

## النهايات

**السؤال الأول:**  $f$  هو التابع المعرف على المجال  $], +\infty[$  وفق  $f(x) = \frac{2x + \sin x}{x-1}$

(١) أثبت أن  $\frac{2x-1}{x-1} \leq f(x) \leq \frac{2x+1}{x-1}$

(٢) استنتج نهاية  $f$  عند  $+\infty$

**السؤال الثاني:** ليكن  $g$  التابع المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق  $g(x) = \frac{1}{3+2 \sin x}$

(١) أثبت أن  $g$  محدود

(٢) استنتج كلا من النهايتين  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2}{3+2 \sin x} \right)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x + \sin x}{3+2 \sin x} \right)$

**السؤال الثالث:** ليكن  $c$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف بالعلاقة

$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-d}$  جد الأعداد الحقيقية  $d$  و  $c$  و  $b$  و  $a$  علماً أن الخواص الآتية محققة:

(١) المستقيم الذي معادلته  $x = 3$  مقارب للخط  $c$

(٢) المستقيم المائل الذي معادلته  $y = 2x - 5$  مقارب للخط  $c$  عند  $+\infty$  و  $-\infty$

(٣) تنتمي النقطة  $A(1,2)$  إلى الخط  $c$

**السؤال الرابع:** ليكن  $c$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$

(١) ادرس نهاية  $f$  عند  $-\infty$  - اشرح التأويل الهندسي لهذه النتيجة

(٢) أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = 2x$  مقارب للخط  $c$  في جوار  $+\infty$

(٣) ادرس الوضع النسبي للمقارب  $\Delta$  والخط  $c$

**السؤال الخامس:** ليكن  $f$  تابعاً مستمراً ومعرفاً على المجال  $I = [0,1]$  ويحقق  $f(x) \in I$  أيّاً يكن  $x$  من  $I$

نرمز بالرمز  $k$  إلى التابع المعرف على  $I$  وفق  $k(x) = f(x) - x$  بتطبيق ميرهنة القيمة الوسطى على

التابع  $k$ ، أثبت وجود عدد حقيقي  $a$  من  $I$  يحقق  $f(a) = a$

**السؤال السادس:** ليكن  $c$  الخط البياني للتابع  $f(x) = |x + 1| + \frac{x}{x^2 - 1}$  المعرفة على  $\mathbb{R}/\{-1, +1\}$

(١) اكتب  $f(x)$  بصيغة لاتحوي قيمة مطلقة

(٢) ادرس نهاية  $f$  وأوجد  $f'(x)$  وادرس اشارته وادرس تغيرات  $f$  ونظم جدول بها

(٣) تحقق أن المستقيمين  $y = x + 1$  و  $y = -x - 1$  بالترتيب مقاربان مانلان للخط البياني  $c$  عند  $+\infty$

و  $-\infty$ . ادرس وضع  $c$  بالنسبة إلى هذين المقاربين

مدرس (الساوة: أحمد طرفي)