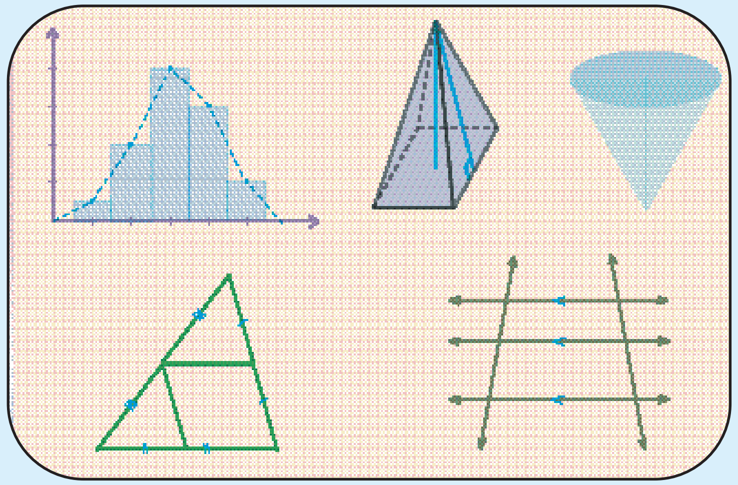
الجمهورية اليمنية
وزارة التربية والتعليم
قطاع المناهج والتوجيه
الادارة العامة للمناهج

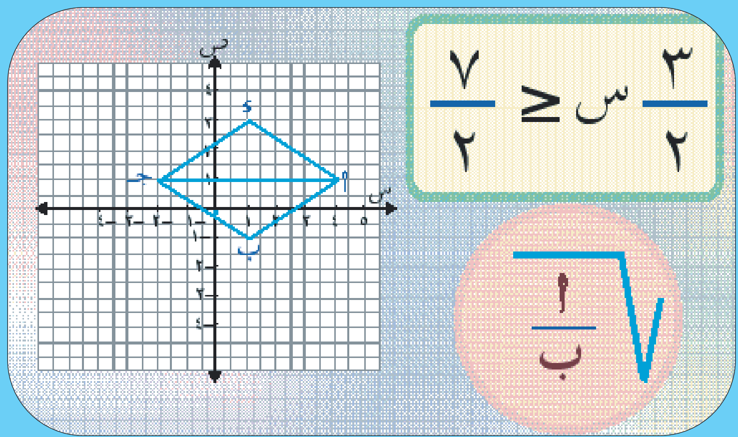
دليل المعلم

لتدريس كتاب

الرياضيات

للصف الثامن من مرحلة التعليم الأساسي





١٤٣٣هـ / ٢٠١٢م

الجمهورية اليمنية
وزارة التربية والتعليم
قطاع المناهج والتوجيه
الإدارة العامة للمناهج

دليل المعلم

لتدريس كتاب

الرياضيات

للصف الثامن من مرحلة التعليم الأساسي

التأليف

د. أمة الآله علي حمد الحوري	أ. محمد عبدالرب محمد بشر
د. ردمان محمد سعيد	د. علي شاهر نعمان القرشي
د. منصور علي صالح عطاء	د. محمد رشاد الكوري
أ. مريم عبدالجبار سلمان	أ.عبدالله سلطان عبدالغني الصلاحي
أ. محمد علي مرشد	أ. سالمين محمد باسلوم
أ.يحيى بكار مصفر	أ. ذا النون سعيد طه
أ. عبدالباري طه حيدر	أ. مصطفى عبد الواحد العبسي
أ. عبده أحمد سيف	أ. جميلة إبراهيم احمد
أ. علي عبدالواحد	أ. أحمد سالم باحويرث

إشراف/ د. شكيب محمد باجرش

الإخراج الفني

صف وتصميم وإخراج: جلال سلطان علي

أشرف على التصميم: حامد عبدالعالم الشيباني

النشيد الوطني

رددي أيتها الدنيا نشيدي | ردديه وأعيدي وأعيدي
واذكري في فرحتي كل شهيدِ | وامنحيه حُللاً مِنْ ضوءِ عيدي

رددي أيتها الدنيا نشيدي
رددي أيتها الدنيا نشيدي

وحدتي .. وحدتي .. يا نشيداً رائعاً يملأ نفسي | أنت عهدٌ عالقٌ في كل ذِمَّة
رايتي .. رايتي .. يا نسيجاً حِكْتُهُ من كل شمس | اُخْلُدِي خَافِقَةً في كل قِمَّة
أمتي .. أمتي .. اِمنحيني البأس يا مصدر بأسي | واذخُريني لَكِ يا أكرمَ أمة

عشتُ إيماني وحبِّي أُمميًا
ومسيري فوق دربي عربيا
وسيبقى نبضُ قلبي يمنيا
لن ترى الدنيا على أرضي وصيا

المصدر: قانون رقم (٣٦) لسنة ٢٠٠٦م بشأن السلام الجمهوري ونشيد الدولة الوطني للجمهورية اليمنية

أعضاء اللجنة العليا واللجنة الإشرافية للمناهج

أ.د. عبدالرزاق يحيى الأشول.
د. عبدالله عبده الحامدي.

أ/ جميل علي الخالدي. | د/ صالح ناصر الصوفي.
أ.د/ محمد عبدالله الصوفي. | د/ أحمد حسن المعمري.
أ/ عبدالكريم محمد الجنداري. | د/ عبد الوهاب عوض كويران.
د/ عبدالله علي أبو حورية. | د/ إبراهيم محمد الحوثي.
د/ عبدالله لملس. | د/ علي قاسم إسماعيل.
أ/ منصور علي مقبل. | د/ عبدالقادر محمد العلبي.
أ/ أحمد عبدالله أحمد. | أ/ محمد هادي طواف.
أ/ محمد عبدالله زبارة. | أ/ لطفية أحمد حمزة.

أ/ خالد محمد الجباري.

قررت اللجنة العليا للمناهج في اجتماعها رقم (   ) وتاريخ   /   /٢٠٠١م طباعة هذا الكتاب وتوزيعه للعام الدراسي ٢٠٠١ / ٢٠٠٢م .

الطبعة الثانية

١٤٣٣هـ / ٢٠١٢م

بسم الله الرحمن الرحيم

تقديم

ونحن نتطلع بتيقظ واهتمام إلى السنوات المقبلة – الفترة الحا سمة في مسيرة التربية والتعليم في بلادنا – والعالم يشهد تطورات علمية وتقنية، مما يفرض علينا مزيداً من الجهد؛ لإيجاد معلم قادر على العطاء، والإنجاز، متفهم لما يجري من تطوير في المناهج التعليمية ، وأساليب تنظيمها وإنتاجها ، والتعامل مع التجديدات التربوية التي تحقق وظيفية المدرسة في المجتمع ، كل ذلك يضيف أدواراً جديدة للمعلم ، مما يتطلب منه الاستعانة بعدد من الأساليب والأدوات التي تمكنه من استيعاب أدواره الجديدة .

ومن بين الأدوات التي تساعد المعلم في تطوير أدائه داخل الصف الدراسي ، والمدرسة دليل المعلم المصاحب لكتاب الطالب ، والذي يتكون من مجموعة من الأساليب التي تمكنه من إدارة التعلم المدرسي، وفهم الكتاب المدرسي كونه يرتبط به .

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة الدليل الذي بين يديك هو أحد الأدوات التي تعينك على أداء رسالتك، وعليك البحث والاطلاع على كل ما هو مفيد من المعلومات بحسب تنوع مصادر المعرفة التربوية والعلمية ، وتدريب طلابك على كيفية التعلم من الكتاب المدرسي ومن غيره من المصادر التعليمية .

بالإضافة إلى ما يتم من تطوير للمناهج والكتب الدراسية وأدلة المعلمين فإننا نؤكد العزم على إصلاح التربية والتعليم بشكل متكامل ، والذي لن يتوقف عند إصدار الكتب المدرسية، وأدلة المعلمين فقط، بل سيتعداه إلى تدريب المعلمين، وإعادة تأهيلهم ، وتحديث أنماط التوجيه والتقويم والاختبارات .

كما لاننسى الجهود الكبيرة لكل من شارك في إنجاز عملية التطوير للمناهج والكتب الدراسية ؛ فنتوجه إليهم بجزيل الشكر لما بذلوه من عمل في سبيل تجسيد أهداف المنهج وتطلعاته ؛ خدمةً وإسهاماً في بناء مستقبل أفضل لأبنائنا وبناتنا .

والله من وراء القصد ،،،

أ.د. عبدالرزاق يحيى الأشول

وزير التربية والتعليم

رئيس اللجنة العليا للمناهج

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة الدليل

عزيزنا المدرس ..

عزيزتنا المدرسة ..

إذ يسرنا أن نضع بين يديك هذا الدليل لكتاب الرياضيات للصف الثامن من التعليم الأساسي ، فإننا نرى بالضرورة أن نوصيك ببذل الجهد الكبير للاستفادة منه بمصاحبة الكتاب المدرسي .

ومن أجل أن تتحقق أهداف المادة في هذا الصف ، فإنه يجب السعي الحثيث لتقديم حصص ناجحة ، وهذه الحصص لن تتم إلاّ بتخطيط جيد وهو ما يهدف إليه هذا الدليل .

لقد جاء تطوير مناهج الرياضيات للصفوف العليا (٧ – ٩) من مرحلة التعليم الأساسي ، وفق استراتيجية تربوية شاملة وخطة واضحة المعالم ، ومن أهم معالمها إنها تعطى أهمية كبيرة لأدلة المعلمين ، وفق معايير معينة حتى يتمكن المدرس من الاستفادة منها في مجال تخطيط الدروس وتنفيذها .

وإذا كنا قد حرصنا على تقديم مادة علمية سليمة وسلسة وشيقة للطالب في الكتاب المدرسي ، فإننا حرصنا أشد الحرص على أن نقترح لك أفضل الطرق وأحسن الأساليب لتخطيط وتقديم حصص فاعلة ومثيرة ومحفزة للتعلم ..

وفي هذا الدليل ستجد في البداية مقدمات توضيحية حول الكتاب المدرسي والدليل نفسه تساعدك على فهم المنهجية التي بُني عليها وكيفية استخدامهما .

نسأل الله أن نكون قد وفقنا لإصابة أهدافنا

والله وراء القصد ،،،

المؤلفون

المحتويات

تابع المحتويات

تابع المحتويات

أهداف تدريس الرياضيات في التعليم العام

يهدف تدريس الرياضيات في نهاية التعليم العام إلى :

١ – تزويد المتعلم بالمعارف الرياضية المناسبة والتي تؤدي إلى تطوير الشخصية بصورة عامة والجانب العقلي بصورة خاصة ، كما تراعي إشباع الحاجات وتنمية التفاعل الإيجابي في المجتمع .

٢ – إكساب المتعلم القدر الكافي من التطبيقات الرياضية في مختلف المجالات الميدانية عبر مخطط منهجي يراعي فيه متطلبات مواصلة الدراسة اللاحقة .

٣ – ربط المتعلم بين القوانين والعلاقات الرياضية والاستفادة منها كلما سنحت الفرصة .

٤ – إكساب المتعلم القدرة على توظيف المعارف الرياضية في ميادين الحياة المختلفة .

٥ – قدرة المتعلم على صياغة المواقف الحياتية والعملية صياغة رياضية وتحليلها ووضع الفروض واختبارها ، واختيار المناسب منها للوصول إلى الحل .

٦ – استخلاص المتعلم نتائج من الحالات الخاصة ، وتطبيقها على حالات جديدة واستخدام الأسلوب العلمي لحل المشكلات الرياضية بطريقة موضوعية .

٧ – تقدير معقولية الجواب لدى المتعلم وتوقع الحلول المناسبة للعديد من المواقف الرياضية المرتبطة ببيئته والتحقق من صحة النتائج .

٨ – إكساب المتعلم القدرة على الملاحظة والاستقراء والدقة في التعبير .

٩ – إكساب المتعلم مهارات التفكير والإبداع والابتكار .

١٠ – إكساب المتعلم أساليب التفكير المختلفة عند حل المسائل وتطبيق القوانين والمعارف الرياضية ، مثل أسلوب التفكير الاستقرائي والاستنباطي أو التحليل وغيرها .

١١ – إدراك المتعلم أهمية الرياضيات في دراسة فروع العلوم الأخرى .

١٢ – تنمية روح البحث لدى المتعلم ومتابعة التطورات العلمية المعاصرة .

١٣ – إكساب المتعلم ميول واتجاهات إيجابية نحو الرياضيات ، وتنمية إتجاه التعلّم الذاتي .

١٤ – تنمية التذوق الجمالي والفني لدى المتعلم من خلال تناسق الرسومات والأشكال البيانية والبنى الرياضية المختلفة .

١٥ – إكساب المتعلم اتجاهات خلقية واجتماعية وعلمية سليمة مثل الدقة والترتيب والنظام والنظافة والصبر والتأني والتركيز والمتابعة والعمل الجماعي وغيرها .

١٦ – تقدير المتعلم لدور علماء الرياضيات ، خاصة العرب والمسلمين منهم في نقل وتطوير المعرفة الرياضية على مر العصور.

أهداف تدريس الرياضيات للصفوف الثلاثة الأخيرة
(٧ – ٩) من التعليم الأساسي

يهدف تدريس الرياضيات في نهاية التعليم الأساسي إلى :

١ – استيعاب المتعلم لمفاهيم المجموعات والعلاقات وإجراء العمليات عليها .

٢ – تمييز المتعلم بين مجموعة الأعداد الصحيحة والنسبية وغير النسبية ، والحقيقية ، وإجراء العمليات الحسابية عليها .

٣ – توضيح المتعلم للحدود والمقادير الجبرية ، وإجراء العمليات عليها .

٤ – تحليل المتعلم المقادير الجبرية .

٥ – حل المتعلم لمعادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى والثانية جبرياً وبيانياً .

٦ – تفسير المتعلم لبعض المفاهيم الحديثة في الهندسة مثل (التناظر ، الانعكاس ، والانسحاب) .

٧ – توضيح المتعلم لبعض المفاهيم في الهندسة التحليلية .

٨ – إكساب المتعلم المفاهيم والتعميمات الهندسية المتعلقة بالمضلعات (بشكل خاص المثلثات والرباعيات والدائرة .

٩ – برهنة المتعلم لبعض النظريات المتعلقة بالمضلعات والدائرة .

١٠ – حساب المتعلم مساحات وحجوم بعض الأشكال الهندسية .

١١ – قراءة المتعلم جداول وأشكال إحصائية وتمثيلها بيانياً .

١٢ – حساب المتعلم مقاييس النزعة المركزية .

١٣ – تقدير المتعلم لروح البحث والابتكار من خلال التطورات العلمية المعاصرة .

١٤ – تمثّل المتعلم لبعض القيم العلمية السليمة كالأمانة العلمية ، والدقة ، والنظام ، والنظافة ، والترتيب والموضوعية ، والصبر ، والتأني والتركيز والثقة بالنفس من خلال منهجية علم الرياضيات .

١٥ – إكساب المتعلم اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات ، والتعلم الذاتي .

١٦ – تذوق النواحي الجمالية والفنية لدى المتعلم من خلال تناسق الرسومات والأشكال البيانية والبُنى الرياضية المختلفة .

أهداف تدريس الرياضيات في الصف الثامن من التعليم الأساسي

يكون المتعلم بعد الانتهاء من دراسة الصف الثامن قادراً على :

١ – التمييز بين المجموعات الجزئية والكلية ، واستنتاج خواص عمليتي الاتحاد والتقاطع .

٢ – التعرف على العلاقتين الانعكاسية والتناظرية (المتماثلة) .

٣ – التعرف على مجموعة الأعداد النسبية (ن) ، والأعداد غير النسبية (نَ) .

٤ – إجراء العمليات الحسابية الأربع على الأعداد النسبية .

٥ – التفريق بين خواص جمع وضرب الأعداد النسبية (الانغلاق ، العنصر المحايد ، النظير ، وخواص الإبدال ، والتجميع ، والتوزيع) .

٦ – إيجاد الجذر التربيعي والجذر التكعيبي لأعداد نسبية .

٧ – إجراء العمليات الأربع على المقادير الجبرية .

٨ – تحليل مقداراً جبرياً باستخراج العامل المشترك .

٩ – تحليل الفرق بين مربعين .

١٠ – حل معادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى في متغير واحد على مجموعة الأعداد النسبية جبرياً وبيانياً .

١١ – حل معادلة من الدرجة الثانية ذات مجهول واحد على صورة ٲ $س^٢$ = جـ .

١٢ – التعرف على نظام الإحداثي على مستقيم أو في مستوى .

١٣ – التعرف على الانسحاب ، والتناظر المركزي (الدوران) ، ومركز الدوران (مركز التناظر) .

١٤ – برهنة بعض النظريات المتعلقة بالمثلث .

١٥ – برهنة أن متوازيي الأضلاع المرسومان على قاعدة واحدة متكافئان .

١٦ – التعرف على خواص النسبة والتناسب ونظرية طاليس ، والتعرف على التشابه .

١٧ – حساب المساحات الجانبية والكلية ، وحساب حجوم المخروط القائم ، الهرم ، والكرة .

١٨ – قراءة الجداول والأشكال البيانية ، وجدولة البيانات وتمثيلها بيانياً .

١٩ – تقدير بعض القيم العلمية كالدقة والنظام والترتيب والصبر .

٢٠ – الاستمتاع بحل المشكلات والتحقق من صحة نواتج العمليات بما يعزز الثقة بالنفس .

٢١ – تقدير دور العلماء العرب والمسلمين الذين أسهموا في تطوير علم الرياضيات .

٢٢ – تذوق النواحي الجمالية في الرياضيات من خلال تناسق الأشكال الهندسية والرسوم البيانية .

جدول توزيع الحصص على الوحدات

	عنوان الوحدة	عدد الحصص
١	المجموعات والعلاقات	١٦
٢	مجموعة الأعداد النسبية	٢٧
٣	المقادير الجبرية	٢١
٤	المعادلات والمتراجحات	١٥
٥	الهندسة التحليلية والتحويلات	١٦
٦	النسبة والتناسب	٣٠
٧	الهندسة المستوية	٢٥
٨	القياس	١٣
٩	الإحصاء	١٠

الرموز المعتمدة في كتب الرياضيات للصفوف (٧ - ٩)

$\in$ عنصر في / ينتمي إلى

$\notin$ ليس عنصراً في / لاينتمي إلى

$\subset$ مجموعة جزئية من (وأيضاً الرمز $\subseteq$)

$\not\subset$ ليست مجموعة جزئية من (وأيضاً الرمز $\nsubseteq$)

{أ ، ب ، جـ ، . . .} حاصرتا المجموعة

$\cap$ تقاطع

$\cup$ اتحاد

ϕ ، { } المجموعة الخالية (فاي)

سَ متممة المجموعة س.

س / ص = س − ص الفرق بين المجموعتين س، ص .

س × ص حاصل ضرب المجموعتين س ، ص .

ط مجموعة الأعداد الطبيعية

ص مجموعة الأعداد الصحيحة (ومنها ص$^+$ ، ص$^-$)

ك مجموعة الأعداد الكسرية (ومنها ك$^+$ ، ك$^-$)

ن مجموعة الأعداد النسبية (ومنها ن$^+$ ، ن$^-$)

ح مجموعة الأعداد الحقيقية (ومنها ح$^+$ ، ح$^-$)

[أ ، ب] الفترة المغلقة أ ، ب .

]أ ، ب[الفترة المفتوحة أ ، ب .

]أ ، ب] الفترة نصف المفتوحة من جهة أ .

[أ ، ب[الفترة نصف المفتوحة من جهة ب .

π النسبة التقريبية (باي) .

$>$ أكبر من

$<$ أصغر من

$\geq$ أكبر من أو يساوي

$\leq$ أصغر من أو يساوي

$=$ يساوي

$\nless$ ليس أصغر من

$\ngtr$ ليس أكبر من

$\neq$ لايساوي

$\parallel$ يوازي

$\nparallel$ لايوازي

$\perp$ عمودي على

$\not\perp$ ليس عمودي على

$\approx$ يساوي تقريباً

$\equiv$ يكافئ

$\sim$ يشابه

$\cong$ يطابق

$\because$ بما أن

$\therefore$ إذن

$\overline{\text{أب}}$ القطعة أ ب

$|\text{أب}|$ طول القطعة أ ب .

$\overrightarrow{\text{أب}}$ الشعاع الذي بدايته النقطة أ .

$\overleftrightarrow{\text{أب}}$ المستقيم أ ب (الذي يمر بالنقطتين أ ، ب) .

$\propto$ يتناسب

$\sum$ المجموع

Δ المثلث

$\measuredangle$أ ب جـ ، $\measuredangle$ب الزاوية أ ب جـ ، أو الزاوية التي رأسها ب .

ق ($\measuredangle$ أ ب جـ) قياس الزاوية أ ب جـ .

منهجية إعداد الكتاب المدرسي وكيفية استخدامه

عند إعداد كتب الرياضيات للصفوف العليا (٧ – ٩) من مرحلة التعليم الأساسي رأى المؤلفون تبني منهجية تواكب استراتيجية مناهج هذه الصفوف التي استندت إلى السياسة التربوية التعليمية للدولة وإلى الأسس العامة للتربية ، ومن جملة ما ارتكزت عليه منهجية التأليف مراعاة الطرق والأساليب ما ورد في وثيقة المناهج من ناحية ، وتراعي النمو العقلي والنفسي للطالب من ناحية أخرى ، وكل ذلك مبنياً على التسلسل المنطقي والعلمي للمادة التعليمية ، ولهذا ظهرت ملامح في كتب الرياضيات لهذه الصفوف ، من أهمها :

١ – الحرص على كتابة المادة التعليمية بلغة مبسطة وواضحة ، مع الاعتناء بتوحيد المصطلحات والرموز فيها ، ودعم ذلك بالرسوم التوضيحية والتسلسل المترابط ، وهذا يخدم في الوقت نفسه توليد الحافز للتعلم الذاتي إلى جانب التدريبات والأنشطة والمداخل التعليمية المناسبة .

٢ – عرض المادة من خلال مداخل وأساليب تدريسه تتفق مع تسلسل المادة ومع النمو العقلي للطالب ، وقد قل العمل بالمحسوسات وأقترب أكثر إلى العمليات التجريدية ، إذ على الطالب أن يمارس عمليات عقلية أعلى مما سبق أو بمستوى أعلى ، منها : التجريد والتعميم والتصنيف والتفسير والترجمة ، والطالب في هذه الصفوف يمتلك قدرات عقلية تساعده على استخدام أسلوبي التفكير الاستقرائي والاستنتاجي ، والطريقتين التحليلية والتركيبية .

٣ – جرت – قدر الإمكان – محاولة لتوظيف المادة التعليمية في مواقف كثيرة ، وما التدريبات العملية والأنشطة والمسائل التطبيقية إلاّ نوعاً من تطبيق مبدأ توظيف المادة التعليمية ، كما إن ذلك يتضمن بشكل أو آخر تنمية الجانب الوجداني لدى الطلبة ، إذ ينمي ذلك كثير من الميول والاتجاهات والقيم ، والجانب الوجداني يتحقق أيضاً من خلال تقديم المواضيع بشكل منسق إلى جانب عرض بعض جماليات المادة هنا وهناك .

٤ – مراعاة الفروق الفردية حيث عرضت المادة بتسلسل عبر قدر كافٍ من الأمثلة ، وتنويع في التمارين والمسائل ، وقد أخذ ذلك تدريج متصاعد في الصعوبة ، ويخدم التمارين العامة والمسائل في كل وحدة تثبيت المادة التعليمية وتهدف إلى معالجة الصعوبات والأخطاء الشائعة .

٥ – تقديم المفاهيم بشكل دقيق وربطها بالمصطلحات المناسبة ، دون مغالاة في دقتها الرياضية ولا مبالغة في تعميماتها المجردة . وقد بنيت مراحل تقديم المفاهيم عموماً على ثلاث خطوات هي :

(١) تحديد خصائصها المشتركة ، وهذه عملية التجريد .

(٢) توظيف وتطبيق هذه الخصائص على عناصر أخرى تمثل المفهوم ، وهذه عملية تجسيد وعملية تعميم .

(٣) فصل عناصر المفهوم عن غيرها لمفهوم آخر ، وهذه عملية تصنيف وتمييز ، بل عملية تعميق .

ومن ذلك تمت العناية بصياغة تعاريف لبعض المفاهيم .

٦ – معالجة البرهنة من خلال عدد من المبرهنات والتمارين المبسطة ، تمت ضمن ذلك تحدد المعطيات (المقدمات) والمطالب (النتائج) وقد أهتم في هذا المجال بتنمية أسلوب الحصول على المبرهنة وصياغتها ، وأسلوب الحصول على فكرة البرهان وعرضه .

وعُنى هنا بأساليب التفكير الاستقرائي والاستنتاجي إلى جانب الطريقتين التركيبية واالتحليلية .
والبرهنة تظهر لأول مرة في هذه الصفوف ، إلاّ إنها تسير في مراحل على النحو التالي :

(١) إعطاء الاسباب والتعليلات لبعض الخطوات ، وقد مُهّد لذلك في الصفوف السابقة ولا زال مستمراً في هذه الصفوف .

(٢) فهم البرهان والخطوات المنطقية ، ويتركز هذا في الصف السابع .

(٣) إعادة البرهان بتسلسل خطواته وتفسيرها ، وهذا مشترك في الصفين السابع والثامن .

(٤) إقامة البرهان بشكل ذاتي ، حيث يتمكن الطالب بنفسه على إقامة برهان بعض النتائج والمسائل ، ويبدأ هذا من الصف الثامن .

وفي هذا المجال لابد أن يتعرف الطالب على نموذج عرض البرهان ، وكيفية رسم الأشكال والأعمال المساعدة .

٧ – إعطاء أهمية للمهارات موازية لأهمية تقديم المفاهيم ومعالجة المبرهنات ، بحيث لايطغى واحد على الآخر ، وقد أهتم بتوفير متطلبات تكوين المهارات على النحو التالي :

(أ) القدرة على تعليل وتفسير الخطوات لأي أداء ، ويمثل ذلك الفهم .

(ب) الحصول على نتائج صحيحة ودقيقة ، ويمثل ذلك القدرة (وهي مرحلة سابقة للمهارة) .

(جـ) إنجاز العمل المطلوب بشكل صحيح وفي الوقت المحدد بالدقة المطلوبة ، ويمثل هذا اتمام المهارة .

وإذ تفسر المهارة غالباً بأداء المهام بالدقة المطلوبة في الوقت المحدد لها ؛ بمعنى آخر أن المهارة لها جانبان هما الدقة والسرعة .

العناية بالمهارات هو امتداد لما تقدم في الصفوف السابقة ، إلاّ أنه يمتد ويتوسع إلى مهارات أعلى ، وأداءات أكثر دقة ، وآليات أكثر تعقيداً أو أكثر خطوات .

٨ – الاهتمام بحل المسائل ، فهو الأداة الأساسية لتنمية أساليب التفكير عامة ، والرياضي خاصة ، ويعتبر ما سبق تقديمه في الصفوف (١–٦) من شرح وتوظيف لاستراتيجية حل المسألة هو الأساس للاستمرار في هذا المجال ، والذي قد أمتد من حل المسائل اللفظية إلى برهنة مسائل في الهندسة ، والتي تتمثل في الخطوات التالية :

(أ) حصر المعطيات .   (ب) تحديد المطلوب .

(جـ) وضع الخطة ، ويتم فيها استعادة المفاهيم والتعميمات في المسألة ، وما يمكن من مفاهيم وتعميمات تساعد على الحل ومن ذلك تحديد العلاقات المتضمنة في المسألة والعمليات اللازمة للحل ، ويشمل ذلك إعادة الصياغة والتوضيح بالأشكال التي تعكس المعطيات وتصور أي عمل مساعد .

(د) تنفيذ الحل : ويتم فيه تنفيذ خطة الحل ، ووضع الخطوات في تسلسل منطقي مع تفسيرها وتعليلها ، وتدارك الأخطاء ، إذ يمكن اكتشاف خلل في الخطة أثناء تنفيذها ، أو يمكن اختصارها أو ظهور حلول أخرى أفضل أو أوضح ، وفي نهاية هذه الخطوة تتم صياغة جملة الجواب .

(هـ) التحقق من الحل : وهو مطلب تربوي ، أكثر منه علمي ، إذ يساعد على النقد الذاتي حتى يتمكن الطالب من تلافي أخطائه بنفسه .

وإنطلاقاً مما سبق فإننا نرى أن يكون استخدام الكتاب المدرسي وفقاً لما يلي :

أ – أعد الكتاب المدرسي في الأساس لاستخدام الطالب ، إلاّ إن المدرس يجد فيه المادة التعليمية الضرورية التي تقدم للطالب ، كما يجد فيه أسلوباً لعرض هذه المادة وتسلسلها ، ونماذج لأساليب التقويم ، حيث إن الكتاب يعكس المنهاج انعكاساً تاماً . وبذلك فالكتاب المدرسي خير معين للمدرس في تخطيط وتنفيذ درسه اليومي.
وهذا لايعني أن يهمل المدرس الاستعانة بالدليل ، فالدليل مكمل للكتاب المدرسي .
كما يوصي المدرس بالمراجع الأخرى العلمية والتربوية ، والتي يمكن أن تساعده في تطوير أساليبه التدريسية وتعمق لديه المادة العلمية .

ب – يعتبر الكتاب المصدر الرئيسي للتعلم ، وقد شكل بحيث يساعد الطالب على التعلم والدراسة الذاتية ، ولذا على المدرس أن يراعي الاستعانة بالكتاب المدرسي في كل حصة دراسية ، فيعطي الطلبة تكليفات ليس فقط لحل التمارين والمسائل ، بل لمراجعة المكتوبة من حيث الشرح والتعاريف والتعميمات والأمثلة المحلولة ، كما يطلب منه أداء التدريبات والأنشطة طالما أن وقت الحصص لايستوعب ذلك ، وكل هذا يساعد على تشكيل شخصية الطالب العلمية .
وبهذا نرى أن مفهوم الكتاب المدرسي كمجموعة تمارين للطالب مفهوم خاطئ ويمارسه كثير من المدرسين دون أن يدروا .

جـ– يقدم الكتاب المدرسي للطالب نماذج مثالية للحل ، والتي على الطالب أن يتبعها ويقلدها ولذا ليس بالضرورة أن يعيد المدرس حل أمثلة الكتاب كما هي ثم يطلب نقلها إلى الكراسات ، بل عليه أن يشرح ما غمض في الكتاب وأن يقدم أمثلة أخرى مشابهة يختارها من تمارين الكتاب أو يعدها بنفسه .

ء – يقوم المدرس بتقسيم بنود كل وحدة حسب عدد الحصص المتاحة ، وبذلك يخطط لكل حصة بما يمكن أن تغطى المادة التعليمية وأمثلتها وتمارينها ، ويحد من ذلك الواجبات الصفية والمنزلية بما يخدم أهداف الحصة الدراسية . هذا كل ما يتعلق بالكتاب المدرسي منهجية واستخداماً وقد قدم بشكل مختصر وعلى المدرس التوسع في ذلك من المراجع المناسبة .

منهجية إعداد دليل المعلم وكيفية استخدامه

لقد تبنى مؤلفو أدلة المعلمين لكتب الرياضيات للصفوف (٧ – ٩) من مرحلة التعليم الأساسي منهجية تنبع من منهجية تأليف الكتب نفسها وتتواكب مع استراتيجية مناهج هذه الصفوف ، ولهذا جاءت الأدلة مكملة للكتب وتشرحها وتساعد المدرس في تخطيط وتنفيذ الحصص الدراسية بما يراعي خصوصية المواضيع ولايلغي ابداعه في سلوكه التدريسي الذي يعطي له الحق في إبراز شخصيته ويأخذ بعين الاعتبار ظروف طلبته ، ومن هنا ظهرت الملامح التالية في أدلة كتب الرياضيات للصفوف (٧ – ٩) من مرحلة التعليم الأساسي أن يأخذ بها عند استخدام الدليل :

١ – الحرص على أن تخطط جميع الوحدات ، بل وجميع الدروس ، إلاّ إنه لم يرد تفصيل بخطوات الحصص ، وبهذا حمل تشكيل كل وحدة ما يلي :

(أ) جدول بتوزيع حصص الوحدة إلى دروس حددت عدد حصصها كمقترح مناسب ، وعلى المدرس ألاّ يزيد كثير أو لاينقص كثيراً عن هذا العدد من الحصص .

(ب) أهداف الوحدة عامة ، وهو ما يخضع للقياس في اختبار الوحدة نهاية تدريسها وهذه الأهداف مشتقة من أهداف تدريس الرياضيات لهذا الصف ، كما إنها منسجمة إن لم تكن متطابقة مع وثيقة المنهاج لكل وحدة .

(جـ) مقدمة للوحدة تحتوي عامة على لمحة تاريخية ، ومفاهيم وتعميمات الوحدة وأقسامها وبعض الأخطاء الشائعة وسبل علاجها وبعض التوجيهات التدريسية العامة ، وكل ذلك يشكل خلفية علمية للمدرس فقط ، ولايجوز التطرق له مع الطلبة في الحصص الدراسية .

(د) تخطيط لكل درس ، فيه حددت أهداف للدرس ككل مع ذكر عدد الحصص ، ثم تتطرق للمحتوى إن كان جديداً مع ذكر الوسائل التعليمية إن كانت ضرورية وبعد ذلك تم التعرض لتنفيذ الدرس ، بتحديد عام لكل حصة دراسية وتوجيهات عامة لكل الحصص . جاءت بعدها إرشادات وحلول لبعض التمارين والمسائل وفكرة عن التقويم للدرس نفسه .

(هـ) تعرض في دروس التمارين العامة والمسائل لتوجيهات يُراعي المدرس من خلالها المراجعة العامة للوحدة، وتنفيذ عمل صفي ومعالجة الصعوبات والأخطاء والإعداد والتهيئة لاختبار الوحدة ، وكجزء من ذلك يكلف الطلبة بحل اختبار الوحدة الوارد في الكتاب كواجب منزلي .

(و) يعطي المدرس اختبار الوحدة المعد في الدليل ويمكنه أن يعد اختباراً آخراً وفق ذلك النموذج وبما يحقق الأهداف المرسومة ، ويستغل الحصة التالية لمراجعة هذا الاختبار ، ومعالجة الاخطاء والأهداف التي لم تتحقق بشكل أو آخر .

٢ – كل ما قدم للمدرس في الأدلة ما هو إلاّ مقترحات ، ولكنها مواكبة للمادة المعدة في الكتاب ، ولهذا على المدرس أن يكيّف هذه المقترحات للواقع التدريسي وفق ظروف الصف ، وبما يتيح له الإبداع غير الخارج عن أهداف المنهاج . ولهذا نُوصي المدرس بأن يقرأ الدليل قراءة متمعنة ، ثم يخطط كل حصة على حدة بأهدافها

وخطواتها التمهيدية والمادة التعليمية التي ربما يعد لها أمثلة جديدة من عنده ، كما يقدم لها تقويماً مناسباً يعده بنفسه .

٣ – على المدرس أن يعمل بشكل مستمر على تثبيت وتطوير المعارف والمهارات السابقة ، وأن يخطط عملاً صفياً كلما أمكن ، وخاصة في الحصص المحددة للتمارين ، كما يفضل التقويم في نهاية كل درس حتى يطمئن بأن أهدافه تتحقق أولاً بأول .

٤ – أن يستخدم الكتاب المدرسي استخداماً فاعلاً كما قد وضح ذلك في منهجية اعداد الكتب المدرسية وكيفية استخدامها ، وأن يوظفها بشكل يومي ، ولايقتصر استخدامها كما تعود كثير من المدرسين على تحديد الواجبات والتمارين .

٥ – مراعاة الفروق الفردية أمر هام ، يجب أن يعطية المدرس عناية خاصة ، وذلك بالأخذ بتسلسل المادة ، وتقديم الأمثلة المتدرجة الأقرب فهماً واستخدام الوسائل إن تطلب الأمر وإن لم تذكر في الدليل ، ويتم إعطاء الواجبات الصفية والمنزلية بشكل متدرج في الصعوبة وبحيث يحقق للطلبة المتوسطين شيئاً من تحقيق الذات، وقد يتطلب هذا الأمر من المدرس إعداد أمثلة وتمارين بنفسه وإلاّ إننا نوجه نظره أن تكون ضمن أهداف الدرس ومن ذلك مثلاً إعداد التمارين العلاجية لضعفاء الطلبة والتمارين التدريبية للمتوسطين منهم والتمارين والمسائل الإثرائية للمتقدمين .

٦ – كل ما يشار إليه من طرق لتنمية القدرات العقلية على المدرس تنفيذه بشكل أو آخر ، ولذا ربما يكلف المدرس طلابه بالمزيد من العمل خارج الصف ، مثل إنجاز بعض التدريبات أو تنفيذ بعض الأنشطة ، وبما يتيح لهم ربطاً مستمراً بالمادة مع مراعاة تطبيقاتها الهامة في الحياة .

٧ – لم يظهر حل المسألة بشكل بارز في الكتب المدرسية المعنية ، إلاّ في البرهنة ، ولهذا على المعلم ، وكلما اتيحت الفرصة ، أن يعيد ما تعلمه الطلبة في الصفوف السابقة من استراتيجية حل المسألة ، كما يربطها دائماً بالبراهين المعروضة والمطلوب القيام بها .

٨ – ينصح المدرس أن يربط طلبته بتنفيذ حلول التمارين والمسائل بقوالب وأشكال نموذجية يتبعونها دائماً مع العناية بنظافة الحل ونظامه وجمال عرضه .

الوحدة الأولى
المجموعات والعلاقات

جدول توزيع الحصص

البند	الموضوع	عدد الحصص
١–١	مراجعة	٢
١–٢	المجموعات الجزئية	٢
١–٣	المجموعة الشاملة	١
١–٤	خواص عمليتي التقاطع والاتحاد	٣
١–٥	أنواع العلاقات	٤
١–٦	تمارين ومسائل عامة	٢
١–٧	اختبار الوحدة	٢
	المجموع	١٦

أهداف الوحدة

يتوقع من الطالب بعد الانتهاء من تدريس هذه الوحدة أن يكون قادراً على أن :

١ – يذكر كل المجموعات الجزئية لمجموعة لايزيد عدد عناصرها عن ٤ عناصر .

٢ – يتعرف المجموعة الشاملة ، ويمثلها .

٣ – يحدد مجموعة شاملة لمجموعات معطاة .

٤ – يستنتج خاصية التبادل لعمليتي التقاطع والاتحاد ، ويستخدمها .

٥ – يستنتج خاصية التجميع لعمليتي التقاطع والاتحاد ، ويستخدمها .

٦ – يستنتج خاصية التوزيع لعمليتي التقاطع والاتحاد ، ويستخدمها .

٧ – يتعرف العلاقة الانعكاسية ، ويرسم مخططها السهمي .

٨ – يميز العلاقة الانعكاسية عن غيرها .

٩ – يتعرف العلاقة المتناظرة ، ويرسم مخططها السهمي .

١٠ – يميز العلاقة المتناظرة عن غيرها .

المقدمـــة

لمحــة تاريخيــة :

منذ أن أدخل العالم الألماني / جورج كانتور (١٨٤٥ – ١٩١٨م) المفهوم الرياضي للمجموعة والرياضيات في تطور مستمر ، فقد تطورت دراسة نظم الأعداد ونظرية الدوال والتحليل الرياضي بناءً على نظرية المجموعات ، كما صيغت بعض المفاهيم الكلاسيكية للرياضيات بالمفهوم المستحدث للمجموعة ، وأمكن تطور تلك المفاهيم وتعميمها ، وبذلك نستطيع القول بأن الرياضيات المعاصرة قائمة على تلك المفاهيم المبنية أسسها ومسلماتها على نظرية المجموعات .

تقسيم الوحدة :

سبق للطالب في الصف السابع دراسة المفاهيم التالية : المجموعة وطرق كتابتها ، العنصر ، الإنتماء، تساوي مجموعتين ، المجموعة الخالية ، المجموعة المنتهية ، المجموعة غير المنتهية ، تقطاع مجموعتين واتحادهما .
كما درس أيضاً المفاهيم : الزوج المرتب ، حاصل ضرب مجموعتين ، العلاقة من مجموعة إلى أخرى ، والعلاقة على مجموعة ، وفي هذه الوحدة نسعي إلى تعميق هذه المفاهيم وتنمية المهارات التي يتضمنها منهاج الصف السابع ، ومن ثم تقديم مفاهيم ومهارات جديدة .

وقد قسمت هذه الوحدة إلى ٧ دروس (بنود) تهدف إلى تعريف الطالب مفهوم المجموعة الشاملة وخواص : التبديل والتجميع والتوزيع لعمليتي التقاطع والإتحاد على المجموعات ، وكذا العلاقتين الانعكاسية والمتناظرة على مجموعة .

مفاهيم الوحدة :

المجموعة الجزئية :

– سبق وإن درس الطالب أنه : إذا كانت س محتواه في ص فإننا نسمي س مجموعة جزئية من المجموعة ص ، ويرمز لها بالرمز س □ ص .

– المجموعة الخالية (φ) هي مجموعة جزئية من أي مجموعة ، ويمكن إثبات ذلك كما يلي :

إذا كانت س أي مجموعة ، φ مجموعة خالية .

نفرض أن : φ □̸ س .

إذن يوجد على الأقل عنصراً واحد مثل ا بحيث ا ∈ φ ، ا ∉ س وهذا يخالف الفرض أن φ مجموعة خالية . إذن φ □ س .

– كل مجموعة هي مجموعة جزئية من نفسها ، يمكن إثبات ذلك لأي مجموعتين س، ص .

إذا كان كل عنصر في س ينتمي إلى ص فإن س ⊂ ص .

والعكس إذا كان س ⊂ ص فإن كل عنصر في س ينتمي إلى ص .

إذا كانت س = ص يكون :

س □ ص ، ص □ س . إذن س □ س أو ص □ ص .

∴ كل مجموعة هي مجموعة جزئية من نفسها .

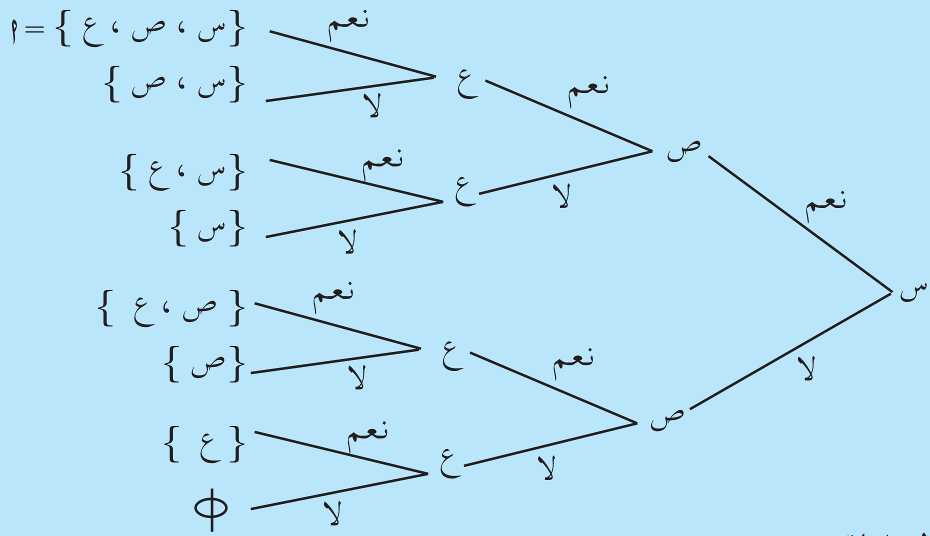
– إذا احتوت المجموعة سٍ على (ن) من العناصر فإن عدد المجموعات الجزئية لها يساوي $٢^{ن}$.

إذن عدد المجموعات الجزئية للمجموعة {س ، ص ، ع } = $٢^{ن}$ = $٢^{٣}$ = ٨ مجموعات وهي :

φ ، {س } ، {ص } ، {ع } ، {س ، ص } ، {س ، ع } ، {ص ، ع } ، {س ، ص ، ع } .

كما أن هناك طريقة لتشكيل جميع المجموعات الجزئية لها .

وهي ما تسمى بالشجرة ، ويتم فيها أخذ كل عنصر من هذه المجموعة ونتساءل فيما إذا كان هذا العنصر عنصراً في المجموعة الجزئية التي شكلناها ، ولايوجد سوى جوابين على هذا السؤال إما نعم أو لا كالتالي :



المجموعة الشاملة :

– المجموعة الشاملة لمجموعات معطاة هي المجموعة التي تحوي كل هذه المجموعات ويرمز لها بالرمز ش .

ومن أمثلة المجموعات الشاملة ما يلي :

١) مجموعة أفراد الأسرة تكون مجموعة شاملة (ش) لكل من المجموعتين التاليتين :

أ هي مجموعة أفراد الأسرة الذكور .

ب هي مجموعة أفراد الأسرة الإناث ، حيث أ ⊂ ش ، ب ⊂ ش .

٢) مجموعة الأعداد الطبيعية (ط) تكون مجموعة شاملة (ش) للمجموعتين :

ف هي مجموعة الأعداد الفردية .

ز هي مجموعة الأعداد الزوجية .

ويمكن إيجاد مجموعات تحوي (ط) فتكون مجموعات شاملة أخرى مثل :

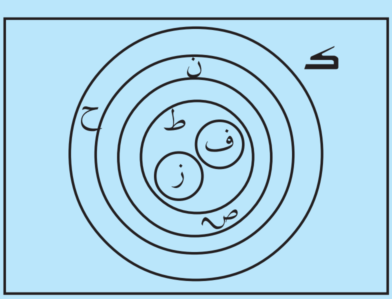
ش هي مجموعة الأعداد الصحيحة (صٍ) .

أو ش هي مجموعة الأعداد النسبية (ن) .

أو ش هي مجموعة الأعداد الحقيقية (ح) .

أو ش هي مجموعة الأعداد المركبة (ك) .

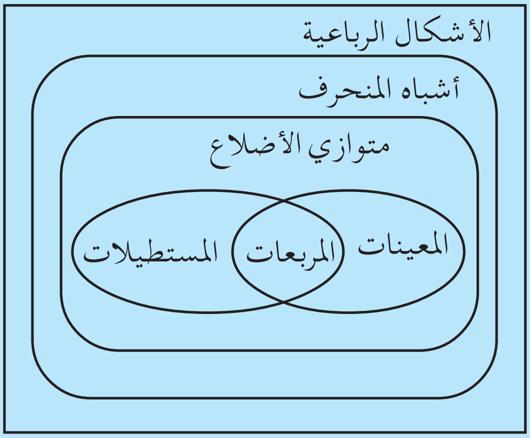
وأشكال فن المرسومة جانباً توضح ذلك .



ويلاحظ أن : ط □ صـ ، صـ □ ن ، ن □ ح ، ح □ ك ، وكذلك ط | صـ = ط ،
ط ← صـ = صـ ، صـ | ن = صـ ، صـ ← ن = ن .... الخ .
وبشكل عام : ش | س = س ، ش ← س = ش لكل س □ ش ، وبالمثل مجموعة الأشكال الرباعية تكون مجموعة شاملة للمجموعات التالية :

مجموعة المربعات
مجموعة المستطيلات
مجموعة المعينات
مجموعة متوازيات الأضلاع
مجموعة أشباه المنحرفات

- تمثل المجموعة الشاملة بمستطيل ، وتمثل المجموعات الجزئية منها بمنحيات مغلقة بسيطة داخل المستطيل .



خواص عمليتي التقاطع والاتحاد :

سبق للطالب دراسة خواص عمليتي الجمع والضرب في مجموعة الأعداد الصحيحة ويلاحظ أن هناك تشابه كبير بين جبر المجموعات وجبر الأعداد إذا ما استبدلنا العمليتين الأساسيتين الجمع (+) والضرب (X) بعمليتي الاتحاد (←) والتقاطع (|) .

الخاصية التبادلية :

لأي عددين ا ، ب ∈ صـ فإن : ا X ب = ب X ا ، ا + ب = ب + ا .
لأي مجموعتين س ، صـ فإن : س | صـ = صـ | س ، س ← صـ = صـ ← س .

الخاصية التجميعية :

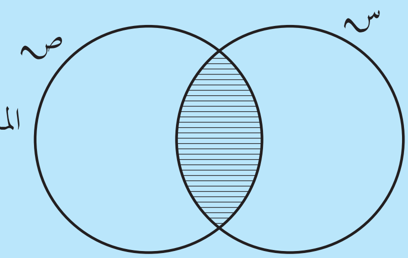
لأي ثلاثة أعداد ا ، ب ، جـ ∈ صـ فإن :
(ا X ب) X جـ = ا X (ب X جـ) ، (ا + ب) + جـ = ا + (ب + جـ) .
لأي ثلاث مجموعات س ، صـ ، ع فإن :
(س | صـ) | ع = س | (صـ | ع) ،
(س ← صـ) ← ع = س ← (صـ ← ع) .

الخاصية التوزيعية :

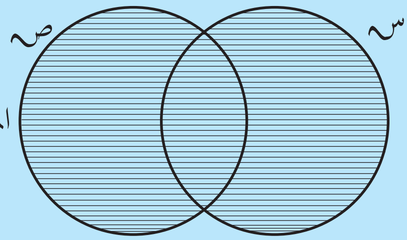
بالنسبة للأعداد يتوزع الضرب على الجمع في مجموعة الأعداد الصحيحة ، حيث لأي ا ، ب ، جـ ∈ صـ فإن : ا X (ب + جـ) = (ا X ب) + (ا X جـ) بينما عملية الجمع لاتتوزع على عملية الضرب ، أي أن :
ا + (ب X جـ) © (ا + ب) X (ا + جـ) .
وبالنسبة للمجموعات فعملية التقاطع تتوزع على عملية الإتحاد ، وعملية الاتحاد تتوزع على عملية التقاطع ، إذ لأي ثلاث مجموعات س ، صـ ، ع فإن :
س | (صـ ← ع) = (س | صـ) ← (س | ع) ،

س ← (ص | ع) = (س ← ص) | (س ← ع) .

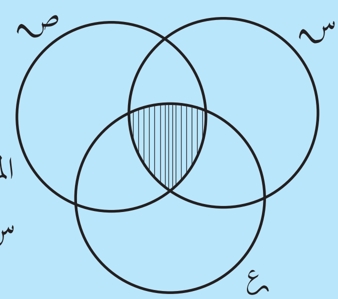
ويمكن توضيح الخواص السابقة في المجموعات بتمثيلها بأشكال فـن كما يلي :



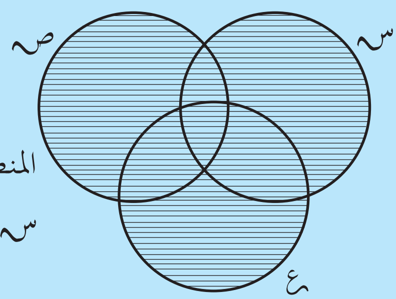
المنطقة المظللة تمثل
س | ص



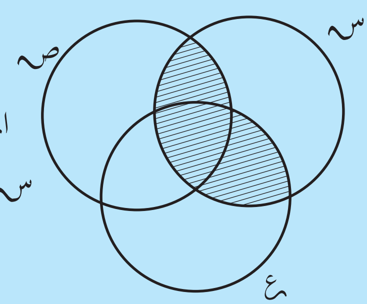
المنطقة المظللة تمثل
س ← ص



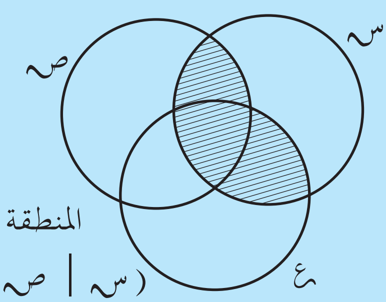
المنطقة المظللة تمثل
س | ص | ع



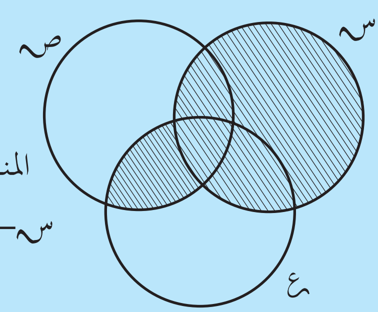
المنطقة المظللة تمثل
س ← ص ← ع



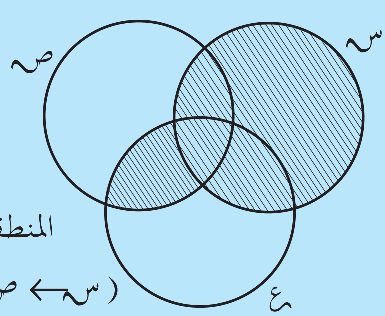
المنطقة المظللة تمثل
س | (ص ← ع)



المنطقة المظللة تمثل
(س | ص)←(س | ع)



المنطقة المظللة تمثل
س ←(ص | ع)



المنطقة المظللة تمثل
(س ← ص) | (س ← ع)

أنواع العلاقة على مجموعة :

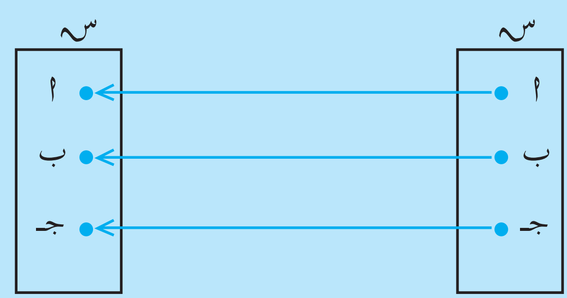
من أنواع العلاقات : العلاقات الانعكاسية ، المتناظرة ، المتعدية ، .... الخ .
وفي هذا الصف تقتصر دراستنا على العلاقتين الانعكاسية والمتناظرة .

العلاقة الانعكاسية :

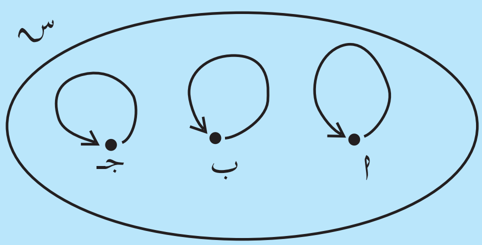
– تكون العلاقة (ع) انعكاسية على المجموعة س إذا كان لكل ا ∈ س فإن (ا ، ا) ∈ ع ، أي تكون العلاقة ع انعكاسية إذا كان كل عنصر في س يرتبط مع نفسه بالعلاقة ع .

– تكون العلاقة ع ليست انعكاسية ، إذا وجد عنصراً واحداً على الأقل ا ∈ س بحيث (ا ، ا) ∉ ع أي أن : ع تكون ليست انعكاسية إذا وجد عنصر واحد على الأقل في س لايرتبط بنفسه بالعلاقة ع .

– يمكن التعرف على العلاقة الانعكاسية على س من المخطط السهمي إذا ارتبط كل عنصر بسهم مع نفسه مثل :

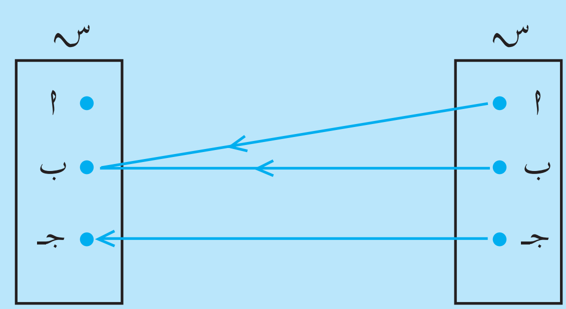


أو

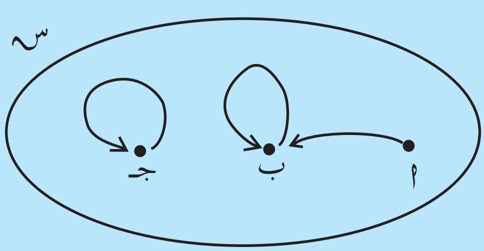


– في المخطط السهمي يمكن التعرف على العلاقة التي ليست انعكاسية على س إذا لم يكن هناك سهم يربط عنصراً واحداً من عناصر المجموعة س بنفسه .

مثل :



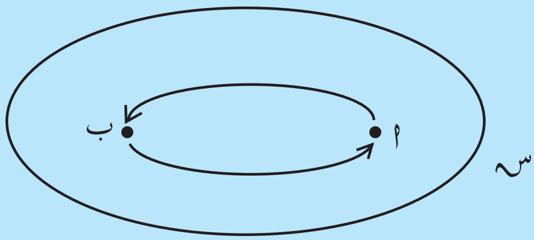
أو



العلاقة المتناظرة :

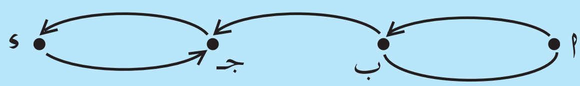
– تكون العلاقة ع المعرفة على س متناظرة (متماثلة) إذا كان (ا ، ب) ∈ ع ، فإن (ب ، ا) ∈ ع ، حيث ا ، ب ∈ س .

– يلاحظ أنه يمكن التعرف على العلاقة المتناظرة مباشرة من المخطط السهمي إذا وجُد سهم من أ إلى ب وسهم آخر من ب إلى أ .
مثل المخطط المرسوم جانباً .



– تكون العلاقة ع ليست متناظرة إذا وجد زوج واحد على الأقل (أ ، ب) ∈ ع ، ولكن (ب، أ) ∉ ع.

– يُلاحظ من المخطط السهمي التالي :
أن العلاقة ليست متناظرة فالعنصر ب يرتبط بسهم بالعنصر جـ ، ولكن جـ لايرتبط بالعنصر ب .



وتجذر الإشارة بأنه لايشترط في العلاقة المتناظرة أن تكون كل العناصر مرتبطة مع بعضها بهذه العلاقة .

– من العلاقات المألوفة لدى الطلبة والتي تظهر فيها خاصية الانعكاس بسهولة هي : « يساوي » ، « أكبر من أو يساوي » ، « أصغر من أو يساوي » ، « عامل من عوامل » ، أما العلاقات « أصغر من » ، « أكبر من » ، « يوازي » ، « عمودي على » فهي أمثلة لعلاقات غير انعكاسية .

– من أمثلة العلاقات المتناظرة : « = » ، « // » ، « ⊥ » ، ومن أمثلة العلاقات غير المتناظرة : « > » ، « < » ، « عامل من عوامل » .

١ : ١ مراجعـــــة

عدد الحصص : حصتان .

الهـــدف

يهدف هذا الدرس إلى تثبيت أهم المفاهيم والمهارات السابقة حول المجموعات .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين ، وعند التنفيذ يراعي المدرس ما يلي :

– يُذكِّـر المدرس طلابه بالمفاهيم التالية : المجموعــة – المجموعة المنتهية– المجموعة غير المنتهية– المجموعة الخالية .

– يناقش أمثلة الكتاب مع الطلبة ، ومن خلال عرضها يثبِّت ما يلي :

ﺃ – طرق كتابة المجموعة .

ب – المجموعات المنتهية والمجموعات غير المنتهية .

جـ – تمثيل المجموعة بأشكال فـن .

ﺩ – تساوي مجموعتين .

– يؤكد للطلبة عند مناقشة مثال (٢) أنه توجد أكثر من إجابة لكتابة المجموعة بذكر الصفة المميزة منها :

سـ هي مجموعة أرقام العدد ٥٤ .

أو سـ هي مجموعة أرقام العدد ٤٥ .

أو سـ هي مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين ٣ ، ٦ ... الخ .

– يكلف الطلبة بحل تمارين في الصف ، وواجب منزلي للحصة الأولى مثل رقم ٢ ، ٣ .

– يعطـى المدرس أمثلة إضافية على المفاهيـم السابقـة تحوي مجموعات عناصرها أعداد صحيحة .

في الحصة الثانية يطلب حل بعض التمارين والمسائل كواجب صفي كما يكلفهم بواجب منزلي .

– يُراعي المدرس عند عدم إتقان الطلبة لهذه المفاهيـم فيعطي حصة إضافية قبل أن ينتقل إلى الدرس القادم .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٣]صـ هي مجموعة الأعداد الطبيعية التي أكبر من ٥ .

ع هي مجموعة الأعداد الفردية المحصورة ١٤ و ٢٠

سـ هي مجموعة أحرف كلمة « اليمن » .

[٥] سـ مجموعة خالية . ع خالية .

[٦] ﺃ) منتهية ب) غير منتهية

جـ) غير منتهية ﺩ) منتهية .

[٧] ب) س = ١٠ جـ) س = ١١ .

التقـــويم

يعتبر هذا الدرس تقويماً قبلياً للوحدة ككل ، ويتم ذلك من خلال متابعة حل التدريبات داخل الفصل والواجبات المنزلية ، ولذا على المدرس أن يُراعي أن الطلبة قد وصلوا للمستوى المطلوب حتى يمكنهـم مواصلة دراسة الوحدة .

١ : ٢ المجموعات الجزئية

عدد الحصص : حصتان .

الأهـــداف

– يتعرف على أن كل مجموعـة هي مجموعـة جزئية من نفسها .

– يتعرف على أن المجموعة الخالية (ϕ) هي مجموعة جزئية من أي مجموعة .

– يوجد عدد المجموعات الجزئية لمجموعة معلـوم عـدد عناصرها .

– يوجد كل المجموعات الجزئية لمجموعة معطاة على أن لاتزيد عناصرها على أربعة عناصر .

المحتـــوى

– كل مجموعة هي مجموعة جزئية من نفسها .

– المجموعة الخالية (ϕ) هي مجموعة جزئية من أي مجموعة .

– عـدد المجموعـات الجزئية لمجموعـة عـدد عناصرهـا (ن) = ٢ ^ن^ .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين كالتالي :

الحصة الأولى : المجموعات الجزئية .

الحصة الثانية : تدريبات وتمارين .

وعند تنفيذ هذا الدرس يراعى ما يلي :

– يمهد للدرس بمراجعة مفهوم الاحتواء ، ويتوصل إلى مفهوم المجموعة الجزئية .

– يُذّكر المدرس طلابه على أن : س $\not\subset$ ص إذا وجد عنصر واحد على الأقل ينتمي إلى س ولاينتمي إلى ص .

– يشرك الطلبة في مناقشة قضية أن كل من ϕ، س مجموعة جزئية من س بحيث يمكن الطلبة من الاقتناع بأنفسهم إلى أن ϕ $\subset$ س ،س $\subset$ س ويتم ذلك من خلال تعريف المجموعة الجزئية ، وبأمثلة مختلفة من قبل المدرس أو من قبل الطلبة إضافة إلى أمثلة الكتاب . يمكن أن يطرح المدرس الأسئلة التالية :

هل يوجد عنصر ينتمي إلى ϕ ولاينتمي إلى س؟

الإجابة « لا » وعليه فإن ϕ $\subset$ س .

هل كل عنصر في س ينتمي إلى س؟ الإجابة « نعم »

∴ س $\subset$ س .

– يُفضل عند إيجاد كل المجموعات الجزئية لمجموعة معلومة نتبع الخطوات التالية :

أولاً : نحدد المجموعة الخالية .

ثانياً : إيجاد المجموعات الجزئية الأحادية .

ثالثاً : إيجاد المجموعات الثنائية . . . الخ .

ويكتفي بإيجاد المجموعات الجزئية لمجموعة معطاة عدد عناصرها لايزيد على أربعة عناصر .

– يوضح المدرس كيفية إيجاد المجموعات الثنائية للمجموعة { ا ، ب ، جـ } في مثال (٢) وحتى لاينسى الطلبة إحدى هذه المجموعات يتبع ما يلي : نكتب العنصر الأول(ا) مع العنصر التي تليها (ب أو جـ) حسب ترتيبها في المجموعة في مجموعات ثنائية فتكون { ا ، ب } ، { ا ، جـ } ، ثم نكتب العنصر الثاني (ب) مع العنصر الذي يليه (جـ) في مجموعة ثنائية فيكن { ب ، جـ } .

– يستحسن أن يتعود الطلبة على إيجاد عدد عناصر المجموعات الجزئية لمجموعة ولو شفوياً ، ثم يتم كتابة هذه المجموعات الجزئية ، مما يحصر له المجموعات الجزئية المطلوبة .

– يُذّكر الطلبة أن عدد عناصر المجموعة الخالية (ϕ) يساوي صفر ، ولهذا تكون عدد المجموعات الجزئية لها = ٢^٠^ = ١ .

– يعطي المدرس تدريبات صفية مثل التمارين ١ ، ٢ في الحصة الأولى وواجب منزلي مثل رقم ٣ ، ٤ بعد نهاية الحصة الأولى .

– يناقش المدرس بعض التمارين في الحصة الثانية بعد مناقشة الصعوبات لدى الطلبة في الواجب المنزلي من الحصة الأولى كما يعطى بعض التمارين كعمل صفي .

– يعطي في نهاية الحصة الثانية التمرين المحدد أدناه في التقويم أو ما يشابه ذلك .

–يكلف الطلبة بواجب منزلي مما تبقي من التمارين والمسائل .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٦] ا) عدد المجموعات الجزئية = ٢^٤^ = ١٦ .

ب) أي ثمان مجموعات جزئية مـن بينها ϕ تقبل كإجابة .

[٨] يذكر الطلبة بتعريف المجموعة الجزئية ، ومن خلاله يحل هذا التمرين :

ا) س = ٥ جـ) س = ١١ أو س = ١٠

ب) س = ١٥ .

التقــويم

يتم التقويم البنائي من خلال المناقشة وأداء الطلبة في حل التدريبات الصفية ، والواجب المنزلي ، وعلى المدرس إعطاء السؤال التالي نهاية الحصة الثانية كخطوة تقويم :

احسب عدد المجموعات الجزئية للمجموعة {٧ ، ٩ ، ١١} ، ثم اكتبها .

١ : ٣ المجموعة الشاملة

عدد الحصص : حصة واحدة .

الأهــداف

– يتعرف المجموعة الشاملة ، ويمثلها .

– يُعيِّن مجموعة شاملة أو أكثر لمجموعات معطاة .

المحتــوى

المجموعة الشاملة لمجموعات معطاة هي المجموعة التي تحوي كل هذه المجموعات ، ويرمز لها بالرمز شَ.

تنفيذ الدرس

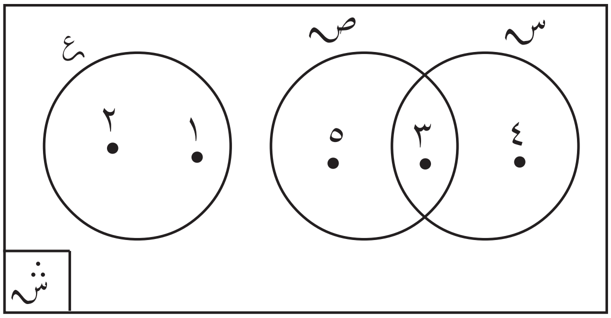
يُنفذ هذا الدرس في حصة واحدة مع مراعاة ما يلي :

– يُمهِّد للحصة بتذكير الطلبة بتعريف المجموعة الجزئية ثم يعرض التمهيد الذي في الكتاب حتى يتوصل إلى التعريف ، موضحاً ذلك بأشكال فـن .

–يُلمِّح بأن المجموعة الشاملة تسمى أيضاً المجموعة الكلية.

– يؤكد للطلبة عند مناقشة المثال أنه للبحث عن مجموعة شاملة للمجموعتين س ، ص يمكن أن يكون اتحادهما {٢ ، ٣ ، ٥} أو أي مجموعة أخرى تحويهما مع إضافة عنصر أو أكثر مثل {٢، ٣ ، ٤ ، ٥، ٦}، {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧} ...الخ؛ موضحاً ذلك بأشكال فـن وعلى هذا يكون لكل المجموعات المعطاه أكثر من مجموعة شاملة .

– يستخدم الطباشير الملوّن لرسم أشكال فـن لتوضيح مفهوم المجموعة الشاملة، ويتم ذلك من خلال تمثيلها بمستطيل يحتوي داخله المجموعات الجزئية، مثل :



– يضيف إلى مثال الكتاب لتوضيح المجموعة الشاملة ما يلي :

إذا كانت س هي مجموعة طلبة الصف الثامن لمدرستك الذين تزيد أعمارهم عن ١٣ سنة .

ص هي مجموعة طلبة الصف الثامن بمدرستك الذين يلبسون نظارات طبية .

ع هي مجموعة طلبة الصف الثامن بمدرستك الذين يلعبون كرة قدم . . . الخ .

يمكن أن نعتبر المجموعة الشاملة (شَ) هي مجموعة طلبة الصف الثامن بالمدرسة فتكون كل من س، ص ، ع ⊂ شَ .

أو شَ هي مجموعة طلبة مدرستك أو شَ هي مجموعة طلبة المدارس الأساسية بالمديرية. .الخ.

– يكلف الطلبة بحل تدريبات صفية كافية وتُعطى بقية التمارين كواجب منزلي مع ملاحظة أن حلول التمارين قد تختلف من طالب لآخر في إيجاد المجموعات الشاملة.

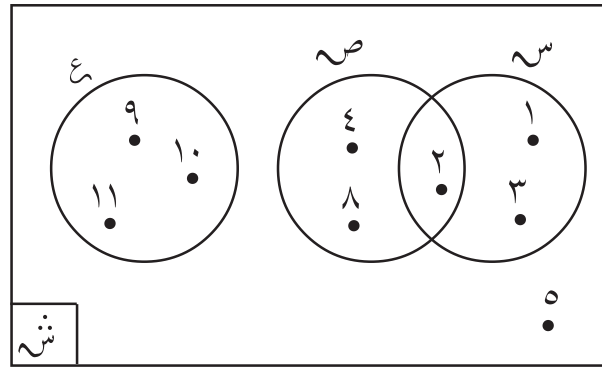
إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٢] المجموعات الشاملة للمجموعة أ={١ ، ٣ ، ٥، ٧} كثيرة مثل شَ = {١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩}

وللمجموعة ب = {النحاس ، الفضة، الذهب}

مثل شَ={النحاس ،الفضة، الذهب، الحديد} .

[٣] التمثيل بأشكال فن للمجموعات س، ص ، ع هو :



وفي هذه الحالة تكون شـ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ٥} .

التقويم

يتم التقويم بنائياً من خلال المناقشة وحل الواجبات الصفية والمنزلية .

١ : ٤ خواص عمليتي التقاطع والاتحاد

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الأهداف

– يستنتج خاصية التبادل لعمليتي التقاطع والإتحاد ، ويستخدمها .
– يستنتج خاصية التجميع لعمليتي التقاطع والإتحاد، ويستخدمها .
– يستنتج خاصية التوزيع لعمليتي التقاطع والإتحاد ، ويستخدمها .

المحتوى :

لأي ثلاث مجموعات س، ص ، ع ؛ فإن :
– س | ص = ص | س .
– س ← ص = ص ← س .
– (س | ص) | ع = س | (ص | ع).
– (س ← ص) ← ع = س ← (ص ← ع).
– س | (ص ← ع) = (س | ص) ← (س | ع).
– س ← (ص | ع) = (س ← ص) | (س ← ع).

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في ثلاث حصص كالتالي :
الحصة الأولى : خاصية التبادل للتقاطع والاتحاد .
الحصة الثانية : خاصية التجميع للتقاطع والاتحاد .
الحصة الثالثة : خاصية التوزيع للتقاطع والاتحاد .
وعلى المدرس عند تنفيذ الدرس مُراعاة ما يلي :
– يُمهِّد للحصة الأولى بمراجعة تقاطع واتحاد مجموعتين، موضحاً ذلك بأشكال فن على السبورة أو على الورق المقوى مستخدماً الألوان للتظليل حتى يتمكن الطلبة من التمييز بين التقاطع والإتحاد.
– يُذكِّر الطلبة بما درسوه من خواص الأعداد الصحيحة، كل خاصية مع ما يناظرها من خواص عمليات المجموعات .
– يعرض خاصية التبادل في المجموعات بمقارنتها بخاصية التبادل لعمليتي الجمع والضرب في الإعداد الصحيحة .
– يناقش مع الطلبة حل التدريب حتى يتوصل الاستنتاج أن : س | ص = ص | س ، س ← ص = ص ← س ، أي أن كل من الاتحاد والتقاطع يتمتع بخاصية التبادل موضحاً ذلك بأشكال فن .
– يناقش مع الطلبة المثال (١) وإن توفر الوقت يمكن أن يعطى عمل صفي يختاره المدرس بما يناسب الموضوع.
– يعطي تمارين كواجب منزلي في الحصة الأولى مثل رقم (١) أ ، ب و (٢) أ، ب .
– يُمهِّد للحصة الثانية بمراجعة حل الواجب المنزلي السابق .

– بعـد التذكيـر بخاصيـة التجميـع لعمليتي الجمـع والضرب في مجموعة الأعداد الصحيحة ، يتوصل المدرس مع طلبته إلى خاصية التجميع للتقاطع أو الاتحاد من خلال عدد كاف من الأسئلة وما يشابه أمثلة الكتاب ، وموضحاً ذلك بأشكال فَنْ .

– يتدرب الطلبة على تمثيل ثلاث مجموعات في شكل واحد باستخدام الألوان .

– يُعطى واجب صفي إن توفر الوقت كما يعطى واجب منزلي مثل تمرين (١) جـ ، ء أو رقم (٢) ء .

– يُمهِّد للحصة الثالثة بمناقشة الواجب المنزلي السابق .

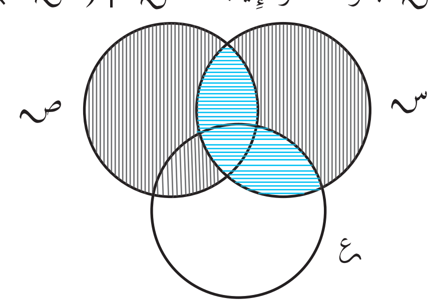
– يُذكِّر في البداية بخاصية توزيع الضرب على الجمع، وعدم إنطباق ذلك على المجموعات ، ثم يناقش مع الطلبة حل التدريب في الكتاب حتى يتوصل الاستنتاج أن :

س | (ص←ع) =(س | ص)←(س | ع) ،

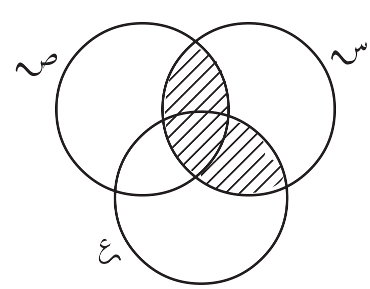
س←(ص | ع) =(س←ص) | (س←ع) ،

موضحاً ذلك بأشكال فَنْ ، مثلاً :

– يرسم أولاً المجموعات الثلاث ويظلل (ص←ع) بلون ويظلل تقاطع مجموعة الإتحاد (ص←ع) مع س بلون آخر لإيجاد س | (ص←ع).



– يرسم المجموعات الثلاث كما سبق ويظلل (س | ص)←(س | ع) بلون ، مثل :



– يقارن التظليل في الشكلين السابقين تلاحظ أن المنطقة المظللة في كل شكل هي نفسها في الشكل الآخر .

– يرسم شكلين آخرين للمجموعات الثلاث ، ثم يظلل في الأول (ص | ع) بلون ثم يظلل س←(ص | ع) بلون آخر ، ثم يظلل في الثاني (س←ص) | (س←ع) بلون ويقارن بين التظليل في الشكلين ، ويجد أن المنطقة المظللة في كل شكل هي نفسها في الشكل الآخر .

– يعطي تمارين صفية إن توفر الوقت مثل رقم (٥) مع مراعاة تنفيذ خطوة تقويم نهاية الحصة الثالثة ، كما يعطي واجب منزلي مثل رقم (٦) .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٦] بالاستفادة من خاصية التوزيع :

س←(ص | ع) =(س←ص) | (س←ع)

={ب ، جـ ، ء} | {جـ ، ء ، هـ ، و}={جـ ، ء} .

[٧] ا | (ب←جـ)=(ا | ب)←(ا | جـ).

={٢ ، ٤ ، ٧} ← {٤ ، ٦ ، ١٠}

={٢ ، ٤ ، ٦ ، ٧، ١٠}

التقـويم

يتم التقويم بنائياً من خلال المناقشة وحل التدريبات الصفية والواجب المنزلي ، كما يعطى السؤال التالي في نهاية الحصة الثالثة كخطوة تقويم :

إذا كانت س | ص = {١ ، ٢ ، ٣} ، س | ع = {٣ ، ٤} ،

استخدم خاصية التوزيع لإيجاد س | (ص←ع).

١ : ٥ أنواع العلاقات

عدد الحصص : أربع حصص .

الأهداف

– يتعرف على العلاقة الانعكاسية ، ويرسم مخططها السهمي .
– يتعرف على العلاقة المتناظرة ، ويرسم مخططها السهمي .
– يُميِّز نوع العلاقة على مجموعة (انعكاسية ، متناظرة) .
– يُكوّن علاقات على مجموعة معطاة (انعكاسية ، متناظرة) .

المحتوى

– العلاقة الانعكاسية ع على مجموعة س هي علاقة تربط كل عنصر في س بنفسه .
أي أنه : لكل ا ∈ س فإن (ا ، ا) ∈ ع .
– تكون العلاقة ع متناظرة على المجموعة س ، إذا كان : لكل (ا ،ب) ∈ ع ، فإن (ب ، ا) ∈ ع ، حيث ا ، ب ∈ س .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في أربع حصص كالتالي :
الحصة الأولى : العلاقة الانعكاسية .
الحصة الثانية : العلاقة المتناظرة .
الحصتان الثالثة والرابعة : تمارين ومسائل .
عند تنفيذ هذا الدرس تتم مُراعاة الآتي :
– بعد مناقشة التمهيد الذي في كتاب الطالب يتم الانتقال تدريجياً من الواقع إلى المجرد حتى يتوصل المدرس مع الطلاب إلى مفهوم العلاقة الانعكاسية على مجموعة ، كما هو مقدم في الكتاب المدرسي ، كما يمكن تقديم التعريف التالي شرحاً وتوضيحاً :
« تكون العلاقة ع انعكاسية على المجموعة س إذا كان لكل ا ∈ س فإن (ا ، ا) ∈ ع » .
– يناقش المدرس أمثلة على العلاقات المألوفة لدى الطلبة والتي تمثل علاقات انعكاسية ، مثل :
* « علاقة يساوي » على مجموعة أعداد ، حيث كل عدد يساوي نفسه .
* علاقة « أصغر من أو يساوي » ، حيث كل عدد أصغر أو يساوي نفسه .
* علاقة عامل من عوامل العدد » ما عدا (الصفر) ، حيث كل عدد يقسم نفسه .
* علاقة « مجموعة جزئية » ، حيث كل مجموعة هي مجموعة جزئية من نفسها .
– وتكون العلاقة ع ليست انعكاسية إذا وجد عنصر واحد على الأقل ينتمي إلى المجموعة س وفي الوقت نفسه لا يرتبط بنفسه، أي أن ا ∈ س، (ا ، ا) ∉ ع.
– يوضح المدرس أنه من خلال المخطط السهمي للعلاقة الانعكاسية يسهل التعرف على هذه الخاصية بشكل واضح وذلك من خلال ملاحظة وجود عروة عند كل نقطة من النقاط التي تمثل عناصر المجموعة أي ينطلق سهم من كل عنصر ويعود إلى نفسه .
مثلاً : إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، وكانت ع = {(١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٣) ، (٢ ، ١) } ، فإن ع علاقة انعكاسية لأن (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ∈ ع .

المخطط السهمي للعلاقة ع .

تلاحظ وجود عروة عند كل النقاط التي تمثل العناصر ١ ، ٢ ، ٣ ، أي ينطلق سهم من كل عنصر (١ ، ٢ ، ٣) ويعود إلى نفسه .

وفي حالة إن العلاقة ع ليست انعكاسية لاتوجد عروة عند عنصر واحد على الأقل من عناصر المجموعة في المخطط السهمي .

– قد يُخطئ بعض الطلاب في اعتبار العلاقة ع = {(١ ، ١)} المعرفة على المجموعة س = {١ ، ٣ ، ٥} علاقة انعكاسية لمجرد رؤية الزوج المرتب (١ ، ١) بالرغم من عدم وجود باقي الأزواج (٣ ، ٣) ، (٥ ، ٥) ؛ لذلك وجب تنبيه الطلبة إلى ضرورة مراعاة الدقة في تطبيق تعريف العلاقة التي تعني كل عنصر أ ينتمي إلى س يكون (أ ، أ) ∈ ع ، وليس لمجرد وجود عنصر واحد أو بعض العناصر التي تنتمي إلى س .

– بعد تقديم مفهوم الانعكاس اطلب من طلابك رسم مخططات سهمية لعلاقات انعكاسية وساعدهم في التوصل إلى التعميم الخاص بتمييز العلاقة الانعكاسية من خلال المخطط السهمي .

– يوضح المدرس علاقة التناظر بمواقف حياتية مثل علاقة « أخ أو أخت » بالنسبة للأسرة ، ويوضح ذلك من خلال المخططات السهمية ليتوصل معهم بالتعبير عن مفهوم العلاقة المتناظرة إلى أنه « كلما ارتبط سهم من أ إلى ب ارتبط أيضاً سهم آخر من ب إلى أ» .

– يعطي المدرس طلبته فرصة لمناقشة نوع علاقة (التوازي ، التعامد) على مجموعة مستقيمات في المستوى من جهة ، وعلاقة « أكبر من ، أصغر من » على مجموعة أعداد من جهة أخرى حتى تتضح لهم المواقف المختلفة التي تميز العلاقات المتناظرة عن التي ليست متناظرة .

وبمناقشة هذه المواقف والأمثلة الواردة في الكتاب المدرسي يتوصل المدرس مع طلابه إلى مفهوم أكثر عمقاً للعلاقة المتناظرة ، ويقودهم إلى الكشف عن التعميم الخاص بتمييز علاقة التناظر من خلال المخطط السهمي وهو :

« لكل أ ، ب ∈ س ، إذا كان (أ ، ب) ∈ ع ، فإن (ب ، أ) ∈ ع .

– من المهم أن نؤكد هنا أنه في حالة وجود (أ ، ب) ∈ ع ، فإنه يجب التأكد من أن (ب ، أ) ∈ ع . أمّا إذا لم نجد (أ ، ب) ∈ ع من الأصل فلا داعي للبحث عن (ب ، أ) . أمّا العلاقة ع = {(٤ ، ٤)} المعرفة على المجموعة س = {٤ ، ٥ ، ٦} فتكون متناظرة لتساوي المسقطين في الزوج المرتب للعلاقة ع .

– يمكن للمدرس الرجوع إلى مقدمة الوحدة لمزيد من التوضيح حول هاتين العلاقتين (الانعكاس ، التناظر) .

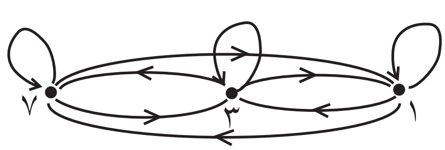
– في الحصة الأولى يحاول المدرس أن يعطي تدريبات صفية وتمارين كواجبات منزلية من التمارين والمسائل التي تخص علاقة الانعكاس أمّا في بقية الحصص فتعطى الواجبات الصفية والواجبات المنزلية من بقية التمارين والمسائل ، بحيث تغطى كلتي العلاقتين .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

٣ . ع$_{٢}$ انعكاسية ومتناظرة .

٧ . أ) ع$_{٢}$ = {(١ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٧ ، ٧) ، (١ ، ٣) ، (٣ ، ١) ، (١ ، ٧) ، (٧ ، ١) ، (٣ ، ٧) ، (٧ ، ٣)} .

ب)



جـ) انعكاسية ومتناظرة .

التقــويم

من خلال حل التدريبات الصفية والواجبات المنزلية والمناقشات في الصف يستطيع المدرس أن يكوّن تقويماً بنائياً لطلابه .

وفي نهاية الحصة الرابعة يمكن أن يعطي المدرس التمرين التالي كخطوة تقويم على الدرس :

بيـّن نــوع العلاقتـين التاليتـين (انعكاسية ، متناظرة) على المجموعة ك = {٢ ، ٣ ، ٥} ، مع ذكر السبب :

$ع_1$={(٢، ٢)،(٢، ٥)،(٣ ، ٣)،(٢، ٣)،(٥، ٥)}،

$ع_2$={(٢، ٢)،(٣، ٥)،(٣ ، ٣)،(٥، ٣)،(٥، ٥)}.

١ : ٦ تماريـن ومســائل عامـة

عدد الحصص : حصتان .

الهــدف

يهدف هذا الدرس إلى تثبيت وتعميق المفاهيم والتعميـمات وتطوير المهارات المحددة فــي هــذه الوحـدة.

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين ، ويُراعي المدرس النقاط التالية :

– تتم مراجعة المجموعات الجزئية من مجموعة ، وتعريف المجموعة الشاملة،وخواص عمليتي التقاطع والاتحاد، وذلك من خلال مثال أو مثالين لكل مفهوم ليستطيع من خلالهما تعميق وتثبيت هذه المفاهيم .

– يمكن أن يناقــش المدرس التدريب التالي مـع طلابه حول أنواع العلاقات(انعكاسية، ومتناظرة)على مجموعة :

* يكتب مجموعة أعداد على السبورة .
* يكتب أمثلة لعلاقات على هذه المجموعة .
* يطلب المدرس مــن طلابــه ذكــر أمثلة لعلاقات أخرى على هذه المجموعة .
* يطلب المدرس من طلابه تحديد نوع كل من هذه العلاقات (انعكاسية ، متناظرة) .
* يطلــب مـن طلابــه رســم مخططــات سهميــة للعلاقات السابقة إمّا على السبورة أو في دفاترهم.
* يقدم المدرس الإرشادات والمساعدة عند الضرورة ولمن يحتاج من الطلبة لغرض تمييز العلاقتين الانعكاسية والمتناظرة وكما ورد توضيحها في الدرس السابق .
* بشكل عام يعتبر هذا الدرس مراجعة عامة للوحدة ولهذا يركز المدرس على التغلب على صعوبات الطلبة فيها كما يعمل على تهيئة الطلبة لاختبار الوحدة في الدرس التالي .

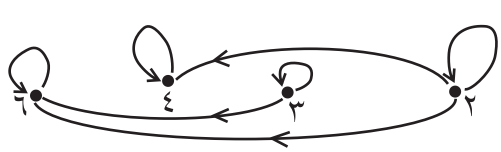
– يُكلف الطلاب بحل تدريبات صفية وأخرى منزلية في كل من الحصتين إضافة إلى إعطاء الاختبار الذي في الكتاب المدرسي كنوع من التدريب أو للدراسة الذاتية في المنزل استعداداً لاختبار الوحدة الذي يعقده المدرس في الحصة التالية .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

١٠. أ) س □ ص   ب) ص □ س

جـ) س ، ص منفصلتان   ء) سَ □ صَ.

١١. ع = {(٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤) ، (٦ ، ٦) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٣ ، ٦)}.



١٢. أ) إذا كان أ ∈ س ، (أ ، أ) ∉ ع .

ب) إذا كان (أ ، ب) ∈ ع ، (ب ، أ) ∉ ع .

١ : ٧ اختبار الوحدة

عدد الحصص : حصتان .

الهـدف

يهدف هذا الدرس إلى قياس مدى تحقق أهداف الوحدة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : يُعطى الاختبار الذي في الدليل والذي يغطي أهداف الوحدة حسب الجدول التالي :

رقـم السـؤال	رقـم الهـدف
١	١
٢	٢ ، ٣
٣	٤ ، ٥ ، ٦
٤	٦
٥	٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠

– من خلال تصحيح الاختبار تُرصد أخطاء الطلبة ، حيث يتعرف المدرس على الأهداف التي لم تتحقق لديهم .

الحصة الثانية : تُعطى معالجة للصعوبات والأخطاء التي برزت من خلال تصحيح أوراق الإجابات .

الاختبـار :

١. اكتب كل المجموعات الجزئية للمجموعة س ، حيث س = {٢ ، ٤ ، ٦} .

٢. اكتب مجموعة شاملة للمجموعات التالية :
س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}
ع = {٢ ، ٥ ، ٩} .

٣. إذا كانت : س = {أ ، ب ، جـ} ، ص = {ب ، ء ، هـ} ، ع = {ب ، ء ، و} .

أ) تحقق من أن : س ← ص = ص ← س .

ب) أوجد : س | ص | ع .

جـ) ارسم شكلاً يمثّل س | (ص ← ع) .

٤. إذا كانت أ | ب = {٧ ، ٩} ، أ | جـ = {١١ ، ١٢ ، ١٣} . فأوجد أ | (ب ← جـ) . (استخدم خاصية التوزيع) .

٥. إذا كانت س = {٣ ، ٥ ، ٧} . وكانت ع علاقة على س كالتالي :
ع = {(٣ ، ٥) ، (٣ ، ٣) ، (٧ ، ٧) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٥)} .

أ) هل هذه العلاقة انعكاسية ؟ ولماذا ؟

ب) هل هذه العلاقة متناظرة ؟ ولماذا ؟

جـ) ارسم المخطط السهمي لهذه العلاقة .

الوحدة الثانية

مجموعة الأعداد النسبية

جدول توزيع الحصص

البند	الموضوع	عدد الحصص
٢ – ١	مجموعة الأعداد النسبية .	٢
٢ – ٢	تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد .	٢
٢ – ٣	الصورة العشرية للأعداد النسبية .	٢
٢ – ٤	مقارنة الأعداد النسبية ، وترتيبها .	٣
٢ – ٥	جمع الأعداد النسبية ، وخواصها .	٣
٢ – ٦	طرح الأعداد النسبية .	٢
٢ – ٧	ضرب الأعداد النسبية .	٣
٢ – ٨	قسمة الأعداد النسبية .	٢
٢ – ٩	الجذر التربيعي والجذر التكعيبي لعدد نسبي .	٤
٢–١٠	تمارين ومسائل عامة	٢
٢–١١	اختبار الوحدة	٢
	المجموع	٢٧

أهداف الوحدة

يتوقع من الطالب بعد الانتهاء من تدريس هذه الوحدة أن يكون قادراً على أن :

١ – يتعرف على مجموعة الأعداد النسبية ، ورمزها (ن) ، ويكتبها في أبسط صورة .

٢ – يمثل الأعداد النسبية على خط الأعداد .

٣ – يكتب العدد النسبي بصورة عشرية .

٤ – يقارن الأعداد النسبية ، ويرتبها .

٥ – يجري العمليات الحسابية الأربع على مجموعة الأعداد النسبية .

٦ – يتعرف على خواص العمليات الحسابية على مجموعة الأعداد النسبية .

٧ – يوجد الجذر التربيعي والجذر التكعيبي لعدد نسبي .

٨ – يحل مسائل لفظية على مجموعة الأعداد النسبية .

المقدمـــة

لمحـــة تاريخيـــة :

كان النظام العددي عند اليونانيين خليطاً مشوشاً من النظام العشري المصري الخالي من الصفر ، والنظام العشري والستيني السومري . كما عرف اليونانيون الكسور ، لكنها كانت تسبب لهم الكثير من العناء ؛ فكانوا إذا أجروا عملية حسابية تحتوي على كسر عادي بسطه أكبر من العدد واحد حولوا هذا الكسر إلى عدة كسور بسطها واحد .

فالكسر العادي $\frac{٢٣}{٣٢}$ مثلاً كان يقسم إلى $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٨} + \frac{١}{١٦} + \frac{١}{٣٢}$. كما أن العرب كان لهم علم بالكسورالعادية ، كما أنهم أول من اشتغل بالكسور العشرية ، ومبتكرها هو غياث الدين حشميد الكاشي مؤلف كتاب « مفتاح الحساب » ، ومن أعماله أيضاً إعطاء قيمة النسبة الثانية لستة عشر رقماً .

وبعد أن عرف الإنسان الأعداد الطبيعية والنظام العشري لها والكسور العادية والعشرية ، والأعداد الصحيحة ظلت حاجاته قائمة لتطوير النظام العددي . حيث لم يتمكن من إعطاء علم الجبر شمولية كافية لتمكنهم من تفسير حلول سالبة أحياناً ، ويبدو ذلك واضحاً عند حل معادلات خطية مثل ا س = ب ، حيث ا لايقسم ب . (٥ س = ٢) فمجموعة حل هذه المعادلة هي $\{\frac{٢}{٥}\}$ ، $\frac{٢}{٥} \notin$ ص ، وسوف نتعرف هنا على مجموعة الأعداد النسبية التي سوف تساعدنا في حل مثل هذه المعادلات .

تقسيم الوحدة :

تشمل هذه الوحدة على مجموعة الأعداد النسبية والكسر العشري الدوري والكسر العشري المنتهي ، وطريقة كتابتها بصورة عدد نسبي . كما تقدم هذه الوحدة مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها تصاعدياً وتنازلياً ، وكتابة العدد النسبي بأبسط صورة . تقدم في الوحدة إجراء العمليات الحسابية الأساسية الأربع (الجمع ، والطرح ، والضرب ، والقسمة) وخواصها ، إضافة إلى حساب الجذر التربيعي والجذر التكعيبي لعدد نسبي . واختتمت الوحدة بتمارين عامة ومسائل واختبار يقيس مدى تحقق أهداف الوحدة ومدى تحقق هذه الأهداف عند الطلبة .

المفاهيم والرموز الجديدة :

- العدد النسبي ورمـزه ($\frac{ا}{ب}$) ا ، ب $\in$ ص ، ب © صفر .
- الكسر العشري الدوري .
- الكسر العشري المنتهي .
- تمثيل العدد النسبي على خط الأعداد .
- الأعداد الصحيحة كمجموعة جزئية من الأعداد النسبية (ص □ ن) .

– إجراء العمليات الحسابية الأربع على مجموعة الأعداد النسبية .

– إيجاد الجذر التربيعي والجذر التكعيبي لعدد نسبي .

بعض الأخطاء الشائعة التي قد يقع فيها الطلبة :

هناك بعض الأخطاء التي يقع فيها الطلبة عند التعامل مع الأعداد النسبية وإجراء العمليات عليها ومن أهمها وأبرزها :

(١) عدم التمكن من تقسيم المسافة إلى أجزاء متساوية بين الأعداد الصحيحة بقدر مقام العدد النسبي الذي يراد تمثيله على خط الأعداد .

(٢) عدم التمكن من توحيد المقامات عند جمع أو طرح الأعداد النسبية ، فقد يخطئ الطالب في تنفيذ العمليات ، مثلاً $\frac{٢}{٥}$ $\frac{-٢}{٣}$ = $\frac{٢ - ٢}{٥ - ٣}$ ، أو $\frac{٢}{٥} - \frac{-٢}{٣} = \frac{٢ \times ٣ - ٢ \times ٥}{١٥}$

ولذا يجب على المدرس التركيز عند تدريسه هذه المفاهيم على كيفية توحيد المقامات وكيفية التعامل مع الإشارات .

(٣) $\frac{٦}{٨} \div \frac{٣}{٤} = \frac{٢}{٢} = ١$ أو $\frac{٦}{٨} \div \frac{٣}{٤}$ أو $\frac{٦}{٨} \times \frac{٣}{٤}$. وهذه الأخطاء الغالبة التي تحدث في إجراء عملية القسمة .

٢ : ١ مجموعة الأعداد النسبية

عدد الحصص : حصتان .

الأهـــداف

– يتعرف على مجموعة الأعداد النسبية ، ورمزها (ن).
– يكتب الأعداد النسبية في أبسط صورة .

المحتوى

مجموعة الأعداد النسبية (ن) : هي المجموعة التي يمكن كتابة عناصرها بصورة $\frac{أ}{ب}$ ، حيث أ ، ب عددان صحيحان، ب لا يساوي صفراً ، ويعبر عنها رمزياً : ن = { $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب ∈ ص، ب ≠ ٠ } .

تنفيذ الدرس

يتم تنفيذ هذا لدرس في حصتين ، كالتالي :
الحصة الأولى : الأعداد النسبية .
الحصة الثانية : تمارين ومسائل .
عند تنفيذ الدر س تتم مُراعاة ما يلي :
– تذكير الطلبة بمجموعة الأعداد الصحيحة ، ومجموعة الأعداد الكسرية .
– يوضح الحاجة إلي مجموعة الأعداد النسبية من خلال حل المعادلات الواردة في الكتاب ، ثم يعرض مجموعة من الأعداد الصحيحة وكتابتها على صورة عدد نسبي ليعرف الطلبة أن جميع الأعداد الصحيحة أعداد نسبية وذلك بكتابة مقام العدد الصحيح واحد . أي أن ص ⊂ ن .
– يناقش المدرس الأمثلة الواردة في الكتاب مع الطلبة .
– يحدد المدرس بعض التمارين نهاية الحصة الأولى كواجب منزلي .
– يناقش المدرس مع الطلبة الواجب المنزلي ، ثم يكلف الطلبة بحل مجموعة من التمارين الواردة في الكتاب بعضها كعمل صفي والأخرى كواجب منزلي .
– يتابع حلول طلابه في العمل الصفي ويشجعهم ويساعد من يحتاج مساعدة .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٤] $\frac{٧}{\sqrt{٢}}$ عدد غير نسبي ، لأن $\sqrt{٢}$ ∉ ص .

$\sqrt{١٠}$ عدد غير نسبي ، لأن $\sqrt{١٠}$ ∉ ص .

$\frac{\sqrt{٢٥}}{٢} = \frac{٢٥}{٢}$ عدد نسبي ، لأن $\sqrt{٢٥}$ ∈ ص .

[٦] $\frac{١٢}{-٣} = - \frac{٤}{١} = -٤$ عدد صحيح .

$\frac{١٠}{٤} = \frac{٥}{٢}$.

التقـويم

يتم التقويم البنائي من خلال النقاش ومتابعة أداء الطلبة أثناء قيامهم بحل التمارين والواجب المنزلي .
كما يتم تقديم السؤالين التاليين كتقويم ختامي نهاية الحصة الثانية :

[١] اكتب الأعداد التالية على صورة $\frac{أ}{ب}$:

أ) ٨ ب) –٥ جـ) $٣\frac{٢}{٥}$.

[٢] بيّن أياً من الأعداد التالية نسبي وأيها غير نسبي .

$\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{٠}{١٠}$ ، $\sqrt{٩}$ ، $\sqrt{٨}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٣}}$.

٢ : ٢ تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد

عدد الحصص : حصتان .

الهـدف

يمثل الأعداد النسبية على خط الأعداد .

تنفيذ الدرس

يتم تنفيذ الدرس في حصتين :

الحصة الأولى : تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد.

الحصة الثانية : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ الدرس تتم مراعاة ما يلي :

– يرسم المدرس خط الأعداد على السبورة ، ويمثل عليه أعداداً صحيحة ، ويوضح للطلبة بأن الأعداد الصحيحة الموجبة جميعها على اليمين من الصفر والأعداد الصحيحة السالبة على اليسار من الصفر .

ثم يوضح لهم كيف يمكن تمثيل العدد النسبي $\frac{١}{٢}$ ، حيث يتم تقسيم المسافة بين الصفر والواحد إلى جزءين متساويين.

– يشرح المدرس الأمثلة الوارد قي كتاب الطالب ويوضح لهم كيف يتم تقسيم المسافة بين عددين صحيحين إلى أجزاء متساوية بقدر مقام العدد النسبي .

– يحدد المدرس تمارين الواجب المنزلي في نهاية الحصة الأولى .

– يناقش المدرس مع الطلبة تمارين الواجب المنزلي بداية الحصة الثانية ، ثم يطلب منهم حل بعض التمارين الصفية ويتابع حلولهم ويساعد من يحتاج مساعدة، ويوجه ويرشد كلما كان ذلك ضرورياً . كما ينفذ خطوة التقويم نهاية الحصة الثانية .

– يكلف الطلبة بواجب منزلي آخر نهاية الحصة الثانية

.

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

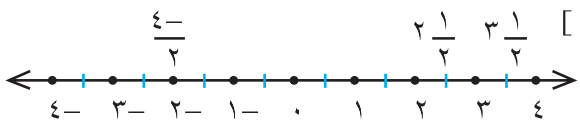
[٢] (أ) (X) الصحيح $٢ \frac{٣}{٥}$.

(ب) (X) الصحيح $١ \frac{٤}{٥}$.

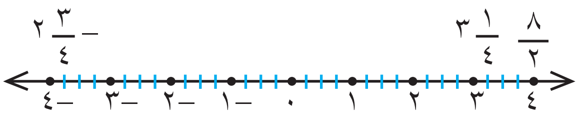
(جـ) (X) الصحيح $- \frac{٢}{٥}$.

(ء) (✓) .

[٣] أ)



ء)



التقـويم

يتم التقويم البنائي من خلال متابعة أداء الطلبة عند حل الواجبات الصفية والمنزلية ويقدم السؤال التالي كخطوة تقويم نهاية الحصة الثانية .

مثل على خط الأعداد .الأعداد النسبية ٢ ، $\frac{١}{٣}$ ، $-١\frac{٢}{٣}$.

٢ : ٣ الصورة العشرية للأعداد النسبية

عدد الحصص : حصتان .

الأهـداف

– يكتب العدد النسبي بصورة عشرية .

– يكتب العدد النسبي الدوري بصورة $\frac{أ}{ب}$.

المحتـوى

– لكتابة أي عدد نسبي بصورة عشرية نقسم بسط العدد على مقامه .

– الصورة العشرية لأي عدد نسبي هو كسر عشري منتهٍ أو دوري .

تنفيذ الدرس

يتم تنفيذ الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : الصورة العشرية للأعداد النسبية ،

الحصة الثانية : تمارين ومسائل .

عند تنفيذ الدرس يُراعي المدرس ما يلي :

- يراجع المدرس مع الطلبة تحويل الكسور العادية إلى الكسور العشرية .
- يحول كسر عادي مثل : $\frac{٥}{٦}$ ، إلى كسر عشري ، ويؤكد لهم بأن هذا الكسر عند تحويله إلى عشرى بأن عملية قسمة البسط على المقام غير منتهية .
- يوضح المدرس طريقة كتابة العدد النسبي الدوري وذلك بوضع شرطة على الرقم أو الأرقام التي يتكرر ظهورها .
- يناقش المدرس مع الطلبة الأمثلة الواردة في الكتاب .
- يعطي المدرس في نهاية الحصة الأولى بعض التمارين كواجب منزلي .
- في بداية الحصة الثانية يناقش المدرس مع الطلبة حل الواجب المنزلي السابق .
- يكلفهم بحل بعض التمارين كواجب صفي ويتابع المدرس حلول الطلبة ويساعد من يحتاج إلى مساعدة .
- في نهاية الحصة الثانية ينفذ المدرس خطوة تقويم ، ثم يكلفهم بواجب منزلي جديد .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١] $\frac{-٥}{٨} = -٠,٦٢٥$ ، $\frac{-٤}{٩} = -٠,\overline{٤}$ ،

$\frac{-٥}{٢٧} = -٠,\overline{١٨٥}$.

[٢] $\frac{٦٤٥}{٨٦٠}$ عدد نسبي منتهي ، $\frac{٣٦٤}{٥٧٢}$ عد نسبي غير منته

[٣] $٠,\overline{٣} = \frac{١}{٣}$ ، $-٠,\overline{٢٢} = \frac{-٢}{٩}$ ،

$٥,\overline{٣١٢} = ٥\frac{١٠٤}{٣٣٣}$.

التقـــويم

يتم التقويم البنائي من خلال النقاش ومتابعة أداء الطلبة أثناء قيامهم بحل التمارين الصفية والواجب المنزلي .

تتم تقديم السؤال التالي كخطوة تقويم في نهاية الحصة الثانية :

اكتب الأعداد النسبية الآتية على صورة $\frac{أ}{ب}$:

(أ) ٠,١٢ (ب) $٣,\overline{٢}$.

٢ : ٤ مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الأهـــداف

- يقارن الأعداد النسبية .
- يرتب الأعداد النسبية تصاعدياً وتنازلياً .

المحتـــوى :

لمقارنة الأعداد النسبية نتبع الآتي :

أ - نجعل مقامات الأعداد النسبية موجبة (المقام > ٠)

ب - نوحد المقامات المختلفة للأعـداد النسبيـة ثـم نقارن بين بسوطهـا والعدد النسبي الأكبر هو الذي بسطه أكبر .

تنفيذ الدرس

يتم تنفيذ الدرس في ثلاث حصص كالتالي :

الحصة الأولى : مقارنة الأعداد النسبية .

الحصة الثانية : ترتيـب الأعـداد النسبيـة تصاعـدياً وتنازلياً .

الحصة الثالثة : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ الدرس يُراعي المدارس ما يلي :

- يراجع المدرس مـع الطلبة مقارنـة الأعداد الصحيحة والكسرية .

– يناقش الأمثلة الواردة في الكتاب مع التركيز على طريقة إيجاد المضاعف المشترك .

– يشرح المدرس لطلابه ، كيفية إيجاد أعداد بين عددين وذلك بتوحيد المقامات ومضاعفتها إن لزم الأمر لذلك .

فمثلاً العدد الواقع بين $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٢}{٤}$ لايمكن إيجاده إلا إذا ضاعفنـا مقامي العددين وحصلنا علـى كسـور مكافئة مثلاً : $\frac{١}{٤} = \frac{٢}{٨}$ ، $\frac{٢}{٤} = \frac{٤}{٨}$ فيكون العددين $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٢}{٤}$ هو العدد الواقع بين $\frac{٢}{٨}$ ، $\frac{٤}{٨}$ وهو العدد $\frac{٣}{٨}$.

وبطريقة مشابهة يمكننا مضاعفة المقامين وإيجاد كسور أخرى مكافئة مثلاً :

$\frac{١}{٤} = \frac{٢}{٨} = \frac{٤}{١٦}$ ، $\frac{٢}{٤} = \frac{٤}{٨} = \frac{٨}{١٦}$ إذن هناك أعداد نسبية أخرى تقع بين $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٢}{٤}$ وهي $\frac{٥}{١٦}$ ، $\frac{٦}{١٦}$ ، $\frac{٧}{١٦}$

. . . وهكذا .

– يحدد المدرس لطلابه تمارين للواجـب المنزلي نهاية الحصة الثانية :

– يراجع مع الطلبة الواجب المنزلي بداية الحصة الثالثة ثـم يكلفهم بحل بعض التمـارين داخل الصـف ، ويتابع حلولهـم ويرشـد ويساعد من يحتاج إلى الإرشاد أو مساعدة .

وينفذ نهاية الحصة خطوة تقويم كما يكلفهم بواجب منزلي جديد .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١] $\frac{٢}{٥} \equiv \frac{٤}{١٠} \equiv \frac{٦}{١٥} \equiv \frac{٨}{٢٠}$.

$-\frac{٣٦}{٨٤} \equiv \frac{-١٨}{٤٢} \equiv -\frac{٩}{٢١} \equiv \frac{-٣}{٧}$.

[٥] أ) $\frac{٣}{٦}$ ، $\frac{٤}{٦}$ ب) $\frac{-١٣}{٢٠}$ ، $\frac{-١٤}{٢٠}$.

ء) $\frac{٥}{١٦}$ ، $\frac{٦}{١٦}$ و) $\frac{١٠}{٣٠}$ ، $\frac{١١}{٣٠}$.

التقـويم

يتم التقويم البنائي من خلال متابعة حل الطلبة للأعمال الصفية والواجب المنزلي .

كما يتم تقديم السؤال التالي كخطوة تقويم في نهاية الحصة الثانية :

[١] رتب الأعداد التالية تصاعدياً : $\frac{٢}{٩}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$.

٢ : ٥ جمع الأعداد النسبية ، وخواصها

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الأهـداف

– يوجد مجموع أعداد نسبية .

– يعرف أن مجموعة الأعداد النسبية مغلقة تحت عملية الجمع .

– يذكر أن عملية جمع الأعداد النسبية تبديلية .

– يستخدم خاصية التجميع عند جمع الأعداد النسبية .

المحتـوى

– لكل عددين نسبيين $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{جـ}}{\text{ء}}$ حيث أن ب© ، ء© . فإن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{ء}} \in$ ن . أي أن : مجموعة الأعداد النسبية مغلقة تحت عملية الجمع .

– لأي عددين نسبيين $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{جـ}}{\text{ء}}$ ، ب© ، ء© .

فإن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{ء}} = \frac{\text{جـ}}{\text{ء}} + \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$.

أي أن : عملية جمع الأعداد النسبية إبدالية .

– لأي ثلاثة أعداد نسبية $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ء}$ ، $\frac{هـ}{و}$ ، ب≠ ٠ ، ء ≠ ٠ ، و≠ ٠ فإن :

$$\left(\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{ء}\right) + \frac{هـ}{و} = \frac{أ}{ب} + \left(\frac{جـ}{ء} + \frac{هـ}{و}\right)$$

أي أن : عملية جمع الأعداد النسبية تجمعية .

– إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ∈ ن ، ب≠ ٠ .

فإن $٠ + \frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ب} + ٠ = \frac{أ}{ب}$.

أي أن : الصفر هو العنصر المحايد الجمعي في مجموعة الأعداد النسبية .

– إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ∈ ن ، ب≠ ٠ .

فإن نظيره الجمعي $\frac{-أ}{ب}$ ومجموع $\frac{أ}{ب} + \frac{(-أ)}{ب} =$ صفر

أي أن : مجموع العدد النسبي ونظيره يساوي العنصر المحايد الجمعي (الصفر) .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : جمع الأعداد النسبية .

الحصة الثانية : خواص عملية جمع الأعداد النسبية .

الحصة الثالثة : حل تمارين ومسائل .

عند تنفيذ هذه الحصص يراعي المدرس ما يلي :

– أن يُذكِّر الطلبة بالمضاعف المشترك الأصغر لعددين أو أكثر ، وطريقة إيجاده باستخدام تحليل الأعداد إلى عواملها الأولية .

– أن يذكرهم بضرورة توحيد المقامات قبل عملية جمع الكسور يقدم لهم عملية جمع الأعداد النسبية كامتداد لعمليتي جمع الكسور وجمع الأعداد الصحيحة .

حيث يتم أولاً توحيد المقامات المختلفة ، وذلك بإيجاد الكسر المكافئ لكل كسر من الكسور المراد جمعها عن طريق إيجاد المضاعف المشترك الأصغر لها، ثم تتم عملية الجمع تماماً كما كانت تجمع الأعداد الكسرية وتوخذ إشارة العدد الأكبر عند اختلاف إشارتي العددين النسبيين المراد جمعهما .

– تناقش الأمثلة بشكل كاف ومناسب لاستيعاب وتطبيق قواعد جمع الأعداد النسبية ويُعطى واجب منزلي نهاية الحصة الأولى .

– من خلال الأمثلة والتدريبات والأنشطة تقدم خاصيتي التبديل والتجميع للأعداد النسبية ، مع إعطاء أمثلة لاستخدامهما ، ويعطى عمل صفي وواجب منزلي للحصة الثانية .

– في الحصة الثالثة يناقش الواجب المنزلي السابق .

كما يعطى واجب صفي يقوم المدرس خلال أداء الطلبة له بملاحظة حلهم وتقديم الإرشادات والمساعدة عند الضرورة .

– تنفيذ خطوة تقويم في نهاية الحصة الثالثة كما يكلف الطلبة بواجب آخر .

التقـويم

يتم التقويم من خلال متابعة أداء الطلبة في الصف ومتابعة حلول الواجبات المنزلية ، وكذلك يقدم التمارين التالية كخطوة تقويم في نهاية الحصة الثالثة .

أوجد مجموع ما يلي :

١) $٢\frac{٣}{٤} + (-٣\frac{١}{٨})$.

٢) $١,٢٥ + (-٣,٢٥) + (-٥\frac{٣}{٨})$.

٢ : ٦ طرح الأعداد النسبية

عدد الحصص : حصتان .

الهــدف

– أن يوجد ناتج طرح أعداد نسبية .

تنفيذ الدرس

ينفذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : طرح الأعداد النسبية .

الحصة الثانية : التمارين والمسائل .

يُراعي المدرس عند تنفيذ هذه الحصص ما يلي :

– أن يقدم عملية طرح الأعداد النسبية كأمتداد لعملية طرح الكسور وعملية طرح الأعداد الصحيحة ، وأن يذكر الطلبة بأنه عندما كنا نطرح الأعداد الكسرية كنا نقوم أولاً بتوحيد المقامات ، ثم نقوم بعملية الطرح، وعندما كنا نطرح الأعداد الصحيحة كنا نقوم بأضافة النظير الجمعي للعدد المطروح إلى العدد المطروح منه ، وفي طرح الأعداد النسبية نقوم أولاً بتوحيد المقامات ، ثم بعد ذلك نقوم بإضافة النظير الجمعي للعدد النسبي المطروح إلى العدد النسبي المطروح منه .

– أن يوضح للطلبة أثناء مناقشة الأمثلة أن مجموعة الأعداد النسبية مغلقة تحت عملية الطرح أي ناتج طرح أي عددين نسبيين هو عدد نسبي .

– يناقش مع الطلبة أن عملية الطرح غير تبديلية وغير تجمعية من خلال تقديم أمثلة على ذلك.

– في الحصة الثانية يناقش الواجب المنزلي للحصة السابقة كما يعطى عمل صفي يقوم المدرس أثناء حله بمتابعة الطلبة وتقديم الإرشادات والمساعدات لمن يحتاجها ، وفي نهايتها تعطى خطوة تقويم كما يكلف الطلبة بواجب منزلي جديد .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٥] المساحة الكلية للحديقتين = $\frac{٥}{٨}$ ٧٢٨٤ م^٢ .

ومساحة أحدى الحديقتين = ٣٥٢٠٫٧٥م^٢ .

ولحساب مساحة الحديقة الأخرى لا بد من تحويل $\frac{٥}{٨}$ إلى كسر عشري وعليه فإن $\frac{٥}{٨}$ = ٠٫٦٢٥

أو تحويل ٠٫٧٥ إلى كسر عادي وعليه فإن ٠٫٧٥ = $\frac{٣}{٤}$ والكسر المكافئ للكسر $\frac{٣}{٤}$ هو $\frac{٦}{٨}$.

فتكون مساحة الحديقة الأخرى

= $\frac{٥}{٨}$ ٧٢٨٤ – $\frac{٦}{٨}$ ٣٥٢٠

= $\frac{١٣}{٨}$ ٧٢٨٣ – $\frac{٦}{٨}$ ٣٥٢٠ = $\frac{٧}{٨}$ ٣٧٦٣م^٢.

التقــويم

يتم التقويم من خلال متابعة الطلبة أثناء سير الدروس وحل الواجب الصفي والمنزلي .

وتقديم التمارينين التاليين كخطوة تقويم نهاية الحصة الثانية .

١) $\frac{٢}{٣}$ ٧ – $\frac{٢}{٥}$ ٣ .

٢) (– $\frac{١}{٦}$ ٥) – (٢٫٦٢٥) .

٢ : ٧ ضرب الأعداد النسبية

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الأهــداف

- يوجد حاصل ضرب أعداد نسبية .
- يعــرف أن مجموعــة الأعـداد النسبيــة مغلقة تحت عملية الضرب .
- يذكر أن عملية ضرب الأعداد النسبية تبديلية .
- يستخدم خاصية التجميع في ضرب الأعداد النسبية .

المحتوى

لكل عددين نسبيين $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{ج}}{\text{ء}}$ ، ب©٠ ، ء©٠ .

فإن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ج}}{\text{ء}} = \frac{\text{أ ج}}{\text{ب ء}}$.

حاصل ضرب عددين نسبيين موجبين أو سالبين هو عدد نسبي موجب .

حاصل ضرب عددين نسبيين أحدهما موجب والآخر سالب هو عدد نسبي سالب .

لكل عددين نسبيين $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{ج}}{\text{ء}}$ حيث أن ، ب©٠ ، ء©٠ ، $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ج}}{\text{ء}} \in \text{ن}$.

أي أن : مجموعة الأعداد النسبية مغلقة تحت عملية الضرب .

لأي عددين نسبيين $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{ج}}{\text{ء}}$ حيث أن ب©٠ ، ء©٠ .

فإن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ج}}{\text{ء}} = \frac{\text{ج}}{\text{ء}} \times \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$.

أي أن : عملية ضرب الأعداد النسبية إبدالية .

لأي ثلاثة إعداد نسبية $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{ج}}{\text{ء}}$ ، $\frac{\text{هـ}}{\text{و}}$ حيث أن ب©٠ ، ء©٠ ، و©٠ .

$\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ج}}{\text{ء}}\right) \times \frac{\text{هـ}}{\text{و}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \left(\frac{\text{ج}}{\text{ء}} \times \frac{\text{هـ}}{\text{و}}\right)$.

أي أن : عملية ضرب الأعداد النسبية تجميعية .

لأي ثلاثة إعداد نسبية $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$، $\frac{\text{ج}}{\text{ء}}$ ، $\frac{\text{هـ}}{\text{و}}$ حيث أن ب©٠ ، ء©٠ ، و©٠ .

فإن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \left(\frac{\text{ج}}{\text{ء}} + \frac{\text{هـ}}{\text{و}}\right) = \frac{\text{أ ج}}{\text{ب ء}} + \frac{\text{أ هـ}}{\text{ب و}}$.

أي أن : عملية ضرب الأعداد النسبية توزيعية على جمع الأعداد النسبية .

لأي عدد نسبي $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، ب©٠ .

فإن : $١ \times \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times ١ = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$.

أي أن : الواحد الصحيح هو العنصر المحايد الضربي في مجموعة الأعداد النسبية .

لأي عدد نسبي $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، ب©٠ .

فإن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ب}}{\text{أ}} = ١$

أي أن : مقلوب العددي النسبي هو النظير الضربي ، ومضروب أي عدد نسبي في مقلوبه (نظيره الضربي) هو واحد صحيح (أي العنصر المحايد الضربي) .

إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ عدد نسبي ، ب©٠ .

فإن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times ٠ = ٠ \times \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = ٠$.

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : ضرب الأعداد النسبية .

الحصة الثانية : تمارين ومسائل .

يُراعي المدرس عند تنفيذ هذا الدرس ما يلي :

– أن يُذكِّر الطلبة بقواعد ضرب الكسور التي سبق لهم دراستها وهي على النحو التالي :

– تحويل الأعداد الكسرية إلى كسور غير حقيقية .

– اختصار البسط مع المقام إلى أبسط صورة .

– ضرب البسط في البسط والمقام في المقام .

– أن يُذكِّر الطلبة بأن حاصل ضرب عددين يكون موجبا إذا تشابهت أشارتاهما ، ويكون سالبا إذا اختلفت إشارتاهما .

– يناقش المدرس المثال بفروعه الأربعة مع الطلبة في كل مرة على الملاحظات أعلاه ، ويكلفهم بواجب صفي إن توفر الوقت كما يكلفهم بواجب منزلي للحصة الأولى .

– في الحصة الثانية يناقش أولاً الواجب المنزلي السابق، ثم تقدم المناقشة والشرح لخواص الضرب على الأعداد النسبية مُذكِّراً بخواصها في الأعداد الصحيحة ويكلفهم بواجب منزلي جديد .

– في الحصة الثالثة يراجع الواجب المنزلي السابق ويكلف الطلبة بواجب صفي يقوم المدرس بملاحظة الطلبة أثناء أدائهم له موجهاً ومرشداً ومساعداً وقت الضرورة كما ينفذ خطوة تقويم ويكلف بواجب منزلي جديد ، ويربط ذلك بالتذكير بضرب الأعداد الصحيحة .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٦] مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ مربع قطره « لأن المربع معين متساوي القطرين » .

= $\frac{١}{٢}$ × (١٠,٨)^{٢} = ٥٨,٣٢ سم^{٢} .

التقـويم

ويتم من خلال متابعة المناقشات وأداء الطلبة في الصف ومتابعة الواجبات المنزلية وتعطى التمارين التالية كخطوة تقويم .

١) $\frac{٣}{٧}$ × (– $\frac{٢}{٥}$ ٣) .

٢) (– $\frac{١}{٦}$ ٥) × (– $\frac{٥}{١١}$ ٢) .

٣) (– ١,٢) × ٠,٥ .

٢ : ٨ قسمة الأعداد النسبية

عدد الحصص : حصتان .

الهـــدف

أن يوجد خارج قسمة عدد نسبي على اخر .

المحتوى

لكل عددين نسبيين $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ء}$ ، ب© ٠ ، $\frac{جـ}{ء}$ © ٠ ، فإن $\frac{أ}{ب}$ ÷ $\frac{جـ}{ء}$ = $\frac{أ}{ب}$ × $\frac{ء}{جـ}$.

حيث أن $\frac{ء}{جـ}$ هو النظير الضربي للعدد $\frac{جـ}{ء}$.

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : قسمة الأعداد النسبية .

الحصة الثانية : تمارين ومسائل .

يُراعي المدرس عند تنفيذ هذا الدرس ما يلي :

– أن يُذكِّر الطلبة بقواعد قسمة الكسور التي سبق لهم أن أخذوها ، وبشكل خاص التركيز على الآتي :

* تحويل الأعداد الكسرية إلى كسور غير حقيقية .

* قلب بسط المقسوم عليه إلى مقام ومقام المقسوم عليه إلى بسط ثم تحويل عملية القسمة إلى عملية ضرب .

– يوضح للطلبة أن عملية قسمة الأعداد النسبية هي عبارة عن ضرب العدد المقسوم بالنظير للمقسوم عليه .

–يُذكِّر الطلبة بأنه إذا تشابهت إشارتا المقسوم والمقسوم عليه فإن خارج القسمة يكون عدد موجبا ، وإذا اختلفت إشارتا المقسوم والمقسوم عليه فإن خارج القسمة يكون عدداً سالباً .

– أن يُنبه الطلبة أن عملية قسمة الأعداد النسبية ليست تبديلية ولاتجميعية .

– أن ينبه المدرس الطلبة أن مجموعة الأعداد النسبية باستثناء الصفر مغلقة تحت عملية القسمة .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٥] العدد الآخر = $\left(-\ ٩\frac{١}{٧} \right) \div \left(-\ ٢\frac{٢}{٧} \right)$

$= \left(\frac{-\cancel{٦٤}^{\,٤}}{\cancel{٧}_{\,١}} \right) \times \left(\frac{\cancel{٧}^{\,١}}{-\cancel{١٦}_{\,١}} \right) = ٤$.

[٦] محيط المستطيل = ٢ (طوله + عرضه)

= ٢ طوله + ٣٥ .

∴ طول المستطيل = $\frac{٧٥\frac{٤}{٩} - ٣٥}{٢} = \frac{٤٠\frac{٤}{٩}}{٢}$

$= \frac{\cancel{٣٦٤}^{\,١٨٢}}{٩} \times \frac{١}{\cancel{٢}_{\,١}} = \frac{١٨٢}{٩} = ٢٠\frac{٢}{٩}$ سم .

[٧] مساحة حديقة الحضانة = الطول × العرض = ٨٦٥

∴ طول الحضانة = ٨٦٥ ÷ ٢٢,٢٥ = ٣٨,٨٧

التقــويم

ويتم من خلال متابعة أداء الطلبة في الصف وكذلك حل الواجبات المنزلية .

ومن خلال تقديم التمرينين التاليين كخطوة تقويم في نهاية الحصة الثانية .

١) $\left(-\ ٢\frac{١}{٢} \right) \div ١\frac{١}{٥}$.

٢) $\left(-\ ٥\frac{٢}{٥} \right) \div \left(-\ ٢\frac{٧}{٩} \right)$.

٢ : ٩ الجذر التربيعي والجذر التكعيبي لعدد نسبي

عدد الحصص : اربع حصص .

الأهــــداف

– أن يوجد الجذر التربيعي لعدد نسبي .

– أن يستخدم الطريقة العامة للجذر التربيعي .

– أن يوجد الجذر التكعيبي لعدد نسبي .

المحتوى

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ عدد نسبي ، ب ≠ ٠ ، $\frac{أ}{ب} \geq ٠$.

فإن $\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}}$.

$\sqrt[٣]{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt[٣]{أ}}{\sqrt[٣]{ب}}$

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في أربع حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : الجذر التربيعي .

الحصة الثانية : تمارين صفية .

الحصة الثالثة : الجذر التكعيبي .

الحصة الرابعة : تمارين صفية .

يقوم المدرس عند تنفيذ هذا الدرس بمراعاة ما يلي :

– أن يُذكِّر الطلبة بإيجاد الجذر التربيعي من خلال استخدام الأسس حيث يمكن تحليل أي عدد مطلوب جذره التربيعي إلى عوامله الأولية ، ثم تكتب هذه العوامل على صورة حاصل ضرب أسس ، ثم يقسم كل أس على ٢ وحاصل ضرب هذه العوامل بعد قسمة أسسها على ٢ هو الجذر التربيعي للعدد ، ويعطى أمثلة لذلك أولاً لإيجاد جذر تربيعي لأعداد طبيعية .

– يُنبه الطلبة أن أي عدد نسبي مربع كامل تكون أسس

عوامله زوجية وأي عدد نسبي مكعب كامل تكون أسس عوامله العدد ٣ أو مضاعفاتها .

– أن يُقدّم للطلبة الأمثلة على الجذر التربيعي باستخدام التحليل والمثال الذي استخدمت الطريقة العامة للجذر في جذره موضحاً لهم أنه يمكن إيجاد جذر أي عدد باستخدام هذه الطريقة وأنه يمكن استخدامها لإيجاد جذور الأعداد النسبية غير المربعة مقربة لأي منزلة عشرية فعند ايجاد الجذر التربيعي لعدد مقرباً إلى المنزلة العشرية الثانية مثلاً يجب أن نوجد جذر العدد إلى المنزلة العشرية الثالثة ثم نقرب العدد الجذور إلى منزلتين عشريتين مؤكداً على تنفيذ خطوات الطريقة العامة خطوة خطوة وتعطى لها مزيد من التدريبات حتى يتمكن الطلبة من اتقانها .

– أن تقدم الجذر التكعيبي من خلال استخدام تحليل العدد إلى عوامله الأولية ، ثم كتابة هذه العوامل على صورة ضرب أسس ثم قسمة أس كل عامل من هذه العوامل على ٣ وحاصل ضرب هذه العوامل بعد قسمة أسسها على ٣ هو الجذر التكعيبي للعدد.

– يكلف الطلبة بواجبات صفية كلما اتيح الوقت في الحصتين الأولى والثانية ، ولكن بالتأكيد يعطى وقت كافٍ للواجبات الصفية في الحصتين الثانية والرابعة، كما يكلف الطلبة بواجبات منزلية بعد كل حصة على أن تناقش هذه الواجبات في بداية الحصة التالية، وفي نهاية الحصة الرابعة تنفذ خطوة تقويم .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١] ب) $\frac{٧}{٢} = ٣\frac{١}{٢}$ هـ) ٣,٤٨٧   و) ١٨,٢ .

[٢] أ) ٢,٢٤ .

[٣] ب) –٩   ء) –١٢   و) ٣,٢

التقـويم

يتم التقويم من خلال متابعة أداء الطلبة في الصف وحلول واجباتهم المنزلية .

كما يعطي التمرينين التاليين كخطوة تقويم نهاية الحصة الرابعة احسب قيمة كل مما يلي :

أ) $\sqrt[٣]{-٠,٠٢٧}$ ب) $\sqrt{١,٢١}$.

٢ : ١٠ تمارين ومسائل عامة

عدد الحصص : حصتان .

الهـــدف

يهدف هذا الدرس إلى تمكين الطلبة من إجادة العمليات على مجموعة الأعداد النسبية وإلى تثبيت وتعميق المفاهيم في هذه الوحدة .

تنفيذ الدرس

يتم تنفيذ هذا الدرس في حصتين .

الحصة الأولى : تمارين ومسائل .

الحصة الثانية : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ الدرس على المعلم مُراعاة ما يلي :

– يطلب المدرس من الطلبة حل بعض التمارين ومناقشتها على السبورة ويقف على الأخطاء والصعوبات التي يقع فيها الطلبة وفي نهاية الحصة الأولى يكلفهم ببعض التمارين كواجب منزلي .

– في بداية الحصة الثانية يناقش المدرس مع الطلبة الواجب المنزلي ويطلب منهم حل بعض التمارين وبحسب الوقت المتاح .

في نهاية الحصة الثانية يكلف الطلبة بحل الاختبار كواجب منزلي وتمهيداً للاختبار في نهاية الوحدة المعد في الدليل.

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١٦] طول ضلع قطعة الارض = ١٢,٤م ،
محيط قطعة الارض = ٤٩,٦م .

[١٧] عرض المستطيل = $٦\frac{١}{٤} \div ٣\frac{٣}{٤} = \frac{٢٥}{٤} \times \frac{٤}{١٥}$

$= \frac{٥}{٣} = ١\frac{٢}{٣}$ م .

[١٨] حجم متوازي المستطيلات :

$= ٣\frac{١}{٢} \times ٢\frac{٣}{٤} \times ٤\frac{٢}{٣} = ٤٤\frac{١١}{١٢}$ سم^{٣} .

[١٩] طول الغرفة = $\sqrt[٣]{٣٢,٧٦٨} = ٣,٢$م .

مساحة ارضية الغرفة = ٣,٢ × ٣,٢ = ١٠,٢٤م^{٢}.

٢ : ١١ اختبار الوحدة

عدد الحصص : حصتان .

الهـدف

يهدف الاختبار إلى التعرف على مدى تحقق أهداف الوحدة عند الطلبة ، والجدول التالي يوضح رقم الهدف ورقم السؤال الذي يقيس الهدف .

رقـم السـؤال	رقـم الهـدف
١	١ ، ٣
٢	١ ، ٢
٣	٤
٤	٥ ، ٦
٥	٧

تنفيذ الدرس

يتم تنفيذ الدرس في حصتين:

الحصة الأولى : يُقدم الاختبار الذي في الدليل .

الحصة الثانية : معالجة الأخطاء والصعوبات التي وقع فيها الطلبة .

وعند تنفيذ الدرس يُراعي المدرس ما يلي :

- يعطى الاختبار المعد في دليل المعلم كتقويم للطلبة لمعرفة مدى تحقق الأهداف المحددة في مقدمة الوحدة.
- يقوم المدرس بتصحيح الاختبار ورصد درجات الطلبة لكل هـدف لمعرفة الأهـداف التي لم تتحقق عند الطلبــة .
- يناقش المدرس الأخطاء التي وقع فيها الطلبة والتركيز على الأهداف التي لم تتحقق بشكل جيد ، معالجاً ذلك بشكل يساعد الطلبة على تجنب مثل هذه الأخطاء وللتغلب على صعوباتهم .

الاختبــار :

[١] اكتب الأعداد التالية على صورة $\frac{أ}{ب}$

أ) ٢   ب) $٠,\overline{٦}$ جـ) $٢\frac{١}{٣}$.

[٢] اكتب الأعداد النسبية التالية في أبسط صورة ومثلها على خط الأعداد .

أ) $\frac{١٥}{٢٥}$ ب) $-\frac{١٢}{٣٦}$.

[٣] ضع أحد الرموز > أو < أو = في $\square$ لتجعل العبارات التالية صحيحة :

أ) $\frac{٢}{٣} \square \frac{١}{٣}$ ب) $-\frac{٥}{٩} \square -\frac{٧}{٩}$

جـ) $\frac{٣}{٥} \square \frac{١}{٢}$ ء) $-\frac{٨}{١٤} \square -\frac{٢٤}{٤٢}$

[٤] أوجد ناتج ما يلي :

أ) $\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{١٠} + (-\frac{١}{١٠})$

ب) $٥\frac{١}{٣} - (-٢\frac{٢}{٣})$

جـ) $\frac{-٩}{٧} \times \frac{١}{٣}$

ء) $٣,٤ \div (-\frac{٢}{٥})$

[٥] احسب قيمة ما يلي :

أ) $\sqrt{٥\frac{١٩}{٢٥}}$ ب) $\sqrt[٣]{٠,١٢٥}$.

الوحـــدة الثـالـثـة

المقاديـــر الجبريـــة

جدول توزيع الحصص

البند	الموضـــوع	عدد الحصص
٣ – ١	مراجعـة	١
٣ – ٢	ضرب مقدار جبري في حد جبري	٢
٣ – ٣	قسمة مقدار جبري على حد جبري	٢
٣ – ٤	ضرب المقادير الجبرية	٣
٣ – ٥	قسمة المقادير الجبرية	٣
٣ – ٦	التحليل باستخراج العامل المشترك الأكبر	٣
٣ – ٧	تحليل الفرق بين مربعين	٣
٣ – ٨	تمارين ومسائل عامة	٢
٣ – ٩	اختبار الوحدة	٢
	المجمـــوع	٢١

أهداف الوحدة

يتوقع من الطالب بعد الانتهاء من تدريس هذه الوحدة أن يكون قادراً على أن :

١ – يضرب مقداراً جبرياً في حد جبري .

٢ – يقسم مقداراً جبرياً على حد جبري .

٣ – يضرب مقداراً جبرياً على مقدار جبري .

٤ – يقسم مقداراً جبرياً على مقدار جبري .

٥ – يوجد العامل المشترك الأكبر لحدين أو أكثر .

٦ – يحلل مقداراً جبرياً باستخراج العامل المشترك الأكبر .

٧ – يتعرف على الفرق بين مربعين .

٨ – يحلل الفرق بين مربعين .

٩ – يحل مسائل لفظية تتعلق بالمقادير الجبرية .

المقدمـــة

لمحـــة تاريخيـــة :

الجبر هو أحد فروع الرياضيات وأكثرها أهمية ؛ فهو علم الرموز ، الذي يحوّل الموضوعات والمسائل إلى علاقات ومعادلات تستخدم فيها الرموز . ولهذا العلم قواعده ونظرياته ، ولقد انطلق العرب والمسلمين بالجبر في رحاب واسعة ؛ فهم أول من ألف في الجبر كتاباً شاملاً منظماً وهو كتاب (الجبر والمقابلة) تأليف العالم محمد بن موسى الخوارزمي (٧٨٠ – ٨٥٠م) الذي عاش في عصر المأمون في القرن التاسع للميلاد .

وقد دفعه إلى تأليف هذا الكتاب محاولة سدّ الاحتياجات العملية ، وخاصة العمليات المتعلقة بالميراث وتقسيم الممتلكات التجارية .

وقد تطور علم الجبر تطوراً كبيراً بفضل الخوارزمي وتمت ترجمة كتابه (الجبر والمقابلة) إلى عدة لغات عالمية ، وكان له شأن تاريخي كبير ؛ إذ أن ما ألفه العلماء في الجبر من بعده كان مبنياً عليه ، ومن أهم أعمال الخوارزمي في هذا المجال وضعه قواعد الضرب ، كما وضع خوارزمية القسمة وغير ذلك من الأعمال .

وبعد الخوارزمي ظهر علماء كبار ومن بينهم العالم الكبير أبو كامل شجاع بن أسلم المصري (٨٥٠ – ٩٣٠م) الذي ألف العديد من الكتب الرياضية منها (كتاب كمال الجبر وتمامه والزيادة في أصوله) وقد أضاف فيه إلى كتاب الخوارزمي إضافات مهمة ، ومن بين ما أضافه المتطابقة

$$\left(\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{أ}}\right)\left(\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{ب}}\right) = \frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{أ}} + \frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{ب}} \quad .$$

كما برع كثير من العرب والمسلمين في هذا المجال ، وأضافوا فيه إضافات أشادت بهم أمثال الكرخي والبوزجاني ومن أشهر أعمالهم جمع المقادير الجبرية .

أقسام الوحدة :

تتضمن هذه الوحدة تسعة بنود خصصت لها واحد وعشرون حصة تناول البند الأول مراجعة لما سبق دراسته في الصف السابع من المقادير الجبرية وعمليتي جمعها وطرحها .

ويشمل البندان الثاني والثالث ضرب مقدار جبري في حد جبري وقسمة مقدار جبري على حد جبري، أما البندان الرابع والخامس فقد تناولا ضرب وقسمة المقادير الجبرية ، وشمل البند السادس التحليل بأخذ العامل المشترك الأكبر وتناول البند السابع تحليل الفرق بين مربعين ، واختتمت هذه الوحدة بتمارين ومسائل عامة متنوعة شملت جميع مواضيع هذه الوحدة ، رُوعي في وضعها الفروق الفردية ، وتبع ذلك اختبار للوحدة ليقيس مدى تحقق أهداف الوحدة .

مفاهيم ومصطلحات جديدة :

– ضرب المقادير الجبرية .

– قسمة المقادير الجبرية .

– التحليل باخذ العامل المشترك الأكبر .

– الفرق بين مربعين $س^٢ - ص^٢$.

– تحليل الفرق بين مربعين : $س^٢ - ص^٢ = (س - ص) (س + ص)$.

صعوبات متوقعة ومعالجات :

قد توجد صعوبات تواجه الطلبة عند دراستهم لمقرر الجبر ، وهذه الصعوبات في المفاهيم الجبرية الأساسية، والتي بدونها لاتتضح أساسيات المادة في أذهان الطلبة ، والتي تؤثر بدورها في دراستهم المستقبلية ، وتزداد درجة صعوبة المفهوم في مستوى التطبيق والفهم عنها في مستوى التذكير ، ومنها صعوبة فهم وتطبيق العمليات المشتملة على الحدود والمقادير الجبرية ، وترجع أسباب هذه الصعوبات إلى نظرة الطالب إلى مادة الجبر على أنها مادة جافة ، لاترتبط بحاجته وميوله ومشكلاته ؛ وإنها بناء مكوّن من تعاريف وقوانين ومبادئ لايفهم معناها ، ولايفرق بينها ، وبذلك يصبح دور الطالب سلبي واستجابته ضعيفة ، ولذلك قد يعتمد على حفظ القوانين والتعاريف وللتغلب على تلك الصعوبات يُراعى ما يلي :

– يحتاج تدريس الجبر إلى إعطاء مقدمة تاريخية للطلبة يبين فيها المدرس دور العرب والمسلمين في تطور علم الجبر ، كنوع من التحفيز والتشويق للمادة .
– يحتاج تدريس الجبر إلى التمهيد بالأمثلة العددية أولاً ، ثم استنتاج القانون أو المفهوم فمثلاً عند توضيح خاصية توزيع الضرب (ضرب مقدار جبري في حد) يجب أن يبدأ المدرس بمثال عددي على خاصية التوزيع في مجموعة الأعداد الصحيحة ، ثم الانتقال إلى الرموز .
– يفضل التنوع في استخدام الرموز عند الشرح على السبورة بدلاً من الاقتصار على أ ، ب ، جـ ، س ، ص بأن يستخدم أيضاً ع ، ل ، م ، ﻫ ، هـ ، .... الخ .
– لابد من ربط كل درس جديد بما سبق دراسته لتثبيت المفاهيم والمهارات .
– تصحيح الأخطاء أولاً بأول ، سواء داخل الصف أثناء المناقشة أو أثناء تصحيح الواجبات الصفية والمنزلية .
– التنوع في التدريبات والتمارين وطرق حلها .
– تشجيع الطلبة على المشاركة واقتراح الحلول ، وبدون إحباط لأي طالب يخطئ .
– ينبغي أن يكون تقويم المدرس للطلبة مستمراً في أثناء الدروس وعند الانتهاء من كل موضوع ، بالإضافة إلى الأسئلة التي تثير نشاط الطلبة في الحصة .

٣ : ١ مراجعــــة

عدد الحصص : حصة واحدة .

الهـــــدف

تثبيت مفهوم المقدار الجبري ، وإجراء عمليتي جمع وطرح الحدود المتشابهة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا لدرس في حصة واحدة .

وعند تنفيذ الدر س يُراعى ما يأتي :

– يراجع المدرس مع الطلبة مفهوم المقدار الجبري .

– يعطي المدرس بعض المقادير الجبرية على السبورة ويسأل الطلبة عن عدد حدودها ، ويطلب ذكرها ، ويذكرهم بأن المقدار الجبري مكون من حد أو أكثر .

– يذكر المدرس الطلبة أنه عند تبسيط المقدار الجبري يتم جمع الحدود المتشابهة .

– يؤكد المدرس على أهمية ترتيب الحدود في المقادير الجبرية عند إتمام عملية الجمع أو الطرح راسياً أو أفقياً، موضحاً أنه في الطريقة الرأسية تسهل رؤية الحدود المتشابهة وإجراء العملية .

– يكلف المدرس الطلبة بحل تدريب صفي من التمارين الواردة في كتاب الطالب ويعطي بعض التمارين كواجب منزلي .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٤] $ص^{٢}$ + ص – ١

[٦] –٥أ + ب + ٢ جـ .

[٩] محيط المعين = مجموع أطوال أضلاعه الأربعة .

[١٠] ٥ س + ٧ سم .

[١١] أ) عمر سميرة الآن = س + ٤

ب) ٢ س + ٤ جـ) س + ٥

د) ٢ س + ١٤ .

التقــويم

هذا الدرس مراجعة لما سبق دراسته ، وبهذا يُعتبر تقويماً قبلياً للوحدة يجب أن يتمكن الطلبة من المفاهيم والمهارات الواردة فيه .

٣ : ٢ ضرب حد جبري في مقدار جبري

عدد الحصص : حصتان .

الأهــداف

١ – يتعرف الطالب على مفهوم ضرب حد جبري في مقدار جبري .

٢ – يضرب حد جبري في مقدار جبري .

المحتوى

عند ضرب حد جبري في مقدار جبري نضرب هذا الحد في كل من حدود المقدار الجبري باستخدام خاصية التوزيع .

تنفيذ الدرس

ينفذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : ضرب حد جبري في مقدار جبري .

الحصة الثانية : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ هذا الدرس تتم مُراعاة ما يلي :

يبدأ المدرس بتذكير الطلبة بموضوع ضرب حد جبري في آخر بحل التدريب والتأكيد على جمع أسس المتغيرات المتساوية عند الضرب يحل المدرس مع الطلبة المثال التمهيدي ويوضح لهم بأ ن عملية ضرب حد جبري في مقدار جبري ما هي إلاّ تكرار عملية ضرب حد جبري في آخر باستخدام خاصية التوزيع .

يناقش المدرس مع الطلبة الأمثلة ويوضح لهم بأنه

يمكن إيجاد حاصل الضرب بالطريقة الأفقية أو الرأسية بحل مثال على الأقل بالطريقة الرأسية .

وفي نهاية الحصة الأولى يحدد المدرس للطلبة بعض التمارين كواجب منزلي .

وفي الحصة الثانية يناقش المدرس مع الطلبة الواجب المنزلي السابق ويكلفهم بعمل صفي كلما تتطلب الأمر كما يكلفهم بواجب منزلي جديد .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٣] نبدأ بعملية ضرب كل حد جبري في المقدار الجبري الذي يليه ثم يتم جمع الحدود الجبرية المتشابهة .

[٤] ب) ٣ص ، ٥ س ع^{٢} .

جـ) ٥م^{٣} ، −٤ م^{٤} ، ٨م^{٥} .

[٦] $\frac{٦٥}{٤}$.

[١١] ١٢٦ وفي هذا التمرين يمكن التعويض قبل إجراء عملية الضرب أو في حاصل ضرب .

التقويم

يتم التقويم البنائي من خلال مشاركة الطلبة ومتابعة حل التمارين الصفية والواجب المنزلي ، كما يُعطى التمرين التالي في نهاية الحصة الثانية كخطوة تقويم .

أوجد حاصل ضرب : (٢ س ص) في

($\frac{٣}{٨}$ س ع − ٤ س^{٢} ص^{٣} + $\frac{١}{٢}$ س^{٢}) .

٣ : ٣ قسمة مقدار جبري على حد جبري

عدد الحصص : حصتان .

الأهداف

١ – يتعرف الطالب على مفهوم قسمة مقدار جبري على حد جبري .

٢ – يقسم مقدار جبري على حد جبري .

المحتوى

عند قسمة مقدار جبري على حد جبري لا يساوى الصفر نقسم كل حد من حدود المقدار الجبري على هذا الحد .

تنفيذ الدرس

ينفذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : قسمة مقدار جبري على حد جبري .

الحصة الثانية : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ هذا الدرس يُراعي المدرس ما يلي :

– يوضح المدرس للطلبة أن عملية قسمة مقدار جبري على حد جبري هي عملية عكسية لضرب حد جبري في مقدار جبري ؛ أي هي : عملية ضرب في مقلوب المقسوم عليه .

– ومن خلال التدريب ، وعند مناقشة الأمثلة يوضح للطلبة بأنه تتم قسمة كل حد من حدود المقدار على المقسوم عليه ، ويؤكد بأنه يتم اختصار المتغيرات المتساوية وذات القوة الواحدة عند القسمة .

– يوضح للطلبة بأنه يمكن أن يتم طرح أسس المتغيرات المتساوية عند القسمة .

– على المدرس أن يعود الطلبة على إجراء عملية التحقق من صحة الحل باستخدام الضرب ، أي بأن يتم ضرب المقسوم عليه × خارج القسمة لنحصل على المقسوم؛ وبذلك نتحقق من صحة الحل .

– يناقش المدرس مع الطلبة الأمثلة ، ويحدد بعض التمارين في نهاية الحصة الأولى كواجب منزلي .

– وفي الحصة الثانية يراجع المدرس مع الطلبة تمارين الواجب المنزلي السابق ويكلفهم بعمل صفي ، ويقدم الإرشادات والمساعدات عند الضرورة ، ويناقش جميعاً ما صعب لديهم ، ويكلفهم بواجب منزلي جديد .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٤] أ) $س^{٢}$.

ب) $٨ أ^{٣} جـ$ ، $\frac{١}{٤} ب^{٢}$ ، $\frac{٥}{٤} جـ$.

جـ) $١٢ ل^{٣} م^{٢}$ ، $٤ م^{٢}$ ، ل .

[٥] ١٢ .

[٦] يتم أولاً : قسمة المقدار ($س^{٣} ص - ٧ س ص + ٢ س^{٢} ص^{٢}$) على ($- س ص$) ثم يتم إضافة خارج القسمة إلى المقدار ($٢ س ص - ٥ س^{٢} + ٣ ص^{٢}$) .

[٩] العدد الآخر = ($س^{٢} + ٣ س ص^{٣}$) .

[١١] الارتفاع = (٢ + ب) سم .

التقويم

يتم التقويم البنائي من خلال مشاركة الطلبة في النقاش ومن خلال متابعة حل التمارين الصفية وحل تمارين الواجب المنزلي ، كما يتم إعطاء التمرين التالي في نهاية الحصة الثانية كخطوة تقويم .

أوجد ناتج الآتي :

($١٠٠ س^{٣} ص - ٢٥ س^{٤} + ١٠ س^{٢} ص^{٢}$) ÷ ($٥ س^{٢}$)

٣ : ٤ ضرب المقادير الجبرية

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الهـدف

يوجد حاصل ضرب المقادير الجبرية .

المحتـوى :

حاصل ضرب مقدارين جبريين يساوي مجموع حاصل ضرب كل حد من أحدهما في كل حد من الآخر .

تنفيذ الدرس

يتم تنفيذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : ضرب المقادير الجبرية (١) .

الحصة الثانية : ضرب المقادير الجبرية (٢) .

الحصة الثالثة : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ الدرس يُراعى ما يأتي :

– يمهد المدرس بإعطاء التدريب الوارد في كتاب الطالب ، ويناقش الإجابة معهم ثم يستنتج معهم الخاصية المستخدمة لإتمام العملية .

– يناقش المدرس مع الطلبة الأمثلة الواردة في كتاب الطالب ، مع التوضيح إنه عند إجراء عملية ضرب مقدار جبري في مقدار جبري آخر يتم استخدام خاصية التوزيع أكثر من مرة .

– يوضح للطلبة أن خاصية التوزيع مع ضرب حد جبري في مقدار جبري يمكن أن تعمم للمقادير المكوّنة من أكثر من حدين فمثلاً :

أ (س + ص + ع + ...) = أ س + أ ص + أ ع + ...

– يؤكد المدرس إنه عند إجراء عملية الضرب رأسياً .

– يفضل ترتيب الحدود في المقدارين تنازلياً حسب أحد المتغيرات الموجودة في المقدار مع ترك أماكن خالية للحدود غير الموجودة ، ودائماً نختار المقدار الذي حدوده أكثر ليكون مضروباً والمقدار الآخر مضروباً فيه .

– في الحصة الثانية يبحث عن وقت ليقوم الطلبه بعمل صفي يحدده المدرس ويكرس اكثر الوقت في الحصة الثالثة للعمل الصفي ويقوم المدرس بمراقبة أداء الطلبة ويقوم الأرشادات والمساعدة عند الضرورة .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٦] (س + ٢ ص)^{٢} – (٢ س + ص)^{٢}

=(س^{٢} + ٤ س ص+٤ ص^{٢})–(٤ س^{٣}+٤س ص + ص^{٢}+ ١٨)

= – ٣ س^{٢} + ٣ ص^{٢} .

[٨] أ) (٢ س^{٤} – $\frac{\text{٤٩ س}^{٣}}{٢}$ + ٢١ س^{٢} – ٣٩س)

جـ) ($\frac{٢٥}{٤}$ س^{٢} – $\frac{٨١}{٤}$ ص^{٢}) سم .

[١٢] المحيط = (٤ ص + ٤) سم

المساحة = (ص^{٢} + ٢ ص – ١٥) سم^{٢} .

[١٥] حاصل ضرب المقدارين

= ٩س^{٤} – ٢٤س^{٣} + ٣١س^{٢} – ٢٠س .

التقــويم

يُقوِّ م المدرس الطلبة تقويماً بنائياً من خلال المناقشات ومتابعة حل بعض التدريبات الصفية وحل الواجب المنزلي ، وفي نهاية الحصة الثالثة يقدم التمرينين التاليين كخطوة تقويم :

أوجد ما يأتي :

أ) (س – ص) (س^{٢} + س ص + ص^{٢}) .

ب) (هـ – ٢ ن)^{٢} .

٣ : ٥ قسمــة المقاديــر الجبريــة

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الهــدف

يوجد خارج قسمة المقادير الجبرية .

تنفيذ الدرس

يتم تنفيذ هذا الدرس في ثلاثة حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : قسمة المقادير الجبرية (١)

الحصة الثانية : قسمة المقادير الجبرية (٢)

الحصة الثالثة : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ الدرس يُراعى ما يأتي :

– يُمهَّد للدرس بالتأكيد على علاقة القسمة بالضرب من خلال إعطاء أمثلة لقسمة حد على حد لتوضيح هذه العلاقة ، ثم تطبق هذه العلاقة على قسمة مقدار جبري على حد .

– يناقش التدريب الموجود في كتاب الطالب .

– يوضح للطلبة الخطوات المتبعة لإجراء عملية قسمة مقدار جبري على مقدار جبري من خلال الأمثلة الواردة في كتاب الطالب .

الخطوات المتبعة لإجراء عملية القسمة هي :

١) ترتيب الحدود في كل من المقسوم والمقسوم عليه تنازلياً حسب أسس المتغير الموجود في المقدار مع ترك أماكن خالية للحدود غير الموجودة .

٢) يقسم الحد الأول في المقسوم على الحد الأول في المقسوم عليه فينتج أول حد من خارج القسمة .

٣) يضرب أول حد في خارج القسمة في المقسوم عليه ونضع حاصل الضرب تحت المقسوم .

٤) يطرح حاصل الضرب من المقسوم ، فإذا كان الفرق صفراً تنتهي عملية القسمة ، إما إذا كان الفرق

لايساوى صفراً نكرر العملية السابقة إلى أن تنتهي عملية القسمة .

– يؤكد المدرس على أهمية ترتيب الحدود في المقادير الجبرية ، وذلك لتسهيل إجراء عملية القسمة .

– يُبين للطلبة ضرورة التأكد من صحة الإجابة باستخدام العلاقة : المقسوم = المقسوم عليه × خارج القسمة . إذا كانت القسمة منتهية ، إما إذا لم تكن القسمة منتهية فإن :

المقسوم = المقسوم عليه × خارج القسمة + الباقي .

– يبين لهم أنه في جميع الأمثلة الواردة في الكتاب نلاحظ أن المقسوم دائماً أكبر أو تساوى المقسوم عليه في هذا البند المقسوم عليه لايساوى الصفر .

– يكلف الطلبة بحل بعض التدريبات الصفية في الحصة الثانية ويخطط لأن يكون أغلب وقت الحصة الثالثة للعمل الصفي ، ويقوم المدرس بتوجيهاته ومساعدته لمن يحتاج .

– يعطى التمارين والمسائل كواجب منزلي في نهاية كل حصة ، على أن تتم مناقشة بعض منها في الحصة التالية .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١] ى) هـ^{٣} + هـ^{٢} ا + هـ ا^{٢} + ا^{٣} .

[٢] ى) $\frac{١}{٤}$ ا^{٢} + $\frac{١}{٦}$ ا ب + $\frac{١}{٩}$ ب^{٢} .

[٥] المقدار = ٤ س + ٣ ص .

[٦] خارج القسمة = –٣ ا – ٢ ب + ٤ جـ .

الفرق = –٣ – ٢ب + ٤ جـ – ٣ ا + ٣ب – ٧جـ

= –٦ ا + ب – ٣ جـ .

[٧] م = ١

[٩] الارتفاع = ٤ س^{٣} – ٢ س^{٢} ص + ٣ س ص^{٢} .

[١١] طول القاعدة = ٢ ا^{٣} + ٧ ا^{٢} ب – ٤ .

التقـويم

يتم التقويم من خلال المناقشة ومتابعة حلول التدريبات الصفية والواجبات المنزلية . كما تقدم التمارين الآتية في نهاية الحصة الثالثة كخطوة تقويم :

أوجد ناتج ما يأتي :

ا) (س^{٢} – ص^{٢}) ÷ (س – ص) .

ب) (ا^{٢} – ٢ ا ب + ب^{٢}) ÷ (ا – ب) .

٣ : ٦ التحليل باستخراج العامل المشترك الأكبر

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الأهـداف

– يجد العامل المشترك الأكبر لحدين أو أكثر .

– يحلل مقداراً جبرياً باستخراج العامل المشترك .

المحتوى

العامل المشترك الأكبر لعدة حدود جبرية هو حد جبري يقسم جميع الحدود،ويرمز له بالرمز « ع . م . ا » .

تنفيذ الدرس

ينفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : العامل المشترك الأكبر .

الحصة الثانية : تحليل مقداراً جبرياً باستخراج العامل المشترك .

الحصة الثالثة : التمارين والمسائل .

يُراعى عند تنفيذ الحصص الآتي :

–يمهد للدرس بمراجعة عوامل الأعداد والحدود الجبرية .

– يراجع إيجاد العامل المشترك الأكبر لبعض الأعداد ،

مثل : أوجد ع . م . أ للأعداد ١٢ ، ٤٨ ، ٣٦ .

– تعطى بعض حدود جبرية ويطلب من الطلبة تحليلها .

– يناقش تحليل عوامل كل حد على حده ومقارنتها مع حدود المجموعة ، ومن خلال ذلك يتم استنتاج تعريف العامل المشترك الأكبر للحدود الجبرية .

– يعزز التعريف بأمثلة متعددة ومتنوعة .

– يؤكد على أنه إذا لم يوجد عامل مشترك بين الحدود الجبرية فإن العامل المشترك هو الواحد الصحيح ، يمكن ربط ذلك بمثال عددي مثلاً : أوجد ع . م . أ للأعداد : ١٢ ، ٢٥ ، ٤٩ .

– تعطى مقادير جبرية مكوّنة من حدين ومن خلالها يتم التوصل إلى تحليل المقدار الجبري إلى عوامل ، وبالتالي توضح عملية تحليل المقدار الجبري باستخراج العامل المشترك ، وتناقش الأمثلة مع الطلبة بشكل مفصل .

– توضح العملية العكسية للتحليل والتي تتمثل بعملية الضرب العامل المشترك في القوس للحصول على المقدار الأصلي .

– تعطى تدريبات صفية كلما أمكن في الحصتين الأولى والثانية ، ويخصص وقت كاف للتمارين الصفية في الحصة الثالثة .

– تعطى الواجبات المنزلية للطلبة وفقاً لما ينجز في كل حصة ومتابعتها ومن خلال ذلك تعالج الصعوبات أول بأول ونقدم التوجيهات والمساعدات لمن يحتاج .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٨] يمكن تحويل الكسر العشري إلى كسر عادي ويكون العامل المشترك $\frac{٩}{١٠٠}$ ل^{٢} م^{٢} ، أو بصورة مباشرة يكون ٠,٠٩ ل^{٢} م^{٢} .

[١٨] وضع المقدار بالصورة (أ + ٣)^{٢} + (٦أ + ١٨)

= (أ + ٣)^{٢} + ٦ (أ + ٣)

= (أ + ٣) (أ + ٣ + ٦)

= (أ + ٣) (أ + ٩)

[١٩] وضع المقدار بالصورة (هـ – ٢ و)^{٢} + (–٣هـ + ٦و)

يتم استخراج (–٣) عامل مشترك من القوس (– ٣هـ + ٦و) ويكون المقدار

= (هـ – ٢و)^{٢} – ٣ (هـ – ٢و)

= (هـ – ٢ و) (هـ – ٢ و – ٣) .

– يمكن التأكد من صحة التحليل باجراء عملية الضرب بعد التحليل ستجد المقدار نفسه .

التقــويم

– يتم التقويم البنائي من خلال المشاركة في الفصل وحل الواجبات الصفية والمنزلية .

– في نهاية الحصة الثالثة يطرح المدرس السؤال الآتي كخطوة تقويم .

حلل الآتي :

١) ٥س^{٢} – ٢٥ س .

٢) ١٢ (٣ س – ٥)^{٣} + ٢٨ (٣ س – ٥)^{٢} .

٣ : ٧ تحليل الفرق بين مربعين

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الأهــداف

– يتعرّف الفرق بين مربعين .

– يحلل الفرق بين مربعين .

المحتوى

الفرق بين مربعي كميتين يساوي حاصل ضرب مجموع الكميتين في الفرق بينهما ، أي أن :

س^{٢} – ص^{٢} = (س + ص) (س – ص) .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : تحليل الفرق بين مربعين .

الحصة الثانية والثالثة : تمارين ومسائل .

عند تنفيذ الدرس يُراعى الآتي :

– يمهد للدرس بمراجعة ضرب المقادير الجبرية .

– تُعطى مقادير جبرية مكونة من حدين مثل : س^{٢} + ص^{٢} ، س^{٢} – ص^{٢} ، س^{٣} – ص^{٢} ، أ^{٢} – ٤ ومن خلالها يتم التعرف على الفرق بين المربعين ، وكيف نميزهما .

– تعطى مقادير جبرية مكوّنة من حدين يكون ناتج حاصل ضربها مقدار يمثل فرق بين مربعين .

– تُناقش المقادير التي هي عبارة عن حاصل ضرب مجموع كميتين في الفرق بينهما بأنها فرق بين مربعين، ومن خلال ذلك يتم استنتاج قاعدة تحليل الفرق بين المربعين .

– مناقشة الأمثلة الواردة في كتاب الطالب كما يمكن إضافة أمثلة وتمارين مشابهة .

– يُعطى التمرين رقم (١) كتدريب صفي .

– تُعطى تمارين متنوعة يتم تحليلها أولاً باستخراج العامل المشترك ، ثم الفرق بين المربعين . يؤكد دائماً إننا أولاً نبحث عن العامل المشترك ، ثم نحلل الفرق بين مربعين .

– يؤكد على التحليل باخذ العامل المشترك بين حدين جبرين معامل أحدهما عدد صحيح ومعامل الآخر عدد كسري مثل :

٢ س^{٢} – $\frac{١}{٢}$ ص^{٢} ، ٣ أ^{٢} – $\frac{ب^{٢}}{٢٧}$ ، ... ويكون العامل المشترك أحد المعاملات العدد الصحيح أو لكسر فكلا الطريقتين تؤدي إلى الحل الصحيح ، مثل : ٢س^{٢} – $\frac{١}{٢}$ ص^{٢} = ٢ (س^{٢} – $\frac{١}{٤}$ ص^{٢})

= ٢ (س + $\frac{١}{٢}$ ص) (س – $\frac{١}{٢}$ ص)

أو ٢ س^{٢} – $\frac{١}{٢}$ ص^{٢} = $\frac{١}{٢}$ (٤ س^{٢} – ص^{٢})

= $\frac{١}{٢}$ (٢ س + ص) (٢ س – ص)

– يؤكد على التحقق من صحة التحليل ، وذلك بضرب العوامل حتى نحصل على المقدار نفسه .

– تعطى في كل من الحصتين الثانية والثالثة وقت كافٍ لحل تمارين صفية ويقوم المدرس بمراقبة الطلبة والتعرف على صعوباتهم وأخطائهم ومعالجتها أول بأول كما يقدم الإرشادات والتوجيهات المساعدة لمن يحتاج .

– تُعطى تمارين الواجب المنزلي وفقاً لما يُنجز في كل حصة .

– متابعة الواجبات المنزلية ومن خلالها تتم معالجة الصعوبات التي ستظهر لدى الطلبة .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٧] يتم أولاً استخراج العامل المشترك ويكون ناتج لتحليل س (ب – جـ) (ب + جـ) .

[١٠] سيتم التحليل على مرحلتين الأولى عباره عن (ل^{٢} + ١) (ل^{٢} – ١) ولكن (ل^{٢} – ١) عبارة عن فرق بين مربعين يتم تحليله ويكون الناتج (ل^{٢} + ١) (ل + ١) (ل – ١) .

[١٣] يتم أولاً استخراج العدد ٥ كعامل مشترك ثم يحلل ما تبقى بالفرق بين مربعين مباشرة أو بتحويل الكسر العشري إلى كسر عادي ، ثم تحليل الفرق بين مربعين .

[١٤] يتم أولاً استخراج العامل المشترك للمعاملات ويكون

٢٧ (ل^{٢} – $\frac{١}{٨١}$ م^{٢}) = ٢٧ (ل – $\frac{م}{٩}$) (ل + $\frac{م}{٩}$)

أو $\frac{١}{٣}$ (٨١ ل^{٢} – م^{٢}) = $\frac{١}{٣}$ (٩ل + م) (٩ل – م)

[١٥] ب) (٥٧)^{٢} – (٢٣)^{٢} = (٥٧ – ٢٣) (٥٧ + ٢٣)

= ٣٤ × ٨٠ = ٢٧٢٠ .

ء) ٣٧ × ٤٣ = (٤٠ − ٣) (٤٠ + ٣)

= $٤٠^{٢} - ٣^{٢}$.

= ١٦٠٠ − ٩ = ١٥٩١ .

التقـــويم

– يتم التقويم البنائي من خلال ملاحظة المشاركة ومن خلال متابعة حل التمارين والتدريبات الصفية وحل الواجبات المنزلية .

– يطرح التمارين التالية في نهاية الحصة الثالثة كخطوة تقويم :

حلل ما يأتي : $أ^{٢} - ب^{٢}$ ، $٤م^{٢} - ٩ن^{٢}$ ، $١٢س^{٢} - ٧٥ص^{٢}$.

٣ : ٨ تمارين ومسائل عامة

عدد الحصص : حصتان .

الهـــدف

يهدف هذا الدرس إلى تنمية وتثبيت المفاهيم والمهارات التي وردت في هذه الوحدة .

تنفيذ الدرس

يُـنفذ هذا الدرس في حصتين ، ويُراعى عند التنفيذ ما يلي :

– يؤكد المعلم للطلبة بأن عملية ضرب حد جبري في مقدار جبري ما هي إلاّ عملية ضرب حد جبري في آخر بعد تطبيق خاصية التوزيع ، ويوضح جمع الأسس للمتغيرات المتساوية عند عملية الضرب .

– يؤكد أيضاً بأن عملية ضرب حد جبري في مقدار جبري تبديلية .

– يوضح المدرس للطلبة بأن عملية قسمة مقدار جبري على حد جبري هي عملية عكسية لعملية ضرب حد جبري في مقدار جبري ، ويوضح أيضاً كيفية طرح الأسس للمتغيرات المتساوية عند عملية القسمة ، وأن أي متغير مرفوع للقوة صفر يساوى واحد ($س^{٠} = ١$) حيث س © ٠ .

– يؤكد المدرس للطلبة بأنه عند ضرب مقـدار جبري في آخر يتم استخدام خاصية التوزيع أكثر من مره مع ترتيب الحدود في المقادير عند استخدام الضرب الأسي لتسهيل عملية الضرب مع ترك أماكن خالية للقوة غير الموجودة .

وعند إيجاد العامل المشترك الأعلى لعدة حدود أو مقادير جبرية لابد أن يكون هو الحد الجبري الذي يقسم كل الحدود (أو المقدار الجبري الذي يقسم كل المقادير الجبرية) يؤكد المدرس للطلبة تعريف الفرق بين مربعين وكيفية تحليله .

فمثلاً من الأخطاء التي يقع فيها الطلبة عند تحليل المقدار ($س^{٦} - ص^{٦}$) أن البعض يحلله فرق بين مربعين والبعض الآخر يحلله فرق بين مكعبين فكلا الحالتان صحيحة مرتب أن يحلل هنا كفرق بين مربعين فقط حيث لم يدرس بعد تحليل فرق بين مكعبين .

يُـكلّـَف المدرس الطلبة بحل بعض التمارين كتدريبات صفية ويتم إعطاؤهم بعض التمارين كواجب منزلي ويُقوِّم المدرس الطلبة من خلال حل التدريبات الصفية والواجب المنزلي لمعرفة مواطن الضعف ويعالجها ومواطن القوة ويعززها حيث يعتبر الدرس مراجعة عامة للوحدة ككل وفيه يتم الإعداد لاختبار الوحدة في الحصة الثانية ويُكلِّف الطلبة بحل إختبار الوحدة الموجود في الكتاب المدرسي كعمل منزلي تهيئة للاختبار .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٣] ب) (٣ أ جـ − ٢ ب $جـ^{٢}$ − $ب^{٢}$) .

[٤] جـ) ($٩س^{٢}$ + ٦ س + ٤) .

[٦] جـ) ٢(س − ١) ء) س (س + ٢) .

[٨] ء) ٣ (٠,٢٥ ل^{٤} – ١)
= ٣ (٠,٥ ل^{٢} – ١) (٠,٥ ل^{٢} + ١) .

[١٣] البعد الآخر = (س – ٥) سم .
المحيط = (٤ س – ٢٠) سم .

٣ : ٩ اختبار الوحدة

عدد الحصص : حصتان .

الهـــدف

يقيس مدى تحقق أهداف الوحدة لدى الطلبة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : يُعطى الاختبار الذي في الدليل والذي يُغطي أهداف الوحدة حسب الجدول التالي :

رقم السؤال	الفقرة	رقم الهدف
١	أ	١
	ب	٢
	جـ	٣
	ء	٤
٢	أ	٥
	ب	٥
٣	أ	٧ ، ٨
	ب	٦ ، ٧ ، ٨
٤		٩

يُ صحح الاختبار ويتم الرصد لأخطاء الطلبة ، والتعرف على الأهداف التي لم تتحقق .

الحصة الثانية : معالجة الأخطاء والصعوبات كما يرصدها المدرس من خلال تصحيح أوراق الإجابة .

الاختبــار :

[١] أوجد ناتج ما يأتي :

أ) (٥ أ ب – ٦ أ^{٢} ب) (–٣ أ ب)

ب) (٨ س^{٣} ص^{٢} ع^{٢} + ٢٠ س ع^{٣} – س ص ع) ÷ ٤ س ع

جـ) (ل – ٣) (ل^{٢} – ل + ٢)

ء) (س^{٢} – س – ٦) ÷ (س + ٢)

[٢] أوجد العامل المشترك الأكبر للآتي :

أ) ٢٧ أ^{٢} ب^{٣} ، ١٢ أ^{٣} ب^{٢} ، ١٨ أ^{٤} ب^{٣} .

ب) ١٢ (س + ٥) ، ٩ (س – ٥) ، ١٥ (س – ٥)

[٣] حلل ما يأتي :

أ) $\frac{\text{س}^{٢}}{٢٥}$ – ٩ ع^{٢} .

ب) أ^{٢} (م – ن) – هـ^{٢} (م – ن) .

[٤] روضة أطفال مستطيلة الشكل طولها (٧ س + ٣) كم، وعرضها (٤ س + ٥) كم ، عبر عن مساحتها ومحيطها .

الوحدة الرابعة

المعادلات والمتراجحات

جدول توزيع الحصص

البند	الموضوع	عدد الحصص
٤ – ١	حل المعادلة من الدرجة الأولى في متغير واحد في (ن)	٣
٤ – ٢	حل متراجحة من الدرجة الأولى في متغير واحد في(ن)	٣
٤ – ٣	معادلات الدرجة الثانية في متغير واحد	٢
٤ – ٤	مسائل تطبيقية	٣
٤ – ٥	تمارين ومسائل عامة	٢
٤ – ٦	اختبار الوحدة	٢
	مجموع الحصص	١٥

أهداف الوحدة

يتوقع من الطالب بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة أن يكون قادراً على أن :

١ – يحل معادلة الدرجة الأولى في متغير واحد في مجموعة الأعداد النسبية (ن) .

٢ – يحل متراجحة الدرجة الأولى في متغير واحد في مجموعة الأعداد النسبية (ن) .

٣ – يتعرف على المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد .

٤ – يحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد على صورة أ س^{٢} + جـ = ٠ .

٥ – يحل مسائل تطبيقية على المعادلات والمتراجحات .

المقدمـــة

لمحــة تاريخيـــة :

إن مؤسسي علم الجبر هو محمد بن محمد موسى الخوارزمي (٧٨٠ – ٨٥٠) بوضع كتابه وهو أول من أطلق لفظ الجبر على هذا العلم من خلال كتابة « الجبر والمقابلة » الذي ترجم إلى عدد من لغات العالم . « قد اعتبر الجبر أنه جبر الكميات السالبة بأضافة كميات موجبة متساوية إلى طرفي المعادلة » ، أما المقابلة فيقصد بها حذف الأجناس المتقابلة في طرفي المعادلة ، أو بعبارة أخرى حذف الحدود المتساوية كمية وإشارة من طرفي المعادلة .

واستخدم العرب الشعر لإنجاز المعارف وتركيز وتسهيل حفظها وقد قال الشاعر ابن الياسمين في بعض قصائده عن علم الجبر :

على ثلاث يدور الجبر ❖ المال والأعداد ثم الجذر
فالمال كل عدد مربع ❖ وجذره واحد تلك الأضلع
والعدد المطلق مالم ينسب ❖ للمال أو للجذر فافهم تنضب
والشيء والجذر بمعنى واحد ❖ كالقول في لفظ أبٍ ووالد

ويعني أن المال هو مربع الشيء مثل س^{٢} ، والشيء أو الجذر هو المتغير أو المجهول مثل س ، والعدد المطلق هو الكمية الخالية من الرموز أو المتغيرات . وقسم الخوارزمي المعادلات إلى ستة أنواع يمكن التعبير عنها بالصور التالية :

– أموالاً تعدل جذوراً ، أي أ س^{٢} = ب س .
– اموالاً تعدل عدداً ، أي أ س^{٢} = جـ .

فهذه هي الصورة التي سيتم دراستها في هذه الوحدة :

– جذوراً تعادل عدداً ، أي ب س = جـ « معادلة الدرجة الأولى في متغير واحد » .
– أموالاً وجذور تعادل عدداً ، أي أ س^{٢} + ب س = جـ .
– جذور وعدد تعادل أموالاً ، أي ب س + جـ = أ س^{٢} .
– أموال وعدد تعادل جذوراً ، أي أ س^{٢} + جـ = ب س .

ويشير ابن الياسمين إلى طريقة حل المسائل « المعادلات » البسيطة بقوله :

فاقسم على الأموال إن وجدتها ❖ واقسم على الأجذار إن عدمتها
فهذه المسائل البسيطة ❖ خارجها الجذر سوى الوسيطة
فإنما يخرج فيها المال ❖ يحسب ما أقتضى السؤال

وهذا ينطبق على المعادلتين أ س^{٢} = ب س ، أ س^{٢} = جـ .

ويصبح حلهما س^{٢} = $\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$ س ، س^{٢} = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ ، لتصبح س = $\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$ ، س = ∠ $\sqrt{\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}}$.

وابن الياسمين هو أبو محمد عبدالله بن محمد بن الحجاج ، كان شيخ الرياضيات بالمغرب العربي ، وقد توفي مقتولاً سنه ٦٠١هـ (٤ / ١٢٠٥م) بمراكش ، وكذلك العالم الرياضي : أبو بكر محمد بن الحسن الكرخي ظهر في القرن الخامس الهجري وكان له كتاب سمَّاهُ « الفخري » أعتبر أهم المراجع الرياضية ، وقدَّم الكرخي مسائل تؤل إلى المعادلة س٢ + ٥ = ص٢ .

كما ألفَّ شرف الدين الطوسي (٦٠٦هـ – ١٢٠٩م) كتاب آخر سمَّاه « الجبر والمقابلة » ويرد الفضل في حل المعادلات التكعيبية إلى الشاعر الرياضي « عمر الخيام » (٤٤٠هـ – ٥٢٥هـ) ، (١٠٤٨م – ١١٣١م) .

وكذلك وضع العرب والمسلمين حلولاً « معادلة واحدة بمجهولين » ، وتتضمن دروس هذه الوحدة حل معادلة ، ومتراجحة من الدرجة الأولى في متغير واحد في مجموعة الأعداد النسبية وحل معادلة الدرجة الثانية في الصورة أ س٢ + جـ = صفر ، ومسائل تطبيقية .

٤ : ١ حل معادلة الدرجة الأولى في متغير واحد في (ن)

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الهـــدف

يحل معادلة الدرجة الأولى في متغير واحد في مجموعة الاعداد النسبية .

تنفيذ الدرس

ينُفَّذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : حل معادلة الدرجة الأولى في متغير واحد في (ن) .

الحصتين الثانية والثالثة : تدريبات ومسائل .

عند تنفيذ الدرس يُراعى ما يأتي :

- يُمهَّد للدرس بمراجعة كل من : صور معادلة الدرجة الأولى في متغير واحد ، مجموعة التعويض ، مجموعة الحل .
- مناقشة حل المعادلات الآتية في مجموعة الأعداد الصحيحة مثل :

س + ٣ = ١ ، ٢ س + ٩ = ١ ، ٢ س – ٥ = ٠ .

ومن خلال ذلك يُستنتج أن المعادلة : ٢ س – ٥ = ٠ ليس لها حل في ص .

- يُوضَّح في هذا الدرس أن مجموعة التعويض هي مجموعة الأعداد النسبية .
- مناقشة حل المعادلات الآتية في مجموعة الأعداد النسبية .

٣ س – ٥ = ٤ ، ٣ س + ٧ = س + ٤ ، $\frac{٢}{٣}$ س + ٥ = ١

ثم يُستنتج أن حل المعادلة التي على صورة ا س = ب هو س = $\frac{ب}{ا}$.

- يناقش حل المعادلات الآتية :

ا) ٣ س + ٥ = ٣ ، ب) ٢س + ١ = ٣ + ٢ س ،

جـ) ٢(٣س – ٤) = ٦ س – ٨ .

ويُوضَّح أن نوع الحل لكل معادلة كما يلي :

ا) حل وحيد وهو س = $\frac{-٢}{٣}$.

ب) مستحيل الحل لماذا ؟ـ لأن الناتج هو ٢ = ٠ وهذا غير ممكن .

جـ) عدد لانهائي من الحلول لأن الناتج صفر = صفر ومهما عوضت عن قيمة س من مجموعة التعويض ستجد الطرف الأيمن = الطرف الأيسر .

يُستنتج أن حل المعادلة : ا س = ب هو س = $\frac{ب}{ا}$ ويمثل حل وحيد إذا كان ا © ٠ ، أو مستحيل الحل إذا كان (ا = ٠ ، ب © ٠) .

أو عدد لانهائي من الحلول إذا كان ا = ٠، ب = ٠ .

- مناقشة حل الأمثلة ، ومن خلالها يؤكد على الآتي :

* التحويلات المكافئة التي تتم للمعادلة لاتُغير في حلها .
* التحقق من صحة الحل ، وتعويد الطلبة على ذلك بأنفسهم لأن في ذلك جوانب تربوية عميقة تجعل الطالب دائماً يتأكد من صحة عمله بطريقة ميسرة .

- يشرك الطلبة في حل التمارين والمسائل .
- يُكلِّف الطلبة بحل تمارين ومسائل كتدريبات صفية .
- يُكلِّف الطلبة بحل تمارين ومسائل كواجب منزلي وفقاً لما يُنجز في كل حصة .
- متابعة الواجبات المنزلية ومعالجة الصعوبات التي ستظهر من خلال ذلك .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٢] $\frac{٥}{٢}$. [٥] ٠,٢١ .

[٨] $\frac{٢}{٥}$. [١٢] $\frac{٢٨}{١٥}$.

[١٥] عدد لانهائي من الحلول .

[١٧] ٠,٩ [٢٠] ٩٠٠٠٠٠ .

التقـويم

- يتم التقويم البنائي من خلال متابعة أداء الطلبة في حل التمارين والواجبات المنزلية .
- يطـرح المدرس نهاية الحصـة الثالثة السـؤال التالي كتقويم نهائي للدرس .

حل المعادلة : ٧ + ٣س = س + ٢ في مجموعة الأعداد النسبية « ن » .

٤ : ٢ حل متراجحة من الدرجة الأولى في متغير واحد في «ن»

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الهــدف

يحل متراجحة من الدرجة الأولى في متغير واحد في مجموعة الأعداد النسبية .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : حل متراجحة من الدرجة الأولى في متغير واحد في « ﻥ » .

الحصة الثانية : حل متراجحتين آنيتين من الدرجة الأولى في متغير واحد في « ﻥ » .

الحصة الثالثة : حل تمارين ومسائل .

وعند التنفيذ يُراعى التالي :

- يُمهِّد للدرس بمراجعة كل من: صور متراجحة الدرجة الأولى في متغير واحد ومجموعة الحل ، ومجموعة التعويض ، والتحويلات المكافئة .
- يُناقش حل متراجحات من الدرجة الأولى في متغير واحد في مجموعة الأعداد الصحيحة ص ، مثل : ٢ س >٤ ، ٣س +١◊٥س – ٧ ، ٣س + ١≤٩ ، ثم تمثيلها على خط الأعداد .
- من الخطـوة السابقـة تناقـش المتراجحـة الأخيـرة ٣س + ١ ≤ ٩ بأننا ممكن أن نأخذ أعداد نسبية كمجموعة تعويض منها .
- يوضح في هذا الدرس إن مجموعة التعويض هي مجموعة الأعداد النسبية « ﻥ » .
- مناقشـة حل المتراجحـات السابقـة فـي مجمـوعـة الأعداد النسبية « ﻥ » وتمثيلها على خط الأعداد .
- مناقشة حل الأمثلة الثلاثة الأولى ، ومن خلالها يؤكد على التالي :

※ التحويلات المكافئة لاتغير فـي مجموعـة حـل المتراجحة.

※ التحقق من صحة الحل وتعويد الطلبة على ذلك .

- مناقشة حل متراجحات مزدوجة مثل : ٢س + ١ ≤ ٢ ، ٣س – ٧ ◊ ١٥ وذلك كما يلي :

※ أولاً حـل كل متراجحة مستقلة عـن الأخـرى وتمثيل حل كل منهما على خط الأعداد .

※ يوضح أن الحل المشترك للمتراجحتين هو المنطقة المشتـركة بينـهـما ، أي أن مجـمـوعـة حل المتراجحتين هي مجموعة تقاطع مجموعتي حل المتراجحتين .

※ يؤكد على أن مجموعة الحل لمتراجحتين تكون إما مجموعة جزئية من مجموعة حل كلاً من المتراجحتين على حدة ، أو مجموعة خالية « لاتوجد عناصر مشتركة بين مجموعتي حل المتراجحتين » .

- يوضح عنـد التمثيـل على خط الأعداد إذا كانت علاقة المتراجح ≤ أو ◊ تمثل بدائرة مغلقة على الرسم، وفيما عدا ذلك بدائرة مفتوحة .
- يُشرك الطلبة بحل التمارين والمسائل .
- يُكلِّف الطلبة بحل تمارين ومسائل كتدريبات صفية وفقـاً لموضــوع الحصــة ، ويتابـع حلـهـم ويقـدم التوجيهات المساعدة عند الضرورة .

- يُكلّف الطلبة بحل تمارين ومسائل كواجب منزلي نهاية كل حصة وفقاً لما يُنجز في تلك الحصة .
- متابعة الواجبات المنزلية ومن خلالها تعالج الصعوبات التي ستظهر أولاً بأول .
- ينفذ في نهاية الحصة الثالثة خطوة تقديم بحل المتراجحة الواردة أدناه في التقويم أو ما يشابهها .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٤] بإضافة $\frac{س}{٢}$ إلى طرفي المتراجحة لتصبح :

$\frac{س - ٣}{٢} + \frac{س}{٢} \geq \frac{٢}{٣}$ ، وبجمع للطرف الأيمن فتكون المتراجحة :

$\frac{٢س - ٣}{٢} \geq \frac{٢}{٣}$ ، بالضرب في (٢) ينتج

$٢س - ٣ \geq \frac{٤}{٣}$ ، ويستكمل الحل فيكون الناتج

$س \geq \frac{١٣}{٦}$ ، أي أن مجموعة الحل تتكون من العدد $\frac{١٣}{٦}$ والأعداد النسبية الأكبر من العدد $\frac{١٣}{٦}$.

[٨] نوحد المقام أولاً ويستكمل الحل فيكون س < ٨ أي مجموعة الحل هي مجموعة الأعداد النسبية الأصغر من العدد ٨ .

[١١] يتم حل كل متراجحة على حدة أولاً ، وتكون مجموعة الحل هي مجموعة العناصر المشتركة بين مجموعتي حل المتراجحتين والمجموعة التي تتكون من العددين ٢ ، ٤ وجميع الأعداد النسبية الاكبر من العدد ٢ والأصغر من العدد ٤ .

[١٣] بقسمة أطراف المتراجحة على معامل ص ، تصبح المتراجحة : ٣ < ص ◊ ٧ ، وتتكون مجموعة الحل من الأعداد التي تكبر العدد ٣ وتصغر أو تساوي العدد ٧ .

[١٦] مجموعة الحل تتكون من جميع الأعداد النسبية لأكبر من العدد − ٧٠ والأصغر من العدد ٤٠ .

التقويم

- تقويم بنائي يتم من خلال مشاركة الطلبة ومناقشتهم وكذلك من خلال متابعة أدائهم في حل التدريبات الصفية والواجبات المنزلية .
- تقويم ختامي من خلال طرح المدرس نهاية الحصة الثانية السؤال التالي :

حل المتراجحة : س + ٥ < ٢ (س − ١) في مجموعة الأعداد النسبية .

٤ : ٣ معادلات الدرجة الثانية في متغير واحد

عدد الحصص : حصتان .

الأهداف

- يتعرف على معادلة الدرجة الثانية .
- يحل معادلة الدرجة الثانية التي على صورة : ا س^{٢} + جـ = ٠ .

المحتوى :

الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية ذات مجهول واحد ا س^{٢} + ب س + جـ = ٠ حيث ا ، ب ، جـ ∈ ح ، ا © ٠ .

تنفيذ الدرس

يتم تنفيذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : حل معادلة الدرجة الثانية .

الحصة الثانية : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ الدرس يُراعي المدرس ما يأتي :

- يُمهِّد للدرس بمراجعة الصور العامة لمعادلة الدرجة

الأولى في متغير واحد ، وطرق حلها ومجموعة التعويض ومجموعة الحل .

– مناقشة درجة المعادلات التالية :

٢ س $+ ٣ = ٥$ ، ٣ س^٢ $+$ س $+ ٣ = ٠$ ، ٣س^٢ $= ١٢$ ، ٢ س^٢ $-$ س $- ٣ = ٠$ ، س^٣ $- ٩ = ٠$

ومن خلال ذلك يتم استنتاج الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية $أ$ س^٢ $+$ ب س $+$ جـ $= ٠$.

– إعطاء معادلات من الدرجة الثانية مثل :

س^٢$=٢٥$ ، ٤ س^٢ $-١ = ٠$ ، ٥ س^٢ $- ٢٠ = ٠$

ومناقشة حل كل منها حتى يتم استنتاج حل المعادلة $أ$ س^٢ $+$ جـ $= ٠$ موضحاً إن الخطوة الأخيرة للحل هي أخذ الجذر التربيعي للطرفين الأيمن والأيسر .

– مناقشة حل الأمثلة ومن خلالها يتم التأكيد على التالي :

* التحويلات المكافئة لاتغير في حل المعادلة .
* لمعادلات الدرجة الثانية حلان ، حيث إن هناك أربعة احتمالات هي :

(١) $+$ س $= + \sqrt{\frac{جـ}{أ}}$ ، (٢) $-$س $= - \sqrt{\frac{جـ}{أ}}$ ،

(٣) $+$ س $= - \sqrt{\frac{جـ}{أ}}$ ، (٤) $-$ س $= + \sqrt{\frac{جـ}{أ}}$

وخلاصة الحالتين (١) ، (٢) موجبة ، والحالتين (٣) ، (٤) سالبة .

* التحقق من صحة الحل وتعويد الطلبة على ذلك .

– اشراك الطلبة في مناقشة حل تمارين ومسائل كما يقومون بأنفسهم بحل تمارين كتدريبات صفية ، ومتابعة أداء الطلبة وتقديم الإرشادات والمساعدة لمن يحتاج .

– تكليف الطلبة بحل بعض التمارين والمسائل كواجب منزلي وفقاً لما ينجز نهاية كل حصة .

– متابعة حل الواجبات الصفية المنزلية ومن خلالها تتم المعالجات للصعوبات التي ستظهر أول بأول .

– ينفذ خطوة تقويم نهاية الحصة الثانية .

ارشادات لحل بعض التمارين والمسائل

[٣] مجموعة الحل = $\{ \frac{-٢}{٣} ، \frac{٢}{٣} \}$.

[٦] مجموعة الحل = $\{ \frac{-٣}{٥} ، \frac{٣}{٥} \}$.

[٧] تجرى عملية الضرب في الطرف الأيسر فتصبح المعادلة $\frac{٣}{١٤}$ س^٢ $= \frac{٥٤}{٧}$ ، ويستكمل الحل فتكون مجموعة الحل = $\{ -٦ ، ٦ \}$.

[٨] تتم عملية الجمع أولاً للحدود المتشابهة ، ثم يستكمل الحل فتكون مجموعة الحل = $\{ \frac{-١}{٥} ، \frac{١}{٥} \}$.

التقـويم

يتم التقويم البنائي من خلال مشاركات ومناقشة الطلبة لحل التدريبات الصفية وحل الواجبات المنزلية . ومن خلال إعطاء التمرين التالي نهاية الحصة الثانية كخطوة تقويم حل المعادلة : $\frac{٢}{٣}$ ل^٢ $+ ٥ = ١١$.

٤ : ٤ مسائل تطبيقية

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الأهـداف

– يُكِّون معادلات وفق نصوص لفظية للمسألة .
– يحل المعادلات المكونة ، ويليه جملة الحل التطبيقية « اللفظية » .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :
الحصة الأولى : تكوين المعادلات .
الحصة الثانية : حل المعادلات للمسائل التطبيقية .
الحصة الثالثة : تدريبات صفية وتمارين .
يُراعي المدرس عند تنفيذ الدرس التالي :
– يُمِّهد للدرس بتكوين العلاقات والمعادلات من فرض عدد وكذا مثل له ، مثلاً :
عدد ضعفه يساوى ١٦ ، عدد ثلاثة أمثاله يساوي = ٢١
نبدأ أولاً بفرض العدد ، وذلك بمتغير مثل س ، ص ، ل ، ... ثم تكوين العلاقة بين العدد وأمثاله على صورة معادلة ومنها يتم إيجاد قيمة العدد فمثلاً العدد الذي ضعفه يساوى ١٦ .
نفرض أن العدد = س ، إذن ضعفه = ٢ س .
بما أن ضعف العدد يساوي ١٦ ، ∴ ٢س = ١٦
نحل المعادلة فنحصل على أن العدد = ٨ .
وفي هذه الحالة يتم التأكيد على التالي :
※ كيفية تكوين المعادلة والتأكد من صحة تكوينها .
※ التحويلات المكافئة للمعادلة المكونة .
※ التحقق من صحة حل المعادلة .
– مناقشة حل الأمثلة ، ومن خلالها يتم التأكيد على التالي :
※ فهم النص ، ووضع الفرض المناسب وترجمة العلاقة إلى رموز .
※ الأطوال والمسافات لايمكن أن تكون سالبة ، وفي هذه الحالة ترفض الحلول السالبة .
– تكليف الطلبة بحل تمارين ومسائل كتدريبات صفية ومتابعة حلهم مع التأكد دائماً وسلامة المعادلة المكونة وتقديم الإرشادات والمساعدات لمن يحتاج .
– تكليف الطلبة بحل تمارين ومسائل كواجب منزلي .
– متابعة حل الواجبات الصفية والمنزلية ومعالجة الصعوبات التي ستظهر من خلالها أول بأول .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٢] المعادلة : $س + \frac{١}{٦} = ١٤$ مجموعة الحل = $\frac{٨٣}{٦}$.

[٤] المعادلة : $\frac{١}{٥} س^٢ = ٢٠$ ، $س = \sqrt{١٠٠}$.

∴ الطول ١٠سم ، العرض = ٢سم .

[٦] المعادلة : $\frac{٤س^٢}{٤٥} = ٨٠$ ، $س = \sqrt{٣٠}$.

مجموعة الحل = { –٣٠ ، ٣٠ } .

[٨] المعادلة : $\frac{١}{٥} س^٢ = ١٢٥$ ، $س = \sqrt{٢٥}$.

مجموعة الحل = { ٢٥ } .

∴ الطول القاعدة = ٢٥سم ، طول الارتفاع = ١٠سم .

التقـويم

يُكِّون المدرس فكرة عن مدى تحقق أهداف الدرس من خلال مناقشات ومشاركات الطلبة ومتابعة أدائهم لحل الواجبات الصفية والمنزلية ، ويكون ذلك تقويماً بنائياً للدرس ، كما يعطى المدرس السؤال التالي كخطوة تقويم نهاية الحصة الثالثة .

ثلاثة أمثال مساحة مربع تساوي ٧٥سم^٢ . فما طول ضلعه وما محيطه ؟

٤ : ٥ تمارين ومسائل عامة

عدد الحصص : حصتان .

الهـــدف

يُثبِّت وينمي المفاهيم والمهارات التي وردت في هذه الوحدة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين ويعتبر مراجعة عامة للوحدة ككل ، ومن خلاله يُقوِّم المدرس مدى تحقق أهداف الوحدة بشكل أولي ويُعدُّ الطلبة لاختبار الوحدة في الحصة التالية ، وعليه يُراعي عند تنفيذ هذا الدرس ما يلي :

- التخطيط الجيد في اختيار التمارين والمسائل التي تمثل المفاهيم الأساسية للوحدة .
- مراجعة المفاهيم الأساسية للوحدة .
- مراجعة خواص العمليات على المتراجحات .
- التركيز على عملية التحقق من صحة الحل لكل من المعادلات والمتراجحات .
- التركيز على كيفية إيجاد الحل المشترك لزوج من المتراجحات .
- يُكلِّف الطلبة بحل بعض التمارين والمسائل كتدريبات صفية .
- يُكلِّف الطلبة بحل بعض التمارين والمسائل كواجبات منزلية .
- متابعة الواجبات ، ومن خلالها تتم معالجة الصعوبات .
- تكليف الطلبة بحل الاختبار الوارد في الكتاب كواجب منزلي .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٢] مستحيلة الحل .　　[٣] س = $\frac{٢٢}{٥}$.

[٤] مستحيلة الحل .　　[٦] س = ٥ .

[٧] عدد لانهائي من الحلول .　　[٨] س = −١٠ .

[١١] س = −٦ .　　[١٤] س = ∠ $\sqrt{٧}$.

[١٥] س = ∠ ٦ .　　[٢٠] س ◊ − $\frac{٥}{٤}$.

[٢٣] م > $\frac{٣٣}{٣٥}$.　　[٢٤] أ < ٩ .

[٢٥] عدد لانهائي من الحلول .

[٢٦] −٢ ◊ س ◊ $\frac{٥}{٣}$.　　[٣٠] −١ ◊ س > $\frac{١٤}{٥}$.

[٣١] أ) تحل كل متراجحة على حده وحل المتراجحتين معاً هو −١١ ◊ س ◊ ٣ .

[٣٢] س = ∠ ١٤ .

تحذف المسائل [٣٣] ، [٣٤] ، [٣٧] .

[٣٥] طول ضلع المربع = ٣٧سم .

[٣٦] العرض = ٤,٣سم ، والطول = ٨,٦سم ، والمحيط = ٢٥,٨سم .

[٣٨] حصة الأول = ١٠٧٠٠ ريال ، حصة الثاني = ١٠٠٠٠ ريال ، وحصة الثالث = ١٠٥٠٠ ريال .

[٣٩] حصة الأول = ١٨٠ ريال، وحصة الثاني = ٧٠ ريال .

٤ : ٦ اختبار الوحدة

عدد الحصص : حصتان .

الهـــدف

يقيس مدى تحقق أهداف الوحدة .

تنفيذ الدرس

ينفذ الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : يقدم الاختبار الذي في الدليل والذي يغطي أهداف الوحدة حسب الجدول التالي :

رقم السؤال	رقم الهدف
١	١ ، ٣ ، ٤
٢	٢
٣	٥

يصحح الاختبار ويتم الرصد لأخطاء الطلبة ، والتعرف على الأهداف التي لم تتحقق .

الحصة الثانية : تقديم المعالجة المناسبة للصعوبات والأخطاء التي ظهرت من خلال إجابات الطلبة في أوراقهم والتركيز على الهدف الذي لم يتحقق لدى الطلبة .

الاختبـــار :

اجب عن الأسئلة التالية :

س١) حل المعادلات التالية في (ن) :

أ) ٤س + ١٣ – ٧س + ٣٦ = ١٤ س – ٣٤ .

ب) ٧ س^{٢} + ٣ = ٢٥٥ .

[٢] حل المتراجحة التالية في (ن) :

٣ (٥ – ٢س) + ٢٠ > ٥ – $\frac{١}{٢}$(س + ٦) .

[٣] محيط مستطيل ٣٦سم ، فإذا كان طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٣سم ، فما طول كلٌ من بعدي المستطيل؟

الوحدة الخامسة

الهندسة التحليلية والتحويلات

جدول توزيع الحصص

البند	الموضوع	عدد الحصص
٥ – ١	البعد بين نقطتين على مستقيم يوازي أحد المحورين	٤
٥ – ٢	إحداثي منتصف قطعة مستقيمة على مستقيم يوازي أحد المحورين	٣
٥ – ٣	الانسحاب	٥
٥ – ٤	تمارين ومسائل عامة	٢
٥ – ٥	اختبار الوحدة	٢
	مجمـــــوع الحصص	١٦

أهداف الوحدة

يتوقع من الطالب بعد الانتهاء من تدريس هذه الوحدة أن يكون قادراً على أن :

١ – يجد البعد بين نقطتين على مستقيم يوازي أحد المحورين الأحداثيين .

٢ – يتعرف على أن الإحداثيين الصاديين لأي نقطتين على مستقيم يوازي محور السينات متساويان وأن الإحداثيين السينيين لأي نقطتين على مستقيم يوازي محور الصادات متساويان .

٣ – يجد إحداثي نقطة منتصف قطعة مستقيمة على مستقيم يوازي أحد المحورين .

٤ – يتعرف على الانسحاب ويعبر عنه كلامياً ورمزياً .

٥ – يوجد صورة نقطة في المستوى الإحداثي تحت تأثير انسحاب .

٦ – يرسم مضلعاً في المستوى الإحداثي تحت تأثير انسحاب معين .

المقدمـــة

لمحـة تاريخيـة :

ساهمت الهندسة التحليلية في فهم وتبسيط الطرق الحسابية والجبرية وفتحت آفاقاً واسعة في مجال الهندسة بوجه عام ، وكانت من العوامل المساعدة على تطور التفاضل والتكامل .

ولقد كان للعلماء العرب والمسلمين دورهم البارز في الحساب والجبر والهندسة والمثلثات والفلك ، عملوا على مزج الهندسة والجبر ، واستخدموا الجبر في حل بعض الأعمال الهندسية ، كما استخدموا الهندسة في ترجمة بعض المسائل الجبرية ، وبذلك اعتبروا واضعي أسس الهندسة التحليلية التي أدت إلى نشأة الكثير من فروع الرياضيات .

ويعد « أبو الحسن ثابت بن قرة بن عرفان الحراني » (٢٢١ – ٢٨٦هـ / ٨٣٥ – ٩٠٠م) المولود في حران الواقعة بين النهرين من أعظم علماء الهندسة في القرون الوسطى ، وكان حجة في جميع فروع المعرفة .

لمع ثابت بن قرة بين علماء عصره واثبت براعة منقطعة النظير عندما استطاع إدخال علم الجبر على علم الهندسة ، ولهذا يعد ثابت بن قرة أبا الهندسة التحليلية ، وله فيها موضوعات وابتكارات أولية .

ولم يبدع فقط في الهندسة التحليلية ، وإنما في الهندسة عموماً وفي الجبر والأعداد ، وتجاوز ذلك إلى الطب والفلك والفلسفة ووضع في كل ذلك مؤلفات قيمة ، ويعتبر ثابت بن قرة من رواد العلماء العرب الذي درسوا العلم للعلم وعكفوا عليه رغبة في الاستزادة منه .

كما يرجع الفضل الأكبر لظهور الهندسة التحليلية إلى البروز إلى حيز الوجود إلى بحث كتبه العالم الرياضي الفرنسي المشهور ديكارت عام ١٦٢٧م ، بعنوان : .Discourse de Lo Method حيث عالج فيه بعض المشكلات الهندسية بطرق جديدة تختلف عن الطريقة المعالجة الإقليدية ، وأصبح أسلوب الهندسة التحليلية الأسلوب المتميز للرياضيات التي ظهرت بعد هذا التاريخ . كما ساهم في ابتكار الهندسة التحليلية علماء آخرين من أمثال فرمات .

الأساليب التدريسية :

سنحتاج في هذه الوحدة إلى التعامل مع المستوى الإحداثي وتذكير الطلبة بموضوع الهندسة التحليلية والذي تم تقديمه في الصف السابع .

ولابد لدراسة هذه الموضوعات من التعامل مع ورق الرسم البياني ويعتمد تدريس هذه الموضوعات على نشاط الطالب حيث يجب أن يتجاوز دور المتلقي إلى دور الفاعل النشط ؛ فالطالب يجب أن يرسم المستوى الإحداثي بنفسه ويدرج المحورين الإحداثيين ويحدد النقاط في المستوى الاحداثي ويحدد كل المعلومات ؛ فتدريس هذا الموضوع يفرض على المدرس الخروج من دائرة الطرق التقليدية ، ويبقى دوره بدرجة أساسية دور المرشد للطلبة .

محتويات الوحدة :

سوف نقوم في هذه الوحدة بتقديم موضوعين في الهندسة التحليلية ، هما إيجاد طول قطعة مستقيمة

على مستقيم يوازي أحد المحورين الإحداثيين ، وتنصيف قطعة مستقيمة على مستقيم يوازي أحد المحورين الإحداثيين ، ويشكل هذا امتداداً طبيعياً لموضوعات الهندسة التحليلية في الصف السابع ، ومدخل لموضوعات الهندسة التحليلية في الفصل التاسع والتي سيتكرر فيها الموضوعين نفسها ، ولكن بصورة عامة .

كما سيتناول في التحويلات الهندسية موضوع الانسحاب الذي يرتبط ارتباطاً وثيقاً بموضوع الانعكاس، وما سوف يقدم في السنوات التالية من بقية أنواع التحويلات الهندسية .

٥ : ١ البعد بين نقطتين على مستقيم يوازي أحد المحورين الإحداثيين

عدد الحصص : أربع حصص .

الأهــــداف

١ – يتعرف على إحداثيات نقاط تقع على مستقيم يوازي محور السينات .

٢ – يتعرف على إحداثيات نقاط تقع على مستقيم يوازي محور الصادات .

٣ – يوجد البعد بين نقطتين على مستقيم يوازي محور السينات .

٤ – يوجد البعد بين نقطتين على مستقيم يوازي محور الصادات .

المحتوى

أولاً : إذا كان ٢ ($س_١$ ، ص) ، ب ($س_٢$ ، ص)فإن

١) $\overleftrightarrow{٢ب}$ // محور السينات ، لأن الإحداثيين الصاديين لكل من النقطتين ٢ ، ب متساويان .

٢) $\overleftrightarrow{٢ب}$ $\perp$ محور الصادات .

٣) $|٢ب| = س_٢ - س_١$ ، حيث $س_٢ \geq س_١$.

ثانياً : إذا كان : م(س ، $ص_١$) ، ن(س ، $ص_٢$) فإن :

١) $\overleftrightarrow{مد}$ // محور الصادات ، لأن الإحداثيين السينين لكل من النقطتين م ، د متساويان .

٢) $\overleftrightarrow{مد}$ $\perp$ محور السينات .

٣) $|مد| = ص_٢ - ص_١$ ، حيث $ص_٢ \geq ص_١$.

الوسائل

أوراق لرسم بياني (أو لوحة لرسم بياني) + طباشير ملونة + مسطرة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في أربع حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : البعد بين نقطتين على مستقيم يوازي محور السينات .

الحصة الثانية : البعد بين نقطتين على مستقيم يوازي محور الصادات .

الحصة الثالثة والرابعة : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ هذا الدرس يقوم المدرس بمراعاة الآتي :

١ – يراجع مع طلابه المستوى الإحداثي والنقاط الإحداثية في المستوى .

٢ – من خلال النشاطين الذين في الكتاب المدرسي يعمل المدرس على مساعدة طلابه للمقارنة بين إحداثيات نقاط تقع على مستقيم يوازي أحد المحورين.

ومن ذلك يستنتجون خواص النقاط التي تقع على مستقيم يوازي محور السينات والتي تقع على مستقيم يوازي محور الصادات .

إذا كانت ٢ ، ب نقطتين على مستقيم يوازي محور السينات وكانت ٢ على يمين ب فإن الإحداثي السيني لـ ٢ أكبر من الإحداثي السيني لـ ب . أما الإحداثي الصادي لكل من النقطتين يكون متساوي .

٣ – يؤكد على أن البعد بين نقطتين يكون موجباً .

٤ – يترك الفرصة لكل طالب لاستخدام كراسته الخاصة للرسم البياني حيث يرسم المستوى الإحداثي ، ويقسم المحورين الإحداثيين ، ويحدد النقاط الإحداثية ، ويقوم المدرس بالإشراف عليهم ومساعدتهم وتصويب أخطائهم .

٥ – يقدم أمثلة متنوعة عن المستقيمات الموازية لأحد المحورين الإحداثيين ، وكيفية إيجاد البعد بين نقطتين على مستقيم يوازي أحد المحورين .

٦ – يؤكد على طلبته بأن المستقيم الموازي لأحد المحورين يكون عمودياً على المحور الآخر .

٧ – يُكلف بواجبات منزلية في نهاية كل حصة من

تمارين الكتاب المدرسي الهدف منها تثبيت المعلومات التي تم تدريبها في تلك الحصة ، كما تهدف لتطوير قدرات الطلاب على حل المسائل .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٧] يرشد المدرس طلابه أن هناك وضعين للنقطة ك ، فيمكن أن تقع ك أعلى ط، ويمكن أن تكون أسفل ط فيكون :

أ . (٢ ، ٦) ، (٢ ، ٠) .
ب . (٢ ، ٨) ، (٢ ، –٢) .

[٨] يمكن أن تقع م على يمين ل ،أو على يسارها ، فتكون .

أ . (–١ ، ١) ، (–٣ ، ١) .
ب . (٢ ، ١) ، (–٦ ، ١) .
جـ . (٤ ، ١) ، (–٨ ، ١) .

[٩] مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب قطرية = ٦ وحدة مربع .

[١٠] الشكل مربع ومحيطه = ٢٠ وحدة طولية ، ومساحته = ٢٥ وحدة مربعة .

[١١] جـ هي (–٢ ، –١) ، ومساحة المثلث = ١٠ وحدة مربعة .

التقـويم

يكون التقويم بنائياً من خلال متابعة المدرس لنشاط الطلاب أثناء الحصة ومتابعة إنجاز الواجبات المكلفين بها .

ويعطى في نهاية الحصة الرابعة تمرين مثل التمرين التالي كخطوة تقويم :

إذا كانت أ (٥ ، –١) ، ب(–٢ ، –١) أوجد البعد بين النقطتين أ ، ب ؟

٥ : ٢ إحداثيات منتصف قطعة مستقيمة على مستقيم يوازي أحد المحورين الإحداثيين

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الهـدف

يوجد إحداثي منتصف قطعة مستقيمة على مستقيم يوازي أحد المحورين الإحداثيين .

المحتوى

– إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ يوازي محور السينات وكانت أ(س١، ص)، ب(س٢ ، ص)وكانت نقطة د تنصف $\overline{\text{أ ب}}$ فإن : د($\frac{\text{س}_١ + \text{س}_٢}{٢}$ ، ص) .

– إذا كان $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ يوازي محور الصادات وكانت جـ(س ، ص١) ، ء (س ، ص٢) وكانت نقطة م تنصف $\overline{\text{جـ ء}}$ فإن : م (س ، $\frac{\text{ص}_١ + \text{ص}_٢}{٢}$) .

الوسائل

أوراق لرسم بياني ، لوحة لرسم بياني + طباشير ملونة + مسطرة .

تنفيذ الدرس

ينفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : تنصيف قطعة مستقيمة على مستقيم يوازي محور السينات .

الحصة الثانية : تنصيف قطعة مستقيمة على مستقيم يوازي محور الصادات .

الحصة الثالثة : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ الدرس يُراعي المدرس الآتي :

١ – يراجع مع طلابه المستوى الإحداثي والنقاط الإحداثية ، والبعد بين نقطتين على مستقيم يوازي أحد المحورين .

٢ – يساعد طلابه في مقارنة الإحداثيين السيني والصادي لنقطتي نهايتي قطعة مستقيمة على مستقيم يوازي أحد المحورين واستنتاج الخواص المتعلقة بذلك .

٣ – يوضح كيفية إيجاد إحداثي إحدى نهايتي قطعة مستقيمة بمعلومية إحداثي النهاية الأخرى وإحداثي نقطة المنتصف ويمكن الاستعانة لتوضيح ذلك برسم القطعة في مستوى إحداثي وتوضيح الحل من خلال الرسم .

إعطاء واجبات صفية كلما أتاح الوقت في الحصتين الأولى والثانية ويخطط لإعطاء واجب صفي في الحصة الثالثة ، ويقوم المدرس بملاحظة الطلبة أثناء الحل ويرشد ويساعد من يحتاج حتى يمكنه التغلب على صعوبات وأخطاء الطلبة أول بأول .

٤ – إعطاء واجب منزلي نهاية كل حصة وفقاً لما ينجز في تلك الحصة .

٥ – متابعة الواجبات المنزلية ومعالجة الصعوبات لدى الطلاب .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٥] (٣ ، ١) ، (–٣ ، ١) .

[٦] ينبه المدرس طلابه أن هناك وضعين لـ هـ .

– هـ أعلى ن فتكون هـ(٤ ، ٤) ، ن(٤ ، ١,٥)

– هـ أسفل ن فتكون هـ(٤ ، –٦)، ن(٤ ، –٣,٥) .

[٧] يساعد المدرس طلابه بتحديد المحور الموازي لـ ص ع ويوضح لهم أن هناك وضعين للنقطة ع وتكون د١ وصفية وعندما تكون ع أعلى ص تكون د٢(–١ ، ١,٥) ، وعندما ع أسفل ص تكون د٢(–١ ، –١,٥)

التقويم

يكون التقويم بنائياً من خلال متابعة المدرس لنشاط الطلاب أثناء الحصص وإنجاز الواجبات المكلفين بها في الصف والمنزل .

ويعطى في نهاية الحصة الثالثة تمرين مثل التمرين التالي كخطوة تقويم .

أوجد إحداثي منتصف أب إذا كان أ(٣ ، ٥)، ب (٣ ، –١) .

٥ : ٣ الانسحاب

عدد الحصص : خمس حصص .

الأهداف

١ – يتعرف على مفهوم الانسحاب .

٢ – يوجد صورة نقطة بانسحاب مقداره ك وحدة ، في الاتجاه الموجب أو السالب لمحور السينات أو الصادات .

٣ – تحديد مقدار واتجاه انسحاب إذا علم فيه النقطة وصورتها أو صورته .

المحتوى :

١) إذا أثر انسحاب مقداره ك وحدة في الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن هذا الانسحاب يربط كل نقطة د (س ، ص) بصورتها (س + ك ، ص) ويعبر عن ذلك رمزياً كما يلي :

(س ، ص) ⟵ (س + ك ، ص) .

ويعبر عن الانسحاب في الاتجاه السالب لمحور السينات كما يلي : (س ، ص) ⟵ (س – ك ، ص) .

٢) نعبر عن انسحاب مقداره ل وحدة في الاتجاه الموجب لمحور الصادات كما يلي :

(س ، ص) ⟵ (س ، ص + ل) ، ونعبر عن الانسحاب في الإتجاه السالب لمحور الصادات كما يلي : (س ، ص) ⟵ (س ، ص − ل) .

الوسائل

أوراق لرسم بياني ، لوحة رسم بياني + طباشير ملونة ومسطرة .

تنفيذ الدرس

ينفذ الدرس في خمس حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : مفهوم الانسحاب .

الحصة الثانية : التعبير عن الانسحاب رمزياً وكلامياً .

الحصص الثالثة والرابعة والخامسة : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ الدرس يقوم المدرس بمراعاة الآتي :

١– يوضح مفهوم الانسحاب من خلال النشاطين ١ ، ٢ ومن خلال أمثلة حياتية مثل سحب جسم من مكان لآخر أو سحب سيارة معطلة من مكانها إلى مكان آخر .

٢ – يساعد طلابه في التعرف على اتجاه الانسحاب ومقداره من خلال النشاط (٣) .

٣ – يعود طلبته في تحديداتجاه الانسحاب ومقداره لانسحاب معبر عنه رمزياً . كما يساعدهم في التعبير الرمزي عن انسحاب معطى .

٤ – مناقشة العمليات العكسية وذلك بإعطاء صور لنقط معينة ، ومن خلالها يتم التعرف على مقدار الانسحاب ونوع الاتجاه بالنسبة للمحور .

٥ – الاستعانة بورقة رسم بياني لتوضيح انسحاب الأشكال الهندسية ، مثل : المثلث أو المربع أو المعين . وتكليف الطلبة بمثل ذلك على دفاترهم، ومن خلال ذلك تتم المساعدة لهم ومعالجة الصعوبات التي ستظهر .

٦ – مناقشة حل الأمثلة في كتاب الطالب ، أو ما شابه ذلك من التمارين .

٧ – تكليف الطلبة بواجب منزلي نهاية كل حصة في ضوء ما يُنجز في تلك الحصة .

٨ – متابعة الواجبات الصفية والمنزلية ومعالجة الصعوبات المستجدة أول بأول وتقديم الإرشادات والمساعدة لمن يحتاج .

إرشادات لحلول بعض التمارين والمسائل

[٧] أولاً : الانسحاب والاتجاه السالب لمحور السينات مقداره ٤ وحدات .

ثانياً : الانسحاب في الاتجاه الموجب لمحور الصادات مقداره ٣ وحدات .

[٨] أولاً : (س ، ص) ⟵ (س ، ص −٢)

ثانياً : (س ، ص) ⟵ (س + ٢ ، ص) .

[٩] أولاً : ب (−٦ ، ٠)

ثانياً : (س ، ص) ⟵ (س − ٤ ، ص)

التقــويم

يتم تقويم بنائي من خلال أداء الطلبة لحل المسائل والواجبات المنزلية وفي نهاية الحصة الخامسة ، كما يقدم كخطوة تقويم نهاية الحصة الخامسة يعطى فيها تمرين كالتالي .

أوجد صورة النقطة (٣ ، −٢) تحت تأثير انسحاب :

أولاً : في الاتجاه السالب لمحور السينات مقداره ٣ وحدات .

ثانياً : في الاتجاه الموجب لمحور الصادات مقداره ٢ وحدتين .

٥ : ٤ تمارين عامة ومسائل

عدد الحصص : حصتان .

الهـدف

يهدف هذا الدرس إلى تمكين الطلبة من إتقان معارف ومهارات الوحدة يتقن المعارف والمهارات التي وردت في الوحدة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ الدرس في حصتين ويراعي المدرس عند التنفيذ الآتي :

١ – يفضل أن يكون المدرس قد خطط لواجب منزلي في الحصة السابقة وطلب من الطلاب إنجازه .

٢ – يتابع المدرس حل الواجب المنزلي ويعمل على حل الصعوبات التي قد تظهر .

٣ – يطلب المدرس من بعض الطلاب حل بعض التمارين على السبورة ويقوم بتوضيح الخطوات الأساسية والأخطاء التي قد تبرز عن بعض الطلاب والتأكد من تلافيها في المستقبل .

وبشكل عام يخطط المدرس لهذا الدرس من خلال رصد صعوبات الطلبة في دروس الوحدة السابقة يقوم بمعالجة بعض هذه الصعوبات .

٤ – يطلب المدرس من الطلاب حل بعض التمارين في دفاترهم ويقوم هو بالمرور عليهم ومساعدتهم وإرشاد من يحتاج ، ويعالج الصعوبات والأخطاء أول بأول .

٥ – يعزز الترابط بين موضوعات الوحدة من خلال التمارين والمسائل المركبة .

٦ – بشكل أساسي يعمل على تثبيت معارف الوحدة واتقان مهاراتها والإعداد لاختبار الوحدة في الحصة القادمة ، وبذلك يعطى في نهاية الدرس اختبار الوحدة الذي في الكتاب المدرسي إستعداداً وتهيئة للاختبار الصفي .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١] مستطيل محيطه ٢٠ وحدة طول ومساحته ٢٤ وحدة مربعة .

[٢] شبه منحرف ٢٠ وحدة مربعة .

[٣] الشكل متوازي أضلاع ، (١ ، ٠) .

[٤] | أ ب | = | أ١ ب١ | = ٨ وحدات طولية ، | أد د١ | = ٥ وحدات طولية .

[٥] معين أ جـ = ٦ وحدات طولية ، ب ى = ٤ وحدات طولية ، المساحة = ١٢ وحدة مربعة .

[٧] أولاً : (س ، ص) ⟵ (س – ٥ ، ص) .

ثانياً : (س ، ص) ⟵ (س ، ص + ٥) .

ثالثاً : (س ، ص) ⟵ (س ، ص–٥) .

(س ،ص) (س – ٥ ، ص)ولايهم هذا الترتيب .

الشكل أ ب جـ ى مستطيل ، مساحة الشكل أ ب جـ ى = مساحة الشكل أ١ ب١ جـ١ ى١ = ٢٤ وحدة مربعة .

[٨] متساوي الساقين ، مساحته = ٨ وحدات مربعة .

[٩] (س ، ص) ⟵ (س ، ص – ٤) .

[١٠] (١) (س ، ص) ⟵ (س ، ص – ٦)

(٢) (س ، ص) ⟵ (س + ٤ ، ص)

(٣) (س ، ص) ⟵ (س + ٤ ، ص)

(٤) (س ، ص) ⟵ (س ، ص – ٦) .

٥ : ٥ اختبار الوحدة

عدد الحصص : حصتان .

الهــدف

يهدف هذا الدرس إلى قياس مدى تحقق أهداف الوحدة لدى الطلبة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : يقدم الاختبار الذي في دليل المعلم .

الحصة الثانية : يقوم المعلم بمعالجة الأخطاء والصعوبات التي برزت عند الطلاب من خلال إجاباتهم عن أسئلة الاختبار ، وفيما يلي جدول بأرقام الأسئلة وأرقام الأهداف المرتبطة بها .

رقم السؤال	رقم الهدف
١ أ	٢
١ ب	١
١ جـ	٣
٢ أ	٤
٢ ب	٤
٢ جـ	٥
٣	٦

الاختبـــار :

س١) إذا كانت م (٤ ، −٣) ، ن (٤ ، ١) المطلوب

أ) ما هو المحور الموازي لـ $\overleftrightarrow{\text{م د}}$ ؟

ب) أوجد البعد بين النقطتين م ، د .

جـ) اكتب نقطة المنتصف ع لـ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$.

س٢) إذا كانت و(٠ ، ٠) ، ل (٠ ، −٥) المطلوب

أ) عبر كلامياً عن الانسحاب الذي يجعل ل صورة للنقطة و .

ب) عبر رمزياً عن الانسحاب الذي يجعل و صورة للنقطة ل .

جـ) أوجد صورتي النقطتين و ، ل تحت تأثير الانسحاب (س ، ص)⟵(س ، ص +٣) .

س٣) ارسم في مستوى إحداثي المثلث أ ب جـ فيه أ(٥ ، ٤) ، ب (٥ ، −١) ، جـ(١ ، −١) ، ثم ارسم صورته وفق الانسحاب :

(س ، ص) ⟵ (س − ٢ ، ص)

الاختبـــار :

س١) إذا كانت م (٤ ، –٣) ، ن (٤ ، ١) المطلوب

أ) ما هو المحور الموازي لـ $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ ؟

ب) أوجد البعد بين النقطتين م ، ن .

جـ) اكتب نقطة المنتصف ع لـ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$.

س٢) إذا كانت و(٠ ، ٠) ، ل (٠ ، –٥) المطلوب

أ) عبـر كلامياً عـن الانسحـاب الـذي يجعـل ل صورة للنقطة و .

ب) عبر رمزياً عــن الانســحــاب الـذي يجعـل و صورة للنقطة ل .

جـ) أوجد صورتي النقطتـين و ، ل تحت تأثير الانسحاب (س ، ص)⟵(س ، ص +٣) .

س٣) ارسم في مستوى إحداثي المثلث أ ب جـ فيه أ(٥ ، ٤) ، ب (٥ ، –١) ، جـ(١ ، –١) ، ثم ارسم صورته وفق الانسحاب :

(س ، ص) ⟵ (س – ٢ ، ص)

الوحــدة السـادسـة

النسبـــة والتناســب

جدول توزيع الحصص

البند	الموضـــــوع	عدد الحصص
٦ — ١	مراجعــة	١
٦ — ٢	خواص التناسب	٤
٦ — ٣	تقسيم قطعة مستقيمة	٣
٦ — ٤	مبرهنة طاليس	٣
٦ — ٥	نتيجة على مبرهنة طاليس	٢
٦ — ٦	المنصفان الداخلي والخارجي لزاوية مثلث	٥
٦ — ٧	التشابة	٣
٦ — ٨	تشابه المثلثات	٥
٦ — ٩	تمارين عامة ومسائل	٢
٦ — ١٠	اختبار الوحدة	٢
	مجمـــــوع الحصص	٣٠

أهداف الوحدة

يتوقع من الطالب بعد الانتهاء من تدريس هذه الوحدة أن يكون قادراً على أن :

١ — يتعرَّف على خواص التناسب .

٢ — يحسب طول أجزاء قطعة مستقيمة إذا علم طولها ونسبة تقسيمها من الداخل (أو من الخارج).

٣ — يتعرَّف على مبرهنة طاليس .

٤ — يعين التناسب الناتج من تقاطع مستقيم مع ضلعي مثلث موازياً للضلع الثالث .

٥ — يتعرَّف على مبرهنة المنصف لزاوية مثلث من الداخل (أو من الخارج) ، وعكسها .

٦ — يتعرَّف على مفهوم تشابه الأشكال الهندسية .

٧ — يتعرَّف على شروط تشابه مثلثين .

٨ — يحل مسائل تطبيقية تتعلق بالنسبة والتناسب.

لمحـة تاريخيــة :

تبدو الرياضيات العربية كما تعرضها معظم بحوث تاريخ العلوم منذ بداية القرن التاسع عشر بمظهر مليء بالمفارقات ، شأنها في ذلك شأن بقية العلوم المكتوبة بالعربية ، فعلى الرغم من كونها تبدو في هذه البحوث باباً أساسياً من ابواب تاريخ الرياضيات الكلاسيكية الاّ أنها لاتعدّها في واقع الأمر جزءاً منها . فإذا كان متعذراً على مؤرخ العلم الكلاسيكي تجنب مواجهة المؤلفات الرياضية العربية خلال ترجماتها اللاتينية أو العبرية ، أو متخفية في ثنايا أعمال أولئك الذين كانوا على اطلاع على اللغة العلمية أنذاك « اللغة العربية »، فإن قواعد اخراج هذه المسرحية فرضت حلاً لم يتغير منذ القرن التاسع ، يتمثل في دعوة هذه الرياضيات إلى التواري لتلحق في كواليس التاريخ بذوي الأدوار الثانوية الذين لايتمايزون الاّ سلباً ، وفي الدلالة عليها بعبارة مثقلة بالخيالات والاساطير ولاتستدعي أي تعليق « الرياضيات غير العربية » .

إن الايدلوجية التي ينطلق منها معظم المؤرخين الغربيين لتاريخ الرياضيات تقوم على فكرة « غربية العلم الكلاسيكي » ولذا أعطت أولوية مطلقة للمؤلفات اليونانية المترجمة إلى اللغة العربية ولكنها غضت الطرف عن الأعمال الابداعية العربية . صحيح أن لليونان إنجازات لاتنُكر في تاريخ الرياضيات ، لكن الصحيح أيضاً أن التفوق الاغريقي سبقته جهوداً علمية كبيرة في مصر وفي بلاد ما بين النهرين ، فالمعروف عن فيثاغورس أنه رحل إلى بابل وعاش فيها حوالي أثني عشرة سنة يدرس الحساب والموسيقى ، كما أن كلٍ من اقليدس وبطليموس عاش في الاسكندرية وتعلم فيها الكثير من مبادئ علم الهندسة والفلك ، ويشهد بذلك معرفة قدماء المصريين بالحالة الخاصة لمبرهنة فيثاغورس حيث أستطاعوا بطريقة عملية إنشاء مثلثات قائمة الزاوية ، ومع ذلك فإن القرون الثلاثة الممتدة منذ طاليس (٦١١ ق.م) الذي تشكل مبرهنته جزء أساسي من مواد هذه الوحدة ، إلى اقليدس (٣٠٠ ق.م) تعتبر فترة نمو ما يسمى بالهندسة البرهانية .

أقسام الوحدة :

تشتمل هذه الوحدة على عشرة بنود :

- في البند الأول يتم مراجعة لما سبق دراسته في الصف السادس من المرحلة الاساسية في موضوعي النسبة والتناسب كمتطلب أساسي لاستيعاب الموضوعات الجديدة التي تتضمنها الوحدة .
- وتناول البند الثاني بعض خواص التناسب ، وقد عرضت بأسلوب يتناسب مع قدرة الطالب على الفهم في هذه المرحلة .
- في البند الثالث يتعرف الطالب تقسيم قطعة مستقيمة من الداخل (أو من الخارج) كتطبيق مباشر على مفهومي النسبة والتناسب ، بحيث يتمكن الطالب من تطبيق خواص التناسب في حل بعض المسائل الهندسية .
- تناول البندان الرابع والخامس مبرهنة طاليس ونتيجتها .
- ويتضمن البند السادس مبرهنة المنصف لزاوية رأس المثلث وعكسها .

– وتتبع ذلك مباشرة دراسة مفهوم التشابه للأشكال الهندسية وتشابه المثلثات ، حيث يظهر ذلك في البندين السابع والثامن .
– تختتم هذه الوحدة بالبندين التاسع (تمارين عامة) والعاشر (اختبار الوحدة) .

المفاهيم والرموز :

– التناسب ، القطع المتناسبة .
– التقسيم من الداخل (أو من الخارج) لقطعة مستقيمة .
– مبرهنة طاليس .
– المنصف لزاوية مثلث .
– التشابه ورمزه ($\sim$) .
– تشابه مثلثين .

٦ : ١ مراجعـــــة

عدد الحصص : حصة واحـدة .

الهــــدف

يتقن المعارف حول مفهوم النسبة و التناسب .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصة واحدة ، يقوم المدرس بمراعاة مايلي :

– يراجع المدرس مع الطلبة مفهوم النسبة كمقارنة بين مقدارين أو كميتين من نوع واحـد ، مـع التأكيد على أن تكون وحدات الكميتين من النوع نفسه .

– يعطى أمثلة على النسبـة مثل : النسبـة بين طولي قطعتين ، النسبة بين عمري طالبين ، النسبة بين عدد طلبة الفصل إلى عدد طلبة المدرسة ، ويناقش مع الطلبة طرق التعبير عن النسبة في كل حالة .

– يراجع مع الطلبة مفهوم التناسب انطلاقاً من نسبة معلومة مثل $\frac{٤}{٦}$ ، ويطلب منهم اختصار هذه النسبة :

$\frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$ ويشير إلى أن تساوي النسبتين يسمى تناسباً .

– يقدم تعريف التناسب رمزياً والصورة الأخرى للتعبير عنها : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء}$ (أو أ : ب = جـ : ء) ، ومن أن الحدين أ ، ء هما طرفـي التناسب ، والحدين ب ، جـ هما وسطي التناسب .

– يعطى قاعدة الضرب التبادلي الناتجة عن التناسب ، أي إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء}$ ، فإن أ × ء = ب × جـ .

كمـا يؤكـد على عكـس هذه القاعدة : إذا كان أ × ء = ب × جـ فإن $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء}$.

– يناقش مع الطلبة الأمثلة الواردة في الكتاب المدرسي وبعض التمـارين ويحـدد تمارين أخـرى كواجـب منزلي .

التقــويم

يتم من خلال المناقشة مع الأخذ بعين الاعتبار أن هذا الدرس مراجعة لما سبق دراسته في الصف السادس، ولذا يعتبر هذا الدرس تقويماً قبلياً وبالتالي على المدرس التأكد من الطلبة يتقنون كافة المعارف والمهارات الواردة فيه حيث تشكل أساساً لما بعدها .

٦ : ٢ خـــواص التناســـب

عدد الحصص : أربع حصص .

الأهـــداف

١ – يتعرف على خواص التناسب .

٢ – يستخدم خواص التناسب لحل التمارين والمسائل.

المحتوى

– إذا كان : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{ء}}$ ، فإن :

١) $\frac{\text{ب}}{\text{أ}} = \frac{\text{ء}}{\text{جـ}}$

٢) $\frac{\text{أ}}{\text{جـ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ء}}$

٣) $\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ} + \text{ء}}{\text{ء}}$

٤) $\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ} - \text{ء}}{\text{ء}}$

٥) إذا كان : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{ء}} = \text{ك}$ ، فإن :

$\frac{\text{أ} + \text{جـ}}{\text{ب} + \text{ء}} = \frac{\text{أ} - \text{جـ}}{\text{ب} - \text{ء}} = \text{ك}$.

٦) إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{ء}} = \frac{\text{هـ}}{\text{و}} = \text{ك}$ ، فإن

$\frac{\text{أ} + \text{جـ} + \text{هـ}}{\text{ب} + \text{ء} + \text{و}} = \text{ك}$.

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في أربع حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : الخواص (١) ، (٢) ، (٣) .

الحصة الثانية : الخواص (٤) ، (٥) ، (٦) .

الحصتين الثالثة والرابعة : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ الدرس يُراعي المدرس الآتي :

– يتم تقديم خواص التناسب ، بالاعتماد على تعريف التناسب ، وخصائص الأعداد النسبية ، بمعنى أنها قواعد رياضية تعتمد على تعاريف سبق للطالب التعرف عليها ، وليست مفاهيم جديدة .

– الأمثلة العددية الواردة في كتاب الطالب تستخدم بغرض توضيح الخواص فقط ، أما إبراز أهمية هذه الخواص فيتم بحل تمارين ومسائل متقدمة نوعاً ما ؛ بحيث يدرك معها الطالب درجة صعوبة حلها بدون استخدام تلك الخواص .

– التحقق من صحة حل التمرين أو المسألة أمراً مهماً في تعميق فهم الطالب للخواص ، وليمارس النقد الذاتي .

– إثبات الخواص ليس هدفاً لهذا الدرس ، ومع ذلك يمكن للمدرس مساعدة الطلبة على إثبات بعض الخواص ، وذلك باستخدام خصائص الأعداد النسبية ، فمثلاً لإثبات الخاصية (٣) ننطلق من أن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{ء}}$ ، وبإضافة العدد (١) إلى الطرفين ثم ، توحيد المقامات في كل طرف نصل إلى أن $\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ} + \text{ء}}{\text{ء}}$.

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٢] الفقرتان أ ، ء تطبيق مباشر للخاصية (٣) ، الفقرة ب تطبيق الخاصية (٤) .

جـ) $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + 1 = \frac{4}{3}$ □ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{1}{3}$

□ $\frac{\text{ب}}{\text{أ}} = \frac{3}{1}$ (خاصية « ١ ») .

□ $\frac{\text{ب} - \text{أ}}{\text{أ}} = \frac{3 - 1}{1}$ □ $\frac{\text{ب} - \text{أ}}{\text{أ}} = 2$

□ $\frac{14}{\text{أ}} = 2$ □ $\boxed{\text{أ} = 7}$

[٣] هناك طريقتا ن للحل :

١ – بتطبيق الخاصية (٦) : $\frac{\text{أ} + ١٦ - \text{أ} + ٤}{\text{ب} + \text{ب} + ٥} = \frac{٤}{٥}$

□ $\frac{٢٠}{٢\text{ب} + ٥} = \frac{٤}{٥}$ □ $\boxed{\text{ب} = ١٠}$ ،

$\frac{\text{أ}}{١٠} = \frac{٤}{٥}$ □ $\boxed{\text{أ} = ٨}$

٢ – من التناسب $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{١٦ - \text{أ}}{\text{ب}}$ نحصل على

أ = ١٦ – أ ، ومنه $\boxed{\text{أ} = ٨}$ ، وبوضع $\frac{٨}{\text{ب}} = \frac{٤}{٥}$

ينتج أن $\boxed{\text{ب} = ١٠}$

[٥] $\frac{\text{جـ}}{\text{ب}} = \frac{١}{٣} = \frac{٢}{٦}$ ، ومنه $\frac{\text{جـ}}{٢} = \frac{\text{ب}}{٦}$ (خاصية «٢»)

، ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٥}{٦}$

∴ $\frac{\text{أ}}{٥} = \frac{\text{ب}}{٦} = \frac{\text{جـ}}{٢}$ ، باستخدام الخاصية «٦»

نجد أن : $\frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{جـ}}{١٣} = \frac{\text{أ}}{٥}$ □ $\frac{١٠٤٠}{١٣} = \frac{\text{أ}}{٥}$

□ $\boxed{\text{أ} = ٤٠٠}$ ، $\boxed{\text{ب} = ٤٨٠}$ ، $\boxed{\text{جـ} = ١٦٠}$.

[٩] ١) $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{ء}}$ □ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + ١ = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} + ١$

□ $\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ} + \text{ء}}{\text{ء}}$.

٢) بطرح العدد (١) من الطرفين نحصل على

$\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ} - \text{ء}}{\text{ء}}$

التقــويم

يتم التقويم بنائياً من خلال المناقشة ومتابعة حل التدريبات الصفية والواجبات المنزلية : ويمكن تقديم السؤال التالي في نهاية الحصة الرابعة كخطوة تقييم نهائية :

– باستخدام خواص التناسب أوجد قيمة كلٍ من أ ، ب :

١) $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{١}{٣}$ ، أ + ب = ٨

٢) $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{أ}}{٩ - ٢\text{ب}} = \frac{١٧}{٩}$.

٦ : ٣ تقسيم قطعة مستقيمة

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الأهــداف

١) يميز التقسيم من الداخل والتقسيم من الخارج لقطعة مستقيمة .

٢) يحسب طول قطعة مستقيمة باستخدام خواص التناسب .

المحتــوى :

– التقسيم من الداخل :

- إذا وقعت النقطة جـ على $\overline{\text{أ ب}}$، نقول إن (جـ) تقسم $\overline{\text{أ ب}}$ من الداخل بنسبة |أ جـ| : |جـ ب| .

–التقسيم من الخارج :

- إذا وقعت النقطة جـ على امتداد $\overline{\text{أ ب}}$، نقول إن (جـ) تقسم أ ب من الخارج بنسبة |أ جـ|:|جـ ب| .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : التقسيم من الداخل .

الحصة الثانية : التقسيم من الخارج .

الحصة الثالثة : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ الدرس على المدرس مُراعاة ما يلي :

– يرسم المدرس قطة مستقيمة ، ولتكن $\overline{\text{أ ب}}$ ، ويفرض نقطة واقعة عليها مثل (جـ) ، ويشير إلى أن (جـ) قسمت $\overline{\text{أ ب}}$ من الداخل إلى قطعتين ويحددهما على الرسم : $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{جـ ب}}$ ، ويطلب من الطلبة تحديد النسبة الدالة من خلال مقارنة طولي القطعتين : |أ جـ| : |جـ ب| ، مع التأكيد على أنه يمكن التعبير عن النسبة بالصورة |ب جـ| : |جـ أ| ، إذا كان المطلوب من جهه « ب » .

– يُنفذ نشاط عملي بمشاركة الطلبة لتوضيح التقسيم من الخارج .

وبالأسلوب نفسه الذي نريد به التقسيم من الداخل.

– في دراسة كل من الحالتين : التقسيم من الداخل – التقسيم من الخارج لابد من التأكيد على :

- الربط بين موقع النقطة بالنسبة للقطعة المستقيمة ونوع التقسيم ، أي أنه إذا كان : جـ $\in$ $\overline{\text{أ ب}}$ ، فإن التقسيم من الداخل ، إذا كانت جـ تقع على امتداد $\overline{\text{أ ب}}$ ، فإن التقسيم من الخارج .
- الربط بين رمز القطعة المستقيمة والنسبة الناتجة عن التقسيم جـ $\in$ $\overline{\text{أ ب}}$ فنحصل على |أ جـ| : |ب جـ| .

– يُناقش المدرس الأمثلة الواردة في الكتاب المدرسي بعد كل حالة مع تفصيل خطوات الحل .

– يحدد المدرس للطلبة بعض التمارين كواجب صفي والبعض الآخر كواجب منزلي في نهاية كل حصة دراسية مع الاهتمام بالمتابعة والانجاز وتقديم المساعدة والإرشاد لمن يحتاج مع متابعة ومراجعة الواجب المنزلي السابق في بداية الحصة الدراسية التالية .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٢] نضع أولاً النسبة الناتجة عن التقسيم: |أ جـ|:|ب جـ|، ومنه يكون $\frac{|\text{جـ أ}|}{|\text{جـ ب}|} = \frac{\text{٧}}{\text{٣}}$ ، وباستخدام خواص التناسب نجد |جـ ب| = ١١,٢٥سم ،

|جـ أ| = ١٥ + ١١,٢٥ = ٢٦,٢٥سم .

[٤] $\frac{|\text{أ هـ}|}{|\text{هـ جـ}|} = \frac{\text{٥}}{\text{٧}}$.

$\therefore \frac{|\text{أ هـ}| + |\text{هـ جـ}|}{|\text{هـ جـ}|} = \frac{\text{١٢}}{\text{٧}} = \frac{|\text{أ جـ}|}{|\text{هـ جـ}|}$

$\therefore \frac{\text{٢٤}}{|\text{هـ جـ}|} = \frac{\text{١٢}}{\text{٧}}$ ، ومنه |هـ جـ| = ١٤سم

$\therefore$ |أ هـ| = ١٠سم .

، $\because \frac{|\text{ء جـ}|}{|\text{ء ب}|} = \frac{|\text{أ هـ}|}{|\text{هـ ء}|}$

$\therefore \frac{|\text{ء جـ}|}{|\text{ء ب}|} = \frac{\text{١٠}}{\text{٥}}$

$\therefore \frac{|\text{ء جـ}| + |\text{ء ب}|}{|\text{ء ب}|} = \frac{\text{١٥}}{\text{٥}}$

$\therefore \frac{|\text{ب جـ}|}{|\text{ء ب}|} = \frac{\text{١٥}}{\text{٥}} = \frac{\text{٢٠}}{|\text{ء ب}|}$

$\therefore |\text{ء ب}| = \frac{\text{٢٠}}{\text{٣}}$ سم .

٦ : ٤ مبرهنة طاليس

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الأهداف

١ – يبرهن مبرهنة طاليس .

٢ – يستخدم مبرهنة طاليس في حل بعض التمارين والمسائل .

المحتوى

المستقيمات المتوازية تحدد على قاطعين لها قطعاً، أطوالها متناسبة .

تنفيذ الدرس

يُ نفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : مبرهنة طاليس .

الحصة الثانية : أمثلة وتدريبات .

الحصة الثالثة : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ الدرس يُراعى ما يلي :

– ينفذ الطلبة النشاط الوارد في الكتاب تحت توجيه وإشراف المدرس بغرض الوصول إلى استنتاج المبرهنة .

– يطلب المدرس من بعض الطلبة التعبير عن المبرهنة بصيغ مكافئة للصيغة الواردة في الكتاب ، بغرض تعميق إدراكهم لمضمون المبرهنة ، مثل : إذا قطع مستقيمان مستقيمات متوازية فإننا نحصل على قطع متناسبة في الطول .

– يشرك الطلبة في برهان المبرهنة ، ويلفت انتباههم إلى أن البرهان الوارد في الكتاب هو برهان لحالة خاصة من المبرهنة ، وهي الحالة التي فيها عدد المستقيمات المتوازية ثلاثة فقط والقاطعان متوازين، لكن المبرهنة صحيحة لأي عدد من المستقيمات المتوازية ، ولأي قاطعين (متوازيين أو غير متوازيين) .

– إن قدرة الطلبة على استخدام المبرهنة في حل التمارين والمسائل مرهون باكتسابهم مهارة تحديد التناسبات الناتجة عن المبرهنة ، لذلك يفضل قبل مناقشة الأمثلة الواردة في الكتاب أن يقوم المدرس بتكثيف التدريبات التي تحقق هذا الهدف ، وتعتبر الاستراتيجية المعروضة في كتاب الطالب عقب المبرهنة وسيلة مساعدة في ذلك ، على أن تقتصر تلك التدريبات على عرض أشكال مختلفة لتقاطع مستقيمين مع عدد من المستقيمات المتوازية (في أحد الأشكال يكون القاطعان متوازيين وفي شكل الآخر يكونا متقاطعين . . . إلخ) ويطلب من الطلبة تحديد التناسبات الناتجة في كل حالة .

– عند مناقشة الأمثلة في الكتاب ، يوجه المدرس الطلبة إلى ضرورة الربط بين المطلوب والتناسبات الناتجة عن المبرهنة ، ذلك من شأنه أن يعود الطلبة على الدقة في التعبير والتوجه إلى الحل مباشرة .

– في نهاية الحصة الثانية،يحدد المدرس بعض التمارين والمسائل كواجب منزلي على أن تتم مناقشتها في الحصة الثالثة ، كما تُعطى بعض التمارين الصفية في الحصة الثالثة ويقوم المدرس بمتابعة الطلبة وتقديم الإرشاد والمساعدة لمن يحتاج .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٣] ب) $\because \overleftrightarrow{\text{أز}} \parallel \overleftrightarrow{\text{بو}} \parallel \overleftrightarrow{\text{جـهـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{زء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{زهـ}}$ قاطعان لها .

$\therefore \dfrac{|\text{زح}|}{|\text{حء}|} = \dfrac{|\text{زو}|}{|\text{وهـ}|}$، أي أن $\dfrac{٥}{|\text{حء}|} = \dfrac{٤}{٢}$،

ومنه $|\text{حء}| = ٢,٥$سم .

$\because \overleftrightarrow{\text{أز}} \parallel \overleftrightarrow{\text{بح}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أب}} \parallel \overleftrightarrow{\text{زح}}$ ،

$\therefore$ أ ب ز ح متوازي أضلاع

∴ |أب| = |ز ح| = ٥سم .

بالمثل ب جـ ء ح متوازي أضلاع ، ومنه

|ب جـ| = |ح ء| = ٢,٥ سم ،

|أ جـ| = |أب| + |ب جـ| = ٥ + ٢,٥ = ٧,٥سم .

[٥] ارسم مستقيماً يوازي $\overleftrightarrow{\text{م و}}$ مرة ، ويوازي $\overleftrightarrow{\text{ل و}}$ مرة أخرى ، وفي الحالتين يمر بالنقطة ع ، ثم طبق مبرهنة طاليس مرتين :

في الأولى تجد أن : $\frac{|\text{ع م}|}{|\text{م س}|} = \frac{|\text{ع و}|}{|\text{و ص}|}$

وفي الأخرى تجد أن : $\frac{|\text{ع ل}|}{|\text{ل ن}|} = \frac{|\text{ع و}|}{|\text{و ص}|}$

ومنهـا نجـد أن : $\frac{|\text{ع ل}|}{|\text{ل ن}|} = \frac{|\text{ع م}|}{|\text{م س}|}$

التقـويم

يتم التقويم بنائياً من خلال مناقشة النشاطات والأمثلة ، ومتابعة حل الطلبة للتدريبات الصفية والواجبات المنزلية ، ويكلف الطلبة في نهاية الحصة الثالثة بحل التمرين التالي أو تمرين مكافئ له كخطوة تقويم نهائية :

أ ب جـ ء شبه منحرف فيه $\overline{\text{أء}} \parallel \overline{\text{ب جـ}}$. رسم $\overline{\text{س ص}} \parallel \overline{\text{ب جـ}}$ ، ويقطع $\overline{\text{أب}}$ في س ، $\overline{\text{ء جـ}}$ في ص .

فـإذا كان $\frac{|\text{أ س}|}{|\text{س ب}|} = \frac{١}{٢}$ ، |ء جـ| = ٣سـم ،

فأوجد |ص جـ| .

٦ : ٥ نتيجة على مبرهنة طاليس

عدد الحصص : حصتان .

الهـدف

يستنتج أن كل قطعة مستقيمة ترسم موازية ضلعاً من أضلاع المثلث تقسم الضلعين الآخرين إلى اجزاء متناسبة .

المحتوى

- المستقيـم المـوازي لضلـع مثلـث يقسم الضلعين الآخرين إلى أجزاء متناسبة .
- إذا قسم مستقيم ضلعي مثلـث إلى أجـزاء متناسبـة كان موازياً للضلع الثالث .

تنفيذ الدرس

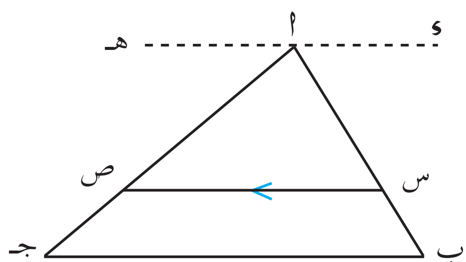
يُنفذ هذا الدرس في حصتين كالتالي :

الحصة الأولى : نتيجة على مبرهنة طاليس ، وعكس النتيجة .

الحصة الثانية : تمارين .

وعند تنفيذ الدرس يُراعي المدرس ما يلي :

- إتباع طريقة عملية للوصول إلى محتوى النتيجة من خلال :



- رسم مثلث أ ب جـ ، وفرض نقطتين س ، ص على $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ بحيث يكون : $\overline{\text{س ص}} \parallel \overline{\text{ب جـ}}$ ، ومن النقطة أ رسم مستقيم ء هـ يمر بالنقطة أ بحيث : $\overline{\text{ء هـ}} \parallel \overline{\text{ب جـ}}$.
- استنتاج العلاقة بين المستقيمات : ء هـ ، س ص ، ب جـ .مدى تحقق مبرهنة طاليس وتوفر شروطها

واستنتاج التناسب $\frac{|\text{أس}|}{|\text{س ب}|} = \frac{|\text{أص}|}{|\text{ص جـ}|}$ ،

ومن ثم الوصول إلى التعميم،وهو نص النتيجة .

– تقديم عكس النتيجة ، وتوضيح مدلولها هندسياً بدون برهان ، والتأكيد على أنه لإثبات أن مستقيم يوازي ضلع مثلث فإننا فقط نطبق عكس النتيجة ، وهذا يتطلب أولاً إثبات أن هذا المستقيم يقسم الضلعين الآخرين إلى أجزاء متناسبة ، وبالتالي فهو يوازي الضلع الثالث .

– يناقش الأمثلة وبعض التمارين الواردة في الكتاب المدرسي مع الطلبة ويحدد تمارين كواجب منزلي .

– يناقش الواجب المنزلي السابق في الحصة الثانية ، ويعطي تمارين صفية ويقوم بمتابعة الطلبة أثناء الحل ويرشد ويساعد من يحتاج .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١] ∵ $\overline{\text{سص}} \parallel \overline{\text{بجـ}}$.

∴ $\frac{|\text{أس}|}{|\text{س ب}|} = \frac{|\text{أص}|}{|\text{ص جـ}|} = \frac{٥}{٢}$ وباستخدام خواص التناسب نجد $|\text{ص جـ}| = ٦$سم ،

$|\text{أص}| = |\text{أجـ}| - |\text{ص جـ}|$

∴ $|\text{أص}| = ١٥$سم .

[٣] أ ب جـ ء متوازي اضلاع .

∴ $\overline{\text{أء}} \parallel \overline{\text{بجـ}}$ ، $\overline{\text{بص}} \parallel \overline{\text{أء}}$.

$\frac{|\text{ء س}|}{|\text{ص س}|} = \frac{|\text{أس}|}{|\text{س ب}|}$ ومنه $\frac{|\text{ص س}|}{|\text{ء س}|} = \frac{|\text{س ب}|}{|\text{س أ}|}$ (١)

وبالمثل $\overline{\text{ب س}} \parallel \overline{\text{جـء}}$.

∴ $\frac{|\text{ص س}|}{|\text{ء س}|} = \frac{|\text{ص ب}|}{|\text{ب جـ}|}$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن $\frac{|\text{ص ب}|}{|\text{ب جـ}|} = \frac{|\text{س ب}|}{|\text{س أ}|}$.

التقويم

يتم التقويم بنائياً من خلال المناقشة ومتابعة حل التدريبات الصفية والواجب المنزلي ، ويمكن في نهاية الحصة الثانية تقديم التمرين التالي كخطوة تقويم :

– في الشكل المرسوم جانباً :

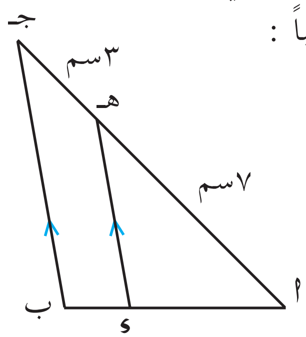
$\overline{\text{ءهـ}} \parallel \overline{\text{بجـ}}$ ،

$|\text{أهـ}| = ٧$سم ،

$|\text{جـهـ}| = ٣$سم ،

$|\text{أب}| = ٨$ سم ؛

أوجد : $|\text{أء}|$ ، $|\text{ءب}|$.



٦ : ٦ المنصفان الداخلي والخارجي لزاوية مثلث

عدد الحصص : حصتان .

الأهداف

١) يبرهن مبرهنة المنصف لزاوية مثلث من الداخل أو الخارج .

٢) يبرهن عكس مبرهنة المنصف لزاوية مثلث .

٣) يستخدم مبرهنة المنصف وعكسها في حل مسائل تطبيقية .

المحتوى

– « المنصف لزاوية مثلث من الداخل (أو من الخارج) يقسم الضلع المقابل للزاوية من الداخل (أو من الخارج) إلى جزءين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي ضلعي الزاوية .

– إذا قُسم أحد أضلاع مثلث من الداخل (أو من الخارج) إلى جزءين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين ، كان المستقيم المار بالرأس المقابل لهذا الضلع ونقطة تقسيمه هو المنصف من الداخل (أو من الخارج) لزاوية الرأس .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في خمس حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : مبرهنة المنصف .

الحصة الثانية : أمثلة وتمارين .

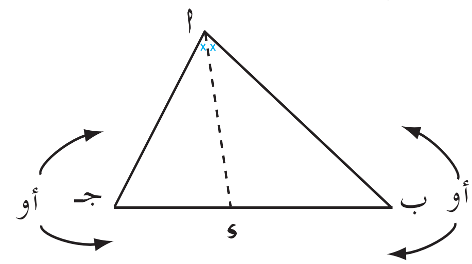
الحصة الثالثة : تمارين صفية .

الحصة الرابعة : عكس مبرهنة المنصف .

الحصة الخامسة : تمارين .

يُراعي المدرس ما يلي خلال تنفيذ الدرس :

– التأكيد على أهمية وضع التناسب بطريقة صحيحة، وذلك على الصورة الآتية :



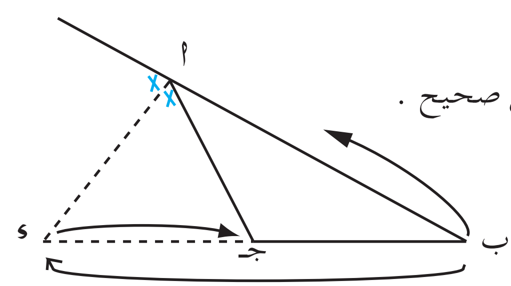
$$\frac{|\text{أ ب}|}{|\text{أ جـ}|} = \frac{|\text{ب ء}|}{|\text{ء جـ}|}$$

أو

$$\frac{|\text{جـ أ}|}{|\text{ب أ}|} = \frac{|\text{جـ ء}|}{|\text{ب ء}|}$$

$$\frac{\text{الضلع الأيمن للزاوية أ}}{\text{الضلع الأيسر للزاوية أ}} = \frac{\text{الجزء الأيمن من } \overline{\text{ب جـ}}}{\text{الجزء الأيسر من } \overline{\text{ب جـ}}}$$

والعكس صحيح .



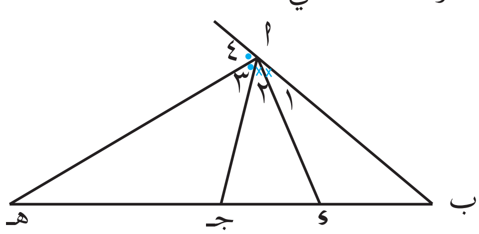
– إشراك الطلبة في برهان المبرهنة وعكسها أمراً مهماً، إذ من شأنه أن ينمي قدرتهم على التفكير المنطقي السليم .

– عند تنفيذ الحصة الخاصة بالتمارين والمسائل يحرص المدرس على أن يناقش مع الطلبة التمارين ذات الطبيعة الخاصة مثل التمارين [٣] ، [٤] ، [٦] . فالتمرين [٣] مثلاً يتناول برهاناً جديداً لحقيقة هندسية سبق أن تعرض لها الطالب في الصفوف السابقة ، لذلك فالمقارنة بين البرهان الحالي لها والبرهان السابق يعطى أهمية اضافية لمبرهنة المنصف والتمرين [٤] يعبر عن نتيجة لمبرهنة المنصف ، ومضمونها « أن المنصفان الداخلي والخارجي لزاوية مثلث متعامدان » .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٣] البرهان يتم بالتطبيق المباشر لمبرهنة المنصف . لكن ما نود الإشارة إليه هنا هو أن المقصود بالمنصف هنا هو المنصف الداخلي ، أما المنصف الخارجي في هذه الحالة « المثلث متساوي الساقين » يوازي القاعدة ، كما يتضح ذلك في التمرين [٦] .

[٤] فكرة البرهان كما يلي :



ق($\measuredangle$١)+ق($\measuredangle$٢)+ق($\measuredangle$٣)+ق($\measuredangle$٤)= ١٨٠° .

لكن ق($\measuredangle$١) = ق($\measuredangle$٢)

، ق($\measuredangle$٣) = ق($\measuredangle$٤)

∴ ٢ ق($\measuredangle$٢) + ٢ ق($\measuredangle$٣) = ١٨٠° .

∴ ق($\measuredangle$٢) + ق($\measuredangle$٣) = ٩٠° .

∴ $\overline{\text{هـ أ}} \perp \overline{\text{أ ء}}$.

لاحظ أن مضمون التمرين يبقى صحيحاً مهما كان نوع المثلث ، وبالتالي يمكن تعميم التمرين كنتيجة للمبرهنة نعبر عنها كما يلي :

« المنصفان الداخلي والخارجي لزاوية مثلث متعامدان » .

التقــويم

– بنائياً من خلال مناقشة التدريبات الصفية والتمارين .

– يُعطى التمرين [٢] أو تمرين مكافئ كخطوة تقويم ، وذلك في نهاية الحصة الخامسة .

٦ : ٧ التشـــابــه

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الأهـــداف

١) يتعرف على مفهوم التشابه .

٢) يحدد الزوايا المتطابقة والأضلاع المتناسبة لشكلين هندسيين متشابهين ، ويحدد نسبة التشابه .

المحتوى

يتشابه الشكلان الهندسيان إذا تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة وتطابقت (تساوت في القياس) زواياهما المتناظرة ، وتسمى النسبة بين طولي ضلعين متناظرين نسبة التشابه ، ويرمز لتشابه شكلين هندسين بالرمز ($\sim$) .

الوسائل

صور لمناظر طبيعية ، ومعالم وطنية ، عربية ، إسلامية ، أدوات هندسية .

تنفيذ الدرس

يُ نفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : التشابة .

الحصة الثانية : أمثلة وتمارين .

الحصة الثالثة : تمارين ومسائل .

وعند تنفيذ الدرس يُراعي المدرس ما يلي :

– يُمهد المدرس للدرس بعرض أزواج من الصور لمناظر طبيعية أو لمعالم وطنية ، عربية ، إسلامية ، على نمط الصور الواردة في الكتاب ، ويراعى أن تكون الصور المعروضة ذات أبعاد متناسبة ، ويناقش مع التلاميذ بعض العلاقات بين أبعاد هذه الصور ، التساوي في المساحة ، التطابق ، التناسب) ثم يبلور النقاش ليصل إلى نتيجة أن هناك أزواج من الأشكال الهندسية غير متطابقة لكنها ذات أبعاد متناسبة وزوايا متطابقة ، مثل هذه الأشكال تسمى أشكال متشابهة .

– يكلف المدرس الطلبة بتنفيذ النشاط الوارد في كتاب الطالب تحت إشرافه ، بغرض أن يتوصل الطلبة بأنفسهم إلى تعريف التشابه ، ثم يكتبه بشكل بارز على السبورة كما يطلب من بعض الطلبة أن يعبروا عن التعريف كلٍ بأسلوبه الخاص للتأكد من مدى فهمهم واستيعابهم للمفهوم ، وهنا ننوه إلى ما يلي :

١ – لايمكن الحديث عن تشابه شكلين هندسيين لهما عددان مختلفان من الأضلاع .

٢ – للتحقق من تشابه شكلين هندسيين ، يلزم التحقق من أن جميع الزوايا المتناظرة فيهما متطابقة ، وجميع أزواج الأضلاع المتناظرة فيهما متناسبة .

٣ – لكي ننفي تشابه شكلين يكفي أن نحدد زاويتين متناظرتين فيهما ولكنهما غير متطابقتين ، أو ضلعين متناظرين في كل منهما إلاّ أنها غير متناسبة .

٤ – الاتجاه العكسي لتعريف التشابه أيضاً صحيح ، أي أنه إذا عُلم أن شكلين متشابهين فإن الأضلاع المتناظرة فيهما متناسبة والزوايا المتناظرة فيهما متطابقة .

– عند مناقشة أمثلة وتمارين الكتاب ، يتدرب الطلبة على التمييز بين نوعين من التمارين :

١ – تمارين يعطى فيها أزواج من الأشكال الهندسية ويطلب فيها التحقق من مدى تشابهها .

٢ – تمارين يعطى فيها أزواج من الأشكال الهندسية المتشابهة ويطلب فيها تحديد الأضلاع المتناسبة والزوايا المتطابقة ونسبة التشابه .

– يجب التمييز بين تشابه الأشكال الهندسية بشكل عام « محتوى هذا الدرس » وتشابه المثلثات « محتوى الدرس التالي » ، وذلك من حيث الأهداف التي

يتوقع تحققها في كلٍ من الدرسين ، فالحقائق والتعميمات المتعلقة بشروط تشابه الأشكال الهندسية بصورة عامة فوق مستوى الطالب في هذا الصف ، لذلك أقتصرنا في هذا الموضوع على المثلثات فقط (الدرس التالي).

– عند نهاية الحصة الثانية ، يُكلِّف المدرس الطلبة بحل بعض التمارين كواجب منزلي ، ويتم مناقشة الواجب في الحصة الثالثة ، ويتم حل تمارين أخرى يحددها المدرس في الصف وكذلك واجب منزلي جديد بحسب تقييمه لأداء الطلاب في حل الواجب الصفي والمنزلي .

ارشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٢] أ) $\frac{\text{س}}{١٣} = \frac{١٠}{٨}$ ∴ $\text{س} = \frac{١٣ \times ١٠}{٨}$

= ١٦,٢٥ وحدة طولية.

$\frac{\text{ص}}{١٦} = \frac{٨}{١٠}$ ∴ $\text{ص} = \frac{١٦ \times ٨}{١٠}$

= ١٢,٨ وحدة طولية .

ب) $\frac{\text{س}}{١٥} = \frac{١٠}{٢٤}$ ∴ $\text{س} = \frac{١٥ \times ١٠}{٢٤}$

= ٦,٢٥ وحدة طولية .

$\frac{\text{ص}}{١٦} = \frac{١٠}{٢٤}$ ∴ $\text{ص} = \frac{١٦ \times ١٠}{٢٤}$

= $\frac{٢٠}{٣}$ وحدة طولية .

$\frac{\text{ع}}{١٢} = \frac{١٠}{٢٤}$ ∴ $\text{ع} = \frac{١٢ \times ١٠}{٢٤}$

= ٥ وحدة طولية

جـ) $\frac{\text{س}}{٣} = \frac{١٠}{٥}$ ∴ $\text{س} = \frac{٣ \times ١٠}{٥}$

= ٦ وحدة طولية .

$\frac{\text{ص}}{٨} = \frac{٥}{١٠}$ ∴ $\text{ص} = \frac{٨ \times ٥}{١٠}$

= ٤ وحدة طولية .

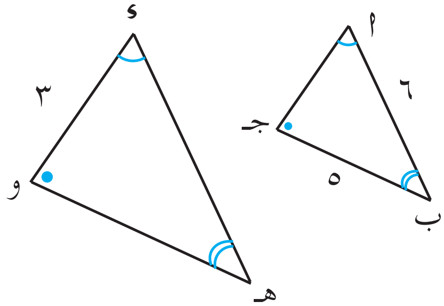
[٣] ١) Δ أ ب جـ ∽ Δ ء هـ و .

٢) ق (∠ و) = ق (∠ جـ) .

٣) |هـ و| = ٤ وحدة طولية .

٤) |ء و| = ٢,٥ وحدة طولية .

[٥]



∵ ق (∠ أ) = ق (∠ ء)

، ق (∠ ب) = ق (∠ هـ)

∴ ق (∠ جـ) = ق (∠ و)

ومن تشابه المثلثين نجد أن

$\frac{|\text{ب جـ}|}{|\text{هـ و}|} = \frac{٢}{٣}$ (نسبة التشابة) .

ومنة $\frac{٥}{|\text{هـ و}|} = \frac{٢}{٣}$ ∴ $|\text{هـ و}| = \frac{٣ \times ٥}{٢}$

= ٧,٥ وحدة طولية .

بالمثل $\frac{|\text{أ جـ}|}{|\text{ء و}|} = \frac{٢}{٣}$ ∴ $\frac{|\text{أ جـ}|}{٣} = \frac{٢}{٣}$

∴ |أ جـ| = ٢ وحدة طولية .

التقــويم

بنائياً من خلال المناقشة ومتابعة حل التدريبات الصفية والواجبات المنزلية ، ويمكن تكليف الطلاب بحل التمرين [١] أو تمرين مكافئ له في نهاية الحصة الثالثة .

٦ : ٨ تشابه المثلثات

عدد الحصص : خمس حصص .

الأهــداف

١) يستنتج أن المثلثين يتشابهان إذا تناسبت أضلاعهما المتناظرة .

٢) يستنتج أن المثلثين يتشابهان إذا تطابقت زاويتان من أحدهما مع زاويتين من الآخر .

٣) يستنتج أن المثلثين يتشابهان إذا تطابقت زاوية من أحدهما مع زاوية من الآخر ، وتناسبت ضلعا الزاوية الأولى مع ضلعي الزاوية الأخرى .

٤) يستخدم التعميمات الخاصة بتشابه مثلثين في حل بعض التمارين الهندسية .

المحتوى

– يتشابه المثلثان إذا تناسبت أضلاعهما المتناظرة .

– يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاويتان من أحدهما مع زاويتين من الآخر .

– يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاوية من أحدهما مع زاوية من الآخر ، وتناسب ضلعا الزاوية الأولى مع ضلعي الزاوية الأخرى .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في خمس حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : الحالة الأولى لتشابه مثلثين .

الحصة الثانية : الحالة الثانية لتشابه مثلثين .

الحصة الثالثة : الحالة الثالثة لتشابه مثلثين .

الحصتان الرابعة والخامسة : تمارين ومسائل .

ويُراعى ما يلي عند تنفيذ الدرس :

– ربطاً بالدرس السابق يلزم التمهيد للدرس بطريقة مناسبة تجعل الطالب يدرك أهميته المتمثلة في البحث عن أقل الشروط التي تؤدي إلى تشابه مثلثين، فمثلاً يمكن أن يرسم مثلثين على السبورة مثل ا ب جـ ، ء هـ و بحيث يكون :

$$\frac{|\text{ا ب}|}{|\text{ء هـ}|} = \frac{|\text{جـ ب}|}{|\text{هـ و}|} = \frac{١}{٣}$$

، ثم يسأل الطلبة عن الشروط التي يجب أن تتوفر في المثلثين لكي يتشابهان ، بالطبع سيحصل على إجابات من بعض الطلبة تستوحي من التعريف السابق للتشابه ، ومن هنا يمكنه أن يرشدهم إلى تنفيذ النشاط الوارد في الكتاب الخاص بالحالة الأولى لتشابه مثلثين،أو نشاط مكافئ له وتحت إشرافه ، إلى أن يتوصل مع الطلاب إلى الاستنتاج الخاص بالحالة الأولى . . . وهكذا .

– ومن المهم بعد مناقشة كل حالة من حالات تشابه المثلثات ، أن تعطى تدريبات صفية كافية (يمكن أن تكون شفوية) بغرض تدريب الطلاب على تحديد بقية العناصر المتناظرة في المثلثين نتيجة تشابههما .

– من الأخطاء التي قد تظهر عند بعض الطلاب « استنتاج تشابه مثلثين بتطابق زاوية من أحدهما مع زاوية من الأخر وتناسب أي ضلعين من الأول مع أي ضلعين من الأخر » ولعلاج مثل هذا الخطأ (إن وجد) يعطي المدرس مثلثين غير متشابهين تنطبق عليهما المعطيات المحددة ثم يطلب منهم قياس الضلع الثالث في كل من المثلثين وحساب النسب بينهما ، سيجد أنها لاتساوي نسبة التشابه، وهنا يوضح المدرس للطلاب أن هذا الخطأ نتج عن إغفال شرط أن يكون الضلعان المتناسبان هما ضلعي الزاويتين المتناظرتين .

– الربط بين مفهوم التشابه وبعض المفاهيم السابقة كمفهوم تطابق المثلثات أمراً مطلوباً ، ليدرك الطلاب أن المثلثين المتطابقين هما بالضرورة متشابهان ،

ونسبة تشابههما تساوي (١) ، والعكس ليس دائماً صحيح أي أن المثلثين المتشابهين ليس بالضرورة أن يكونا متطابقين .

– هناك حالات خاصة في تشابه المثلثات منها :

- يتشابه المثلثان القائما الزاوية إذا تطابقت زاوية حادة من أحدهما مع نظيرتها في المثلث الآخر.

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٤] ∵ $\overleftrightarrow{\text{أب}} \parallel \overleftrightarrow{\text{ءجـ}}$

∴ ق(∡أ) = ق(∡أجـ ء) ،

ق(∡أب هـ) = ق(∡ء)

∴ Δ هـ أب ~ Δ هـ جـ ء

ومنه $\frac{|\text{أب}|}{|\text{ءجـ}|} = \frac{|\text{أهـ}|}{|\text{جـهـ}|}$ ، أي أن $\frac{|\text{أب}|}{٩} = \frac{٤}{٦}$

⟸ |أب| = ٦ وحدات طولية .

ومن تشابه ΔΔ جـ هـ و، جـ أ ب (تحقق من ذلك)

نجد أن $\frac{|\text{هـو}|}{|\text{أب}|} = \frac{|\text{جـهـ}|}{|\text{جـأ}|}$ ، أي أن $\frac{|\text{هـو}|}{٦} = \frac{٦}{١٠}$

ومنه |هـو| = ٣,٦ وحدة طولية .

$\frac{|\text{جـو}|}{|\text{جـب}|} = \frac{٦}{١٠}$ ، أي أن $\frac{٤,٥}{|\text{جـب}|} = \frac{٦}{١٠}$

⟸ |جـب| = ٧,٥ وحدة طولية .

[٦] لاحظ أولاً أنه في ΔΔ أب جـ ، ء هـ و

ق(∡أ) = ق(∡ء) بالتبادل

ثم نلاحظ أن $\frac{|\text{أب}|}{|\text{ءهـ}|} = \frac{٢}{٤\text{ص}} = \frac{١}{٢\text{ص}}$.

، $\frac{|\text{أجـ}|}{|\text{ءو}|} = \frac{٣}{٦\text{س}} = \frac{١}{\text{س}}$.

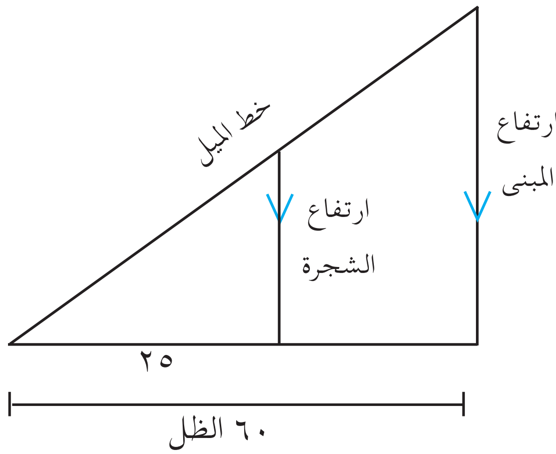
أ) يكون المثلثان متطابقين ومتشابهين إذا كان

س = ص = ١ . س = ص = $\frac{١}{٢}$.

ب) يكون المثلثان متشابهين وغير متطابقين إذا

كان س = ص ≠ $\frac{١}{٢}$ ، ≠ ٠ .

[٨] يمكن ترجمة المسألة بالرسم التالي .



$$\frac{\text{ارتفاع الشجرة}}{\text{ارتفاع المبنى}} = \frac{\text{طول ظل الشجرة}}{\text{طول ظل المبنى}}$$

$$\frac{٥}{\text{ارتفاع المبنى}} = \frac{٢٥}{٦٠}$$

ارتفاع المبنى = ١٢ متر .

التقـويم

بنائياً من خلال مناقشة الأمثلة والتدريبات الصفية ومتابعة حل الواجبات المنزلية . وفي نهاية الحصة الخامسة يُعطى التمرين [١] أو تمرين مكافئ له كخطوة تقويم للدرس .

٦ : ٩ تمارين عامة ومسائل

عدد الحصص : حصتان .

الهـدف

تثبيت وتعميق المفاهيم والتعميمات التي تعلمها الطالب في هذه الوحدة ، وتطوير قدراته على حل التمارين والمسائل المتعلقة بموضوعات الوحدة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين ، على أن يُراعى فيهما الآتي :

– إتاحة أكبر فرصة للطلاب لحل التمارين والمسائل ، ومتابعة أدائهم ومساعدة المتعثرين منهم ومعالجة جوانب القصور إن وجدت .

– الربط بين موضوعات الوحدة وذلك باختيار التمارين التي يتطلب حلها أكثر من فكرة وربما تحل بأكثر من طريقة .

– ضرورة مراعاة الفروق الفردية بين الطلاب ، وذلك بأن تُ عطى تمارين إثرائية لذوي المستويات الدنيا وتمارين تعزيزية لذوي المستويات المتقدمة .

– يعمل المدرس من خلال هاتين الحصتين على أن يعالج أخطاء وصعوبات الطلبة ، كما يعدهم لإداء اختبار الوحدة في الحصة التالية ، ومن ضمن ذلك يكلفهم بحل اختبار الوحدة الذي في الكتاب كعمل منزلي تهيئة للاختبار الذي يعقد في الحصة التالية .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١] أ) باستخدام الخاصية (٣) من خواص التناسب .

جـ) $\frac{\text{س} + \text{ص} + \text{ع}}{٣ + ٤ + ٥} = \frac{\text{س}}{٣}$ (خاصية ٦)

، ∵ س + ص + ع = ٣٦

∴ $\frac{٣٦}{١٢} = \frac{\text{س}}{٣}$ ومنها $\boxed{\text{س} = ٩}$

، ∵ $\frac{\text{ص}}{٤} = \frac{\text{س}}{٣} = \frac{٩}{٣}$

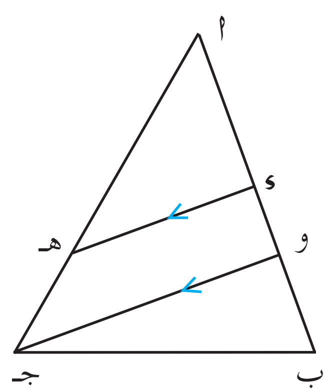
∴ $\boxed{\text{ص} = ١٢}$ ، بالمثل $\boxed{\text{ع} = ١٥}$

[٣] ∵ $\frac{|\text{أ س}|}{|\text{أ ب}|} = \frac{|\text{أ ص}|}{|\text{أ جـ}|}$

∴ $\frac{١٠}{١٥} = \frac{٨}{|\text{أ جـ}|}$ ومنه $|\text{أ جـ}| = ١٢$ وحدة طولية

$|\text{جـ ص}| = |\text{أ جـ}| - |\text{أ ص}| = ١٢ - ٨ = ٤$ وحدات طولية .

[٥]



في Δ أ و جـ

∵ $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}} \parallel \overleftrightarrow{\text{و جـ}}$

∴ $\frac{|\text{أ ء}|}{|\text{أ و}|} = \frac{|\text{أ هـ}|}{|\text{أ جـ}|}$

لكن $\frac{|\text{أ هـ}|}{|\text{أ جـ}|} = \frac{٢}{٣}$ (لأن $|\text{جـ هـ}| = \frac{١}{٣}|\text{أ جـ}|$)

∴ $\frac{|\text{أ ء}|}{|\text{أ و}|} = \frac{٢}{٣}$ ومنها $|\text{أ و}| = \frac{٣}{٢}|\text{أ ء}|$

$= \frac{٣}{٢} \times \frac{١}{٣}|\text{أ ب}| = \frac{١}{٢}|\text{أ ب}|$.

[٧] أولاً : في ΔΔ ب أ جـ ، ب هـ ء، ∡ب مشتركة

، $\frac{|\text{ب ء}|}{|\text{ب جـ}|} = \frac{٤}{١٢} = \frac{١}{٣}$ ،

$\frac{|\text{ب هـ}|}{|\text{ب ا}|} = \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$

∴ $\frac{|\text{ب ء}|}{|\text{ب جـ}|} = \frac{|\text{ب هـ}|}{|\text{ب ا}|}$ وهما ضلعا الزاوية

ب المشتركة في ΔΔ

∴ Δ ب ا جـ ~ Δ ب هـ ء ،

ثانياً: من تشابه المثلثين ينتج مباشرة أن $\frac{|\text{ا جـ}|}{|\text{هـ ء}|} = \frac{٣}{١}$

□ |ا جـ| = ٣ |هـ ء| .

[٩] $\frac{\text{طول قطعة الأرض على الخريطة}}{\text{طول قطعة على الأرض}} = \frac{١}{٢٠٠٠٠٠}$

□ $\frac{١٠}{\text{الطول}} = \frac{١}{٢٠٠٠٠٠}$

∴ الطول = ٢٠٠٠٠٠٠سم = ٢٠كم

بالمثل العرض = ١٦ كم .

المساحة = ٢٠ × ١٦ = ٣٢٠ كم^٢ .

٦ : ١٠ اختبار الوحدة

عدد الحصص : حصتان .

الهــدف

قياس مدى تحقق أهداف الوحدة .

تنفيذ الدرس

ينفذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : يتم تقديم الاختبار المرفق بهذا الدليل أو اختبار آخر يعده المدرس بنفس المواصفات ، بعد أن يكون الطلبة قد حلوا الاختبار الوارد في كتاب الطالب كعمل منزلي .

الحصة الثانية : تتم مناقشة الاختبار بعد تصحيحه من قبل المدرس ، ويتم معالجة الأخطاء .

وفيما يلي جدول يوضح أرقام أسئلة الاختبار والأهداف التي يقيسها كل سؤال .

رقم السؤال	رقم الهدف
١	١
٢	٢ ، ٨
٣	٣ ، ٤
٤	٥
٥	٦ ، ٧

الاختبـــار :

[١] إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء}$ ، فاكمل ما يلي :

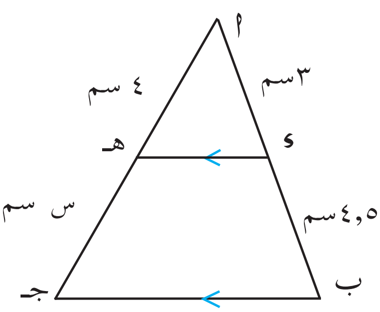
١) $\frac{ب}{أ} = \frac{...}{...}$ ٢) أ × ... = ... × ب

٣) $\frac{أ + ب}{ب} = \frac{...}{ء}$

[٢] $\overline{أ ب}$ قطعة مستقيمة ، جـ نقطة عليها تقسمها من الداخل بنسبة $\frac{٣}{٢}$ ، فإذا كان |أب| = ١٠ سم،

فأوجد |أ جـ| ، |ب جـ| .

[٣] استعن بالشكل المرسوم ادناه ، وأكمل ما يأتي :



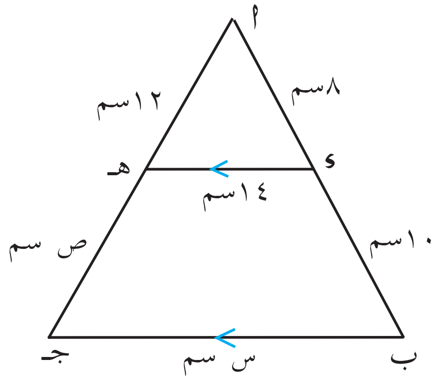
١) $\frac{٤}{س} = \frac{٣}{...}$

٢) س = ... سم .

[٤] أ ب جـ مثلـث ، فيـه : |أ ب| = ٨سم ، |ب جـ| = ٩سم ، |أ جـ| = ٧سم ، رسم المنصف الداخلي $\overline{أ هـ}$ فلاقى $\overline{ب جـ}$ في النقطة « هـ » .

احسب كلاً من |ب هـ| ، |هـ جـ| .

[٥] استعن بالشكل المرسوم ادناه ، وأكمل ما يلي :



١) Δ أ ء هـ ~ Δ ....

٢) $\frac{١٤}{س} = \frac{٨}{...}$

٣) س = ... سم .

٤) $\frac{١٢}{١٢ + ص} = ...$

ص = ...

جدول توزيع الحصص

البند	الموضـــوع	عدد الحصص
٧ – ١	العلاقات بين أضلاع المثلث وزواياه	٣
٧ – ٢	القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث	٣
٧ – ٣	القطعة المستقيمة الواصلة من رأس القائمة إلى منتصف الوتر	٢
٧ – ٤	الضلع المقابل للزاوية ٣٠ْ في المثلث القائم	٢
٧ – ٥	متوسطات المثلث	٢
٧ – ٦	ارتفاعات المثلث	٢
٧ – ٧	تكافؤ المثلثات	٣
٧ – ٨	تكافؤ متوازي الأضلاع	٣
٧ – ٩	تمارين ومسائل عامة	٢
٧ – ١٠	اختبار الوحدة	٣
	مجمـــوع الحصص	٢٥

أهداف الوحدة

يتوقع من الطالب بعد الانتهاء من تدريس هذه الوحدة أن يكون قادراً على أن :

١ – يستنتج العلاقات التي تربط بين أضلاع المثلث وزواياه .

٢ – يستنتج أن مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث .

٣ – يبرهن أن القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث توازي الضلع الثالث وتساوي نصفه .

٤ – يبرهن أن المستقيم الواصل من رأس زاوية قائمة في المثلث القائم إلى منتصف الوتر يساوي نصف الوتر.

٥ – يستنتج أن طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ْ في المثلث القائم يساوى نصف الوتر .

٦ – يبرهن أن القطع المتوسطة للمثلث تتلاقى في نقطة واحدة ، وتقسم كل قطعة منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس .

٧ – يبرهن أن الارتفاعات النازلة من رؤوس المثلث على أضلاعه تتقاطع في نقطة واحدة .

٨ – يبرهن أن مساحة المثلث تكافئ نصف مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة والارتفاع.

٩ – يثبت تكافؤ مساحتي المثلثين المرسومين على قاعدة واحدة ورأسهما على خط مستقيم يوازي القاعدة.

١٠ – يتعرف على الحالات الخاصة لتكافؤ المثلثات .

١١ – يبرهن أن متوازيي الأضلاع المرسومين على قاعدة واحدة متكافئان .

لمحــة تاريخيــة وعلمية :

يُعـرِّف ابن خلدون الهندسة في مقدمته بأنها العلم الذي موضوعه « النظر في المقادير أما المتصلة كالخط والسطح والجسم ، وأما المنفصلة كالأعداد ، وفيما يعرض لها من العوارض الذاتية . مثل أن كل مثلث فزواياه مثل قائمتين ، ومثل أن كل خطين متقاطعين ، فالزاويتان المتقابلتان منهما متساويتان ، ومثل أن الأربعة المقادير المتناسبة ضرب الأول منها في الثالث كضرب الثاني في الرابع ، وأمثال ذلك » .

وتعتبر الهندسة من أهم الشواهد على تطور الحضارة الإنسانية ، حيث احتاج الإنسان ، منذ اهتدائه إلى بناء البيوت وإلى إعداد الأرض للزراعة والري ، إلى تشكيلها هندسياً وبالتالي احتاج إلى المقاييس والعمليات الحسابية عليها .

ولاشك في أن قدماء المصريين قد نبغوا في الهندسة المعمارية ، فكان لهم دور عظيم في تطوير الهندسة والعمارة ، والمثل على ذلك الأهرامات ويبدو أن المصريين قد طبقوا في هندستهم المعمارية النظرية التي عرفت فيما بعد باسم نظرية فيثاغورس ، واستدل بعض العلماء على ذلك من وجود مثلثات قائمة الزاوية في شكل الأهرام . كما كان لهم دراية وافية ببعض الأشكال الهندسية ، مثل شبه المنحرف والمثلثات والمستطيلات والأهرامات الناقصة وقانون أحجامها .

واهتم البابليون بالقياسات العملية لإيجاد مساحة عدد من الأشكال الهندسية ، حيث كانوا يعرفون بعض الأشكال كالمثلثات والمربع وشبه المنحرف والمستطيل ، وأنهم تمكنوا من إيجاد مساحتها ، وكذلك مقدرتهم على إيجاد مساحة الأجسام كثيرة السطوح ، والإسطوانة والمثلثات القائمة الزاوية ، وأشباه المنحرف .

أما اليونان فقد أخذوا أصول الهندسة من المصريين والبابليين ، وزادوا عليها إضافات كثيرة وهامة جعلت من الهندسة علماً يونانياً ينسب إليهم .

وكان لأجدادنا العرب اسهاماتهم في الهندسة وإن كانت قليلة إذا ما قُورنن إساهماتهم في مجالات العلوم الأخرى ، ومع ذلك فإنه لابد من الاعتراف بفضلهم المتمثل بمحافظتهم على هذا العلم ، واهتمامهم به في الوقت الذي أهمله الأوربيون . فلقد أخذ الأوروبيون الهندسة اليونانية عن العرب لاعن اليونان ، ثم نقلوها إلى اللغة اللاتينية .

وبقيت الترجمات العربية هي المعتمدة في أوروبا حتى أواخر القرن السادس عشر ، حينما عثر الباحثون على مخطوط من كتاب إقليدس باللغة اليونانية .

اعتمد العرب ، إذن على كتاب إقليدس في الهندسة ، وسموه كتاب الأصول ، وقد قسموا علم الهندسة إلى الفروع التالية .

١ – الهندسة المخصوصة بالأشكال الكروية ، وهي مهمة لمن يريد دراسة علم الفلك .

٢ – المخروطات ، وهو علم ينظر فيما يقع في الأجسام المخروطة من الأشكال والقطوع ، وتظهر فائدتها في الصناعات العلمية كالنجارة والبناء وصنع التماثيل والهياكل النادرة وجر الأثقال .

٣ – المساحة ، وهو فن يحتاج إليه في مسح الأرض ، ومعناه استخراج مقدار الأرض المعلومة بنسبة شبر أو

ذراع أو غيرها ، ويُستفاد من ذلك في تحديد قيمة الخراج على الأرض والبساتين ، وفي قسمة الأراضي بين الشركات والورثة ، وأمثال ذلك .

٤ – المناظرة (المناظر أو البصريات) وهو علم يتبين به أسباب الغلط في الإدراك البصري بمعرفة كيفية وقوعه، وبيان البراهين الهندسية لذلك ؛ إذ أن علم المناظر يعتمد على الخواص الهندسية في تحليل الشعاع وانعطافه وانكساره ، وانعكاسه على المرايا المستوية والمقعرة والمحدبة والإسطوانية وغيرها .

ويبدو أن اهتمام العرب كان منصبا على الناحية العملية من الهندسة أكثر من اهتمامهم بالناحية النظرية، يدل على ذلك المباني والقصور الرائعة التي خلفوها في أنحاء دولتهم الواسعة ، وقد تميزت هذه المباني بالجمال والإتقان والدقة ، وبالنقوش والزخارف التي تزينها ، ونافورات المياه التي تتوسطها . يضاف إلى ذلك أعمال الري وتوزيع المياه إلى المنازل في المدن التي برع بها العرب ، وهي تدل على مدى الرقي الهندسي الذي وصلوا إليه .

وقد أطلق العرب على الهندسة العملية اسم الهندسة الحسية ، وأطلقوا على الهندسة النظرية اسم الهندسة العقلية .

أقسام الوحدة :

تتضمن هذه الوحدة عشرة بنود موزعة في خمس وعشرون حصة يتناول البند الأول العلاقات بين أضلاع المثلث وزواياه ، ويتناول البند الثاني القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث ، أما البندان الثالث والرابع فيتناولان المستقيم الواصل من رأس المثلث القائم إلى منتصف الوتر ، والضلع المقابل للزاوية ٣٠° في المثلث القائم .

ويتناول البندان الخامس والسادس متوسطات وأعمدة المثلث ، ويعالج البندان السابع والثامن التكافؤ ، ثم تختتم الوحدة ببندين هما التاسع الذي يقدم تمارين عامة ومسائل تشمل جميع المواضيع التي قدمت في الوحدة والبند العاشر الذي يتضمن اختبار يقيس أهداف الوحدة .

مفاهيم ومصطلحات :

– الضلع الأكبر . – الزاوية الكبرى .
– الضلع الأصغر . – الزاوية الصغرى .
– القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث .
– المستقيم الواصل من رأس المثلث القائم إلى منتصف الوتر .
– الضلع المقابل للزاوية ٣٠° في المثلث القائم .
– متوسطات المثلث . – ارتفاعات المثلث .
– التكافؤ . – متحدي القاعدة .

الأساليب التدريسية :

يفضل في المبرهنات أن يستخدم المدرس الطريقة الإستقرائية المعرفة في دليل سابع لما لها من أهمية في

تثبيت المفاهيم ورفع مستوى التحصيل ، كما اثبتت بعض الدراسات بأن الأسلوب الإستقرائي تفوق على الأسلوب الاستنتاجي للحصول على التعميمات الهندسية . ويعرف ذلك إلى أن الطلبة الذين يتعلمون بالأسلوب الاستقرائي ربما يتكون لديهم نوع من الألفة مع التعميم نتيجة عرض عدة حالات منطبقة عليه مما يجعل للمادة معنى بالنسبة للطلبة ، ويزيد من تقبلهم لصياغة التعميم بحيث تكون هذه الصياغة بمثابة تغذية راجعة للأمثلة التي يتم عرضها .

بالإضافة إلى أن عملية الاستقراء تتطلب من الطلبة النشاط والبحث والمشاركة الفعالة ، وتعطي الطلبة فرصة الاستمتاع بالتعلم عن طريق قطف نتائج عملهم ، مما يولد لديهم شعوراً بالرضاء والمتعة ويساعد في تسهيل عملية التعلم لدى الطلبة ويولد لديهم دافعية نحو القيام بأعمال من هذا النوع كما بنيت بعض الدراسات أن الطلبة الذين تعلموا بطريقة الاستقراء أفضل في التذكير والتطبيق ، كما تؤدي إلى التسارع نحو التوصل إلى صياغة التعميم ، وتخلق نوعا من حب العمل والتعلم وسط الجماعة ، بطريقة تجعل الطلبة قادرين على التعامل مع مسائل متنوعة حول الموضوع مما يؤدي إلى نتائج أفضل في التحصيل .

٧ : ١ العلاقات بين أضلاع المثلث وزواياه

عدد الحصص : ثلاثة حصص .

الأهـــداف

١) يستنتج العلاقـات التي تربـط بين أضـلاع المثلـث وزواياه .

٢) يستنتج أن مجموع طولي أي ضلعين في مثلـث أكبر من طول الضلع الثالث .

المحتوى

– مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث .

– الضلع الأكبر في المثلث يقابل الزاوية الكبرى فيه ، والضلع الأصغر يقابل الزاوية الصغرى فيه .

– الزاوية الكبرى في المثلث تقابل الضلع الأكبر فيه ، والزاوية الصغرى تقابل الضلع الأصغر فيه .

– إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث ، فأكبرهما تقابله زاوية أكبر من التي تقابل الضلع الآخر .

– إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلـث فأكبرهما تقابـل ضلعاً أكبر من الضلع الذي تقابله الزاوية الأخرى .

الوسائل

مسطرة – منقلة – فرجار – طباشير ملونة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : مجموع طولي أي ضلعين في مثلث .

الحصة الثانية : اختـلاف طولي ضلعين في مثلـث أو اختلاف قياسي زاويتين منه

الحصة الثالثة : تمارين ومسائل .

عند تنفيذالثلاث الحصص يقوم المدرس بمراعاة ما يلي :

– يمهد للدرس بأنواع المثلث بالنسبة لأضلاعه وزواياه ، مؤكداً على أنه عندما يكون المثلث متساوي الساقين . فإن زاويتي القاعدة متساويتان ، والعكس صحيح ، وكذلك مقارنة زوايا المثلث المتساوي الأضلاع بقياسات زواياه .

– يقوم الطلبة باجراء التدريب (١) الوارد في الدرس (يستخدم الطلبة المسطرة في قياس أطوال أضلاع المثلث) .

|ا ب | + | ب جـ | > | ا جـ | ،

|ا ب | + | ا جـ | > | ب جـ | ،

| ب جـ | + | ا جـ | > | ا ب | .

– يوضح المدرس أهمية المتباينة المثلثية كطريقة لتحديد إن كانت ثلاث قطع مستقيمة ذات أطوال معلومة تشكل مثلثاً أم لا ، ويناقش مع الطلبة المثال (١) .

– يُكلِّف المدرس الطلبة في نهاية الحصة الأولى بحل التمرين (٢) كواجب منزلي .

– يمهد المدرس للحصة الثانية بمراجعة الواجب المنزلي وتصحيح الأخطاء .

– يناقش ويشـرح المدرس علاقة الضلـع الأكبـر بالزاويـة الكبرى والعكس .

– يقوم الطلبة باجراء التدريب (٢) ، (٣) ، (٤) الوارد في الدرس ويستخدم الطلبة أدوات القياس لقياس الأضلاع والزوايا ومقارنتها .

– يناقش مع الطلبة المثال (٣) للمقارنة بين زوايا المثلث .

– يُكلِّف الطلبة في نهاية الحصة الثانية بحل التمارين (١) ، (٣) كواجب منزلي .

– يُمهد للحصة الثالثة بمراجعة الواجب المنزلي وتصحيح الأخطاء ويكلف الطلبة ببعض التمارين والمسائل كعمل صفي ويقوم بمتابعة حلولهم وتقديم الإرشاد والمساعدة لمن يحتاج .

– ثم يطلب من الطلبـة حـل بقيـة التمـارين والمسائل كواجب منزلي .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١] أ) ∵ ٥ + ٤ > ١٠ .

∴ الأطوال ٥سم ، ٤سم ، ١٠سم لاتمثل أطوال أضلاع مثلث .

ب) ٩سم ،٩سم ،٩سم تمثل أطوال أضلاع مثلث .

جـ) هذه القطع لاتمثل مثلثاً .

التقــويم

يكون التقويم بنائي من خلال مشاركة الطلبة ومتابعةأدائهم للتدريبات والأنشطة ، وحلهم التمارين والمسائل الصفية والمنزلية .

كما يُقوِّم المدرس الطلبة في نهاية الحصة الثالثة من خلال الأسئلة التالية :

هل تشكل كل من الثلاثيات التالية أضلاع مثلث :

أ) ٥سم ، ٢سم ، ٨سم .

ب) ١٠سم ، ٥سم ، ١٤سم .

٧ : ٢ القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث

عدد الحصص : ثلاثة حصص .

الهـــدف

يبرهن أن القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث توازي الضلع الثالث وتساوي نصفة .

المحتوى

– القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث توازي الضلع الثالث وتساوي نصف طوله .

– إذا رسم مستقيم من منتصف أحد أضلاع مثلث موازياً ضلعاً آخراً فيه فإنه ينصف الضلع الثالث .

الوسائل

مسطرة – منقلة – طباشير ملونة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في ثلاث حصص كالتالي :

الحصة الأولى : مبرهنة القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث .

الحصة الثانية : أمثلة ونتيجة المبرهنة .

الحصة الثالثة : تمارين ومسائل .

يُراعي المدرس عند تنفيذ الدرس ما يلي :

– يُمهد المدرس للدرس بمراجعة يتم فيها تذكير الطلبة بالتوازي والتناظر والتبادل والتناسب والتشابه ولما له علاقة بالدرس .

– يفضل استخدام الأسلوب الإستقرائي في تدريس التعميمات الرياضية لطلبة المرحلة العليا من التعليم الأساسي ، لأن هذا الأسلوب يشجع الطلبة على المشاركة الفعّـالة مما يؤدي إلى تحسين مستوى التحصيل .

– يطلب المدرس من كل طالب أن يرسم مثلثا ، وينصف ضلعين فيه ، ثم يرسم القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي الضلعين ، ويؤكد على دقة الرسم، ثم يطلب قياس زاويتين متناظرتين ويقارن ذلك . ويطلب قياس طول ضلع القطعة الواصلة بين المنتصفين وطول الضلع المقابل والمقارنة بين الطولين، من مقارنة نتائج عدد من الطلبة نستنتج التعميم « القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلث توازي المضلع الثالث وتساوي نصف طوله » ونكتبه على السبورة .

– تحديد المعطيات والمطلوب ويتم مناقشة المدرس مع الطلبة لخطوات البرهان مستعينين بالرسم وعن طريق التشابه للوصول إلى المطلوب ، ويتم عرض االبرهان كما في الكتاب المدرسي .

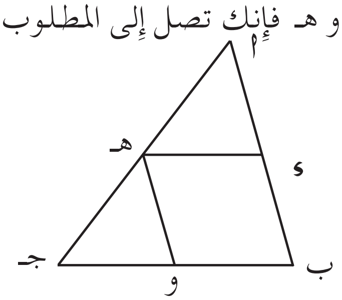
– مناقشة الطلبة بالمثال وطلب حل بعض التمارين كواجب منزلي نهاية الحصة الأولى .

– مناقشة المدرس الطلبة بالواجب المنزلي ويمهد للحصة الثانية بمراجعة ما سبق دراسته ثم يناقش المثال (٢) ونتيجة المبرهنة ويناقش تطبيقها ويعطي واجب صفي وآخر منزلي .

– في الحصة الثالثة يناقش المدرس مع الطلبة الواجب المنزلي ، ثم يمكن عمل مراجعة وربط لما سبق دراسته في الحصتين السابقتين ويطلب من الطلبة حل بعض التمارين والمسائل في الصف يقوم خلالها بمتابعة الطلبة وتقديم الإرشاد والمساعدة لمن يحتاج ، وفي نهاية الحصة يعطى التمرين المشار إليه في التقويم كخطوة لتقويم الدرس .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٣] عندما تثبت بأن كل ضلعين متقابلين متوازيين في الشكل ﺀ ب و هـ فإنك تصل إلى المطلوب الأول .
أما المطلوب الثاني فهو نتيجة .



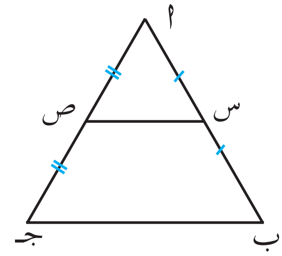
[٤] تستطيع اثبات أن Δ م ن و يطابق المثلثات : ام ﺀ ، م ب و ، ﺀ جـ و ، ثم بعد ذلك نستطيع أن نستنتج بأن :

مساحة المثلث م ﺀ و $= \frac{١}{٤}$ مساحة Δ ا ب جـ

التقــويم

يكون التقويم بنائيا من خلال متابعة المدرس لطلبته خلال الحصص (المناقشات وحل الواجبات الصفية والمنزلية) ، وكذلك من خلال السؤال التالي نهاية الحصة الثالثة :

في الشكل المجاور :
ا ب جـ مثلث ، س منتصف $\overline{\text{ا ب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{ا جـ}}$.



أولاً : إذا كان |ب جـ| = ١٠ سم، فأوجد طول $\overline{\text{س ص}}$.
ثانياً : إذا كان ق (∢ ب) = ٧٠° ، فأوجد قياس ∢ ا س ص .

٧ : ٣ القطعة المستقيمة الواصلة من رأس القائمة إلى منتصف الوتر

عدد الحصص : حصتان .

الهــدف

يبرهن أن القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة في المثلث القائم إلى منتصف الوتر تساوى نصف الوتر .

المحتوى

في المثلث القائم : طول القطعة الواصلة من رأس القائمة إلى منتصف الوتر تساوي نصف طول الوتر.

الوسائل

مسطرة – منقلة – طباشير ملونة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين كالتالي :
الحصة الأولى : مبرهنة القطعة المستقيمة الواصلة من رأس القائمة إلى منتصف الوتر .
الحصة الثانية : تمارين ومسائل .
يُراعي المدرس عند تنفيذ هذا الدرس ما يلي :
– يمهد بمراجعة ، يتم فيها تذكير الطلبة بالتوازي والتشابه والتطابق ، والتناظر .

– عند تقديم المبرهنة يفضل استخدام الأسلوب الإستقرائي كما أشرنا إليه في الدرس السابق .

– يطلب المدرس من كل طالب أن يرسم بدقة مثلث قائم الزاوية وينصف وتره . يرسم القطعة الواصلة من منتصف الوتر إلى رأس القائمة ويقارن طولها بطول الوتر، ومن نتائج عدد من الطلبة نستنتج التعيميم .

– يتم تحديد المعطيات والمطلوب والعمل مع الطلبة ، ومناقشة خطوات البرهان مستعينين بالرسم للوصول إلى المطلوب ، ويتم عرض البرهان كما في الكتاب المدرسي وينبه المدرس الطلبة إلى أن النشاط لايغني عن البرهنة .

– يناقش المثال مع الطلبة ، ويطلب حل تمرين كواجب منزلي .

– يمهد للحصة الثانية بمراجعة ما سبق دراسته في الحصة الأولى ، ثم يناقش الواجب المنزلي مع الطلبة ويطلب منهم حل بعض التمارين في الصف ويقوم بمتابعتهم وتقديم الإرشادات والمساعدة لمن يحتاج ، وفي نهاية الحصة الثانية يعطى التمرين المشار إليه في التقويم .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١] نثبت أن ق ($\measuredangle$ ا) = ق ($\measuredangle$ ا ب ء) ، ثم نثبت أن ق ($\measuredangle$ جـ) = ق (جـ ب ء) ، ومنه نصل إلى أن ق ($\measuredangle$ ا ب جـ) = ٩٠ْ .

[٢] ق ($\measuredangle$ ص ء ل) = ١١٠ْ ، ق ($\measuredangle$ ء ل هـ) = ٦٥ْ .

التقـويم

يكون التقويم بنائيا من خلال المناقشة والمشاركة في الدرس ومن خلال حلول التدريبات والواجبات الصفية والمنزلية .

وكذلك من خلال تقديم السؤال كالتالي نهاية الحصة الثانية :

ا ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ء منتصف ا جـ وقياس ا ء ب = ١١٠ْ ، أوجد قياس ب ا ء .

٧ : ٤ الضلع المقابل للزاوية ٣٠ْ في المثلث القائم

عدد الحصص : حصتان .

الهـدف

يبرهن أن طول الضلع المقابل للزوية ٣٠ْ « في المثلث القائم » يساوى نصف طول الوتر .

المحتوى

في المثلث القائم ، طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ْ يساوى نصف طول الوتر .

الوسائل

مسطرة – طباشير ملونة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين كما يلي :

الحصة الأولى : الضلع المقابل للزاوية ٣٠ْ .

الحصة الثانية : تمارين ومسائل .

يقوم المدرس عند تنفيذ هذا الدرس بمراعاة ما يلي :

– يطلب التأكيد من الطلبة قياس الضلع المقابل للزاوية ٣٠ْ (في المثلث القائم) وقياس الوتر بالمسطرة ومقارنة أطوالهما يقارن القياس لأعمال بعض الطلبة وذلك للتحقق من الوصول للنتيجة نفسها ثم يتم كتابة التعميم التالي : « في المثلث القائم ، طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ْ يساوى نصف طول الوتر » .

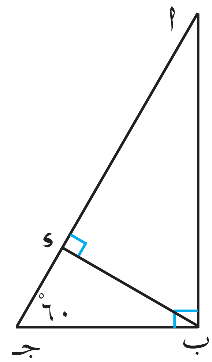
– يمهد بمراجعة للمثلث والمثلث القائم والمثلث الثلاثيني والستيني .

– تحديد المعطيات والمطلوب والعمل ثم مناقشة المدرس الطلبة بخطوات البرهان مستعينين بالرسم للوصول إلى المطلوب .

- مناقشة المثال مع الطلبة ، وطلب حل بعض المسائل كواجب منزلي .
- التمهيد للحصة الثانية بمراجعة ما سبق دراسته في الحصة الأولى ، ثم يناقش مع الطلبة الواجب المنزلي ، ويطلب منهم حل بقية المسائل ، وفي نهاية الحصة الثانية يطلب المدرس من الطلبة حل التمرين المشار إليه في التقويم كخطوة لتقويم الدرس .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١]



|ب ء| = ١/٢ |أ ب| اذكر السبب

|ب جـ| = ١/٢ |أ جـ| اذكر السبب

|جـ ء| = ١/٢ |ب جـ| اذكر السبب

مما سبق نستطيع الوصول إلى أن محيط المثلث أ ب جـ = ضعف محيط المثلث ء ب جـ .

[٢] نثبت أنه في المثلث أ هـ ب، ق(∡ أ هـ ب) = ٣٠°

ومنه |هـ ب| = ١/٢ |أ ب| اذكر السبب

∴ |أ ب| = ٦ × ٢ = ١٢سم .

∴ محيط المربع = ١٢ × ٤ = ٤٨ سم .

[٤] أولاً : نثبت بأن المثلث س ل ع متساوي الساقين.

ومنه نصل إلى أن : |س ل| = |ل ع| .

ثانياً : في Δ ل ص ع قائم الزاوية في ص ، ∡ ل ع ص = ٣٠° ، ومنه نستطيع الوصول إلى أن :

|ص ل| = ١/٢ |ل ع| ومنه |ص ل| = ١/٢ |س ل| .

التقويم

يتم التقويم البنائي من خلال المناقشات والمشاركة أثناء شرح الدرس ومن خلال متابعة المدرس لأداء طلبته عند حل الواجبات المدرسية والمنزلية ،كما يعطى السؤال التالي نهاية الحصة الثانية كخطوة تقويم

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ق(∡ جـ) = ٣٠° ، فإذا كان |أ جـ| = ٦سم ، فأوجد طول $\overline{\text{أ ب}}$.

٧ : ٥ متوسطات المثلث

عدد الحصص : حصتان .

الأهداف

١) يتعرف على متوسطات المثلث .

٢) يستنتج أن القطع المتوسطة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة ، تقسم كلا منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس .

المحتوى

- متوسط المثلث هو القطعة المستقيمة التي تصل رأس المثلث بمنتصف الضلع المقابل لذلك الرأس .
- للمثلث ثلاثة متوسطات .
- متوسطات المثلث تتقاطع في نقطة واحدة ، تقسم كلاً منها من جهة رؤوس المثلث بنسبة ٢ : ١ .

الوسائل

مسطرة – طباشير ملونة – منقلة – ورق مقوى .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : نقطة تقاطع متوسطات المثلث .

الحصة الثانية : تمارين ومسائل .

عند تنفيذ هذا الدرس يقوم المدرس بمراعاة ما يلي :

- يناقش تأكيد مع الطلبة تعريف متوسط المثلث من خلال رسم مثلثات مختلفة مثل (مثلث منفرج الزاوية – مثلث حاد الزوايا – مثلث قائم الزاوية) موضحاً في كل شكل منها متوسط المثلث .

– يرسم المدرس مثلث ا ب جـ ويبين بالرسم أن متوسطات المثلث فيه ($\overline{\text{ا ء}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{جـ و}}$) تتلاقى في نقطة واحدة هي م ، ثم يقيس المسافات بين النقطة م وطرفي كل من القطع المتوسطة ، ويكتب القياسات على الشكل المرسوم موضحاً ذلك في جدول .

– يلاحظ من الجدول أن | ا م | = ٢ | م ء | ، وكذلك

| ب م | = ٢ | م هـ | و | جـ م | = ٢ | م و | .

أي أن $\frac{|\text{ا م}|}{|\text{م ء}|} = \frac{٢}{١}$ ، $\frac{|\text{ب م}|}{|\text{م هـ}|} = \frac{٢}{١}$ ، $\frac{|\text{جـ م}|}{|\text{م و}|} = \frac{٢}{١}$

إذن نقطة تقاطع القطع المتوسطة تقسم كلاً منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس .

وكذلك $\frac{|\text{ا م}|}{|\text{ا ء}|} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{|\text{ب م}|}{|\text{ب هـ}|} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{|\text{جـ م}|}{|\text{جـ و}|} = \frac{٢}{٣}$.

– يقوم التلاميذ بتنفيذ النشاط الوارد في الدرس .

– يناقش المدرس مع الطلبة المثال (١) .

– يُكلِّف الطلبة في نهاية الحصة الأولى بحل التمرينين (١) ، (٢) كواجب منزلي .

– يناقش المدرس ، ويمهد للحصة الثانية بمراجعة الواجب المنزلي وتصحيح الأخطاء ، وأيضاً مراجعة ما سبق دراسته في الحصة الأولى .

– يُناقش المدرس مع الطلبة المثال (٢) محدداً المعطيات والمطلوب في المثال .

– يُكلِّف الطلبة بحل بقية التمارين والمسائل كواجب منزلي ، يطلب المدرس من الطلبة حل التمرين المشار إليه في التقويم كخطوة لتقويم الدرس .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٢] | ء س | = ٣سم .

| ا س | = ٦سم .

| ب هـ | = ١٨سم .

[٣] يطبق في حل هذا التمرين بأن القطع المتوسطة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة ، تقسم كلاً منها من جهة رؤوس المثلث بنسبة ٢ : ١ .

التقـويم

يُقوِّم المدرس الطلبة تقويماً بنائياً من خلال مناقشاتهم ومشاركتهم في الدرس ومن خلال متابعة حل التمارين الصفية وحل الواجب المنزلي ، كذلك يُقوِّم الطلبة في نهاية الحصة الثانية من خلال السؤال التالي .

ارسم Δ ا ب جـ فيه | ا ب | = | ا جـ | = ٤سم ، | ب جـ | = ٣سم ، ثم ارسم متوسطات المثلث .

٧ : ٦ ارتفاعات المثلث

عدد الحصص : حصتان .

الأهـداف

١) يتعرف على ارتفاعات المثلث .

٢) يستنتج أن الأعمدة النازلة من رؤوس المثلث على أضلاعه تتقاطع في نقطة واحدة .

المحتوى

– ارتفاع المثلث هو قطعة مستقيمة تنزل من رأس المثلث عمودية على الضلع المقابل أو امتداده .

– ارتفاعات مثلث تتقاطع في نقطة واحدة .

الوسائل

طباشير ملونة – فرجار – مسطرة – منقلة .

تنفيذ الدرس

ينفذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : ارتفاعات المثلث .

الحصة الثانية : تمارين ومسائل .

عند تنفيذ الدرس يقوم المدرس بمراعاة ما يلي :

– يناقش المدرس مع الطلبة تعريف ارتفاع المثلث من خلال رسم مثلثات مختلفة مثل (مثلث حاد الزوايا – مثلث قائم الزاوية – مثلث منفرج الزاوية) موضحاً في كل شكل منها ارتفاع المثلث .

– من خلال الشكل الواحد يوضح المدرس إن للمثلث ثلاثة ارتفاعات ، كل ارتفاع ينزل من أحد رؤوس المثلث على الضلع المقابل أو على امتداده .

– يرسم المدرس مثلث أ ب جـ حاد الزوايا ويبين بالرسم أن ارتفاعات المثلث فيه $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{جـ و}}$ ثلاثة ارتفاعات تتلاقي في نقطة واحدة هي م ويستنتج من ذلك النشاط بأن : الأعمدة النازلة من رؤوس المثلث على أضلاعه تتقاطع في نقطة واحدة ، أي أن ارتفاعات المثلث الثلاثة تتقاطع في نقطة واحدة .

– يطلب المدرس من الطلبة تنفيذ النشاط الوارد في الدرس (باستخدام الفرجار ، والمسطرة . يرسم ارتفاعات للمثلث القائم ، والمثلث المنفرج الزاوية) من أجل أن يحدد نقطة تقاطع هذه الارتفاعات .

– يناقش المدرس مع الطلبة المثال .

– يُكلّف الطلبة في نهاية الحصة الأولى بحل التمرينين (١) ، (٢) كواجب منزلي .

– يُمهِّد للحصة الثانية بمراجعة الواجب المنزلي وتصحيح الأخطاء ومناقشة ما سبق دراسته في الحصة الأولى .

– يطلب المدرس من الطلبة حل بعض التمارين والمسائل الممتازة كواجب صفي ويتابع حلولهم ويقدم الإرشاد والمساعدة لمن يحتاج للمساعدة .

– يُكلِّف الطلبة بحل بقية التمارين والمسائل كواجب منزلي .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٥] ق(∢ ء أ جـ) = ٥٠° .

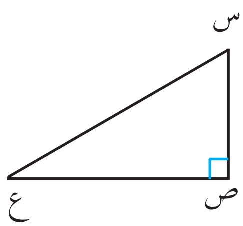
[٦] يطبق المبرهنة (٧–٤) حتى يتم التوصل إلى الحل

التقويم

يقوِّم المدرس الطلبة تقويماً بنائياً من خلال مناقشاتهم ومشاركتهم في تنفيذ الأنشطة ومن خلال متابعة حلهم للتدريبات والتمارين الصفية والواجبات المنزلية .

كما يقوِّم الطلبة في نهاية الحصة الثانية من خلال السؤال التالي :

ارسم ثلاثة ارتفاعات لمثلث قائم الزاوية وحدد نقطة تقاطعها .



٧ : ٧ تكافؤ المثلثات

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الأهداف

١) يتعرف على مفهوم تكافؤ الأشكال الهندسية .

٢) يتعرف على أن كل مثلثين متطابقين متكافئان .

٣) يستنتج أن المثلثات التي قواعدها متساوية وارتفاعاتها متساوية متكافئة .

٤) يبرهن أنه إذا اتحدا مثلثان في القاعدة ، وكان رأساهما على مستقيم يوازي القاعدة ، فإن المثلثين متكافئان .

٥) يبرهن أن متوسط المثلث يقسمه إلى مثلثين متكافئين .

المحتوى

– يكون الشكلان $م_1$ ، $م_2$ متكافئين إذا كانا متساويين في المساحة ، ونكتب ذلك رمزياً $م_1 \equiv م_2$.

– كل مثلثين متطابقين متكافئان .

– المثلثات التي قواعدها متساوية وارتفاعاتها متساوية متكافئة .
– إذا اتحد مثلثان في القاعدة وكان رأساهما على مستقيم يوازي القاعدة فأنهما متكافئان .

الوسائل

ورق مربعات – مقص – أدوات هندسية .

تنفيذ الدرس

ينفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : مفهوم التكافؤ وتكافؤ المثلثات .
الحصة الثانية : تكافؤ المثلثات متحدة القاعدة .
الحصة الثالثة : متوسط المثلث يقسمه إلى مثلثين متكافئين .

عند تنفيذ المدرس يُراعي المدرس ما يلي :

– يمهد للدرس بمراجعة مفهوم المساحة « عدد الوحدات المربعة التي يحويها الشكل » .
– يراجع للطلبة بعض قواعد إيجاد مساحة الأشكال التي تم دراستها .
– يوضح للطلبة بأنه لإيجاد مساحة أي منطقة يتم تقسيمها إلى أشكال هندسية معلوم لدينا قواعد إيجاد مساحتها .
– يطلب من الطلبة تنفيذ النشاط (١) الوارد في كتاب الطالب للوصول إلى مفهوم التكافؤ .
– يفضل في هذا الموضوع أن يستخدم المدرس الطريقة الاستقرائية والاستنتاجية معاً ، وذلك بعرض الأمثلة وتوجيه الطلبة إلى الوصول إلى التعميم أو النظرية ثم بعد ذلك تتم صياغة التعميم أو النظرية ، ثم إعطاء الأمثلة للتأكد من صحة التعميم أو النظرية .
– يناقش المدرس مع الطلبة مثال (١) ومثال (٢) للتوصل على بعض الخصائص المتعلقة بتكافؤ المثلثات مثل البديهية « كل مثلثين متطابقين متكافئان » .
– يُكلِّف الطلبة في نهاية الحصة الأولى بحل التمرين (١) كواجب منزلي .
– يطلب من الطلبة تنفيذ النشاط (٢) الوارد في كتاب الطالب للوصول إلى المبرهنة (٧–٥) « إذا اتحد مثلثان في القاعدة وكان رأساهما على مستقيم يوازي القاعدة فإن المثلثين متكافئان » .
– يُشرك المدرس الطلبة في برهنة المبرهنة (٧–٥) « إذا اتحد مثلثات في القاعدة وكان رأساهما على مستقيم يوازي القاعدة فإن المثلثين متكافئان » وذلك باستخدام الطريقة الاستنتاجية في برهنة ذلك .
– يناقش المدرس مع الطلبة مثال (٣) ليتوصل إلى النتيجة (١) « المثلثات التي قواعدها متساوية وارتفاعاتها متساوية متكافئة .
– يُكلِّف الطلبة في نهاية الحصة الثانية بحل التمرين (٢) ، (٣) كواجب منزلي .
– يُشرك المدرس الطلبة في برهنة المبرهنة (٧–٦) « متوسط المثلث يقسمه إلى مثلثين متكافئين » وذلك باستخدام الطريقة الإستنتاجية في ذلك .
– بعد تأكد المدرس من استيعاب الطلبة للبرهان يقدم للطلبة المثال (٤) الذي يأتي بعد المبرهنة (٧–٦) ويناقشهم فيه حتى يصل إلى المطلوب .
– يُكلِّف الطلبة في نهاية الحصة الثالثة بحل التمرين (٤) في الصف ويتابعهم ويصحح الأخطاء التي يقعون بها وتعزيز الأداء الجيد لديهم .
– كما يُكلِّفهم في حل بقية التمارين والمسائل كواجب منزلي .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١] Δ ا جـ ء ، Δ ب جـ ء ، Δ ء ا ب ، Δ جـ ا ب ، Δ هـ ا جـ ، Δ هـ ب ء .

[٢] من التطابق ينتج أن هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$.

∴ مساحة كل مثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٢,٥ سم × ٣ سم .

[٣] $\overline{\text{هـ ء}}$ متوسط للمثلث هـ ب جـ بتطبيق نظرية (٢) يتم المطلوب .

[٤] Δ ﺃ ب جـ ، Δ ﺃ ء جـ متكافئان لأن $\overline{\text{ﺃ جـ}}$ قطر (قاعدة مشتركة) .

∴ الارتفاعات متساوية .

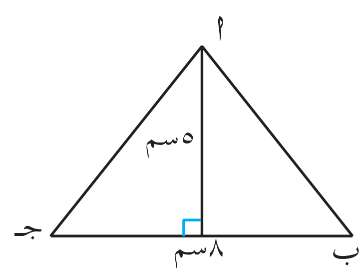
[٥] ΔΔ ب ء هـ ، جـ ء هـ متكافئان لأنهما مرسومان على قاعدة ورأساهما على مستقيم يوازي القاعدة .

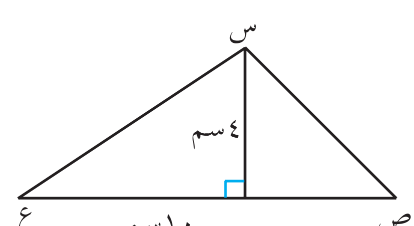
بإضافة Δ ﺃ ء هـ إلى كل منهما ينتج المطلوب .

التقـويم

بنائي من خلال المناقشة الصفية ومتابعة حلول التمارين الصفية والواجبات المنزلية ، يعطي المدرس كتمرين كالتالي في نهاية الحصة الثالثة كخطوة تقويم :

فـي الشـكل المرسـوم أدناه بـيِّن أن المثلـث ﺃ ب جـ ≡ المثلث س ص ع .





٧ : ٨ تكافـؤ متوازي الأضلاع

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الأهـــداف

١) يُبرهن أن متوازيي الأضلاع المشتركين في القاعدة ورؤوسهما على مستقيم يوازي القاعدة متكافئان .

٢) يستنتج أن متوازيي الأضلاع المتساويان في القاعدة والارتفاع متكافئان .

٣) يبرهـن أنه إذا اتّحَـد مثلـث ومتوازي أضـلاع فـي القاعدة وكانا محصورين بين القاعدة ومستقيم يوازيها،فإن المثلث يكافئ نصف متوازي الأضلاع .

المحتوى

– متوازيا الأضلاع المشتركان في القاعدة ورؤوسهما على مستقيم يوازي القاعدة متكافئان .

– متوازيا الأضلاع المتساويان في القاعدة والإرتفاع متكافئان .

– المستطيـل يُكافئ متوازي الأضلاع المتحد معه في القاعدة والارتفاع .

– إذا اتّحَـد مثلث ومتوازي الأضلاع في القاعدة ، وكانا محصورين بين القاعدة ومستقيـم يوازيهـا ، فإن المثلث يكافئ نصف متوازي الأضلاع .

الوسائل

أوراق مربعات – أدوات هندسية – طباشير ملونة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : تكافـؤ متـوازيي الأضلاع المتحدين في القاعدة .

الحصة الثانية : تكافؤ المثلث لنصف متوازي الأضلاع .

الحصة الثالثة : تمارين .

عند تنفيذ الحصص يُراعي المدرس ما يلي :

– يمهد للدرس بمراجعة عن التكافؤ وتكافؤ المثلثات .
– يحدد المدرس للطلبة مهام رسم متوازيات الأضلاع متحدة القاعدة على أوراق مربعة وبحيث تكون رؤوسهما على مستقيم يوازي القاعدة ومقارنة النتائج التي يتوصل إليها الطلبة ليقودهم إلى التعميم .
– يُبرهن المدرس المبرهنة المتعلقة بالموضوع كما عرضت في الكتاب المدرسي .
– مناقشة الطلبة بالمثال وطلب حل بعض التمارين كواجب منزلي نهاية الحصة .
– مناقشة المدرس الطلبة بالواجب المنزلي ويمهد للحصة الثانية بمراجعة ما سبق دراسته .
– يطلب المدرس من الطلبة رسم مثلث ومتوازي أضلاع متحدين في القاعدة ومحصورين بين القاعدة ومستقيم يوازيها ، ثم يقارن نتائج الطلبة من حيث التكافؤ بين المثلث ومتوازي الأضلاع حتى يصل إلى التعميم .
– يبرهن المدرس المبرهنة المتعلقة بنفس الموضوع كما تم عرضها في الكتاب المدرسي .
– يناقش المثال مع الطلبة ثم يحدد لهم بعض الواجب المنزلي مع مراجعة وربط لما سبق دراسته في الحصتين السابقتين ، ثم يطلب من الطلبة حل بقية التمارين في الصف ، ويقدم المساعدة لمن يحتاج وفي نهاية الحصة يعطى السؤال في التقويم كخطوة لتقويم الدرس.

إرشادات لحل بعض التمارين والمسائل

[١] أ) Δ ب هـ ء ، Δ أ جـ و ، ▱ ب ء و أ ،
▱ ب هـ جـ أ .
ب) Δ ء ب أ ، Δ ب جـ ء ، Δ جـ ء أ ،
ΔΔ ب هـ حـ ، أ ء جـ .
جـ) شبه المنحرف أ ب هـ و .

[٢] أ) ΔΔ أ ب جـ ، ء ب جـ ، Δ أ ب ء ، أ جـ ء
ب) لا .

[٣] أ) Δ و أ ء .   ب) Δ ء جـ هـ .
جـ) ▱ أ و جـ هـ ، ▱ هـ ب و ء .

[٤] Δ ب أ جـ ≡ $\frac{١}{٢}$ ▭ أ هـ و جـ (١)

∴ Δ ب أ جـ ≡ $\frac{١}{٢}$ ▱ أ ب جـ ء (٢)

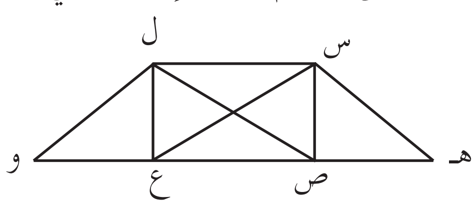
من (١) ، (٢) ينتج المطلوب .

التقــويم

يكون التقويم بنائي من خلال التفاعل الصفي ومتابعة حلول التدريبات والمسائل المعطاة كأعمال صفية أو واجبات منزلية .

كما يُقوِّم المدرس الطلبة من خلال تقديم السؤال التالي نهاية الحصة الثالثة :

من الشكل المرسوم أمامك إذكر ما يلي :



متوازيات الأضلاع التي تكافئ المستطيل س ص ع ل ٦ مثلثات متكافئة .

٧ : ٩ تماريـن ومسائل عامـــة

عدد الحصص : حصتان .

الهــــدف

تثبيت المفاهيم والمهارات التي وردت في هذه الوحدة وتنميتها .

تنفيذ الدرس

يُ نفذ هذا الدرس في حصتين ، ويقوم المدرس بمراعاة ما يلي :

- يُذكِّر الطلبة بأبرز وأهم المفاهيم والحقائق والقوانين والنظريات التي وردت في هذه الوحدة .
- يختار مجموعة من التمارين والمسائل التي تتضمن أبرز المفاهيم والمعارف الرياضية والمهارات الأساسية، ويكلف الطلبة بحلها في الصف ويناقشهم بحلولهم مؤكداً على معالجة الضعف لديهم والأخطاء الشائعة في حلولهم مركزاً على تحضير الطلبة لاختبار الوحدة .
- يُكلِّف المدرس الطلبة بحل بقية التمارين والمسائل كواجبات منزلية .
- يعطي المدرس نهاية الحصة الثانية اختبار الوحدة الذي في كتاب الطالب كواجب منزلي تحضيراً للاختبار الذي سيقدم لهم في الحصتين التاليتين .

إرشادات لحل بعض التمارين والمسائل

[٤] ∵ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ص ع}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

∵ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مرســـوم مـــن منتصـــف $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$ ويوازي $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$

∴ جـ منتصف $\overleftrightarrow{\text{ص ع}}$.

∴ |ص جـ| = |جـ ع| .

[٥] في Δ ا ب جـ ، |ا ب| = ٤ سم ،|ب جـ| =٥ سم

∴ ق(∡ ب ا جـ) > ق(∡ ب جـ ا) (١)

في Δ ا جـ ء ، |ا ء| = ٧ سم ، |جـ ء| = ٨ سم .

∴ ق(∡ جـ ا ء) > ق(∡ ا جـ ء) (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن :

ق(∡ ب ا جـ)+ق(∡ جـ ا ء) > ق(∡ ب جـ ا)+ق(∡ ا جـ ء) .

أي أن : ق (∡ ب ا ء) > ق(∡ ب جـ ء) .

[٦] ق (∡ س ع ص) = ٥٠° ، ق (∡ ص س ع) = ٤٠°

[٧] طول $\overleftrightarrow{\text{ا ء}}$ = ٢٢,٥ سم .

[١١] ∵ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ ينصف $\overleftrightarrow{\text{ا ء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

∴ ▱ ا ب ص س ≡ $\frac{١}{٢}$ ▱ ا ب جـ ء – (١)

∵ Δ ا ب ع ≡ $\frac{١}{٢}$ ▱ ا ب ص س – (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن :

Δ ا ب ع ≡ $\frac{١}{٤}$ ▱ ا ب جـ ء .

٧ : ١٠ اختبـــار الوحـــدة

عدد الحصص : ثلاث حصص .

الهــــدف

يهدف هذا الدرس إلى قياس مدى تحقق أهداف الوحدة لدى التلاميذ .

تنفيذ الدرس

يُ نفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى والثانية : يعطي المعلم الاختبار الذي في دليل المعلم للطلبة خلال حصتين بسبب طوله ، والذي يغطي الأهداف المتوقع إنجازها أثناء تدريس الوحدة ، وفيما يلي جدول بأرقام الأسئلة وأرقام الأهداف المرتبطة بها .

رقم السؤال	رقم الهدف
١	٢
٢	١
٣	٧
٤	٦
٥	٣
٦	٤
٧	٥
٨	٨
٩	١١
١٠	٩
١١	١٠

– يقدم المعلم تعليمات وتوجيهات الاختبار قبل البدء في الحل .

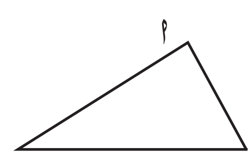
– بعد تصحيح أوراق الإجابة تُرصد أخطاء الطلبة لكي يتم مراجعتها فيما بعد .

الحصة الثالثة : تعطى مراجعة ومعالجة للأخطاء والصعوبات التي ظهرت خلال تصحيح أوراق الإجابة.

الاختبار :

[١] هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه ٤سم ، ٢سم ، ٧سم ؟ لماذا ؟

[٢] أ ب جـ مثلث فيه



|أ ب| = ٤سم ،

|ب جـ| = ٨سم ،

|أ جـ| = ٧سم ، قارن بين زوايا المثلث .

[٣] أ ب جـ مثلث فيه |أ ب| = ٤سم ، |ب جـ| = ٧سم ، |أ جـ| = ٥سم . ارسم المثلث أ ب جـ ، ثم ارسم ارتفاعاته أ س ، ب ص ، جـ م .

[٤] أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٢٠سم ، م نقطة تلاقي مستقيماته المتوسطة . أوجد طول ب م .

[٥] أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، نقطة ء منتصف أ جـ ، ونقطة هـ منتصف ب جـ . اثبت أن أ هـ ⊥ ب جـ .

[٦] أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ء منتصف أ جـ ، ق(∡ ب ء جـ) = ١٠٠° ، احسب ق(∡ أ جـ ب) ، ق(∡ أ ء ب)

[٧] أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه |ب جـ| = ٣سم ، ق(∡ ب أ جـ) = ٣٠° ، اسقط ب ء ⊥ أ جـ ، احسب أولاً : طول أ جـ .

ثانياً : طول ء جـ .

[٨] المثلث المشترك مع متوازي الأضلاع في القاعدة والارتفاع :

أ – يكافئ نصف متوازي الأضلاع .

ب – يكافئ ضعف متوازي الأضلاع .

جـ – يكافئ متوازي الأضلاع .

[٩] إذا اتحد مستطيل ومتوازي أضلاع في القاعدة وتقع رؤسهم على مستقيم يوازي القاعدة يكونان :

أ) متكافئان ب) متطابقان

جـ) متساويان في المحيط .

[١٠] إذا اتحد ملثلثان في القاعدة ، وكان رأساهما على مستقيم يوازي القاعدة فإن المثلثين .

أ) متطابقين ب) متكافئين

جـ) متطابقين ومتكافئين معاً .

[١١] كل متوسط في المثلث متساوي الأضلاع إلى مثلثين :

١) متطابقين ٢) متشابهين

٣) متكافئين ٤) كل الإجابات صحيحة .

الوحدة الثامنة

القياس

جدول توزيع الحصص

البند	الموضوع	عدد الحصص
٨ – ١	الهرم	٣
٨ – ٢	المخروط	٢
٨ – ٣	حجم الكرة ومساحة سطحها	٤
٨ – ٤	تمارين عامة ومسائل	٢
٨ – ٥	اختبار الوحدة	٢
	مجموع الحصص	١٣

أهداف الوحدة

يتوقع من الطالب بعد الانتهاء من تدريس هذه الوحدة أن يكون قادراً على :

١ – يوجِد المساحة الجانبية والكلية للهرم القائم .

٢ – يوجد المساحة الجانبية والكلية للمخروط القائم .

٣ – يوجد حجم الكرة ومساحة سطحها .

٤ – يحل مسائل تطبيقية (لفظية) حياتية تتعلق بالمساحة الجانبية والكلية للهرم القائم والمخروط القائم وحجم الكرة ومساحة سطحها .

٨ : ١ الهـــرم

عدد الحصص : ثلاثة حصص .

الهــدف

– يوجد المساحة الجانبية والكلية للهرم القائم .

المحتوى

– مساحة الهرم الجانبية = مجموع مساحات أوجهه الجانبية .

– مساحة الهرم الكلية = مجموع المساحات الجانبية + مساحة القاعدة .

الوسائل

مجسمات للهرم القائم (يمكن فردها) ، طباشير ملون .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في ثلاث حصص على النحو التالي :

الحصة الأولى : المساحة الجانبية والكلية للهرم .

الحصة الثانية : أمثلة وتمارين .

الحصة الثالثة : تمارين ومسائل .

عند تنفيذ الدرس يُراعي الآتي :

– تتم مراجعة الهرم من خلال عرض مجسمات للهرم أو رسم عدة أشكال لهرم قائم مختلف القاعدة ، وتوجيه أسئلة للطلاب للتعرف على خواص الهرم (أوجهه ، اختلاف قاعدته ، ارتفاعه ، نقطة الرأس ، ... الخ) .

– يتوصل المدرس مع طلابه إلى مساحة الهرم ما هي إلاّ مساحة سطح هذا المجسم حيث يستطيع المدرس أن يوجه بعض الأسئلة لطلابه ويحدد أوجه هرم مرسوم على السبورة كما هو موضح في كتاب الطالب واستنتاج المساحة الجانبية للهرم وذلك بجمع مساحة أوجه الهرم ، وإذا أضيفت مساحة القاعدة حصلنا على المساحة الكلية للهرم . ويوضح ذلك من خلال حل المثال في الكتاب المدرسي .

– يفضل إعطاء التمرين (١) ب ، جـ كواجب منزلي في الحصة الأولى .

– وفي الحصة الثانية تتم مناقشة الواجب المنزلي ثم يقدم المدرس أمثلة أخرى عامة من إعداده كما يناقش بعض التمارين معهم ويُكلِّفهم بعمل صفي وآخر منزلي .

– وفي الحصة الثالثة يناقش الواجب المنزلي مع الطلبة ويحلوا بقية التمارين كعمل صفي كما يجري خطوة تقويم نهاية الحصة .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١] أ) مساحة قاعدة الهرم = مساحة المثلث

$= \frac{١}{٢} \times ٩ \times ٦$ سم^٢ .

المساحة الجانبية للهرم = مجموع مساحات أوجهه الثلاثة .

المساحة الكلية = ١٨٩ سم^٢ + ٢٧ سم^٢ = ٢١٦ سم^٢ .

ب) المساحة الكلية للهرم = ١٢٦ سم^٢ + ٤٩ سم^٢

= ١٧٥ سم^٢ .

جـ) المساحة الكلية = ١٢٠ سم^٢ + ٢٤ $\sqrt{٣}$ سم^٢ .

[٢] أ) حجم الهرم = ٣٠٠٠ سم^٣ = ٣ دسم^٣ .

ب) مساحة الهرم الكلية

= ٩٠٠ سم^٢ + ٦٠٠ سم^٢ = ١٥٠٠ سم^٢ .

[٣] حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ مساحة القاعدة × الارتفاع .

[٤] مساحة الهرم الكلية = ٢٥ $\sqrt{٣}$ سم^٢ + ١٩٥ سم^٢ .

التقـــويم

يتم التقويم البنائي للدرس من خلال المناقشات ومتابعة حل التدريبات في الصف وحل الواجب المنزلي ، ويمكن أن يعطي المدرس التمرين التالي كتقويم ختامي للدرس في نهاية الحصة الثالثة :

أ ب جـ ء م هرم رباعي ، قاعدته مربع طول ضلعه ١٢سم وارتفاعه الجانبي ٨سم أوجد :

أ) المساحة الجانبية للهرم .

ب) المساحة الكلية للهرم .

٨ : ٢ المخـــــروط

عدد الحصص : حصتان .

الهـــدف

– يُوجد المساحة الجانبية والكلية للمخروط القائم .

المحتوى

– المساحة الجانبية للمخروط القائم = π نق ل

– المساحة الكلية للمخروط القائم = π نق ل + π نق^2

(حيث نق نصف قطر قاعدة المخروط ، ل طول الراسم) .

الوسائل

– مجسمات لمخروط مصنوع من الورق (يمكن فرده) .

– مسطرة ، فرجار ، طباشير ملونة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : المساحة الجانبية والكلية للمخروط القائم .

الحصة الثانية : تدريبات وتمارين .

عند تنفيذ الدرس يُراعي المدرس الآتي :

– تتم مراجعة إنشاء المخروط القائم وبعض خواصه ويوضح المدرس لطلابه بأن المخروط يمكن إنشاؤه بدوران مثلث قائم الزاوية حول رأس الزاوية القائمة وارتفاع المخروط القائم هوأحد أضلاع الزاوية القائمة .

– من خلال التمهيد الذي في الكتاب المدرسي يحاول المدرس أن يتوصل بالتدريج إلى قاعدة المساحة الجانبية للمخروط وتوضيح كيفية إيجاد مساحة القطاع الدائري من خلال إيجاد مجموع مساحات المثلثات الصغيرة ، التي تكونت لدينا ، والتي هي عبارة عن المساحة الجانبية للمخروط ، ثم يتوصل إلى المساحة الكلية للمخروط من خلال إضافة مساحة القاعدة والتي هي عبارة عن دائرة .

– يناقش مع الطلبة المثالين إن توفر الوقت يمكن حلهما كما يُعطى واجب منزلي مناسب للحصة الأولى .

– في الحصة الثانية يناقش ما تبقى من الأمثلة ويناقش الواجب المنزلي، ثم يكلفهم بعمل صفي يقوم خلال حله بمتابعة الطلبة وتقديم المساعدة لمن يحتاج.

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٢] أ) المساحة الجانبية = π نق ل

$= \frac{٢٢}{٧} \times ٢١ \times ٧٥$سم^2 .

ب) المساحـــة الكليـــة = π نق ل + π نق^2

$= \frac{٢٢}{٧} \times ٢١ \times ٧٥$سم^2 + $\frac{٢٢}{٧} \times ٢١ \times ٢١$سم^2.

جـ) حـجــــم المخـــــروط = $\frac{١}{٣}$ π نق^2 $\times$ ل

$= \frac{١}{٣} \times \frac{٢٢}{٧} \times ٢١ \times ٢١ \times ٧٥$سم^3 .

[٤] المساحة الجانبية للمخروط = π نق ل

$\therefore$ نق = $\frac{\text{المساحة الجانبية}}{\pi \text{ ل}} = \frac{١٩,٩}{\frac{٢٢}{\cancel{٧}} \times \cancel{٧}} = \frac{١٩,٩}{٢٢}$سم

[٦] يحل هذا التمرين مثلما تم حل المثال (٢) .

التقـويم

يتم التقويم البنائي من خلال مشاركة الطلاب في المناقشات ومتابعة حل التدريبات الصفية وحل الواجب المنزلي ويمكن أن يعطي المدرس التمرين التالي كتقويم ختامي للدرس نهاية الحصة الثانية :

مخروط دائري نصف قطر قاعدته ١٠,٥سم ، وارتفاعه ٢٥سم وطول راسمه ٣٠سم أوجد :

أ) المساحة الجانبية للمخروط.

ب) المساحة الكلية للمخروط .

٨ : ٣ حجم الكرة ومساحة سطحها

عدد الحصص : أربع حصص.

الأهـــداف

- يحسب حجم الكرة بمعلومية نصف قطرها .
- يحسب مساحة سطح الكرة بمعلومية نصف قطرها.
- يوجد نصف قطر كرة عُلم مساحة سطحها أو حجمها .

المحتوى

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} .

مساحة سطح الكرة = ٤ π نق^{٢} .

الوسائل

عدة كرات ، إسطوانة مدرجة بحيث يكون قطرها وارتفاعها مساوياً لقطر أحدى الكرات ، سائل، خيط .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في أربع حصص ، كالتالي :

الحصة الأولى : حجم الكرة .

الحصة الثانية : مساحة سطح الكرة .

الحصة الثالثة : إيجاد نصف قطر الكرة بمعلومية مساحتها أو حجمها .

الحصة الرابعة : تمارين ومسائل .

عند التنفيذ يُراعي المدرس الآتي :

- يعرض المدرس عدة كرات لطلابه ، ويرسم على السبورة نصف كرة كما في الشكل (٨ - ١٠) في الكتاب ثم يترك لهم الفرصة للتعرف على مركز الكرة ونصف قطرها وكذلك قطرها .
- يسأل المدرس طلابه عن حجوم بعض المجسمات والتي سبق دراستها مثل حجم الإسطوانة ومتوازي المستطيلات والهرم والمخروط ليذكرهم بمفهوم الحجم وقوانين إيجاد حجوم بعض المجسمات .
- يتبع المدرس الخطوات التي في كتاب الطالب ليصل إلى قاعدة إيجاد حجم الكرة ويكتبها على السبورة.
- يحل المدرس مثال من إعداده أو كجزء من أحد الأسئلة يتعلق فقط بحجم الكرة بمشاركة الطلاب، ويكلفهم بحل التمرينين ١ ، ٣ كتدريب صفي وأسئلة مشابهة لهذه التمارين كواجب منزلي ، والخاصة بحجم الكرة .
- في الحصة الثانية يحاول المدرس أن يقوم بالتجربة التي في كتاب الطالب لإيجاد مساحة سطح الكرة ثم يستنتج القاعدة الخاصة بالمساحة .
- يحل مثال (١) ويتبعها بتمارين مباشرة مثل ٢ ، ٣ كتدريب صفي وأسئلة مشابهة كواجب منزلي .
- في الحصة الثالثة يراجع المدرس حجم ومساحة سطح الكرة ، ويراجع ما سبق من واجبات منزلية ويحل تمارين مثل ٤ ، ٥ بمشاركة طلابه ، ثم يطلب حلهما كعمل صفي ، ويحدد للطلبة واجب منزلي آخر .
- في الحصة الرابعة يراجع العمل المنزلي السابق ويعطي واجبات صفية ، يقوم أثناء حلها بمتابعة الطلبة

وتقديم المساعدة عند الضرورة ويترك فرصة لحل سؤال التقويم نهاية هذه الحصة .

ارشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٨] مساحة سطح الكرة = ٤ π نق = ٢٤٦٤سم^٢ .

مساحة اللوح = متراً مربعاً = ١٠٠٠٠سم^٢ .

مساحة الجزء الباقي من اللوح

= ١٠٠٠٠ − ٢٤٦٤ = ٧٥٣٦سم^٢ .

[٩] حجم الكرة = حجم الماء المزاح = حجم الإسطوانة

طول نصف قطرها ٧سم وارتفاعها ٣,٤سم

$= \frac{٢٢}{٧} \times ٧ \times ٧ \times ٣,٤ = ٥٢٣,٦$سم^٢ .

$\because$ حجم الكـرة $= \frac{٤}{٣} \pi$ نق^٣ بالتعويض عن

حجم الكرة = حجم الاسطوانة ينتج

نق^٣ = ١٢٤,٩٥ = ١٢٥ تقريباً .

$\therefore$ نق $= \sqrt[٣]{١٢٥}$ = ٥سم .

التقـويم

يتم التقويم البنائي للدرس من خلال المناقشات ومتابعة حل التدريبات في الصف وحل الواجب المنزلي، ويمكن أن يعطي المدرس تمرين كالتالي كتقويم ختامي للدرس في نهاية الحصة الرابعة :

كرة نصف قطرها ٢١سم . احسب :

١) حجمها ٢) مساحة سطحها .

٨ : ٤ تماريـن عامـــة ومسائل

عدد الحصص : حصتان .

الهـــدف

يثبت المفاهيم الواردة في هذه الوحدة يعمقها ، ويطور المهارات لحساب المساحات والحجوم .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : تناقش التمارين الخاصة بالهرم والمخروط .

الحصة الثانية : تناقش تمارين حجم الكرة ومساحة سطحها .

يُراعي المدرس ما يلي :

- يقـوم بمراجعـة عامة لكل مفاهيم الوحدة ويعمقها لدى الطلبة كما يراجع كل قوانين حساب المساحات والحجوم ويعطي عليها أمثلة .
- يقـدم المدرس الإرشـادات والمساعـدة عنـد الضـرورة ولمن يحتاج من الطلبة ، ويعالـج الأخطاء التي سبق رصدها أو التي تظهر حتى يعد للطلبة لاختبار الوحدة في الحصة التالية .
- يُعطي اختبار الوحدة الذي في الكتاب كعمل منزلي لتهيئة الطلبة للاختبار .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[٧] مساحة سطح الكرة = ٤ π نق^٢ .

$\frac{٥٦٣٢}{٧} = ٤ \times \frac{٢٢}{٧} \times$ نق^٢ .

$\therefore$ نق^٢ = ٦٤ ، نق = ٨سم

حجم الكرة $= \frac{٤}{٣} \pi$ نق^٣ $= \frac{٤}{٣} \times \frac{٢٢}{٧} \times ٨ \times ٨ \times ٨$

$= \frac{٤٥٠٥٦}{٢١}$ سم^٣ .

[٨] نوجد حجم الكرة ، ثم حجم المكعب فيكون حجم الاسطوانة مجموع حجم الكرة وحجم المكعب .

ومن حجم الاسطوانة يوجد نصف قطر قاعدتها .

٨ : ٥ اختبار الوحدة

عدد الحصص : حصتان .

الهـــدف

يهدف الاختبار إلى قياس مدى تحقق أهداف الوحدة .

تنفيذ الدرس

يُنفذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : يُعطى الاختبار الذي في الدليل ، والذي يعطي أهداف الوحدة حسب الجدول التالي ، أو يعد اختبار مشابه يغطي كافة أهداف الوحدة :

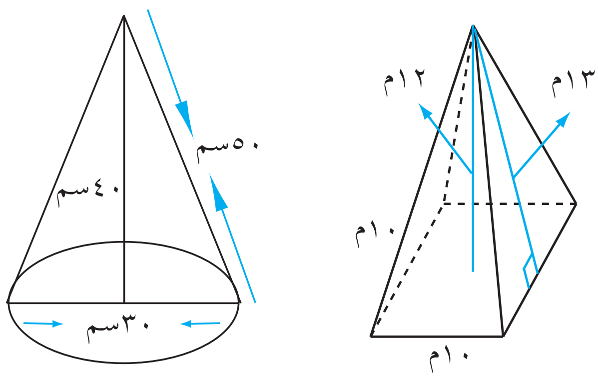
رقم السؤال	رقم الهدف
١	١ ، ٢
٢ ، ٣	٣
٤	٤

– من خلال تصحيح الاختبار تُرصد أخطاء الطلبة ، حيث يتعرف المدرس على الأهداف التي لم تتحقق لديهم .

الحصة الثانية : تعطى معالجة للصعوبات والأخطاء التي برزت من خلال تصحيح أوراق الإجابة .

الاختبــار :

[١] أوجد الحجم والمساحة الجانبية والكلية للشكلين التاليين :



[٢] إذا كان حجم كرة ١١٣٠٤٠سم^{3} ، أوجد مساحة سطحها (π = ٣,١٤) .

[٣] كرة مساحة سطحها ٣١٤,١سم^{2} ، أوجد حجمها (π = ٣,١٤١) .

[٤] لوح من المعدن منتظم الكثافة مساحته ٣٠٠٠سم^{2} ، صنعت منه ٧ كرات جوفاء متساوية ، أوجد نصف قطر كل كرة مع العلم إن مساحة الجزء المتبقي من اللوح تساوى ٨٠٢سم^{2} (π = ٣,١٤) .

الوحـــدة التـاسـعـة

الإحصـــاء

جدول توزيع الحصص

البند	الموضـــوع	عدد الحصص
٩ – ١	قراءة الجداول والأشكال البيانية	٢
٩ – ٢	جدولة البيانات	٢
٩ – ٣	تمثيل البيانات الإحصائية	٢
٩ – ٤	تمارين عامة	٢
٩ – ٥	اختبار الوحدة	٢
	مجمـــوع الحصص	١٠

أهداف الوحدة

يتوقع من الطالب بعد الانتهاء من تدريس هذه الوحدة أن يكون قادراً على أن :

١ – يقرأ الجداول الإحصائية ، ويفسر بياناتها .

٢ – يقرأ الأشكال الإحصائية المختلفة كالمدرج والمضلع ، ويفسر بياناتها .

٣ – يكوِّن جدولاً تكرارياً لمجموعة من البيانات الإحصائية .

٤ – يمثل بيانات إحصائية بيانياً باستخدام المدرج التكراري .

٥ – يمثل بيانات إحصائية بيانياً باستخدام المضلع التكراري .

٦ – يُعرِّف المدى ، طول الفئة ، تكرار الفئة ، مركز الفئة .

المقدمــــة

لمحــة تاريخيــة :

سبق أن درس الطلبة في الصفين السادس والسابع بعض الأساليب الإحصائية لعرض البيانات وتفسيرها ومنها : قراءة الجداول والأشكال البيانية ، طريقة تبويب بيانات أولية مبعثرة في جداول وتفسيرها ، ثم تمثيل هذه البيانات بيانياً باستخدام الأعمدة كما درس الطلبة واحداً من أهم المقاييس الإحصائية وهو المتوسط الحسابي (المعدَّل) .

وفي هذه الوحدة ، نسعى إلى تعميق هذه الأساليب وتنمية المهارات السابق دراستها وتتضمن الوحدة المفاهيم الآتية : قراءة الجداول والأشكال البيانية الإحصائية لبيانات إحصائية بحسب النوع ، وسوف ينصب اهتمامنا على نوعين من البيانات الإحصائية هما :

– بيانات وصفية : أي أن هذه البيانات تبوب في جداول بحسب الصفة ، أي أن المتغير الإحصائية هنا وصفي كالجنس وفصيلة الدم والحالة الاجتماعية ... الخ أي أن المتغير معروف بأوصاف غير مرتبة ومتنافية : وقوع أحدهما ينفي وقوع الاخر مثل (ذكر ، أنثى) ، (يقرأ ، أمي) ، (متزوج ، أعرب) ... الخ .

– بيانات كمية : أي أن المتغير هنا عددي مثل ١ ، ٢ ، ٣ ، ... الخ . وسيتم عرض التمثيل البياني باستخدام المضلع التكرار والمدرج التكراري ، وهذا الموضوع يتضمن متغير إحصائي جديد يسمى التكرار ، فعلى سبيل المثال البيانات : ٣ ، ٣ ، ٢ ، ٤ ، ٢ ، ٢ ، ٤ ، ٤, ٣ ، ٣ ، ٣ ، ٤ نجد أن العدد ٢ تكرر ظهوره ثلاث مرات والعدد ٣ خمس مرات ... الخ .

وعند تبويب هذه البيانات الأولية (المبعثرة) في جدول فإن الجدول الناشئ يسمى جدول تكراري ، وأحياناً يطلق عليه جدول توزيع تكراري ، والتكرار مفيد جداً في تبويب وتنظيم البيانات الإحصائية وخصوصاً ذات الأعداد الكبيرة .

أقسام الوحدة :

– قراءة الجداول والأشكال البيانية .
– جدولة البيانات .
– تمثيل البيانات الإحصائية .

المفاهيم والرموز :

– التكرار النسبي .
– المدرج التكراري .
– المضلع التكراري .
– الفئة – حجم العينة – مركز الفئة – المدى ، طول المدى .

٩ : ١ قراءة الجداول والأشكال البيانية

عدد الحصص : حصتان .

الأهـــداف

– يقرأ جداول التكرار ، ويفسر بياناتها .
– يقرأ الأشكال البيانية (المدرج والمضلع التكراري)، ويفسرها .

المحتوى

– مجموع التكرارات النسبية يساوى الواحد الصحيح .
– مضلع التكرار عبارة عن خط منقط منكسر ، يربط بين كل نقطتين متتاليتين تنصف كل واحدة الضلع العلوي لكل مستطيل من مستطيلات مدرج التكرار ، أي أننا ننصف الأضلاع العلوية للمستطيلات ، ثم نصل بين كل منتصفين متتاليين بخط منقط منكسر .

تنفيذ الدرس

يتم تنفيذ الدرس في حصتين كما يلي :

الحصة الأولى : قراءة الجداول التكرارية .

الحصة الثانية : قراءة الاشكال البيانية .

ويُراعى عند تنفيذ الدرس ما يلي :

– يرسم المدرس على السبورة الجدول التكراري المعروض في الكتاب أو جدولاً تكرارياً من عنده ، ومن خلاله يوضح لهم التكرار النسبي .
– يناقش المدرس المثال الأول ، على السبورة ينبه الطلبة إلى أن هناك أنواع كثيرة للبيانات حيث يمكن توزيعها في جداول بحسب النوع ، أو أنها بيانات كمية مثل البيانات العددية .
– يوجه بحل التدريب ، كنوع من التذكير بالمعارف السابقة ، والطرق المستجدة .
– يُذكر المدرس الطلبة بأن النسبة المئوية الناتجة بقسمة التكرار على مجموع التكرارات تسمى تكرارات نسبية، وأن أهميتها ستظهر في السنوات القادمة وأن مجموع التكرارات النسبية يساوى واحد .
– يُكلِّف الطلبة بحل تمرين كعمل صفي ، وأن لم يكفِ الوقت يُستكمل كعمل منزلي ، كما يمكن التكليف بتمرين آخر كعمل منزلي .
– يناقش المدرس مع الطلبة الواجب المنزلي السابق في بداية الحصة الثانية .
– يناقش الأشكال البيانية موجهاً بحل التدريب ، موضحاً حل المثال (٢) .
– يُكلِّف الطلبة بحل تمرين صفي إجراء خطوة التقويم .
– يُكلِّف الطلبة بحل بقية التمارين كواجب منزلي .

إرشادات حلول بعض التمارين والمسائل

[١] ﺃ) بيانات وصفية . ب) $\frac{\text{عدد الطالبات}}{\text{مجموع الطلبة}}$ ٪

[٢] ﺃ) بيانات كمية .

ب) المجموعة الكلي للدرجات = مجموع حاصل ضرب الدرجة × تكرارها

جـ) المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع حاصل ضرب الدرجة×تكرارها}}{\text{مجموع التكرارات}}$

التقـــويم

يتم التقويم البنائي من خلال النقاش داخل الصف ومن خلال حل التمارين الصفية والواجب المنزلي .
كما يتم تقديم السؤال الآتي نهاية الحصة الثانية كخطوة تقويم .

الجدول التالي بيّن درجات ٢٥ طالباً في مادة اللغة العربية .

الدرجة	٥	٧	٨	٩	١٠	المجموع
التكرار	٣	٦	٨	٦	٢	٢٥

ما أكبـر درجـة حصـل عليـها الـطـلاب ؟

ما التكرار المناظر لأصغر درجة حصل عليها الطلاب؟

٩ : ٢ جـدولـة البيـانات

عدد الحصص : حصتان .

الأهـــداف

– يُنشئ جدولاً تكرارياً بسيطاً لبيانات وصفية .
– يُنشئ جدولاً تكرارياً بسيطاً لبيانات كمية .

تنفيذ الدرس

يتم تنفيذ الدرس في حصتين على النحو التالي :

الحصة الأولى : جدولة البيانات .

الحصة الثانية : تمارين ومسائل .

ويُراعى عند تنفيذ الدرس ما يلي :

– يُذكِّر الطلبة بما سبق في الصف السابع عن جدولة البيانات ، ثم يوضح لهم بأن البيانات قد تكون بيانات نوعية (وصفية) مثل تصنيف أفراد المجتمع إلى ذكر وأنثى ، أو يقرأ وأمي ، . . . وما شابه ذلك . وكذلك يصنف الأشجار المثمرة إلى أشجار موز، برتقال . . . الخ . كما أن هناك بيانات كمية وهي عبارة عن أعداد مثل أوزان أو طوال أو درجة الحرارة أو درجات طلاب في مادة معينة .

– يناقش مع الطلبة المثالين الأول والثاني على السبورة وفي نهاية الحصة الأولى يكلف الطلبة بواجب منزلي .

– يناقش الواجب المنزلي في بداية الحصة الثانية .

– يُكلِّف الطلبة بحل تمارين صفية داخل الصف ، وأثناء قيامهم بذلك يتابع المدرس عمل الطلبة ويساعد من يحتاج المساعدة .

– يقدم المدرس سؤالاً لتقويم الدرس نهاية الحصة الثانية .

إرشادات حلول بعض التمارين والمسائل

[١] أ) وصفية ، ب) وصفية .

جـ) وصفية ، ى) كمية .

[٢] ب) النسبة المئوية للتفاح = ٤٥٪ .

[٣] أ)

العدد	التكرار	العدد × التكرار
١	٥	٥
٢	١١	٢٢
٣	١١	٣٣
٤	٥	٢٠
المجـموع	٣٢	٨٠

ب) مجموع التكرارات = ٣٢

جـ) المجموع الكلي لحاصل ضرب العدد في تكراره = ٨٠

ى) المتوسط الحسابي لهذه الأعداد = $\frac{٨٠}{٣٢}$ = ٢,٥

التقـــويم

يتم التقويم البنائي من خلال النقاش ، ومتابعة أداء الطلبة أثناء حل التمارين الصفية والواجب المنزلي .

كما يتم تقديم سؤال كالتالي كخطوة تقويم ختامي نهاية الحصة الثانية :

لديك البيانات التالية : ٢ ، ٢ ، ٣ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٢ ، ٣ ، ٢ ، ٤ ، ٣ ، ٤ ، ٢ .

نظم هذه البيانات في جدول تكراري بحيث يتظمن السطر الأول العدد والسطر الثاني التكرار والسطر الثالث حاصل ضرب العدد في تكراره .

٩ : ٣ تمثيل البيانات الأحصائية

عدد الحصص : حصتان .

الأهــداف

– يمثل بيانات إحصائية باستخدام المضلع التكراري .
– يتعرف على مكونات الجدول التكراري في فئات .
– يتعرف على الفئة – مركز الفئة – المدى – طول الفئة – تكرار الفئة .

المحتوى

– الفئة هي مجموعة من البيانات تبدأ بملاحظة تسمى الحد الأدنى وتنتهي بملاحظة تسمى الحد الأعلى للفئة .

– مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$

– المدى = أكبر قيمة – أصغر قيمة .
– طول الفئة هي المسافة الواقعة بين القيمتين الدنيا والعليا للفئة .
– تكرار الفئة هو عدد البيانات الواقعة ضمن كل فئة .

تنفيذ الدرس

يتم تنفيذ الدرس في حصتين على النحو التالي :
الحصة الأولى : تمثيل البيانات الإحصائية .
الحصة الثانية : تمارين ومسائل .
يُراعى المدرس عند تنفيذ الدرس ما يلي :
– يُنبه المدرس الطلبة إلى أنه عندما تكون البيانات كثيرة ونريد تمثيل هذه البيانات بمضلع تكراري ، فأنه أولاً يتم تنظيم هذه البيانات في جداول بشكل فئات ليسهل فهمها وتمثيلها .
– يُنبه الطلبة أنه عند تمثيل البيانات بيانياً نجعل مراكز الفئة على محور السينات ، وتكرارات الفئة على محور الصادات .
– من خلال الأمثلة يوضح التعرف على كل من الفئة ومركز الفئة والمدى وطول الفئة .
– يناقش المدرس مع الطلبة الامثلة الواردة في الكتاب .
– يكلف الطلبة ببعض التمارين كواجب منزلي نهاية الحصة الاولى .
– يناقش المدرس مع الطلبة الواجب المنزلي في بداية الحصة الثانية ، ثم يكلفهم بحل بعض التمارين داخل الصف ويتابع حلولهم ويساعد من يحتاج مساعدة .
ملحوظة : قد يحتاج الدرس حصة ثالثة أو جزءاً منها ، ويفضل أخذ ذلك من حصتي التمارين العامة (الدرس التالي) .

إرشادات حلول بعض التمارين والمسائل

[١] ء) ٥ ، هـ) ٢ .
[٢] أ) ٥٧ ، ب) ٤٠ ، جـ) ١٧
[٣] ب) ٩ ، جـ) ٢
[٤] ٨ .

التقــويم

يتم التقويم البنائي من خلال المناقشة الصفية ومتابعة أداء الطلبة أثناء قيامهم بحل التمارين الصفية والواجب المنزلي .
كما يتم إعطاء الطلبة سؤالاً كالتالي في نهاية الحصة الثانية كخطوة تقويم .
الجدول التكراري يبين درجات ٢٥ طالباً في مادة العلوم .

الدرجة	١٩ –١٢	١٣ – ١٦	١٧ – ٢٠
التكرار	٦	١٢	٧

ما تكرار الفئة الأولى؟ ما مركز الفئة (١٣– ١٦)؟
ما طول الفئة (١٧ – ٢٠) ؟

٩ : ٤ تمارين عامة

عدد الحصص : حصتان .

الهدف

يهدف هذا الدرس إلى تعميق وتثبيت المفاهيم الواردة في هذه الوحدة وتطوير مهارة جدولة البيانات الإحصائية وتمثيلها .

تنفيذ الدرس

ينفذ هذا الدرس في حصتين على النحو التالي :

- يطلب المدرس من الطلبة حل بعض التمارين ويتم متابعة أداء الطلبة والوقوف على الأخطاء التي يقع فيها الطلبة ويتم تصحيحها على السبورة . إذ يعمل المدرس على المراجعة العامة للوحدة وإعداد الطلبة لاختبار الوحدة .
- في الحصة التالية يكلف المدرس الطلبة بحل الاختبار المعد في نهاية الوحدة كواجب منزلي تهيئة لهم لاختبار الوحدة .

إرشادات وحلول بعض التمارين والمسائل

[١] أ) أصغر وزن ٤٨ كجم ، وتكراره = ١ ، وأكبر وزن = ٥٣ كجم ، وتكراره يساوى ٢ .

ب) ٨ ، جـ) ١٢٢ طالباً .

ء) ١١١٦ كجم ، هـ) ٥٠,٧ كجم .

[٣] أ) ٥٥ زهرة ، ب) أبيض .

جـ)

لون الزهرة	أصفر	أحمر	أبيض	بنفسجي	وردي	المجموع
التكرار	٥	١٠	٢٠	١٥	٥	٥٥

٩ : ٥ اختبار الوحدة

عدد الحصص : حصتان .

الهدف

يهدف الاختبار إلى التعرف على مدى تحقق أهداف الوحدة عند الطلبة .

الجدول التالي يوضح رقم الهدف ورقم السؤال الذي يقيس الهدف .

تنفيذ الدرس

يتم تنفيذ الدرس في حصتين :

الحصة الأولى : تقديم الاختبار المعد في الدليل أو اختبار آخر من إعداد المدرس ، يلتزم بالنموذج نفسه حسب ما هو موضح في الجدول التالي .

رقم السؤال	رقم الهدف
١	١
٢	٢
٣	٣ ، ٤ ، ٥
٤	٦

الحصة الثانية : معالجة الأخطاء والصعوبات التي تواجه الطلبة والتي يكتشفها المدرس من خلال أوراق الإجابة .

- يناقش المدرس الأخطاء التي يقع فيها الطلبة ويتم التركيز على الأهداف التي لم تتحقق بشكل جيد ، معالجاً ذلك بشكل يساعد الطلبة على تجنب الأخطاء والتغلب على الصعوبات التي واجههم .

الاختبــار :

س١) يبين الجدول التالي أطوال ٣٥ طالباً في الصف الثامن من التعليم الأساسي .

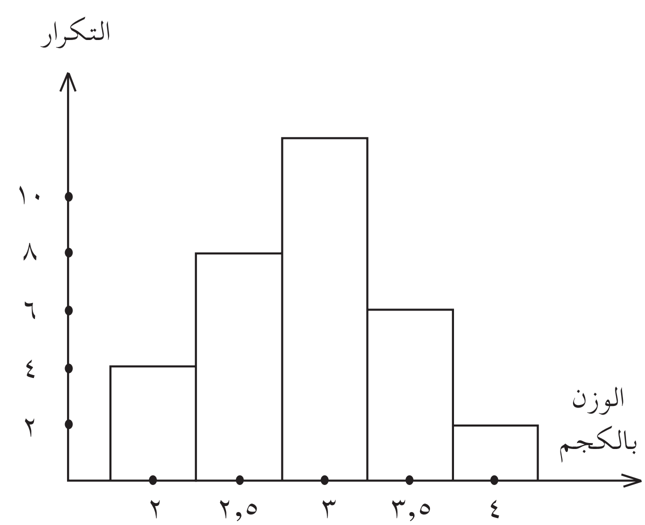
الطول بالسنتيمتر	١١٧	١٢٢	١٢٥	١٢٧	١٣٠	المجموع
التكرار	٥	٨	١٢	٧	٣	٣٥

أ) كم عدد الطلبة التي أطوالهم ١٢٢ سنتمتر ؟

ب) كم عدد الطلبة الأطول في الصف ؟

جـ) كم عدد الطلبة التي تقل أطوالهم عن ١٢٧ سنتمتر ؟

س٢) يبين الشكل التالي أوزان ٣٠ طفلاً بالكيلوجرام حديثي الولادة .



أ) كم عدد الأطفال التي أوزانهم ٣ كجم ؟

ب) كم عدد الأطفال التي تزيد أوزانهم عن ٣كجم ؟

س٣) تمثل البيانات التالية درجات الحرارة الصغرى لمدينة ذمار والمسجلة خلال عشرين يوماً : ٣ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٣ ، ٢ ، ٢ ، ٣ ، ٣ ، ٤ ، ١ ، ٢ ، ٢ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ٢ ، ١ ، ١ من البيانات السابقة :

أ) كوِّن جدولاً تكرارياً .

ب) مثل البيانات باستخدام مدرج التكرار .

جـ) مثل البيانات باستخدام مضلع التكرار .

س٤) تمثل البيانات التالية درجات ٢٥ طالباً في مادة الرياضيات العلامة الكبرى ٣٠ درجة .

الفئة	١٠–١٣	١٤–١٧	١٨–٢١	٢٢–٢٥	٢٦–٢٩
التكرار	٢	٥	٩	٦	٣

من الجدول السابق أجب على الأسئلة التالية :

أ) ما هي الفئة الأكثر تكراراً ؟

ب) ما طول كل فئة ؟

جـ) ما مركز الفئة (١٤ – ١٧) ؟

ء) اكتب المدى للدرجات التي حصل عليها الطلبة .