت منحنى التوزيع الطبيعي نسميها **المنطقة الحرجة** .

⊙ *المنطقة الحرجة (منطقة الرفض) /* وهو التعبير البياني لمستوى المعنوية .

ومستوى المعنوية هو احتمال الرفض وليكن ٥% ، فعندما نرسم ٥% كجزء من المنحنى ،

هذه المنطقة نسميها **منطقة الرفض أو المنطقة الحرجة** ، و هي المنطقة الذي وقعت فيها قيمة وسيلة الاختبار يرفض الفرض العدمي .

فنقسم المنحنى إلى قسمين : منطقة رفض و الباقي منطقة قبول .

✎ **منطقة الرفض** /إذا وقعت قيمة وسيلة الاختبار (القانون) في منقطة الرفض فإننا نرفض الفرض العدمي .

وإذا وقعت قيمة وسيلة الاختبار (القانون) في منطقة القبول يقبل الفرض العدمي .

إذاً الفرض البديل إما أن يقع في الطرف الأيمن أو في الطرف الأيسر أو في الطرفين..

وبالتالي منطقة الرفض أما أن تكون في الطرفين الأيمن والأيسر .

و تسمى منطقة الرفض وما بينما (في الوسط) بمنطقة القبول أو مستوى المعنوية (ألفا a) يقع كله في الشمال في الاتجاه الأيسر من المنحنى وتسمى منطقة الرفض ويكون الباقي كله منطقة القبول ..

☑ متى الجا الى اختبار الطرف الأيمن ومتى الجأ الى اختبار الطرف الأيسر .و اختبار الطرفين ؟

✎ استخدم اختبار الطرف الأيمن إذا كان الهدف دراسة الناحية إيجابية (الحوافز المادية تزيد م الإنتاج) [إيجابي]

✎ استخدم اختبار الطرف الأيسر إذا رأى الباحث أن الحوافز ينتج عنها تراخي وتكاسل وانخفاض في الإنتاج. [سلبي]

✎ استخدم اختبار الطرفين إذا لم يكن عندي اتجاه واضح ألجأ لاختبار الطرفين .

⊙ أخطاء القرار الإحصائي :

إن القرار الذي سنأخذه بقبول أو رفض الفرض العدمي سيكون فيه أخطاء . وحتى نوضح الأخطاء و نقربها للذهن،

(توضيح نتخيل أن في قاضي قاعد على منصة المحكمة وفي شخص ماثل في قفص الاتهام ،، القاضي يحكم بحكم على الشخص الماثل في القفص

يحكم عليه حكم واحد من أربع أحكام متاحة له وهو :

- يحكم ببراءة الشخص وهو فعلاً برئ ويستحق البراءة وهذه قرار صحيح .
- يحكم بإدانة الشخص وهو مُدان ويستحق العقاب وهذا قرار سليم ١٠٠%

هذا القراران صحيحان ...نأتي لبقية الأحكام ..

- يحكم بإدانة المتهم وهو برئ ، وهذا خطأ
- العكس ، يحكم ببراءة الشخص وهو يستحق العقاب و هذا أيضا خطأ .

نفس الأمر عندنا بشأن قبول أو رفض الفرض العدمي هناك أربع قرارات لدينا :

- قبول الفرض العدمي وهو صح ويجب قبوله . ← وهما قراران صحيحان
- رفض الفرض العدمي وهو خطأ ويجب ر فضه ←
- قبول الفرض العدمي وهو خطأ ويجب رفضه .
- رفض الفرض العدمي وهو صحيح ويجب قبوله .

☑ ما يهمنا بالقرارات الأربع هو القرار الأخير وهو رفض الفرض العدمي وهو صحيح ويجب قبوله والذي سميناه المستوى المعنوية وسميناه خطأ من النوع الأول والذي ترجمناه بيانياً بمنطقة الرفض تحت المنحنى أو المنطقة الحرجة و رمزه ألفا a .

⊙ خطوات الاختبار الإحصائي :

لكي نأخذ قرار بشان قبول أو رفض الفرض العدمي نتبع الخطوات التالية /

١ . أضع الفرض العدمي ومن ثم الفرض البديل .

٢. لكي اختار واحد من الفرضين نستخدم قانون وسيلة الاختبار ، هذا القانون سيساعدني في اختيار الفرض العدمي أو رفضه

٣. تحديد نسبة خطأ معين ، مستوى خطأ معين اسمه المستوى المعنوية وهذا يقابله قيمة جدولية

ومن ثم أقارن بين القيمة الجدولية ووسيلة الاختبار ، ومن ثم أخذ القرار برفض أو قبول الفرض العدمي .

الحلقـــــة ٢٦

لكي نرى مدى فاعلية المؤثر نضع فرض عدمي ينفي أي اثر لهذا المؤثر .واضع فرض بديل يرى انه يوجد أثر لهذا المؤثر . والأثر الذي تأثر فيه الفرض البديل إما أن يكون اثر ايجابي واسميها اختبار الطرف الأيمن أو اثر سلبي واسميها اختبار الطرف الأيسر ، أو قد تكون الصورة غير واضحة لدي كباحث فأخذ الحالتين الطرف الأيمن والطرف الأيسر .

لكي اختار الفرض العدمي أو الفرض البديل ألجأ إلى أداة الاختبار ووسيلة الاختبار . وهو قانون يعطي رقم.
هذا الرقم اسميه / **القيمة المحسوبة** ..
ثم أقارن هذه القيمة مع القيمة الجدولية الآتية من قيمه الجدول التوزيع الطبيعي ، عند مستوى معنوية محدد.
والمستوى المعنوية هو احتمال اتخاذ قرار خاطئ ، يقصد به رفض الفرض العدمي على الرغم أنه صحيح ويجب قبوله .
المستوى المعنوية له عدة قيم شائعة الاستخدام (١٠% ، ٥% ، ١%) وهذه القيم ما هي إلا مساحات احتماليه تحت منحنى التوزيع الطبيعي وهذه المساحات الاحتمالية يقابلها درجات معياريه (ي).
المستوى المعنوي عندما نرسمه بيانياً سيمثل مساحه تحت المنحنى هذه المساحة اللي تعبر عن ألفا(a)
الذي يعبر عن احتمال الرفض و اسميها منطقه الرفض (المنطقة الحرجة) وبالتالي:
إذا وقعت قيمة وسيلة الاختبار (القانون) في المنطقة الحرجة ، يرفض الفرض العدمي.وأنه لا يوجد تأثير للمؤثر.
وإذا وقعت قيمه وسيلة الاختبار (القانون) في منطقه القبول يقبل الفرض العدمي . و أن هذا المؤثر له تأثير.

عندنا اختبارات تعتمد على عينة واحدة واختبارات تعتمد إلى عينتين وهكذا نكون وصلنا إلى نهاية المنهج ،.
الاختبارات التي تعتمد على عينة واحدة نوعين من الاختبارات /
- اختبار متوسط المجتمع (ميو μ)
- اختبار النسبة في المجتمع (ل)

الاختبارات التي تستخدم عينتين / سيتم الحديث عنها في وقت لاحق

مثال توضيحي/

في أحد المحافظات وجد أن متوسط إنتاج الفدان من أحد المحاصيل هو ٨٠ وحدة

(يعني هناك بعض الأراضي تنتج أكثر من ٨٠ وفي أراضي تنتج أقل من ٨٠ لكن المتوسط كله ٨٠ وحدة) .

جُرب سماد حديث(يقال أن هذا السماد أن استخدم سيزود الإنتاج) عينة من ١٠٠ فدان (قبل أن أعمم السماد على كل المحافظة كلها ويمكن لا ينفع ويأتي بنتيجة عكسية ،، قمنا بهذه التجربة على عينة وأعطيناها هذا السماد الجديد).

وفي نهاية العام وجد أن متوسط الفدان في هذه العينة أصبح ٨٥ وحدة (يعني زاد في إنتاج العينة) بانحراف معياري ٧ وحدات .

إذاً متوسط إنتاج الفدان في المحافظة كلها ٨٠ وحدة ولكن في العينة المجربة زاد الإنتاج إلى ٨٥ وحدة بانحراف معياري ٧ وحدات.

هل تعتقد أن استخدام السماد الحديث يؤدي إلى زيادة الإنتاجية ؟

هل الفرق بين ٨٠ وحدة (في المحافظة كلها) و٨٥ وحدة (في العينة) هل هذا الفرق راجع لاستخدام السماد أو لعوامل أخرى كأن تكون الأرض خصبة ومعنى هذا أن زيادة الإنتاج ليست راجعة للسماد ، هذا ما نريد معرفته ؟

الشخص الذي عمل هذه التجربة يرى أن السماد يزود من الإنتاج يريد أحد أن يؤكد له هذا الاعتقاد رياضياً.

توضيح : إذا كان السؤال في المسألة ينم عن ناحية إيجابية ، مثل (كلمة زيادة – تحسن – نمو – مكسب – فاعلية) هذه كلها مترادفات معناها تنم عن ناحية إيجابية وهذا معناها أنه استخدام اختبار الطرف الأيمن .

السؤال / هل هذا السماد سيؤدي إلى زيادة الإنتاج ؟

ألفا a / تعني المستوى المعنوية يعني احتمال اتخاذ قرار خاطئ . أي مسموح لك حين تعمل هذه التجربة أن تخطئ بنسبة ٥% الخطأ المسموح به هو : أن ترفض الفرض العدمي رغم أنه صح فكان يجب أن تقبله .

معطيات السؤال / متوسط إنتاج المحافظة μ = ٨٠ ، ن حجم العنيه = ١٠٠ ، سَ متوسط إنتاجية العينة = ٨٥

ع الانحراف المعياري = ٧ ، a المستوى المعنوية ألفا = ٥%

⊙ الفرض العدمي : ينص على عدم فاعليه تأثير السماد فسيظل الإنتاج كما هو عند المستوى ٨٠ وحده ..

⊙ الفرض البديل : إما أن أقول اختبار الطرف الأيمن أو الأيسر أو اختبار الطرفين . ماذا سأختار ؟

إذا كان السؤال في المسألة ينم على الناحية الإيجابية نختار اختبار الطرف الأيمن حينها أقول (μ > ٨٠) ميوا اكبر من ٨٠ معناها أن السماد يزود من الإنتاج عن ٨٠ وحده

الآن سنختار من الاثنين إما الفرض العدمي أو البديل ،كيف سنختار ؟

نكمل خطوات الاختبار

الخطوة الثالثة اختيار وسيلة الاختبار (القانون) /

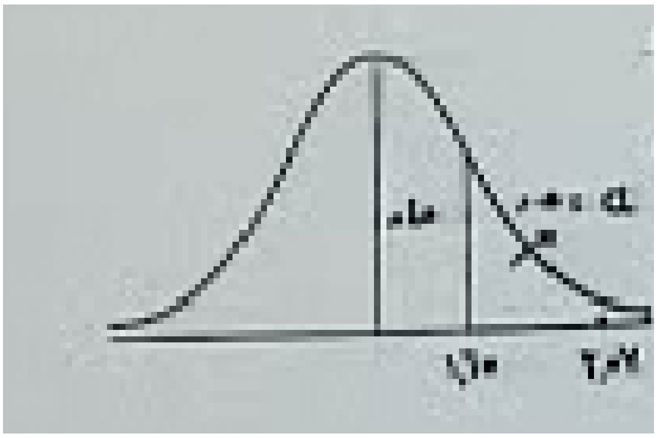
$$\text{ي} = \frac{(\bar{\text{س}} - \mu)\sqrt{\text{ن}}}{\text{ع}} = \frac{(85 - 80)\sqrt{100}}{7} = 7{,}14$$

هذا الرقم ٧,١٤ إما أن يقع في منطقة القبول أو منطقة الرفض كيف ؟؟....

⦿ الخطوة الرابعة / المستوى المعنوية ٥% واختبار الطرف الأيمن (المستوى المعنوية هو احتمال أن تطلع القيمة الجدولية عند المستوى المعنوية ٥% . في اختبار الطرف الأيمن ويصبح (ي = + ١,٦٥)

وإذا كان الاختبار في الطرف الأيسر ويصبح العدد نفسه ولكن بالسالب) ،،إذاً عند مستوى معنوية ٥% سنجد أن قيمه الياء الجدولية (ي = –١,٦٥) >> [قاعدة ثابتة وعدد ثابت]

فإذا كانت منطقة الرفض ٥% سيكون منطقة القبول ٠٠,٩٥ % عندما نرسمها :



هذه المنحنى ٥% اختبار الطرف الأيمن إذاً منطقة الرفض كلها في اليمين هذا هو مساحة ٥%

ويكون المنحنى ٩٥% منطقة القبول المحدد الرأسي هو عند الصفر ..

الخط الحرج الذي هو يفصل مابين منطقة القبول الرفض والقبول منطقة الرفض هنا ياء جدوليه ي= ١,٦٥%

وَ ياء المحسوبة ي = ٧,١٤ تأتي على جهة اليمين يعني تأتي في منطقة الرفض ،

إما عن رسم المنحنى المعياري الخط الذي بالنص الياء عنده = صفر ،، الخط الذي بعده هو قيمة الياء الجدولية الذي ١,٦٥% ومن ثم أضع الياء المحسوبة على الرسم ،،

بمعنى أول شيء أضع في الرسم قيمه الياء الجدولية الذي هو ١,٦٥ % ، تحت على المحور الأفقي ومن ثم أضع على الرسم الياء المحسوبة ٧,١٤ % تكون في منطقة الرفض ..

القيمة المحسوبة أتت وراء ١,٦٥% يعني أتت في منطقة الرفض،،

إذاً القرار هنا يكون رفض الفرض العدمي ،وإذا رفضنا الفرض العدمي نقبل الفرض البديل ،،

ماذا يقول الفرض البديل ؟.. بأن السماد له تأثير ايجابي بزيادة الإنتاج

هذا القرار إحصائي ،،، أي أن هذا القرار موثوق فيه بنسبة ٩٥% ونسبة الخطأ فيه ٥% ،،

ما هو الخطأ ؟؟..

بأن أرفض الفرض العدمي ونقبل الفرض البديل ،، أي أن ارفض الفرض العدمي وكان يجب أن أقبله بنسبة ٥%

مثال رقم ٢ كما هو موجود بالكتاب ..

إذا كان متوسط درجه الطالب في مادة الإحصاء هو ٧٥ درجة .استخدمت طريقه حديثه في تدريس هذه المادة على عينه من الطلبة حجمها ١٠٠ طالب فوجد أن متوسط درجة الطالب ٧٠ درجه بانحراف معياري ٥ درجات .. هل تدل هذه البيانات على أن المستوى التحصيل للطالب قد انخفض نتيجة لاستخدام هذه الطريقة الحديثة ؟

الحل /

معطيات السؤال : μ = ٧٥ ، ن= ١٠٠ ، س̄ = ٧٠ ، ع=٥ a = ١ %

الفرض العدمي يرى أن مستوى الطالب سيظل كما هو ولن يتأثر بالطريقة الحديثة . أما الفرض البديل فيرى أن مستوى الطالب قد انخفض عن المستوى العام نتيجة لاستخدامه الطريقة الحديثة ولاختيار احد هذين الفرضين نتبع خطوات الاختبار الآتي :

خطوات الاختبار :

١- الفرض العدمي : μ = ٧٥

٢- الفرض البديل : μ < ٧٥ (اختبار الطرف الأيسر)

٣- وسيلة الاختبار الإحصائي هي :

$$\text{ي} = \frac{(\bar{\text{س}} - \mu)\sqrt{\text{ن}}}{\text{ع}} = \frac{(٧٠ - ٧٥)\sqrt{١٠٠}}{٥} = -١٠$$

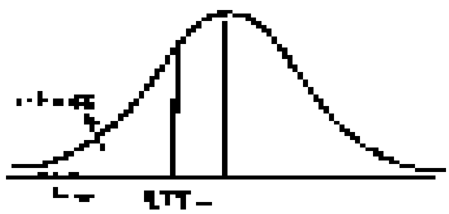
وهو القيمة المحسوبة

٤ - القيمة الجدولية عند مستوى المعنوية = ٠,٠١

في هذا المثال وطبقاً للفرض البديل نجد أن منطقة الرفض تقع كلها في الطرف الأيسر تحت المنحنى الاحتمالي .

وعلى ذلك عند المستوى المعنوية ١ % ، اختيار طرف أيسر نجد أن قيمة ي الجدولية = - ٢، ٣٣ [قاعدة ثابتة ويجب حفظها]

٥ - المقارنة : توضع القيمة المحسوبة على المنحنى الاحتمالي (-١٠) تجد أنها في منطقة الرفض .



٦.القرار رفض الفرض العدمي وبالتالي قبول الفرض البديل أي أن الطريقة الحديثة في التدريس أدت إلى انخفاض مستوى للطالب ، وهذا القرار صحيح بنسبة ٩٩% وعرضه ليكون خطأ بنسبة ١% .

منطقة الرفض ١% المحددة لنا يقابلها قيمه معياريه عن المحور الأفقي–٢,٣٣% وهذي يحفظ بس لأنها بالسالب أعطيها إشارة السالب ،لأنها باتجاه النصف الأيسر إذاً أعطيها –٢,٣٣% . إذاً هذا المنحى (الرسم الذي بالأعلى) الخط الذي هو بالنصف بالضبط عند القيمة صفر وإما عن الخط الذي خلفه على يساره هذا الخط الحرج الذي يفصل الرفض عن القبول عند القيمة –٢,٣٣% وهذه القيمة حفظ طبعاً على يسار القيمة منطقة الرفض وعلى يمينها منطقة القبول .. و سنأخذ القيم المحسوبة الذي هي –٧ وأضعها على الرسم و ستأتي في منطقة الرفض إذاً القرار سيكون هنا رفض الفرض العدمي ومدام رفضنا العدمي نقبل الفرض البديل الذي يقول أن المستوى انخفض .

المثال الثالث من الكتاب /

اذا كان متوسط وزن الطفل في العام الأول من ولادته ٩كجم ، جرب نوع حديث من الأغذية على عينه من ٦٤ طفل فوجد أن متوسط وزن الطفل أصبح ١٠ كجم بانحراف معياري ٣ كجم .

المطلوب : اختيار تأثير هذا النوع من الغذاء على وزن الطفل عند مستوى ٥%

الحل /

معطيات السؤال : μ = ٩ ن = ٦٤ سَ = ١٠ ع = ٣ a = ٥%

⦿الفرض العدمي سوف ينفي أي تأثير أو أي فاعليه للغذاء الجديد وان متوسط وزن الطفل سيظل كما هو ٩ كجم سواء استخدمنا هذا النوع من الغذاء أو لا ، إما الفرض البديل فانه لا يهتم بناحية معينه من التأثير الذي يحدثه الغذاء فقد يؤدي هذا النوع من الغذاء إلى زيادة وزن وقد يؤدي إلى إنقاص الوزن وعلى ذلك يكون الفرض البديل هنا عبارة عن اختبار الطرفين وقرارنا باختيار الفرضين (العدمي والبديل) يتم بناءاً على الخطوات الآتية :

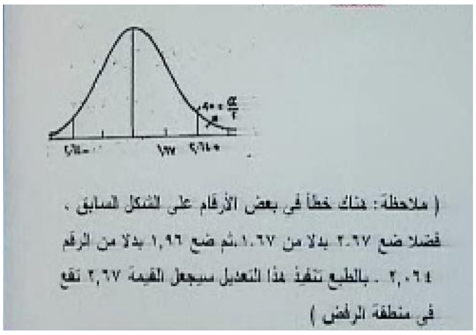
١– الفرض العدمي μ = ٩

٢– الفرض البديل $\mu \neq$ ٩ (اختبار الطرفين)

٣– وسيلة الاختبار الإحصائي هي :

$$ي = \frac{(\text{سَ} - \mu)\sqrt{\text{ن}}}{\text{ع}} = \frac{(١٠ - ٩)\sqrt{٦٤}}{٣} = \frac{٨}{٣} = ٢,٦٧$$ وهو القيمة المحسوبة

٤ – القيمة الجدولية = ١,٩٦



٥- المقارنة : بوضع القيمة المحسوبة (٢,٦٧) على المنحنى نجدها تقع في منطقة الرفض .

٦- القرار

رفض الفرض العدمي وبالتالي قبول الفرض البديل أي أن الغذاء الجديد له تأثير على وزن الطفل ، وهذا قرار صحيح بنسبة ٩٥% .

شرح الحل من الدكتور حرفي /

متوسط وزن الطفل ٩ كجم جربنا نوع من الأدوية أو من الأغذية على عينه من ٦٤ طفل يعني عندي هنا العنيه ٦٤ ولقينا ان متوسط وزن الطفل ١٠ كجم بعد ماعطيناه الغذاء الجديد بانحراف معياري ٣ كجم إذاً أول رقم هنا معطى هو ميوا μ =٩

ن= ٦٤ ، سَ = ١٠ ، انحراف المعياري= ٣

⦿ يقول هنا اختبر تأثير هذا النوع من الغذاء على وزن الطفل

المسألة هذه لا يوجد كلمة مدلولها واضح (كـكلمة ايجابيه أو كلمة سلبيه) اختبر تأثير الغذاء هذا التأثير إما أن يكون ايجابي أو سلبي وبالتالي سآخذ اختبار الطرفين لو كان هناك كلمة مدلوليه واضحة يكون اختبار ايمن أو اختبار أيسر

ولكن لا يوجد دلينا كلمة مدلوليه إذاً سأختبر اختبار الطرفين

الفرض العدمي يقول هذا النوع من الغذاء ليس له تأثير ووزن الطفل سيظل ما هو = μ٩

☑ إما الفرض البديل يقول وزن الطفل سيتغير يا اكبر أو أقل أو ايمن أو أيسر أو الاثنين مع بعض اختبار الطرفين من أجل اختار واحد من الأثنين يجب أن استخدم هذا القانون الذي قيمته في النهاية = ٢,٦٧

$$ي = \frac{(\text{سَ} - \mu)\sqrt{\text{ن}}}{\text{ع}} = \frac{(١٠ - ٩)\sqrt{٦٤}}{٣} = \frac{٨}{٣}$$

= ٢,٦٧

✎ ومن ثم سأرسم المنحنى عند ٥% لدي منطقتين للرفض واحد يمين وواحد شمال :

إذاً عندك قيمتين للرفض واحد ١,٩٦ بجهة اليمين

ثم اخذ الياء المحسوبة اللي هي ٢,٦٧ % وأضعها على الرسم ستجدها تقع على اليمين ستقع في منطقة الرفض ..

إذاً القرار سيكون رفض الفرض العدمي

❖ أعزائي الطلبة الموضوع باختصار [شرح مبسط للخطوات]

نقرأ المسألة أول رقم يأتي إليك سيكون ميوا (µ)

وبعدها سيقول لك كلمة عينه،، وكل الأرقام التي ستأتي بعدها تكون خاصة بالعينة يعني(ن) وَ (سَ) وَ (ع)

وسيحدد لك ألفا (a)

إذا كانت المسألة فيها كلمة مدلوليه تحت منها خط إذا هذه الكلمة تدل على الناحية الإيجابية إذاً اختبار الطرف الأيمن

أو تلك الكلمة تنم عن الناحية السلبية أختار اختبار الطرف الأيسر .

اكتب نص الفرض العدمي ونص الفرض البديل والقيمة المحسوبة والقيمة الجدولية

وأقارن القيمة المحسوبة مع القيمة الجدولية ،،،

ونضعها على الرسم وفي الأخير تأخذ القرار بقبول أو رفض الفرض العدمي

الحلقـــــة ٢٧

شرح لمراجعة ما سبق/

في الحلقة السابقة بدأنا باستعراض بعض الأمثلة عن اختبارات إحصائية تتعلق بمتوسط المجتمع والتي يستخدم فيها عينه واحده خطوات الاختبار ملخصها أضع فرض عدمي واضع فرض بديل لأجل اختار واحد منهم ألجأ إلى قانون أعوض فيه ،
هذا القانون يعطيني رقم وهذا الرقم سأقارنه مع قيمه جدوليه سنحفظها
القيمة الجدوليه هذه سأضعها على الرسم وبضع في الرسم أيضاً القيمة المحسوبة من القانون إذا أتت القيمة المحسوبة في منطقة الرفض يرفض الفرض العدمي وإذا أتت القيمة المحسوبة في منطقة القبول يقبل الفرض العدمي منطقة الرفض إما أن تقع في الطرف الأيمن كاملاً ونسميها اختبار الطرف الأيمن أو تقع في النصف الأيسر من المنحنى الذي يكون في النصف اليسار ويسمى اختبار الطرف الأيسر أو منطقة الرفض يوزع على الطرفين الأيمن والأيسر

متى يستخدم اختبار الطرف الأيمن ؟ ومتى يستخدم اختبار الطرف الأيسر ؟
ومتى يستخدم اختبار الطرفين ؟

١. إذا كان السؤال الموجود بالتجربة أو في التمرين ينم عن ناحية إيجابية ..أي إذا وجدت كلمة في السؤال تحتها خط تأكد أن هذه الكلمة تأخذ بك إلى احد من الشيئين إما أن يكون اختبار ايمن أو أيسر إذا لا يوجد خط إذا الاختبارين مع بعض الأيمن والأيسر أي اختبار الطرفين ..لو في كلمة تحتها خط تأكد أنها مسألة تتعلق باختبار الطرف الأيمن أو طرف أيسر
إذاً متى يكون الطرف الأيمن ؟؟... أ . إذا كانت هذه الكلمة اللي تحتها خط تنم عن ناحية ايجابيه تدل على ناحية ايجابيه مثلاً ..
(نمو ، زيادة ، مكسب ، فاعليه ، تحسن ، زيادة ،) أي كلمه من هذه الكلمات توحي بإيجابيه ف بالتالي استخدم اختبار الطرف الأيمن يعني منطقة الرفض كلها على جهة اليمين يعني أقول في الفرض البديل نيوا اكبر من (μ >)
ب. إذا كانت الكلمة التي تحتها خط تدل أو تنم عن ناحية سلبية أو عكسية
مثل ان يقول مثلاً (خسارة ، تدني ، هبوط ، عجز ،) أي كلمة مرادفة لهم
أقول اختبار الطرف الأيسر وتكون منطقة الرفض كلها في الأيسر في الناحية اليسرى من المنحنى

٢. إذا لم أجد كلمه تحت منها خط لا يوجد أبداً في المسألة في أي كلمه
إذا هو اختبار الطرفين الأيمن والأيسر سيكون هناك منطقتين للرفض في جهة اليمين والشمال في المرة اللي فاتت

المثال الرابع/

إذا كان متوسط وزن الطالب في احد الكليات نيوا μ =٧٠ كجم. اختيرت عينه من ن = ١٠٠ طالب . ممن يمارسون أنشطه رياضيه وجد أن متوسط وزن الطالب سَ= ٧٣ كجم في العينة ، بانحراف معياري ع = ٦ كيلو.

اختبر اذا كانت الأنشطة الرياضية لها تأثير على وزن الطالب ؟

الحل /

هل يا ترى هذه الأنشطة الرياضية تأثر على وزن الطالب ..إذاً في هذه المسألة هل سأستخدم اختبار الطرف الأيمن أو الطرف الأيسر وإلا الطرفين ..؟

طبعاً أ. سأستخدم اختبار الطرفين ..لأني هنا لم أجد كلمة تحتها خط ..و أنا أضع خط تحت الكلمة المطلوبة لكي أوجهك وأنبهك أن هذه المسألة اختبار طرف واحد إما أن يكون أيمن أو أيسر .هنا لا يوجد خط معانا بأنها اختبار طرفين الأيمن والأيسر مع بعض وعادة كلمة التأثير معناها اختبار طرفين لان التأثير قد يكون ايجابي وقد يكون سلبي.

ب. نضع فرضين : فرض عدمي ينفي أي اثر للمؤثر(الأنشطة الرياضية) ..

نضع مقابله الفرض البديل / وهو يقول الأنشطة الرياضية تؤثر في وزن الطالب .

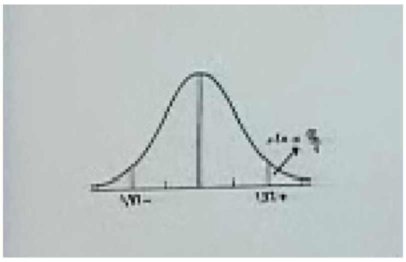
العدمي/ = μ٧٠

البديل / μ ≠ ٧٠ أي ممكن يكون اكبر(يمين) او يكون اصغر(يسار) ولكنه لا يساوي ٧٠ .

ج. الياء المحسوبة : .نعوض في القانون :

$$ي = \frac{(سَ - \mu)\sqrt{ن}}{ع} = \frac{(٧٣ - ٧٠)\sqrt{١٠٠}}{٦} = \frac{٨}{٦}$$

= ٥ قيمة ي المحسوبة



د. المقارنة : تكون على الرسم

نحطها على الرسم طبعاً عندي المستوى ٥% ..اختبار الطرفين مثل ما قلنا المرة اللي فاتت قيمة ياء الجدولية عند ٥% ..اختبار طرفين + − ١,٩٦ ١,٩٦ الموجب من جهة اليمين ، −١,٩٦ السالب من جهة الشمال ..

عندما أضعهما في المنحنى سنجد قيمه من جهة اليمين وقيمه من جهة الشمال...، على يمينهم وعلى يسارهم هذه منطقة رفض واللي بينهم منطقة القبول ومن ثم الخطوة التالية هي المقارنة

أضع الياء المحسوبة على الرسم الياء المحسوبة هي ٥ تأتي في منطقة الرفض ،، لأنها تلي ١,٩٦ أي يمينها وهذه المنطقة هي منطقة الرفض

هـ. القرار :يكون رفض الفرض العدمي ..

⊙ **اختبارات الفروض التي تُبنى على عينه واحده /** نوعين

- اختبار خاص بمتوسط المجتمع .
- اختبار خاص بنسبة الحدوث في المجمع .

شرح/

أريد أن اختبر نسبة الأمية في الدولة ..ونسبة البطالة في الدولة ، فاختبار النسبة في المجتمع لا يختلف إطلاقاً عن اختبار النسبة عن المتوسط في المجتمع فهي نفس خطوات الاختبار لا تتغير ٦ خطوات ،الاختلاف كله في شكل القانون المستخدم.

بنفس الطريقة اللي اتبعناها في اختبارات الفروض الخاصة بمتوسط المجتمع لكن مع اختلاف القانون المستخدم ستجد أمامك القانون الخاص باختبار النسبة بالمجتمع ل /

$$\text{ي} = \frac{\text{ل}^{\wedge} - \text{ل}}{\sqrt{\frac{\text{ل}\,(\,١ - \text{ل}\,)}{\text{ن}}}}$$

مثال / إذا كانت نسبة الأمية بأحد المدن ٤٠% .إذاً هذه (ل)للمجتمع . أخذنا عينه من ٢٠٠ مواطن وجدنا فيها نسبة الأمية ٤٥% . إذاً العينة ن = ٢٠٠ . نسبة الأمية في العينة (ل^) = ٤٥% . يقول عندي خطأ ٥% .؟

إذاً معطيات السؤال / (ل) معناها النسبة في المجتمع = ٠,٠٤ يعني ٤٠% ، ن=٢٠٠ (حجم العينة)

(ل^) لام هات ٤٥= % ، وألفا(a) ٥%

خطوات الاختبار الفرض العدمي والفرض البديل والقيمة المحسوبة والقيمة الجدولية والمقارنة والقرار ،ثابتين في الفرض العدمي ميوا يساوي ٠,٠٤ ، ما في شك بعشوائية العينة البديل هنا في السؤال ما كان كلمة تحته خط إذاً هنا اختبار للطرفين إذاً (ل) ≠٠,٠٤

لو ذكر كلمة زيادة أو ناقص كان سيكون اختبار ايمن او أيسر.

ل= ٠,٠٤ ... مثل ما ميوا بتساوي قيمه معينه هنا (ل) بتساوي قيمه معينه .. لام (ل) ≠٠,٠٤ هذا الفرض البديل

لكي اختار واحد من الاثنين بعوض في هذا القانون :(ياء المحسوبة)

$$\text{ي} = \frac{\text{ل}^{\wedge} - \text{ل}}{\sqrt{\frac{\text{ل}\,(\,١ - \text{ل}\,)}{\text{ن}}}} = \frac{٠,٤٠ - ٠,٠٤}{\sqrt{\frac{٠,٦ - ٠,٠٤}{٢٠٠}}} = \frac{٠,٠٥}{٠,٠٣٥} = ١,٤٣$$

- طلعت القيمة ١,٣٤ % اخذ هذه القيمة واضعها على المحنى بما أن عندي اختبار للطرفين

إذاً عندي منطقتين للرفض منطقه من جهة اليمين ومنطقه من جهة الشمال عند ٥% إما أن يكون (+ ١,٩٦) او (– ١,٦٩) .

- الآن سآخذ الياء المحسوبة ١,٤٣ % وأضعها على الرسم ستأتي في منطقة القبول .إذاً سيكون القرار قبول الفرض العدمي ..

إذاً هذه العينة لا يوجد شك بأنها تمثل المجتمع .

المثال الأخير/ أحد الصحف تدعي أن نسبة توزيعها ٣٠ % . أخذنا عينه من ٢٠٠ مواطن. و وجدنا عدد المشاركين ٥٢ .

هل هذه البيانات تدل على أن هناك انخفاضاً حقيقيا في نسبة الإشتراكات ؟؟؟ a= ٥%

- ما هو القانون الذي أطبقه هنا : قانون المتوسط أو قانون النسبة .؟

لأنه لم يقل كلمة المتوسط أو كلمة الانحراف المعياري ..قال فقط عينه من ٢٠٠ وعدد المشتركين ٥٢ ولكن كم النسبة ؟

إذا كانت الأولى نسبة المجتمع ٣٠ % ..ولكن لم تذكر النسبة في العينة .لذا يجب أن نستخرجها ؟

عندنا ٢٠٠ مواطن والمشترك بينهم= $\frac{52}{200}$

١. هذا المثال اختبار الطرف الأيسر لأنه يوجد كلمة إنخفاض

إذاً لام (ل) = ٠,٠٣ ، (ل^) = ٠,٢٦ ، ن = ٢٠٠ ، (a) = ٥%

٢. الفرض العدمي ل = ٠,٠٣

الفرض البديل ل^ > ٠,٠٣

٣. وسيلة الاختبار وتكون في ي المحسوبة

نعوض في هذا القانون /

$$ي = \frac{ل^ - ل}{\sqrt{\frac{ل (١ - ل)}{ن}}} = \frac{٠,٢٦ - ٠,٠٣}{\sqrt{\frac{٠,٠٣ - ٠,٧}{٢٠٠}}} =- \frac{٠,٠٤}{٠,٠٣٢} = - ١,٢٥$$

٤. المقارنة ، وتكون على الرسم

وتكون منطقة الرفض كلها في جهة الشمال ...لو كانت فالجهة اليسرى ستكون القيمة بالسالب لو فالأيمن تكون القيمة بالموجب

إذاً منطقة الرفض كلها في الشمال . الخط الحرج - ١,٦٥ % .

إذاً تأتي القيمة المحسوبة (- ١,٢٥) ستأتي قبل قيمه ١,٢٥ ..إذاً ستكون في منطقة القبول .

٥. القرار سيكون قبول الفرض العدمي .

إذا في اختبارات الفروض ٣ قوانين:

١- اختبار خاص بالمتوسط.

٢- اختبار خاص بالنسبة.

٣- اختبار الفرق بين متوسطين وفق القانون الآتي:

المحاضرة الثامنة والعشرون

تلخيص للمحاضرة السابقة/

ابتدأت بموضوع اختبارات الفروض الإحصائية وفيها ناقشنا بعض المصطلحات

مثل: القرار الإحصائي والفروض الإحصائية و أنواع الفروض: فرض عدمي وفرض بديل.

وبعدها تحدثنا عن مصطلح وسيلة الاختبار وهو عبارة عن قانون يستخدم في ما يتاح من بيانات ويليها تكلمنا عن مستوى المعنوية وهو احتمال اتخاذ قرار خاطئ والقيم المشهورة له هي ٥% أو ١% .

وآخر مصطلح هو المنطقة الحرجة / وهو عبارة عن التعبير البياني لمستوى المعنوية "

فعندما امثل المساحة المعنوية بمساحه تحت المنحنى" هذه المساحة اسميها منطقة الرفض أو المنطقة الحرجة .

في اختبارات الفروض الإحصائية في المحاضرة السابقة تحدثنا عن : اختبارات خاصة بالمتوسط واختبارات خاصة بالنسبة .

تحدثنا عن اختبار متوسط المجتمع ، واختبار النسبة في المجتمع .

وفي جميع تلك الاختبارات نضع الفرض العدمي أو فرض النفي وبعدها الفرض البديل وهو المعاكس للفرض العدمي .

والفرض البديل إما يكون اختبار طرف أيمن أو طرف أيسر أو طرفين .

وكيفية اختيار أي طرف منها حُددت في المرة السابقة .

⊙ الخطوة الثالثة : هي أداة الاختبار حتى أفاضل بين الفرض العدمي والفرض البديل واختيار أيهما ، الجأ إلى وسيلة الاختبار وهي عبارة عن قانون أعوض فيه بالبيانات المتاحة لدي وسيعطي رقم معين.

⊙ الخطوة الرابعة : هي القيمة الجدولية التي تكون عند مستوى المعنوية.

ملاحظة: " القيمة الجدولية ستعطى للطالب جاهزة"

- بعد هذه الخطوة نجعل مقارنه بين القيمة المحسوبة "وسيلة الاختبار" مع القيمة الجدولية التي ستعطى لك.
- المقارنة هنا إما أن تقارن بيانيا عن طريق المنحنى أو مقارنة رقمية.
- المقارنة الرقمية هي أن تقارن قيمة وسيلة الاختبار المسماة بالقيمة المحسوبة مع القيمة الجدولية حيث تقارن رقم مع رقم

كيفية المقارنة : إذا كانت القيمة المحسوبة اكبر من القيمة الجدولية يفرض الرفض العدمي

وإذا كانت القيمة المحسوبة اقل من القيمة الجدولية يقبل الفرض العدمي .

إذا " المقارنة بين المحسوبة والجدولية { ي المحسوبة و ي الجدولية } إما عن طريق المنحنى أو المقارنة الرقمية .

وذلك بأن تقارن قيمة ي المحسوبة التي أتت عن طريق القانون مع القيمة الجدولية التي ستعطى لك

والقيمة الجدولية مشهورة إما ١,٩٦% أو ٢,٥٨% إذا كانت اختبار طرفين أو ١,٦٥ % إذا كان طرف أيمن

او – ١,٦٥ إذا كان طرف أيسر .

و ٢,٣٣% اختبار الطرف الأيمن أو الأيسر عند ١% .

- والمهم أن القيمة الجدولية ستعطى لك والمطلوب منك القيمة المحسوبة عن طريق القانون .

إذا كانت القيمة المحسوبة اكبر من القيمة الجدولية يرفض العدمي وبالتالي يقبل البديل وإذا كانت القيمة المحسوبة اقل من الجدولية يقبل العدمي .

طبعا إذا كانت القيمة المحسوبة بالسالب تهمل الإشاره " عندما تقارن قيمة محسوبة مع جدوليه ووجدت القيمة المحسوبة بالسالب تهمل الإشارة" إذا سنقارن قيمة مع قيمة (قيم مطلقة بدون إشارات) . تكلمنا عن اختبار خاص بالمتوسط واختبار خاص بالنسبة.

اختبار الفرق بين متوسطين " متوسطي مجتمعين"

عندما نرغب أن نختبر الفرق بين متوسطي عينتين سَ١ وسَ٢ .

هل الفرق بين سَ١ و سَ٢ فرق حقيقي راجع لاستخدام مؤثر معين ؟ أم فرق عشوائي نتيجة لاصطدام العينات ؟

مثال/ لو رأينا متوسط درجة الطالب في الإحصاء في كلية الاقتصاد ٧٥ درجة ومتوسط درجة الإحصاء للطالب في عينة أخرى من كلية العلوم ٦٠ درجة .. " هناك كليتين اقتصاد وعلوم" أخذ من كل كليه عينه ونعمل لهم اختبار في الإحصاء :

متوسط درجة العينة الأولى ٧٥ × العينة الثانية ٦٠

" يوجد فرق بينهم ١٥ درجة ، هذا الفرق هل يرجع لكون الكلية الأولى أفضل من الكلية الثانية أو فرق عشوائي نتيجة استخدام أسلوب العينة ؟ لتحديد الإجابة نلجأ لموضوع اختبارات الفروض !

مثال آخر/ لنفرض إن متوسط أجر العامل في احد المصانع ١٥٠ ريال ومتوسط اجر العامل في مصنع آخر ينتج نفس السلعة ٢٠٠ ريال . " المصنع الأول متوسط أجر العامل= ١٥٠ والمصنع الآخر متوسط أجر العامل =٢٠٠ ريال "

الفرق بينهم هل هو فرق حقيقي (الأجور في المصنع الثاني أعلى من الأجور في المصنع الأول دائما) أم فرق عشوائي نتيجة لاستخدام أسلوب العينة ؟

لتحديد الاجابة نلجأ لاختبارات الفروض الإحصائية.

يوجد اختبارات خاصة بالفرق بين متوسطين واختبارات خاصة بالفرق بين نسبتين . وسنكتفي بالفرق بين متوسطين فقط.

مثال أخر/هناك اختبار لعينتين من الطلبة في مادة الإحصاء : المجموعة الأولى مكونه من ٤٠ طالب ، والثانية مكونه من ٥٠ طالب .

في العينة الأولى/ ن١ =٤٠ ، المتوسط $\overline{\text{س}}$ ١ = ٤٧ ، انحراف معياري ع١ = ٨

في العينة الثانية / ن٢ = ٥٠ ، المتوسط $\overline{\text{س}}$٢ = ٧٨ ، بانحراف معياري ع٢ = ٧

السؤال هو: هل يوجد اختلاف حقيقي بين العينتين ؟

ويخبرنا إن مستوى المعنوية α = ٥٪ ، ٥٪ يعني بأن القرار الذي ستصل له يسمح لك أن تخطأ فيه بـ٥٪ ، وبناءً على ٥٪ "الالفا α " نحدد القيمة الجدولية ، والقيمة هذه ستأتيك جاهزة .

نعود للسؤال هل هنالك فرق بين العينتين أم لا ؟

سنفترض إن العينة الأولى أتت من مجتمع والعينة الثانية أتت من مجتمع ثاني " والمجتمعات مجتمعات افتراضية " .

فنضع فرض عدمي بأنه لا يوجد فرق بين المجموعتين حيث انه لا يوجد فرق بين المجتمعين اللذان أخذنا منهما العينتين مع انه يوجد فرق بين ٤٧ و٧٨ ، ولكن هل هو فرق حقيقي أو غير حقيقي لم نعرف حتى الآن .

⊙ الفرض العدمي (فرض النفي) / لا توجد فروق بين المجتمعين اللذان أخذنا منهما العينتين.

الفرض العدمي : $\mu_1 = \mu_2$

المجتمع الأول متوسطه ١٠١ ، المجتمع الثاني متوسطه ١٠٢

إذا الفرض العدمي لا توجد فروق بين متوسطي المجتمعين م١ وَ م٢ ، وعدم وجود فرق بينهم ذلك يعني بأنهم متساويان

⊙ البديل إما/ م١ اكبر أو اقل أو تساوي . متى نقول أكبر ومتى نقول أقل ؟!

إذا كان الاختبار طرف واحد أيمن أو أيسر ، إذا كان المطلوب في المسألة كلمة وتحتها خط

والمطلوب هنا هل هناك اختلاف حقيقي بين مستوى المجموعتين ؟ وهنا لا يوجد خط تحت كلمة معينة إذا مباشرة هذا اختبار طرفين.

⊙الفرض العدمي لا يوجد فروق بين متوسطي مجتمعين : **١٠١ = ١٠٢** " لا يوجد اختلاف هذا يعني متساويان "

⊙الفرض البديل (مختلفين عن بعضهما) : **م١ ≠ م٢**

وأنت اختر واحدا من الاثنين ، كيف نختار إذا ؟! العدمي أم البديل ؟

إذا ننتقل إلى الخطوة الثانية: **وسيلة الاختبار** : التي هي أداة الاختبار وهو القانون الذي نعوض به في البيانات التي لدينا ونسميه ي المحسوبة أو القيمة المحسوبة/

قانون " الاختبار الفرق بين متوسطين"

$$ي = \frac{\bar{س}_1 - \bar{س}_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2}}} = \frac{٧٤ - ٧٨}{\sqrt{\frac{٦٤}{٤٠} + \frac{٤٩}{٥٠}}}$$

$$= \frac{-٤}{١,٦٠٦} = -٢,٤٩$$ هذه قيمة ي المحسوبة .

✎ قيمة ي الجدولية ستعطى لك جاهزة التي هي ± ١,٩٦ .

✎إذاً أنت أتيت بياء المحسوبة = – ٢,٤٩ ، وأنا أعطيتك ي الجدولية =١,٩٦، ثم ستعمل مقارنة بين الاثنين :

✎طريقة المقارنة: كنا نقارن مقارنة بيانية عن طريق المنحنى ، أذا كان المنحنى يشكل لك صعوبة طريقة أخرى/

ستقارن الرقم – ٢,٤٩ مع ١,٩٦ وهنا ظهرت بالسالب فسنهمل الإشارة إذاً ستصبح ٢,٤٩ وسنقارن بعدها بينهما "

إذاً بعد المقارنة إذا كانت:

⊙ قيمة ي المحسوبة أقل من القيمة الجدولية يقبل الفرض العدمي.

⊙ قيمة ي المحسوبة اكبر من القيمة الجدولية يرفض الفرض العدمي . وإذا رفضت العدمي فذلك يعني انك ستقبل البديل .

⊙ هنا: ٢,٤٩ > ١,٩٦ بعد إهمال الإشارة. إذاً سيكون القرار رفض الفرض العدمي وقبول الفرض البديل.

⊙ يخبرنا البديل بأن هناك فروق ، ففي هذه الحالة يقبل الفرق البديل وتوجد هناك فروق حقيقية بين العينتين أو المجتمعين .

مثال ٢/ إذا كان متوسط أوزان ٥٠ طالباً من المشاركين في النشاط الرياضي في الكلية هو ٦٩,٢ كجم بانحراف معياري ٢,٥ كجم ، بينما كان متوسط ٥٠ طالب لم يظهروا اهتمام بالمساركة في النشاط الرياضي بالكلية هو ٦٧,٥ كجم بانحراف معياري ٢,٨ اختبر الفرض القائل بأن الطلبة الذين يمارسون النشاط الرياضي هم أكثر وزناً من غيرهم عند مستوى معنوية ٥% .

الحل/ " هنا يوجد كلمة **أكثر** إذاً البديل اختبار طرف واحد. أيمن أم أيسر؟ أيمن (أكبر من) بسبب كلمة أكثر ناحية إيجابيه .

معطيات السؤال للعينتين :

ن$_1$ = ٥٠ ، $\bar{\text{س}}_1$ = ٦٩,٢ ، ع$_1$ = ٢,٥

ن$_2$ = ٥٠ ، $\bar{\text{س}}_2$ = ٦٧,٥ ، ع$_2$ = ٢,٨ ، α = ٥%

⊙ الفرض العدمي / لن يتغير $\mu_1 = \mu_2$ (لا يوجد فرق بين متوسطي المجتمعين)

" هنا يطلب أن نختبر الفرض القائل الذين يمارسون النشاط الرياضي أكثر وزنا من غيرهم فإذا وضعنا الفرض العدمي ذلك سينفي أية فروق بينهم . إذا سيبقى الفرض العدمي ثابت $\mu_1 = \mu_2$.

⊙ الفرض البديل سيتغير في جميع الاسئلة فسيكون إما / $\mu_1 < \mu_2$ أو $\mu_1 > \mu_2$ أو $\mu_1 \neq \mu_2$

نضع $\mu_1 < \mu_2$ إذا كان اختبار طرف أيمن . إذا وجدت هناك كلمة تحتها خط مثل أكبر، أكثر، أفضل ...وهذه ناحية إيجابية .

$\mu_1 > \mu_2$ إذا كان اختبار طرف ايسر. إذا وجدت كلمة (أقل، أقصر، أدنى، أو تدني وأي مرادفه أخرى) .

$\mu_1 \neq \mu_2$ إذا لم يوجد كلمة تحتها خط ذلك يعني اختبار طرفين ≠ .

◈ هنا الفرض العدمي يقول : لا يوجد فرق بين متوسطين مجتمعين .

◈ والفرض البديل : يقول بأن هناك فروق فالذين يمارسون الرياضة هم أكثر وزناً .

⊙كيفية تحديد اختيار أية فرض نتطرق للنقطة الثانية.وذلك بالتعويض في القانون القانون هو: [وسيلة الاختبار]

$$\text{ي} = \frac{\bar{\text{س}}_1 - \bar{\text{س}}_2}{\sqrt{\frac{\text{ع}_1^2}{\text{ن}_1} + \frac{\text{ع}_2^2}{\text{ن}_2}}} = \frac{٦٩,٢ - ٧٦,٥}{\sqrt{\frac{(٢,٥)^2}{٥٠} + \frac{(٢,٨)^2}{٥٠}}} = ٣,٢$$

أعطانا القانون قيمة وسيلة الاختبار أو نسميها ي المحسوبة .

- القيمة المحسوبة ٣,٢ سنقارنها مع القيمه الجدولية، عند ٥% ستعطى لك من قبل الدكتور = ١,٦٥.

و حتى نختار إما العدمي أو البديل سنقارن بين المحسوبة والجدولية .

و إذا كانت القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية القرار هو رفض الفرض العدمي .

و إذا كانت القيمة المحسوبة أقل من القيمة الجدولية القرار هو قبول الفرض العدمي .

بما أن / ي للقيمة المحسوبة = ٣,٢ < ي للقيمة الجدوليه = ١,٦٥

إذاً يرفض الفرض العدمي و يقبل الفرض البديل / $\mu_1 < \mu_2$.

إذاً فعلاً الذين يمارسون النشاط الرياضي أوزانهم أكثر من غيرهم.

مثال٣/ أجريت دراسة عن ظاهرة الأجور بين عمال صناعتي الخدمات العامة والبناء ، وذلك على عينه عشوائية من عمال كل صناعة ، وحصلنا على النتائج التالية :

في عينه من عمال صناعة الخدمات من ١٠٠ عامل تبين أن متوسط الأجر اليومي ٨٠ ريال بانحراف معياري ٢٠ ريال ،

وفي عينه أخرى من عمال صناعة البناء من ١٠٠ عامل تبين أن متوسط الأجر اليومي ٦٠ ريال بانحراف معياري ٣٠ ريال .

اختبر عند مستوى المعنوية ١% ما إذا كان هناك فروق حقيقية بين الأجور في الصناعتين؟

الحل:

المعطيات في السؤال للعينتين : $ن_١ = ١٠٠$ ، $\overline{س}_١ = ٨٠$ ، $ع_١ = ٢٠$

$ن_٢ = ١٠٠$ ، $\overline{س}_٢ = ٦٠$ ، $ع_٢ = ٣٠$

نضع الفروض / ١. الفرض العدمي وذلك بإنه لا يوجد فروق بين متوسطي الأجور في الصناعتين $\mu_1 = \mu_2$

٢. والفرض البديل و ذلك بانه يوجد فروق بين متوسطي الاجور في الصناعتين $\mu_1 \neq \mu_2$

و لاختيار أي منهم نلجأ للخطوة الثالثة إيجاد ي المحسوبة:

$$ي = \frac{\overline{س}_١ - \overline{س}_٢}{\sqrt{\frac{ع_١^٢}{ن_١} + \frac{ع_٢^٢}{ن_٢}}} = \frac{٨٠ - ٦٠}{\sqrt{\frac{٤٠٠}{١٠٠} + \frac{٩٠٠}{١٠٠}}}$$

$$= \frac{٢٠}{٣,٦} = ٥,٥٥$$

☑ ي الجدوليه عند مستوى المعنوية ١% لاختبار الطرفين $\pm$ ٢,٥٨.

و لإيجاد القرار نقارن بين ي القيمة المحسوبة و ي القيمة الجدوليه

ي المحسوبة= ٥,٥٥ > ي الجدولية= ٢,٥٨.

إذاً القرار رفض الفرض العدمي. والفرض البديل يقول يوجد فروق بين الصناعتين .

الطريقة باختصار للتذكير/

١. نفرض فرض عدمي . و نفرض فرض بديل .

٢. نستخرج القيمة المحسوبة وفق قانون معين سواء كان خاص بالمتوسط أو النسبة أو الفرق بين متوسطين وهي ثلاث قوانين .

٣.نقارن القيمة المحسوبة مع القيمة الجدوليه والتي ستعطى لك وهي مستخرجه من جدول التوزيع الطبيعي. أو عن طريق منحنى التوزيع الطبيعي.

٤.إذا كانت ي المحسوبة < ي الجدوليه قبول الفرض العدمي ، ي المحسوبة $\geq$ ي الجدوليه رفض الفرض العدمي وبذلك قبول الفرض البديل.

مراجعة سريعة لما سبق دراسته في منهجنا [الحلقة ٢٩]

⊙ الباب الاول / بدأنا لموضوع الاحتمالات.. وفي الاحتمالات تحدثنا عن تعريف الاحتمال ،

وحدود الاحتمال يقع بين الصفر والواحد ، وفي الاحتمالات إما أن نتحدث عن أحداث بسيطة آو أحداث مركبة .

في الأحداث البسيطة احتمالها (ح أ) : (م / ن) وهنالك قانونين قانون الجمع وقانون الضرب ويعود الطالب لها بالتفصيل.

⊙ الباب الثاني /

الدوال الاحتمالية ، فهنالك دالة الاحتمال والعلاقة بين (س) و (ح س) بالمتغير العشوائي الذي يسمى (س)

واحتمالات الحدوث (ح س).

في دالة الاحتمال سيأتي جدول فيه (س) و(ح س) ومطلوب منك التوقع والتباين ،

التوقع (س×ح س) ، والتباين (س^{٢}×ح س −$\mu^{٢}$)

⊙ الباب الثالث/

تحدثنا عن بعض التوزيعات الاحتمالية : توزيع ذو الحدين ، و البوسون و الطبيعي .

- ذو الحدين والبوسون للمتغيرات المتقطعة " تأخذ أحداث سليمة ".
- الطبيعي للمتغيرات المتصلة .

في الحدين والطبيعي إذا اعطاك ن و ل سنستخدم إما ذو الحدين أو البوسون .

سؤال: متى نستخدم ذو الحدين والبوسون ؟

إذا كانت ن اكبر من ٣٠ و ل اقل من ٠,١ هنا نستخدم البوسون ، إما إذا كان غير ذلك فنستخدم التوزيع ذو الحدين .

🖉 في جميع الحالات يجب أن تكون حافظاً للقانون . ثم نأتي بـ س تساوي قيمة معينة أو أكبر أو اقل .

🖉 البوسون حالة خاصة من ذو الحدين ، كلاهما نفس الشيء ولكن البوسون حالة خاصة من ذو الحدين . فاستخدامه يعطي نتائج أدق من ذو الحدين .

☑ استخدام البوسون يجب أن يكون على الشروط السابقة ن أكبر من ٣٠ و ل أقل من ٠,١

في نفس الوقت فلو تحقق أياً من ن أو ل دون الآخر ، نرجع للأصل وهو ذو الحدين .

☑ أما التوزيع الطبيعي فله متغيرات متصلة مثل : (الأطوال ، الأوزان ، الأعمار ،الدرجات والرواتب .. الخ)

عندما نقول ما هو احتمال راتب احمد اقل من ٥٠٠٠ ريال !

مثال سريع : كيف نأتي بالاحتمال ؟

نحول ٥٠٠٠ ريال إلى قيمة معيارية تسمى ي واكشف في الجدول . او ستعطى لك من قبل الدكتور في الاحتمال

بعد ذلك تحدثنا عن : فترات الثقة واختبارات الفروض الإحصائية .

- فترات الثقة خاصة بالمتوسط أو نسبة أو فرق بين متوسطين .

وتحدثنا أيضا عن حجم العينة .

وآخرها تحدثنا عن اختبارات الفروض ، اختبارات خاصة بمتوسط ، واختبارات خاصه بنسبة و اختبارات خاصة الفرق بين متوسطين .

ملاحظة :

في جميع المواضيع لن يأتي اختبار كامل وسيأتي في جزئية معينة مثل :

(شكل الفرض العدمي ، شكل الفرض البديل ، شكل القيمة المحسوبة ، شكل قيمة μ في فترة الثقة ، شكل ل في فترة الثقة.