الصف الثالث الثانوي

الفصل الدراسي الأول

الفصل الأول

تحليل الدوال

Analyzing Functions

الدرس
1
1
1
1
1
1

الدوال
Functions

لماذا ؟

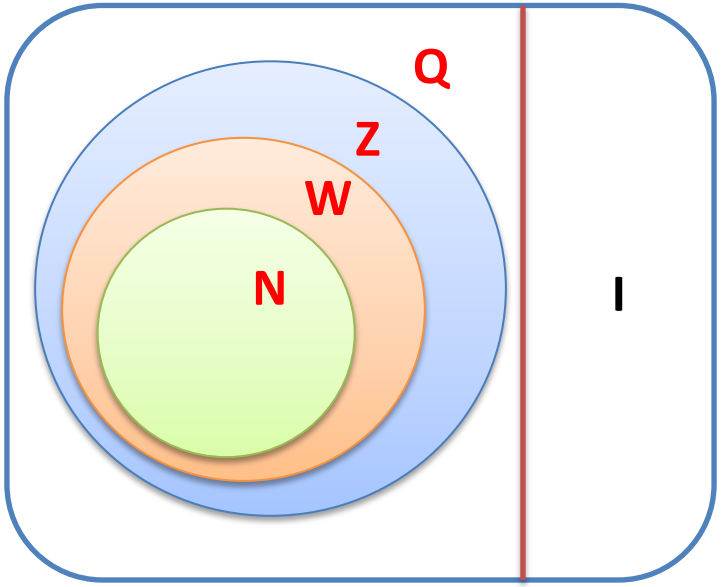
تتضمن الكثير من الأحداث في حياتنا مرتبطين معاً ؛ فقيمة فاتورة الكهرباء مثلاً تعتمد علي كمية الاستهلاك ؛ لذا يمكنك تخفيض قيمة فاتورة منزلكم و الابتعاد عن الإسراف المنهي عنه بترشيد الاستهلاك .

وصف مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية : تستعمل الأعداد الحقيقية لوصف كميات مثل النقود ، و الزمن و المسافة ، و تحتوي مجموعة الأعداد الحقيقية

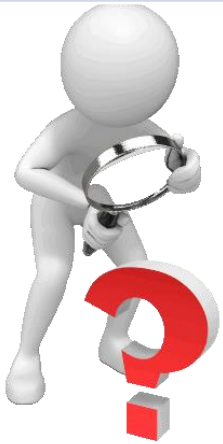
الأعداد الحقيقية

مفهوم أساسي

الأعداد الحقيقة R



الرمز	المجموعة	أمثلة
Q	الأعداد النسبية	$0.125, -\frac{7}{8}, \frac{2}{3} = 0.666...$
I	الأعداد غير النسبية	$\pi, \sqrt{3} = 1.73205...$
Z	الأعداد الصحيحة	$-5, 17, -23, 8$
w	الأعداد الكلية	$0, 1, 2, 3...$
N	الأعداد الطبيعية	$1, 2, 3, 4, ...$



يمكن وصف هذه المجموعات و مجموعات جزئية أخري من الأعداد الحقيقية **باستعمال الصفة المميز للمجموعة** ؛ إذ تستعمل الصفة المميزة للمجموعة خصائص الأعداد ضمن المجموعة لتعريفها و يقرأ الرمز ( ) حيث ،

و الرمز ($\in$) ينتمي إلي أو عنصر في .

$$\{x \mid -3 \leq x \leq 16, x \in z\}$$

الأعداد x حيث .....

x لها هذه الخصائص ...

x ينتمي إلي مجموعة الأعداد المعطاة .

استعمال الصفة المميزة

مثال 1

اكتب كلاً من مجموعات الأعداد الآتية باستعمال الصفة المميزة للمجموعة :

(a $\{8,9,10,11,...\}$

تتكون المجموعة من كل الأعداد الكلية الأكبر من أو تساوي 8 .

$\{x \mid x \geq 8, x \in W\}$

و تقرأ مجموعة الأعداد x ، حيث أكبر من أو يساوي 8 ، و x تنتمي إلي مجموعة الأعداد الكلية .

(b $x < 7$

تتكون المجموعة من كل الأعداد الحقيقية التي تقل عن 7 .

$\{x \mid x < 7, x \in R\}$

(c $-2 < x < 7$

تتكون المجموعة من كل الأعداد الحقيقية التي تزيد علي 2 – و تقل عن 7 .

$\{x \mid -2 < x < 7, x \in R\}$

تحقق من فهمك

(1A $\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

تتكون المجموعة من كل الأعداد الكلية الأكبر من أو تساوي 1 .

$$\{x \mid x \geq 1, x \in W\}$$

(1B $x \leq -3$

تتكون المجموعة من كل الأعداد الحقيقية التي تقل عن 3 – .

$$\{x \mid x \leq -3, x \in R\}$$

(1C $-1 \leq x \leq 5$

تتكون المجموعة من كل الأعداد الحقيقية التي تزيد علي 1 – و تقل عن 5 .

$$\{x \mid -1 \leq x \leq 5, x \in R\}$$

تستعمل رموز الفترات لوصف المجموعات الجزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية ، فيستعمل الرمزان " [" أو "] " للدلالة علي انتماء طرف الفترة إليها ، بينما يستعمل الرمزان " (" أو ") " للدلالة علي عدم انتماء طرف الفترة إليها . أما الرمزان " $-\infty$ " أو " ∞ " فيستعملان للدلالة علي أن الفترة غير محدودة

فترات محدودة	
المتباينة	رمز الفترة
$a \le x \le b$	$[a,b]$
$a < x < b$	(a,b)
$a \le x < b$	$[a,b)$
$a < x \le b$	$(a,b]$

فترات غير محدودة	
المتباينة	رمز الفترة
$x \ge a$	$[a,\infty)$
$x \le a$	$[-\infty,a)$
$x > a$	(a,∞)
$x < a$	$(-\infty,a)$
$-\infty < x < \infty$	$(-\infty,\infty)$

استعمال رمز الفترة

مثال 2

اكتب كلاً من المجموعات الآتية باستعمال رمز الفترة :

(a $-8 < x \leq 16$ $(-8,16]$

(b $x < 11$ $(-\infty,11]$

(c $x \leq -16$ أو $x > 5$ $(-\infty,11] \cup (5,\infty)$

تحقق من فهمك

$-4 \le y < -1$ **(2A**

$[-4, -1)$

$a \ge -3$ **(2B**

$[-3, \infty)$

$x < -2$ أو $x > 9$ **(2C**

$(-\infty, -2) \cup (9, \infty)$

تمييز الدالة : تذكَّر أن العلاقة هي قاعدة تربط عناصر مجموعة مثل A (المدخلات) مع عناصر من مجموعة مثل B (المخرجات)، حيث تُسمى A مجال العلاقة، وأما المجموعة B فتتضمن عناصر المدى جميعها، وهناك أربع طرق لتمثيل العلاقة بين مجموعتين من الأعداد الحقيقية هي:

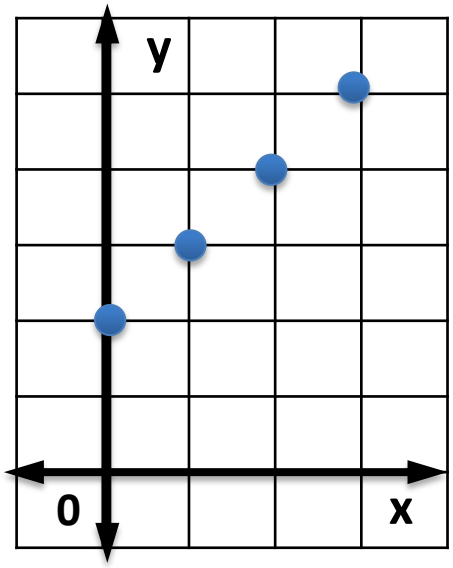
1) **لفظيًا :** جملة تصف كيفية ارتباط عناصر المجال بعناصر المدى.

مثلاً : : يرتبط كل عنصر من المجال بالعنصر الذي يزيد عليه قيمة بمقدار ٢ من المدى .

2) **عددياً :** جدول من القيم أو مخطط سهمي أو مجموعة من الأزواج المرتبة تربط عنصرًا من المجال (قيمة x) بعنصر من المدى (قيمة y)

مثلاً : $\{(0,2),(1,3),(2,4),(3,5)\}$

3) بيانياً : تحديد نقاط في المستوى الإحداثي تمثّل الأزواج المرتبة.



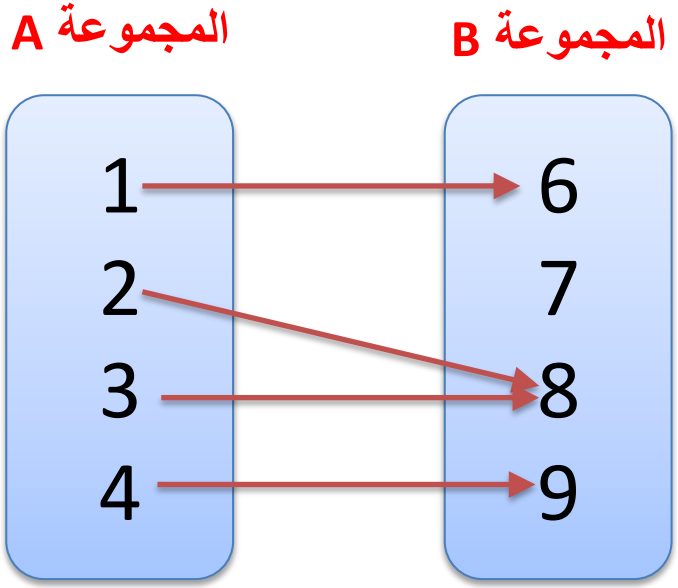
4) جبرياً : معادلة جبرية تربط بين الإحداثيين x , y لكل زوج من الأزواج المرتبة :

مثلاً : $y = x + 2$

أما الدالة فهي حالة خاصة من العلاقة.

الدالة

التعبير اللفظي : الدالة f من مجموعة A إلى مجموعة B هي علاقة تربط كل عنصر x من المجموعة A بعنصر واحد فقط y من المجموعة B



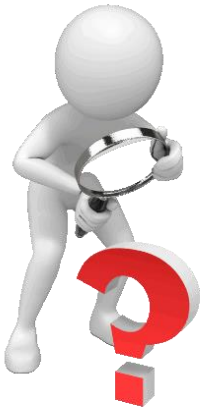
مثال : العلاقة من المجموعة A إلى المجموعة Bالممثّلة في المخطط المجاور تمثّل دالة.

حيث تمثل المجموعة A مجال الدالة .

المجال = $\{1, 2, 3, 4\}$

وتتضمن المجموعة B مدى الدالة.

المدي = $\{6, 8, 9\}$



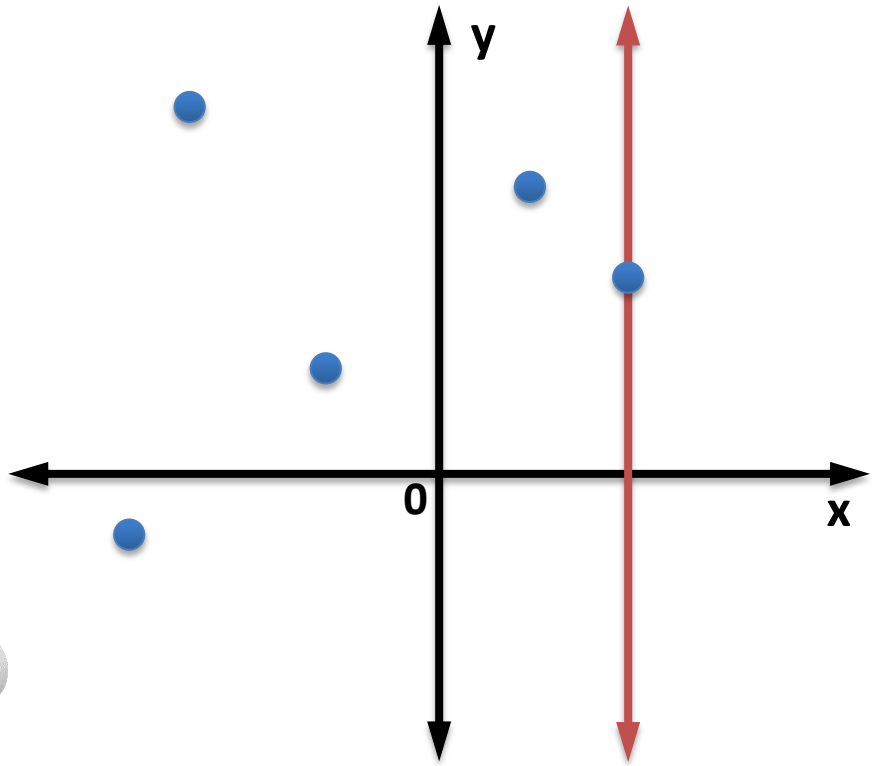
كما يمكن تعريف الدالة على أنها مجموعة من الأزواج المرتبة التي لا يتساوى فيها الإحداثي xلزوجين مختلفين، وهندسيًّا لا يمكن لنقطتين من نقاط الدالة أن تقعا على مستقيم رأسي واحد في المستوى الإحداثي.

مفهوم أساسي

اختبار الخط الرأسي

التعبير اللفظي : تُمثل مجموعة من النقاط في المستوى الإحداثي دالة إذا لم يقطع أي خط رأسي تمثيلها البياني في أكثر من نقطة.

النموذج :



مثال 3

تحديد العلاقات التي تمثل دوال

في كل علاقة مما يأتي ، حدّد ما إذا كانت y تمثّل دالة في x أم لا :

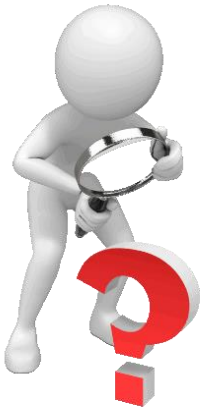
a) تمثّل قيم x رقم الطالب، وقيم yدرجته في اختبار الفيزياء .

ترتبط كل قيمة لـ xبقيمة واحدة لـ y ؛ إذ لا يمكن للطالب الحصول على درجتين مختلفتين في اختبار واحد ؛ لذا فإن y تمثّل دالة في x .

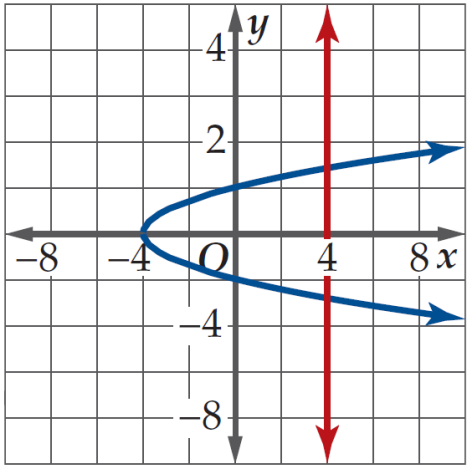
b)

x	y
–8	–5
–5	–4
0	–3
3	–2
6	–3

ترتبط كل قيمة لـ x بقيمة واحدة فقط لـ y، وعليه فإن y تمثّل دالة في x .



(c



بما أنه يوجد خط رأسي مثل $x = 4$ يقطع التمثيل البياني في أكثر من نقطة، فإنّ y لا تمثّل دالةً في x .

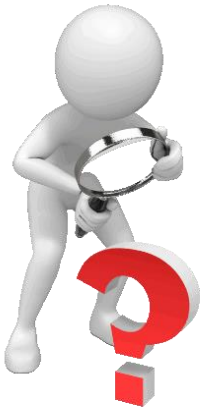
(d

كي تحدّد ما إذا كانت y تمثّل دالة في x، حلّ المعادلة بالنسبة لـ y $y^2 - 2x = 5$

المعادلة الأصلية $y^2 - 2x = 5$

بإضافة 2x لكلا الطرفين $y^2 = 5 + 2x$

بأخذ الجذر التربيعي لكلا الطرفين $y^2 = \pm\sqrt{5 + 2x}$



y لا تمثّل دالة في x ؛ لأن كل قيمة من قيم x الأكبر من 2.5 - ترتبط بقيمتين لـ y ، إحداها موجبة ، والأخرى سالبة .

تحقق من فهمك

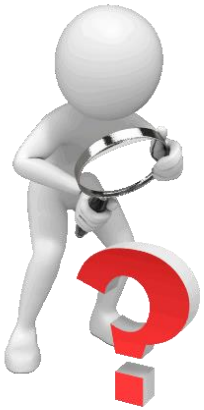
3A) تمثّل قيم x كمية الاستهلاك الشهري لأسرة من الكهرباء ، أما قيم y فتمثّل المبلغ المستحق مقابل الاستهلاك .

ترتبط كل قيمة لـ xبقيمة واحدة لـ y ؛ لذا فإن y تمثّل دالة في x .

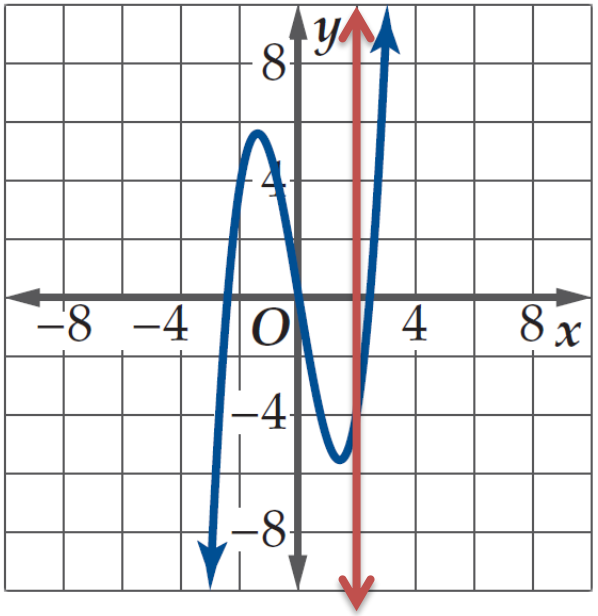
3B)

x	y
–6	–7
2	3
5	8
5	9
9	22

لا ترتبط كل قيمة لـ x بقيمة واحدة فقط لـ y، وعليه فإن y لا تمثّل دالة في x .



(3C



بما أنه يوجد خط رأسي مثل $x = 2$ يقطع التمثيل البياني في نقطة واحدة ، فإنّ y تمثّل دالةً في x .

(3D

$$3y + 6x = 18$$

المعادلة الأصلية

$$3y + 6x = 18$$

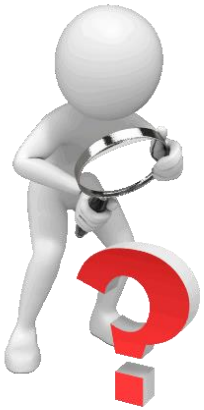
بطرح 6x من الطرفين

$$3y = 18 - 6x$$

بالقسمة علي 3

$$y = 6 - 2x$$

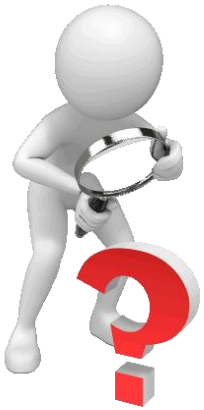
Y تمثّل دالة في x



يستعمل f (x) رمز للدالة ، ويقرأ (f الـ x) ، و يعني قيمة الدالة عند x ، و بما أن f (x) تمثل قيمة y التي ترتبط بقيمة x ، فإننا نكتب : y = f (x) .

المعادلة	الدالة المرتبطة بالمعادلة
$y = -6x$	$f(x) = -6x$

يمثل المتغير x قيم المجال و يسمي المتغير y قيم المدي و يسمي متغيراً تابعاً .



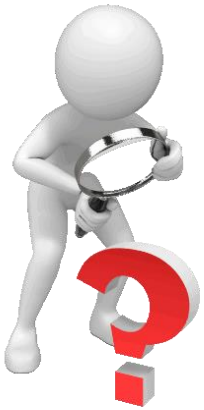
إيجاد قيم الدالة

إذا كان $f(x)=x^2+8x-24$ ، فأوجد قيمة الدالة في كل مما يأتي :

(a $f(x)$

لإيجاد $f(6)$ عوض 6 مكان x في الدالة $f(x)=x^2+8x-24$

$f(x)=x^2+8x-24$	الدالة الأصلية
$f(6)=(6)^2+8(6)-24$	بتعويض 6 مكان x
$=36+48-24$	بالتبسيط
$=60$	بالتبسيط



(b $f(-4x)$

الدالة الأصلية $f(x) = x^2 + 8x - 24$

بتعويض 4x – مكان x $f(-4x) = (-4x)^2 + 8(-4x) - 24$

بالتبسيط $= 16x^2 - 32x - 24$

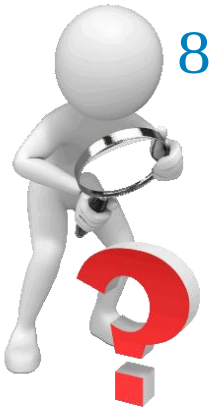
(c $f(5c+4)$

الدالة الأصلية $f(x) = x^2 + 8x - 24$

بتعويض 4x – مكان x $f(5c+4) = (5c+4)^2 + 8(5c+4) - 24$

بفك الأقواس $(5c+4)^2$ و $8(5c+4)$ $= 25c^2 + 40c + 16 + 40c + 32 - 24$

بالتبسيط $= 25c^2 + 80c + 24$



تحقق من فهمك

إذا كانت $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2-2x+1}$ ، فأوجد قيمة في كل مما يأتي :

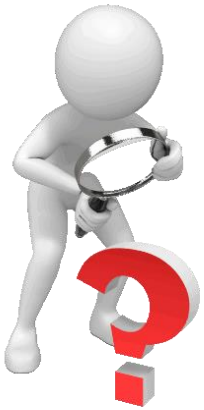
(4A $f(12)$

الدالة الأصلية $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2-2x+1}$

بتعويض 12 مكان x $f(12)=\dfrac{2(12)+3}{(12)^2-2(12)+1}$

بالتبسيط $=\dfrac{24+3}{144-24+1}$

بالتبسيط $=\dfrac{27}{121}$



$f\left(6x\right)$ (4B

الدالة الأصلية

$$f\left(x\right)=\frac{2x+3}{x^2-2x+1}$$

بتعويض 6x مكان x

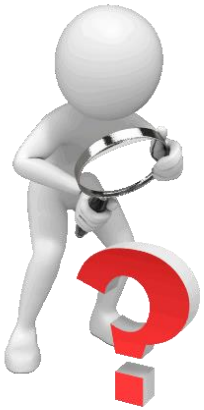
$$f\left(6x\right)=\frac{2\left(6x\right)+3}{\left(6x\right)^2-2\left(6x\right)+1}$$

بالتبسيط

$$=\frac{12x+3}{36x^2-12x+1}$$

بالتبسيط

$$=\frac{27}{121}$$



$f\left(-3a+8\right)$ (4C

الدالة الأصلية

$$f\left(x\right)=\frac{2x+3}{x^2-2x+1}$$

بتعويض 8 + 3a – مكان a

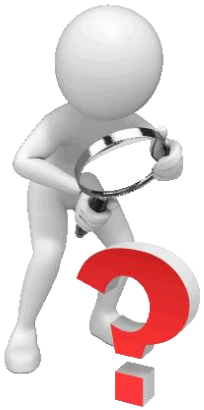
$$f\left(6x\right)=\frac{2\left(-3a+8\right)+3}{\left(-3a+8\right)^2-2\left(-3a+8\right)+1}$$

بالتبسيط

$$=\frac{-6a+16+3}{9a^2+48a+64+6a-16+1}$$

بالتبسيط

$$=\frac{-6a+19}{9a^2-42a+49}$$



إذا لم يذكر مجال الدالة فإنه يكون مجموعة الأعداد الحقيقية، مع استثناء القيم التي تجعل مقام الكسر صفرًا أو تجعل ما تحت الجذر عددًا سالباً إذا كان دليل الجذر زوجيًّا.

مثال 5 تحديد مجال الدالة جبرياً

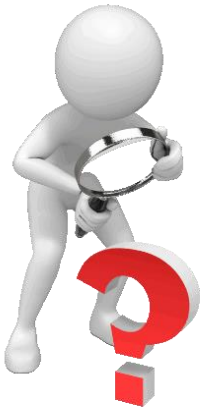
حدّد مجال كل من الدوال الآتية:

(a $f(x)=\dfrac{2+x}{x^2-7x}$

تكون العبارة $\dfrac{2+x}{x^2-7x}$ غير معرّفة إذا كان المقام صفرًا، وبحل المعادلة $x^2-7x=0$

فإن القيم المستثناة من المجال هي $x=0$ و $x=7$ فإن القيم المستثناة من المجال هي

(b $g(t)=\sqrt{t-5}$



بما أن الجذر التربيعي للعدد السالب غير معرّف، فيجب أن تكون $t-5\geq 0$

أي أن مجال الدالة g هو مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 5 أو $(5,\infty)$

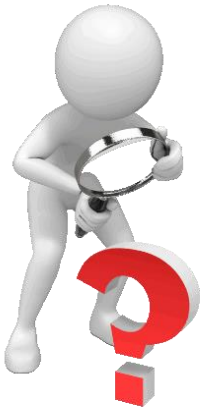
$$h(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2-9}}$$ (c

هذه الدالة معرّفة عندما يكون $x^2-9>0$ و عليه فإن مجال h(x) هو $(-\infty,-3)\cup(3,\infty)$

تحقق من فهمك

$$f(x)=\frac{5x-2}{x^2+7x+12}$$ (5A

المجال $(-\infty,-4)\cup(-3,-4)\cup(-3,\infty)$

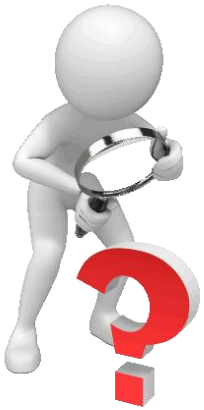


$$h(a)=\sqrt{a^2-4}$$ (5B

المجال $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

$$g(x)=\frac{8x}{\sqrt{2x+46}}$$ (5C

المجال $(-3,\infty)$



تُعرّف بعض الدوال بقاعدتين أو أكثر وعلى فترات مختلفة، وتُسمّى مثل هذه الدوال **الدوال المتعددة التعريف.**

إيجاد قيم الدالة متعددة التعريف

طول : إذا كانت العلاقة بين أكبر معدل لطول الطفل **h(x)** بالبوصة، وأكبر طول لوالديه **x** بالبوصة معطاة بالدالة :

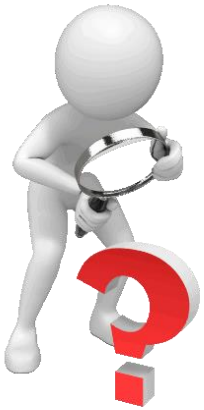
$$h(x)=\begin{cases}1.6x-1.6 & , \quad 63>x<66\\ 3x-132 & , \quad 66\le x\le 68\\ 2x-66 & , \quad x>68\end{cases}$$

فأوجد أكبر معدل لطول الطفل في كل من الحالتين الآتيتين :

a) أكبر طول لوالدية ٦٧ بوصة.

بما أن **67** واقعة بين **66** و **68** ، فإننا نستعمل القاعدة $h(x)=3x-132$

لإيجاد $h(67)$



تعريف الدالة في الفترة $66 \le x \le 68$

$$h(x) = 3x - 132$$

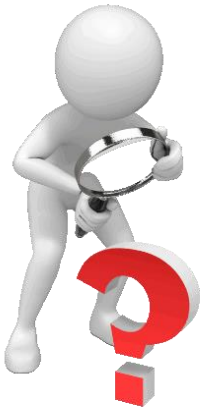
بتعويض 67 مكان x

$$h(67) = 3(67) - 132$$

بالتبسيط

$$= 201 - 132 = 69$$

بناءً على هذه الإجابة فإن الطفل الذي يبلغ أكبر طول لوالديه 67 بوصة، يكون أكبر معدل ممكن لطوله 69 بوصة.

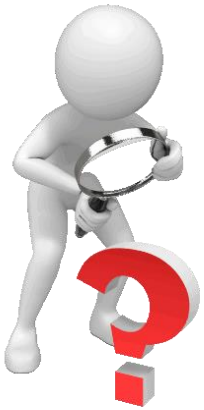


b) أكبر طول لوالدية ٧٢ بوصة.

بما أن **72**أكبر من **68**، فإننا نستعمل القاعدة $h(x) = 2x - 66$

لإيجاد $h(72)$

$h(x) = 2x - 66$	تعريف الدالة في الفترة $x > 68$
$h(72) = 2(72) - 66$	بتعويض 72 مكان x
= 144 - 66 = 78	بالتبسيط



بناءً على هذه الإجابة، فإن الطفل الذي يبلغ أكبر طول لوالديه 72 بوصة، يكون أكبر معدل ممكن لطوله 78 بوصة.

تحقق من فهمك

سرعة : إذا كانت سرعة مركبة **v(t)** بالميل لكل ساعة تُعطى بالدالة المتعددة التعريف الآتية ، حيث الزمن **t** بالثواني :

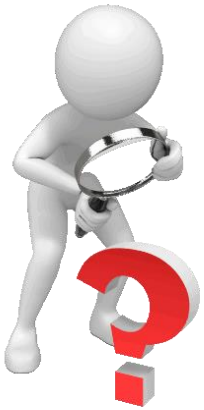
$$v(t)=\begin{cases} 4t & , \quad 0 \le t \le 15 \\ 60 & , \quad 15 \le t < 240 \\ -6t+1500 & , \quad 240 \le t \le 250 \end{cases}$$

فأوجد كلاً مما يأتي:

(6A $v(5)$

بما أن **5** واقعة بين **0** و **15** ، فإننا نستعمل القاعدة $v(t)=4t$

لإيجاد $v(5)$



$v(t) = 4t$ تعريف الدالة في الفترة $0 \le t \le 15$

$v(5) = 4(5)$ بتعويض 5 مكان t

$= 20$ بالتبسيط

بناءً على هذه الإجابة فإن المركبة سرعتها 20 mi/h عندما يكون الزمن 5 ثواني .

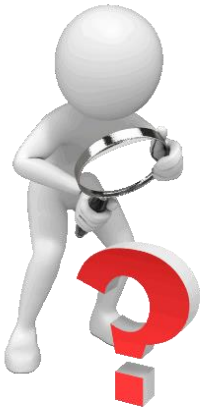
(6B $v(15)$

بما أن 15 ، فإننا نستعمل القاعدة $v(t) = 4t$ لإيجاد $v(15)$

$v(t) = 4t$ تعريف الدالة في الفترة $0 \le t \le 15$

$v(15) = 4(15)$ بتعويض 15 مكان t

$= 60$ بالتبسيط



بناءً على هذه الإجابة فإن المركبة سرعتها 60 mi/h عندما يكون الزمن 15 ثواني .

(6C $v\left(245\right)$

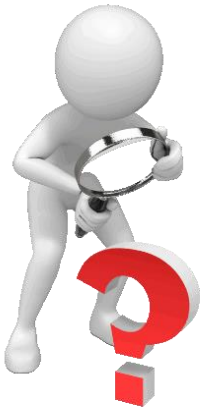
بما أن 245 واقعة بين 250 و 240 ، فإننا نستعمل القاعدة $v\left(t\right)=-6t+1500$ لإيجاد $v\left(245\right)$

تعريف الدالة في الفترة $240\le t\le 250$ $v\left(t\right)=-6t+1500$

بتعويض 245 مكان t $v\left(245\right)=-6\left(245\right)+1500$

بالتبسيط $=-1470+1500=30$

بناءً على هذه الإجابة فإن المركبة سرعتها 30 mi/h عندما يكون الزمن 245 ثواني .



تدرب و حل المسائل

اكتب كلاً من مجموعات الأعداد الآتية باستعمال الصفة المميزة للمجموعة ، و باستعمال رمز الفترة إن أمكن :

(1 $x > 50$

$\{x \mid x > 50, x \in R\}$ ؛ $(50, \infty)$

(2 $x < -13$

$\{x \mid x < -13, x \in R\}$ ؛ $(-\infty, -13)$

(3 $x \leq -4$

$\{x \mid x \leq -4, x \in R\}$ ؛ $(-\infty, -4)$

(4 $\{-3, -2, -1, ...\}$

$\{x \mid -4 \leq x, x \in Z\}$

(5 $-31 < x \leq 64$

$\{x \mid -31 < x \leq 64, x \in R\}$ ؛ $(-31, 64)$

(6 $x > 21$ أو $x > -19$

$\{x \mid x > -19$ ، > 21 ، $\in R\}$ أي $(-\infty, -19) \cup (21, \infty)$

(7 $x \geq 67$ أو $x \leq 61$

$\{x \mid x \leq 61$ ، ≥ 67 ، $\in R\}$ أي $(-\infty, 16) \cup (67, \infty)$

(8 $x \geq 86$ أو $x \leq -45$

$\{x \mid x \leq -45$ ، ≥ 86 ، $\in R\}$ أي $(-\infty, -45) \cup (32, \infty)$

9) مضاعفات الموجبة للعدد 5

$$\{x \mid x = 5n, n \in N\}$$

10) $x \geq 32$

$$\{x \mid x \geq 32, x \in R\}\text{؛}(32,\infty)$$

في كل علاقة مما يأتي ، حدّد ما إذا كانت y تمثّل دالة في x أم لا :

11) المتغير المستقل x يمثل رقم الحساب في البنك، والمتغير y يمثل الرصيد في الحساب .

دالة

12)

x	0.01	0.04	0.04	0.07	0.08	0.09
y	423	449	451	466	478	482

ليست دالة

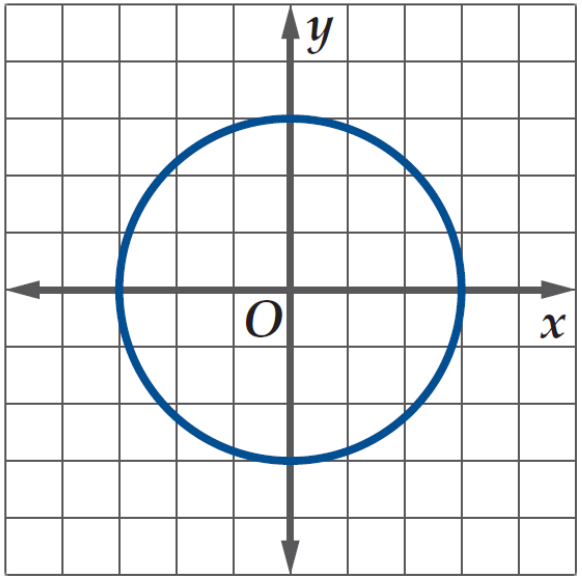
(13 $\frac{1}{x} = y$ دالة

(14 $x^2 = y + 2$ دالة

(15 $\sqrt{48y} = y$ دالة

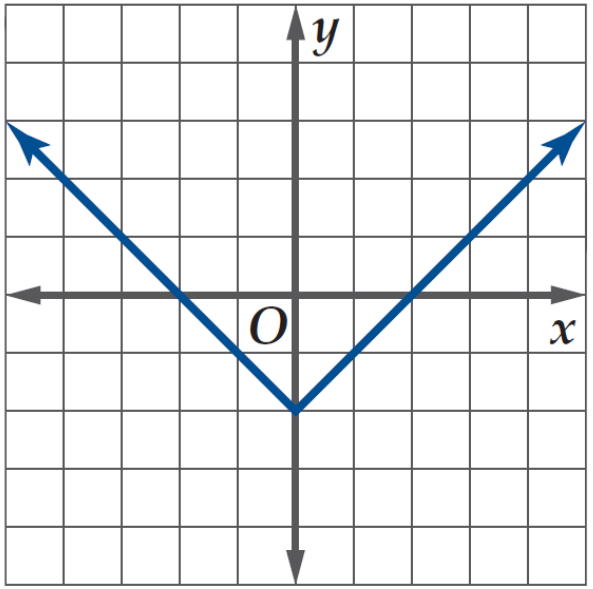
(16 $\frac{x}{y} = y - 6$ ليست دالة

(17



ليست دالة

(18



دالة

أوجد قيم كل دالة من الدوال الآتية :

(19 $g(x) = 2x^2 + 18x - 14$

(a $g(9)$

الدالة الأصلية $g(x) = 2x^2 + 18x - 14$

بتعويض 9 مكان x $g(9) = 2(9)^2 + 18(9) - 14$

بالتبسيط $= 162 + 162 - 14$

بالتبسيط $= 310$

(b $g(3x)$

الدالة الأصلية $g(x)=2x^2+18x-14$

بتعويض 3x مكان x $g(3x)=2(3x)^2+18(3x)-14$

بالتبسيط $=18x^2+54x-14$

(c $g(1+5m)$

الدالة الأصلية $g(x)=2x^2+18x-14$

بتعويض 1 + 5m مكان x $g(1+5m)=2(1+5m)^2+18(1+5m)-14$

بالتبسيط $=2+10m+50m^2+18+90m-14$

بالتبسيط $=50m^2+110m+6$

$h(y) = -3y^3 - 6y + 9$ (20

$h(4)$ (a

الدالة الأصلية $h(y) = -3y^3 - 6y + 9$

بتعويض 4 مكان y $h(4) = -3(4)^3 - 6(4) + 9$

بالتبسيط $= -192 - 24 + 9$

بالتبسيط $= -207$

$h(-2y)$ (b

الدالة الأصلية $h(y) = -3y^3 - 6y + 9$

بتعويض 4 مكان y $h(-2y) = -3(-2y)^3 - 6(-2y) + 9$

بالتبسيط $= 24y^3 + 12y + 9$

$h(5b+3)$ (c

الدالة الأصلية

$$h(y) = -3y^3 - 6y + 9$$

بتعويض 4 مكان y

$$h(5b+3) = -3(5b+3)^3 - 6(5b+3) + 9$$

بالتبسيط

$$= -375b^3 - 675b^2 - 435b - 90$$

$$f(t) = \frac{4t + 11}{3t^2 + 5t + 1}$$ (21

$f(-6)$ (a

$$\frac{-13}{79}$$

$f(4t)$ (b

$$\frac{16t + 11}{48t^2 + 20t + 1}$$

$f(3 - 2a)$ (c

$$\frac{-8a + 23}{12a^2 - 46a + 43}$$

$$g(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x - 4}$$ (22

$g(-2)$ (a

12

$g(5x)$ (b

$$\frac{375x^3}{25x^2 + 5x - 4}$$

$g(8-4b)$ (c

$$\frac{-192b^3 + 1152b^2 + 2304b + 1536}{16b^2 - 68x + 68}$$

$g(m) = 3 + \sqrt{m^2 - 4}$ (23

$g(-2)$ (a

3

$g(3m)$ (b

$3 + \sqrt{9m^2 - 4}$

$g(4m - 2)$ (c

$3 + 4\sqrt{m^2 - m}$

$t(x) = 5\sqrt{6x^2}$ (24

$20\sqrt{6}$

$t(-4)$ (a

$10|x|\sqrt{6}$

$t(2x)$ (b

$3|7+n|\sqrt{6}$

$t(7+n)$ (c

25) مبيعات : مُثِّلت مبيعات شركة للسيارات خلال خمس سنوات بالدالة: $f(t) = 24t^2 - 93t + 78$ حيث t الزمن بالسنوات، وكانت المبيعات الفعلية موضحة في الجدول المجاور.

السنة	المبيعات بملايين الريالات
1	1
2	3
3	14
4	74
5	219

a) أوجد $f(1)$.

$$f(1) = 24(1)^2 - 93(1) + 78 = 9$$

9 ملايين

b) أوجد $f(5)$.

$$f(5) = 24(5)^2 - 93(5) + 78 = 213$$

213 مليوناً

a) هل تعتقد أن القاعد f(t) أكثر دقة في السنة الأولى، أم في السنة الأخيرة ؟ برّر إجابتك. .

أعتقد أن القاعدة f (t) أكثر دقة في السنوات الأخيرة و التي حققت أعلي مبيعات ،

حيث إن 213 قريبة بنسبة % 2 من 219 ؛ بينما 9 أكبر بنسبة % 800 من 1 .

حدّد مجال كل دالة مما يأتي :

{(26 $f(x)=\dfrac{8x+12}{x^2+5x+4}$

$(-\infty,-4)\cup(-4,-1)\cup(-1,\infty)$

(27 $g(x)=\dfrac{x+1}{x^2-3x-40}$

$(-5,8)\cup(8,\infty)$

(28 $g(a)=\sqrt{1+a^2}$

$(-\infty,\infty)$

$[-\sqrt{6}, \sqrt{6}]$

$f(x) = \sqrt{6 - x^2}$ (29

$(0.25, \infty)$

$f(a) = \frac{5a}{\sqrt{4a - 1}}$ (30

$f(x) = \frac{2}{x} + \frac{4}{x + 1}$ (31

$(-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, \infty)$

32) فيزياء : يعطى زمن الدورة T لبندول ساعة بالصيغة $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{9.8}}$ حيث L طول البنددول ،

فهل تمثل T دالة في L ؟ إذا كانت كذلك فحدّد مجالها، وإذا لم تكن دالة فبيِّن السبب.

لأن الطول لا يكون سالباً ، و مجال الدالة هو : $(0, \infty)$

أوجد $f(5)$ و $f(12)$ لكل من الدالتين الآتيتين :

(33

$$f(x)=\begin{cases} -4x+3 & , \quad x<3 \\ -x^3 & , \quad 3\le x<8 \\ 2x^2+1 & , \quad x>8 \end{cases}$$

23؛433

(34

$$f(x)=\begin{cases} -15 & , \quad x<-5 \\ \sqrt{x+6} & , \quad -5\le x<10 \\ \dfrac{2}{x}+8 & , \quad x>10 \end{cases}$$

$1؛8\frac{1}{6}$

35) عمل : تمثل الدالة T (x) أدناه الربح (بالريال) الذي تكسبه شركة توزيع لأجهزة هاتف :

$$T(x)=\begin{cases} 2.1x & , \quad 0<x\leq 7000 \\ 500+2.4x & , \quad 7000<x\leq 7000 \\ 800+3x & , \quad 20000<x\leq 88000 \end{cases}$$

حيث x تمثل عدد الأجهزة الموزَّعة، فأوجد :

$$T(7000), T(10000), T(50000)$$

14700 $T(7000)$

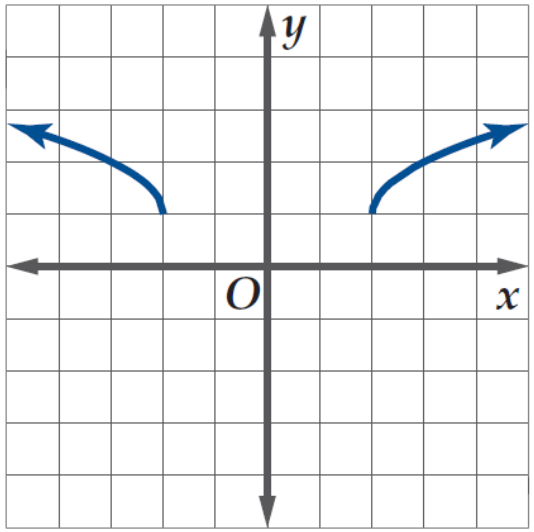
24500 $T(10000)$

150800 $T(50000)$

معتمدًا على اختبار الخط الرأسي، حدّد ما إذا كان كل من التمثيلين الآتيين يمثل دالة أم لا ، وبرّر إجابتك .

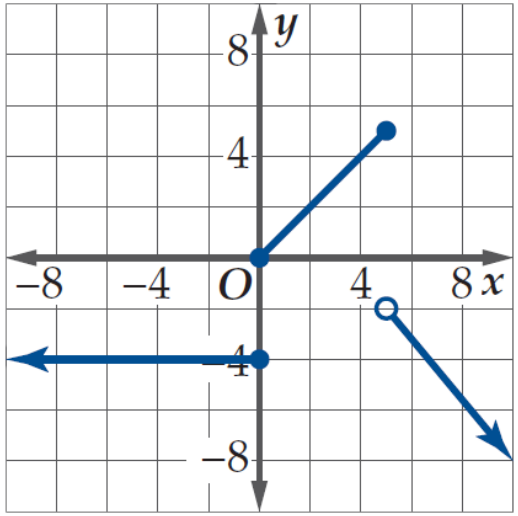
(36

دالة ؛ لا يقطع أي خط رأسي المنحني أكثر من مرة .



(37

ليست دالة ؛ لأن الخط الرأسي (المحور y) يقطع التمثيل البياني في النقطتين



38) رياضة : تتكون مسابقة رياضية من ثلاث مراحل: سباحة مسافة 4.1 mi، وقيادة دراجة هوائية مسافة 5 mi، وجري مسافة 2.6 mi . فإذا كان معدل سرعة عزام في كل مرحلة من المراحل الثلاث كما في الجدول أدناه :

المرحلة	معدل السرعة
السباحة	4 mi/ h
قيادة الدراجة	20 mi/ h
الجري	6 mi/ h

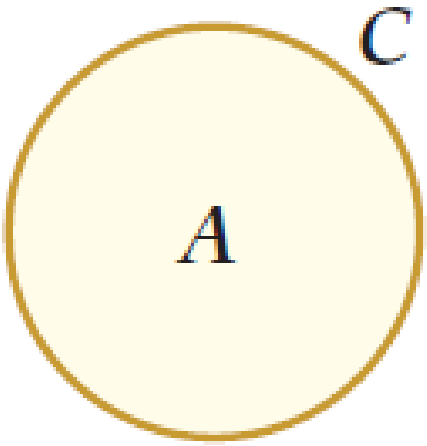
a) اكتب دالة متعددة التعريف تمثّل المسافة D التي قطعها عزام بدلالة الزمن t ، مقرّبًا t إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك .

$$D(t)=\begin{cases} 4t & , \quad 0 \le t \le 0.1 \\ 20t & , \quad 0.1 \le t \le 0.35 \\ 6t & , \quad 0.35 \le t \le 0.78 \end{cases}$$

b) حدّد مجال الدالة .

$$[0, 0.78]$$

39) هندسة : يمثّل الشكل أدناه دائرة مساحتها A ومحيطها C .



a) اكتب المساحة كدالة في المحيط .

$$A(c)=\frac{C^2}{4\pi}$$

b) أوجد A(0.5) , A(4) مقرّبًا إلى أقرب جزء من مئة .

$$1.27, 0.02$$

c) ما تأثير زيادة المحيط في المساحة ؟

كلما زاد المحيط زادت المساحة .

40) حسابات : تتناقص قيمة أجهزة الحاسوب بعد شرائها مع مرور الزمن، وتُستعمل الدوال الخطية لتمثيل هذا التناقص. فإذا كانت $v(t) = 1800 - 30t$ تمثّل قيمة حاسوب بالريال، يعد t شهر من شراءه ، فحدّد مجال هذه الدالة .

$$D = \{t \mid 0 \le t \le 60, t \in N\}$$

أوجد $\frac{f\left(a+h\right)-f\left(a\right)}{h}$, $f\left(a\right), f\left(a+h\right)$ حيث $h \neq 0$ لكل مما يأتي :

(41 $f\left(x\right)=-5$

$-5, -5, 0$

(42 $f\left(x\right)=\sqrt{x}$

$\sqrt{a}, \sqrt{a+h}, \frac{\sqrt{a+h}-\sqrt{a}}{h}$

(43 $f\left(x\right)=\frac{1}{x+4}$

$\frac{1}{a+4}, \frac{1}{a+h+4}, \frac{-1}{a^2+ah+8a+4h+16}$

$f(x) = x^2 - 6x + 8$ (44

$a^2 - 6a + 8,$

$a^2 - 2ah + h^2 - 6a - 6h + 8,$

$2a - 6 + h$

$f(x) = -14x + 6$ (45

$-14a + 6,$

$-14a - 14h + 6,$

-14

$f(x) = x^3 + 9$ (46

$a^3 + 9,$

$a^3 + 3a^2h + 3ah^3 + h^3 + 9,$

$3a^2 - 3ah + h^2$

$f(x) = 5x^2$ (47

$5a^2,$

$5a^2 + 10ah + 5h^2,$

$10a + 5h$

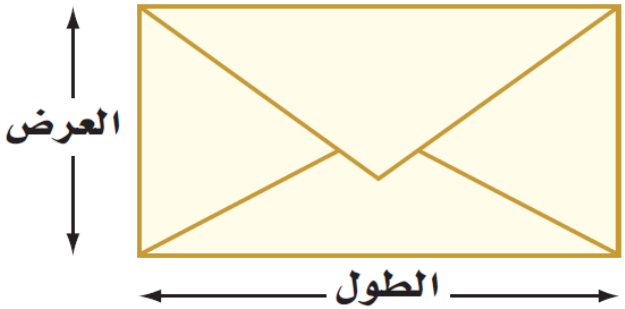
$f(x) = x^3$ (48

$a^3,$

$a^3 + 3a^2h + 3ah^2 + h^3,$

$3a^2 - 3ah + h^2$

49) هندسة : في أحد المعامل الوطنية يتم صنع أغلفة بريدية متفاوتة الأبعاد، بحيث تكون نسبة طول الغلاف إلى عرضه من 1.3 إلى 2.5، فإذا كانت أصغر قيمة لطول الأغلفة المنتجة 5 in، وأكبر قيمة $11\frac{1}{2}$ ، فأجب عما يأتي:.



a) اكتب مساحة الغلاف A كدالة في طول L ، إذا كانت نسبة طول الغلاف إلى عرضه 1.8، ثم اكتب مجال الدالة.

$$A(l)=\frac{l^2}{1.8}\text{؛}[5,11.5]$$

b) اكتب مساحة الغلاف Aكدالة في عرضه h، إذا كانت نسبة طول الغلاف إلى عرضه 2.1، ثم اكتب مجال الدالة .

$$A(h) = 2.1h^2 ; [2.4, 5.5]$$

c) أوجد مساحة الغلاف عند أكبر طول ممكن له، وأكبر نسبة بين طوله وعرضه .

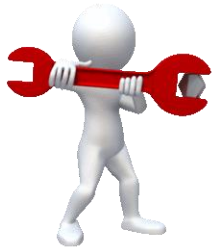
$$52.9in^2$$

في كل من العلاقتين الآتيتين ، حدد ما إذا كانت y تمثل دالة في x أم لا ، برّر إجابتك .

(50 $x = |y|$

لا ؛ لأن كل قيمة من قيم المدي ترتبط بقيمتين من المجال ، و لحل المعادلة بالنسبة إلي y يكون هناك قيمتان موجبة و سالبة ، و القيمة المطلقة لا تعطي قيمة y .

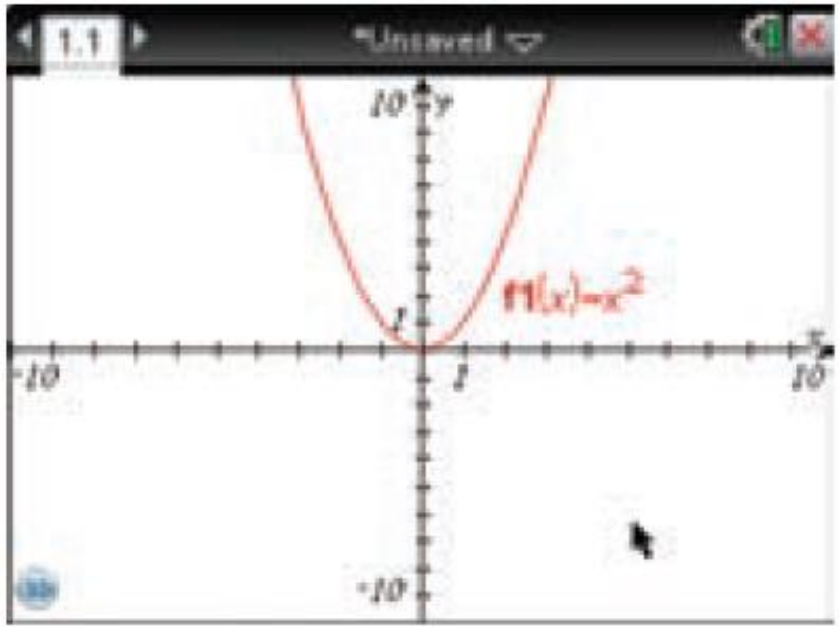
(51 $x = y^3$

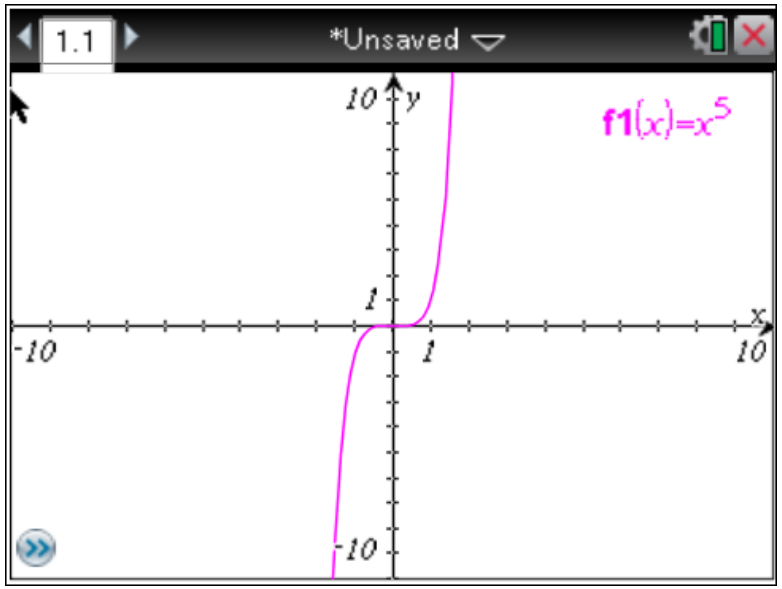


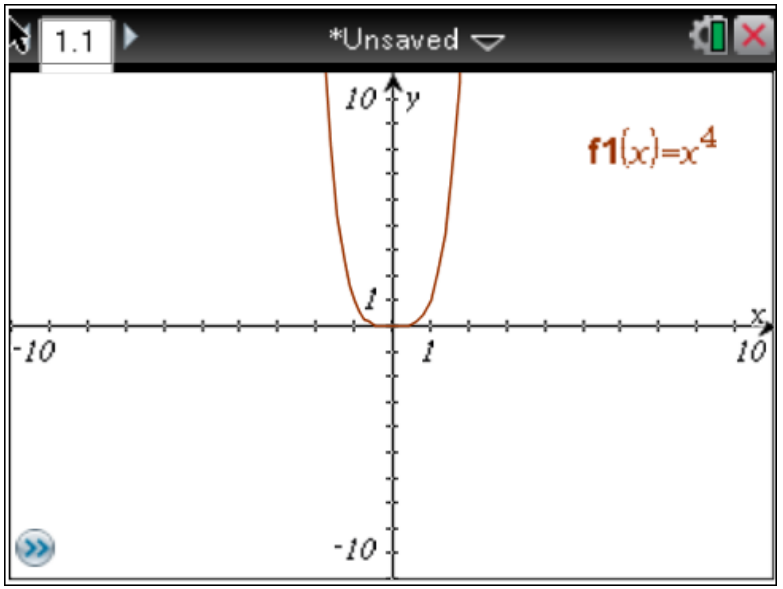
لأن كل قيمة في المدي ترتبط بقيمة واحدة من المجال ، لذا تمثل دالة .

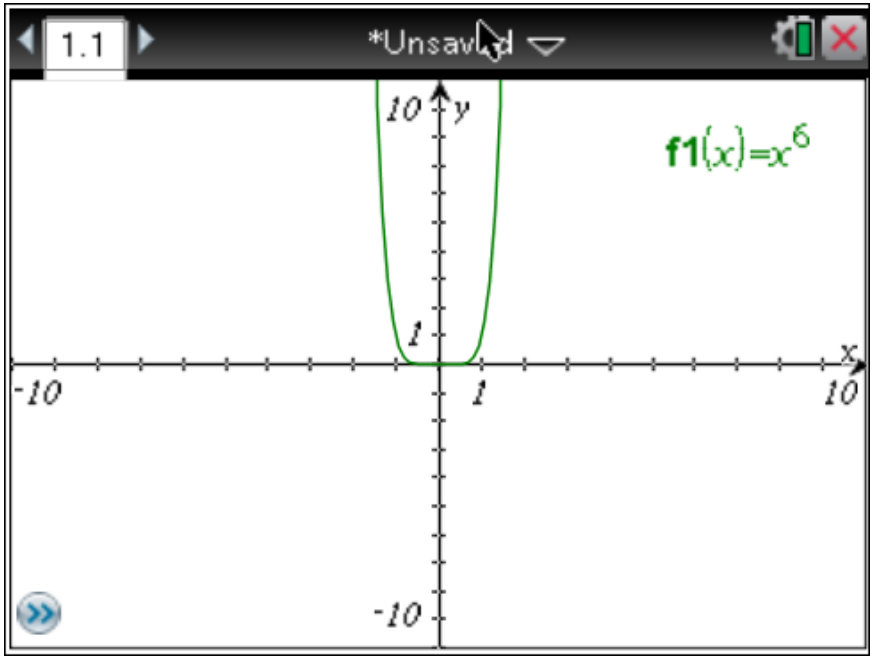
52) تمثيلات متعددة : سوف تستقصي في هذه المسألة مدى الدالة $f\left(x\right)=x^{n}$ حيث $n\in N$

a) بيانياً : استعمل الحاسبة البيانية لتمثل الدالة $f\left(x\right)=x^{n}$ بيانيًّا لقيم n الصحيحة من 1 إلى 6.




1.1
*Unsaved
f1(x)=x^5
10
y
1
x
-10
1
10
-10


1.1
*Unsaved
f1(x)=x^4
10
y
1
x
-10
1
10
-10


1.1
*Unsaved
f1(x)=x^6
10
y
1
x
-10
1
10
-10

b) جدولياً : تنبأ بمدى كل من دالة من الدوال التي مثّلتها في الفرع a، واعرضه في جدول يتضمن قيم n، والمدى المرتبط بكل منها .

n	المدي
1	$(-\infty,\infty)$
2	$[0,\infty)$
3	$(-\infty,\infty)$
4	$[0,\infty)$
5	$(-\infty,\infty)$
6	$[0,\infty)$

c) لفظياً : خمّن مدى الدالة f(x) عندما يكون nزوجيًا .

يكون المدي $[0,\infty)$ إذا كانت n زوجية .

d) لفظياً : خمّن مدى الدالة f(x)عندما يكون nفرديًا.

يكون المدي $(-\infty,\infty)$ إذا كانت n فردية .

53) أكتشف الخطأ : أراد كلّ من عبد الله وسلمان تحديد مجال الدالة $f(x)=\frac{2}{x^2-4}$

فقال عبد الله: إن المجال هو $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$

في حين قال سلمان: أن المجال هو $\{x \mid x \neq -2, x \neq 2, x \in R\}$

فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ برّر إجابتك.

سلمان ؛ المجال هو $(-\infty,-2)\cup(-2,2)\cup(2,\infty)$

أو $\{x \mid x \neq -2, x \neq 2, x \in R\}$

54) اكتب مجال الدالة $f(x)=\dfrac{1}{(x+3)(x+1)(x-5)}$

باستعمال كل من رمز الفترة والصفة المميزة للمجموعة. أيّ الطريقتين تفضل؟ ولماذا؟

$$(-\infty,-3)\cup(-3,-1)\cup(-1,5)\cup(5,\infty)$$

$$\{x \mid x \neq -3, x \neq -1, x \neq 5, x \in R\}$$ أو

55) تحد : إذا كانت G(x) دالة فيه G (3) = 3 ، G (2) = 2 ، G (1) = 1

و $G\left(x+1\right)=\frac{G\left(x-2\right)G\left(x-1\right)+1}{G\left(x\right)}$ لكل $x\geq 3$ فأوجد G (6) .

$\frac{4}{7}$

تبرير : أيّ الجمل الآتية تصف الدالة المعرّفة من المجموعة X إلى المجموعة Y بشكل صحيح، وأيها خاطئة، وإذا كانت خاطئة، فأعد كتابتها لتصبح صحيحة.

56) يرتبط كل عنصر من Y بعنصر واحد من X .

خطأ ؛ ليست بالضرورة ارتباط كل عنصر من Y بعنصر مختلف من X .

57) لا يرتبط عنصران أو أكثر من X بالعنصر نفسه من Y .

خطأ ؛ يمكن لعنصرين أو أكثر من X الارتباط بالعنصر نفسه من Y .

58) لا يرتبط عنصران أو أكثر من X بالعنصر نفسه من Y .

صحيحة

اكتب : وضّح كيف يمكنك تحديد الدالة من خلال :

59) جملة لفظية تبيّن العلاقة بين عناصر المجال وعناصر المدى .

تكون العلاقة دالة إذا ارتبطت كل قيمة x من المجال (مدخلة) بقيمة y واحدة فقط من المدي (مخرجة) .

60) مجموعة أزواج مرتبة .

إذا ارتبط كل عنصر من المجال (إحداثي x) في مجموعة الأزواج المرتبة بعنصر واحد من المدي (إحداثي y مختلف) تكون العلاقة دالة .

61) جدول قيم .

إذا ارتبطت كل قيمة لـ x في الجدول بقيمة واحدة مختلفة لـ y تكون العلاقة دالة .

62) التمثيل البياني .

إذا رسم خط رأسي عند أي قيمة x علي التمثيل البياني و قطعه في نقطة واحدة تكون العلاقة دالة . (اختبار الخط الرأسي .

63) معادلة .

تربط بين الإحداثيين y ، x لكل زوج من الازواج المرتبة .