

النهايات

السؤال الأول: f هو التابع المعرف على المجال $], +\infty[$ وفق $f(x) = \frac{2x + \sin x}{x-1}$

(١) أثبت أن $\frac{2x-1}{x-1} \leq f(x) \leq \frac{2x+1}{x-1}$

(٢) استنتج نهاية f عند $+\infty$

السؤال الثاني: ليكن g التابع المعرف على \mathbb{R} وفق $g(x) = \frac{1}{3+2 \sin x}$

(١) أثبت أن g محدود

(٢) استنتج كلا من النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{3+2 \sin x} \right)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x + \sin x}{3+2 \sin x} \right)$

السؤال الثالث: ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف بالعلاقة

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-d}$$

جد الأعداد الحقيقية d و c و b و a علماً أن الخواص الآتية محققة:

(١) المستقيم الذي معادلته $x = 3$ مقارب للخط c

(٢) المستقيم المائل الذي معادلته $y = 2x - 5$ مقارب للخط c عند $+\infty$ و $-\infty$

(٣) تنتمي النقطة $A(1,2)$ إلى الخط c

السؤال الرابع: ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$

(١) ادرس نهاية f عند $-\infty$ - اشرح التأويل الهندسي لهذه النتيجة

(٢) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للخط c في جوار $+\infty$

(٣) ادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط c

السؤال الخامس: ليكن f تابعاً مستمراً ومعرفاً على المجال $I =]0,1[$ ويحقق $f(x) \in I$ أيّاً يكن x من I

نرمز بالرمز k إلى التابع المعرف على I وفق $k(x) = f(x) - x$ بتطبيق ميرهنة القيمة الوسطى على

التابع k ، أثبت وجود عدد حقيقي a من I يحقق $f(a) = a$

السؤال السادس: ليكن c الخط البياني للتابع $f(x) = |x + 1| + \frac{x}{x^2 - 1}$ المعرفة على $\mathbb{R} / \{-1, +1\}$

(١) اكتب $f(x)$ بصيغة لاتحوي قيمة مطلقة

(٢) ادرس نهاية f وأوجد $f'(x)$ وادرس اشارته وادرس تغيرات f ونظم جدول بها

(٣) تحقق أن المستقيمين $y = x + 1$ و $y = -x - 1$ بالترتيب مقاربان مانلان للخط البياني c عند $+\infty$

و $-\infty$. ادرس وضع c بالنسبة إلى هذين المقاربين

مدرس (الساوة): أحمد طرفي