Chapter 1 section 1-1

الاستاذة : سامية النجار
0590580336
0580957642

المدينة المنورة

Chapter 1

1 – 1

set :- a set is a collection of objects

المجموعة المجموعة عبارة عن مجموعة من العناصر

Object = element = members

* braces = أقواس { } تكتب العناصر داخل أقواس

* A , B , C , D : capital أسماء المجموعة تكتب بحروف

* a , b , c , d : small العناصر تكتب بحروف

Example :- A = {1 , 2 , 3}, A = {a , b , c}

Name of set Element ← عناصر

* The order is not important ← الترتيب في المجموعات غير مهم .

ترتيب غير مهم

= {2 , 1 , 3} = {3 , 1 , 2}{1 , 2 , 3}

* Don't repeat any element

{1 ,1 ,2 , 3} → False → خطأ

{1 , 2 , 3} → True → صحيح

Don't belongs to ∉→ ∉إلى لا ينتمي , Belongs to ∈ → ∈ ينتمي إلى

الانتماء هو خاص فقط بالعناصر مثلا :-

A = {1, 2 , 3 , 4}

4 ∈ A العنصر 4 ينتمي A

5 ∉A العنصر 5 لا ينتمي إلى

أستاذ شامية النجار 0580937642

set builder notation ← كتابة المجموعات على صيغة

The set natural number $N = \{1 , 2 , 3 , \ldots . .\}$

مجموعة الأعداد الطبيعية

Example 1:- The set containing the first four counting number

مجموعة تحتوي أول أربع أعداد

$$S = \{1 , 2 , 3 , 4 \}$$

Example 2:- $\{x|x \ \ is\ natural\ number\ betwen\ 2\ and\ 7\}$

X بحيث أن X عدد طبيعي محصور بين 2 و 7

1- الأعداد الطبيعية هي جميع الأعداد الموجبة الصحيحة بدون الصفر .

2- عندما يقول بين 2 و 7 فإن 2 و 7 لا تضاف إلى المجموعة .{3,4,5,6 =B

$$\{x|x \ \ is\ natural\ number\ 4 \leq x < 15 \}$$

$$B = \{4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10 , 11 , 12 , 13 , 14\}$$

كذلك عندما نرى علامة المساواة ≤ تحت المتباينة هذا يعني عنصر داخل المجموعة و إذا كان رمز المتباينة $<$ $>$ بدون مساواة يعني أن الرقم لا يضاف داخل المجموعة .

Example 3:- $\{x|x \ \ a\ natural\ number\ less\ than\ 5\}$

X عدد طبيعي أقل من 5

* العدد الطبيعي عدد موجب بدون صفر $\{1 , 2 , 3 , 4\}$

إذا غير صيغة السؤال

وكتب$\{x|x$ natural number less than or equal5 $\}$

X عدد طبيعي أقل من 5 أو يساويه ← $A = \{1 , 2 , 3 , 4 , 5\}$

Special sets :- مجموعات خاصة

1- The empty set : the null set → المجموعة الخالية

وتمثل { } , ∅ , ويكون من الخطأ أن تمثل {∅}

2- The universal set U = contains all elements included in discussion .

هي المجموعة التي تحتوي على جميع العناصر التي تشمل الدراسة .

Example 4 :-

$\{x|x \ is\ natural\ number\ greater\ than\ 7\ and\ less\ than\ 14\}$

X عدد طبيعي أكبر من 7 و أقل من 14

$A = \{8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

Finite and infinite sets → المجموعات الغير منتهية والمنتهية

1- A finite set :- is one that has a limited number of element .

المجموعة المنتهية : هي التي تحتوي على عدد محدد من العناصر .

$S = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, \dots, 10\}$

Or $\{x|x \ is\ natural\ number\ betwen\ 2\ and\ 7\}$ $A = \{3,4,5,6\}$

2- infinite set :- is one that has no limited number of elements .

هي المجموعة التي لا تحتوي على عناصر محددة أو لديها عناصر غير منتهية

أستاذة سلمى النجار 0580937642

Between any two fraction natural number there are infinitely many fractions.

بين أي عددين طبيعيين يوجد كسور لا نهائية بينهم .

Example 1:- Using set notation and identify each set as finite or infinite .

استخدم صيغة الأقواس لتمثيل المجموعة و حدد المجموعة المنتهية والغير منتهية .

A = {7 , 8 ,9 , … . , 14}

1- by set notation

$\{x|x\ the\ natural\ number\ between\ 6\ and\ 15\}$

is finite set وهي مجموعة منتهية

2- B = {1 , $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{64}$,…} is infinite set .

3- C = {x|x is a fraction between 1 and 2} is infinite set .

دائما الكسور المحصورة بين عددين تكون غير منتهية

4- D={x|x is a natural number between 9 and 11} is finite set

A={10 }

رمز مجموعة الأعداد الطبيعية N = {1 , 2 , 3 , … } Natural counting number

رمز الأعداد الفردية odd O = {1 , 3 , 5 , … } Odd number

رمز الأعداد الزوجية E = {2 , 4 , 6 , … } Even number

المجموعات السابقة غير منتهية

أستاذة سامية البحار 0580576422

F = $\{x|x\ \ is\ fraction\ number\ between\ 0\ and\ 1\}$

X بحيث X الكسور التي بين الصفر و 1 ← تعتبر مجموعة غير منتهية .

3 – subset $\subset$ and not subset $\not\subset$

الجزئية المجموعة الغير جزئية

** المجموعات الجزئية و الغير جزئية هي مختصة بالمجموعات وليس بالعناصر مثل الانتماء .

Example :-

1 – A = {2 , 5 , 9} , B = {2 , 3 , 5 , 6 , 9}

A $\subset$ B من المجموعة الصغيرة إلى المجموعة الأكبر

أي أن المجموعة الأقل جميع عناصرها موجودة في المجموعة الأكبر .

2 – S = {1.2 , 3.} , S $\subset$ N

المجموعة S جزئية من مجموعة الأعداد الطبيعية .

3 – Ø $\subset$ A for any set A

دائما المجموعة الخالية مجموعة جزئية من أي مجموعة .

Equal sets المجموعات المتساوية :-

A = B iff A $\subset$ B and B $\subset$ A

= {3 , 2 , 1}{1 , 2 , 3}

But {1 , 2 , 3} ≠ {0 ,1,2 , 3}

0580936427 أسامة النجار

Example :

A={1,2,3,4}

B= {X/X is natural number less than or equal 5 }

Is A ,B equal ?

B= {1,2,3,4,5} …. So not equal

Set operation ← العمليات على المجموعات

U = {1 , 3 , 5 , 7 , 9 , 11 , 13} , A = {1 , 3 , 5 , 7 , 9 , 11}

B = {1 , 3 , 7 , 9} , D = {1 , 9} , C = { 3 , 9 , 11}

Determine each statement True or False :

a - D ⊂ B → True

b - B ⊂ D → False

c - C ∈ A → False

d - U = A → False

1∈A true

Operations on sets

The complement of a set A المكملة

À → A رمز مكملة = {x | x ∈ U and x ∉ A }

Homework 2

0580957642 استاذة سامية البحار

Let U = {1 , 3 , 5 , 7 , 9 , 11 , 13} , A = {1 , 3 , 5 , 7, 9 , 11}

B = {1 , 3 , 7 , 9} , C = {3 , 9 , 11} , D = {1 , 9}.

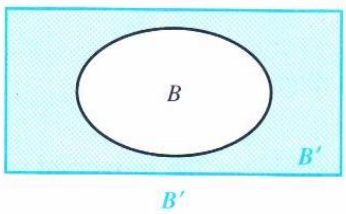
Find each set : a- À , b- Ḃ , c- Ø , d- Ù

À = → هذا يعني العناصر الغير موجودة في A نكملها من المجموعة الشاملة رمز مكملة A

a- À = {13} , b- Ḃ = {5,11,13}

c- Ø = U , U = Ø دائما مكملة المجموعة الخالية هي المجموعة الشاملة

The complement :



À = {x | x ∈ U , x ∉A}

المجموعه A + المكملة À= الشاملة

*Operation on set العمليات على المجموعة

1 – The intersection :- التقاطع (and) (∩)

Let U = {1 , 3 , 5 , 7 , 9 , 11} , A = {1 , 3 , 5 , 7, 9 , 11}

B = {1 , 3 , 7 , 9} , D = {1 , 9}.

a- A ∩ B → يقصد بالتقاطع هي العناصر المشتركة بين المجموعتين

A ∩ B = {1 , 3 , 7 , 9}.

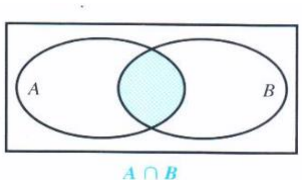
b- A ∩ C = {3 , 9 , 11}.

c- C ∩ B = {3 , 9}.

0580957642 استاذة سامية

d- D ∩ B = {1 , 9}.

The intersection :



A ∩ B

A ∩ B $\{x|x \in A \ \ and \ \ x \in B\}$

Example 3:-

Find the intersection of tow set ← أوجد التقاطع بين المجموعتين

a- {9 , 15 , 25 , 36} ∩ {15 , 20 , 25 , 30 , 35} = {15 , 25}

b- {1 , 3 , 5} ∩ {2 , 4 , 6} = Ø (Disjoint set) ← لا يتقاطعان

ملاحظات مهمة :

1- if A ⊂ B → A ∩ B = A

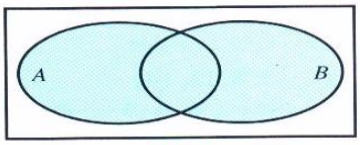
2- A ∩ Ø = Ø

3- A ∩ U = A

4- A ∩ A = A

2- The union: الإتحاد (or) A ∪ B $\{x \in A \ \ or \ \ x \in B\}$

أستاذة سامية الخل 0509537642



$A \cup B$

Example :-

$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

$B = \{1, 3, 7, 9\}$, $C = \{3, 9, 11\}$, $D = \{1, 9\}$

a- $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ جميع عناصر A + B بدون تكرار العنصر

b- $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

ملاحظات مهمة جداً :

1- if $A \subset B \rightarrow A \cup B = B$

2- $A \cup \emptyset \rightarrow A$

3- $A \cup A = A$

4- $A \cup U = U$ ← المجموعة الشاملة

↑

المجموعة الشاملة

أستاذة سامية النجار 0580937642

أسئلة امتحانات على هذا الدرس :-

1- The set of letters in the word master is finite. (True – False).

مجموعة الحروف في مستر مجموعة منتهية

2- {0} represent a null set . (True – False).

{0} المجموعة الخالية تمثل بـ

* الحل :- المجموعة الخالية تمثل بـ ∅ أو أقواس فارغة { } .

3- 10 ∉of the set of multiples of 5 . (True – False) .

الرقم 10 لا ينتمي إلى جدول الضرب 5

* الحل :- العدد 10 ينتمي إلى جدول الضرب 5 .

4- The set of prime number is ... (Finite set – infinite set).

مجموعة الأعداد الأولية مجموعة غير منتهية

5- The set of negative integers is an ... (Finite – infinite – null) .

مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة غير منتهية

6- A = {3 , 5 , 9 , 11} , B = {4 , 6 , 8 , 10} , C = {3 , 4 , 5 , 7}

10 ∈ A (True – False) .

B ∉ C (True – False) .

1. Using set notation, the elements belonging to the set: {x| x is a natural number less than 2} is العناصر التي تنتمي الي المجموعة مجموعه الاعداد الطبيعية الاقل من 2 ؟

A)∅

B) {_}

C) {0}

أستاذة سامية النجار 0580537642

D) {1}

2. Let U = {−2,−1, 1, 2, 3, 4} ,A = {−1, 2, 4} and B = {−2,−1, 3}, then U∩B
A) _
B) {−2, 3}
C) {3}
D) {−2,−1, 3}

حلول بعض اسئلة الكتاب ل section 1-1

Ex.4
Is the set finite or infinite? Is 10 element of the set?

- The set $\{x|x$is an even natural number$\}$ is infinite:
  The even natural numbers are $2, 4, 6, 8, 10, \ldots, 102, \ldots$ infinitely many numbers.
- The number 10 is an element of the $\{x|x$is an even natural number$\}$: $10 = 2 \cdot 5$, therefore 10 is even. (The even natural numbers are $2 \cdot 1, 2 \cdot 2, 2 \cdot 3, 2 \cdot 4, 2 \cdot 5, \ldots.$)

Ex.8
List the element of the set?
The elements of the set x|x is a natural number not greater than 4 are 1, 2, 3, 4
The statement not greater than is equivalent to less than or equal.

Ex.13
Which statement is true? $\{2\}$ is a set, which contains one elements and the set $\{2, 4, 6, 8\}$ is a set of elements so

- $\{2\} \notin \{2, 4, 6, 8\}$ is not true and $\{2\} \in \{2, 4, 6, 8\}$ is not true
- The true statement is $\{2\} \subset \{2, 4, 6, 8\}$.

Ex.20
Is the statement true? $\{x|x$is a natural number greater than$10\} = \{11, 12, 13, ...\}$
YES, the statement above is true. The natural numbers greater than 10 are 11, 12,...

Ex.30
Is the statement true? $\{8, 11, 15\} \cap \{8, 11, 19, 20\} = \{8, 11\}$
YES, the statement above is true. The elements 8, 11 are in both sets. Therefore the intersection of the sets $\{8, 11, 15\}$ and $\{8, 11, 19, 20\}$ is the set $\{8, 11\}$.

Ex.31
Is the statement true? $\{6, 12, 14, 16\} \cup \{6, 14, 19\} = \{6, 14\}$
NO, the statement above is false.
The union of two sets consists of the element, which are either in the first one or in the second one. The number 19 is not ele- ment of the resulting set. The statement will be true if $\{6, 12, 14, 16\} \cup \{6, 14, 19\} = \{6, 12, 14, 16, 19\}$.

1 – 2

Real number and their properties → الأعداد الحقيقة وخواصها

*Sets of numbers and the number line → مجموعة الأعداد وخط الأعداد

1- Natural number = (N) = {1 , 2 , 3, … }

الأعداد الطبيعية جميع الأعداد الموجبة من غير الصفر

2- Whole number = (W) = {0 , 1 , 2 , 3 , … }

الأعداد الكلية جميع الأعداد الموجبة مع الصفر

3- Integers = (I) = {… , −3 , −2 , −1 , 0 ,1 , 2 , 3 , … }

الأعداد الصحيحة جميع الأعداد الموجبة و السالبة مع الصفر

4- Rational number = (Q) = $\left\{\frac{p}{q}\ p\ \ and\ \ q\ integers\ and\ q \neq 0\right\}$

الأعداد النسبية : هي التي تكون كسرية على شكل بسط ومقام أو أي رقم يمكن كتابة على شكل بسط ومقام.

N C W C I C Q

*Rational number contain → الأعداد النسبية تحتوي على

$2 = \frac{2}{1} = \frac{2}{2}$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$

$0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{1000}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $0.75 = \frac{3}{4}$

الأعداد الدورية : هي الأعداد التي نكرر نفسها

0580937642 استاذة سلمى النحال

$0.\overline{6} = 0.6666$, $0.\overline{27} = 0.272727$

5- Irrational number (Z) → الأعداد الغير نسبية

الأعداد الغير نسبية : هي الأعداد التي لا يمكن كتابتها على شكل كسر مثل :

$\pi\sqrt{2}$, 3.14 , $\sqrt{10}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$,

و يكون غير منتهي و غير متكرر مثل: $\sqrt{2}$ = 1.4

Example 1 :-

Let A = $\left\{-8, -6, \frac{-12}{4}, 6, \frac{-3}{4}, 0, \frac{1}{2}, 1, \sqrt{2}, \sqrt{5}\right\}$

a- Natural number = $\{6, 1\}$ → الأعداد الموجبة بدون الصفر

b- Whole number = $\{0, 1, 6\}$ → الأعداد الموجبة مع الصفر

c- Integers = $\left\{-8, -6, -3, \frac{-12}{4}, 0, 1, 6\right\}$ → الأعداد الموجبة والسالبة والصفر

d- Rational number $\left\{-8, -6, \frac{-12}{4}, \frac{-3}{4}, 0, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, 1, 6\right\}$

الأعداد النسبية :هي التي يمكن كتابتها على شكل كسر و تكون منتهية مثل :

$\frac{1}{2} = 0.5$, منتهي ← $0.375\frac{3}{8} =$

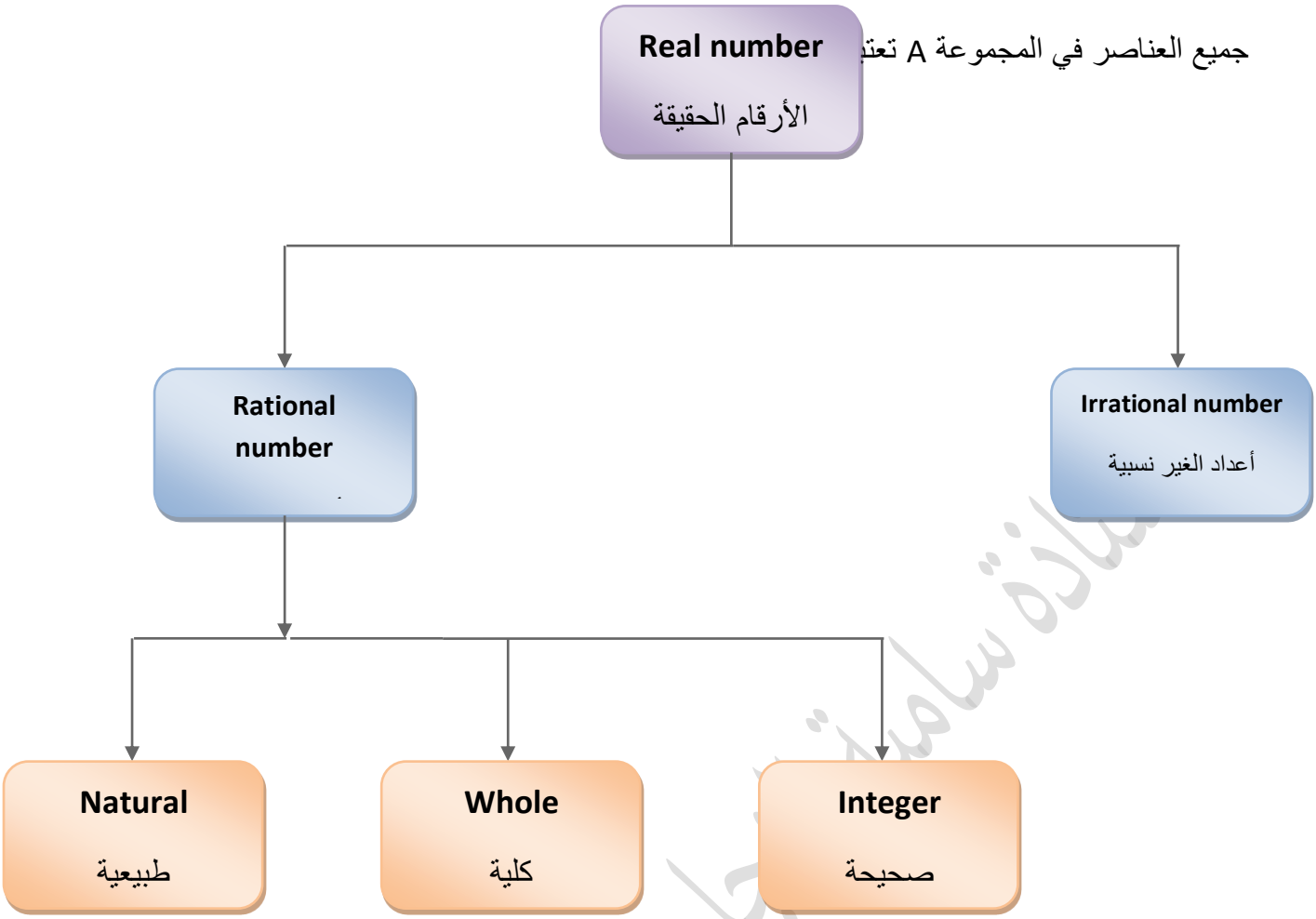
أو أن يكون عدد دوري أي يكرر نفسه مثل : $0.\overline{6} = 0.666\ldots$

e- Irrational number = $\left\{\sqrt{2}, \sqrt{5}\right\}$

الأعداد الغير نسبية :هي الأعداد التي لا يمكن كتابتها على شكل كسر وغير منتهية و ليست دورية .

f- All element of A are real numbers .

0580957642 استاذة سلمى النجار



* Exponents :- is known as exponential notation .

الأس الصيغة الأسيه

$a^n = a \times a \times a \ldots a^n$

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$a^n \rightarrow a$ is known base → a يسمى أساس

n is known Exponents → n يسمى أس

Homework 1

$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, $(-6)^3 = -6 \times -6 \times -6 = -216$

$-6^3 = -(6 \times 6 \times 6) = -216$

$(-3)^2 = 9 \iff -3^2 = -(3 \times 3) = -9$

لا تكافئ

** يوجد فرق إذا كان هناك أقواس أو بدون أقواس .

خواص الأسس :-

1- $a^0 = 1 \rightarrow (\frac{621}{45})^0 = 1 \rightarrow (1000)^0 = 1$

أي عدد مرفوع فوق أس صفر تكون القيمة تساوي 1 .

2- $a^n \times a^m = a^{n+m} \rightarrow 4^{10} \times 4^5 = 4^{10+5} = 4^{15}$

إذا تساوت الأساسات فإن نجمع الأسس .

3- $(a^n)^m = a^{n \times m} \rightarrow (10^2)^3 = 10^{2 \times 3} = 10^6$

4- $a^n \times b^n = (a.b)^n \rightarrow 5^4 \times 2^4 = (5 \times 2)^4 = 10^4$

5- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

6- $\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$

7- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

Order of operation → ترتيب العمليات الحسابية

أولاً :- نبدأ الحل من اليسار إلى اليمين مبتدئين بالأقواس .

ثانياً :- الأسس ← exponent .

ثالثاً :- الجذور ← roots .

0588957642 استاذة سمية النجار

رابعا :- الضرب و القسمة ← multiplication and division .

خامساً :- الجمع و الطرح ← addition and subtraction .

Example 2 :-

a- $6 \div 3 + 2^3 \cdot 5$

$2 + 8 \cdot 5 = 2 + 40 = 42$

b- $(8 + 6) \div 7 \cdot 3 - 6$

$14 \div 7 \cdot 3 - 6 = 2 \cdot 3 - 6 = 6 - 6 = 0$

Exercises :- تمارين صـ 13

25 - $-2 \cdot 5 + 12 \div 3$

$-10 + 4 = -6$

27 - $-4\,(9 - 8) + (-7)\,(2)^3 = -4\,(1) + (7)\,(8) = -4 - 56 = -60$

33 - $\frac{-8+(-4)(-6)\div 12}{4-3} = \frac{-8+24\div 12}{4+3} = \frac{-8+2}{7} = \frac{-6}{7}$

Homework 2

Evaluate each expression for $x = -2$, $y = 5$, $z = -3$

C - $\frac{\frac{x}{2} - \frac{y}{5}}{\frac{3z}{9} - \frac{8y}{5}}$

أولاً نرفع كل x و y و z ونضع بدل عن القيم المعطاة في السؤال

استاذة سامية النجار 0580957642

$$\frac{\frac{-2}{2}-\frac{5}{5}}{\frac{3(-3)}{9}-\frac{8(5)}{5}} = \frac{-1-1}{\frac{-9}{9}-\frac{40}{5}} = \frac{-2}{-1-8} = \frac{2}{9}$$

:Properties of Real numbers

خواص الاعداد الحقيقية

1- The Commutative Property of Addition

خاصية إبداليه في الجمع

Look at this expression:

4 + 5 = 9 is the same as **5 + 4 = 9**

The Commutative Property of Multiplication

4 x 5 = 20 is the same as 5 x 4 = 20 خاصية إبداليه في الضرب

2- The Associative Property of Addition

خاصية التجمعية في الجمع

Look at this expression:

3x + (4x + 6) is the same as (3x + 4x) + 6

This is an example of associative property.

The Associative Property of Multiplication

خاصية تجمعية في الضرب

As with addition, the associative property works for multiplication too.

3 (2x) is the same as (3 × 2)x

استاذة سامية الحداد 0580957642

عند ضرب او جمع عددين حقيقين الناتج عدد حقيقي

Closure properties :The sum or product of two real number is a real number

A+b or ab

** Additive identity

* The identity property for addition is a number that when of added to any number does not change the value of that number .

خاصية النظير الجمعي هو عندما نضيفه على أي عدد آخر يعطينا نفس العدد .

So the additive identity for real number is 0 → zero

إذا النظير الجمعي للأعداد الحقيقة هو الصفر . 5 + 0 = 5 , 6 + 0 = 6

** Multiplicative identity :- النظير الضربي

When we multiply 1 by any number we get the same number . 4 × 1 = 4 , 5 × 1 = 5

So the multiplicative identity is 1 .

* The inverse properties :- خاصية المعكوس

1- For addition the additive inverse is a + (-a) = 0

لإيجاد المعكوس الجمعي نوجد الرقم الذي يجعل القيمة صفر أو العنصر المحايد الجمعي .

مثلا : الرقم 15 ما هو معكوسه الجمعي -15 15 – 15 = 0

2- For multiplication the multiplicative inverse :

The multiplicative inverse is $a \times \frac{1}{a} = 1$

0580957642 استاذة سامية النجار

لإيجاد المعكوس الضربي إذا ضربنا في الرقم ليعطنا 1 أو العنصر المحايد الضربي .

Example : find the multiplication and additive inverse for number = $\frac{-2}{5}$

السؤال ايجاد المعكوس الضربي والجمعي للعدد $\frac{-2}{5}$

1- المعكوس الضربي هو: رقم اضربه ب $\frac{-2}{5}$ ويعطينا 1

$(\frac{-2}{5} \times \frac{5}{-2})$ =1 اذا المعكوس الضربي = $\frac{-5}{2}$

2- المعكوس الجمعي هو: الرقم اذا اضفته للعدد يعطينا الصفر

$\frac{-2}{5} + \frac{2}{5}$ = صفر اذا المعكوس الجمعي $\frac{2}{5}$

Simplifying expressions :- تبسيط العبارات

Homework 3

a- $3(x + y) = 3x + 3y$

b- $-(m - m) = -m + m$

c- $\frac{1}{3}\left(\frac{4}{5}m - \frac{3}{2}n - 27\right) = \frac{4}{15}m - \left(\frac{1}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{2}\right)n - \frac{27}{3}$

$-\frac{1}{2}n - 9\frac{4}{15}m$

d- $7p + 21$

لتبسيط العبارة نأخذ عامل مشترك لجميع الحدود

$7p + 21$

$7 \quad 1 \quad 7 \quad 3$

العامل المشترك بين الحدين هو 7

$7(p + 3)$

0580576422 أستاذة سامية البحار

Exercises :- تمارين

51 - $(t-6)\cdot\left(\frac{1}{t-6}\right) = 1$

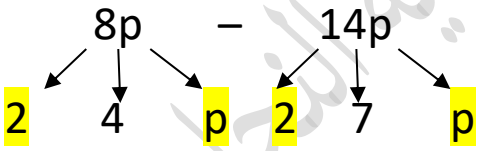
في عملية الضرب نضرب البسط في البسط و المقام بالمقام

$$\frac{\cancel{t-6}}{1}\cdot\frac{1}{\cancel{t-6}} = 1 \rightarrow 1 = 1$$

71 - $-4(z-y) = -4z + 4y$

69 - $8p - 14p$

نأخذ عامل مشترك



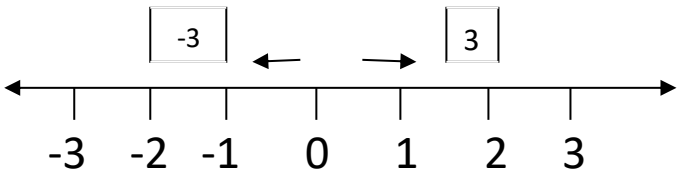
2p عامل مشترك

$2p(4-7) = 2p(-3) = -6p$

** absolute value → القيمة المطلقة

Is the distance of any number from 0 on number line in any direction .

هي المسافة لأي عدد من الصفر في أي اتجاه على خط الأعداد .



Number line

استاذة سامية النجار 0580937642

= 3 , $|-5| = 5\ |-3|$

Homework 4

X = -6 , y = 10

a- $|2x - 3y| = |2(-6) - 3(10)| = |-12 - 30| = |-42| = 42$

دائماً القيمة السالبة داخل القيمة المطلقة تعطينا قيمة موجبة .

b- $\frac{2|x| - 3|3y|}{|xy|} = \frac{2|6| - |3(10)|}{|-6 \times 10|} = \frac{2\ (6) - 30}{60} = \frac{-18}{60} = \frac{-3}{10}$

** Distance between points an number line .

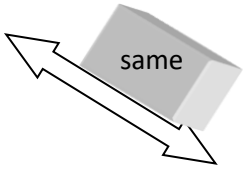
** المسافة بين نقطتين على خط الأعداد

$$d\ (P\ ,\ Q) = |b - a| = |a - b|$$

Find the distance between -5 and 8

if a =- 5 , b = 8

$d\ (-5\ ,\ 8) = |-5 - 8| = |-13| = 13$



if a = 8 , b = -5

$d\ (8\ ,\ -5) = |8 - (-5) = |8 + 15| = |13| = 13$

0580957642 أستاذ سامية النجار

اسئلة امتحانات على هذه الجزئية :

(Real numbers and their properties 1.2): Lesson1.2

Question 1

$\sqrt{\frac{25}{81}}$ is a/an

A. Natural number
B. integer
C. irrational number
D. rational number

$0.\overline{5} = 0.55555$ عدد نسبي لانه متكرر دوري

Question 2

–3 is a

A. natural number
B. integer
C. irrational number
D. rational number

Question 3

$\sqrt{3}$ is a/ an

A. rational number
B. integer
C. real number
D. none of the above

Question 4

Evaluate: $4[3 + 7(9^2)]$

A. 2280 B. 15,888 C. 69,696 D. 17,424

Question 5

Evaluate: $\frac{240}{8} - 3$

A. 229 B. 27 C. 235 D. 48

Question 6

Evaluate: $[(2 + 1 \times 5) - 3]^3$

A. 1728 B. 64 C. -20 D. 84

Question 7

Evaluate: 6^4

استاذة تسنيم النجار 0595951642

A. 1296 B. 24 C. 216 D. 7776

Question 9

Evaluate: $(-5)^4$

A. –625 B. 625 C. –20 D. 20

مرفوع فوق اس زوجي فان الرقم الناتج بالموجب

Question 10

Evaluate: $(7\times2)^2$

A. 28 B. 81 C. 196 D. 98

Question 11

Select the equation that illustrates the inverse property.

A. $10 + (-10) = 0$ B. $10 + 0 = 10$

C. $10 \times 5 = 5 \times 10$ D. $10 \times (5 + 3) = 10 \times 5 + 10 \times 3$

اختار من المعادلات التي تبين خاصية الانعكاس هو التي تعطينا الناتج 0 او 1

Question 12

Select the equation that illustrates the commutative property.

A. $11 \times (5 \times 8) = (11 \times 5) \times 8$ B. $11 \times 5 = 5 \times 11$

C. $11 \times (5 + 8) = 11 \times 5 + 11 \times 8$ D. $11 + 0 = 11$

اخترمن المعادلات التي توضح خاصية الابدالية

a+b =b+a or ab=ba

Question 13

Select the equation that illustrates the identity property.

A. $3 \times 7 = 7 \times 3$ B. $3 + (7 + 4) = (3 + 7) + 4$

C. $3 + (-3) = 0$ D. $3 + 0 = 3$

اختر من المعادلات التي توضح خاصية العنصر المحايد

وهو الرقم الذي اذا ضرب او جمع يعطينا نفس الرقم

A+0= A or a× 1 =a

Question 14

Select the correct property that describes the given equation.

15 + 0 = 15 اختار الخاصية الصحيحة للعبارة التالية

A. Associative property of multiplication

B. Identity property of addition خاصية العنصر المحايد
C. Inverse property of addition
D. Commutative property of addition
E. Distributive property of multiplication
F. Associative property of addition

Question 15

Select the correct property that describes the given equation.

9 + 7 + 6 = 9 + 6 + 7

A. Associative property of multiplication
B. Identity property of addition
C. Inverse property of addition

Commutative proper خاصية ابدالية

0580957642 استاذة سامية النجار

1 – 3

Polynomials :- كثيرات الحدود

Product rule → $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Power rule 1 → $(a^m)^n = a^{m\,n}$

2 → $(a\,b)^m = a^m\,b^m \rightarrow (3X)^2 = 3^2 \cdot X^2 = 9X^2$

3 → $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

Example :-

1- $(-4X^5)(4X^2) = -16X^{5+2} = -16X^7$

9- $(5X^2\,Y)(-3X^3\,Y^4) = -15X^{2+3}\,Y^{1+4} = -15X^5\,Y^5$

* Zero exponent → الأس الصفري

$a^0 = 1$, $4^0 = 1$ 1 = أي رقم أو متغير مرفوع فوق أس صفر

فرق بين القوس و بدون قوس :

$-4^0 = -1 \cdot 4^0 = -1 \cdot 1 = -1$

$(-4)^0 = 1$

polynomials → كثيرات الحدود

Algebraic expression → العبارات الجبرية

$-2X^2 + 3X$, $\frac{15y}{2y-3}$

0580957642 استاذة سامية النجار

So :- any collection of numbers or variables joined by the operation of addition , subtraction multiplication or division .

هي عبارة عن مجموعة من الأعداد و المتغيرات مرتبطة فيما بينها بعمليات جمع أو طرح أو ضرب أو قسمة .

To find the coefficient and degree for polynomial

كثيرات الحدود بـ الدرجة و المعامل الرئيسي لإيجاد

1- نأخذ أعلى درجة للمتغير

أعلى درجة ← 15

$29\ X^{11} + 8\ X \rightarrow$ The coefficient = 8

The degree = 15

Type of polynomial : Binomial

نوع كثيرة الحدود ثنائية

* لتحديد نوع كثيرة الحدود العبارات يفصل بينهما طرح أو جمع .

* ملاحظة مهمة :- أي كثيرة حدود تحتوي على عدة متغيرات في حد واحد نجمع الأسس

Example :-

$-10\ r^6\ s^8 \rightarrow$ Degree = 6 + 8 = 14

Coefficient = -10

Type = monomial

ملاحظات عن كثيرات الحدود :

الأستاذة سامية البحار 0642 03093

1- كثيرة الحدود التي تحتوي على حد واحد تسمى : monomial

مثل : $-10\ r^6\ s^8$

So Type of polynomial = monomial

2- كثيرة الحدود التي تحتوي على حدين تسمى : Binomial (ثنائية)

مثل : $29\ X^{11} + 8\ X^{15}$

1- Type of polynomial = Binomial

2- Coefficient = 8 , degree = 15

3- كثيرة الحدود التي تحتوي على ثلاثة حدود تسمى : Trinomial (ثلاثية)

مثل : $9\ P^7 - 4\ P^3 + 8\ P^2$

Coefficient = 9 , degree = 7

4- إذا كان في المعادلة أس سالب أو في المقام متغير فإنها لا تعتبر كثيرة حدود.

مثل : $9\ X^2 - 4\ X + \frac{6}{x}$ ← متغير في المقام

Not polynomial

$10\ X^2 + 3X^{-3}$ ← أس سالب

5- إذا كانت كثيرة الحدود فيها أكثر من متغير نجمع الأسس لإيجاد الدرجة .

مثل : $5\ a^{\underline{3}}\ b^{\underline{7}} - 3\ a^{\underline{5}}\ b^{\underline{5}} - 4\ a^{\underline{2}}\ b^{\underline{9}} - a^{\underline{10}}$

$\underline{10}$ $\underline{10}$ $\underline{11}$ $\underline{10}$

أستاذ سامية النجار 0580937642

Degree = 4 a^2 b^9 → 11 هو أكبر رقم إذا هو من الدرجة

Type = None of there → غير ذلك

6- العدد الثابت يعتبر كثير حدود ودرجتة تساوي الصفر مثل 8

7- الصفر يعتبر كثيرة حدود ولكن ليس لة درجه

Adding and subtracting polynomials :- جمع وطرح كثيرات الحدود

a- $(2y^4 - 3y^2 + y) + (4y^4 + 7y^2 + 6y)$

نضع كل حد له نفس الدرجة تحت بعض

$$\begin{array}{r} 2y^4 - 3y^2 + y \\ 4y^4 + 7y^2 + 6y \\ \hline 6y^4 + 4y^2 + 7y \end{array}$$

$6y^4 + 4y^2 + 7y$

Exercises :-

39- $(5X^2 - 4X + 7) + (-4X^2 + 3X - 5)$

$$\begin{array}{r} 5X^2 - 4X + 7 \\ -4X^2 + 3X - 5 \\ \hline X^2 - X + 2 \end{array}$$

$X^2 - X + 2$

41- $2 (12y^2 - 8y + 6) - 4 (3y^2 - 4y + 2)$

1- أولاً نضرب 2 , 4 بكل القوس

$(24y^2 - 16y + 12) + (-12y^2 + 16y + 8)$

$24y^2 - 16y + 12$

$12y^2 + 4$

0580957642 أستاذة سمية النجار

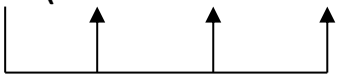
$$-12y^2 + 16y + 8$$

$$12y^2 + 0 + 4$$

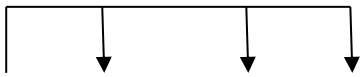
---

* Multiplication of polynomials ضرب كثيرات الحدود

1- $-3X(4X^2 - X + 10) = -12X^3 + 3X^2 - 30X$



2- $(3X - 4)(2X^2 - 3X + 5)$



$(6X^3 - 9X^2 + 15X) + (-8X^2 + 12X - 20)$

بعد الضرب نجمع الحدود المتشابهة بالدرجة :

$6X^3 - 17X^2 + 27X - 20$

Homework 3

* $(3P^2 - 4P + 1)(P^3 + 2P - 8)$

$3P^2(P3 + 2P - 8) = 3P^5 + 6P^3 - 24P^2$

$-4P(P^3 + 2P - 8) = -4P^4 - 8P^2 + 32P$

$1(P^3 + 2P - 8) = P^3 + 2P - 8$

هنا ضربنا كل حد بالمعادلة ومن ثم نجمع الحدود المتشابهة من نفس الدرجة

0580957642 استاذة سامية الخراز

$3P^5 - 4P^4 + 6P^3 + P^3 + (-24 - 8)P^2 + (2P + 32P) - 8$

$3P^5 - 4P^4 + 7P^3 - 32P^2 + 34P - 8$

* $r^2(3r+2)(3r-2)$

$(3r^3 + 2r^2)(3r - 2)$

$9r^4 - \cancel{6r^3} + \cancel{6r^3} - 4r^2$

$9r^4 - 4r^2$

حالات خاصة للضرب :

1- الفرق بين مربعين $X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$

Example :-

a- $(3P + 11)(3P - 11) = (3P)^2 - (11)^2$

$= 9P - 121$

b- $(5m^3 - 3)(5m^3 + 3) = (5m^3)^2 - (3)^2$

$= 25m^6 - 9$

3- فك التربيع square of binomial

مربع الاول + 2الاول * الثاني +مربع الثاني

$(X + Y)^2 = X^2 + 2XY + Y^2$

$(X - Y)^2 = X^2 - 2XY + Y^2$

Example :-

a- $(2m + 5)^2 = (2m)^2 + 2(2m \cdot 5) + 25$

استاذة سامية النجار 0580937642

$= 4m^2 + 20m + 25$

b- $(3X - 7Y^4)^2 = (3X)^2 - 2(3X)(7Y^4) + (7Y^4)^2$

$= 9X^2 - 42XY^4 + 49Y^8$

1- $(X + Y)^3 = (X + Y)^2 (X + Y)$

$(X^2 + 2Xy + Y^2)(X + Y) = X^3 + 3X^2y + 3Xy^2 + Y^2$

2- $(2a + b)^4$

$= (2a + b)^2 (2a + b) = (4a^2 + 4ab + b^2)(4a^2 + 4ab + b^2)$

$= 16a^4 + 32a^3b + 24a^2b^2 + 8ab^3 + b^4$

---

* Division القسمة المطولة

$3X^3 - 2X^2 - 150$ by $X^2 - 4$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3X - 2 \\
\hline
X^2 - 4 & 3X^3 - 2X^2 - 150 \\
 & \underline{3X^3 + 0X^2 - 12X} \\
 & -2X^2 + 12X - 150 \\
 & \underline{-2X^2 + 0X + 8} \\
 & 12X - 158 \leftarrow \text{remainder}
\end{array}
$$

0580957642 استاذة سمية النجار

The quotient (ناتج القسمة) $= 3X - 2 + \frac{12X - 158}{X2 - 4}$

اسئلة امتحانات على هذه الجزئية :

(Polynomials 1.3): Lesson1.3

Question 1

Which expression is *not* a polynomial?

A. $x^3 - 2x^2 + 3x - 2$ B. $-3x + 5x^{14} - 3$

C. $x^{-2} + 2$ لانه يحتوي على اس سالب فانه ليس كثيرة حدود

Question 2

What is the degree of this polynomial?

$4x^5 - 5x^4 - 3x^2 + 2$

A. 2 B. 3 C. 4 **D. 5**

Question 3

The expression $x^3 - \sqrt{2}$ is a polynomial.

A. **True** B. False

Question 4

Simplify $(2x^3)(8x^5)$.

A. $16x^{15}$ B. $10x^8$ **C. $16x^8$** D. $256x^{15}$

Question 5

Evaluate $[(-4)^0]^5$

A. 5 B. –5 **C. 1** D. -1

استاذ سامية النجار 0580576420

Question 6

Simplify $\frac{(x^3y^3)^5}{x^5y^2}$.

A. x^3y^6 B. x^2y C. $x^{10}y^{11}$ **D. $x^{10}y^{13}$**

Question 7

Simplify $(-3^3)^3$

A. 3^6 **B. -3^9** C. 3^9 D. -3^6

Question 8

$(4x^7 + 7x^9 + 6 - 2x^8) - (-5 - 5x^8 + 9x^9 + 8x^7)$ =.....

A. $16x^9 - 7x^8 + 12x^7 + 1$ B. $16x^9 - 7x^8 + 12x^7 + 11$

C. $-2x^9 + 3x^8 - 4x^7 + 11$ D. $-2x^9 + 7x^8 + 12x^7 + 1$

Question 9

$(5p - 1)(25p^2 + 5p + 1)$

A. $125p^3 + 30p^2 - 1$ B. $125p^3 - 1$

B. $125p^3 + 1$ D. $25p^3 - 1$

Question 10

Simplify $\frac{-6x^9 - 20x^6}{-2x^3}$

A. $13x^{12}$ B. $3x^6 + 10x^3$

C. $-6x^9 + 10x^6$ D. $3x^6 - 10x^3$

1. What is the remainder $x^4 + x^3 - x^2 - 2$ when is divided by $x - 3$

استاذة سامية البحار 0580951642

A) -26

B) -17

C) 0

D) None

---

2. The expression $6-x-2x^4-x^2$ can be classified as a

A) monomial

B) binomial

C) trinomial

D) polynomial

---

3. The degree of $(x^2+1)^3$ is

A) 2

B) 3

C) 6

D) 5

4. The quotient of $\frac{x^3+3x^2-20x-2}{x+6}$ is

A) x^2+3x-2

B) x^2-3x-2

C) x^2+3x+2

D) x^2-3x+2

5. The number 0 is

A) not polynomial

B) a polynomial of degree zero

C) a polynomial has no degree

D) binomial

---

6. The number 8 is

A) not polynomial

B) a polynomial of degree zero

C) a polynomial has no degree

D) binomial

7. The degree of $(xy)^2(3yx^2-3xy+1)$ is

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

---

8. Simplify the expression $(-4^{-5}5^4)(4^5 5^{-4}) =$

A) 2

B) -1

C) 1

D) 0

0580957642 استاذة سامية

1 – 4

Factoring polynomials :- عوامل (العامل) لكثيرات الحدود

يقصد بالعامل المشترك هو الرقم أو المتغير الموجود في جميع الحدود.

* Factoring :-

مثلاً :

$$4X + 12$$

$$4 \quad 1 \quad X \quad 3 \quad 4$$

نأخذ 4 خارج الأقواس

وتكتب الباقي داخل الأقواس

نأخذ $4(X+3)$

• FACTORING OUT THE GREATEST COMMON FACTOR:

العامل المشترك الاكبر

Example :- factoring $6X^2y^3 + 9Xy^4 + 18y^5$

$6X^2y^3 = 2.\boxed{3}.X.X.\boxed{y}.\boxed{y}.\boxed{y}$

$9Xy^4 = 3.\boxed{3}.X.\boxed{y}.\boxed{y}.\boxed{y}.y$

$18y^5 = 3.\boxed{3}.2.\boxed{y}.\boxed{y}.\boxed{y}.y$

.. العامل المشترك بين 3 الحدود هو $3y^3$

$$\frac{6X^2\cancel{y^3}}{3\cancel{y^3}} + \frac{9Xy^4}{3y^3} + \frac{18y^5}{3y^3}$$

نقسم العامل المشترك على جميع الحدود

العامل المشترك $\rightarrow$ $3y^3[2X^2 + 3Xy + 6y^2]$

Example :- Factor out the greatest common factor from each polynomial .

أوجدي العامل المشترك الأكبر لكثيرة الحدود .

a- $9y^5 + y^2$

$9y^5 = 3.3.\boxed{y}.\boxed{y}.y.y.y$

$y^2 = \boxed{y}.\boxed{y}$

y^2 عامل نشترك $\rightarrow$ $\frac{9y^5}{y^2} + \frac{y^2}{y^2} = y^2[9y3 + 1]$

0580537642 استاذة سامية النجار

b- $6X^2t + 8Xt + 12t$

$6X^2 = 3 . \boxed{2} . X . X . \boxed{t}$

$8Xt = 4 . \boxed{2} . X . \boxed{t}$

$12t = 2 . \boxed{2} . 3 . \boxed{t}$

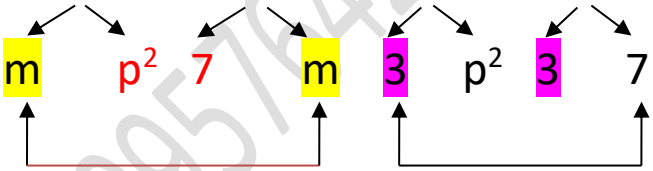
$2t\ (3X^2 + 4X + 6)$

* FACTORING BY GROUPING

When polynomial has more than three terms we use factoring grouping

Homework 1

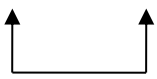
a- $Mp^2 + 7m + 3p^2 + 21$



$m(p^2 + 7) + 3(p^2 + 7)$

$= (p^2 + 7)(m + 3)$

b- $2y^2 + aZ - 2Z - ay^2$



$y^2(2 - a) + Z(a - 2)$

0580957642 استاذة سامية النجار

$- y^2 (a - 2) + Z (a - 2)$

$(Z - y^2) (a - 2)$

Exercises :-

10 - $10 ab - 6 b + 35 a - 21$

$2 \quad 5 \quad ab \quad 3.2 \quad b \quad 7 \quad 5 \quad a \quad 7 \quad 3$

$2b (5a - 3) + 7 (5a - 3)$

$= 2b (5a - 3) + 7 (5a - 3)$

$= (2b + 7) \ (5a - 3)$

12 - $20 Z^2 - 8X + 5 p Z^2 - 2 p x$

$20 Z^2 = 4 * 5 * Z * Z$

$8X = 2 * 4 * X$

$5 p Z^2 = 5 * P * Z * Z$

$2PX = 2 \ p \ x$

$5 Z^2 (4 + p) - 2X (4 + p)$

$= (5 Z^2 - 2X) (4 + p)$

0580957642 استاذة سامية النجار

FACTORING TRINOMIALS :

Example 2 : Factoring Trinomials

Factor each trinomials.

$a) 4y^2 - 11y + 6$ $b) 6p^2 - 7p - 5$

$c) 4x^2 + 13x - 18$ $d) 16y^3 + 24y^2 - 16y$

Solution : $a) 4y^2 - 11y + 6 =$

$(2y - 1)(2y - 6) = 4y^2 - 14y + 6$ Incorrect

$(2y - 2)(2y - 3) = 4y^2 - 10y + 6$ Incorrect

$(y - 2)(4y - 3) = 4y^2 - 11y + 6$ Correct

a بالنسبة للمثال السابق

$$4\,y^2 - 11y + 6$$

اولا 4 معامل اكبر اس عبارة عن 2*2 او 4*1..... والحد الثابت 6 عبارة عن 6*1 او 3*2 والحد الاوسط اشارة سالبة

ونجرب الاحتمالات السابقة لكي تعطينا نفس المعادلة

يمكن إيجادها بالآلة الحاسبة أو باستخدام القانون العام لفك الدالة التربيعية .

$$(y - 2)(4y - 3)$$

$$16\,y^3 + 24\,y^2 - 16y$$

$$8 \quad 2 \quad y^3 \quad 8 \quad 3 \quad y^2 \quad 8 \quad 2 \quad y$$

$$8y(2y^2 + 12y - 2)$$

دالة تربيعية يمكن حلها بالآلة أو باستخدام القانون العام

$$8y = 0 \rightarrow y = 0 \quad (2y - 1)(y + 2)$$

0580957642 ساذة سامية تلجاني

b) $6p^2 - 7p - 5 =$

$(2p - 5)(3p + 1) = 6p^2 - 13p - 5$ Incorrect

$(3p - 5)(2p + 1) = 6p^2 - 7p - 5$ Correct

Check:

$(3p - 5)(2p + 1) = 6p^2 + 3p - 10p - 5 = 6p^2 - 7p - 5(True)$

$c) 2x^2 + 13x - 18$

$(2x + 9)(x - 2) = 2x^2 + 5x - 18$ Incorrect

$(2x - 3)(x + 6) = 2x^2 + 9x - 18$ Incorrect

$(2x - 1)(x + 18) = 2x^2 + 35x - 18$ Incorrect

Additional trials are also unsuccessful. Thus, this trinomial cannot be factored with integer coefficients and is Prime.

* Factoring perfect square trinomials

$(X + y)^2 = X^2 + 2Xy + y^2$

مربع الأول + 2 الأول × الثاني + مربع الثاني

Example :-

a- $16\ p^2 - 40\ pq + 25\ q^2$

4 4 p p 2 5 4 5 5 q q

$(4p - 5q)^2$

b- $36\ X^2\ y^2 + 84\ Xy + 49$

$(6\ Xy + 7)^2$

0580957642 نجل

Exercises :-

23 - $9\,m^2\,n^2 + 12\,m\,n + 4$

$(3\,m\,n + 2)^2$

22 - $20\,p^2 - 100\,pq + 125\,q^2$

عامل مشترك $5\,[4\,p^2 - 20\,pq + 25\,q^2] \rightarrow$

$5\,[2p - 5q]^2$

** Factoring Binomials → عامل مشترك لحدين

Difference of squares

1- الفرق بين مربعين $(X^2 - y^2) = (X + y)(X - Y)$

Difference of cubes

2- الفرق بين مكعبين $(X^3 - y^3) = (X - y)(X^2 + Xy + Y^2)$

Sum of cubes

3- الجمع بين مكعبين $(X^3 + y^3) = (X + y)(X^2 - Xy + Y^2)$

Example :-

a- $4\,m^2 - 9$

$2 \quad 2\,m \quad m \quad 3 \qquad 3$

$(2m - 3)(2m + 3)$

b- $256\,k^4 - 625\,m^4$

استاذة سامية النجار 0580957642

$16 \quad 16\ k^2 \quad k^2 \quad 25 \quad 25\ m^2\ m^2$

$(16k^2 - 25m^2)(16k^2 + 25m^2)$

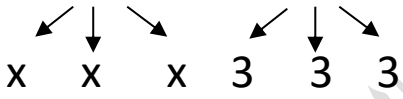
c- $(a + 2b)^2 - 4C^2$ ← فرق بين مربعين

$(a + 2b)^2 - (2C)^2$

$(a + 2b - 2C)(a + 2b + 2C)$

Homework 2

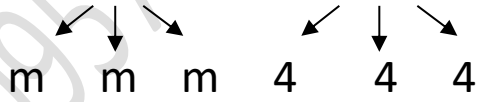
a- $X^3 + 27$ فرق بين مكعبين



$(X + y)(X^2 - Xy + y)$

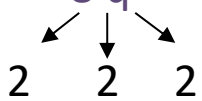
$(X + 3)(X^2 - 3X + 9)$

b- $m^3 - 64n^3$



$(m - 4n)(m^2 - 4mn + n^2)$

c- $8q^6 + 125p^4$



$(2q^2)^3 + (5p^3)^3$

$(2q^2 + 5p^3)(4p^4 + 10pq + 25p^6)$

0580957642 استاذة سامية النجار

EXAMPLE 4: Factoring by Substitution :

Factor each polynomial.

a) $10(2a-1)^2-19(2a-1)-15$ $b)(2a-1)^3+8$

$c)\ 6z^4-13z^2-5$

Solution: let $u=(2a-1)$

a)$10(2a-1)^2-19(2a-1)-15=10u^2-19u-15=$
$(5u+3)(2u-5)=[5(2a-1)+3][2(2a-1)-5]=$
$(10a-2)(4a-7)=2(5a-1)(4a-7).$

$b)(2a-1)^3+8=u^3+(2)^3=(u+2)(u^2-2u+4)$

$=(2a-1+2)\left((2a-1)^2-2(2a-1)+4\right)$

$=(2a+1)(4a^2-4a+1-4a+2+4)$

$=(2a+1)(4a^2-8a+7)$

$c)6z^4-13z^2-5 \quad let\ u=z^2$

$=6u^2-13u-5$

$=(2u-5)(3u+1)$

$=(2z^2-5)(3z^2+1)$

يقصد ب substitutionالتعويض

نعوض قيمة بدل قيمة مثل u=z^2

0580937642

اسئلة اختبارات على هذه الجزئية :

1]- Factor the following polynomial: $6mp^3 + qmn - 6nm - mqp^3$.

a) $m(p^3 - n)(6 + q)$.
b) $m(p^3 - n)(6 - q)$.
c) $(p^3 - n)(6m - qm)$.
d) $(p^3 + n)(6m + qm)$.

2]- Factor by grouping : $x^3 - x^2 + 2x - 2$.

a) $(x^2 + 1)(x + 2)$.
b) $(x^2 - 2)(x + 1)$.
c) $(x^2 + 2)(x - 1)$.
d) $(x^2 - 1)(x - 2)$

5]- Factor : $27\,m^3 + 8$.

a) $(3m - 2)(9m^2 + 4)$.
b) $(3m - 2)(9m^2 + 6m + 4)$.
c) $(3m + 2)(9m^2 - 6m + 4)$.
d) $(3m - 2)(9m^2 - 6m + 4)$.

5]- Factor out the greatest common factor: $-12x^4 - 42x^3 + 24x^2$.

a) $-12x^2(x^2 - 42x + 24)$.
b) $-12x(x^3 - 42x^2 + 24x)$.
c) $-6x^2(2x^2 - 7x + 4)$.
d) $-6x^2(2x^2 + 7x - 4)$.

7]- Factor the following polynomial: $5xu - 20x + 10u - 40$.

a) $5(x+2)(u-4)$.
b) $5(x+2)(u+4)$.
c) $5(x-2)(u+4)$.
d) $5(x-2)(u-4)$.

8]- Factor the trinomial completely: $7b + 12b^2 - 12$.

a) $(3x+4)(4x-3)$.
b) $(3x-4)(4x+3)$.
c) $(3x-4)(4x-3)$.
d) $(3x+4)(4x+3)$.

3]- Factor the following polynomial: $x^2y - 10y + xy^2 - 10x$.

a) $(xy+10)(x-y)$.
b) $(xy+10)(x+y)$.
c) $(xy-10)(x+y)$.
d) $(xy-10)(x-y)$.

4]- Write the expression in simplest form: $\frac{t^2-1}{t^2-3t+2}$.

a) $\frac{t+1}{t-2}$.

b) $\frac{t-1}{t-2}$.

c) $\frac{t+1}{t+2}$.

9]- Factor using u-substitution: $x^4 - 13x^2 + 36$.

a) $(x^2-4)(x^2-9)$.
b) $(x^2-4)(x^2+9)$.
c) $(x^2-6)(x^2+6)$.
d) $(x^2+12)(x^2-3)$.

Let u=X^2 So u^2-13u+36

1 – 5

Rational expression :-

ماذا يقصد بـ Rational expression :- وهي التي تكون على شكل كسر أو بسط ومقام .

The quotient of two polynomial P and Q with $Q \neq 0$

$$\frac{(X+6)(X+4)}{(X+2)(X+4)} \quad , \quad \frac{X+6}{X+2}$$

مجال الدالة النسبية (Domain rational expression)

Domain of rational expression is the set of real number for which the expression is defined .

مجال الدالة الكسرية أو النسبية هي جميع الأعداد الحقيقية ما عدا القيمة التي تجعل الدالة غير معرفة .

* → لإيجاد مجال الدالة الكسرية هي المقام = الصفر

Example 1 :- Find the domain

a- $\frac{X+6}{X+2}$

Domain = المقام = الصفر

X + 2 = 0

X = -2 ← هذا يعني الدالة معرفة على جميع الأعداد الحقيقة ما عدا عند -2

Domain = R / $\{-2\}$ or $\{X|X \neq -2\} = (-\infty, -2) \cup (-2, -\infty)$

b- $\frac{(X+6)(X+4)}{(X+2)(X+4)}$

Domain = المقام = الصفر

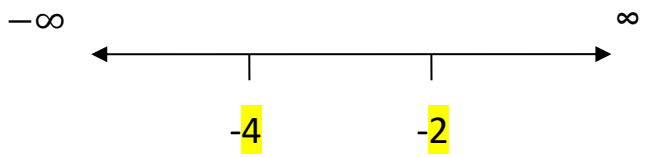
(X + 2) (X + 4) = 0

0580957642 أستاذة سامية الزبار

X + 2 = 0 or X + 4 = 0

X = -2 X = -4

Domain = R / $\{-2, -4\}$ or $\{X|X \neq -2, -4\}$ or
$(-\infty, -4) \cup (-4, -2) \cup (-2, \infty)$



اي معرفة على جميع الاعداد الحقيقية ماعدا (-2و -4)

* Lowest terms of Rational expression :-

أبسط صورة للكسر

The rational expression $\frac{a}{b}$ is written in lowest term when greatest common factor of its numerator (a) and denomin for (b) is 1 .

لتكون الدالة الكسرية أو النسبية في أبسط صور لابد أن يكون العامل المشترك بين البسط a والمقام b هو 1 .

مثال : أبسط صورة $\frac{2}{3}$ → Lowest term $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{8}$ →

ليس أبسط صورة $\frac{3}{4}$ → are not in lowest terms $\frac{5}{10}$, $\frac{3}{15}$ →

* Fundamental principle of fractions → المبدأ الأساسي

$$= \frac{a\cancel{a \cdot e}}{b\cancel{b \cdot e}}$$

Example :- $\frac{14}{21} = \frac{\cancel{7} \cdot 2}{\cancel{7} \cdot 3} = \frac{2}{3}$

0580957642 استاذة سامية النجار

$$= \frac{\cancel{5} \cdot 5}{\cancel{5} \cdot 3} = \frac{525}{315}$$

$$= \frac{3+2}{5+3} \neq \frac{25}{58}$$

Homework 1

Writ each rational in lowest terms :-

a- $\frac{2X^2 + 7X - 4}{5X^2 + 20X} = \frac{(2X-1)(X+4)}{5X(X+4)}$

عامل مشترك

الآلة الحاسبة

Mod →5→3

$$= \frac{(2X-1)}{5X} = \frac{2X-1}{5X}$$

b- $\frac{6-3X}{X^2-4} = \frac{3(2-x)}{(X+2)(X-2)}$

من قانون الفرق بين مربعين

$$= \frac{-3}{X+2}$$

Multiplication and Division → ضرب وقسمة الكسور

1- $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a\,c}{b\,d}$

2- $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

في حالة القسمة يتم إبدال القسمة بالضرب وقلب البسط مقام و المقام بسط

Example :-

a- $\frac{2y^2}{9} \cdot \frac{27}{8y^5} = \frac{54y^2}{72y^5} = \frac{3}{4} Y^{2-5} = \frac{3}{4} Y^{-3}$

$$= \frac{3}{4y^3}$$

b- $\dfrac{3m^2 - 2m - 8}{3m^2 + 24m + 8} \cdot \dfrac{3m + 2}{3m + 4}$

الآلة الحاسبة

$= \dfrac{(m - 2)(3m + 4)}{(m + 4)(3m + 2)} \cdot \dfrac{3m + 2}{3m + 4} = \dfrac{m - 2}{m + 4}$

الآلة الحاسبة

c- $\dfrac{3p^2 + 11p - 4}{24p^3 - 8p^2} \div \dfrac{9p + 36}{24p^4 - 36p^3}$

$= \dfrac{(p + 4)(3p - 1)}{8p^2(3p - 1)} \div \dfrac{9(p + 4)}{12p^3(2p - 3)}$

عامل مشترك

عكسنا

$= \dfrac{(p + 4)(3p - 1)}{8p^2(3p - 1)} \times \dfrac{12p^3(2p - 3)}{9(p + 4)}$

قلبنا البسط مقام والمقام بسط

$= \dfrac{12p3(3p - 1)}{8p^2 \cdot 9} = \dfrac{12p^3(3p - 1)}{42p^2} = \dfrac{p(3p - 1)}{6}$

** Addition and Subtraction → جمع وطرح الكسور

1- $\dfrac{a}{b} \pm \dfrac{c}{b} = \dfrac{a \pm c}{b}$ → إذا تساوت المقامات ينزل كما هو ونجمع أو نطرح البسط

$\dfrac{a}{b} \pm \dfrac{c}{d} = \dfrac{a.d \pm b.c}{b \cdot d}$ → إذا كانت المقامات مختلفة نقوم بتوحيد المقام

مثال :

$+ \dfrac{4}{5} = \dfrac{1410}{5\ 5}$

مقامات متساوية

$$\frac{6}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 6 + 2 \cdot 3}{2 \cdot 5} = \frac{30 + 6}{10} = \frac{36}{10} = 3.6$$

مقامات مختلفة

Homework 2

a- $\frac{5}{9X^5} + \frac{1}{6X} = \frac{5(6X) + 9X^2}{9X^2 \cdot 6X}$

عامل مشترك

$= \frac{30X + 9X^2}{54X^3} = \frac{3X(10 + 3X)}{3X \cdot 18X^2} = \frac{10 + 3X}{18X^2}$

تحليل $54X^3$

b- $\frac{y}{y-2} + \frac{8}{2-y} = \frac{y}{y-2} - \frac{8}{y-2} = \frac{y-8}{y-2}$

أخذ 1- عامل مشترك لكي تصبح المقامات متساوية

---

a- $\frac{6 - \frac{5}{k}}{1 + \frac{5}{k}} = \frac{k\left(6 - \frac{5}{k}\right)}{k\left(1 + \frac{5}{k}\right)}$ $\left(\frac{k}{k}\right)$ بضرب $= \frac{6k - 5}{k + 5}$

b- $\frac{\frac{a}{a+1} + \frac{1}{a}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{a+1}} = \frac{\frac{a^2 + a + 1}{a^2 + a}}{\frac{a + 1 + 9}{a^2 + a}} = \frac{a^2 + 2\,1}{a^2 + a} \div \frac{2a + 1}{a^2 + a}$

$= \frac{(a^2 + a + 1)}{(a^2 + a)} \times \frac{(a^2 + a)}{(2a + 1)} = \frac{a^2 + a + 1}{2a + 1}$

0580951642 استاذة سامية

اسئلة امتحانات على هذة الجزئية :

(Rational Expressions 1.5): Lesson1.5

Question 1

Choose the correct domain for this rational expression

$$\frac{x^2-16}{x^2-4x-12}$$

A. $\{x|x \neq -6,2\}$ B. $\{x|x \neq -4,4\}$

$C.\{x|x \neq -4,3\}$ D. $\{x|x \neq -2,6\}$

Question 2

Choose the correct domain for this rational expression

$$\frac{x^2+6x+8}{x^2-5x-14}$$

A. $\{x|x \neq -7,\ 2\}$ B. $\{x|x \neq -2,\ -4\}$

C. $\{x|x \neq 7\}$ D. $\{x|x \neq -2,\ 7\}$

Question 3

Choose the correct domain for this rational expression

$$\frac{20x+90}{70}$$

A. $\{x|x \neq -70\}$ B. $\{x|x \neq 20\}$

$C.\{x|x \neq 90\}$ D. (All real numbers)

Question 4

Simplify this rational expression to its lowest terms

$$\frac{1-w}{w^2-1}$$

A. $-(w+1)$ B. $(w+1)$ C. $-\frac{1}{w+1}$ D. $\frac{1}{w+1}$

Question 5

Simplify this rational expression to its lowest terms

$$\frac{9x^4-27x^6}{3x^3}$$

A. $3x(1-3x)$ B. $3x(1-9x^5)$

$C.3x(1-3x^2)$ D. $9x^3(1-x)$

0580057642 استاذة سامية النجار

Question 6

Simplify this rational expression to its lowest terms

$$\frac{x-3}{x^2-5x+6}$$

$A.\frac{3}{x-5}$ B. $\frac{1}{x-2}$ C. $x-2$ D. $\frac{x}{x-2}$

Question 7

Simplify this rational expression to its lowest terms

$$\frac{x^2-2x-15}{x^2+3x}$$

A. -5 B. $\frac{x-5}{x}$ C. $\frac{-2x-5}{x}$ D. $\frac{-2x-15}{3x}$

Question 8

Simplify this rational expression

$$\frac{6x^4-15x^3+12x^2}{3x^3}$$

A. $6x-5$

B. $2x-5+\frac{4}{x}$

C. x^2-5

D. $2x-15+\frac{4}{x}$

Question 9

Simplify this rational expression to its lowest terms

$$\frac{20x^{10}-10x^7}{5x^4}$$

A. $4x^6-2x^3$

B. $2x^{13}$

C. $2x^{10}-2x^3$

D. $4x^6-10x^7$

Question 10

Simplify this rational expression to its lowest terms

$$\frac{2x^2-12x}{x-6}$$

A. 0

B. $2x$

C. $4x$

0509537642 استاذة سامية النجار

D. $2x + 2$

1 – 6

Rational Exponents → الكسرية

أساسيات الكسور

1- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

2- $an = \frac{1}{a^{-n}}$.

3- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$.

Example :-

a- $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

c- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{5}$.

d- $(Xy)^{-3} = \frac{1}{(x\,y)^3}$.

4- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

Example :- $\frac{25\,r^7\,z^5}{10\,r^9\,z} = \frac{5}{2}\,z^{5-1}\,.\,r^{7-9} = \frac{5}{2}z^4r^{-2} = \frac{5\,z^4}{2\,r^2}$

0580957642 استاذة سامية النجار

*** Negative Exponents and the Quotient Rule :-

الأس السالب

$$3x^{-2}\,(4^{-1}\,x^{-5}\,) = \frac{3}{x^2}\cdot\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{x^2}\right)^2 = \frac{3}{x^2}\left(\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{x^{10}}\right) = \cdot\frac{3}{16\,x^{2+10}} = \frac{3}{16\,x^{12}}$$

$$\frac{(3x^2)^{-1}(3x^5)^{-2}}{(3^{-1}\,x^{-2}\,)^2} = \frac{3^{-1}\cdot x^{-2}\cdot 3^{-2}\,x^{-1}}{3^{-2}\,x^{-4}} = \frac{1}{3}\cdot\frac{x^{-12}}{x^{-4}} = \frac{1}{3}x^{-12-(-4)} = \frac{1}{3}x^{-12+4} = \frac{1}{3}x^{-8} = \frac{1}{3x^8}$$

*** Rational Exponents

الأس الكسري

$a^{\frac{1}{n}}$ → و له حالتين

الحالة الأولى :- إذا كان n عدد زوجي (even).

في هذه الحالة لابد تكون a عدد موجب أكبر من الصفر

مثال :-

لا يكتب

$$(4a^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{4a^2} = 2a$$

يكافي الجذر

$(-4a^2)^{\frac{1}{2}}$ = non real number عدد غير حقيقي لأنه

يشترط للأس الكسري الزوجي أن يكون عدد موجب أكبر من صفر

استاذة سلمى النجار 0580957642

$(225)^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{225} = -15$

not real number $(-225)^{\frac{1}{2}} =$

الحالة الثانية :- إذا كانت n عدد فردي odd

فإنها تأخذ الحالتين الموجبة والسالبة $\rightarrow a^{\frac{1}{n}}$

$-(27)^{\frac{1}{3}} = -\sqrt[3]{27} = -3 \quad , \quad -32^{\frac{1}{5}} = 2$

---

* * * The expression $a^{m/n}$

$a^{m/n} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{m} = (a^{m})^{\frac{1}{n}}$

$125^{\frac{2}{3}} = (125^{2})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(125)^{2}}$

$(-27)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(-27)^{2}}$

$(-64)^{\frac{5}{4}} = not\ real\ number$ ذلك لأن القيمة العددية داخل القوس سالبة ومقام الكسر عدد زوجي

$\sqrt[4]{(-64)^{5}} = \rightarrow not\ ral\ number$

$(-4)^{\frac{5}{2}} = is\ not\ real\ number$

$(16)^{\frac{-3}{4}} = \sqrt[4]{(16)^{-3}} = \frac{1}{8}$

أستاذة سامية النجار 0580957642

خواص الأسس :-

تساوت الأساسات نجمع الأسس $\rightarrow a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

$$\frac{a^r}{a^{-r}} = a^{r-s} \quad , \quad (ab)^r = a^r \cdot b^r$$

$$a^{-r} = \frac{1}{a^r}$$

Homework 3

a- $\frac{27^{\frac{1}{3}} \cdot 27^{\frac{5}{3}}}{27^3} = \frac{27^{\frac{1}{3}+\frac{5}{3}}}{27^3} = \frac{27^{\frac{6}{3}}}{27^3} = \frac{27^2}{27^3} = 27^{2-3} = 27^{-1} = \frac{1}{27}$

b- $81^{\frac{5}{4}} \cdot 4^{\frac{-3}{2}} = \left(81^{\frac{1}{4}}\right)^5 \cdot \frac{1}{4^{\frac{3}{2}}} = 3^5 \cdot \frac{1}{2^3} = \frac{243}{8}$

d- $\left(\frac{3\, m^{\frac{5}{6}}}{y^{\frac{3}{4}}}\right)^2 \cdot \left(\frac{8y^3}{m^6}\right)^{\frac{2}{3}} =$ أولاً نوزع الأس الخارجي إلى الداخل

$$\frac{3^2\, m^{\frac{10}{6}}}{y^{\frac{6}{4}}} \cdot \frac{8^{\frac{2}{3}}\, y^2}{m^4} = 3^2 \cdot 8^{\frac{2}{3}} \cdot m^{\frac{10}{6}-4} \cdot y^{2-\frac{6}{4}} = 36\, m^{\frac{-7}{3}} y^{\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{36y^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{7}{3}}}$$

0809537642 استاذة سامية الزجل

* Factoring expression العامل المشترك للأسس

* في هذه الحالة نأخذ أقل أس عامل مشترك

Example :-

a- $12x^{-2} - 8x^{-3} = 4x^{-3}(3x^{+1} - 2)$ أصغر أس هو 3-

b- $4m^{1/2} + 3m^{\frac{3}{2}} = m^{\frac{1}{2}}(4 + 3m)$

c- $(y-2)^{-\frac{1}{3}} + (y-2)^{\frac{2}{3}} = (y-2)^{-\frac{1}{3}}[1 + (y-2)]$

* * * simplify $\frac{(x+y)^{-1}}{x^{-1}+y^{-1}}$

$$\frac{1}{(x+y)(x^{-1}+y^{-1})} = \frac{1}{x\,x^{-1}+y^{-1}x+y^{-1}x+y\,y^{-1}}$$

$$\frac{1}{1+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+1} = \frac{1}{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+2}$$

Radical Notation for $a^{\frac{1}{n}}$:-

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \rightarrow 5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$$

Radical Notation for $a^{\frac{m}{n}}$:-

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

0580957642 استاذة سامية النجار

Example :-

a- $-\sqrt[4]{16} = -(16)^{\frac{1}{4}} = -2$

b- $\sqrt[5]{-32} = (-32)^{\frac{1}{5}} = -2$

c- $\sqrt[4]{-16} = (-16)^{\frac{1}{4}} = is\ not\ real\ number$

d- $(-32)^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{(-32)^4} = 16$

e- $(3a+b)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{(3a+b)}$

f- $-16^{\frac{3}{4}} = -\left(\sqrt[4]{16^3}\right) = -(\sqrt[4]{16})^3 = -2^3 = -8$

Convert form radical to rational

حول من الجذر إلى الكسور

$10\left(\sqrt[5]{z}\right)^2 = 10\, z^{\frac{2}{5}}$

$\sqrt{p^2+g} = (p^2+g)^{\frac{1}{2}}$

قاعدة $\sqrt[n]{a^n}$

له حالتين إذا كانت n زوجية أو فردية :

- في الحالة الزوجية نأخذ القيمة المطلقة

$\rightarrow \sqrt{(-a)^2} = |-a| = a$

$\rightarrow \sqrt[4]{-104} = |-10| = 10$

0580576425 استاذة سامية الزيدي

2- وفي الحالة الفردية نأخذه بدو القيمة المطلقة

$$\rightarrow \sqrt[3]{(-8)^3} = -8$$

$$\rightarrow \sqrt[5]{2^5} = 2$$

Homework 3

$$\sqrt[6]{(-2)^6} = |-2| = 2$$

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

$$\sqrt[4]{\frac{a}{b^2}} = \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{b^4}} = \frac{\sqrt[4]{a}}{|b|}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt{3}} = \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{3}$$

0580957642 استاذة سامية النجار

simplifying Radical تبسيط الجذور

a- $\sqrt[3]{81\,x^5\,y^7\,z^6} = \sqrt{3\,.\,3^3\,.x^2.x^3.y^3.y.\,z^3.z^3} = 3x\,y^2\,z^2\,\sqrt[3]{3x^2\,y}$

b- $\sqrt{98\,x^3y} + 3x\sqrt{32xy} = \sqrt{49\,.2\,.x^2\,.x.y} + 3x\sqrt{16\,.2\,.x\,.y} = 7x\sqrt{2xy} + 3x.4\,\sqrt{2xy} = 7x\sqrt{2xy} + 12x\sqrt{2xy} = 19x\sqrt{2xy}$

Homework 3

a- $\sqrt[6]{3^2}$:- $(3^2)^{\frac{1}{6}} = 3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3}$

b- $\sqrt[6]{x^{12}y^3}$:- $(x^{12}.y^3)^{\frac{1}{6}} = x^2.y^{\frac{3}{6}} = x^2.y^{\frac{1}{2}} = x^2\sqrt{y}$

c- $\sqrt[9]{\sqrt{6^3}}$:- $\left(((6^3))^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{9}} = 6^{\frac{3}{18}} = 6^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{6}$

* $(\sqrt{2}+3)(\sqrt{8}-5) = \sqrt{2.8} + 3\,.\sqrt{8} - 5\sqrt{2} - 15 = \sqrt{16} + 3\sqrt{2}\,.\,4 - 5\sqrt{2} - 15 = 4 + 3\,.2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - 15 = -11 + \sqrt{2}$

0580957642 استاذة سامية النحال

استاذة سامية النجار 0580957642