أهم قوانين القدرات

عدد المصافحات

$$\frac{ن \times (ن-1)}{2}$$ ، (ن عدد الأشخاص)

مثـــال:

كم عدد المصافحات التي تتم بين ٧ أشخاص؟

الحـــل:

عدد المصافحات = $\frac{٧ \times (٧-١)}{٢}$ = ٢١

مجموع الأعداد من ١ إلى ن

$$\frac{ن \times (ن+1)}{2}$$ ، (ن الحد الأخير)

مثـــال:

كم مجموع : ١+٢+٣+..... + ١٩

الحـــل:

مجموع الأعداد = $\frac{١٩ \times (١+١٩)}{٢}$ = ١٩٠

عدد الأشخاص في صف

((البداية + النهاية − ١))

مثـــال:

محمد كان يقف في الطابور الصباحي ، وكان ترتيبه في الطابور ١١ سواء كان من البداية أو النهاية ، فكم عدد الطلاب في الصف ؟

الحـــل:

عدد الطلاب = ١١ + ١١ − ١ = ٢١

عدد الحيوانات في مزرعة

حاصل جمع الحيوانات بعد إلا

عدد أصناف الحيوانات − ١

مثـــال:

حظيرة بها ضأن إلا اثنين ، بقر إلا اثنين ، إبل إلا اثنين ، فما عدد البقر فيها ؟

الحـــل:

عدد الحيوانات = $\frac{٢ + ٢ + ٢}{٣ - ١}$ = ٣

عدد البقر = ٣ − ٢ = ١

عدد الصفحات التي تُقرأ في كتاب

((النهاية − البداية + ١))

مثـــال:

قرأ محمد في كتاب الرياضيات من صفحة ٢١ إلى ٦٥ ، فكم عدد الصفحات التي قرأها ؟

الحـــل:

عدد الصفحات = ٦٥ − ٢١ + ١ = ٤٥

عدد الأعواد التي تكون مثلث

((٢ × عدد المثلثات + ١))

مثـــال:

إذا كان ٣ أعواد تكون مثلث ، ٥ أعواد تكون مثلثين ، ٧ أعواد تكون ثلاث مثلثات ، فكم عدد الأعواد اللازمة لتكون ٣٧ مثلث ؟

الحـــل:

عدد الأعواد = ٢ × ٣٧ + ١ = ٧٥

العدد الدوري

مثـــال:

في العدد الدوري ٠,٠٩٧٥٣١٠٩٧٥٣١ كم العدد الذي ترتيبه ٤٤ ؟

الحـــل:

لاحظ أن العدد المكرر هو ٦ أرقام من بعد العلامة العشرية فيكون باقي ٤٤ ÷ ٤ هو ٢ فنقوم بعد رقمين من يمين العلامة فيكون الرقم الذي ترتيبه ٤٤ هو العدد ٩

عدد الأعواد التي تكون مربع

((٣ × عدد المربعات + ١))

مثـــال:

إذا كان ٤ أعواد تكون مربع ، و ٧ أعواد تكون مربعين ، فما عدد الأعواد اللازمة لتكون ٢٥ مربع ؟

الحـــل:

عدد الأعواد = ٣ × ٢٥ + ١ = ٧٦

كسور

مثال: أي الكسور التالية أكبر قيمة ؟

$(\frac{٣}{٧} ، \frac{١}{٦} ، \frac{٥}{٩} ، \frac{٣}{٥})$

طريقة الحل : حاول أن تقارن كل كسر بـ $\frac{١}{٢}$

$\frac{٣}{٧} > \frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٦} < \frac{١}{٢}$ ، $\frac{٥}{٩} > \frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢} < \frac{٣}{٥}$

قم بحذف الكسرين الأقل من $\frac{١}{٢}$ ثم قارن بين

الآخرلاحظ : $\frac{٣}{٥} > \frac{٥}{٩}$ ، فيكون $\frac{٣}{٥}$ هو أكبرقيمة

مثال: أي الكسور التالية أقل من $\frac{١}{٨}$ ؟

$(\frac{١٠}{٢١} ، \frac{٦}{٥٦} ، \frac{١٥}{٤٨} ، \frac{٩}{٧٢})$

طريقة الحل : قم بضرب البسط لكل كسر في ٨

$١٠ \times ٨ = ٨٠ < ٢١$

$٦ \times ٨ = ٤٨ < ٥٦$

$١٥ \times ٨ = ١٢٠ > ٤٨$ ، $٩ \times ٨ = ٧٢$ = المقام

نلاحظ أن الكسر $\frac{٦}{٥٦}$ هو أقل قيمة

الشغل والزمن المشترك

إذا كان هناك حنفية أولى تملأ حوض بزمن $ز_١$ ،وحنفية ثانية تملأ حوض بزمن $ز_٢$ وحنفية ثالثة تملأ حوض بزمن $ز_٣$ فإن:

$$\frac{١}{\text{الزمن الكلي}} = \frac{١}{ز_١} + \frac{١}{ز_٢} + \frac{١}{ز_٣}$$

ملحوظة :

(إذاكانت حنفية تُفرغ فيكون زمنها سالب)

مثال:

حنفية تملأ حوض في ساعتين وأخرى في ٣ ساعات ، لو شغلنا الإثنين معاً ، فكم دقيقة نحتاج لملأ الحوض ؟

طريقة الحل :

أولاً : $\frac{١}{ز_١} + \frac{١}{ز_٢} = \frac{١}{٣} + \frac{١}{٢} = \frac{٥}{٦}$

(لازم قلب الناتج بعد الجمع)

ثانياً : $\frac{٦}{٥} \times ٦٠ = ٧٢$ دقيقة

كسور عشرية

$\frac{١}{٢} = ٠,٥$ $\quad$ $\frac{١}{٤} = ٠,٢٥$

$\frac{٣}{٤} = ٠,٧٥$ $\quad$ $\frac{١}{٨} = ٠,١٢٥$

$\frac{١}{١٦} = ٠,٠٦٢٥$ $\quad$ $\frac{١}{٦} \approx ١٦,٦$

مثـــال: أوجد ناتج

$٠,١٢٥ + \frac{٧}{٨} + ٠,٠٦٢٥ + \frac{١٥}{١٦}$

الحـــل:

لاحظ أن : $\frac{١}{٨} = ٠,١٢٥$ ، $\frac{١}{١٦} = ٠,٠٦٢٥$

فيكون الناتج للمقدار:

$\frac{١}{٨} + \frac{٧}{٨} + \frac{١}{١٦} + \frac{١٥}{١٦} = ١ + ١ = ٢$

متطابقات

$(س + ص)^٢ = س^٢ + ٢س ص + ص^٢$

$(س - ص)^٢ = س^٢ - ٢س ص + ص^٢$

$س^٢ - ص^٢ = (س + ص)(س - ص)$

مثال: أوجد ناتج : $٩٩ \times ٩٩ - ١٠٠ \times ١٠٠$

الحل: المقدار = $٩٩^٢ - ١٠٠^٢$ ؟

$(١٠٠ + ٩٩)(١٠٠ - ٩٩) = ١٩٩$

مقارنة الكسور

■ إذا كانت : $٠ < س < ١$

(كسر موجب أقل من ١) ، $ن > ١$

فإن : $س > س^{ن}$

أمثلة :

■ $\frac{١}{٢} < (\frac{١}{٢})^٢$

■ $(\frac{٥}{٧})^٤ < (\frac{٥}{٧})^٨$

مثال:

إذا كانت : $٠ < س < ١$ فقارن بين :

$\frac{١}{س}$ ☐ $\frac{١}{س^٢}$

طريقة الحل : (إستراتيجية التعويض)

افرض أن $س = \frac{١}{٢}$ حيث $٠ < \frac{١}{٢} < ١$

فيكون :

$\frac{١}{\frac{١}{٢}} = ٢$ ، $(\frac{١}{\frac{١}{٢}})^٢ = ٤$

فتكون القيمة الثانية أكبر

قابليـــة القسمة

العدد	قابليـة القسمة	مثـــال
٢	أحادة ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨	١٩٩٧٤ ، ٥٩٧٨
٣	مجموع أرقامة تقبل القسمة على ٣	٧٣٠٢ (مجمع العدد ١٢ يقبل على ٣)
٤	أحادة وعشراتة يقبل القسمة على ٤	٥١٩٣٢٤ ، ١٢٧٢٨
٥	أحادة ٠ أو ٥	١٤٥٧٥ ، ٣٧٨٧٠
٦	يقبل القسمة علي ٢ و ٣	٣٥٠٤ (يقبل على ٢ ومجموع أرقامة تقبل على ٣)
٧	٢ × الأحاد – باقي العدد يقبل على ٧	١١٩ (٢×٩ –١١) =٧ يقبل على ٧
٩	مجموع أرقامة تقبل القسمة على ٩	٧٣٧١ (مجمع العدد ١٨ يقبل على ٩)
١١	مجموع فردية الرتبة – مجموع زوجية الرتبة تقبل على ١١	٤٠٦٤٥ (٥+٦+٤) – (٤+ ٠) تساوي ١١ يقبل القسمة على ١١

الأعداد الأولية

هي التي لها عاملان فقط ،الواحد ونفس العدد ٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣، ١٧، ١٩، ٢٣، ٢٩، ٣١، ٣٧، ٤١، ٤٣، ..... (ملحوظه : الصفر والعدد ١ ليست أعداد أولية)

مثال : عدد الأعداد الأولية بين ١ ، ١٠ هو ٤ وبين ١٠ ، ٢٠ هو ٤ وبين ٢٠ ، ٣٠ هو ٢

مثال : أي مما يلي يمكن أن نقسمه على ٩ ويكون الباقي ٢ ؟

(٢٩ ، ١٠٩ ، ١٥٧ ، ٢٨٣)

الحل : عندما يوجد كلمة باقي في التمرين نقوم بطرح ٢ من كل عدد في الخيارات فتكون الخيارات هي (٢٧ ، ١٠٧ ، ١٥٥ ، ٢٨١)

ثم ننظر من العدد الذي يقبل علي ٩ وهو ٢٧

مثال : شخص لديه ٣ أصدقاء ، يقابل الأول كل ٥ أيام ، والثاني كل ٣ أيام ، والثالث كل يومين ، فإذا التقوا الآن ، فبعد كم يوم يلتقوا مرة آخري ؟ (١٥ ، ١٨ ، ٣٠ ، ٦٠)

الحل :

ابحث في الخيارات عن أقل عدد يقبل القسمة على ٥ ، ٣ ، ٢ وهو ٣٠

مثال : أي من الأعداد التالية غير أولي ؟

(٨٣ ، ٨٧ ، ٨٩ ، ٩٣)

الحل :

نلاحظ أن العدد ٨٧ هو الوحيد بين الأرقام يقبل القسمة علي ٣ لان مجموع أرقامة ١٥ ويكون هو العدد الغير أولي .

مثال : أي من الأعداد التالية يقبل القسمة على ١١ ؟

(٢١٨٩ ، ٢١٩٠ ، ٢٨٧٣ ، ٢٣٥٣)

الحل :

نلاحظ في العدد ٢١٨٩ أن :

مجموع (الخانات الفردية – الخانات الزوجية)

= (٩ + ١) – (٨ + ٢) = صفر يقبل القسمة على ١١

مثال : ما العدد الذي يقبل القسمة على ١٢ ، ٨ ، ٩ بدون باق ؟

الحل : (١٤٤ ، ١٥٢ ، ١١٠ ، ٥٠)

العدد يقبل علي ١٢ إذا كان مجمع أرقامه تقبل على ٣ ويقبل على ٤ ،العدد يقبل على ٨ إذا كان يقبل على ٤ ويقبل على ٢ ، ويقبل على ٩ إذا كان مجموع أرقامه تقبل على ٩ ويكون العدد ١٤٤

يحقق ذلك

جـذور

أ ، ب أعداد موجبة

الخاصية	التعريف	مثـال
الجمع	$٥\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٣} = ٧\sqrt{٣}$	$\sqrt{٢} \simeq ١.٤$
الطرح	$٥\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣} = ٢\sqrt{٣}$	$\sqrt{٣} \simeq ١.٧ \quad \sqrt{٥} \simeq ٢.١$
الضرب	$\sqrt{٣} \times \sqrt{٥} = \sqrt{٥ \times ٣} = \sqrt{١٥}$	$\sqrt{٥} \times \sqrt{٥} = ٥$
القسمة	$\sqrt{٣} \div \sqrt{٥} = \sqrt{\frac{٣}{٥}}$	$\sqrt{٢٥} = \sqrt{٥ \times ٥} = ٥$
	$\sqrt{أ} + \sqrt{ب} \neq \sqrt{أ + ب}$	$\sqrt{٢٥} = ٥ \neq$
	$\sqrt{أ} + \sqrt{ب} > \sqrt{أ + ب}$	$\sqrt{٦٤} > \sqrt{٢٥+٦٤}$
	$\sqrt{أ} - \sqrt{ب} < \sqrt{أ - ب}$	$\sqrt{٩} > \sqrt{٢٥-٩}$
	الصورة الأسية لـ $\sqrt[٥]{٣^{٢}} = ٣^{\frac{٢}{٥}}$	الصورة الأسية لـ $\sqrt{١٩} = ١٩^{\frac{١}{٢}}$
	$\sqrt{٤ \times ٤ \times ٤} = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٨$	
	$\sqrt{٤ + ٤ + ٤} = \sqrt{٤ \times ٣} = ٢\sqrt{٣}$	
	إذا كان : $س^{٢} = ٢٥$ فإن : $س = \pm\sqrt{٢٥} = \pm ٥$	

مثـال:

أوجد قيمة المقدار :

$\sqrt{٤٨} - \sqrt{٢٧}$

طريقة الحل:

$= \sqrt{١٦ \times ٣} - \sqrt{٩ \times ٣}$

$= ٤\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣} = \sqrt{٣}$

مثـال: قارن بين :

$\sqrt{(١٢١)^{٢} - (١١٠)^{٢}}$ ☐ ٦٠

طريقة الحل:

بتربيع الطرفين فيكون الطرف الأيسر = $٦٠^{٢} = ٣٦٠٠$

والطرف الأيمن = $(١٢١)^{٢} - (١١٠)^{٢}$

$= (١٢١ - ١١٠)(١١٠ + ١٢١)$

$= ١١ \times ١٣٢$

$= ١٤٥٢$

فيكون الطرف الثاني أكبر

مثـال:

قيمة المقدار : $(\sqrt{٣} + \sqrt{٣} + \sqrt{٣})^{٢}$

طريقة الحل:

تجمع المقدار داخل القوس $= (٣\sqrt{٣})^{٢}$

$= ٣^{٢} \times (\sqrt{٣})^{٢} = ٩ \times ٣ = ٢٧$

مثـال: ما هي قيمة المقدار :

$\sqrt{٨١+٨١+٨١+٨١}$ ؟

طريقة الحل:

القيمة $= \sqrt{٤ \times ٨١} = \sqrt{٩} \times ٢$

$= ٢\sqrt{٣}$

مثـال: ما هي قيمة المقدار :

$\sqrt{٨١ \times ٨١ \times ٨١ \times ٨١}$ ؟

طريقة الحل:

القيمة $= \sqrt{٩ \times ٩ \times ٩ \times ٩} = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣$

$= ٣^{٤} = ٨١$

الخاصية	التعريف	مثال
الضرب	$أ^{ن} \times أ^{م} = أ^{ن+م}$	$٢^{٣} \times ٢^{٥} = ٢^{٣+٥} = ٢^{٨}$
القسمة	$أ^{ن} \div أ^{م} = أ^{ن-م}$	$٧^{٢} \div ٧^{١} = ٧^{٢-١} = ٧^{١}$
الأس السالب	$(\frac{أ}{ب})^{-ن} = (\frac{ب}{أ})^{ن}$ (حيث أ، ب ≠ ٠)	$(\frac{٥}{٦})^{-٥} = (\frac{٦}{٥})^{٥}$
أس الأس	$(أ^{م})^{ن} = أ^{م \times ن}$	$(٥^{٣})^{٤} = ٥^{٣ \times ٤} = ١٢٥$
ناتج الضرب	$(س ص)^{أ} = س^{أ} \times ص^{أ}$	$(٢ \times ٣)^{٤} = ٢^{٤} \times ٣^{٤}$
ناتج القسمة	$أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$ (حيث أ ≠ صفر)	$٤^{-٣} = (\frac{١}{٤})^{٣}$
القوة الصفرية	$أ^{صفر} = ١$	$٩^{٠} = (-١٠)^{٠} = ١$
التساوي	إذا كان: $أ^{ن} = أ^{م}$ فإن (ن = م)	إذا كان: $أ^{ن} = ب^{ن}$ فإن (أ = ب)
		$٢^{\frac{١}{٣}} \times ٣^{\frac{١}{٣}} \times ٥^{\frac{١}{٣}} = (٢ \times ٣ \times ٥)^{\frac{١}{٣}} = (٣٠)^{\frac{١}{٣}}$

مثال: قارن بين : $٥^{٢}$ ☐ $٤^{٣}$

طريقة الحل: نلاحظ أن : $٥^{٢} = ٢^{١١} = (٥^{٢})^{١١}$ وكذلك: $٤^{٣} = ٣^{١١} = (٤^{٣})^{١١}$

(احذف ١١ من الأس للطرفين) وبالتالي تكون المقارنة بين : $٥^{٢}$ ، $٤^{٣}$

فيكون: $٤^{٣} = ٨١ > ٥^{٢} = ٣٢$

مثال: إذا كان : $٢^{س} = ٣$

فأوجد قيمة : $٨^{س}$ ؟

طريقة الحل :

نلاحظ أن : $٨^{س} = ٢^{س} \times ٢^{س} \times ٢^{س}$

فيكون: $٨^{س} = ٣ \times ٣ \times ٣ = ٢٧$

مثال:

إذا كان $٧^{٥٠} - ٧^{٤٩} = ٦ \times ٧^{س}$

فما قيمة س ؟

طريقة الحل :

$٧^{٤٩} (٧^{١} - ١) = ٦ \times ٧^{س}$

$٧^{٤٩} \times ٦ = ٦ \times ٧^{س}$ وبحذف ٦

$٧^{٤٩} = ٧^{س}$ إذا س = ٤٩

مثال: قيمة : $١^{-٢٠٠٠} + ١٠^{٣}$

طريقة الحل :

$١^{-٢٠٠٠} = ١$ ، $١٠^{٣} = ١٠٠٠$

المقدار = ١ + ١٠٠٠ = ١٠٠١

مثال: أوجد ناتج جمع :

$(٠,٢)^{٣} + (٠,٢)^{٣} + ٠,٢ + ٢$

طريقة الحل :

$(٠,٢)^{٣} = ٠,٠٠٨$

$(٠,٢)^{٢} = ٠,٠٤$ فيكون المقدار =

$٠,٠٠٨ + ٠,٠٤ + ٠,٢ + ٢$

$= ٢,٢٤٨$

مثال:

إذا كان : $٥^{س} = ٦$ ، $٦^{ص} = ٥$

فما قيمة : ٥ س ص ؟

طريقة الحل :

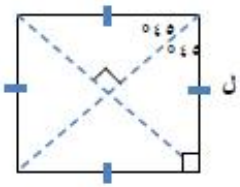
($٦^{ص}$) $^{س} = ٦^{ص}$ بالتعويض عن $٦^{س} = ٥$

فيكون : $٦^{س ص} = ٦^{١}$

فتكون : س ص = ١ ويكون

٥ س ص = ٥ × ١ = ٥

المربع



- الأضلاع متطابقة
- زواياه قائمة
- القطران متطابقان ومتعامدان وينصف كل منهما زوايا الرأس الي ٤٥°
- المحيط = طول ضلعة × ٤

مساحة المربع = طول ضلعة × نفسة = $\frac{1}{2}$ مربع قطره

طول قطر المربع = ل $\sqrt{2}$ (حيث ل طول ضلعة)

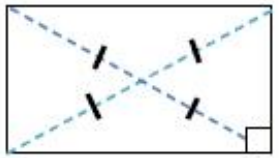
مثـــال: مربع طول ضلعة ٦ سم فيكون :

طول قطرة = $٦\sqrt{2}$

مساحة المربع = ٦ × ٦ = ٣٦ سم^{2}

أو = $\frac{1}{2}$ × $٦\sqrt{2}$ × $٦\sqrt{2}$ = ٣٦ سم^{2}

المستطيل



- القطران متطابقان وينصف كل منهما الآخر
- كل ضلعان متقابلتان متطابقتان ومتوازيان زواياه قوائم
- المساحة = الطول × العرض
- المحيط = (الطول + العرض) × ٢
- القطر يقسمة إلى مثلثين متطابقين

مثـــال:

مستطيل طوله يزيد عن عرضة بمقدار ١سم ، وطول قطرة ٥سم ، فقارن بين :

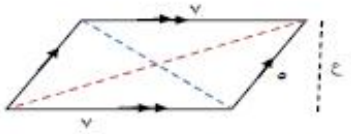
محيط المستطيل ▭ ١٢سم

الحل: من نظرية فيثاغورث يكون الطول والعرض (٤ ، ٣)

المحيط = (الطول + العرض) × ٢

= (٤ + ٣) × ٢ = ١٤ سم

متوازي الأضلاع



- القطران ينصف كل منهما الآخر
- كل ضلعان متقابلتان متطابقتان ومتوازيان
- كل زاويتان متقابلتان متطابقتان
- كل زاويتان متحالفتان مجموع قياسهما ١٨٠°
- المساحة = القاعدة × ع
- المحيط = مجموع أطوال أضلاعة

مثـــال: أوجد مساحة متوازي الأضلاع

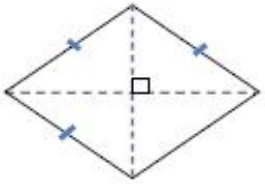
الحل:

بتطبيق نظرية فيثاغورث (٦ ، ٨ ، ١٠) فتكون

قاعدة متوازي الاضلاع (٨ − ١ = ٧)

مساحة متوازي الأضلاع = ق×ع = ٧ × ٦ = ٤٢

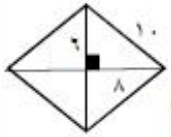
المعين



- الأضلاع متطابقة
- القطران متعامدان وغير متطابقان
- القطران ينصفان زوايا الرأس
- المساحة = ضلعة × الارتفاع العمودي علية

أو = $\frac{1}{2}$ × القطر × القطر الآخر

مثـــال: معين طولا قطرين فيه ١٢سم ، ١٦سم ، أوجد محيطة ؟



الحل:

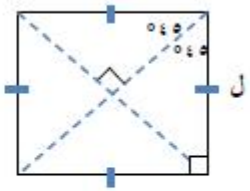
بتطبيق نظرية فيثاغورث (٦ ، ٨ ، ١٠) فتكون

طول ضلع المعين = ١٠

محيط المعين = ٤ × طول ضلعة

= ٤ × ١٠ = ٤٠ سم

المربع



- الأضلاع متطابقة
- زواياه قائمة
- القطران متطابقان ومتعامدان وينصف كل منهما زوايا الرأس التي ٤٥°.
- المحيط = طول ضلعة × ٤

مساحة المربع = طول ضلعة × نفسة = $\frac{1}{2}$ مربع قطره

طول قطر المربع = ل $\sqrt{2}$ (حيث ل طول ضلعة)

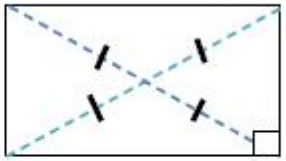
مثـــال: مربع طول ضلعة ٦ سم فيكون :

طول قطرة = ٦ $\sqrt{2}$

مساحة المربع = ٦ × ٦ = ٣٦ سم^2

أو = $\frac{1}{2}$ × ٦ $\sqrt{2}$ × ٦ $\sqrt{2}$ = ٣٦ سم^2

المستطيل



- القطران متطابقان وينصف كل منهما الآخر
- كل ضلعان متقابلتان متطابقتان ومتوازيان زواياه قوائم
- المساحة = الطول × العرض
- المحيط = (الطول + العرض) × ٢
- القطر يقسمة إلى مثلثين متطابقين

مثـــال:

مستطيل طوله يزيد عن عرضة بمقدار ١سم ، وطول قطرة ٥سم ، فقارن بين :

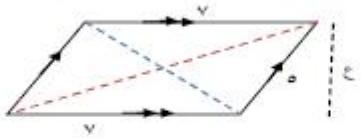
محيط المستطيل [ ] ١٢سم

الحل: من نظرية فيثاغورث يكون الطول والعرض ٤ ، ٣)

المحيط = (الطول + العرض) × ٢

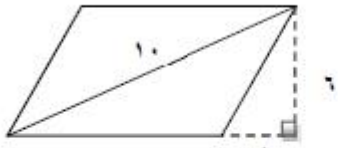
= (٤ + ٣) × ٢ = ١٤ سم

متوازي الأضلاع



- القطران ينصف كل منهما الآخر
- كل ضلعان متقابلتان متطابقتان ومتوازيان
- كل زاويتان متقابلتان متطابقتان
- كل زاويتان متحالفتان مجموع قياسهما ١٨٠°
- المساحة = القاعدة × ع
- المحيط = مجموع أطوال أضلاعة

مثـــال: أوجد مساحة متوازي الأضلاع



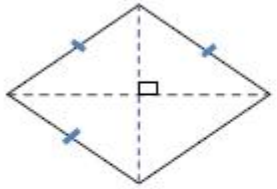
الحل:

بتطبيق نظرية فيثاغورث (٦ ، ٨ ، ١٠) فتكون

قاعدة متوازي الاضلاع (٨ − ١ = ٧)

مساحة متوازي الأضلاع = ق×ع = ٧ × ٦ = ٤٢

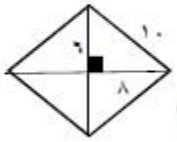
المعين



- الأضلاع متطابقة
- القطران متعامدان وغير متطابقان
- القطران ينصفان زوايا الرأس
- المساحة = ضلعة × الارتفاع العمودي علية

أو = $\frac{1}{2}$ × القطر × القطر الآخر

مثـــال: معين طولا قطرين فيه ١٢سم ، ١٦سم ، أوجد محيطة ؟



الحل:

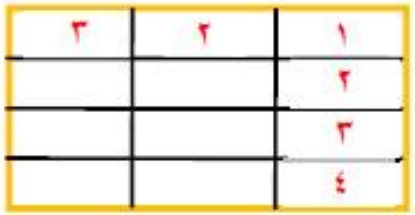
بتطبيق نظرية فيثاغورث (٦ ، ٨ ، ١٠) فتكون

طول ضلع المعين = ١٠

محيط المعين = ٤ × طول ضلعة

= ٤ × ١٠ = ٤٠ سم

عدد المستطيلات في شكل

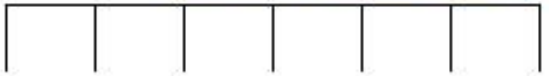


= (١ + ٢ +٣) × (١ + ٢ + ٣+٤)

= جمع الطول × جمع العرض

= ٦ × ١٠ = ٦٠ مستطيل

مثـــال: كم عدد المستطيلات في الشكل ؟



الحـــل:

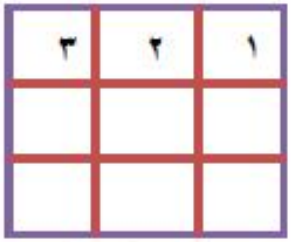
عدد المستطيلات = جمع الطول × جمع العرض

= (١ + ٢ +٣ +٤ +٥ +٦) × (١)

= ٢١ × ١

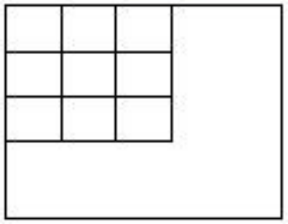
= ٢١ مستطيل

عدد المربعات في شكل



عدد المربعات = (١^٢ + ٢^٢ + ٣^٢) = ١٤

مثـــال: كم عدد المربعات في الشكل ؟



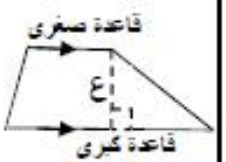
الحـــل:

عدد المربعات الداخلية = ١^٢ + ٢^٢ + ٣^٢ = ١٤

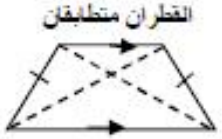
عدد المربعات في الشكل = ١٤ + واحد خارجي

= ١٥ مربع

شبة المنحرف



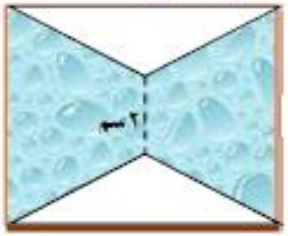
شبة منحرف



شبة منحرف متطابق الضلعين

■ المساحة = $\frac{ق_1 + ق_2}{2}$ × ع

مثـــال: أوجد مساحة الشكل المظلل ؟



الحـــل: بالنظر الى الشكل

الشكل مربع طول ضلعة ٦سم والشكل يتكون من ٢ شبة منحرف

مساحة شبه منحرف = $\frac{ق_1 + ق_2}{2}$ × ع

= $\frac{٢ + ٦}{2}$ × ٣ = ١٢سم^٢

مساحة الشكل المظلل = ٢ × ١٢ = ٢٤سم^٢

ممكن (مساحة مربع − ٢ × مساحة مثلث)

الأعداد الزوجية

■ هي التي رقم أحادها (٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨)

الأعداد الفردية

■ هي التي رقم أحادها (١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩)

مثال: أوجد الفرق بين أصغر عدد فردي مكون من ٤ أرقام ، وأكبر عدد زوجي مكون من ٣ أرقام ؟

طريقة الحل :

أصغر عدد فردي مكون من ٤ أرقام = ١٠٠١

أكبر عدد زوجي مكون من ٣ أرقام = ٩٩٨

الفرق = ١٠٠١ − ٩٩٨ = ٣

مثال: إذا كان ضعف مجموع ثلاثة أعداد متتالية يساوي ١٢ فما العدد الأكبر منهما ؟ (١ ، ٤ ، ٣ ، ٥)

طريقة الحل :

مجموعهم = ١٢ ÷ ٢ = ٦ ، العدد الأوسط = ٦ ÷ ٣ = ٢

إذا الأعداد هي ١ ، ٢ ، ٣ فيكون العدد الأكبر هو ٣

(يمكن تجريب الخيارات)

المتوسط الحسابي

■ المتوسط = الوسط = المعدل = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$

مثال:

القيم : ٨ ، ٣ ، ٧ ، ١١ ، ٦ يكون :

المتوسط = الوسط = المعدل :

= (٨ + ٣ + ٧ + ١١ + ٦) ÷ ٥ = ٧

مثال آخر:

أوجد المتوسط الحسابي للأعداد :

٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ..... ، ١٠٥

لاحظ أن الأعداد تزيد بمقدار ثابت أو تكون متتابعة حسابية

فيكون :

المتوسط = $\frac{\text{(أقل عدد + أكبر عدد)}}{٢}$

المتوسط = (٣ + ١٠٥) ÷ ٢ = ٥٤

مثال:

إذا كان : $٢^{أ} \times ٢^{ب} = ٢^{١٠٠}$ ، فقارن بين:

متوسط أ ، ب ☐ ٩٩

طريقة الحل :

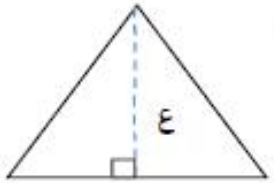
لاحظ أن : $٢^{أ + ب} = ٢^{١٠٠}$ فيكون:

أ + ب = ١٠٠ والمقارنة بين متوسط أ ، ب وهو

(أ + ب) ÷ ٢ = ٥٠

فتكون القيمة الثانية أكبر من القيمة الأولى

المثلث



■ مساحتة = $\frac{١}{٢}$ القاعدة × ع

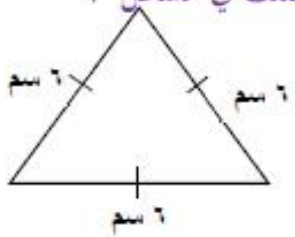
■ محيطة = مجموع أطوال أضلاعة

■ مساحة المثلث المتطابق الأضلاع

= $\frac{\text{ل}^{٢} \sqrt{٣}}{٤}$ (حيث ل طول الضلع)

مثال:

أوجد مساحة المثلث في الشكل ؟

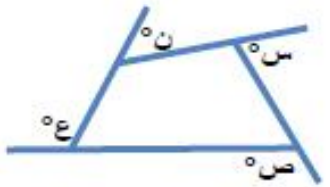


طريقة الحل:

المساحة = $\frac{\sqrt{٣} \, (٦)^{٢}}{٤} = ٩\sqrt{٣}$ سم^{٢}

هندسة

■ مجموع الزوايا الخارجية لأي مضلع = ٣٦٠°
(زاوية واحدة عند كل رأس)



س° + ص° + ع° + ن° = ٣٦٠°

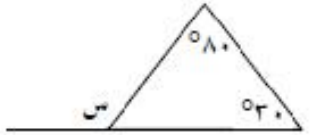
■ مجموع الزوايا لأي مضلع عدد أضلاعة ن
= (ن − ٢) × ١٨٠° (الزوايا الداخلية)

مثال:

أوجد عدد أضلاع مضلع ذو ١٢ ضلع ؟

الحل : (١٢ − ٢) × ١٨٠° = ١٨٠٠°

قياس الزاوية الخارجية للمثلث



(مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين البعيدتين)

قيمة : س = ٣٠° + ٨٠° = ١١٠°

هندسة

■ الزوايا المرسومة على مستقيم قياسها : ١٨٠°

∠ س + ∠ ص = ١٨٠°

■ الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة:

∠ س = ٧٠° (تقابل بالرأس) س

■ مجموع قياسي الزاويتين الخارجية والداخلية لأي مضلع ١٨٠° إذا كانتا متجاورتان .

عدد أضلاع مضلع منتظم = $\frac{٣٦٠}{١٨٠ - هـ°}$

(هـ° هي قياس زاوية الداخلية)

مثال :

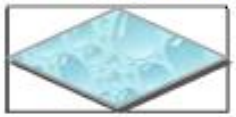
أوجد عدد أضلاع مضلع منتظم قياس زاويته الداخلية ١٠٨° ؟

طريقة الحل:

عدد أضلاع = $\frac{٣٦٠}{١٨٠ - ١٠٨}$ = ٥ أضلاع

مساحة منطقة مظللة

مساحة المنطقة المظللة إلى كامل الشكل



٢ : ١

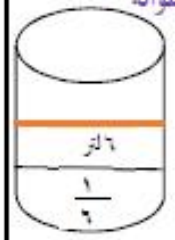
٢ : ١

٤ : ١

٨ : ١

مثال : اسطوانة مملوءة حتى سدسها فإذا أضفنا ٦ لترات امتلأت إلى النصف فما سعة الأسطوانة

طريقة الحل :

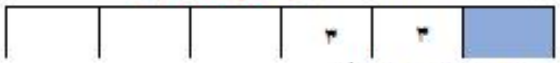


الجزء الفارغ من النصف =

$\frac{١}{٢} - \frac{١}{٦} = \frac{٢}{٦}$

سعة الأسطوانة =

$\frac{٦}{٢} \times ٦ = ١٨$ لتر (أو الحل بالرسم)



٣ × ٦ = ١٨ لتر

احتمالات

- فضاء العينة : هي جميع النواتج الممكنة لتجربة
- الحادثة : هي مجموعة جزئية من فضاء العينة
- احتمال أي حادثة : = $\frac{\text{عدد مرات وقوع الحدث}}{\text{عدد فضاء العينة}}$

ملحوظة :

- احتمال(فضاء العينة) = ١
- لأي حادثة أ ، صفر ≤ ح(أ) ≤ ١
- لأي حادثتين أ ، ب فإن :

ح(أ أو ب)=ح(أ)+ح(ب) −ح(أ و ب)

مثال : ما احتمال ظهور عدد أولي عند رمي مكعب مرقم ؟

طريقة الحل: الأعداد الأولية ٢ ، ٣، ٥

الاحتمال = ٣ ÷ ٦ = ٠,٥

مثال : كيس فيه عدد من الكرات حمراء وخضراء وصفراء ، إذا كان احتمال الكرات الخضراء هو $\frac{1}{2}$ واحتمال الكرات الحمراء هو $\frac{1}{4}$ ، وكان عدد الكرات الصفراء هو ٨ ، فأوجد مجموع الكرات ؟

طريقة الحل:

مجموع الكرات الخضراء والحمراء = $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ فتكون الصفراء $\frac{1}{4}$

مجمع الكرات = ٤ × ٨ = ٣٢ كرة

زوايا الساعات

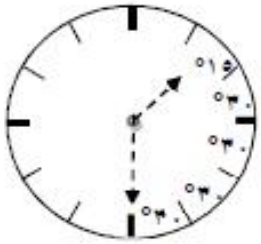
- كل دقيقة يتحركها عقرب الدقائق = ٦°
- كل ساعة يتحركها عقرب الساعات= ٣٠°

قياس الزاوية الصغرى بين العقربين = | (عدد الساعات × ٣٠) − (عدد الدقائق × $\frac{11}{2}$) |

مثال:

- ما قياس الزاوية التي يصنعهما عقرب الساعات مع عقرب الدقائق عند الساعة ١:٣٠؟

طريقة الحل :



قياس الزاوية:

= ٣٠° + ٣٠° + ٣٠° + ٣٠°+ ١٥°

= ١٣٥° (أو تطبيق القانون السابق)

الحل بالقانون:

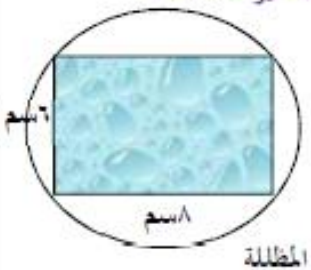
قياس الزاوية = | ١ × ٣٠ − ٣٠ × $\frac{11}{2}$ | = | ١ × ٣٠ − ١٥ × ١١ |

= | ٣٠ − ١٦٥ | = ١٣٥°

ملحوظة (قياس الزاوية الصغرى عند الساعة ١٢ :٣٠ هي ١٦٥°)

منطقة مظللة

مثـــال : في الشكل المقابل ، احسب مساحة المنطقة غير المظللة ؟



الحل:

م . المنطقة غير المظللة

= مساحة دائرة − مساحة مربع

لاحظ أن قطر الدائرة هو نفس القطر للمستطيل ومن نظرية فيثاغورس (٦ ،٨، ١٠) يكون القطر ١٠ أي أن نق = ٥

مساحة الدائرة = ط نق ^{٢} = ٢٥ ط

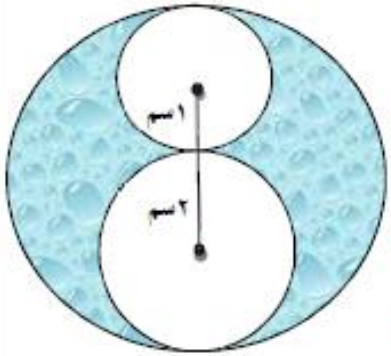
مساحة المستطيل = الطول × العرض

= ٦ × ٨ = ٤٨

م .المنطقة غير المظللة = ٢٥ ط − ٤٨

منطقة مظللة

مثـــال : في الشكل المقابل أوجد نسبة مساحة الدائرة الصغيرة إلى المنطقة المظللة



الحل:

لاحظ أن نق للدائرة الكبرى = ١ + ٢ = ٣سم

م .الصغرى = ^{٢}١ × ط = ١ ط

م .الوسطى = ^{٢}٢ × ط = ٤ط

م .الكبرى = ^{٢}٣ × ط = ٩ط

م . المظلل = كبرى − (صغرى + وسطى)

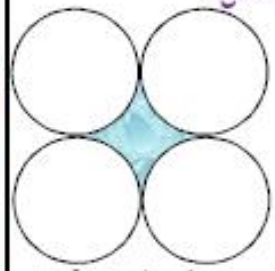
= ٩ط − ٥ط = ٤ ط

م .الصغرى : م .المظلل = ١ط : ٤ ط

= ١ : ٤

منطقة مظللة

مثـــال : في الشكل المقابل اربعة دوائر متطابقة ومتماسة مثنى مثنى ، ونصف قطر كل دائرة ٢ سم ، ما مساحة الجزء المظلل ؟



الحل:

لاحظ عندما تصل بين مراكز الدوائر تحصل على مربع ضلعة ٤سم

م. المظلل = م. مربع − م. دائرة

م. مربع = طول الضلع × نفسة

= ٤ × ٤ = ١٦

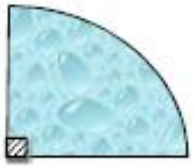
م. دائرة = ط نق^{٢} = ^{٢}٢ × ط = ٤ط

م. المظلل = ١٦ − ٤ ط

= ٤ (٤ − ط)

منطقة مظللة

مثـــال : الشكل المقابل ربع دائرة نصـــف قطرها ٨ ، احســـب محيط الشكل ؟



الحل:

لاحظ محيط الشكل هو عبارة عن الإطار الخارجي .

المحيط = نق + نق + ربع محيط دائرة

محيط الدائرة = ٢ط نق= ٢×٨ط =١٦ط

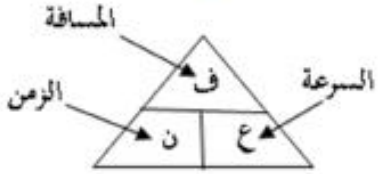
محيط ربع الدائرة = ١٦ط ÷ ٤ = ٤ط

محيط الشكل كامل = ٨ + ٨ + ٤ط

= ١٦ + ٤ط

= ٤ (٤ + ط) سم

سرعات



■ ف = ع × ن

مثال : قطعت سيارة مسافة قدرها ٥٠٠ كم في زمن قدرة ٥ ساعات . أوجد سرعتها حينئذ ؟

طريقة الحل :

السرعة = ع = $\frac{ف}{ن}$ = $\frac{٥٠٠}{٥}$ = ١٠٠ كم/س

مثال : يقطع رجل ٣٠ دورة في ٩٠ دقيقة حول ملعب، إذا كان محيط الملعب ١٨٠م ، فأوجد سرعة الرجل ؟

الحل: المسافة = المحيط × عدد الدورات

المسافة = ٣٠ × ١٨٠ = ٥٤٠٠م

السرعة = ع = $\frac{ف}{ن}$ = $\frac{٥٤٠٠}{٩٠}$ = ٦٠م/ دقيقة

السرعة المتوسطة

= $\frac{٢ \times \text{حاصل ضرب السرعتين}}{\text{مجموع السرعتين}}$

مثال : يذهب أحمد إلى عمله في الصباح بسرعة ٦٠ كم / س ويعود إلى منزله بسرعة ٤٠ كم/س. ما سرعته المتوسطة ذهاباً وإياباً ؟

الحل:

السرعة المتوسطة = $\frac{٢ \times ع_١ \times ع_٢}{ع_١ + ع_٢}$ = $\frac{٢ \times ٦٠ \times ٤٠}{٦٠ + ٤٠}$

= ٤٨ كم/س

■ حركة جسمين في اتجاهين متعاكسين: ف = (ع١ + ع٢) × ن

■ حركة جسمين في اتجاه واحد: ف = (ع١ − ع٢) × ن

مثال : تسير سيارتين في اتجاهين متعاكسين سرعة الأولى ٣٧ كم/س وسرعة الثانية ٤٣ كم/س ، كم الوقت لقطع مسافة ٨٠٠ كم ؟

الحل: الأتجاهين متعاكسين لجمع السرعتين

السرعة = ٣٧ + ٤٣ = ٨٠ كم/س

الزمن اللزم = ٨٠٠ ÷ ٨٠ = ١٠ ساعة

زمن اللحاق

$\frac{\text{المسافة}}{\text{الفرق بين الزمنين}}$

مثال :

كلب يلاحق أرنب والفرق بينهم ١٥٠ قدم ، والكلب يقفز ٩ ق/ث ، والارنب يقفز ٧ ق/ث ، كم عدد القفزات حتى يلحق الكلب بالارنب ؟

الحل:

زمن اللحاق = $\frac{١٥٠}{٧ - ٩}$ = ٧٥

مثال :

قطع شخص مسافة ٦٠كم وتبقى لة ٣٠٠كم ليقطع المسافة كاملة ، فما نسبة ما قطعة ؟

الحل:

المسافة الكلية = ٦٠ + ٣٠٠ = ٣٦٠كم

نسبة ما قطعة = $\frac{٦٠}{٣٦٠}$ × ١٠٠ = ١٦,٦ ٪

(لاحظ أن $\frac{١}{٦}$ = ١٦,٦ ٪)

نسبة

مثال: إذا كانت نسبة أ : ب = ٣ : ٢ ،
وكانت نسبة ب : جـ = ٥ : ٧ ،فما نسبة أ : جـ ؟

الحل:

أ : ب : جـ

× ٥ ◄--- ٣ : ٢

× ٢ ◄--------- ٥ : ٧

١٥ : ١٠ : ١٤

فيكون أ : جـ = ١٥ : ١٤

مثال:
مدرسة بها ٤٢ طالب ونسبة الناجحين الى الكل هي ٥ : ٦ ، فما عدد الراسبين ؟

الحل:

لاحظ أن نسبة الناجحين هو $\frac{٥}{٦}$ فيكون نسبة الراسبين هو $\frac{١}{٦}$

عدد الراسبين = $\frac{١}{٦}$ × ٤٢ = ٧

متتابعات

■ الحد النوني (الأخير) في متتابعة حسابية :

$ح_{ن} = ح_{١} + (ن - ١) \times د$

مثال: أوجد
الحد ١٠١ في المتتابعة : ١ ، ٣ ، ٥ ، .....

الحل:

$ح_{١٠١} = ١ + (١٠١ - ١) \times ٢$

$ح_{١٠١} = ١ + ١٠٠ \times ٢ = ٢٠١$

■ ترتيب حد في متتابعة حسابية :

$= \frac{\text{الحد الأخير} - \text{الحد الأول} + \text{الأساس}}{\text{الأساس}}$

مثال:
هل العدد ٣٦٤ أحد حدود المتتابعة :
(-١٤ ، -٧ ، ٠ ، ٧ ، .....)

الحل: لاحظ أن حدود المتتابعة مضاعفات العدد ٧ ،
والعدد ٣٦٤ يقبل القسمة على
٧ ، وبالتالي يكون ضمن الحدود

خانة الآحاد

■ (الأعداد ٢، ٤، ٦، ٨) أس ٤ أو عدد يقبل القسمة على ٤ يكون خانة آحادها ٦

أمثلة :

■ $٢^{٤} = ١٦$ (الآحاد ٦) ■ $٨^{٤} = ٤٠٩٦$ (الآحاد ٦)

■ $٨^{٧٢٤}$ (الآحاد ٦ لان الأس يقبل على٤)

■ (الأعداد ٣، ٧، ٩) أس ٤ أو عدد يقبل القسمة على ٤ يكون خانة آحادها ١

أمثلة :

■ $٣^{٤} = ٨١$ (الآحاد ١) ■ $٧^{٤} = ٢٤٠١$ (الآحاد ١)

■ $٩^{٥١٦}$ (الآحاد ١ لان الأس يقبل على٤)

■ العدد ٥ أس أي عدد يكون أحادها ٥ ■ العدد ٦ أس أي عدد يكون أحادها ٦

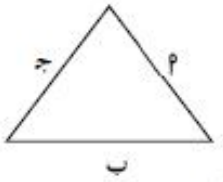
مثال:
ماخانة الآحاد لناتج $٢^{٩٨}$ ؟

الحل :

$٢^{٩٨} = ٢^{٩٦} \times ٢^{٢}$ فيكون الآحاد ٦ × $٢^{٢}$ = ٢٤ فيكون الآحاد ٤

متباينة المثلث

مجموع أي ضلعين في مثلث أكبر من الضلع الثالث



| أ − ب | < جـ < أ + ب

مثال:

مثلث طولا ضلعين من أضلاعه ٥ سم ، ٧ سم.

أوجد الفترة التي يوجد فيها الضلع الثالث ؟

طريقة الحل :

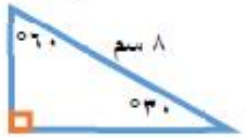
طرح الضلعين < الثالث < مجموع الضلعين

٧ − ٥ < الثالث < ٥ + ٧

٢ < الثالث < ١٢

فترة الضلع الثالث = (٢ ، ١٢)

المثلث الثلاثيني الستيني



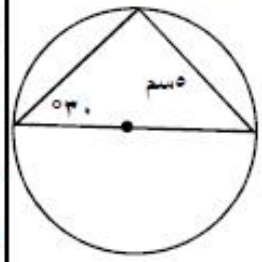
■ طول الضلع المقابل ٣٠° في مثلث قائم

= $\frac{1}{2}$ الوتر = ٤ سم

■ طول الضلع المقابل ٦٠° في مثلث قائم

= $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × الوتر = $4\sqrt{3}$ سم

مثال: في الشكل أوجد محيط الدائرة ؟



لإيجاد محيط الدائرة نجد قطر الدائرة حيث أن المثلث قائم الزاوية زاوية محيطية مرسومة في نصف دائرة والمثلث ثلاثيني ستيني ويكون القطر = ١٠ سم

المحيط = ٢ ط نق = القطر × ط

= ١٠ ط سم

تباديل وتوافيق

■ مضروب العدد الصحيح الموجب : !٥ = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١

صفر! = ١

■ عدد تباديل ٥ عناصر مأخوذة ٣ في كل مرة هي :

= $ل^{٥}_{٣}$ = ٥ × ٤ × ٣ = ٦٠

(التباديل يوجد ترتيب)

■ عدد توافيق ٨ عناصر مأخوذة ٣ في كل مرة هي :

= $ق^{٨}_{٣}$ = (!٨) ÷(!٣ × !٢) = ٥٦

(التوافيق لا يوجد ترتيب)

(التباديل الدائرية)

■ عدد تباديل ن من الأشخاص تجلس على طاولة مستديرة = (ن − ١) !

مثال: بكم طريقة يستطيع أن يجلس ٥ أشخاص علي طاولة دائرية ؟

طريقة الحل :

عدد الطرق = (٥ − ١) !

= ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤

عدد الأشجار والأعمدة..... إلخ في طريق:

= عدد المسافات + ١

مثال:

إذا أردنا زرع عدد من الأشجار في طريق طولة ٣٠م بحيث يكون بين كل شجرتين ٠,٥م ، فاحسب عدد الأشجار ؟

طريقة الحل :

عدد المسافات بين الأشجار = ٣٠ ÷ ٠,٥ = ٦٠

عدد الأشجار = ٦٠ + ١ = ٦١ شجرة

تحليل

- $س^{٢} + س - ٢ = (س + ٢)(س - ١)$
- $س^{٢} - س = س(س - ١)$

مثال:

قارن بين : $س^{٢} - ٤س + ٤$ ☐ $س - ٢$

طريقة الحل :

لاحظ أن عندما تكون س= ٢ تكون القيمتان متساويتان ، ولكن عندما مثلاً س= صفر

القيمة الأولى أكبر وبالتالي تكون المعطيات غير كافية.

الأعمار

ملحوظة:

- كلمة بعد أو من الآن تعني الجمع
- كلمة منذ أو قبل تعني الطرح

مثال:

إذاكان عُمر رجل ٣أضعاف عُمر ابنه ، وبعد ١٠سنوات يصبح عُمر الأبن ٠ لسنه ، فما عُمر الأب الآن ؟

طريقة الحل :

بفرض عُمر الأبن = س ، فيكون الأب= ٣س

بعد ١٠سنوات يصبح عُمر الأبن = س + ١٠

إذاً عُمر الأبن = س = ١٠سنوات

إذا عمر الأب = ٣ × ١٠= ٣٠ سنة

مثال: عمر علي وأحمد ٣٦ ، وعمر علي و محمد ٢٨ ، و عمر أحمد و محمد ٣٠ ، اوجد مجموع عمرهما جميعاً ؟

طريقة الحل : بالجمع : ٢(علي+أحمد+محمد) = ٩٤

علي + أحمد + محمد = ٩٤ ÷ ٢ = ٤٧

مثال:

إذاكان عُمر أحمد بعد ٨ سنوات يساوي ٣ أضعافاً عُمره منذ ٤سنوات ، فكم عُمره الآن ؟

طريقة الحل :

نفرض عُمر أحمد الآن = س

عُمره بعد ٨ سنوات = س + ٨

عُمره منذ ٤ سنوات = س − ٤ فيكون :

س + ٨ = ٣ (س − ٤) إذاً س = ١٠

مثال:

إذا كانت الساعة الواحدة مساءً ، فكم تكون الساعة بعد ٥٠ ساعة ؟

طريقة الحل :

اليوم ٢٤ ساعة واليومين ٤٨ ساعة وتكون نفس الساعة الواحدةمساءً وبطرح ٥٠ − ٤٨ = ٢ ، ثم نضيف ساعتين تكونالثالثة مساءً

قواعد

■ عدد المستقيمات التي تمر بأكثر من نقطة ليست على استقامة واحدة = $\frac{ن \times (ن - ١)}{٢}$ (ن عدد النقاط)

مثال:

عدد المستقيمات المارة بـ ٤ نقاط:

$= \frac{٤ \times (٤ - ١)}{٢} = ٢ \times ٣ = ٦$

■ عدد نقاط التقاطع لعدة مستقيمات:

$= \frac{ن \times (ن - ١)}{٢}$ (ن عدد النقاط)

■ عدد المثلثات في شكل (من رأس واحدة):

$= \frac{ن \times (ن - ١)}{٢}$ (ن عدد الأضلاع)

مثال:

أوجد عدد المثلثات في الشكل ؟

طريقة الحل :

$= \frac{٥ \times (٥ - ١)}{٢} = ٥ \times ٢ = ١٠$

■ عدد الزوايا المحصورة بين أشعة :

$= \frac{ن \times (ن - ١)}{٢}$ (ن عدد الأشعة)

مثال:

أوجد عدد الزوايا في الشكل ؟

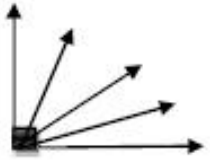
طريقة الحل :

$= \frac{٦ \times (٦ - ١)}{٢} = ٣ \times ٥ = ١٥$

■ عدد الزوايا الحادة المتقسمة عن زاوية قائمة

$= ن - \frac{ن \times (ن - ١)}{٢}$

مثال:



أوجد الزوايا الحادة في الشكل؟

طريقة الحل:

عدد الزوايا الحادة:

$= ١٠ - ١ - \frac{٥ \times (٥ - ١)}{٢} = ٩$

الزكاة

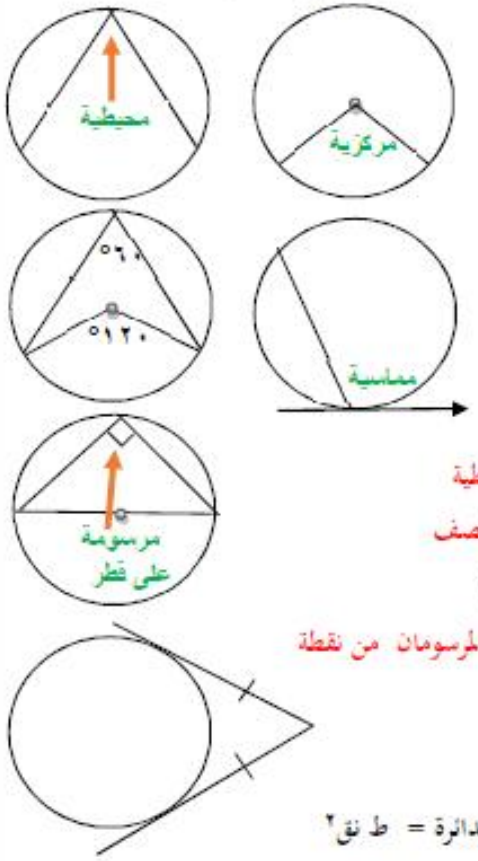
■ نسبة الزكاة = المبلغ ÷ ٤٠

■ المبلغ = نسبة الزكة × ٤٠

مثال: أوجد نسبة زكاة مال مقداره ٣٥١٦٠ ؟

طريقة الحل :نسبة الزكاة = ٣٥١٦٠ ÷ ٤٠ = ٨٧٩

الزوايا في الدائرة



(الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة قائمة)

(المماسان المرسومان من نقطة خارج دائرة متطابقان)

■ مساحة الدائرة = ط نق^{٢}

■ محيط الدائرة = ٢ ط نق

المثلثات المتشابهة

يتشابة المثلثان بإستخدام :

- تطابق زاويتان .
- الأضلاع المتناظرة متناسبة .
- ضلعان متناسبان وزاوية محصورة متطابقة

- نسبة التشابة = $\frac{\text{محيط } \Delta \text{ الأول}}{\text{محيط } \Delta \text{ الثاني}} = \frac{\text{إرتفاع الأول}}{\text{إرتفاع الثاني}}$
- (نسبة التشابة)^{2} = $\frac{\text{مساحة } \Delta \text{ الأول}}{\text{مساحة } \Delta \text{ الثاني}}$

مثال:

أوجد قيمة س ، ص في الشكلين ؟

طريقة الحل : المثلثان متشابهان بحالة تطابق زاويتين

$\frac{\text{س}}{١٠} = \frac{٥}{٨}$

$\text{س} = \frac{١٠ \times ٥}{٨}$

س = ٦,٢٥

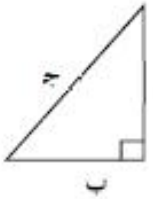
$\frac{\text{ص}}{٣,٥} = \frac{٢}{٥}$

$\text{ص} = \frac{٣,٥ \times ٢}{٥}$

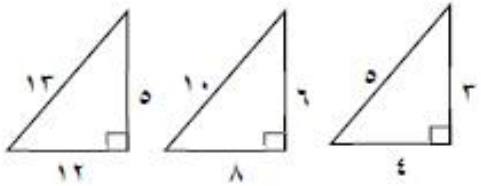
ص = ١,٤

نظرية فيثاغورث

$أ^{2} + ب^{2} = جـ^{2}$

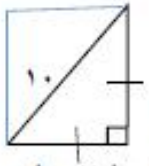


مثلثات مشهورة



مثال:

مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٠ سم ، ومتطابق الضلعين، ما مساحته ؟



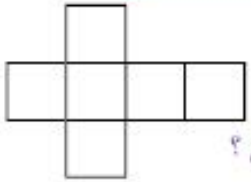
طريقة الحل : أكمل المثلث ليكون مربع

مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ القطر × القطر = $\frac{١}{٢} \times ١٠ \times ١٠$

= ٥٠ وتكون مساحة المثلث نصف المربع

مساحة المثلث = ٢٥سم^{2}

مثال:



المساحة الكلية للشكل هي ١٥٠سم^{2} ، أوجد محيط الشكل ؟

طريقة الحل :

مساحة المربع الواحد = $\frac{\text{المساحة الكلية}}{\text{عدد المربعات}}$

= (١٥٠ ÷ ٦) = ٢٥سم^{2}

يكون طول الضلع = $\sqrt{٢٥}$ = ٥سم

المحيط = عدد الأضلاع الخارجية × طول الضلع

المحيط = ١٤ × ٥ = ٧٠سم

مثال:

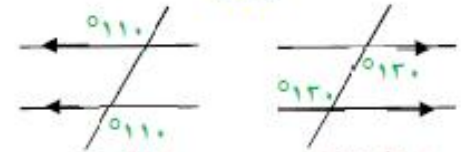
مثلث قائم الزاوية أضلاعه هي : س ، س + ١ ، س+ ٢ ، أوجد مساحته ؟

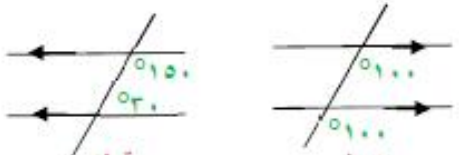
طريقة الحل :

حيث أن المثلث قائم الزاوية والأضلاع متتالية فيكون مثلث فيثاغورث (٣ ، ٤ ، ٥)

المساحة = $\frac{١}{٢}$ × ق × ع = $\frac{١}{٢} \times ٣ \times ٤$ = ٦

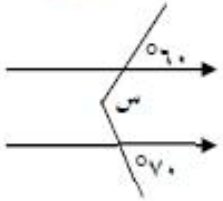
التوازي





مثال:

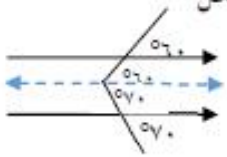
أوجد قيمة س ؟



طريقة الحل :

قيمة : س = ٦٠° + ٧٠° = ١٣٠°

وذلك من الزوايا المتناظرة في الشكل



(لاحظ بعد رسم الخط المتقطع الموازي)

معادلة الدائرة

الصورة العامة لمعادلة الدائرة :

$(س - ل)^2 + (ص - ك)^2 = نق^2$

حيث (ل ، ك) مركز الدائرة ، نق نصف القطر

مثال:

اكتب معادلة الدائرة التي مركزها (٢ ، ٣) ، ونصف قطرها ٥سم ؟

طريقة الحل :

نلاحظ أن ل = ٢ ، ك = ٣ ، نق = ٥ ثم التعويض في معادلة الدائرة :

$(س - ٢)^2 + (ص - ٣)^2 = ٥^2$

مثال: أوجد مساحة الدائرة التي معادلتها :

$\frac{١}{٢}س^2 + \frac{١}{٢}ص^2 = ٦$

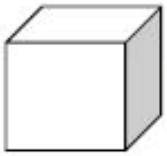
طريقة الحل : بضرب المعادلة في ٢ فيكون

س٢+ص٢= ١٢ أي أن $نق^2 = ١٢$

مساحة الدائرة = $ط\ نق^2 = ١٢$

المكعب

- له ٨ رؤوس ،١٢حرف ،٦ أوجه مربعة
- حجم المكعب = $ل^3$
- المساحة الجانبية = $٤ل^2$
- المساحة الكلية = $٦ل^3$



مثال:

مكعب مجموع أطوال أحرفة ٣٦ سم ، أوجد حجمة ؟

طريقة الحل :

طول حرف المكعب = ٣٦ ÷ ١٢ = ٣سم

حجم المكعب = $ل^3 = ٣^3 = ٢٧سم^3$

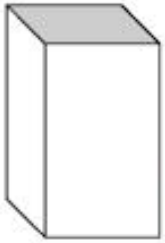
مثال:

أوجد حجم مكعب طول قطر أحد أوجهه $٣\sqrt{٢}$ ؟

طريقة الحل : حيث أن وجه المكعب مربع وطول قطرة هو $٣\sqrt{٢}$ فيكون طول ضلعة ٣ ،

الحجم للمكعب = ٣ × ٣ × ٣ = ٢٧

متوازي المستطيلات



له ٨ رؤوس ، ١٢ حرف

٦ أوجه مستطيلة

- الحجم = الطول × العرض × ع
- المساحة الجانبية = محيط القاعدة × ع
- المساحة الكلية = مجموع مساحات أوجهه

مثال:

حجم مكعب يساوي $\frac{1}{2}$ حجم متوازي مستطيلات أبعاده ٤م ، ٤م ، ٨م ، فما طول حرف المكعب ؟

طريقة الحل :

جحم المتوازي = ٤ × ٤ × ٨

جحم المكعب = $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٤ × ٨

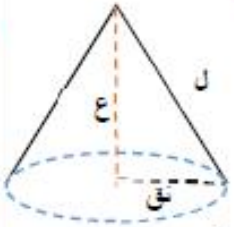
جحم المكعب = ٤ × ٤ × ٤ = $٤^{٣}$

طول حرف المكعب = ٤م

الأسطوانة

- حجم الإسطوانة = ط $نق^{٢}$ × ع
- المساحة الجانبية = ٢ط نق × ع
- المساحة الكلية = ٢ط نق × (نق + ع)

المخروط



نصف القطرالقاعدة نق

إرتفاعه ع ، وطول

راسمه ل

- حجمه = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة × ع

= $\frac{1}{3}$ ط $نق^{٢}$ × ع

- المساحة الجانبية = ط نق × ل
- المساحة الكلية = ط نق × ل + ط $نق^{٢}$

الكرة

- الحجم = $\frac{4}{3}$ ط $نق^{٣}$
- مساحة السطح = ٤ ط $نق^{٢}$

الوسيط

- هو القيمة التي تتوسط المجموعة بعد الترتيب

مثال:

أوجد الوسيط للأعداد :

١١ ، ٨ ، ١٩ ، ٢٧ ، ١٥

طريقة الحل :

لازم الترتيب أولاً :

٨ ، ١١ ، ١٥ ، ١٩ ، ٢٧

- إذا كانت الأعداد عددها زوجي فقم بأخذ العددين الأوسطين ثم اقسم على ٢

المنوال

هو القيمة الأكثر شيوعاً أو تكرارا

مثال:

أوجد المنوال للأعداد :

٧ ، ٨ ، ١٩ ، ٧ ، ١٠ ، المنوال هو ٧

القطاعات الدائرية

هي جزء من منطقة دائرية محددة بنصفي قطرين فيها وقوس الدائرة بينهما.

الزاوية المركزية

هي الزاوية التي يقع راسها مركز الدائرة وينطبق ضلعاها على نصفي قطرين في الدائرة

قياس الزاوية المركزية للقطاع

$= \frac{\text{التكرار المناظر للقطاع}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360^\circ$ أو $\frac{\text{جزء}}{\text{الكل}} \times 360^\circ$

= النسبة المئوية للقطاع × ٣٦٠°

مثال:

عدد الطلاب في مدرسة ١٨٠ طالب ، وكانت تقديراتهم كما بالشكل : ما قياس زاوية قطاع ممتاز ؟

طريقة الحل :

نسبة الزيادة $= \frac{18}{180} \times 360 = 36$

النسبة المئوية

- هي نسبة أو كسر مقامهما ١٠٠

النسبة المئوية = $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 100$

- $\frac{3}{100} = 0,03 = 3\ \%$
- $\frac{1}{2} = 0,5 = 50\ \%$
- $\frac{1}{4} = 0,25 = 25\ \%$
- $\frac{3}{4} = 0,75 = 75\ \%$
- $\frac{1}{3} = 0,333 = 33\frac{1}{3}\ \%$
- $\frac{2}{3} = 0,666 = 66\frac{2}{3}\ \%$

مثال:

إذا كان سعر سلعة العام الماضي ٦٢٥ريال ، وزادت إلي ٦٥٠ ريال ، فما النسبة المئوية للزيادة ؟

طريقة الحل : (٢٪ ، ٣٪ ، ٤٪ ، ٥٪)

أولاً : الزيادة = ٦٥٠ − ٦٢٥ = ٢٥

ثانياً : نسبة الزيادة = $\frac{25}{625} \times 100\% = 4\%$

مثال: إذا كان ٥٪ من عدد = ٦٠ فما هو العدد ؟

طريقة الحل :

العدد = $60 \times \frac{100}{5} = 1200$

مثال:

اشتري محمد ٣ جوالات الأول بكامل السعر ، والثاني بخصم ٥٠٪ ، الثالث بخصم ٢٥٪ ودفع ٨١٠ ريال فكم سعر الجوال الأول ؟ (٢٥٠ ، ٣٠٠ ، ٣٥٠ ، ٣٦٠)

طريقة الحل :

سعر الجوال = س فيكون :

١٠٠٪ س + ٥٠٪ س + ٧٥٪ س = ٨١٠

٢٢٥ ٪ س = ٨١٠

س = $\frac{100}{225} \times 810 = 360$

حل آخر :

بتجريب الخيارات حيث أن السعر يقبل القسمة على ٢ و ٤ فبحذف ٢٥٠، ٣٥٠ لاتقبل على ٤ ونجرب ٣٦٠ أو ٣٠٠

(٣٦٠ (كامل) + ١٨٠(النصف) + ٢٧٠ (ثلاث أرباع الثمن) = ٨١٠ فيكون السعر ٣٦٠

نسبة مئوية

- تخفيض ١٠٪ ثم تخفيض ١٠٪ = ١٩٪
- تخفيض ١٠٪ ثم تخفيض ٢٠٪ = ٢٨٪
- زيادة ١٠٪ ثم زيادة ١٠٪ = ٢١٪
- زيادة ١٠٪ ثم زيادة ٢٠٪ = ٣٢٪

مثال:

وضع بائع خصم ٢٠٪ على جميع السلع لمدة شهر ، فإذا أراد أن يرجع الثمن الأصلي ، فكم عليه أن يضيف على السلع الجديدة ؟ (٢٠٪ ، ٢٢٪ ، ٢٣٪ ، ٢٥٪)

طريقة الحل :

افرض أن سعر السلعة ١٠٠ ريال

والتاجر عمل تخفيض ٢٠٪ على السعر ،

أي أن السعر بعد التخفيض هو ٨٠٪ = ٨٠ ريال

ولكي يرجع التاجر الى السعر الأصلي ١٠٠ريال محتاج

٢٠ ريال ويكون هنا ٢٠ بالنسبة الى ٨٠ وليس ١٠٠

وبالتالي ٢٠ الى ٨٠ تكون الربع أي ٢٥٪

مثال:

إذا ضعفنا طول ضلع مربع ، فأوجد النسبة المئوية للزيادة في المساحة ؟

طريقة الحل : بفرض طول ضلع المربع = ٢

المساحة للمربع = ٢ × ٢ = ٤

عندما نضاعف طول الضلع = ٢ + ٢ = ٤

المساحة للمربع بعد المضاعفة = ٤ × ٤ = ١٦

الزيادة في المساحة = ١٦ − ٤ = ١٢

نسبة الزيادة في المساحة = $\frac{١٢}{٤} \times ١٠٠٪ = ٣٠٠٪$

مثال: مربع زدنا طول ضلعة الضعف ، فأوجد النسبة المئوية للزيادة في المساحة ؟

طريقة الحل : بفرض طول ضلع المربع = ٢

المساحة للمربع = ٢ × ٢ = ٤

عندما نزد الضعف لضلع المربع = ٢ + ٤ = ٦

المساحة للمربع بعد المضاعفة = ٦ × ٦ = ٣٦

الزيادة في المساحة = ٣٦ − ٤ = ٣٢

نسبة الزيادة في المساحة = $\frac{٣٢}{٤} \times ١٠٠٪ = ٨٠٠٪$

قطع لوح خشب

مثال:

يحتاج نايف ٣٠ دقيقة لقطع لوح من الخشب إلى ٦ قطع ، فكم دقيقة يحتاجها لقطع لوح مماثل إلى ٨ قطع ؟ (٣٥ ، ٤٠ ، ٤٢ ، ٤٨)

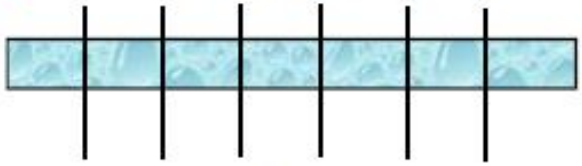
طريقة الحل :

عندما يقطع نايف لوح الخشب الى ٦ قطع فإنة يستخدم الفأس ٥ مرات ، وبالتالي يكون زمن القطع هو ٥ مرات في ٣٠ دقيقة ،

زمن القطعة = ٣٠ ÷ ٥ = ٦ دقائق

وعندما يقطع الوح الى ٨ قطع يستخدم الفأس ٧ مرات

ويكون الزمن الكلي لقط الوح الي ٨ قطع = ٦ × ٧ = ٤٢



(تمت بحمد الله وفضلة)