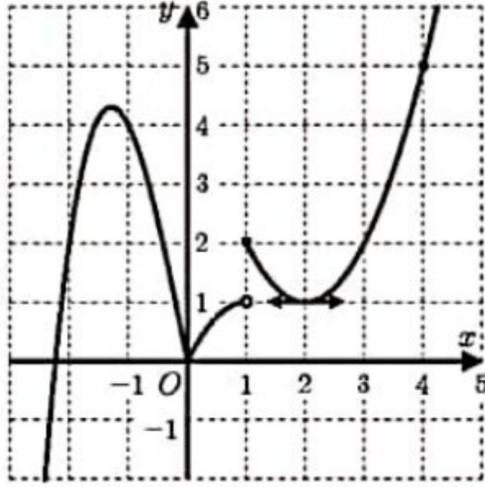


نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : ( 40° لكل سؤال )

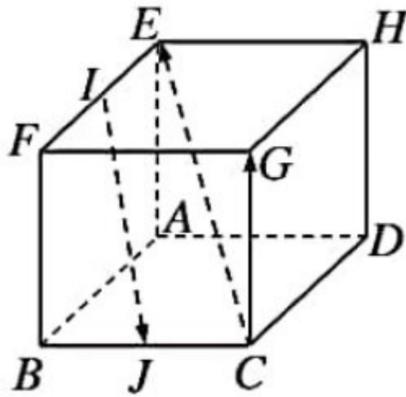
السؤال الأول : نجد جانباً الخط البياني لتابع  $f$  معرف على  $R$  والمطلوب :( 1 ) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 5$  ؟( 2 ) ما مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) \geq 5$  ؟( 3 ) هل  $f(1)$  قيمة محلية كبرى أو صغرى للتابع  $f$  . علل ذلك .( 4 ) ما عدد القيم الحدية للتابع  $f$  ؟( 5 ) ما قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها  $x = 2$  ؟ ( 6 ) أيكون التابع  $f$  اشتقاقياً عند  $x = 1$  ؟السؤال الثاني : ليكن  $X$  متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات

في تجربة برنولية . الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون

الاحتمالي لـ  $X$  : ( 1 ) ما عدد الاختبارات في التجربة ؟( 2 ) اكمل الجدول المجاور . ( 3 ) احسب التوقع الرياضي والتباين للمتحول العشوائي  $X$  .

$k$	0	1	2	3	4
$P(X = k)$					$\frac{16}{81}$

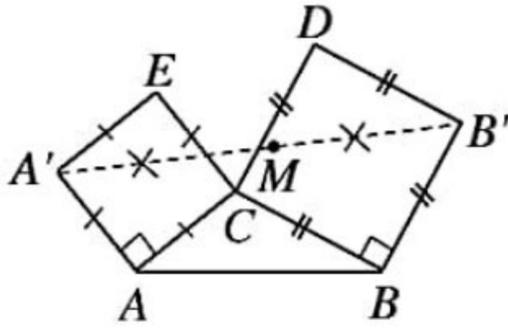
السؤال الثالث :

في الشكل المجاور مكعب .  $I$  و  $J$  منتصفات  $[EF]$  و  $[BC]$ ( 1 ) أثبت أن :  $2(\vec{CJ} + \vec{IE}) = \vec{CE} - \vec{CG}$ ( 2 ) أثبت أن الأشعة  $\vec{IJ}$  ،  $\vec{CG}$  ،  $\vec{CE}$  مرتبطة خطياً .السؤال الرابع : حل المعادلة  $4^x = 5^{x+1}$ 

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : ( 60° لكل تمرين )

التمرين الأول : ( 1 ) ليكن  $g$  التابع المعرف على  $I = ]-1, +\infty[$  وفق العلاقة :  $g(x) = \ln \sqrt{x+1}$ احسب كلا من  $g(1)$  و  $g'(x)$  و  $g'(1)$  واستنتج  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln \sqrt{x+1} - \ln \sqrt{2}}{x-1}$ ( 2 ) احسب نهاية التابع  $f$  المعرف على  $R \setminus \{2\}$  وفق :  $f(x) = \frac{2x + \sin x}{x-2}$  عند  $+\infty$  .التمرين الثاني : لتكن  $(x_n)_{n \geq 0}$  المتتالية المعطاة وفق :  $x_0 = 4$  و  $x_{n+1} = \frac{3}{4}x_n + 2$ في حالة  $n \geq 0$  . نعرف  $(y_n)_{n \geq 0}$  بالعلاقة :  $y_n = x_n - 8$  .أثبت أن  $(y_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية ، واكتب  $x_n$  بدلالة  $n$  ، واحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$  . ( يتبع في الصفحة الثانية )

( الصفحة الثانية )



التمرين الثالث : ليكن المثلث  $ABC$  في المستوي  
ننشئ على ضلعيه  $[AC]$  و  $[BC]$  وخارجه المربعين  
 $ACEA'$  و  $CBB'D$  كما في الشكل المجاور .

تمثل الأعداد العقدية  $a, b, c, a', b'$  النقاط  $A, B, C, A', B'$

( 1 )  $B'$  هي صورة  $C$  وفق دوران مركزه  $B$  ، عينه واكتب الصيغة العقدية للعدد  $b'$  بدلالة  $b, c$  .

( 2 ) أثبت أن :  $a' = i(c - a) + a$  .

( 3 ) عين بدلالة  $a, b$  العدد العقدي  $m$  الممثل للنقطة  $M$  منتصف  $[A'B']$  .

( 4 ) كيف تتغير النقطة  $M$  عندما تتحول  $C$  في المستوي .

التمرين الرابع : أثبت صحة المساواة :  $\cos^2 x \cdot \sin^2 x = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cos 4x$  ، ثم احسب  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot \sin^2 x dx$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : ( 100° لكل مسألة )

المسألة الأولى : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعروف على  $R$  بالصيغة :  $f(x) = x e^{-x}$

( 1 ) احسب نهاية التابع  $f$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$  ، احسب  $f'(x)$  ، ادرس اطراد التابع  $f$  ونظم جدولاً بتغيراته وعين قيمته الحدية ثم ارسم  $C$  .

( 2 ) احسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  والمستقيمين اللذين معادلتاهما  $x=0$  و  $x=1$  .

( 3 ) بين أنه في حالة عدد حقيقي  $m$  من المجال  $]0, e^{-1}[$  تقبل المعادلة  $f(x) = m$  حلين مختلفين .

( 4 ) لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة تدريجياً كما يأتي :  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = u_n e^{-u_n}$

( a ) أثبت أن  $0 < u_n \leq 1$  وذلك مهما كان العدد الطبيعي  $n$  .

( b ) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة ، ثم بين تقاربها واحسب نهايتها .

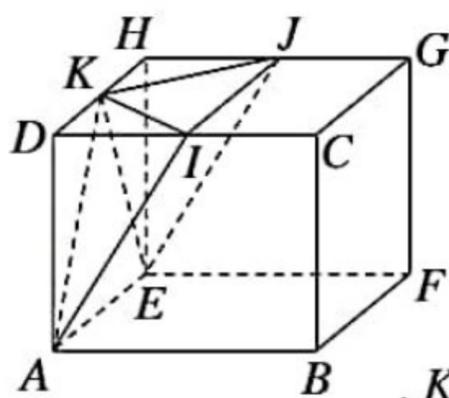
المسألة الثانية : نتأمل مكعباً  $ABCDEFGH$  . لتكن  $I$  و  $J$  و  $K$  منتصفات أضلاعه  $[DC]$  و  $[HG]$  و  $[DH]$

بالترتيب . نتخذ  $(A; \vec{AB}, \vec{AE}, \vec{AD})$  معلماً متجانساً في الفراغ .

( 1 ) أوجد إحداثيات النقاط  $A, I, E$  .

( 2 ) اكتب معادلة المستوي  $(AIJE)$  .

( 3 ) احسب بعد  $K$  عن المستوي  $(AIJE)$  وحجم الهرم  $KAIJE$  .



( 4 ) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $d$  العمودي على المستوي  $(AIJE)$  والمار بالنقطة  $K$  .

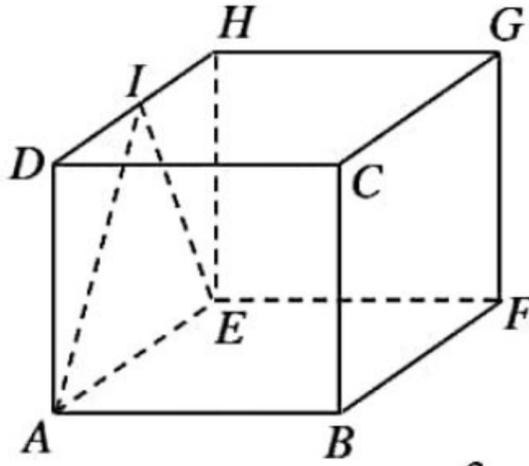
( 5 ) احسب إحداثيات  $N$  نقطة تقاطع المستقيم  $d$  مع المستوي  $(AIJE)$  .

( 6 ) أثبت أن  $N$  هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط  $(A, \alpha), (I, \beta), (E, \gamma)$  حيث  $\alpha, \beta, \gamma$  هي أفعال يطلب تعيينها

( انتهت أسئلة النموذج الوزاري الأول 2017 )

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال )

السؤال الأول : نجد جانباً مكعباً طول ضلعه  $I$  . مزوداً بمعلم متجانس  $(A ; \vec{AB}, \vec{AE}, \vec{AD})$ حيث  $I$  هي منتصف  $[DH]$  :(1) أعط إحداثيات النقاط  $I$  و  $E$  و  $A$  .(2) جد إحداثيات  $O$  مركز ثقل المثلث  $AEI$  .(3) أين تقع النقطة  $M$  التي تحقق  $3\vec{FM} = \vec{BA} + \vec{EO}$  ؟(4) احسب  $\vec{IA} \cdot \vec{IE}$ السؤال الثاني : ليكن  $f$  التابع المعرف على  $D = R \setminus \{-1\}$  وفق :  $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x + 1}$ (1) جد الأعداد  $a$  و  $b$  و  $c$  التي تحقق  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$  أيًا يكن  $x$  من  $D$  .(2) احسب  $I = \int_0^2 f(x) dx$ السؤال الثالث : ليكن  $z$  عدداً عقدياً ما ، وليكن  $w$  عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد .أثبت أن  $\frac{w \cdot \bar{z} - z}{iw - i}$  تخيلي بحت .السؤال الرابع : احسب مشتق التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = e^{1 - \sin x}$ 

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين )

التمرين الأول : ليكن  $f$  التابع المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 + 1}$ (1) ما نهاية التابع  $f$  عند  $-\infty$  ؟(2) ادرس قابلية اشتقاق  $f$  عند الصفر من اليمين ، ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطه البياني  $C_f$  في النقطة  $A(0,0)$  .التمرين الثاني : لتكن  $(x_n)_{n \geq 0}$  المتتالية المعرفة وفق العلاقة  $x_{n+1} = \frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5}$  ،  $x_0 = 5$ (1) احسب  $x_1, x_2, x_3$  ثم ادرس اطراد المتتالية .(2) نعرف  $(y_n)_{n \geq 0}$  بالعلاقة  $y_n = x_n + 4$  . أثبت أن  $(y_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية .(3) اكتب  $y_n$  بدلالة  $n$  . ثم احسب  $y_2 + y_3 + \dots + y_{10}$  بدلالة قوة للعدد  $\frac{6}{5}$  . (يتبع في الصفحة الثانية)

(الصفحة الثانية)

التمرين الثالث : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، لدينا نقطتين  $A(2, -1, 0)$  و  $B(-1, 3, 5)$

والمستوي  $P$  الذي يقبل معادلة  $2x - 3y + z - 5 = 0$

(1) أثبت أن المستقيم  $(AB)$  يقطع المستوي  $P$  في نقطة  $C$  يطلب تعيين إحداثياتها .

(2) اكتب معادلة للمستوي  $Q$  العمودي على  $P$  ويمر بالنقطتين  $A$  و  $B$  .

التمرين الرابع : يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء ، وثلاث كرات خضراء ، وواحدة بيضاء

نسحب عشوائياً معاً ثلاث كرات من الصندوق .

ليكن  $X$  المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الألوان الظاهرة بين الكرات المسحوبة

(1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها  $X$  ؟

(2) احسب كلا من  $P(X=1)$  و  $P(X=3)$  ثم استنتج قيمة  $P(X=2)$  .

(3) احسب توقع  $X$  وانحرافه المعياري .

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى : نتأمل في المستوي مثلثاً  $ABC$  مباشر التوجيه كفيماً .

لتكن  $M$  منتصف  $[BC]$  ، وليكن  $AEB$  و  $ACD$  مثلثين قائمين في  $A$

ومتساويي الساقين مباشرين . نختار معلماً مباشراً مبدأه النقطة  $A$  .

ونرمز بالرمزين  $b$  و  $c$  إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين  $B$  و  $C$

(1) احسب بدلالة  $b$  و  $c$  الأعداد العقدية  $e$  و  $d$  و  $m$  الممثلة للنقاط  $E$  و  $D$  و  $M$  بالترتيب .

(2) احسب  $\frac{d-e}{m-a}$  ثم استنتج أن  $(AM)$  هو ارتفاع في المثلث  $AED$  وأن  $ED = 2AM$

(3) نفترض أن  $A$  هي مركز الأبعاد متناسبة للنقاط المثقلة  $(D, 2)$  و  $(E, 3)$  و  $(C, 1)$  و  $(B, 1)$  .

احسب  $\frac{c}{b}$  ، ثم احسب قياس الزاوية  $\widehat{BAC}$  .

المسألة الثانية : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]-\infty, -2[ \cup ]0, +\infty[$  بالعلاقة  $f(x) = \ln \frac{x+2}{x}$

(1) احسب نهاية  $f$  عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريفه  $D_f$  .

(2) أوجد  $f'(x)$  وادرس إشارته ثم نظم جدولاً بتغيرات التابع  $f$  .

(3) ارسم الخط  $C$  في معلم متجانس .

(4) لتكن  $(u_n)_{n \geq 1}$  متتالية معرفة على  $N^*$  وفق  $u_n = f(n)$  . نضع  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  .

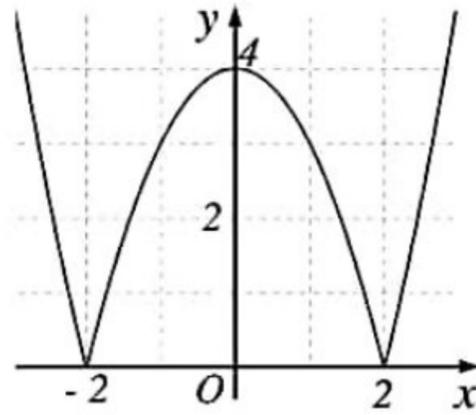
أثبت أن  $S_n = \ln \frac{(n+2)(n+1)}{2}$  .

(انتهت أسئلة النموذج الوزاري الثاني 2017)

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : ( 40° لكل سؤال )

السؤال الأول : تجد جانباً الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  . والمطلوب :



( 1 ) كم حلاً للمعادلة  $f(x) = 2$  .

( 2 ) احسب قيمة المشتق للتابع عند الصفر .

( 3 ) عين صورة المجال  $I = [-2, 2]$  وفق  $f$  .

( 4 ) كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع  $f$  .

السؤال الثاني : حل في  $R$  المعادلة الآتية :  $-\ln(x+1) + \ln x = \ln(x-1)$

السؤال الثالث : اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[AB]$

حيث  $A(2, -1, 3)$  و  $B(4, 3, -1)$

السؤال الرابع : ما هي أمثال الحد  $x^2 y$  في منشور  $\left(\frac{y^2}{x} + \frac{x}{y}\right)^8$

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : ( 60° لكل تمرين )

التمرين الأول : إذا كان  $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$  أيًا يكن  $x$  من  $R^*$

أوجد نهاية التابع  $f$  عند الصفر

التمرين الثاني : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة التدرجية :  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2 - u_n}$  ,  $u_0 = \frac{1}{2}$

( 1 ) أثبت أن  $0 < u_n < 1$  أيًا كانت  $n$  من  $N$  .

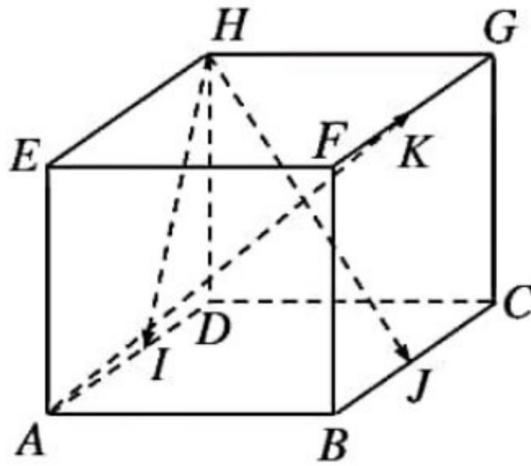
( 2 ) نعرف  $(v_n)_{n \geq 0}$  حيث  $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$  . أثبت أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية واستنتج  $v_n$  بدلالة  $n$

( 3 ) اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$  ، واحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

( يتبع في الصفحة الثانية )

( الصفحة الثانية )

التمرين الثالث :  $ABCDEFGH$  مكعب  $I$  و  $J$  و  $K$  هي بالترتيب منتصفات



$[AD]$  و  $[BC]$  و  $[FG]$

( 1 ) باختيار معلم متجانس  $(D ; \vec{DA}, \vec{DC}, \vec{DH})$

احسب مركبات كل من الأشعة  $\vec{AK}$  و  $\vec{HI}$  و  $\vec{HJ}$

( 2 ) أوجد عددين حقيقيين  $a$  و  $b$  يحققان المساواة :

$$\vec{AK} = a\vec{HI} + b\vec{HJ}$$

ثم استنتج أن الأشعة  $\vec{AK}$  و  $\vec{HI}$  و  $\vec{HJ}$  مرتبطة خطياً .

$$\begin{cases} 2z_1 - z_2 = -3 \\ 2\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = -3 + 2\sqrt{3}i \end{cases} \text{ : عین العددين } z_1 \text{ و } z_2 \text{ حيث :}$$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (  $90^\circ$  للأولى و  $110^\circ$  للثانية )

المسألة الأولى : صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وأربع كرات سوداء .

نسحب من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً وليكن الحدث  $A$  الحصول على كرة حمراء على الأقل

والحدث  $B$  الحصول على كرتين سوداوين على الأقل .

( 1 ) احسب احتمالات الأحداث التالية :  $A|B$  ,  $B$  ,  $A$  .

( 2 ) إذا كان  $X$  متحول عشوائي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

اكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه وتباينه .

المسألة الثانية : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = 2e^{-x} + x - 2$  خطه البياني  $C$

( 1 ) أوجد معادلة المقارب المائل للخط  $C$  وادرس الوضع النسبي للخط  $C$  بالنسبة إلى هذا المقارب .

( 2 ) ادرس تغيرات  $f$  ونظم جدولاً بها . وبين أنه يبلغ قيمة حدية محلية عينها وبين نوعها .

( 3 ) استنتج أن للمعادلة  $f(x) = 0$  جذرين أحدهما يساوي الصفر والآخر نرّمزه بالرمز  $\alpha$  .

أثبت أن  $1 < \alpha < 2$  .

( 4 ) ارسم المقارب المائل ثم ارسم  $C$  , واحسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  والمستقيمت

التي معادلاتها  $y = x - 2$  و  $x = \ln 2$  و  $x = \ln 3$  .

(انتهت أسئلة النموذج الوزاري الثالث 2017)

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : تجد جانباً جدول تغيرات التابع  $f$  والمطلوب :

$x$	$0$	$1$	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$
$f(x)$		$-\infty$	$1$	$0$

(1) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$ .

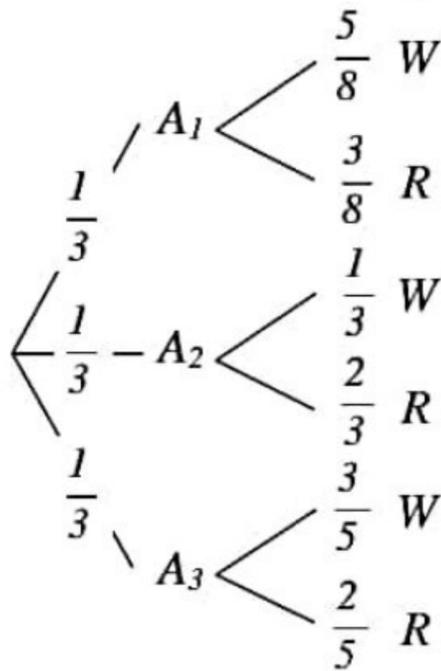
(2) ما عدد القيم الحدية محلياً.

(3) اكتب معادلة مماس منحنى التابع عند نقطة فاصلتها  $x = 1$ .

السؤال الثاني : حل في  $C$  المعادلة  $z^2 = 1 + 2\sqrt{2}i$

السؤال الثالث : ليكن التابع  $f$  المعرفة على  $]1, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

أوجد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم عين  $x > A$  ليكون  $f(x)$  من المجال  $]1.95, 2.05[$ .



السؤال الرابع : في المخطط الشجري المرسوم جانباً .

الرموز  $A_1, A_2, A_3$  تدل على ثلاثة صناديق .

الرمز  $W$  يدل على الكرات البيضاء والرمز  $R$  يدل على الكرات الحمراء

يتم اختيار عشوائياً صندوق ثم يتم سحب عشوائياً كرة واحدة منه .

(1) ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء .

(2) إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء فما احتمال أن تكون من الصندوق الأول  $A_1$  .

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  التابع المعرفة على  $R \setminus \{-3\}$  وفق :  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 3}$

(1) اكتب  $f(x)$  بالشكل :  $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$  وعين قيمة كلا  $a$  و  $b$

ثم أثبت أن المستقيم الذي معادلته  $y = ax + b$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$ .

(2) احسب  $\int_0^2 f(x) dx$ .

( يتبع في الصفحة الثانية )

( الصفحة الثانية )

التمرين الثاني : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  ،  $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$  و  $u_0 = e^3$

$v_n$  متتالية معرفة بالشكل  $v_n = \ln(u_n) - 2$  والمطلوب :

1 ( أثبت أن  $v_n$  هندسية وعين  $q, v_0$  . 2 ) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  .

3 ( أثبت أن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = e^2$  .

التمرين الثالث :  $ABCDEFGH$  مكعب حيث  $K$  من  $CD$  تحقق  $\vec{DK} = \frac{1}{4}\vec{DC}$

و النقطه  $J \in BC$  بحيث  $\vec{BJ} = \frac{3}{4}\vec{BC}$  والمطلوب :

1 ( جد احداثيات النقط  $H, E, J, K, G$  في المعلم  $(A; \vec{AB}, \vec{AE}, \vec{AD})$

2 ( أثبت أن الشعاعين  $\vec{EG}, \vec{EJ}$  غير مرتبطين خطياً .

3 ( أثبت أن الأشعة  $\vec{HK}, \vec{EG}, \vec{EJ}$  مرتبطة خطياً .

4 ( أثبت أن المستقيم  $(HK)$  يوازي المستوي  $(EGJ)$  .

التمرين الرابع : أوجد الحد المستقل عن  $x$  في منشور ذي الحدين  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : ( 100° لكل مسألة )

المسألة الأولى : أولاً : ليكن التابع  $g$  المعرف على  $R$  وفق :  $g(x) = e^x + 2 - x$

ادرس اطراد التابع  $g$  واستنتج مجموعة حلول المتراجحة  $g(x) > 0$

ثانياً : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق  $f(x) = x + \frac{x-1}{e^x}$

1 ( أثبت أن  $f'(x) = \frac{1}{e^x} g(x)$

2 ( بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $0 < \alpha < 0.5$  .

3 ( أثبت أن المستقيم  $y = x$  :  $\Delta$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$  وادرس الوضع النسبي .

4 ( ارسم  $\Delta$  وارسم  $C$  ، واحسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  و  $\Delta$  والمستقيمين  $x=0$  و  $x=1$  .

المسألة الثانية : في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، لدينا النقط :

$A(1,0,-1)$  و  $B(2,2,3)$  و  $C(3,1,-2)$  و  $D(-4,2,1)$  والمطلوب :

1 ( أثبت أن المثلث  $ABC$  قائم واحسب مساحته .

2 ( أثبت أن الشعاع  $\vec{n}(2,-3,1)$  ناظم على المستوي  $(ABC)$  واستنتج معادلة المستوي  $(ABC)$

3 ( احسب بعد النقطة  $D$  عن المستوي  $(ABC)$  ثم احسب حجم رباعي الوجوه  $(D, ABC)$

( انتهت أسئلة النموذج الوزاري الرابع 2017 )

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : ( 40 ° لكل سؤال )

السؤال الأول : لتكن  $u_n = 4n + 1$  أثبت أن المتتالية حسابية وعين أساسها

$$\text{واحسب } u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$$

السؤال الثاني : اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي :  $z = \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 + i}$

السؤال الثالث : رف يحوي 7 كتب لمؤلفين ، ثلاثة للمؤلف A وأربعة للمؤلف B :

1 ( بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B .

2 ( بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف B في البداية .

السؤال الرابع : أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} e^x - \frac{1}{e}e^y = 1 \\ 2e^x + e^y = 4 + e \end{cases}$$

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : ( 60 ° لكل تمرين )

التمرين الأول : ليكن  $g(x) = \tan x$  والمطلوب :

1 ( احسب  $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$  ،  $g'(x)$  ،  $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$

2 ( احسب مشتق التابع  $f(x) = x e^{\frac{1}{x}}$  على  $R \setminus \{0\}$  .

التمرين الثاني : لتكن المتتاليتين  $(x_n)_{n \geq 0}$  ،  $(y_n)_{n \geq 0}$  المعرفتين وفق :

$$y_n = \frac{4n+1}{n+2} \text{ و } x_n = \frac{4n+5}{n+1} . \text{ أثبت أن المتتاليتين } (x_n)_{n \geq 0} , (y_n)_{n \geq 0} \text{ متجاورتان .}$$

التمرين الثالث : ليكن كثير الحدود  $P(z) = z^4 + 5z^3 + 10z^2 + 10z + 4$

1 ( عين عددين  $a$  و  $b$  يحققان  $P(z) = (z^2 + az + a)(z^2 + bz + a)$

2 ( حل في  $C$  المعادلة  $P(z) = 0$  . ( يتبع في الصفحة الثانية )

( الصفحة الثانية )

التمرين الرابع : يشتري محل للأدوات الكهربائية 400 مصباح من المصنع A و 200 مصباح من المصنع B . نعلم أن نسبة المصابيح المعطوبة في إنتاج المصنع A هي 40 % وفي إنتاج المصنع B هي 10 % . نسحب عشوائياً مصباحاً :

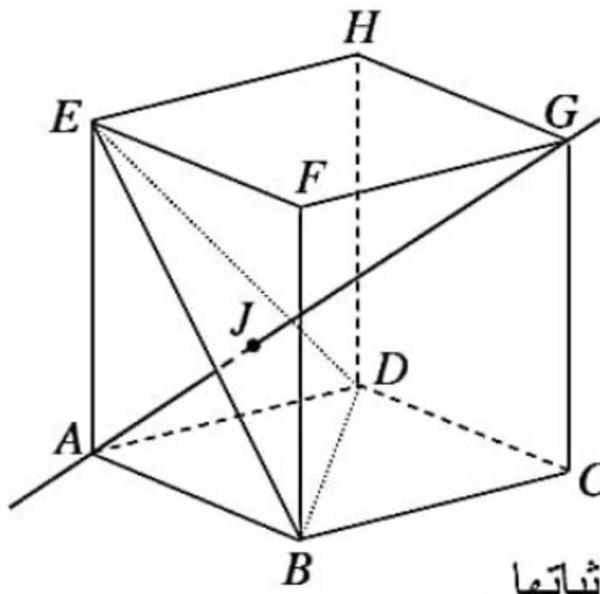
- 1 ( ما احتمال أن يكون المصباح معطوباً .
- 2 ( إذا علمت أن المصباح معطوب ما احتمال أن يكون من إنتاج المصنع B .

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : ( 100° لكل مسألة )

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع  $f(x) = \frac{x+2}{(x+1)^2}$  المعرفة على  $R \setminus \{-1\}$

- 1 ( ادرس نهايات التابع عند أطراف مجموعة التعريف وبين إذا كانت له نهاية حقيقية عند  $x = -1$
- 2 ( أوجد معادلة مقارب أفقي للخط البياني C وادرس الوضع النسبي لهذا المقارب مع C .
- 3 ( احسب  $f'(x)$  ونظم جدولاً بتغيرات f وعين ما له من قيم حدية محلية .
- 4 ( أوجد معادلة المماس في النقطة من C التي فاصلتها  $x = -2$  .
- 5 ( ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين محوري الإحداثيات والمنحني C والمستقيم  $x = 3$

المسألة الثانية :



مكعب طول ضلعه يساوي 3

1 ( عين إحداثيات النقاط D , B , E , G

في المعلم  $\left( A ; \frac{1}{3}\vec{AB} , \frac{1}{3}\vec{AD} , \frac{1}{3}\vec{AE} \right)$

2 ( أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG) .

3 ( أثبت أن المستقيم (AG) عمودي على المستوي (EDB)

4 ( المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عين إحداثياتها .

5 ( أثبت أن J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله .

6 ( احسب حجم رباعي الوجوه AEDB .

( انتهت أسئلة النموذج الوزاري الخامس 2017 )

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي ( المنهاج الجديد 2017 )

أولاً - أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : ( 40° لكل سؤال )

السؤال الأول : تجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع  $f$  والذي خطه البياني  $C$  والمطلوب :

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	
$f(x)$	$3$ $\nearrow$	$+\infty$	$+\infty$ $\searrow$	$3$

1 ) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني  $C$  .

2 ) هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني  $C$  ؟

3 ) هل يوجد للخط  $C$  مماسات أفقية ؟

4 ) أثبت أن للمعادلة  $f(x)=0$  حل وحيد في المجال  $]-1,1[$  .

السؤال الثاني : اكتب العدد العقدي  $z = (1 - \sqrt{2}) \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$  بالشكل الأسّي

السؤال الثالث :  $ABCD$  رباعي وجوه و  $G$  مركز ثقل المثلث  $DBC$

جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق :

$$\|\vec{MB} + \vec{MD} + \vec{MC}\| = \|\vec{3MA} - \vec{MB} - \vec{MD} - \vec{MC}\|$$

السؤال الرابع : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق  $f(x) = e^x$

$$\lim_{x \rightarrow \ln 2} \frac{e^x - 2}{x - \ln 2} \text{ احسب } f(\ln 2) \text{ و } f'(\ln 2) \text{ ، ثم استنتج}$$

ثانياً - حل التمارين الأربعة الآتية : ( 60° لكل تمرين )

التمرين الأول : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة كما يأتي :  $u_0 = 0$  ،  $u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$

1 ) أثبت أن  $0 \leq u_n \leq 1$  .

2 ) أثبت أن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متزايدة .

3 ) علل تقارب المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  واحسب نهايتها . ( يتبع في الصفحة الثانية )

( الصفحة الثانية )

التمرين الثاني : صندوق يحوي خمس كرات حمراء وخمس كرات خضراء .

نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً .

نتأمل المتحول العشوائي  $X$  الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء

ويأخذ القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتان حمراوان وكرة خضراء والقيمة صفر في غير ذلك .

عين القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي  $X$  واحسب توقعه وتباينه .

التمرين الثالث : أوجد الحد المستقل عن  $x$  في منشور ذي الحدين  $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$

التمرين الرابع : عين مجموعة تعريف التابع  $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}$  واحسب نهايته عند الصفر .

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100° لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$

(1) أوجد نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف .

(2) ادرس اطراد التابع  $f$  ونظم جدولاً بها .

(3) بين القيم الحدية المحلية للتابع  $f$  . وارسم خطه البياني  $C$  .

(4) استنتج عدد حلول المعادلة  $x^2 e^{-x} = 1$  .

(5) احسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  ومحور الفواصل والمستقيم  $x=1$  .

المسألة الثانية : نتأمل النقطتين  $A(1,1,1)$  و  $B(3,2,0)$  في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس

$(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ليكن  $P$  المستوي المار بالنقطة  $B$  ويقبل  $\vec{AB}$  شعاعاً ناظماً ، وليكن المستوي  $Q$

الذي معادلته  $x - y + 2z + 4 = 0$  . وأخيراً لتكن  $S$  الكرة التي مركزها  $A$  ونصف قطرها  $AB$  .

(1) أثبت أن  $2x + y - z - 8 = 0$  هي معادلة المستوي  $P$  .

(2) جد معادلة الكرة  $S$  . (3) أثبت أن المستوي  $Q$  مستوي مماس للكرة  $S$  .

(4) أثبت أن النقطة  $C(0,2,-1)$  هي مسقط النقطة  $A$  على المستوي  $Q$  .

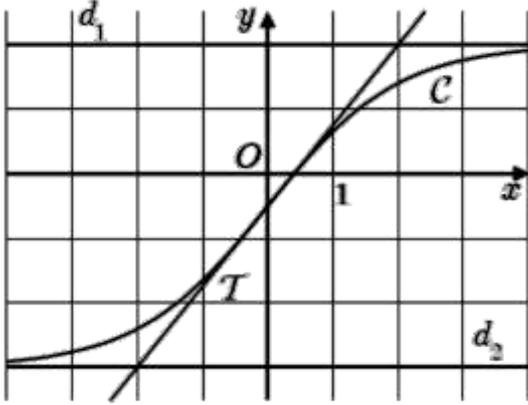
(5) ليكن  $d$  المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً  $t \in R$  ،  $y = 12 - 5t$  ،  $x = t$  ،  $z = 4 - 3t$

(a) أثبت أن المستقيم  $d$  هو الفصل المشترك للمستويين  $P$  و  $Q$  .

(b) أثبت أن المستقيم  $d$  محتوي في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[BC]$  .

( انتهت أسئلة النموذج الوزاري السادس 2017 )

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: إذا كان  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  و المستقيمين  $d_1$  و  $d_2$  و

مقاربين للخط  $C$  و المستقيم  $T$  مماس للخط  $C$  المطلوب :

١- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

٢- اكتب معادلة كل مقارب من المقاربين  $d_1$  و  $d_2$ .

٣- إذا علمت أن المستقيم المائل  $(T)$  المرسوم في الشكل يمسّ المنحني

في النقطة  $(0, \frac{-1}{2})$  احسب  $f'(\frac{-1}{2})$  ثم اكتب معادلة المستقيم  $T$ .

السؤال الثاني: نتأمل النقاط  $A(3,5,2), B(2, -1,3), C(0, -2,2)$

١- احسب إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة  $[AC]$ .

٢- احسب مركبات الأشعة  $\vec{AB}, \vec{AC}$ .

٣- عيّن إحداثيات النقطة  $K$  بحيث يكون الرباعي  $ABCK$  متوازي أضلاع.

السؤال الثالث :

١- عين حل المعادلة التفاضلية  $3y + 2y' = 1$  الذي يحقق الشرط  $f(0) = 1$ .

٢- احسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{x}$

السؤال الرابع: لتكن المجموعة  $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

١- كم عدداً زوجياً مؤلفاً من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر المجموعة  $S$  ؟

٢- كم عدد المجموعات الجزئية المكوّنة من عنصرين من عناصر المجموعة  $S$  ؟

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$  وفق  $f(x) = \frac{2x^2 - 7x - 3}{x - 3}$  و المطلوب :

١- احسب  $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ثم احسب  $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax)$

٢- استنتج معادلة المقارب المائل  $\Delta$  في جوار  $+\infty$  ثم ادرس الوضع النسبي للخط البياني  $C$  و مقاربه  $\Delta$ .

التمرين الثاني : لتكن النقطتان  $A$  و  $B$  اللتان يمثلهما العددان العقديان  $z_A = -\sqrt{3} + i$  ،  $z_B = -2i$  و المطلوب :

١- اكتب  $z_A$  بالشكل الأسّي، ثم جد العدد العقدي  $z_C$  الممثل للنقطة  $C$  التي تجعل المبدأ مركز ثقل المثلث  $ABC$ .

٢- أثبت أنّ  $z_C - z_A = e^{i\frac{\pi}{3}}(z_B - z_A)$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

التمرين الثالث : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  المعرفة عند كل عدد طبيعي  $n$  يحقق  $n \geq 1$  وفق :

$$u_n = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!}$$

$$1- \text{أثبت أن } \frac{1}{2^n} \leq \frac{1}{(n+1)!} .$$

٢- أثبت أن  $u_n < 2$  و استنتج أن المتتالية  $u_n$  متقاربة .

التمرين الرابع : نملاً عشوائياً كل خانة من الخانات الأربع  بأحد العددين 0, 3 و المطلوب:

١- ليكن الحدث  $A$  << مجموع الأعداد التي كتبت في الخانات يساوي ٦ >>

وليكن الحدث  $B$  << عدم ظهور العدد ذاته في خانتي متجاورتين >> احسب  $P(A)$  ثم  $P(B/A)$  .

٢- نسمي  $X$  المتحول العشوائي الذي يقرب بكل نتيجة للتجربة عدد الخانات التي كتب فيها العدد ٣ ،

عين القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي  $X$  و احسب توقعه الرياضي و تباينه .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : ( 100 درجة لكل مسألة )

المسألة الأولى:

نتأمل في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقطتين  $A(1, -1, 2)$  ،  $B(2, 0, 4)$  و المستوي  $P$  الذي

معادلته :  $x - y + 3z - 4 = 0$  و المطلوب :

١- جد معادلة المستوي  $Q$  العمودي على المستوي  $P$  و يمر بالنقطتين  $A, B$  .

٢- جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $d$  المار من النقطة  $A$  و يعامد المستوي  $P$  .

٣- عين إحداثيات النقطة  $A'$  المسقط القائم للنقطة  $A$  على المستوي  $P$  .

٤- أعط معادلة للمجموعة  $\mathcal{E}$  المكونة من النقاط  $M(x, y, z)$  التي تحقق  $\vec{AM} \cdot \vec{BM} = 0$  مبيناً طبيعة المجموعة  $\mathcal{E}$  .

المسألة الثانية:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على المجال  $]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{x-1}\right)$

و ليكن  $C'$  الخط البياني للتابع  $g$  مقصور التابع  $f$  على المجال  $]1, +\infty[$  و المطلوب :

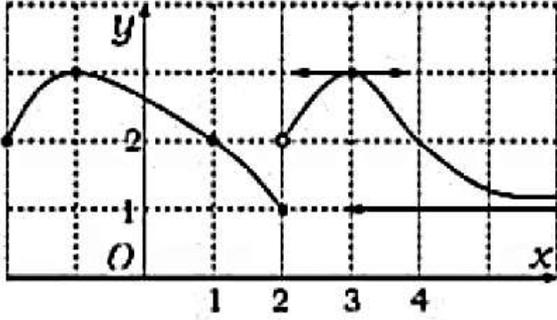
١- أثبت أن  $f$  تابع فردي و استنتج الصفة التناظرية للخط  $C$  .

٢- ادرس تغيّرات التابع  $g$  و نظم جدولاً بها و اكتب معادلة كل مقارب للخط  $C'$  .

٣- ارسم كل مقارب وجدته و ارسم  $C'$  ثم استنتج رسم  $C$  .

٤- احسب مساحة السطح المحصور بين  $C'$  و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما  $x = 2$  و  $x = 3$  .

أولاً : أجب عن سؤالين من بين الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المرسوم جانباً

١- احسب  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$  .

٢- هل  $f$  اشتقاقي عند 2 ؟

٣- جد  $f(3)$  ،  $f'(3)$  . و جد معادلة المماس عند 3 .

٤- ما عدد القيم الحدية للتابع  $f$  ؟

السؤال الثاني: لتكن المتتاليتين  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  المعرفتين وفق العلاقتين :  $u_n = -\frac{1}{n}$  و  $v_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$  .

١- ادرس اطّراد كل من  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  .

٢- أثبت أنّ المتتاليتين  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  متجاورتان .

السؤال الثالث : حل المعادلة  $(e^x - 1) \left( e^x - \frac{1}{2} \right) = 0$  ثم حل المتراجحة  $(e^x - 1) \left( e^x - \frac{1}{2} \right) \leq 0$

ثانياً : أجب عن سؤالين من بين الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن  $ABCD$  رباعي وجوه منتظم طول حرفه 4 . فيه  $I$  منتصف  $[CD]$  .

١- وضّع النقطة  $M$  المحقّقة للعلاقة :  $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AC} - \vec{BI}$  .

٢- احسب العدد  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  .

السؤال الثاني:

١- جد المجموع  $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^6$  بدلالة  $\alpha$  .

٢- ليكن  $\alpha = e^{2\pi i/7}$  أثبت أنّ  $1 + \alpha + \alpha^2 + \dots + \alpha^6 = 0$  .

السؤال الثالث: يريد طالب أن يدرس مواد السبعة بشكل متتابع .

١- بكم طريقة يمكن للطالب أن يرتّب المواد لدراستها ؟

٢- بكم طريقة يمكن أن يرتّب المواد إذا كانت المادة الأولى هي الرياضيات و الأخيرة هي الفيزياء ؟

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية: ( 70 درجة للأول ، 70 درجة للثاني ، 80 درجة للثالث )

التمرين الأول :

ليكن التابع  $f$  المعرّف على  $[0, +\infty[$  و المعطى بالعلاقة :  $f(x) = \sqrt{x} \ln(1+x)$  و المطلوب :

١- أثبت أنّ التابع  $f$  اشتقاقي عند 0 ثم استنتج مجموعة تعريف  $f'$  .

٢- جد  $f'(x)$  على  $[0, +\infty[$  .

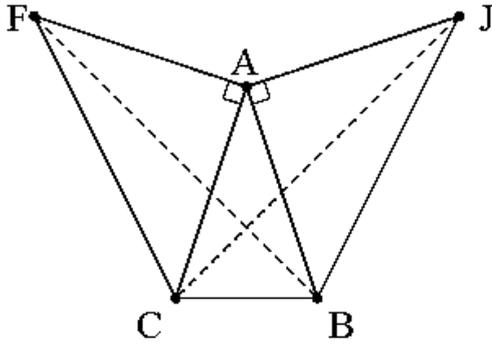
٣- استنتج مشتق التابع  $g$  المعرّف على المجال  $\left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$  وفق  $g(x) = \sqrt{\cos x} \ln(1 + \cos x)$  .

التمرين الثاني : لتكن النقاط  $(A(1, -1, 2), B(2, 1, 0), C(2, 3, -1), D(0, 0, 2))$  والمطلوب :

١- عين إحداثيات  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة  $(A,1)$  و  $(B,2)$  و  $(C,2)$  و  $(D,1)$ .

٢- حدّد  $S$  مجموعة النقاط  $M$  من الفراغ التي تحقق :  $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = 6$ .

٣- جد معادلة للمجموعة  $S$ .



التمرين الثالث : ليكن  $ABC$  مثلثاً متساوي الساقين ، رأسه  $A$  . ننشئ

خارجة مثلثين قائمين و متساويي الساقين  $ABJ$  و  $ACF$  . لتكن الأعداد

العقدية  $a, b, c, j, f$  الممثلة للنقاط  $A, B, C, J, F$  بالترتيب .

١- جد بدلالة  $c$  و  $b$  العددين  $j$  و  $f$ .

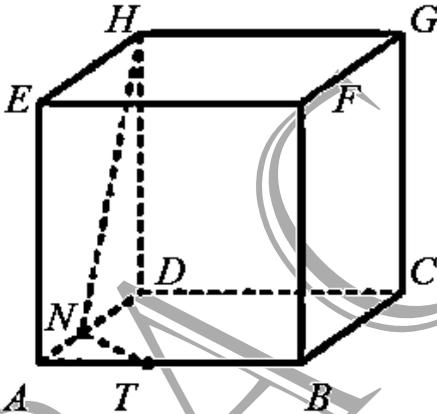
٢- اكتب العدد  $\frac{f-b}{c-j}$  بالشكل الجبري .

٣- أثبت أن  $JC=BF$  وأن المستقيمين  $(CJ)$  و  $(BF)$  متعامدان .

٤- نفترض أن  $A$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة  $(A,1), (B,1), (C,1), (F,3), (J,2)$  احسب  $\frac{c}{b}$ .

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين : ( 100 درجة لكل مسألة )

المسألة الأولى: ليكن لدينا المكعب  $ABCDEFGH$  طول حرفه  $1$  ، و  $T$  نقطة من  $[AB]$  تحقق  $\overrightarrow{AT} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$  ، و  $N$  نقطة من  $[AD]$  و تحقق  $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$ .



١- في المعلم المتجانس  $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$  جد إحداثيات

النقاط  $H, F, N, T$ .

٢- جد الشعاعين  $\overrightarrow{NH}$  و  $\overrightarrow{NT}$  ثم جد معادلة المستوي  $(HNT)$ .

٣- جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(EF)$ .

٤- استنتج نقطة تقاطع المستقيم  $(EF)$  مع المستوي  $(HNT)$ .

٥- اذكر مقطع المكعب بالمستوي  $(HNT)$  . ما طبيعته ؟

المسألة الثانية:

ليكن  $f$  التابع المعرّف على المجال  $]-\infty, -1[ \cup ]0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \ln\left(\frac{x}{1+x}\right)$  . لتكن  $(u_n)_{n \geq 1}$

متتالية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  وفق :  $u_n = g(n)$  حيث  $g$  مقصور التابع  $f$  على المجال  $]1, +\infty[$ .

١- ادرس تغيّرات  $f$  على المجال  $]0, +\infty[$  و نظم جدولاً بها و اكتب معادلة كل مقارب .

٢- ارسم الخط  $C$  على المجال  $]0, +\infty[$ .

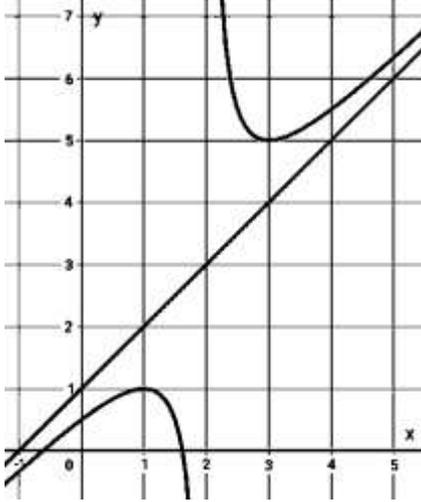
٣- أثبت أنّ النقطة  $A(-\frac{1}{2}, 0)$  هي مركز تناظر للخط  $C$  ، ثم استنتج رسم الخط البياني للتابع  $f$ .

٤- نضع  $s_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  أثبت أنّ  $s_n = -\ln(n+1)$

٥- جد نهاية المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  ، و ما نهاية  $(s_n)_{n \geq 1}$  ؟

أولاً : أجب عن سؤالين من بين الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في الشكل المرسوم جانباً ، ليكن  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  و المطلوب :



١- جد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

٢- دل على القيم الحدية للتابع و بيّن نوعها .

٣- ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$  ؟

٤- اكتب معادلة المقارب المائل .

٥- اذكر إحداثيات النقطة  $I$  مركز تناظر الخط البياني  $C_f$  .

السؤال الثاني: ليكن  $f$  التابع المعرّف على  $\mathbb{R}$  وفق :  $f(x) = \cos x$

١- جد  $f(\frac{\pi}{3})$  و  $f'(x)$  و  $f'(\frac{\pi}{3})$  .

٢- استنتج قيمة النهاية  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos x - \frac{1}{2}}{x - \frac{\pi}{3}}$

السؤال الثالث: حل المتراجحة  $e^x - 1 \leq 6e^{-x}$  .

ثانياً : أجب عن سؤالين من بين الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ادرس وضع المستقيمين  $d$  و  $d'$  المعرّفين كما يأتي :

$$d': \begin{cases} x = s + 5 \\ y = 2 \\ z = 2s + 5 \end{cases} ; s \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad d: \begin{cases} x = 2t - 5 \\ y = t - 2 \\ z = -\frac{1}{2}t + 3 \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

السؤال الثاني: جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي  $\omega = 8 - 6i$  .

السؤال الثالث: عيّن قيمة  $n$  في المعادلة الآتية :  $P_{n+2}^5 = 45P_{n+1}^3$  .

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية: ( 80 درجة للأول ، 70 درجة للثاني ، 70 درجة للثالث )

التمرين الأول: في الشكل المجاور  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  هي القياسات الأساسية للزوايا الموجّهة  $(\vec{OC}, \vec{OE})$  و  $(\vec{AC}, \vec{AE})$  و

$(\vec{BC}, \vec{BD})$  بالترتيب ، والمطلوب :

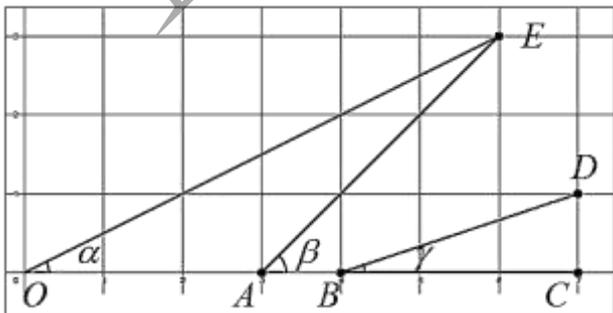
١- اكتب كلاً من الأعداد العقدية الآتية بالشكل الجبري ثم بالشكل

الأسّي :  $Z_{\vec{BD}}$  ،  $Z_{\vec{AE}}$  ،  $Z_{\vec{OE}}$  .

٢- اكتب العدد العقدي  $Z_{\vec{OE}} \cdot Z_{\vec{AE}} \cdot Z_{\vec{BD}}$  بالشكل الجبري ثم

بالشكل الأسّي .

٣- استنتج المجموع  $\alpha + \beta + \gamma$  .



**التمرين الثاني :** ليكن  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]-2,2[$  وفق :  $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$  ، و المطلوب :

١- أثبت أن التابع  $f$  هو تابع فرديّ ، ثم ادرس تغيّرات التابع على المجال  $[0,2[$  .

٢- اكتب معادلة المماس  $T$  للخط البياني  $C_f$  في نقطة منه فاصلتها  $x = 0$  .

٣- ادرس الوضع النسبيّ بين  $T$  و  $C_f$  .

**التمرين الثالث :** ليكن  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق :  $f(x) = 2x - \sqrt{x^2 + 5}$  ، و المطلوب :

١- ادرس تغيّرات  $f$  ونظّم جدولاً بها .

٢- أثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  يقع في المجال  $]1,2[$  ، ثم جد هذا الحل جبرياً .

٣- استنتج مشتق التابع  $g$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق :  $g(x) = 2 \sin x - \sqrt{\sin^2 x + 5}$  .

**رابعاً : حل المسألتين الآتيتين : ( 100 درجة لكل مسألة )**

**المسألة الأولى:** ليكن  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{4}{x}\right)$  و المطلوب :

١- ادرس تغيّرات  $f$  و نظّم جدولاً بها .

٢- أثبت أن المستقيم  $d$  الذي معادلته  $y = \frac{1}{2}x$  يقارب مائل للخط  $C_f$  ، ثم ادرس الوضع النسبيّ بين  $C_f$  و مقاربه  $d$  .

٣- حلّ المعادلة  $f(x) = x$  .

٤- لنكن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة تدريجياً بالشكل :  $u_0 = 4$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$  عند كل  $n \in \mathbb{N}$  ، و المطلوب :

**a-** احسب  $u_1$  و  $u_2$  .

**b-** استنتج من تزايد التابع  $f$  على المجال  $[2, +\infty[$  صحّة الخاصّة  $E(n): 2 < u_{n+1} < u_n$  من أجل  $n \in \mathbb{N}$  .

**c-** استنتج أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متقاربة ، و احسب نهايتها .

**d-** ارسم مقاربات  $C_f$  و المستقيم  $\Delta: y = x$  ، ثم ارسم  $C_f$  و مثل الحدود الأولى للمتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  على الرسم نفسه .

**المسألة الثانية:**

ليكن  $ABCDEFGH$  مكعباً طول حرفه يساوي 4 ، و لنكن النقطة  $I$  منتصف  $[AB]$  و النقطة  $J$  تحقّق العلاقة

$$4\vec{AJ} = 3\vec{AD} \quad , \quad \left( A ; \frac{1}{4}\vec{AB} , \frac{1}{4}\vec{AD} , \frac{1}{4}\vec{AE} \right) \quad , \quad \text{و المطلوب :}$$

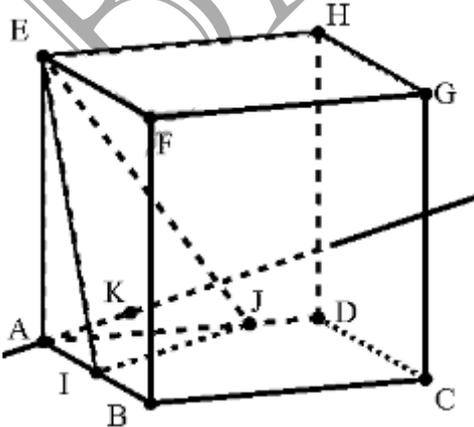
١- جد إحداثيات رؤوس المكعب و النقطتين  $I$  و  $J$  .

٢- أثبت أن معادلة المستوي  $(EIJ)$  هي  $6x + 4y + 3z - 12 = 0$  .

٣- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم  $d$  المار من  $A$  و عمودياً على المستوي  $(EIJ)$  ، ثم جد إحداثيات النقطة  $K$  نقطة تقاطع  $d$  مع  $(EIJ)$  .

٤- احسب مساحة المتثلث  $AEJ$  ثم استنتج حجم رباعي الوجوه  $I-AEJ$  .

٥- احسب بعد النقطة  $A$  عن المستوي  $(EIJ)$  و استنتج مساحة المتثلث  $EIJ$  .



أولاً : أجب عن سؤالين من بين الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  :

$x$	$-\infty$	2	5	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	+
$f(x)$	2 ↘	0 ↗	4 ↗	6 ↗

١- جد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

٢- اذكر قيمة حدية للتابع و بين نوعها .

٣- هل  $f(5)=4$  قيمة حدية للتابع ؟

٤- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط البياني للتابع .

٥- اكتب مجموعة تعريف التابع  $g$  حيث  $g(x) = \ln(f(x))$  .

السؤال الثاني: ليكن  $f$  التابع المعرف على المجال  $[0,3]$  وفق :  $f(x) = (x-3)\sqrt{x(3-x)}$  جد  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3}$  ، واستنتج أنه اشتقائي عند  $x=3$  .

السؤال الثالث:  $ABCD$  رباعي وجوه ، مركز ثقله  $G$  ، فيه  $K$  مركز ثقل الوجه  $BCD$  أثبت أن النقاط  $G$  و  $A$  و  $K$

تقع على استقامة واحدة ، وعين موضع النقطة  $G$  على القطعة المستقيمة  $[AK]$  .

ثانياً : أجب عن سؤالين من بين الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: صف مجموعة النقاط  $M(x, y, z)$  التي تحقق إحداثياتها العلاقات :

$$x^2 + z^2 = 16 \quad \text{و} \quad 2 \leq y \leq 5$$

السؤال الثاني: حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 - 2(1+i)z - 4 + 2i = 0$  .

السؤال الثالث: لتكن المجموعة  $S = \{2,3,5,8,9\}$  و المطلوب :

١- كم عدداً مختلف الأرقام و مؤلفاً من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر  $S$  ؟

٢- كم عدداً من مضاعفات العدد 5 و مؤلفاً من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر  $S$  ؟

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لأول ، 70 درجة للثاني ، 80 درجة للثالث)

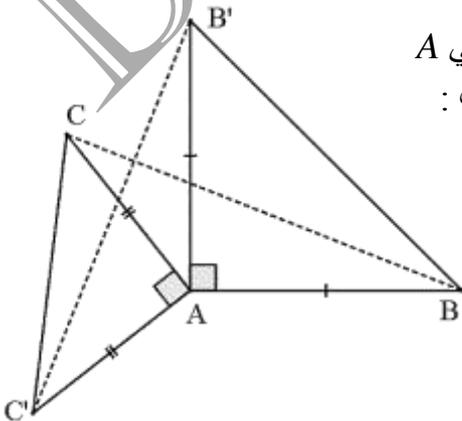
التمرين الأول : في الشكل المجاور المثلثان  $ABB'$  و  $ACC'$  كلٌّ منهما قائم في  $A$

و متساوي الساقين ، تأمل المعلم المتجانس و المباشر  $(A; \vec{u}, \vec{v})$  ، و المطلوب :

١- اكتب  $z_{B'}$  بدلالة  $z_B$  ، و  $z_{C'}$  بدلالة  $z_C$  .

٢- احسب  $\frac{z_{B'} - z_{C'}}{z_B - z_C}$  .

٣- استنتج أن  $BC = B'C'$  و  $(BC) \perp (B'C')$  .



الاسم:

الرقم:

المدة: ثلاث ساعات

الدرجة: ستمئة

(الفرع العلمي)

الصفحة الثانية

الرياضيات:

التمرين الثاني : لتكن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة تدريجياً وفق :  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+4u_n}$  عند كل  $n \in \mathbb{N}$  .

١- أثبت بالتدرج أن  $u_n > 0$  أيًا كان العدد الطبيعي  $n$  .

٢- أثبت أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة  $v_n = \frac{1}{u_n}$  متتالية حسابية ، ثم اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج

عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  .

٣- ليكن  $S_n$  المجموع المرفوع بالشكل :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  اكتب  $S_n$  بدلالة  $n$  و استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$  .

التمرين الثالث : ليكن التابع  $f$  المرفوع على  $]-5, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$  ، و المطلوب :

١- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$  .

٢- جد عدداً حقيقياً  $A$  يحقق الشرط : إذا كان  $x > A$  ، كان  $f(x)$  في المجال  $]-1.99, 2.01[$  .

٣- جد  $f'(x)$  ثم استنتج  $g'(x)$  حيث إن :  $g(x) = \frac{2 \sin x + 1}{\sin x + 5}$  .

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين : ( 100 درجة لكل مسألة )

المسألة الأولى: ليكن  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$  المرفوع على  $]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$  وفق :  $f(x) = 2x - 1 - \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

١- أثبت أن المستقيم  $d$  الذي معادلته  $y = 2x - 1$  مقارب مائل للخط البياني  $C_f$  في جوار  $+\infty$  و في

جوار  $-\infty$  ، و ادرس الوضع النسبي للخط  $C_f$  بالنسبة للمقارب  $d$  .

٢- ادرس تغيرات التابع  $f$  و نظم جدولاً بها ، و اكتب معادلات المقاربات الشاقولية للخط  $C_f$  .

٣- أثبت أن  $f(x) + f(-x) = -2$  . -٤ استنتج أن  $C_f$  متناظر بالنسبة للنقطة  $I(0, -1)$  .

٥- ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم  $C_f$  .

٦- استنتج رسم  $C_g$  للتابع  $g$  المرفوع وفق :  $g(x) = -2x + 1 - \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$  .

المسألة الثانية:

ليكن  $ABCDEFGH$  متوازي مستطيلات فيه  $AB = 2$  و  $AD = 4$  و  $AE = 1$  ، و لتكن النقطة  $I$  منتصف  $[AD]$

و النقطة  $J$  تحقق العلاقة  $\vec{FJ} = \frac{1}{4}\vec{FG}$  .

نتأمل المعلم المتجانس  $(A; \frac{1}{2}\vec{AB}, \frac{1}{4}\vec{AD}, \vec{AE})$  ، و المطلوب :

١- جد إحداثيات رؤوس متوازي المستطيلات و النقطتين  $I$  و  $J$  .

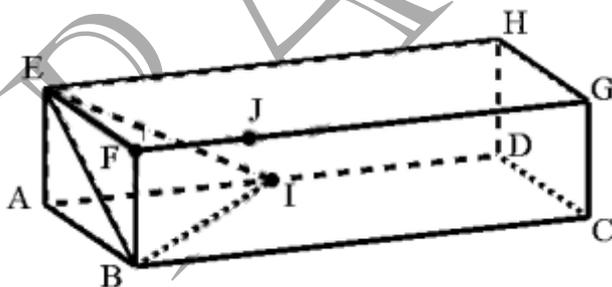
٢- أثبت أن معادلة المستوي  $(EIB)$  هي  $x + y + 2z - 2 = 0$  .

٣- بين نوع المثلث  $EIB$  ، ثم احسب مساحته .

٤- احسب بعد  $G$  عن المستوي  $(EIB)$  ، و استنتج حجم رباعي الوجوه  $G-EIB$  .

٥- اكتب التمثيل الوسيط للمستقيم  $d$  المار من  $J$  و عمودياً على المستوي  $(EIB)$  .

٦- استنتج أن المسقط القائم للنقطة  $J$  على المستوي  $(EIB)$  تقع على القطعة المستقيمة  $[BI]$  .



الاسم :  
الرقم :  
المدة : ثلاث ساعات

امتحان الرياضيات الموحد للصف الثالث الثانوي العلمي

الفصل الأول عام ٢٠١٦ - ٢٠١٧

الدرجة : 600

الرياضيات

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	3	-2	4	$+\infty$

تأمل جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف والمستمر على  $\mathbb{R}$  وخطه البياني  $C$  والمطلوب:

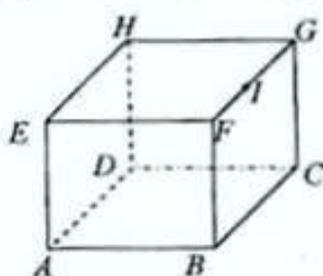
(1) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط  $C$

(3) هل  $f(2) = 4$  قيمة حدية محلياً ؟

(4) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$  في  $\mathbb{R}$ .

السؤال الثاني: ليكن العدد العقدي  $z = +1 + \sqrt{3}i$  , اكتب العدد  $z$  بالشكل المثلثي وأثبت أن  $z^6$  عدد حقيقي.



السؤال الثالث: في الشكل المجاور  $ABCDEFGH$  مكعب

و  $I$  منتصف  $FG$  والمطلوب:

عين النقطة  $M$  التي تحقق  $\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{DH} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{GI}$

السؤال الرابع: ليكن التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق  $f(x) = \sin x$

(1) أوجد  $f(\pi)$  ,  $f'(x)$  ,  $f'(\pi)$

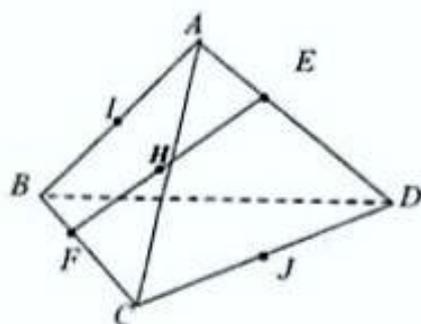
(2) استنتج أن  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi} = -1$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية معرفة تدرجياً وفق:  $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n} \end{cases}$

(1) أثبت بالتدرج أن  $u_n > 0$  أيأ كان العدد الطبيعي  $n$

(2) أثبت أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة  $v_n = \frac{1}{u_n}$  متتالية حسابية واكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج عبارة  $u_n$



التمرين الثاني: في الشكل المجاور  $ABCD$  رباعي وجوه

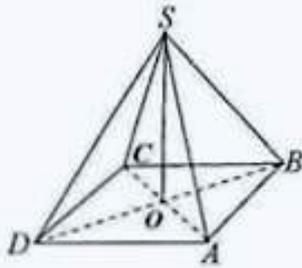
$I$  و  $J$  هما على الترتيب منتصفا  $[AB]$  و  $[CD]$

$E$  و  $F$  نقطتان تحققان العلاقتين:  $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$  و  $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

$H$  منتصف  $EF$  . أثبت أن  $H, J, I$  تقع على استقامة واحدة.

يشبع في الصفحة التالية ←

**التمرين الثالث:** ليكن التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق  $f(x) = \sqrt{4x^2 + 5}$  خطه البياني  $C$ .  
احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 5} - 2x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$   
للخط  $C$  في جوار  $+\infty$ .



**التمرين الرابع:** هرم  $S-ABCD$  قاعدته مربع طول ضلعه يساوي 4 وطول كل حرف من حروفه الجانبية يساوي 4 والنقطة  $O$  مرسم  $S$  القائم على القاعدة. المطلوب:

- (1) احسب  $\overline{SA} \cdot \overline{SB}$
- (2) احسب طول القطر  $CA$  ، ثم احسب  $\overline{AC} \cdot \overline{AS}$
- (3) عَيِّن  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المنقلة:  $(S,1)$  ،  $(B,3)$  ،  $(A,2)$

**ثالثاً:** حل المسألتين الآتيتين: ( 100 درجة لكل مسألة )

**المسألة الأولى:**

أولاً: ليكن التابع  $g$  المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق العلاقة  $g(x) = \frac{x^2 + bx + a}{x - 1}$

جدّ العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  علماً أن التابع  $g$  يقبل قيمة حدية محلياً عند  $x = 0$  قيمتها تساوي 2

ثانياً: بفرض التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق العلاقة  $f(x) = x + 3 + \frac{1}{x - 1}$  خطه البياني  $C$ .

(1) اثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x + 3$  مقارب للخط  $C$ .

(2) أوجد نهايات التابع  $f$  عند حدود مجموعة تعريفه.

(3) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظّم جدولاً بها ، واستنتج من جدول التغيرات أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حل حقيقي وحيد  $\alpha$

ينتمي إلى المجال  $]-3, -2[$

**المسألة الثانية:**

في معلم متجانس  $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقطتان  $A(2, 1, -2)$  ،  $B(7, -2, 0)$  والشعاغان:

$$\vec{v}(-3, 1, 2), \vec{u}(2, -1, 0)$$

(1) اثبت أن الأشعة  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  و  $\overline{AB}$  مرتبطة خطياً.

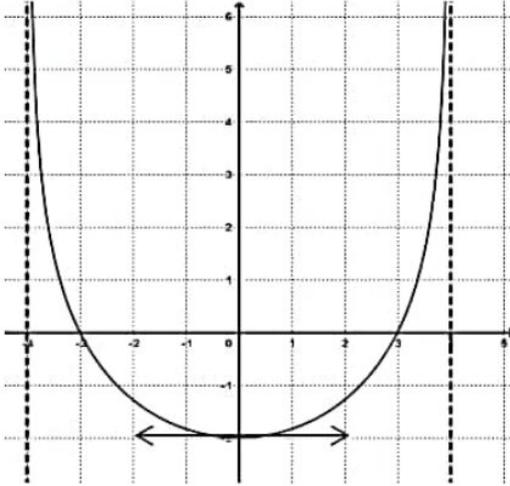
(2) اكتب معادلة المستوى الذي يقبل  $\vec{u}$  و  $\overline{AB}$  شعاعي توجيه له.

(3) اكتب التمثيل الوسطي للمستقيم  $d$  الذي يقبل  $\vec{u}$  شعاعاً توجيهياً له ويمر بالنقطة  $A$ .

انتهت الأسئلة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : في الشكل المجاور  $C$  هو الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]-4,4[$



(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow (-4)^+} f(x)$

واستنتج معادلة كل مقارب للخط  $C$

(2) احسب  $f(0)$  و  $f'(0)$

(3) جد حلول المعادلة  $f(x) = 0$

السؤال الثاني : حل المعادلة  $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$  في  $R$

السؤال الثالث :

(1) اكتب معادلة للكرة  $S$  التي مركزها  $O$  مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها  $R = \sqrt{3}$

(2) تحقق أن المستوي  $P$  الذي معادلته  $P: x - y + z + 3 = 0$  يمس الكرة  $S$

السؤال الرابع :

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة

(1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة ؟

(2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية ؟

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول :

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$

ولتكن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق :  $v_n = u_n + 3$

(1) أثبت أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية وأوجد أساسها .

(2) اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$

(3) ليكن في حالة عدد طبيعي  $n$  :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  عبّر عن  $S_n$  بدلالة  $n$

واستنتج نهاية المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$

يتبع في الصفحة الثانية ....

الصفحة الثانية

التمرين الثاني : ليكن لدينا العددين العقديان  $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$  و  $z_2 = 1 + i$  والمطلوب :

(1) اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد  $z_1$  و  $z_2$  و  $\frac{z_1}{z_2}$

(2) اكتب بالشكل الجبري  $\frac{z_1}{z_2}$  واستنتج  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

التمرين الثالث : نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية ، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار

في كل رمية يساوي  $\frac{1}{3}$  . نعرف  $X$  المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار .

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي  $X$  ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، واحسب توقعه الرياضي وتباينه .

التمرين الرابع : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

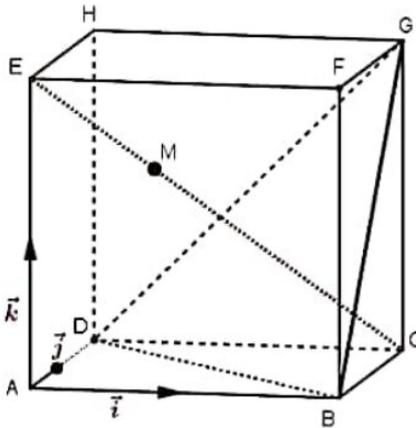
(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x + 1$  مقارب مائل لـ  $C$  في جوار  $+\infty$

(3) ادرس الوضع النسبي بين  $\Delta$  و  $C$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : مكعب طول حرفه يساوي 2



نتأمل المعلم المتجانس  $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

في المعلم  $\vec{AB} = 2\vec{i}$  و  $\vec{AD} = 2\vec{j}$  و  $\vec{AE} = 2\vec{k}$

(1) اكتب معادلة للمستوي  $(GBD)$

(2) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم  $(EC)$

(3) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم  $(EC)$

مع المستوي  $(GBD)$

(4) جد إحداثيات النقطة  $M$  التي تحقق :  $\vec{EM} = \frac{1}{3}\vec{EC}$

(5) أثبت تعامد المستقيمين  $(HM)$  و  $(EC)$  .

المسألة الثانية : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي .

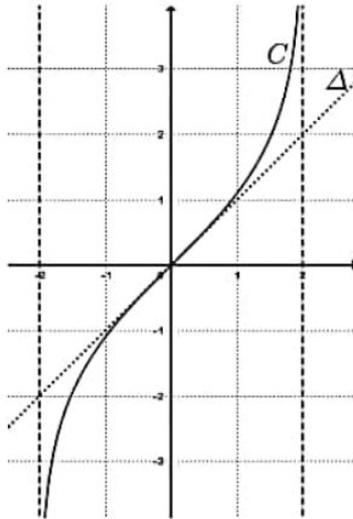
(2) ادرس تغيرات التابع  $f$  ، ونظم جدولاً بها ، ثم دل على القيمة الحدية محلياً .

(3) جد معادلة للمماس  $\Delta$  في النقطة  $A$  من الخط  $C$  التي فاصلتها  $x = 1$  .

(4) ارسم كل مقارب وجدته ، وارسم المماس  $\Delta$  ، ثم ارسم  $C$  .

(5) احسب  $S$  مساحة المحصور بين  $C$  والمحور  $xx'$  والمستقيم  $x = e$  .

انتهت الأسئلة



أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : نتأمل  $C_f$  الخط البياني للتابع  $f$

المعرف على  $I = ]-2, +2[$  والمطلوب :

$$(1) \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

(2) أوجد  $f'(0)$  و  $f(0)$

(3) هل التابع  $f$  فردي أم زوجي ؟

(4) اكتب معادلة المماس  $\Delta$

السؤال الثاني : اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين  $d$  و  $d'$

$$(d') \begin{cases} x = s \\ y = -3s - 3 : s \in R \\ z = -s + 1 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -3t + 2 : t \in R \\ z = -3t + 3 \end{cases}$$

وهل المستقيمان  $d$  و  $d'$  في مستو واحد ؟ علل إجابتك .

السؤال الثالث :

حل المعادلة التفاضلية الآتية :  $2y' + 3y = 0$  والخط البياني  $C$  للحل يمر بالنقطة  $A(\ln 4, 1)$

السؤال الرابع : نتأمل في المعلم المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقطتين  $A(2, 0, 1)$  و  $B(1, -2, 1)$

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[AB]$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق ما يأتي :  $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

(1) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة

(2) أثبت أن  $0 \leq u_n \leq 1$  واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها

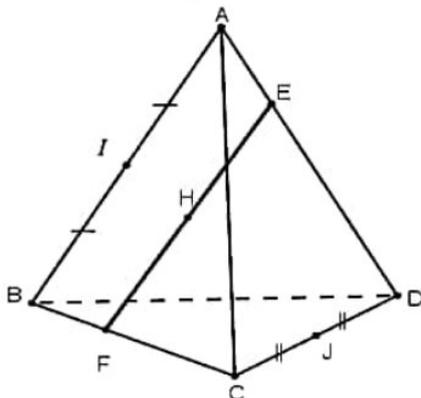
التمرين الثاني : ليكن  $ABCD$  رباعي الوجوه. وليكن  $\alpha$  عدد حقيقي ، و  $I$  منتصف  $[AB]$  و  $J$  منتصف  $[CD]$

النقطتان  $E$  و  $F$  معرفتان بالعلاقتين :

$$\vec{BF} = \alpha \vec{BC} \quad \text{و} \quad \vec{AE} = \alpha \vec{AD}$$

وأخيراً  $H$  هي منتصف  $[EF]$  أثبت أن النقاط

$I$  و  $J$  و  $H$  تقع على استقامة واحدة



يتبع في الصفحة الثانية

## الصفحة الثانية

التمرين الثالث : لتكن النقطة  $M$  التي يمثلها العدد العقدي  $z = -1 + i$  المطلوب :

(1) أثبت أن  $z^8$  عدد حقيقي

(2) جد العدد العقدي  $Z'$  الممثل للنقطة  $M'$  صورة النقطة  $M$  وفق دوران مركزه  $A(1 + i)$  وزاويته  $\left(\frac{\pi}{4}\right)$  واكتبه بالشكل الأسّي .

التمرين الرابع : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $D = R \setminus \{-3\}$  وفق:  $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3}$

(1) اكتب التابع بالشكل :  $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$

(2) أثبت أن المستقيم  $y = ax + b$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$

(3) احسب  $I = \int_0^2 f(x) dx$  .

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $I = ]0, +\infty[$  وفق :

$f(x) = x + x(\ln x)^2$  وليكن  $g(x) = (\ln(x) + 1)^2$  والمطلوب :

(1) أوجد نهاية التابع  $f$  عند الصفر وعند  $+\infty$  .

(2) أثبت أن  $f'(x) = g(x)$  .

(3) حل المعادلة  $g(x) = 0$  .

(4) نظم جدول تغيرات  $f$  .

(5) اكتب معادلة المماس  $\Delta$  للخط  $C$  في نقطة فاصلتها  $x = \frac{1}{e}$  وارسم المماس  $\Delta$  وارسم  $C$  .

المسألة الثانية : يضم مصنع ورشتين  $A$  و  $B$  لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره

1000 قلم صنعت الورشة  $A$  منها 600 قلم وصنعت البقية الورشة  $B$  هناك نسبة 5% من أقلام الورشة  $A$

غير صالحة للاستعمال . في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة  $B$  غير صالحة للاستعمال

نسحب عشوائياً قلماً من الطلب . نرمز بالرمز  $A$  إلى الحدث ( القلم مصنوع في الورشة  $A$  )

وبالرمز  $B$  إلى الحدث ( القلم مصنوع في الورشة  $B$  )

وبالرمز  $D$  إلى الحدث ( القلم غير صالح للاستعمال  $D$  )

(1) أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة .

(2) احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال .

(3) إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة  $A$  .

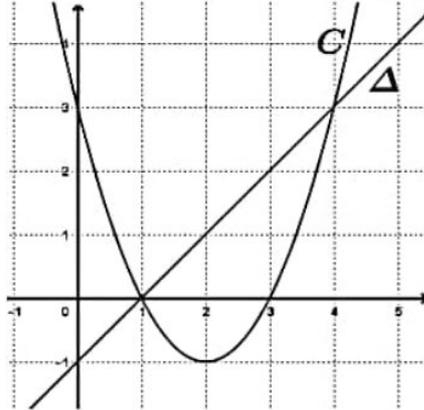
(4) نسحب عشوائياً من الورشة  $A$  قلمين معاً . وليكن  $X$  المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام

المسحوبة الصالحة للاستعمال ، احسب  $P(X = 0)$  .

انتهت الأسئلة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  والمطلوب :



(1) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع  $f$

(2) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) ما هي حلول المعادلة  $f(x) = y_{\Delta}$

(4) اكتب معادلة المستقيم  $\Delta$

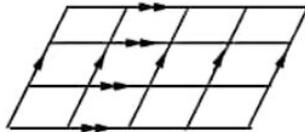
السؤال الثاني :

في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لتكن النقطة  $A(1, -2, 0)$  والمستوي  $P: x + 2y + z - 1 = 0$

احسب بعد النقطة  $A$  عن المستوي  $P$  ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها  $A$  وتمس المستوي  $P$

السؤال الثالث : في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية تشكل فيما بينها

متوزيات أضلاع والمطلوب :



احسب عدد متوزيات الأضلاع في الشبكة

السؤال الرابع : ليكن  $f$  التابع المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{1}{3 + \cos x}$

(1) أثبت محدودية  $f$

(2) استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{3 + \cos x}$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نتأمل النقاط

$M, C, B, A$  التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية :

والمطلوب :  $m = -1 + i$  ,  $c = 2i$  ,  $b = 1 - i$  ,  $a = -1 - i$

(1) مثل الأعداد  $m = -1 + i$  ,  $c = 2i$  ,  $b = 1 - i$  ,  $a = -1 - i$  في المستوي

(2) احسب العدد العقدي  $d$  الممثل للنقطة  $D$  صورة النقطة  $C$  وفق دوران مركزه  $O$  وزاويته  $(\frac{\pi}{2})$

(3) أثبت أن النقاط  $B, O, M$  تقع على استقامة واحدة

(4) احسب  $\arg \frac{c-d}{m}$  واستنتج أن  $(OM)$  و  $(DC)$  متعامدان

يتبع في الصفحة الثانية

الصفحة الثانية

التمرين الثاني : لتكن المتتاليات  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  المعرفتان وفق :

$$v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$$

$$u_n = 5 - \frac{1}{n}$$

(1) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  متزايدة

(2) أثبت أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 1}$  متناقصة

(3) هل المتتاليات  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  متجاورتان ؟ علل إجابتك .

التمرين الثالث : ليكن  $X$  متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية .

الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول  $X$  الممثل لثلاث نجاحات

$k$	0	1	2	3
$P(X = k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$		

فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي  $\frac{2}{3}$

$$P(X = 0) = \frac{1}{27} \text{ و } P(X = 1) = \frac{6}{27}$$

(1) جد  $P(X = 2)$  و  $P(X = 3)$

(2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي  $X$  ؟

(3) ما تباين المتحول العشوائي  $X$  ؟

التمرين الرابع : ليكن  $J = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x + 2} dx$  و  $I = \int_0^{\ln 2} \frac{2}{e^x + 2} dx$  والمطلوب :

(1) احسب  $J$

(2) احسب  $I + J$  ثم استنتج  $I$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = \ln(e^{-x} + 1)$

(1) جد نهاية  $f$  عند  $-\infty$  و عند  $+\infty$  هل يقبل الخط  $C$  مقاربات غير مائلة ؟

(2) أثبت أن  $f(x) = -x + \ln(e^x + 1)$

(3) أثبت أن المستقيم  $y = -x$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $-\infty$

(4) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها

(5) ارسم المقاربات وارسم الخط البياني  $C$

المسألة الثانية : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقاط  $A(1,1,0)$  و  $B(1,2,1)$  و  $C(4,0,0)$

(1) أثبت أن النقاط  $A, B, C$  ليست على استقامة واحدة

(2) أثبت أن معادلة المستوي  $(ABC)$  تعطى بالعلاقة :  $x + 3y - 3z - 4 = 0$

$$P: x + 2y - z - 4 = 0$$

$$Q: 2x + 3y - 2z - 5 = 0$$

(3) ليكن المستويان  $P$  و  $Q$  معادلتهما :

أثبت أن المستويين يتقاطعان في الفصل المشترك  $d$  الذي تمثله الوسيطى :

$$d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} : t \in R$$

(4) ماهي نقطة تقاطع المستويين  $P$  و  $Q$  و  $(ABC)$

(5) احسب بعد  $A$  عن المستقيم  $d$

انتهت الأسئلة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تأمل جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $R$  والمطلوب :

$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$				
$f(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$		
$f(x)$		$2$	$\nearrow$	$4$	$\searrow$	$-1$	$\nearrow$	$+\infty$

(1) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

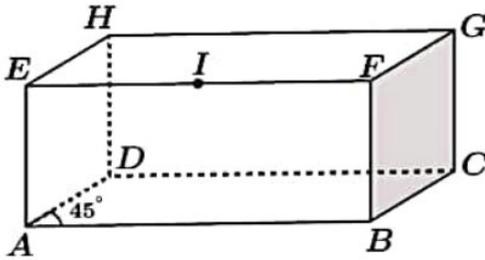
(2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع  $f$

(3) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$

(4) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع  $f$

السؤال الثاني :

$ABCD EFGH$  متوازي سطوح فيه  $AB = 2$  و  $BC = GC = 1$  وقياس الزاوية  $\widehat{DAB}$  يساوي  $45^\circ$



والنقطة  $I$  منتصف  $[EF]$  والمطلوب :

(1) احسب  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

(2) عيّن موضع النقطة  $M$  التي تحقق العلاقة :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$$

السؤال الثالث :

في إحدى مراكز الخدمة ثلاثة مهندسين وخمسة عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة .

السؤال الرابع :

$(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية أساسها  $q = 2$  وفيها  $u_0 = 1$  والمطلوب :

احسب  $u_3$  استنتج قيمة المجموع  $S = u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول :

ليكن التابع  $f$  المعرف على المجال  $]2, +\infty[$  وفق :  $f(x) = x - 4 + \sqrt{x - 2}$

(1) ادرس تغيرات التابع  $f$  على المجال  $]2, +\infty[$  ونظم جدولاً بها .

(2) أثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً

(3) اكتب معادلة المماس للخط  $C$  في النقطة التي فاصلتها 3

يتبع في الصفحة الثانية

## الصفحة الثانية

التمرين الثاني : صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً . نتأمل المتحول العشوائي  $X$  الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء

و القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء و القيمة 0 عدا ذلك المطلوب اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي  $X$  واحسب توقعه الرياضي

التمرين الثالث : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $R$  وفق :  $f(x) = e^x - 1$  المطلوب

(1) جد مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) \leq 0$

(2) احسب  $\int_0^{\ln 2} f(x) dx$

التمرين الرابع :

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نتأمل النقطتين  $B$  و  $A$  اللتين يمثلهما

على الترتيب العدديان  $Z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$  و  $Z_A = 4$  ولتكن  $I$  منتصف  $[AB]$

(1) مثل النقطتين  $B$  و  $A$  في معلم متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  واكتب  $Z_B$  بالشكل الأسّي

(2) بين طبيعة المثلث  $OAB$  وأثبت أن قياس الزاوية  $(\vec{u}, \vec{OI})$  هو  $\frac{\pi}{8}$

(3) اكتب العدد العقدي  $Z_I$  الممثل للنقطة  $I$  بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج  $\sin \frac{\pi}{8}$

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقاط :

$A(2,1,3)$        $B(1,0,-1)$        $C(4,0,0)$        $D(0,4,0)$        $E(1,-1,1)$

(1) جد  $\overline{AB}$  و  $\overline{CD}$  و  $\overline{CE}$

(2) أثبت أن النقاط  $C$  و  $D$  و  $E$  ليست واقعة على استقامة واحدة

(3) أثبت أن  $(AB)$  يعامد المستوي  $(CDE)$

(4) اكتب معادلة المستوي  $(CDE)$

(5) احسب بعد  $B$  عن المستوي  $(CDE)$

(6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها  $B$  وتمس المستوي  $(CDE)$

المسألة الثانية :

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = x^2 - \ln x$  المطلوب :

(1) جد نهاية التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه

(2) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها .

(3) اكتب معادلة المماس  $T$  للخط البياني  $C$  في نقطة منه فاصلتها  $x = 1$

(4) في معلم متجانس ارسم المماس  $T$  والخط البياني  $C$

(5) احسب مساحة السطح المحصور بين  $C$  ومحور الفواصل والمستقيمين  $x = 1$  و  $x = e$

(6) نعرف المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  حيث :  $u_n = n^2 - \ln(n)$  أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  متزايدة

انتهت الأسئلة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : نجد جانباً جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $R$  خطه البياني  $C$

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$			
$\dot{f}(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$		
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-2$	$\nearrow$	$4$	$\searrow$	$3$

(1) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني  $C$

(3) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع  $f$

(4) احسب  $f( ]-1, 2[ )$

السؤال الثاني : عين الحد المستقل عن  $x$  في منشور  $(x + \frac{1}{x^2})^6$

السؤال الثالث : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R^*$  وفق :  $f(x) = x + 3 - \frac{1}{x^2}$

المطلوب : أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x + 3$  مقارب للخط  $C$  في جوار  $+\infty$

ثم ادرس الوضع النسبي للخط  $C$  والمستقيم  $\Delta$

السؤال الرابع : في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نتأمل النقطتين  $A(1,0,1)$  و  $B(0,1,1)$

(1) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم  $d$  المار من  $A$  ويقبل شعاع توجيه له  $\vec{u}(2,2,1)$

(2) أثبت أن المستقيمين  $(AB)$  و  $d$  متعامدان

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق :  $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$  المطلوب

(1) أثبت أن المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$  متزايدة تماماً

(2) أثبت أن  $S_n$  تكتب بالشكل  $S_n = \frac{1}{2} \left( 3 - \frac{1}{3^n} \right)$

ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$  وبين أنها متقاربة

التمرين الثاني : يحتوي صندوق على خمس كرات ، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 ، 1 ، 2

وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0 ، 1 . نسحب عشوائياً كرتين على التوالي دون إعادة من الصندوق

(1) الحدث  $A$  : الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته ، احسب  $P(A)$

(2) نعرف متحولاً عشوائياً  $X$  يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين

عين مجموعة قيم المتحول العشوائي  $X$  واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، ثم احسب توقعه الرياضي .

يتبع في الصفحة الثانية ...

الصفحة الثانية

التمرين الثالث : ليكن التابع  $f$  المعرف على  $]e^{-1}, +\infty[$  وفق العلاقة :  $f(x) = \frac{2+\ln x}{1+\ln x}$  المطلوب

(1) جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم أعط عدداً حقيقياً  $A$  يحقق الشرط إذا كانت  $x > A$  كان  $f(x)$  في المجال  $]0.9, 1.1[$

(2) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$

التمرين الرابع : لتكن النقطتان  $A$  و  $B$  اللتان تمثلهما الأعداد العقدية :  $Z_A = -1 + i$  و  $Z_B = -3i$  وليكن  $P(Z) = Z^2 + (1 + 2i)Z + 3 + 3i$  والمطلوب :

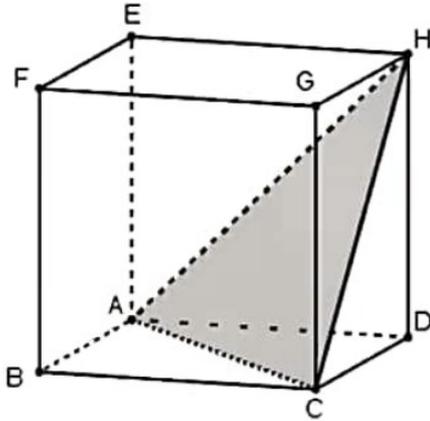
(1) أثبت أن  $Z_A$  حلاً للمعادلة  $P(Z) = 0$  ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة

(2) جد العدد العقدي  $Z'$  الممثل للنقطة  $A'$  صورة النقطة  $A$  وفق دوران مركزه  $B$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$

(3) اكتب  $Z_A$  بالشكل الأسّي

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس  $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$  المكعب  $ABCDEFGH$



(1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط

$A, C, H, F, D$

(2) اكتب معادلة المستوى  $(ACH)$

(3) أثبت أن المستوى  $P$  الذي معادلته

$$P: -2x + 2y - 2z + 1 = 0$$

يوازي المستوى  $(ACH)$

(4) بفرض  $I$  مركز ثقل المثلث  $(ACH)$  أثبت أن

$D$  و  $I$  و  $F$  على استقامة واحدة

(5) اكتب معادلة الكرة  $S$  التي مركزها  $\Omega(1, -1, 1)$  ونصف قطرها  $R = \sqrt{3}$

وبيّن أن المستوى  $(ACH)$  يمس الكرة  $S$

المسألة الثانية : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{4}{1+e^x}$  والمطلوب :

(1) جد نهاية التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه و اكتب معادلة كل مقارب وجدته .

(2) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها .

(3) جد معادلة للمماس  $T$  للخط البياني  $C$  عند النقطة  $(0, 2)$  و ادرس الوضع النسبي لـ  $C$  و  $T$

(4) في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس  $T$  والخط البياني  $C$

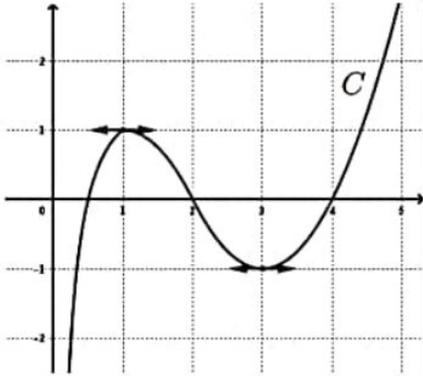
(5) ليكن  $C'$  الخط البياني للتابع  $g$  المعرف على  $R$  وفق  $g(x) = \frac{4e^x}{1+e^x}$

استنتج الخط البياني  $C'$  للتابع  $g$

انتهت الأسئلة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : في الشكل المرسوم جانباً ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  المطلوب :



(1) جد  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) دل على القيم الحدية مبيناً نوعها

(3) جد طول المتراحة  $f'(x) \leq 0$

(4) جد  $f([1,3])$

السؤال الثاني : عيّن قيم العدد  $n$  التي تحقق العلاقة :  $\binom{15}{2n} = \binom{15}{n+3}$

السؤال الثالث : ليكن  $f$  التابع المعرفة على  $R$  وفق :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \sin x}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} & : x \neq 0 \\ m & : x = 0 \end{cases}$$

(1) جد نهاية التابع  $f$  عند الصفر

(2) عيّن قيمة العدد  $m$  ليكون  $f$  مستمراً عند الصفر .

السؤال الرابع : نتأمل في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  . النقطتين  $A(2,1,-2)$  و  $B(-1,2,1)$

والمستوي  $P: 3x - y - 3z - 8 = 0$

(1) أثبت أنّ المستقيم  $(AB)$  يعامد المستوي  $P$

(2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(AB)$  ، ثم عيّن إحداثيات النقطة  $A'$  المسقط القائم للنقطة  $A$  على  $P$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  وفق :

$$f(x) = ax + b - \frac{\ln x}{x}$$

(1) عيّن العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  إذا علمت أنّ المماس للخط  $C$  في النقطة  $A(1,0)$  يوازي

المستقيم  $d$  الذي معادلته :  $y = 3x$

(2) من أجل  $a = 4$  و  $b = -4$  أثبت أنّ المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = 4x - 4$

مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$  ثم أدرس الوضع النسبي بين  $C$  و  $\Delta$

يتبع في الصفحة الثانية

## الصفحة الثانية

التمرين الثاني : نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي تمثلها الأعداد العقدية :  $a = 6 - i$  ,  $b = -6 + 3i$  ,  $c = -18 + 7i$  بالترتيب والمطلوب

(1) احسب العدد  $\frac{b-a}{c-a}$  واستنتج أن النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  تقع على استقامة واحدة

(2) بفرض  $d = 1 + 6i$  العدد العقدي الممثل للنقطة  $D$  صورة  $A$  وفق دوران مركزه  $O$  وزاويته  $\theta$  احسب  $\theta$

(3) جد العدد العقدي  $n$  الممثل للنقطة  $N$  ليكون الرباعي  $OAND$  مربع

التمرين الثالث : لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق :  $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$  المطلوب :

(1) ادرس اطراف المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$

(2) أثبت أن العدد 2 راجح على  $(u_n)_{n \geq 0}$

(3) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  ثم جد عدداً طبيعياً  $n_0$  يحقق أياً كان  $n > n_0$  كان  $u_n$  في المجال  $]1.9, 2.1[$

التمرين الرابع : صندوق يحتوي على خمس كرات منها كرتان حمراوان وثلاث كرات زرقاء

نكرر عملية سحب عشوائياً لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته

ليكن  $X$  المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة

عين مجموعة القيم التي يأخذها  $X$  واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول  $X$  واحسب توقعه الرياضي

ثالثاً - حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقطة  $A(1,2,0)$  والمستويات :

$$P: 2x - y + 2z - 2 = 0$$

$$Q: x + y + z - 1 = 0$$

$$R: x - z - 1 = 0$$

(1) أثبت أن المستويين  $P$  و  $Q$  متقاطعان بفصل مشترك  $\Delta$  ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له

(2) تحقق أن المستوي  $R$  يعامد  $\Delta$  ويمر بالنقطة  $A$

(3) أثبت أن المستويات  $P$  و  $Q$  و  $R$  تتقاطع في نقطة  $I$  يطلب تعيين إحداثياتها

(4) استنتج بعد النقطة  $A$  عن المستقيم  $\Delta$

المسألة الثانية : ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{2x}{e^x}$  والمطلوب :

(1) جد نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي

(2) ادرس تغيرات التابع  $f$

(3) في معلم متجانس ارسم الخط  $C$

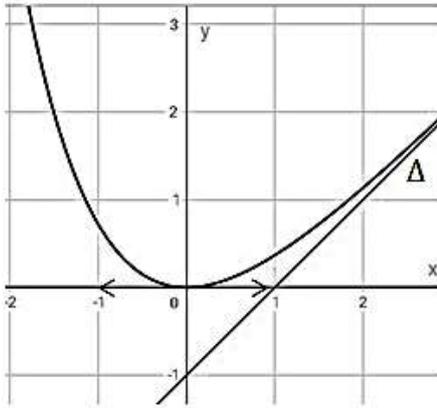
(4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط  $C$  ومحوري الإحداثيات والمستقيم  $x = 1$

(5) استنتج رسم الخط  $C_1$  للتابع  $g$  وفق :  $g(x) = 2xe^x$

(6) أثبت أن  $f(x)$  هو حل للمعادلة التفاضلية :  $y' + y = 2e^{-x}$

انتهت الأسئلة

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: نتأمل جانباً الخط البياني  $C$  للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  ،

و المستقيم  $\Delta$  مقارب مائل ل  $C$  و المطلوب :

١- جد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

٢- اكتب معادلة المستقيم  $\Delta$  .

٣- جد  $f(0)$  ،  $f'(0)$  .

٤- جد حلول المتراجحة  $f'(x) < 0$  .

السؤال الثاني: نتأمل المستويين  $p_1: 2x - y + z + 1 = 0$  ،  $p_2: x + y - z = 0$  و المطلوب :

١- تبيّن أنّ المستويين متعامدان .

٢- اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك .

السؤال الثالث: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث

خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أيّاً من القيم :  $0, 1, 2, 3, 4, 5$

١- ما هو عدد الرمّازات التي تصلح للقفل ؟

٢- ما هو عدد الرمّازات التي تصلح للقفل المكوّنة من خانات مختلفة مثلي مثلي ؟

السؤال الرابع: أثبت أنّ :  $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$  أيّاً كان  $x > -1$  .

السؤال الخامس: ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق :  $f(x) = x - E(x)$  . المطلوب :

١- اكتب  $f(x)$  بصيغة مستقلة عن  $E(x)$  على المجال  $[0, 2[$  . ٢- جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2}$  .

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

نتأمل المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة التدرجية :  $u_0 = 3$  ،  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$  عند كل  $n \geq 0$  و المطلوب :

١- أثبت أنّ التابع  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$  متزايد على المجال  $[2, +\infty[$  .

٢- أثبت بالتدرّج أنّ  $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$  أيّاً كان العدد الطبيعي  $n$  .

٣- استنتج أنّ المتتالية متقاربة ، و احسب نهايتها .

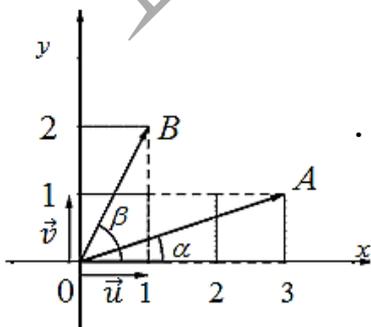
التمرين الثاني :

نتأمل في المستوي العقدي المزوّد بالمعلم المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  :

بفرض أنّ  $\alpha$  القياس الأساسي للزاوية  $(\vec{u}, \overrightarrow{OA})$  و  $\beta$  القياس الأساسي للزاوية  $(\vec{u}, \overrightarrow{OB})$  .

١- اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين  $Z_A$  و  $Z_B$  اللذين يمثّلان النقطتين  $A$  و  $B$  .

٢- اكتب العدد العقدي  $\frac{Z_B}{Z_A}$  بالشكلين الجبري و الأسّي ، ثم استنتج قيمة  $\beta - \alpha$  .



التمرين الثالث :  $f$  هو التابع المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق :  $f(0) = 0$  و  $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$  في حالة  $x \neq 0$ . المطلوب :

١- أثبت أن  $f$  اشتقاقي عند  $x=0$ .

٢- احسب  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}^*$ .

٣- جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

التمرين الرابع :

في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لتكن النقاط  $A(1,0,0), B(4,3,-3), C(-1,1,2), D(0,0,1)$ . المطلوب :

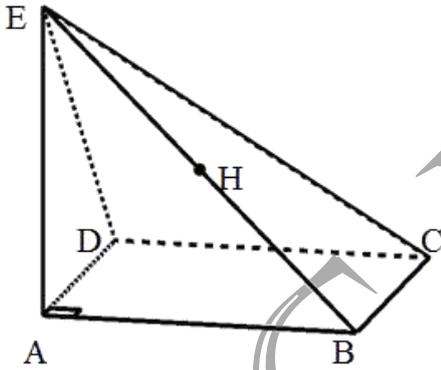
١- أثبت أن  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  غير مرتبطين خطياً.

٢- أثبت أن الأشعة  $\vec{AD}$  و  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  مرتبطة خطياً.

٣- استنتج أن النقطة  $D$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة  $(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma)$  حيث أن  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$

أعداد حقيقية يُطلب تعيينها.

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : ( 100 درجة لكل مسألة )



المسألة الأولى: (EABCD) هرم رباعي رأسه E ، قاعدته مربع طول ضلعه 3 ،

[AE] عمودي على المستوي (ABCD) و  $EA = 3$ .

نختار المعلم المتجانس  $(A; \frac{1}{3}\vec{AB}, \frac{1}{3}\vec{AD}, \frac{1}{3}\vec{AE})$  و المطلوب :

١- عيّن إحداثيات  $A, B, C, D, E$ .

٢- جد معادلة المستوي (EBC).

٣- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A و يعامد المستوي (EBC).

٤- استنتج أن H منتصف [EB] هي المسقط القائم ل A على المستوي (EBC).

٥- احسب حجم رباعي الوجوه (AEBC).

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على المجال  $]-2, 2[$  وفق :  $f(x) = \ln \left( \frac{x+2}{2-x} \right)$  و المطلوب :

١- أثبت أن  $f$  تابع فردي .

٢- ادرس تغيرات التابع  $f$  على المجال  $]0, 2[$ .

٣- اكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها  $x = 0$  ، و احسب القيمة التقريبية للتابع  $f$  عند النقطة التي

فاصلتها  $x = 0.1$ .

٤- في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .

٥- استنتج رسم الخط البياني C' للتابع  $g(x) = \ln(2-x) - \ln(x+2)$  على المجال  $]-2, 2[$ .

-انتهت الأسئلة-

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  ،

$x$	$-\infty$	0	4	$+\infty$
$f'(x)$	-		+ 0 -	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 2 $\nearrow$	6 $\searrow$	$-\infty$

خطه البياني  $C$  ، المطلوب :

1- جد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

2- دل على القيم الحدية للتابع  $f$  مبيئاً نوعها .

3- ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$  ؟

4- جد حلول المتراجحة  $f'(x) > 0$  .

السؤال الثاني:

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 1, 2, 3, 4, 5، نسحب من الصندوق كرتين على التوالي مع الإعادة .

و المطلوب : 1- كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب ؟

2- كم عدد النتائج المختلفة و التي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي ؟

السؤال الثالث :

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق :  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$  . المطلوب :

1- أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = 2x$  مقارب مائل للخط البياني  $C$  في جوار  $+\infty$  .

2- ادرس الوضع النسبي بين  $C$  و  $\Delta$  .

السؤال الرابع :

نتأمل في معلم متجانس  $(0; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  المستوي  $P: 2x + y - 3z + 2 = 0$  و النقطة  $A(1, 1, -2)$  . المطلوب :

1- أثبت أن النقطة  $A$  لا تنتمي إلى المستوي  $P$  .

2- اكتب معادلة للمستوي  $Q$  المار من  $A$  و الموازي للمستوي  $P$  .

السؤال الخامس : نتأمل التابع  $f$  المعرف على  $[0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = x - \sin x$  . المطلوب :

1- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  . 2- أثبت أن التابع  $f$  متزايد .

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن العدد العقدي  $w = \frac{-\sqrt{2}}{1+i} e^{i\frac{\pi}{3}}$  . المطلوب :

1- بين أن  $|w| = 1$  ثم اكتب العدد  $w$  بالشكل الأسّي .

2- ليكن  $Z$  عدد عقدي ما ، أثبت أن  $Z = \frac{z - \bar{z}w}{1-w}$  عدد حقيقي .

التمرين الثاني : ليكن  $f$  التابع المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق :  $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$  . المطلوب :

1- عيّن التابع المشتق  $f'$  للتابع  $f$  .

2- نرسم بالرمز  $g$  إلى التابع المعرف على  $J = ]1, +\infty[$  وفق :  $g(x) = f(\sqrt{x})$  ، أثبت أن اشتقاقي على  $J$  ،

ثم احسب  $g'(x)$  على  $J$  .

التمرين الثالث : المستقيمان  $d$  و  $d'$  معرّفان وسيطياً وفق :

$$d': \begin{cases} x = 2s - 1 \\ y = s - 2 \\ z = 3s - 2 \end{cases} ; s \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad d: \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 2t + 1 \\ z = -t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

المطلوب : ١- أثبت أن  $d$  و  $d'$  متقاطعان ، ثم عيّن إحداثيات  $I$  نقطة التقاطع .

٢- جد معادلة للمستوي المحدّد بالمستقيمين  $d$  و  $d'$  .

التمرين الرابع :

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  المعرفة وفق :  $u_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + \frac{3}{e^3} + \dots + \frac{n}{e^n}$  . المطلوب :

١- أثبت أن  $n \leq 2^n$  أيّاً كان العدد الطبيعي  $n \geq 1$  .

٢- استنتج أن  $\frac{2}{e-2}$  عنصر راجح على المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  .

٣- أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  متقاربة .

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:  $(ABCDEFGH)$  مكعب طول حرفه 2 ،

$O$  نقطة تقاطع القطرين  $[AG]$  و  $[HB]$  .

نختار المعلم المتجانس  $(A ; \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$  و المطلوب :

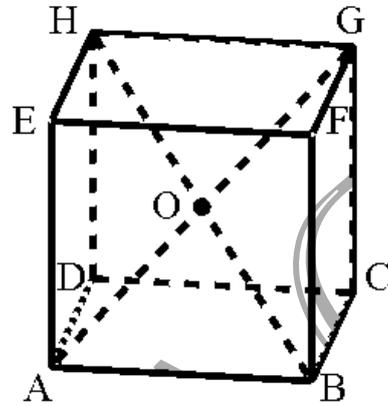
١- جد إحداثيات النقاط  $A, B, G, H, O$  .

٢- أعط معادلة للمستوي  $(GOB)$  .

٣- احسب  $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{OB}$  و استنتج  $\cos \widehat{GOB}$  .

٤- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(DC)$  .

٥- أثبت أن المستقيم  $(DC)$  يوازي المستوي  $(GOB)$  .



٦- جد الأعداد الحقيقية  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  حتى تكون النقطة  $D$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المنقلة  $(A, \alpha), (B, \beta), (C, \gamma)$  .

المسألة الثانية:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على المجال  $]0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$  و المطلوب :

١- احسب نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي .

٢- ادرس تغيّرات التابع  $f$  و نظّم جدولاً بها .

٣- أثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلاً وحيداً في المجال  $]\frac{1}{3}, \frac{1}{2}[$  .

٤- في معلم متجانس ارسم الخط البياني  $C$  .

٥- استنتج رسم الخط البياني  $C_1$  للتابع :  $g(x) = \frac{1-x+\ln x}{x}$  .

-انتهت الأسئلة-

الاسم  
الرقم:  
المدة: ثلاث ساعات  
الدرجة: ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

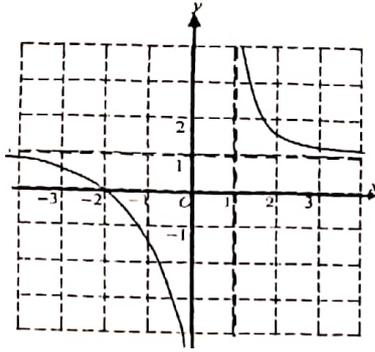
(الفرع العلمي - دورة أولى)

الرياضيات:

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمل الخط البياني  $C$  للتابع  $f$  المعرف على  $]-\infty, 0[ \cup ]1, +\infty[$ .

والمطلوب:

1) جد  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ  $C$ .

3) جد حلول المتراجحة  $f'(x) < 0$

4) جد حل المعادلة  $f(x) = 0$

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن  $x$ ) في منشور  $(x + \frac{1}{x^2})^{12}$ .

السؤال الثالث: احسب العدد:  $I = \int_0^3 (2 - |2 - x|) dx$

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، النقاط الآتية:  $A(2, 0, 1)$  ,  $B(1, -2, 1)$  ,  $C(5, 0, 5)$  ,  $D(6, 2, 5)$  والمطلوب:

1) أثبت أن  $\overline{AB}$  ,  $\overline{AC}$  غير مرتبطين خطياً.

2) عيّن العددين الحقيقيين  $\alpha$  ,  $\beta$  بحيث  $\overline{AD} = \alpha \overline{AB} + \beta \overline{AC}$  واستنتج أن النقاط  $A$  ,  $B$  ,  $C$  ,  $D$

تقع في مستو واحد.

السؤال الخامس:

ليكن  $f$  هو التابع المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق:  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x - 1}$  .المطلوب:

عيّن العددين الحقيقيين  $a$  ,  $b$  لتكون  $f(-1) = 0$  قيمة حدية للتابع  $f$ .

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملوثة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي.

نعرف متحولاً عشوائياً  $X$  يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. المطلوب:

1) اكتب قيم المتحول العشوائي  $X$  واحسب  $P(X = 0)$ .

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي  $X$  وتباينه.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول: لتكن لدينا المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة التدرجية:  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$  ,  $u_0 = 2$

ولنعرف المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  وفق:  $v_n = u_n + 6$ .

المطلوب:

1) أثبت أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  هندسية، عيّن أساسها واحسب  $v_0$  ، ثم اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ .

2) لنعرف المتتالية  $(w_n)_{n \geq 0}$  وفق:  $w_n = \ln(v_n)$  ، أثبت أن المتتالية  $(w_n)_{n \geq 0}$  حسابية واحسب  $w_0$  ،

ثم احسب المجموع  $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$ .

يتبع في الصفحة الثانية

الصفحة الثانية

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس  $(O, \bar{u}, \bar{v})$  نتأمل النقاط  $C, B, A$  التي تمثلها الأعداد العقدية

$$c = -4i, \quad b = -4 + 4i, \quad a = 8$$

(1) احسب العدد  $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث  $ABC$  قائم ومتساوي الساقين.

(2) جد العدد العقدي  $d$  الممثل للنقطة  $D$  صرة النقطة  $A$  وفق دوران مركزه  $O$  وزاويته  $\frac{\pi}{4}$ .

(3) جد العدد العقدي  $e$  الممثل للنقطة  $E$  ليكون الرباعي  $ACBE$  مربعاً.

التمرين الثالث:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $I = ]0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = x - 4 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

(1) أثبت أن  $f$  تابع متزايد تماماً على  $I$ ، واستنتج  $f(I)$ .

(2) أثبت أن المستقيم  $d$  الذي معادلته  $y = x - 4$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$ .

(3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني  $C$  والمستقيم  $d$ .

ثالثاً: حل المسالتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس  $(O; \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$  نتأمل النقاط:  $A(-1, 2, 3)$ ،  $B(2, 1, 1)$ ،  $C(-3, 4, -1)$ ،  $D(3, 1, 1)$ . المطلوب:

(1) جد  $\overline{AC}$  و  $\overline{AB}$ ، وبيّن أن المستقيمين  $(AC)$  و  $(AB)$  متعامدان.

(2) أثبت أن الشعاع  $\bar{n}(2, 4, 1)$  يعامد المستوي  $(ABC)$  واكتب معادلة للمستوي  $(ABC)$ .

(3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $d$  المار من النقطة  $D$  والعمودي على المستوي  $(ABC)$ .

(4) احسب بعد  $D$  عن المستوي  $(ABC)$  ثم احسب حجم الهرم  $D-ABC$ .

(5) بفرض أن  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة  $(A, 1)$ ،  $(B, -1)$ ،  $(C, 2)$  أثبت أن

المستقيمين  $(AB)$  و  $(CG)$  متوازيان.

المسألة الثانية:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$  والمطلوب:

(1) احسب نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

(2) أثبت أن  $f'(x) = (1-x^2)e^{-x}$ .

(3) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيّناً نوعها.

(4) ارسم  $C$  في معلم متجانس.

(5) استنتج رسم الخط البياني  $C_1$  للتابع  $g$  المعرفة وفق:  $g(x) = (x-1)^2 e^x$ .

(6) جد مجموعة تعريف التابع:  $h(x) = \ln(f(x))$ .

=====

- انتهت الأسئلة -

ملاحظة: يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجدول اللوغارتمية

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: عين قيمة  $n$  التي تحقق المعادلة  $P_{n,3} = 16 \binom{n+2}{2}$ .

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقطة  $A(2,1,2)$  والمستوي  $P: 2x + y - 2z - 4 = 0$ . المطلوب:

(1) احسب بعد  $A$  عن المستوي  $P$ .

(2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها  $A$  وتمس المستوي  $P$ .

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي:  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$

السؤال الرابع: تأمل جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $]0, +\infty[$  خطه البياني  $C$ . والمطلوب:

(1) جد  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  واكتب معادلة المقارب الأفقي.

(2) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$ .

(3) دلل على القيمة المحلية وربن نوعها.

(4) جد مجموعة حلول المتراجحة  $f'(x) > 0$ .

السؤال الخامس:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $]-\infty, 0[$  وفق:  $f(x) = \frac{2x^2 + \cos^2 x}{x}$ . المطلوب:

أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = 2x$  مقارب مائل لـ  $C$  في جوار  $-\infty$  وادرس الوضع النسبي بين  $C$  و  $\Delta$ .

السؤال السادس:

يحتوي صندوق على كرات حمراء وكرات بيضاء، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعف عدد الكرات البيضاء. المطلوب:

(1) تسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.

(2) تسحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي مع الإعادة، نعرّف  $X$  المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم  $X$  وجدول القانون الاحتمالي.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول :

نتأمل المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق:  $u_0 = \frac{5}{2}$  وأياً كان العدد الطبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = (u_n - 2)^2 + 2$ . المطلوب:

(1) أثبت بالتدريج أن  $2 \leq u_n \leq 3$  أيًا كان العدد الطبيعي  $n$ .

(2) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة.

(3) استنتج تقارب المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  وجد  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

التمرين الثاني: في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقاط:

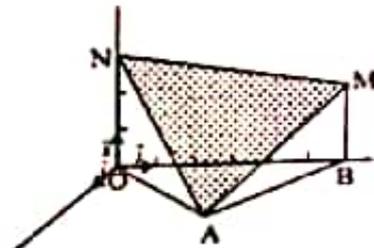
$A(1,3,0)$ ,  $B(0,6,0)$ ,  $N(0,0,3)$ ,  $M(0,6,2)$

المطلوب:

(1) اكتب معادلة للمستوي  $(AMN)$ .

(2) اكتب تعبيراً وسيطياً للمستقيم  $\Delta$  المار من  $O$  ويعامد المستوي  $(AMN)$ .

(3) أثبت أن المستوي الذي معادلته  $x - 1 = 0$  هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[BM]$ .



التعريف الثالث:

ليكن التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = (ax + b)e^{-x}$  . المطلوب:  
أولاً: احسب قيمة كل من  $a$  ,  $b$  إذا علمت أن  $f(-1) = e$  قيمة حدية للتابع.  
ثانياً: لتكن المعادلة التفاضلية  $y' + y = \lambda e^{-x}$  , عن قيمة  $\lambda$  إذا علمت أن  $f(x) = (x + 2)e^{-x}$  حلاً لها.

ثالثاً: حل المسائلين الآتيين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

أولاً: ليكن  $P(z)$  كثير حدود معزف بالمسافة  $P(z) = z^3 - 2(\alpha + i\sqrt{3})z^2 - 4(\alpha - i\sqrt{3})z + 8$  حيث  $\alpha \in \mathbb{R}$  .  
المطلوب:

- 1) احسب العدد  $\alpha$  لكي يكون  $z = 2$  حلاً للمعادلة  $P(z) = 0$  .
- 2) بغرض  $\alpha = 1$  جد كثير الحدود من الدرجة الثانية  $Q(z)$  يحقق:  $P(z) = (z - 2)Q(z)$  .  
ثم استنتج حلول المعادلة  $P(z) = 0$  .

ثانياً: لتكن  $A$  و  $B$  و  $C$  نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب:

$$a = 2, b = 1 + i\sqrt{3}, c = -1 + i\sqrt{3} \text{ . المطلوب:}$$

(a) أثبت أن:  $\frac{a-b}{c-b} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$  , واستنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .

(b) ليكن المثلث  $A'B'C'$  صورة المثلث  $ABC$  وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عن  $a'$  و  $b'$  و  $c'$  التي تمثلها  
نقاط المستوي  $A'$  ,  $B'$  ,  $C'$  على الترتيب.

المسألة الثانية:

ليكن  $C_r$  الخط البياني للتابع  $f$  المعزف على  $I = ]0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = e^{-x}(1 + \ln x)$  ، والتابع  $g$  المعزف

على  $I$  وفق:  $g(x) = \frac{1}{x} - 1 - \ln x$  . المطلوب:

- 1) ادرس تغيرات التابع  $g$  ونظم جدولاً بها.
- 2) بين أن للمعادلة  $g(x) = 0$  حلاً وحيداً  $\alpha$  , ثم تحقق أن  $\alpha = 1$  .
- 3) جد نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه.
- 4) لثبت أن:  $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$  .

(5) مستقيماً من تغيرات التابع  $g$  ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها.

(6) لي معلم متجانس لرسم الخط  $C_r$  .

- انتهت الأسئلة -

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة.