الجمهورية اليمنية

وزارة التربية والتعليم

قطاع المناهج والتوجيه

الإدارة العامة للمناهج

الرياضيات

كتاب التمارين

للصف الثاني الثانوي

(القسم الأدبي)

$$49.42 \; Y^{\frac{1}{x}} \; 0.166666 \Rightarrow 1.91565$$

حقوق الطبع محفوظة لوزارة التربية والتعليم

١٤٣٦هـ/ ٢٠١٥م

إيماناً منا بأهمية المعرفة ومواكبة لعصر التكنولوجيا تتشرف الإدارة العامة للتعليم الإلكتروني بخدمة أبنائنا الطلاب والطالبات في ربوع الوطن الحبيب بهذا العمل آملين أن ينال رضا الجميع

فكرة وإعداد

أ. عادل علي عبدالله البقع

مساعد

أ. زينب محمود السمان

مراجعة وتدقيق

أ. ميسونة العبيدي

أ. فاطمة العجل

أ. أفراح الحزمي

متابعة

أمين الإدريسي

إشراف مدير عام

الإدارة العامة للتعليم الإلكتروني

أ. محمد عبده الصرمي

el-online.net

الجمهورية اليمنية
وزارة التربية والتعليم
قطاع المناهج والتوجيه
الإدارة العامة للمناهج

الرياضيات

كتاب التمارين

للصف الثاني الثانوي (القسم الأدبي)

تأليف

د. شكيب محمد باجرش / رئيساً.

د. أمة الإله علي حمد الحوري. أ. سالمين محمد باسلوم (منسقاً).
د. عوض حسين البكري. د. محمد علي مرشد.
د. محمد رشاد الكوري. أ. يحيى بكار مصفر.
د. محمد حسن عبده المسوري. أ. عبدالباري طه حيدر.
د. عبدالله سالم بن شحنة. أ. نصر محمد بدر.
د. عبدالرحمن محمد مرشد الجابري. أ. جميلة إبراهيم الرازحي.
د. علي شاهر القرشي. أ. عادل علي مقبل البنا.
أ. مريم عبدالجبار سلمان. أ. عبدالرحمن عبدالله عثمان.
أ. يحيى محمد الكنز.

فريق المراجعة:

أ/ أحمد عبده الصغير الدبعي. أ/ سميرة حسن فضائل.
أ/ زايد مقبل عبدالخالق الأغبري. أ/ محمد صالح الخضر.
أ/ خالد محمد القلذي.

تنسيق: أ / سعيد محمد ناجي الشرعبي.
تدقيق: د/ أمة الإله علي حُمد الحوري.
إشراف: د/ عبدالله سلطان الصلاحي.

الإخراج الفني

الصف والتصميم : جلال سلطان علي إبراهيم.
إدخال التصويبات : علي عبدالله علي السلفي.

أشرف على التصميم: حامد عبدالعالم الشيباني.

١٤٣٦هـ / ٢٠١٥م

el-online.net

النشيد الوطني

رددي أيتها الدنيا نشيدي ... رددية وأعيدي وأعيدي
واذكري في فرحتي كل شهيدِ ... وامنحيه حُلَلاً مِنْ ضوءِ عيدي

رددي أيتها الدنيا نشيدي
رددي أيتها الدنيا نشيدي

وحدتي .. وحدتي .. يا نشيداً رائعاً يملأ نفسي ... أنت عهدٌ عالقٌ في كل ذِمّة
رايتي .. رايتي .. يا نسيجاً حِكْتُهُ من كل شمس ... أخْلِدي خَافِقَةً في كل قِمّة
أمتي .. أمتي .. امنحيني البأس يا مصدر بأسي ... واذخُريني لَكِ يا أكرمَ أمة

عشتُ إيماني وحبّي أُمميًا
ومسيري فوق دربي عربيا
وسيبقى نبضُ قلبي يمنيا
لن ترى الدنيا على أرضي وصيا

المصدر: قانون رقم (٣٦) لسنة ٢٠٠٦م بشأن السلام الجمهوري ونشيد الدولة الوطني للجمهورية اليمنية

أعضاء اللجنة العليا للمناهج

أ. د. عبدالرزاق يحيى الأشول.

د/ عبدالله عبده الحامدي.
د/ عبدالله سالم لملس.
أ/ أحمد عبدالله أحمد.
د/ فضل أحمد ناصر مطلي.
د/ صالح ناصر الصوفي.
د/ محمد عمر سالم باسليم.
أ.د/ داوود عبدالملك الحدابي.
أ.د/ محمد حاتم المخلافي.
أ.د/ محمد عبدالله الصوفي.
د/ عبده أحمد علي النزيلي.
أ/ محمد عبدالله زبارة.

أ/ عبدالكريم محمد الجنداري.
أ/ علي حسين الحيمي.
د/ إشراق هائل عبدالجليل الحكيمي.
أ/ محسن صالح حسين اليافعي.
أ.د/ أحمد علي المعمري.
أ.د/ محمد سرحان سعيد المخلافي.
أ.د/ شكيب محمد باجرش.
أ.د/ صالح عوض عرم.
أ.د/ أنيس أحمد عبدالله طائع.
أ.د/ إبراهيم محمد الحوثي.
أ/ عبدالله علي إسماعيل الرازحي.

د. عبدالله سلطان الصلاحي.

el-online.net

بسم الله الرحمن الرحيم

تقـــديـــم :

في إطار تنفيذ التوجهات الرامية للاهتمام بنوعية التعليم وتحسين مخرجاته تلبية للاحتياجات ووفقاً للمتطلبات الوطنية.

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم في إطار توجهاتها الإستراتيجية لتطوير التعليم الأساسي والثانوي على إعطاء أولوية استثنائية لتطوير المناهج الدراسية، كونها جوهر العملية التعليمية وعملية ديناميكية تتسم بالتجديد والتغيير المستمرين لاستيعاب التطورات المتسارعة التي تسود عالم اليوم في جميع المجالات.

ومن هذا المنطلق يأتي إصدار هذا الكتاب في طبعته المعدلة ضمن سلسلة الكتب الدراسية التي تم تعديلها وتنقيحها في عدد من صفوف المرحلتين الأساسية والثانوية لتحسين وتجويد الكتاب المدرسي شكلاً ومضموناً، لتحقيق الأهداف المرجوة منه، اعتماداً على العديد من المصادر أهمها: الملاحظات الميدانية، والمراجعات المكتبية لتلافي أوجه القصور، وتحديث المعلومات وبمايتناسب مع قدرات المتعلم ومستواه العمري، وتحقيق الترابط بين المواد الدراسية المقررة، فضلاً عن إعادة تصميم الكتاب فنياً وجعله عنصراً مشوقاً وجذاباً للمتعلم وخصوصاً تلاميذ الصفوف الأولى من مرحلة التعليم الأساسي.

ويعد هذا الإنجاز خطوة أولى ضمن مشروعنا التطويري المستمر للمناهج الدراسية ستتبعها خطوات أكثر شمولية في الأعوام القادمة، وقد تم تنفيذ ذلك بفضل الجهود الكبيرة التي بذلها مجموعة من ذوي الخبرة والاختصاص في وزارة التربية والتعليم والجامعات من الذين أنضجتهم التجربة وصقلهم الميدان برعاية كاملة من قيادة الوزارة والجهات المختصة فيها.

ونؤكد أن وزارة التربية والتعليم لن تتوانى عن السير بخطى حثيثة ومدروسة لتحقيق أهدافها الرامية إلى تنوير الجيل وتسليحه بالعلم وبناء شخصيته المتزنة والمتكاملة القادرة على الإسهام الفاعل في بناء الوطن اليمني الحديث والتعامل الإيجابي مع كافة التطورات العصرية المتسارعة والمتغيرات المحلية والإقليمية والدولية.

أ.د. عبدالرزاق يحيى الأشول
وزير التربية والتعليم
رئيس اللجنة العليا للمناهج

el-online.net

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمـــة:

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على خاتم المرسلين وآله وصحبه وسلم .

إن إعادة النظر في مناهج الرياضيات وكتبها المدرسية أمر ضروري تحتمه مواكبة التطور العلمي وتحديث تربويات الرياضيات إضافة إلى مسايرة التغيرات الاجتماعية .

واستجابة لذلك يأتي هذا الكتاب « كتاب التمارين للصف الثاني الثانوي القسم الأد بي »كحلقة ضمـــن سلســـلة متكامـلة من التطوير علـــى مستوى المرحلتـين : الأساسيـة (١– ٩) والثانوية مـــن (الأول الثانوي إلى الثالث الثانوي) .

لقد عُرضت التمارين في تماسك وتكامل وفق تسلسل علمي ونفسي تربوي ومراعاة للفروق الفردية تم تقديم المادة الدراسية في الكتاب المدرسي بأسلوب سلس واضح لاغموض فيه ولاتعقيد ، حيث أوردنا قدراً كافياً من الأمثلة بعد العرض النظري وأتبعنا ذلك بعدد من التمارين والمسائل آملين إتاحة فرص كثيرة للتعامل مع المادة ليكون الطالب محور التعلم معتمداً على النشاط ويكون النشاط بدافع ذاتي محققاً بذلك الأهداف الوجدانية وبعد ذلك جاءنا كتاب التمارين ليعطي المزيد من التمارين ويفي بالمزيد من الأنشطة حتى يمكن تحقيق أهداف المادة بشكل جيد .

ومقارنة بالكتب السابقة فإن كتاب التمارين المرافق للكتاب المدرسي ، ودليل المعلم يهتم اهتماماً كبيراً بالمفاهيم الأساسية إلى جانب تقديمه معارف سليمة ومراعاته انسجام الموضوعات مع عمليات التعلم الطبيعي للطلبة كما تحفز المدرسين على ابتكار أساليب تدريس جديدة بما يضمن لطلبتهم تعلماً فاعلاً .

ومن أهم أهداف وزارة التربية والتعليم أن يظل التطوير في نمو وتطور مستمرين، بمتابعة كل جديد في تدريس الرياضيات وهذا لايتأتى إلا بالاستفادة من واقع التطبيق في الميدان التدريسي . فإذا راعينا كل المبادئ المذكورة أعلاه بقدر ما وفقنا المولى عز وجل بإعد اد هذه المواد التربوية في ضوء استراتيجيات تهدف إلى تقديم الأجود ، مادة وطريقة . . فإننا ننظر بشوق بالغ أن يوافينا كافة ذوي العلاقة بملاحظاتهم بغية الاستفادة منها .

نسأل المولى العلي القد ير أن نكون قد وفقنا في كل ما نصبو إليه فهو ولي التوفيق والهادي إلى سواء السبيل .

المؤلفون

el-online.net

المحتويات

الموضوع		الصفحة
الوحدة الأولى : المتتاليات		٦
١ – ١	المتتاليات	٦
١ – ٢	المتتاليات الحسابية	٦
١ – ٣	مجموع المتتالية الحسابية	٦
١ – ٤	المتتالية الهندسية	٧
١ – ٥	مجموع المتتالية الهندسية	٨
	تمارين متنوعة	٨
	اختبار الوحدة	١٠
الوحدة الثانية : اللوغاريتمات		١١
٢ – ١	مفهوم اللوغاريتمات واهميته	١١
٢ – ٢	قواعد اللوغاريتمات	١٢
٢ – ٣	اللوغاريتمات الإعتيادية	١٢
٢ – ٤	اللوغاريتمات الطبيعية	١٣
	تمارين متنوعة	١٤
	اختبار الوحدة	١٥
الوحدة الثالثة : المصفوفات والمحددات		١٧
٣ – ١	المصفوفات	١٧
٣ – ٢	العمليات على المصفوفات	١٧
٣ – ٣	المحددات	١٩
٣ – ٤	حل نظام المعادلات من الدرجة الأولى	٢١
	تمارين متنوعة	٢٢
الوحدة الرابعة : المشتقات		٢٤
٤ – ١	نهاية	٢٤
٤ – ٢	المشتقات	٢٤
٤ – ٣	قواعد إيجاد المشتقات	٢٥
٤ – ٤	مسائل تطبيقية	٢٦
	تمارين عامة	٢٧
	اختبار الوحدة	٣١

el-online.net

١ : ١ المتتاليات

[١] اكتب الخمسة الحدود الأولى لكل من المتتاليات التالية :

أ) $ح_د = ٤د - ١$ ، ب) $ح_د = \frac{٢د}{١ + د٢}$ ، ج) $ح_د = \frac{٢ د}{١ + د٢}$

[٢] أوجد الحد العام لكل من المتتاليات التالية (إن أمكن) :

أ) $< ٢ ، ٠ ، -٢ ، ... >$ ب) $< ٧ ، ٧ ، ٧ ، ... >$

ج) $< ٧ ، ١١ ، ... >$

١ : ٢ المتتاليات الحسابية

[٣] أوجد الحد التاسع لكل من المتتاليات الحسابية التالية :

أ) $< ٤ ، -\frac{١}{٢} ، -٥ ، ... >$ ب) $< -٦ ، -٩ ، -١٢ ، ... >$

ج) $< ١ ، ١,٥٢ ، ٢,٠٤ ، ... >$

[٤] اكتب الحد العام لكل من المتتاليات المذكورة في السؤال الثالث .

[٥] أدخل أربعة أوساط عددية بين كل من الأعداد التالية بحيث تكون متتالية حسابية

أ) ٧ ، ١٧ ، ب) -١ ، -٦ ، جـ) ٣,٥ ، $-١٦,٥$.

١ : ٣ مجموع المتتالية الحسابية

[٦] أوجد مجموع الثمانيةالحدود الأولى لكل من المتتاليات المذكورة في السؤال الثالث .

[٧] أوجد مجموع الحدود الأربعة الأولى لكل من المتتاليات الحسابية التالية إذا علم أن :

أ) $ح_٣ = ٥$ ، $ح_٧ = ٢١$ ب) $ح_٢ = \frac{١٣}{٢}$ ، $ح_٨ = \frac{١٩}{٢}$

ج) $ح_١ = -\frac{٥}{٣}$ ، $ح_{١٠} = -\frac{٢}{٣}$

el-online.net

[٨] اكتب المتتالية < ح ن > إذا كان حدها العام :

$$ح_{ن} = \begin{cases} ٤ ن^{٣} - ١ & ، \quad ن \text{ عدد زوجي} \geq ٨ \\ ٦ ن^{٣} + ٥ن + ٣ & ، \quad ن \text{ عدد فردي} \geq ٩ \end{cases}$$

[٩] أوجد أساس كل من المتتاليات الحسابية التالية :

أ) $< \frac{١}{٢} ، \frac{٣}{٤} ، ١ ، \ldots >$

ب) $< \frac{-٣}{٤} ، \frac{١}{٥} ، \frac{٢٣}{٢٠} ، \ldots >$

ج) < ١٤ ، ٦ ، −٢ ، ... >

[١٠] أوجد الحد العاشر للمتتالية الحسابية إذا كان الحد العام لها يساوي $٧ ن^{٣} + ٩ ن + ١$

[١١] أوجد مجموع الخمسة عشر حداً الأولى لكل من المتتاليات الحسابية التالية إذا علمت أن: أ) $أ = -\frac{١}{٧}$ ، د = ٤ ، ب) أ = ٤ ، $د = -\frac{١}{٥}$

ج) أ = −١٤ ، د = −٣ .

[١٢] أوجد مجموع كل من المتتاليات الحسابية التالية :

أ) < −٥ ، ١ ، ٧ ، ... ، ١٩ >

ب) < ١٤ ، ١٤,٥ ، ١٥ ، ... ، ٨٥ >

ج) $< -\frac{١}{٢} ، -\frac{١}{٤} ، ٠ ، \ldots ، ٤ >$

١ : ٤ المتتالية الهندسية

[١٣] اكتب الخمسة الحدود الأولى لكل من المتتاليات الهندسية التالية إذا علمت أن :

أ) أ = ٠,٥ ، ر = ٣,٥ ، ب) أ = ٢ ، $ر = \frac{١}{٤}$

ج) أ = −٥ ، ر = −٢

el-online.net

[١٤] أوجد الحد الثامن لكل من المتتاليات الهندسية التالية :

أ) < ٦ ، ٢ ، $\frac{٢}{٣}$ ، ... >

ب) < −١٠ ، ٥ ، $-\frac{٥}{٢}$ ، ... >

جـ) < ٤ ، −١٢ ، ٣٦ ، ... >

١ : ٥ مجموع المتتالية الهندسية

[١٥] أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى لكل من المتتاليات المذكورة في السؤال [١٤] .

[١٦] أوجد أساس كل من المتتاليات الهندسية التالية :

أ) < ٨ ، ٤ ، ٢ ، ... > ب) < ٩ ، −٣ ، ١ ، ... >

جـ) < $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{١٦}$ ، ... >

[١٧] أوجد الحد السابع لكل من المتتاليات المذكورة في السؤال [١٦] .

[١٨] اكتب الحد الثامن للمتتاليات الهندسة التالية والتي فيها :

أ) أ = ٧ ، $ح_{٤}$ = ٥٦ ، ب) $ح_{٣}$ = ٣ ، $ح_{٦}$ = $\frac{١}{٩}$ ،

جـ) $ح_{٥}$ = ٣٢ ، $ح_{٩}$ = ٨١٩٢ .

[١٩] متتالية هندسية مجموع حديها الثالث والسادس = ٤,٥ ومجموع حديها الخامس والثامن = ١٨ فأوجد حدها الأول وأساسها ، ثم أوجد مجموع الثمانية حدود الأولى منها ؟

تمارين عامة

[١] أكتب الخمسة الحدود الأولى لكل من المتتاليات التالية :

$ح_{ن}$ = ٦ $ن^{٣}$ − ١٥ ن + ١ .

el-online.net

[٢] أوجد الحد العام لكل من المتتاليات التالية :

< ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ... > < ٢ ، ٨ ، ٣٢ ، ... >

[٣] أوجد الحد التاسع للمتتالية التالية : < ٤ ، ٣,١٢٥ ، ٢,٢٥ ، ... >

[٤] أدخل أربعة أوساط عددية بين : $\frac{١}{٢}$ ، ١٨ .

[٥] أوجد مجموع الحدود الأربعة الأولى لكل من المتتالية الحسابية التالية إذا علم أن :

$ح_٥ = ١٦$ ، $ح_٩ = ١٥$.

[٦] أوجد أساس كل من المتتاليات التالية :

< ٢,٩ ، ٤,٤ ، ٥,٩ ، ٧,٤ ، ... > .

< ١ ، ٠,١ ، ٠,٠١ ، ... > .

[٧] أوجد مجموع الستة عشر حداً الأولى لكل من المتتالية التالية إذا علمت أن :

$أ = ٠,٢$ ، $د = ٠,٢٥$.

[٨] أوجد مجموع المتتالية الحسابية التالية : < ١٠ ، $\frac{٨٩}{٩}$ ، $\frac{٨٨}{٩}$ ، ... ، ٦ > .

[٩] اكتب الخمسة الحدود الأولى للمتتالية الهندسية التالية إذا علمت أن :

$أ = \frac{١}{١٣}$ ، $ر = ٢٦$.

[١٠] أوجد الحد الثامن للمتتالية الهندسية التالية : < $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٥}{٤}$ ، $\frac{٢٥}{٨}$ ، ... > .

[١١] اكتب الحد الثامن للمتتالية الهندسية التالية والتي فيها :

$ح_٤ = \frac{٣}{٢٥}$ ، $ر = \frac{١}{٥}$.

el-online.net

اختبار الوحدة الأولى

أجب عن جميع الأسئلة التالية :

[س١] أ) عرف المتتالية الحسابية .

ب) أدخل أربعة أوساط عددية بين العددين ٣ ، ٨ بحيث تكون متتالية حسابية .

[س٢] أ) اكتب الأربعة حدود الأولى من المتتالية التي حدها العام :

$$ح_{د} = \frac{٤ د - ١}{٥ د} .$$

ب)أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية : $ح_{د} = \langle ٦ ، ٤ ، ٢ ، ٠ ، ... \rangle$.

[س٣] أثبت أن مجموع $د$ حداً الأولى لمتتالية حسابية هو :

$$ح_{د} = \frac{د}{٢} [٢ ا + (د - ١) د] .$$

حيث $د$ عدد الحدود ، $ا$ حدها الأول ، $د$ أساسها .

[س٤] أ) أوجد الحد السادس من المتتالية : $ح_{د} = \langle ٩ ، ٣ ، ١ ، ... \rangle$.

ب) أوجد مجموع الحدود الخمسة الأولى من متتالية هندسية حدها الأول $ا = ٨$ ، وأساسها $ر = -\frac{١}{٣}$.

el-online.net

مسائل وتمارين

فيما يلي تمارين ومسائل ، وبحسب البنود لموضوعات كتاب الطالب ، المكونة لمحتوى الوحدة الثانية .

٢ : ١ مفوم اللوغاريتم وأهميته

■ ١ لأي نقطة د (س ، ص) ∈ ح من بيان الدالة الأسية بالصورة :

د (س) = $٣^{س}$ ، ∀ س ∈ ح . ارسم بيان الدالة ، ومن الرسم أوجد ما يلي :

أ) لوغاريتم الأعداد : ١ ، ٣ ، ٩

ب) أوجد الأعداد المقابلة للوغاريتمات التالية : صفراً ، ١ ، ٢ ، ٣

جـ) عبر عن إحداثي النقاط التالية بالصيغة الأسية واللوغاريتمية :

(٣ ، ٢٧) ، (−١ ، $\frac{١}{٣}$) ، (−٢ ، $\frac{١}{٩}$) ، (−٣ ، $\frac{١}{٢٧}$)

■ ٢ إذا كانت الدالة : د(س) = $٤^{س}$ ، ∀ س ∈ ح ، فأكمل ما يلي :

أ) (... ، ١) ، ($\frac{١}{٢}$ ، ...) ، (٢ ، ...) ، (−٢ ، ...)

ب) لو$_{٤}$ د(س) = س ⇔ ... = $٤^{س}$ ، ∀ س ∈ ....

جـ) لو$_{٤}$ ١٦ = ٢ ⇔ $٤^{٢}$ = ... = ... لو$_{٤}$ ٤

■ ٣ إذا علمت أن : لو٢ = ٠,٣٠١٠ ، لو٣ = ٠,٤٧٧١ ، فأوجد قيمة كل من :

أ) لو٠,٣ ب) لو $\frac{٥}{٦}$ جـ) لو٠,٠٢

el-online.net

٢ : ٢ قواعد اللوغاريتمات

■ ١ أثبت أن :

أ) $لو_{٤}١٦ + لو_{٤}٦٤ = لو_{٤}١٠٢٤$

ب) $لو_{٣}\frac{٢١٨٧}{٨١} = لو_{٣}٢١٨٧ - لو_{٣}٨١$

جـ) $لو_{٣}\frac{٢٥٦}{٣} + ٣\ لو_{٣}\frac{٥}{٣} + لو_{٣}\frac{٨١}{٣٢} = ٣$

د) $لو_{٢}\frac{١}{٦٤} = -٦$

■ ٢ برهن أن : لو (س + ١) + لو(س – ١) = لو$_{س}$

٢ : ٣ اللوغاريتمات الاعتيادية (العشرية)

■ ١ أكمل ما يلي :

أ) إذا كانت س > ٠ ، فإن : لوس ...

ب) إذا كانت ٠ < س < ١ ، فإن : لوس ...

جـ) إذا كانت ١ ≥ س ≥ ١٠ ، فإن : لوس...

د) إذا كانت س < ١٠ ، فإن : لوس ...

■ ٢ إذا كان : لو٣٥ = ١,٥٤٤١

أ) أثبت أن : لو٣,٥ = ٠,٥٤٤١

ب) قارن بين قيمة (لو٣,٥) مع قيمة (لو٣٥٠) ماذا تلاحظ ؟

■ ٣ أوجد العدد الناتج من لوغاريتم كل من الأعداد التالية :

٣,٥٤٧ ، ٥٧٠,٣ ، ١٣٥٤٢ ،

٠,٢٠٠٣ ، ١٣,٢٥ ، ١,٠٠٠٤ ، ١٠,٠٥

el-online.net

■ ٤ أوجد لوغاريتمات الأعداد التالية باستخدام الآلة الحاسبة :

١,٥ ، ٢,٤٧ ، ٥٤٣ ، ١٠٨٦ ، ٣

٢ : ٤ اللوغاريتمات الطبيعية

■ ١ باستخدام تعريف اللوغاريتم الطبيعي ، والآلة الحاسبة لإجراء الحسابات :

أ) رتب المقادير التالية ترتيباً تصاعدياً :

$(٢,٦٤٣)^{٣}$ ، $\sqrt[٥]{(١٢,٣١)^{٣}}$ ، $\left(\frac{١}{٠,٩٨٤٣}\right)^{٣}$

ب) أوجد لوغاريتم كل من : $\log_{٧}٥$ ، $\log_{٤}٣$ ، $\log_{٠,٥}١٦$

■ ٢ أوجد العدد المقابل للوغاريتمات التالية :

لط س = ٥,٨٧٧٧ ، لط ص = ٢

■ ٣ إذا كان لط ٤٥ = ٣,٨٠٦٦٦٢٤٩ ، فأوجد لط ٤٥٠ ، لط٤,٥ ، لط٠,٤٥ دون استخدام الآلة الحاسبة .

(٢ - ٥) تطبيقات اللوغاريتمات :

■ ١ أوجد قيمة س فيما يلي :

أ) $٥^{س+١} = ٣^{س-١}$ ، (ب) $٢^{س} = ٢٩$

جـ) $\log_{٤}$ س = −١ ، (د) $\log_{س}٤ = \frac{٢}{٥}$

■ ٢ برهن أن :

أ) $\frac{(١٠,٤٨)^{٣}}{(٠,٠٣٨)^{٢} \times ١٠٠,٥٧} = ٧٩٢٥,٨٩٣$

■ ٣ إذا كان حجم الهرم الذي قاعدته مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه (ل) يعطى بالقانون : ح = $\sqrt{\frac{١}{١٢}}$ ل^{٢} • ع ، حيث (ع : الارتفاع) فأحسب قيمة ل عندما : ح = ٢٦٨,٤ سم^{٣} ، ع = ٢٥,٠٣ سم باستخدام قواعد اللوغاريتمات .

el-online.net

تمارين عامة

[١] أ ، ب ، ن ، م ∈ ح$_+^*$ فأكمل ما يلي ، بحيث يكون التقرير الناتج صائباً.

أ) أ$^{\text{لو}_{\text{أ}}}$ = ... ⇔ لو$_{\text{أ}}$ ... = صفراً ، أ ≠ ...

ب) لو$_{\text{ب}}$ ب = ... ، ∀ ب ≠ ...

جـ) لو$_{\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)}$ د = ... ، ب ≠ ...

د) لو$_{\text{أ}}$ (لو ب) = ...

هـ) إذا كان م$^{\text{أ}}$ = ب ، فإن لو$_{\text{م}}$ ... = ... ، م ≠ ...

و) لو$_{\text{م}}$ أب = ... ، م ≠ ...

ز) لو$_{\text{م}}$ أ$^{\text{د}}$ = ... ، ∀ د ∈ ... ، م ≠ ...

ح) أ$^{\text{لط}_{٩}}$ = ... ، ∀ أ ≠ ...

[٢] إذا كان : لو ٦٨,٢٦ = ١,٤٦٢٣ فأحسب :

أ) لو٦٨٢٦ ، ب) لو٦٨٢,٦

جـ) لو٠,٦٨٢٦ ، د) لو٦,٨٢٦

هـ) لو٠,٠٦٨٢٦ ، و) لو ٠,٠٠٦٨٢٦

[٣] أثبت أن : لو٣,٤٣ + لو١٢٥ − ٣ لو١,٤ + لو٠,٦٤ = ٢

[٣] استخدم الآلة الحاسبة في إيجاد قيمة المقادير التالية :

أ) $\frac{٠,٣٢٤ \times ٧١,٤٥}{(٢,١٥٣)^{٣}}$

ب) $\frac{(١٢,٤٣)^{٢} \sqrt[٣]{٠,٠٠٩٨}}{(٣,٢٢)^{٣}}$

el-online.net

[٥] أثبت أن : لو $\sqrt{(س+١)^{٢}}$ = لو (س + ١)

[٦] إذا كان نصف قطر قاعدة اسطوانية دائرية قائمة يتعين بالقانون : نق = $\sqrt{\frac{ح}{ع\pi}}$ ،

حيث ع : الارتفاع ، π = ٣,١٤١٦ ، ح : حجم الاسطوانة ، فاحسب قيمة نق إذا كان ح = ٤٨٢,٣ سم^{٣} ، ع = ١٢,٤٢سم .

[٧] إذا كان : لو٢ س = ٧ فأثبت أن : لط س ≃ ٤,٨٥٢٠٣

اختبار الوحدة

[١] أثبت أن :

أ) لو$_{أ}$ $\frac{١}{ب}$ = − لو$_{أ}$ ب ، $\forall$ أ ≠ {٠ ، ١} ، ب ≠ ٠

ب) لو$_{٢}$ ١٠^{٥} = لط هـ^{٥} = لو$_{٢}$ ٣٢

جـ) لو $\frac{١}{١٠}$ = −١

[٢] أوجد العدد المقابل للوغاريتمات التالية :

أ) لو س = ٢,٥٥٢٧

ب) لط س = ٥,٨٧٧٧

[٣] العبارات التالية خطأ ــ أعد كتابتها بالصيغة الصحيحة :

أ) إذا كان إحداثي النقطة د (٢ ، ٨) ، فإن : لو$_{٨}$ ٢ = ٣

ب) إذا كان : لو$_{٣}$ ١٣ ، فإن قاعدة تغيير أساس اللوغاريتم إلى لوغاريتم طبيعي يعبر عنها بالصيغة : لو ١٣ = لط ١٣ − لط٣

جـ) $\frac{١}{د}$ لط هـ د = د ، $\forall$ د ∋ ح*

د) إذا كان لو س = −٣ ، فإن س$^{-٣}$ = ١٠

el-online.net

هـ) $\frac{1}{م}$ لو$_{ا}$ ا^{م} = ٢ ، $\forall$ م $\in$ ح

و) لو $\frac{1}{٢}$ = لو٢ − لو١ = لو٢

ز) لوه = $\frac{\text{لط ١٠}}{\text{لط ه}}$

ح) إذا كان طول ضلع مربع (س) بالسنتيمتر ، وكانت لط س = ٤,٦٠٥١٧ ، فإن مساحته ≃ ٣١٥سم^{٢} .

[٤] استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة المقادير التالية :

أ) $\sqrt[٥]{٧١,٣٢}$

ب) $\left[\frac{٧ + \sqrt[٧]{٠,٠٠٣٨}}{٢,٦٥}\right]^{\frac{١}{٧}}$

[٥] إذا كانت ص = ٢^{س} فأوجد لوغاريتم الأعداد التالية :

أ) ٢^{٠,٤}

ب) $\sqrt[٤]{٢}$

جـ) ٢^{٠,٢٥} × ٢$^{-١,٢٥}$

د) $\frac{١}{\sqrt[٨]{}}$

el-online.net

تمارين عامة

١ – تمارين البند (٣ – ١) :

١ – تأكد من تساوي المصفوفتين في الحالات الآتية :

أ) $\underline{أ} = \begin{bmatrix} \frac{٤}{٥} & ٢ & -١ \\ ٣ & ١ & ٠ \\ ٤ & ٠ & \frac{١}{٢} \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} \frac{١٢}{١٥} & ٢ & \frac{-٣}{٢} \\ \frac{١٢}{٤} & ١ & ٠ \\ \frac{٨}{٢} & ٠ & \frac{١}{٢} \end{bmatrix}$

ب) $\underline{س} = [\ ٢ \quad ٣ \quad ٥\ ]$ ، $\underline{ص} = \begin{bmatrix} ٢ \\ ٣ \\ ٥ \end{bmatrix}$

جـ) $٢\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٨ & ٣ & س \\ -١ & ٢ & ٢ \\ ٢ & ٧ & ٥ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١٦ & ٦ & ٤ \\ ٨ & ١٢ & ٠ \\ ٤ & ١٤ & ١٠ \end{bmatrix}$

٢ – أوجد قيمة كل من أ ، ب ، جـ ، س ، ص ، ع في المساواة التالية :

$$\begin{bmatrix} س + ٣ & ٢ص - ٨ & ع + ٢ \\ أ + ١ & ٤س - ٦ & ٠ \\ ب - ٣ & ٣ب & ٤ + ٢جـ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & -٦ & ٣ع - ٢ \\ -٣ & ٢س & ٢جـ + ٢ \\ ٢ب + ٤ & -٢١ & ٠ \end{bmatrix}$$

٢– تمارين البند (٣ – ٢) :

١ – احسب ما يلي إن أمكن ، ووضح السبب إذا تعذر إجراء العملية :

أ) $\begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٤ & ٥ & ٦ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١ & -١ & ٢ \\ ٠ & ٣ & ٥ \end{bmatrix}$

el-online.net

ب) $\begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٣- \\ ٠ & ٤- & ١ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ١ & ٢- \end{bmatrix}$

جـ) $\begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٣- & ٤ \\ ٠ & ٥- & ١ & ١- \\ ٣ & ٤ & ٧ & ٨ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٣ & ٠ & ٤ & ٢ \\ ٨ & ٤- & ٣ & ١ \\ ٦ & ٣ & ٢ & ٠ \end{bmatrix}$

د) $\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٧ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١ \\ ٣- \end{bmatrix}$

هـ) $\begin{bmatrix} ٠ & ٣- \\ ٥ & ٢- \\ ٣ & ٣ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٣ & ٠ \\ ٥- & ٢ \\ ١- & ٣- \end{bmatrix}$

و) $\begin{bmatrix} ٤ & ٨ & ٣ \\ ٧ & ١ & ٠ \\ ٣ & ٢ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١ & ٣ & ٤ \\ ٥ & ٤ & ٢ \\ ٠ & ٣ & ٤ \end{bmatrix}$

ز) $\begin{bmatrix} ٤ & ٣ & ٢ & ١ & ٥ \\ ٠ & ١- & ٣ & ٢ & ١ \\ ٣ & ٥ & ٧ & ٦ & ٢ \\ ١- & ١- & ٥- & ٤ & ١ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ٣ & ٠ & ٢ & ١ \\ ١- & ٢ & ٦ & ٥ \\ ٧ & ٣ & ٤- & ٣ \\ ١ & ٨ & ٥- & ٣ \end{bmatrix}$

٢ – إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & ٣- & ٤ \\ ٠ & ٢ & ١ \end{bmatrix}$، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٢- & ٠ \\ ٥ & ١ & ٢ \end{bmatrix}$، $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٣- & ٠ & ٥ \\ ٢ & ١ & ٣ \end{bmatrix}$

فأوجد قيمة كل من :

أ) $\underline{أ} + \underline{ب}$ ، $\underline{ب} + \underline{جـ}$.

ب) $٢\underline{أ} - ٣\underline{جـ}$.

جـ) $٣\underline{أ} + ٤(\underline{ب} + \underline{جـ})$.

el-online.net

٣ – إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٠ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٤ & ١- & ١- \end{bmatrix}$ ، $\underline{جـ} = \begin{bmatrix} ٣ & ١ \\ ٤ & ١- \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$

$\underline{د} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ & ٤ \\ ٠ & ١ & ٢ \\ ٠ & ١- & ١ \end{bmatrix}$ ، $\underline{هـ} = \begin{bmatrix} ٣ & ١- \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$

فأوجد قيمة كل من :

أ) $\underline{أ} \cdot \underline{ب}$ ، $\underline{د} \cdot \underline{جـ} + \underline{جـ}$ ، $(\underline{د} \cdot \underline{جـ})\underline{ب}$.

ب) ٢ ب ، $-٥\underline{هـ} + \underline{أ}$.

جـ) $٣\underline{جـ} \cdot \underline{ب} + ٤\underline{د}$ ، $٢\underline{هـ} \cdot \underline{أ} - ٣\underline{ب} \cdot \underline{جـ}$.

٤ – إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ١ & ٠ \\ ٣- & ٤ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ١ & ٢- & ٥- \\ ٣ & ٤ & ٠ \end{bmatrix}$

فأوجد قيمة كل من:

■ ١ $\underline{أ} \cdot \underline{ب}$ ، $\underline{ب} \cdot \underline{أ}$.

■ ٢ $\underline{أ}^{ـ}$ ، $\underline{ب}^{ـ}$ ، $\underline{أ} \cdot \underline{ب}^{ـ} + \underline{ب}$.

■ ٣ $٣\underline{أ} \cdot \underline{ب}^{ـ} + \underline{أ} \cdot \underline{ب}$ ، $\underline{أ} \cdot \underline{أ}^{ـ} + \underline{ب} \cdot \underline{ب}^{ـ}$ ، $\underline{أ}^{ـ} \cdot \underline{أ} + \underline{ب}^{ـ} \cdot \underline{ب}$.

■ ٤ هل $\underline{أ} \cdot \underline{ب} = \underline{ب} \cdot \underline{أ}$ ؟

٢- تمارين البند (٣ – ٣) :

١ – أوجد ناتج المحددات التالية:

أ) $\begin{vmatrix} -١ & ٦ \\ ٠ & ٤ \end{vmatrix}$ ، ب) $\begin{vmatrix} أ - ب & ب \\ ب & أ + ب \end{vmatrix}$

جـ) $\begin{vmatrix} \sqrt{٢أ} & \sqrt{أب} \\ \sqrt{أب} & \sqrt{٢أ} \end{vmatrix}$ ، د) $\begin{vmatrix} ١ & ٢ & -٣ \\ -٢ & ٥ & -٦ \\ ٣ & ٧ & ١١ \end{vmatrix}$

el-online.net

هـ) $\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٤ & ١٠ & ٨ \\ ٢ & ٣ & ٥ \end{vmatrix}$ ، و) $\begin{vmatrix} \frac{٣}{٨} & \frac{١}{٢} \\ -\frac{١}{٤} & ٥ \end{vmatrix}$

ز) $\begin{vmatrix} ٤٦ & ٦٣ & ٩٦ \\ ١٨ & ١٩ & ٢٠ \\ ٧٤ & ١٠٧ & ١٧٢ \end{vmatrix}$ ، ح) $\begin{vmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٨ & ٩ & ١٠ \\ ٧ & ١٢ & ١١ \end{vmatrix}$

٢ – تحقق من صحة ما يلي :

أ) $\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٣ \\ ٥ & ٠ & -٧ \\ -٥ & ٠ & ٨ \end{vmatrix}$ = صفراً ، ب) $\begin{vmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٣ & ٩ & ٣ \\ ٧ & ١٥ & ٧ \end{vmatrix}$ = صفراً

جـ) $\begin{vmatrix} ٣ & -٥ & ٨ \\ ٠ & ٨ & ٧ \\ -٢ & ١٥ & -٥ \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} ٣ & -٥ & ٨ \\ ٠ & ٨ & ٧ \\ -٢ & ١٥ & -٥ \end{vmatrix}$

د) $\begin{vmatrix} ٢ & ٤ & ٧ \\ ٨ & ٥ & ٩ \\ ٣ & ٠ & -٦ \end{vmatrix} = ٣ \begin{vmatrix} ٢ & ٤ & ٧ \\ ٨ & ٥ & ٩ \\ ١ & ٠ & -٢ \end{vmatrix}$

هـ) $\begin{vmatrix} أ & ب & جـ \\ ٠ & ء & جـ \\ ٠ & ٠ & هـ \end{vmatrix}$ = أ ء هـ .

٣ – لتكن $|\underline{أ}| = \begin{vmatrix} ٢ & ٤ & ٣ \\ ٠ & ٣ & -١ \\ ٥ & ٢ & ١ \end{vmatrix}$ أوجد $|\underline{أ}|$ ، ثم استخدم قاعدة ساروس لإيجاد ناتج المحددة $|\underline{أ}|$.

el-online.net

٤ – أوجد قيم س فيما يأتي :

أ) $\begin{vmatrix} س & ٠ & ١ \\ ٠ & س & ٠ \\ ١ & ٠ & س \end{vmatrix}$ = صفراً ب) $\begin{vmatrix} ١ & -٣ & ١ \\ ٤ & ٧ & س \\ ٠ & ٢ & ٢ \end{vmatrix}$ = صفراً

٥ – أثبت أن $\begin{vmatrix} ١ & أ & أ^{٢} \\ ١ & ب & ب^{٢} \\ ١ & جـ & جـ^{٢} \end{vmatrix}$ = (أ – ب) (ب – جـ) (جـ – أ)

٢- تمارين البند (٣ – ٤) :

[١] حل باستخدام المحددات أنظمة المعادلات الآتية :

أ) $\begin{matrix} ٣س - ٣ص = ٤ \\ س + ٤ص = ٢ \end{matrix}$ ب) $\begin{matrix} ٣س + ٤ص - ١٢ = ٠ \\ -٤س - ١٢ = -٥ص \end{matrix}$

جـ) $\begin{matrix} ٥س - ٣ص = ٣٠ \\ ٧س + ٢ص = ١١ \end{matrix}$ د) $\begin{matrix} س + ص + ١ = ٠ \\ ٦س + ٧ص + ٦ = ٠ \end{matrix}$

هـ) $\begin{matrix} ص = ٢ \\ ٥س - ص = ٤ \end{matrix}$ و) $\begin{matrix} ٨ص - س = ٠ \\ ٢س + ٤ص = ٦ \end{matrix}$

[٢] حل باستخدام المحددات أنظمة العادلات الآتية :

أ) $\begin{matrix} س + ص + ع - ٦ = ٠ \\ ٢س + ص - ٢ع + ٢ = ٠ \\ س + ص - ٣ع + ٦ = ٠ \end{matrix}$ ب) $\begin{matrix} س - ٢ص + ٣ع = ٤ \\ ٢س + ص - ٣ع = ٥ \\ ٣س - ٣ص + ٣ع = ٧ \end{matrix}$

جـ) $\begin{matrix} ٢س_{١} - س_{٢} + ٣س_{٣} = ٢ \\ س_{١} + س_{٢} - ٥س_{٣} = ٧ \\ ٣س_{١} - ٢س_{٢} + س_{٣} = ١ \end{matrix}$ د) $\begin{matrix} ٢س - ٣ص + ٤ع = -١ \\ -س + ص - ٢ع = ٣ \\ ٦ص + ٥ع = -٤ \end{matrix}$

el-online.net

س + ٣ ص + ٧ع – ٤ = ٠ — – ص + ٤٢ = ٢

هـ) ٣ س + ٢٦ص – ٢ع – ٩ = ٠ — و) ٢ س + ٣ ص = ٤

٧س + ٢ ص + ١٠ع – ٥ = ٠ — ٤ س + ٦ ع – ٢ص = ٠

٣ ع + س = ٥ ص – ١

ز) ٨ س – ع = ٤

٢ ص + ع = ٦

تمارين عامة

[١] احسب :

$$٣\begin{bmatrix} ٢ & -٥ & ١ \\ & & \\ ٣ & ٠ & -٤ \end{bmatrix} - ٢\begin{bmatrix} ٢ & -٥ & ١ \\ & & \\ ٠ & -١ & ٥ \end{bmatrix} + ٤\begin{bmatrix} ٢ & -٥ & ١ \\ & & \\ ١ & -١ & -١ \end{bmatrix}$$

[٢] أوجد قيمة كل من س ، ص ، ع ، ل ، إذا كانت :

$$٣\begin{bmatrix} س & ص \\ & \\ ع & ل \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س & ٦ \\ & \\ -١ & ٢ل \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٤ & س+ص \\ & \\ ٣ & ع+ل \end{bmatrix}$$

الإجابة هي: س = ٢ ، ص = ٤ ، ع = ١ ، ل = ٣

[٣] لتكن $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ & \\ ٤ & -٣ \end{bmatrix}$ ، فأوجد قيمة متعددة الحدود د (أ) إذا كانت :

د (س) = ٢ $س^{٣}$ – ٤ س + ٥

[٤] إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ & -٢ & ٢ \\ & & \\ ٠ & ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ & ٠ & ١ \\ ٥ & -١ & -٤ & ٢ \\ -١ & ٠ & ٠ & ٣ \end{bmatrix}$

أوجد : ١ ■ $\underline{أ} \bullet \underline{ب}$ ، ٢ ■ $\underline{أ}^{ك}$ ، ٣ ■ $\underline{أ}^{ك} \bullet \underline{ب}$

el-online.net

[٥] أ) أوجد قيم ك التي تجعل قيمة $\begin{vmatrix} ك & ك \\ ٤ & ٢ك \end{vmatrix}$ = ٠

ب) أوجد قيمة كل من : $|\underline{س}| = \begin{vmatrix} ٢ & -٣ & ٤ \\ ١ & ٢ & -٣ \\ -١ & -٢ & ٥ \end{vmatrix}$ ، $|\underline{ص}| = \begin{vmatrix} ا - ب & ب \\ ب & ا + ب \end{vmatrix}$

[٦] باستخدام المحددات . أوجد :

أ) قيم س ، ص في النظام : ا س – ٢ ب ص = جـ حيث إن : ا ≠ ٠ ، ب ≠ ٠

٣ ا س – ٥ ب ص = ٢ جـ

ب) حل المعادلتين : ٦ س$_{١}$ – ٣ س$_{٢}$ = ٣

– ٢ س$_{١}$ + ٢ س$_{٢}$ = – ١

[٧] عبر عن محددة المصفوفة من الرتبة (٣ × ٣) باستخدام العناصر ا ، ب ، جـ ، ثم أوجد محددات الرتبة الثانية من خلال :

أ) العمود الأول والعنصر الأول . ب) العمود الثاني والعنصر الأول في العمود .

جـ) العمود الثالث والعنصر الأول في العمود .

[٨] أوجد قيمة المحددة : $|\underline{م}| = \begin{vmatrix} ٢ & ١ & ٤ \\ ٣ + ٥ & ٢ - ٣ & ١ + ٢ \\ ٠ & -٤ & ٢ \end{vmatrix}$

الإجابة = (– ٣٨ – ٨٦) = – ١٢٤

[٩] باستخدام المحددات حل النظام التالي :

أ) ٢ س$_{١}$ + س$_{٣}$ = ٠

٣ س$_{١}$ – ٢ س$_{٢}$ + ٢ س$_{٣}$ = – ٤

٤ س$_{١}$ – ٥ س$_{٢}$ = ٣

ب) س – ٢ ص + ع = ٠

٢ س – ص – ٣ ع = ٠

٥ س + ٧ ص – ٨ ع = ٠

el-online.net

٤ : ١ نهاية الدالة

[١] أثبت صحة كل من النهايات باستخدام التعريف :

أ) $\lim_{س \to ٢} (س^{٢} - ٣ س + ٤) = ٢$

ب) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٢} - ٤}{٤ س + ٨} = ٠$

جـ) $\lim_{س \to ٠} \frac{٥}{٩} = \frac{٥}{٩}$

د) $\lim_{س \to ٣} \sqrt[٣]{س - ٣} = ٠$

هـ) $\lim_{س \to ٠} \frac{(١ - س)^{٣} - ١}{س} = ٣$

و) $\lim_{س \to -٣} \frac{س^{٢} + ٨ س + ١٥}{س + ٣} = ٢$

[٢] أوجد ما يلي :

أ) $\lim_{س \to ٣} (س^{٢} - ٥ س + ٨)$

ب) $\lim_{س \to ٩} \frac{س - ٩}{\sqrt{س} - ٣}$

جـ) $\lim_{س \to ٢} \sqrt[٣]{٣ س^{٤} + س + ٢}$

د) $\lim_{س \to \frac{٣}{٢}} \frac{٨س^{٣} - ٢٧}{٢س^{٢} + ٣س - ٩}$

هـ) $\lim_{س \to \sqrt{٢}} \frac{س^{٤} - ٥س^{٢} + ٦}{س^{٢} - ٢}$

و) $\lim_{هـ \to ٠} \frac{(س + هـ)^{٢} - س^{٢}}{هـ}$

ز) $\lim_{س \to ١} \frac{س + ٣}{٢س^{٢} - ٦ س + ٥}$

ح) $\lim_{س \to ١} -٤$

٤ : ٢ المشتقات

[١] أوجد متوسط التغير لكل من الدوال التالية :

أ) د(س) = $س^{٢} + ٣$ عندما تتغير س من ٣ إلى ٣,١

ب) د(س) = $س^{٣} - ١$ عندما تتغير س من ٠ إلى $\frac{١}{٢}$

el-online.net

جـ) د(س) = س^{٣} + ٢ س عندما تتغير س من ٣ إلى ٤

د) د(ﻫ) = ﻫ^{٣} + ﻫ عندما تتغير ﻫ من ٣ إلى ٥

هـ) د(ل) = $\sqrt{\text{ل} + ٣}$ عندما تتغير ل من ١ إلى −١

[٢] أوجد معدل التغير لما يلي :

أ) د(س) = ٢س + ٣ عند س = ٢

ب) د(س) = س^{٣} − ٥ عند س = ١

جـ) د(س) = س^{٢} + ١ عند س = −٢ ، س = ٢

د) د(ﻫ) = ﻫ^{٣} − ٣ﻫ + ٥ عند ﻫ = ٢

[٣] أوجد باستخدام تعريف المشتقة ما يلي :

أ) د(س) = ٢ − ٣س

ب) د(س) = $\frac{١}{\text{س} + ١}$ ، س ≠ صفراً .

جـ) د(س) = $\frac{٥}{\text{س}^{٢}}$ ، س ≠ −١

د) د(س) = ٢ س^{٢} − س + ٤ ، س ≠ ٠

[٤] أوجد متوسط التغير للدالة ص = س^{٣} حينما تزداد س

أ) من ٢ إلى ٢,١ . ب) من ٢ إلى ٢,٠١

جـ) من ٢ إلى ٢ + Δ س .

٣ : ٤ قواعـد إيجـاد المشتقـة

[١] أوجد المشتقة الأولى لكل مما يأتي :

أ) د(س) = س^{٤} . ب) د(س) = ٨ س^{٣}

جـ) د(س) = س^{٦} − ٣ س^{٤} + $\frac{١}{٣}$ س^{٣} − ١

د) د(س) = (س + ١) (٢ س − ١)

el-online.net

هـ) د (س) = $\frac{٢ س}{س - ٢}$ ، س ≠ ٢

و) د (س) = (س + ١)^{٣}

[٢] أوجد المشتقة الأولى لكل مما يلي عند النقاط المحددة قرين كل منها :

أ) د(س) = $\frac{٥}{س^{٢} + ٩}$ عند س = ٠

ب) د(س) = $\frac{-٢}{س^{٢} + ٣}$ عند س = ١

جـ) د(س) = (س^{٢} − س − ١)^{٢} عند س = ٢

د) د(س) = (س + ١) (س^{٢} + ٦) .

[٣] أوجد النقاط على المنحنى ص = س^{٣} − ٦ س^{٢} + ٩ س + ٥ التي تكون عندها $\frac{د ص}{د س}$ = ٠

[٤] إذا كانت د(س) = س^{٢} . أثبت أن : د$^{-}$(س) = ٢ س

٤ : ٤ مسائل تطبيقية

[١] أوجد معادلة المماس للدوال التالية عند النقاط قرين كل منها :

أ) ص = ٢ س + ١ . ، عند س = $\frac{١}{٢}$

ب) ص = ٣ س^{٣} − ٢ س^{٢} ، عند س = ١

جـ) ص = $\frac{١}{س - ١}$ حيث س ≠ ١ ، عند (٠ ، −١)

د) ص = $\frac{٣س - ١}{٢س - ١}$ عند (١ ، ٢)

هـ) ص = س $\sqrt{س}$ عند (١ ، ١)

el-online.net

[٢] أوجد معادلة المماس والعمودي للدوال التالية :

أ) د(س) = س^{٢} − ٢ س + ٥ ، عند س = ٢

ب) د(س) = ١ − (س + ١)^{٢} عند س = −١

جـ) د(س) = $\sqrt{٣ س}$ ، عند س = ٠

د) ص = س^{٢} + ٣ ، عند س = ١

[٣] أوجد النقط على منحنى الدالة ص = س^{٢} − ٦ س + ٥ التي يكون المماس عندها موازياً للمحور السيني .

[٤] أوجد النقاط على المنحنى ص = $\frac{١}{س}$ + س التي يكون عندها ميل العمود على المماس = $\frac{١}{٣}$

[٥] أوجد السرعة اللحظية للأجسام المتحركة وفق المعادلات التالية :

أ) ف = ٣ ز^{٣} − ٢ ز^{٢} + ٥ ز ، ز = صفر .

ب) ف = ٤٠ ز + ١٦ ز^{٢} ، ز = ١

جـ) ف = $\frac{ز^{٢} - ٣}{ز^{٢} + ٣}$ ، ز = ٢

تمارين عامة

[١] أثبت صحة كل من النهايات التالية :

أ) نهـا$_{س \to ١}$ ٣ س + ٥ = ٨

ب) نهـا$_{س \to -١}$ ٥ − ٢ س = ٧

جـ) نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{س^{٢} + ٢س}{٣س}$ = $\frac{٢}{٣}$

د) نهـا$_{س \to ٢}$ $\sqrt{\frac{س^{٤} - ١٦}{س^{٣} - ٨}}$ = $\sqrt{\frac{٨}{٣}}$

هـ) نهـا$_{س \to ٢}$ $\frac{س^{٢} + س - ٦}{س^{٢} - ٤}$ = $\frac{٥}{٤}$

و) نهـا$_{س \to ٠}$ $\frac{(١ + س)^{٣} - ١}{س}$ = ٣

ز) نهـا$_{س \to -\frac{١}{٢}}$ ($\frac{٤س^{٢} - ١}{٢س + ١}$)^{٤} = ١٦

ح) نهـا$_{س \to ٦}$ $\frac{س^{٢} - ٥س - ٦}{٢ س - ١٢}$ = $\frac{١}{٢}$ ٣

el-online.net

[٢] أوجد ما يلي :

أ) $\lim_{س \to -١} ٢س^{٣} + ٥س^{٢} + ٧س + ٤$

ب) $\lim_{س \to \sqrt{٥}} س^{٤} + ٣س^{٢} + ١$

جـ) $\lim_{أ \to ٥} \frac{٣أ^{٢} - ١٣أ - ١٠}{٢أ^{٢} - ٧أ - ١٥}$

د) $\lim_{س \to -١} \frac{٢س^{٣} + ٧س + ٩}{س^{٢} + ٣}$

هـ) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٣} - ٢٧}{س - ٣}$

و) $\lim_{س \to ١} (\frac{س^{٣}}{٣} + \frac{٢س}{٥} + \frac{٧}{١٥})$

ز) $\lim_{س \to ٢} \sqrt{\frac{٢س + ٥}{٣س - ٢}}$

ح) $\lim_{س \to \frac{١}{٢}} \frac{٢س^{٣} - ٧س^{٢} + ٥س - ١}{٢س - ١}$

ط) $\lim_{س \to ٣} \frac{٣(س - ١)^{٢} - ٨س}{س^{٢} - ٢س - ٣}$

ي) $\lim_{س \to ١} (س^{٢} - ٢س + ٣)^{-٤}$

[٣] أوجد متوسط التغير لكل من الدوال التالية :

أ) د(س) = ٢س − ١ عندما تتغير س من ١ إلى ١,٤

ب) د(س) = ٨ − ٥س عندما س = ٢ ، هـ = ٠,٢

جـ) د(ﻫ) = (ﻫ + ٢)^{٢} عندما تتغير ﻫ من ٢ إلى ١,٢

د) ص = $\sqrt{س + ٣}$ عندما تتغير س من −١ إلى −٢

هـ) ص = ٣س − ٥ عندما س = ١ ، هـ = ٠,٢

و) د(ﻫ) = ﻫ^{٢} + ٢ﻫ عندما تتغير ﻫ من ٥ إلى ٣

el-online.net

[٤] يتحرك جسم في خط مستقيم بحيث يكون بعده عن نقطة ثابتة بُعْد (ز) ثانية معطى بالمعادلة : ف = ز − ٢ ز + ٥ احسب :

أ) سرعة الجسم المتوسطة خلال الثانية الثالثة من حركته .

ب) سرعته المتوسطة خلال الفترة من ز = ٢ ثانية إلى ز = ٢,١ ثانية .

[٥] يتحرك جسم في خط مستقيم بحيث تكون سرعته عند اللحظة ز ثانية معطاة بالعلاقة ع = ز^{٢} + ٢ . احسب متوسط تغير السرعة بين ز = ٢ ثانية ، ز = ٣ ثانية .

[٦] أوجد متوسط تغير الدالة ص = ٢ − س^{٢} حينما ازداد س :

أ) من ١٠ إلى ١٠,١ ب) من ١٠ إلى ١٠,٠١

جـ) من ١٠ إلى ١٠ + جـ س

[٧] إذا كانت العلاقة بين السرعة (ع) والزمن (ز) لنقطة تتحرك في خط مستقيم هي ع = ٣ + ٤ ز^{٢} . أوجد متوسط الزيادة في السرعة بالنسبة إلى الزمن بين :

أ) ز = ٢ ، ز = ٣

ب) ز = ٢ ، ز = ٢ + و ، ثم استنتج معدل الزيادة ع بالنسبة إلى ز عند ز = ٢

[٨] أوجد المشتقة الأولى لكل من الدوال التالية :

أ) ص = ٣ س + ٥ ب) ص = س^{٤} − ٥ س^{٢} + ٣ س

جـ) ف = ا ز + $\frac{١}{٢}$ جـ ز^{٢} حيث ا ، جـ ثابتين .

د) ع = ٤ ز^{٢} + ٢ ز

هـ) ص = ٢ س (س^{٢} − ٢ س + ١)

و) د(س) = (٣ − س) (٢ س^{٢} + ٣)

ز) د(س) = ا س $^{ن+١}$ ، ن ∈ ح ، ا ثابت

ح) د(س) = $\frac{٢ س + ١}{س + ٥}$ ، س ≠ − ٥

el-online.net

ط) د(ﻫ) = $\frac{ﻫ^{٢} + ٢ﻫ - ١}{(٢ﻫ + ١)(ﻫ - ١)}$ ، ﻫ ≠ ١ ، ﻫ ≠ $\frac{-١}{٢}$

[٩] أوجد ميل المماس للمنحنى الآتي عند النقطة المطلوبة ص = س^{٢} – ٢ عند س = ١

[١٠] أوجد النقطة التي على المنحنى ص = ٥ س – س^{٢} ، ويصنع المماس عندها زاوية قياسها ٤٥° مع محور السينات .

[١١] أوجد النقط الواقعة على المنحنى ص = $\frac{س + ١}{س^{٢} + ٢ س + ٥}$ والتي يكون المماس عندها موازياً لمحور السينات .

[١٢] أوجد مشتقة الدوال التالية ، ثم احسب قيمتها عند النقطة المبينة :

أ) د(س) = س^{٢} + ٢ س عند س = ٥

ب) د(س) = $\frac{٢ س + ٣}{س - ٢}$ حيث س ≠ ٢ عند س = ٣

جـ) د(س) = $\frac{س^{٢} + ٣}{س^{٢} - ٩}$ حيث س ∉ { –٣ ، ٣ } عند س = ٤

[١٣] أوجد النقاط على المنحنى ص = ٢ س^{٣} + ٥ س^{٢} + ٧ التي يكون عندها صَ = ١٦

[١٤] ما هي النقاط على المنحنى ص = (س + ٢)^{٣} التي يكون عندها المماس موازياً لمحور السينات .

[١٥] إذا كانت الدالة قابلة للاشتقاق عند س . فأثبت أن :

$\frac{ء}{ء س}$ [د (س)]^{٢} = ٢ د(س) دَ(س)

[١٦] أوجد معادلة المماس والعمودي لكل مما يأتي عند النقاط المحددة قرين كل منها :

أ) ص = س^{٣} – ٢ س^{٢} + ٥ عند س = ١

ب) ص = $\frac{١}{س - ٢}$ حيث س ≠ ٢ عندما س = ٣

el-online.net

جـ) ص = $\frac{١}{س}$ + س حيث س ≠ ٠ عند س = ٢

د) ص = س + ٢ عند س = $\frac{١}{٢}$

[١٧] أوجد مشتقة الدالة : د(س) = $\frac{٢س - ٣}{س - ٢}$ ، س ≠ ٢

[١٨] أوجد السرعة اللحظية عند قيم ز المعطاه حيث أن الزمن بالثانية :

أ) ف = ز^{٣} + ٣ ز^{٢} + ٢ ز + ٢ ، ز = ٣

ب) ف = ١٢٨ ز − ١٦ ز^{٢} ، ز = ١

جـ) ف = $\frac{ز^{٢} - ٤}{ز^{٢} + ٤}$ ، ز = ٣

اختبـــار الوحـــدة

[١] أ) أوجد نهـــا$_{س \to ٦}$ $\frac{س^{٢} - ٥س - ٦}{س - ٦}$

ب) إذا كانت د(س) = س^{٢} . أوجد $\overline{د}$ (س) بواسطة التعريف .

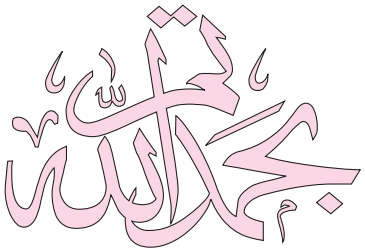
[٢] أ) لتكن د(س) = أ س حيث أ ثابت . أثبت أن : $\overline{د}$ (س) = أ

ب) أوجد مشتقة الدالة ص = (س^{٢} + ٥ س)^{٦}

[٣] أ) أوجد مشتقة الدالة د(س) = (٢ س + ٣) (س − ١)

ب) ما هي النقطة على المنحنى ص = ٢ س^{٢} + ٢ س التي يكون عندها المماس موازياً للمحور السيني ؟

el-online.net



el-online.net

الإدارة العامة للتعليم الإلكتروني

el-online.net

el-online.net

$$\text{لو}_{\text{ب}}\text{س} = \frac{\text{لو}_{\text{أ}}\text{س}}{\text{لو}_{\text{أ}}\text{ب}}$$