بسمة أمل

(في الرياضيات)

اساسيات (الفصل الثاني)

إعداد: ابتسام العمر

هـ 0991070187

- التعابير الجبرية -

☒ - يتألف التعبير الجبري من قسمين ((حرفي وعددي)) .

الحرفي : يشمل الرموز ($x , y , \dots$)

العددي : يشمل الأمثال ((عدد قبل الحرف))

Ex : $6xy$

قسم حرفي — قسم عددي

Ex : $10xz$

قسم عددي — قسم حرفي

العمليات على التعابير الجبرية :

A - الجمع : يجب أن يكون القسم الحرفي مشترك ... فنضع القسم الحرفي المشترك ونجمع الأمثال.

Ex : $3xy + 2xy = 5x.y$

Ex$_2$: $xz + 2xz = 3x.z$

Ex$_3$: $x^2 + x^2 = 2x^2$

Ex$_4$: $x + y + 3z$ ... لا تجمع

القسم الحرفي مختلف

B - الطرح : يجب ان يكون القسم الحرفي مشترك ... فنضع القسم الحرفي المشترك ونطرح الأمثال.

Ex : $7xy - 4xy = 3xy$

Ex$_2$: $5x^2 - 2x^2 = 3x^2$

C - الضرب : نضرب العدد بالعدد والحرف بالحرف ((ونستفيد من خواص القوى)).

Ex : $3x^2 \times 2xy = 6x^3y$

Ex$_2$: $8x \times 6y = 48xy$

D - القسمة : نقسم العدد على العدد والحرف على الحرف ((ونستفيد من خواص القوى)).

Ex : $\frac{9x^3}{3x^1} = \frac{9}{3} \times x^{3-1} = 3x^2$

Ex$_2$: $\frac{16x^2}{8x^4} = \frac{16}{8} . x^{2-4} = 2.x^{-2} = \frac{2}{x^2}$

Note : تفريق مقدار :
هو عملية عكس عملية توحيد المقامات .

$$A = \frac{15x^2y + 10xz + 27x^3yz^3}{3x}$$

$$= \frac{15x^2y}{3x} + \frac{10xz}{3x} + \frac{27x^3yz^3}{3x} = 5xy + \frac{10z}{3} + 9x^2yz^3$$

- النشر -

* النشر: هو تحويل الجداء إلى مجموع.

مثال:

$$3(x+5) = 3.x + 3.5$$
$$= 3x + 15$$

حالات النشر:

A - عدد × قوس:

$$a(b+c) = a.b + a.c$$

EX: $6x(x+5) = 6x.x + 6x.5$
$$= 6x^2 + 30x$$

EX2: $3x(x-2) = 3x.x - 3x.2$
$$= 3x^2 - 6x$$

B - قوس × قوس:

$$(a+b)(c+d) = a.c + a.d + b.c + bd$$

ونراعي ضرب الإشارات

EX: $(x+4)(x+3) = x.x + x.3 + 4.x + 4.3$
$$= x^2 + \underbrace{3x + 4x}_{} + 12$$
$$= x^2 + 7x + 12$$

EX2: $(x-1)(x+2) = x.x + x.2 - 1.x - 1.2$
$$= x^2 + \underbrace{2x - x}_{} - 2$$
$$= x^2 + x - 2$$

- مطابقات -

أولاً: المطابقات التربيعية:

A - مربع مجموع عددين = مربع الأول + ضعفي الأول في الثاني + مربع الثاني.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2a.b + b^2$$

مثال: $(x+5)^2 = x^2 + 2.x.5 + 5^2$
$$= x^2 + 10x + 25$$

مثال 2: $(x+7)^2 = x^2 + 2.x.7 + 7^2$
$$= x^2 + 14x + 49$$

مثال 3: $(x+\sqrt{3})^2 = x^2 + 2x.\sqrt{3} + \sqrt{3}^2$
$$= x^2 + 2\sqrt{3}x + 3$$

B - مربع فرق عددين = مربع الأول - ضعفي الأول في الثاني + مربع الثاني.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

مثال: $(x-6)^2 = x^2 - 2.x.6 + 6^2$
$$= x^2 - 12x + 36$$

Ex :
$$(x-\sqrt{5})^2 = x^2 - 2x.\sqrt{5} + \sqrt{5}^2$$
$$= x^2 - 2\sqrt{5}x + 5$$

Ex$_3$:
$$(x-\tfrac{2}{3})^2 = x^2 - 2.x.(\tfrac{2}{3}) + (\tfrac{2}{3})^2$$
$$= x^2 - \tfrac{4}{3}x + \tfrac{4}{9}$$

C- فرق عددين في جمعهما = مربع الأول - مربع الثاني

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

مثال :
$$(x-3)(x+3) = x^2 - 3^2$$
$$= x^2 - 9$$

مثال :
$$(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2}) = x^2 - \sqrt{2}^2$$
$$= x^2 - 2$$

ثانياً : المطابقات التكعيبية :

A- مكعب مجموع عددين :

مكعب الأول + ثلاثة أضعاف مربع الأول في الثاني + ثلاثة أضعاف الأول في مربع الثاني.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2.b + 3a.b^2 + b^3$$

Ex :
$$(x+6)^3 = x^3 + 3.x^2.6 + 3.x.6^2 + 6^3$$
$$= x^3 + 18x^2 + 108x + 216$$

Ex$_2$:
$$(x+3)^3 = x^3 + 3.x^2.3 + 3.x.3^2 + 3^3$$
$$= x^3 + 9x^2 + 27x + 27$$

B مكعب فرق عددين :

مكعب الأول - ثلاثة أضعاف مربع الأول في الثاني + ثلاثة أضعاف الأول في مربع الثاني - مكعب الثاني.

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Ex :
$$(x-2)^3 = x^3 - 3.x^2.2 + 3.x.2^2 - 2^3$$
$$= x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

Ex :
$$(x-1)^3 = x^3 - 3.x^2.1 + 3.x.1^2 - 1^3$$
$$= x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

C- مجموع مكعب عددين :

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - a.b + b^2)$$

Ex :
$$x^3 + 3^3 = (x+3)(x^2 - x.3 + 3^2)$$
$$= (x+3)(x^2 - 3x + 9)$$

Ex$_2$:
$$x^3 + 216 = x^3 + 6^3$$
$$= (x+6)(x^2 - x.6 + 6^2)$$

$= (x+6)(x^2 - 6x + 36)$

D - فرق مكعب عددين :

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+a.b+b^2)$

مثال :

$x^3 - 5^3 = (x-5)(x^2+x.5+5^2)$

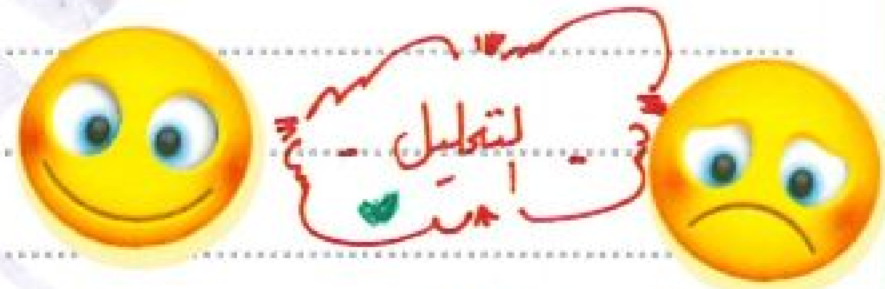
$= (x-5)(x^2+5x+25)$

مثال :

$x^3 - 27 = x^3 - 3^3$

$= (x-3)(x^2+x.3+3^2)$

$= (x-3)(x^2+3x+9)$



« هام وعاجل وضروري بصوت عبودي الكاريزمية »

* - التحليل : هو تحويل المجموع إلى جداء .

« عكس عملية النشر » .

طرق التحليل :

A - العامل المشترك :

من أكثر الطرق استخداماً ، وتستخدم في تبسيط شكل كثير حدود أو تغيير شكل التابع لإزالة حالات عدم التعيين

أو في حل معادلات .

Note : العامل المشترك قد يكون إشارة أو عدد أو حرف أو جميع ما سبق .

الخطوات :

1- الشيء المشترك نضعه خارج القوس .

2- نقسم كل الحدود على الشيء المشترك .

3- ننتبه لقواعد القوة و الإشارات .

Ex1 : $-6x^2 - 18x = -6x\left(\frac{-6x^2}{-6x} - \frac{18x}{-6x}\right)$

في (-) وفي x وفي أعداد بتقسم على (6)

$= -6x(x+3)$

Ex2 : $x^3 + x^2 + x = x\left(\frac{x^3}{x} + \frac{x^2}{x} + \frac{x}{x}\right)$

$= x(x^2 + x + 1)$

Ex3 : $x - \sqrt{x} = \sqrt{x}\left(\frac{x}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)$

$= \sqrt{x}\left(\frac{\sqrt{x}.\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - 1\right)$

$= \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)$

EX4: $-x-1 = -(x+1)$

ع.م هو إشارة $(-)$

" فقط نعكس الإشارة "

B - التحليل المباشر:

* خطوات: «ثلاث حدود لا تخيفك»

① يجب أنه تكون أمثال x^2 هي واحد.

② نبدأ من الأخير «العدد الأخير هو حاصل الضرب والعدد الوسطي هو حاصل الجمع أو الطرح حسب إشارة العدد الأخير».

③ نضع قوسين ... x بالقوس الأول و x بالقوس الثاني.

④ نضرب الإشارات «إشارة x^2 بإشارة الحد الأوسط للقوس الأول ثم إشارة الحد الأوسط بإشارة الحد الأخير للقوس الثاني».

⑤ العدد الكبير بالقوس الأول والعدد الصغير بالقوس الثاني.

EX1: x^2+5x-6

« عددين ضربهن 6 وطرحهن 5 »

6 و 1

$x^2+5x-6=(x+6)(x-1)$

EX2: x^2+5x+6

« عددين ضربهن 6 وجمعهن 5 » 3 و 2

$x^2+5x+6=(x+3)(x+2)$

EX3: x^2+x-20

« عددين ضربهن 20 وطرحهن واحد »

5 و 4

$x^2+x-20=(x+5)(x-4)$

EX4: $x^2+9x+20$

« عددين ضربهن 20 وجمعهن 9 »

5 و 4

$x^2+9x+20=(x+5)(x+4)$

C - التجميع في ثنائيات:

« هو إخراج عامل مشترك لثلاث مرات متتالية ».

EX: x^3+2x^2+4x+8

ع.م

$= x^2\left(\frac{x^3}{x^2}+\frac{2x^2}{x^2}\right)+4x+8$

$= x^2(x+2)+4x+8$

ع.م

$= x^2(x+2)+4\left(\frac{4x}{4}+\frac{8}{4}\right)$

$= x^2\underbrace{(x+2)}_{\text{مشترك}}+4\underbrace{(x+2)}_{\text{مشترك}}$

ع.م

$=(x+2)(x^2+4)$

EX2: x^3+x^2+x+1

$= x^2\left(\frac{x^3}{x^2}+\frac{x^2}{x^2}\right)+x+1$

$= x^2(x+1)+x+1$

$= x^2(x+1)+1.(x+1)$

ع.م

$=(x+1)(x^2+1)$

D- مطابقات تربيعية :

حالتين

حدين

بينهما سالب ولا شيء مشترك

↓

فرق الجذرين في جمعهما

ثلاث حدود

والحد الأخير موجب ويجذر وجذره ضرب (2) بيطلع الحد الأوسط

↓

نأخذ جذر الأول وإشارة الوسط وجذر الأخير والكل للتربيع.

Ex :

① $x^2+6x+9=(x+3)^2$

② $x^2-10x+25=(x-5)^2$

③ $x^2-16=(x-4)(x+4)$

④ $x^2+8x+16=(x+4)^2$

⑤ $x^2-1=(x-1)(x+1)$

⑥ $x^2-6x+9=(x-3)^2$

⑦ $x^2-3=(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$

Note : أحياناً سنستخدم أكثر من طريقة في نفس التمرين.

Ex1 :

$$x^3+9x^2+20x$$

ع.م

$$=x\left(\frac{x^3}{x}+\frac{9x^2}{x}+\frac{20x}{x}\right)$$

$$=x(x^2+9x+20)$$

تحليل مباشر

$$=x(x+5)(x+4)$$

Ex2 :

$$x^3+2x^2-4x-8$$

$$=x^2\left(\frac{x^3}{x^2}+\frac{2x^2}{x^2}\right)-4x-8$$

$$=x^2(x+2)-4x-8$$

ع.م

$$=x^2(x+2)-4\left(\frac{-4x}{-4}-\frac{8}{-4}\right)$$

$$=x^2(x+2)-4(x+2)$$

ع.م

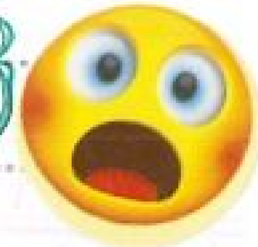
$$=(x+2)(x^2-4)$$

فرق حدين في جمعهما

$$=(x+2)(x-2)(x+2)$$

- انتهى الدرس -

قيمتك .. هي قيمة ما أنت مشغول به.



الإتمام إلى مربع كامل

إذا كان لدينا حدين من الشكل x^2+ax ونريد تحويلها إلى مطابقة تربيعية فإننا نضيف ثم نطرح نصف أمثال الدرجة الأولى للتربيع .

$$x^2+ax$$
$$= x^2+ax+\left(\frac{a}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2$$

ثم نأخذ أول ثلاث حدود فنأخذ جذر الأول وإشارة الثاني وجذر الثالث والكل للتربيع .

$$=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2$$

EX :

$$x^2+4x$$
$$=x^2+4x+(2)^2-(2)^2$$
$$=x^2+4x+4-4$$
$$=(x+2)^2-4$$

EX_2 :

$$x^2+7x$$
$$=x^2+7x+\left(\frac{7}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2$$
$$=\left(x+\frac{7}{2}\right)^2-\frac{49}{4}$$

EX_3 :

$$x^2+5x$$
$$=x^2+5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2$$
$$=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$$

Note : إذا كان قبل x^2 عدد نخرجه عامل مشترك .

مثال مهم :

$$4x^2+4x$$
$$=4\left(x^2+x\right) \quad \text{ع.م}$$
$$=4\left(x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$$
$$=4\left(\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\right)$$
$$=4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-4\cdot\frac{1}{4}$$
$$=2^2\cdot\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-1$$
$$=\left(2\cdot\left(x+\frac{1}{2}\right)\right)^2-1$$
$$=(2x+1)^2-1$$

VIN :

نستخدم هذه الطريقة في :

1- إرجاع معادلة الكرة إلى الشكل النموذجي .

2- إيجاد معادلة المقارب المائل .

3- كتابة تابع (مقدار) بالشكل القانوني .

- انتهى الدرس -

- حل معادلة -

أولاً: معادلة الدرجة الأولى:

[*] - حل المعادلة: هو إيجاد قيمة المجهول.

[*] الخطوات:

① ننقل المعاليم لطرف والمجاهيل إلى طرف.

② تغيير إشارة الحد المنقول.

③ نجمع الحدود المتشابهة.

④ نقسم على أمثال المجهول.

Ex ① :

$$3x - 5 = 5x + 9$$
$$3x - 5x = 9 + 5$$
$$-2x = 14$$
$$x = \frac{14}{-2}$$
$$x = -7$$

Ex ② :

$$3x + 10 = 2 - x$$
$$3x + x = 2 - 10$$
$$4x = -8$$
$$x = \frac{-8}{4} \Rightarrow x = -2$$

ثانياً: معادلة الدرجة الثانية:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ; \quad a \neq 0$$

م: المميز Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

حالات Δ :

A - $\Delta > 0$ "عدد موجب"

للمعادلة حلان مختلفان.

" نوجد $\sqrt{\Delta}$ ".

ثم نطبق القانون:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \& \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

B - $\Delta < 0$ "عدد سالب"

المعادلة مستحيلة الحل في $\mathbb{R}$

ولها حلان عقديان.

"مشروحة بالتفصيل في العقدية".

C - $\Delta = 0$ "معدوم"

للمعادلة حل مضاعف

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

Ex: حل المعادلة:

[*] $x^2 + 5x - 6 = 0$

$a = 1, \; b = 5, \; c = -6$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 5^2 - 4(1)(-6)$

$= 25 + 24$

$= 49 > 0$ المعادلة

لها حلان مختلفان

$\sqrt{\Delta} = 7$

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5+7}{2(1)} = \frac{2}{2} = 1$

$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5-7}{2(1)} = \frac{-12}{2} = -6$

* $x^2 - 6x + 9 = 0$

$a = 1,\ b = -6,\ c = 9$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(9)$

$= 36 - 36 = 0$

المعادلة جذر مضاعف.

$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2(1)} = 3$

* $x^2 + x + 1 = 0$

$a = 1,\ b = 1,\ c = 1$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 1^2 - 4(1)(1)$

$= 1 - 4$

$= -3 < 0$

مستحيلة الحل في $\mathbb{R}$

لها حلان عقديان.

طريقة: تحليل ثم إما الأول صفر أو الثاني صفر

أمثلة: حل المعادلة:

* $x^2 - 5x + 4 = 0$

$(x-4)(x-1) = 0$

إما $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

أو $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

* $x^2 - 16 = 0$

$(x-4)(x+4) = 0$

إما $x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4$

أو $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$

* $x^2 - 6x + 9 = 0$

$(x-3)(x-3) = 0$

إما $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

أو $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

* $x^3 + 1 = 0$

$x^3 = -1$

$x = -1$

* $x^2 - 1 = 0$

$(x-1)(x+1) = 0$

إما $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

أو $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

((تحليل مقدار من))
((الدرجة الثانية))

لتحليل مقدار من الدرجة الثانية

$$ax^2+bx+c$$

الى جداء أقواس درجة أولى نتبع الخطوات.

① نجعل المقدار ax^2+bx+c مساوياً للصفر.

② نحل المعادلة $ax^2+bx+c=0$

③ حلولها x_1 و x_2

④ نكتب المقدار بالشكل:

$$ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$$

EX: حلل المقدار: $2x^2+5x-1$

الحل:

$$2x^2+5x-1=0$$

$a=2,\ b=5,\ c=-1$

$$\Delta = b^2-4ac$$
$$= 5^2-4(2)(-1)$$
$$= 25+8$$
$$= 33>0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{33}$$

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5+\sqrt{33}}{2(2)}$$

$$x_1 = \frac{-5+\sqrt{33}}{4}$$

$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5-\sqrt{33}}{2(2)} = \frac{-5-\sqrt{33}}{4}$$

$$2x^2+5x-1 = a(x-x_1)(x-x_2)$$

$$= 2\left(x-\frac{-5+\sqrt{33}}{4}\right)\left(x-\frac{-5-\sqrt{33}}{4}\right)$$

مثال ②: حلل المقدار $8x^3-125$

الحل:

أول خطوة أنتبه في تكعيب على x^3 فنتذكر المطابقة التكعيبية.

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+a.b+b^2)$$

$$8x^3-125=(2x)^2-5^3$$
$$=(2x-5)((2x)^2+2x.5+5^2)$$
$$=(2x-5)\underbrace{(4x^2+10x+25)}_{\text{تحتاج تحليل}}$$

حلل

نحلل المقدار $4x^2+10x+25$

$$4x^2+10x+25=0$$

$a=4,\ b=10,\ c=25$

$$\Delta = b^2-4ac$$
$$= 100-4(4)(25)$$
$$= 100-400 = -300<0$$

مستحيلة الحل في $\mathbb{R}$

⇐ المقدار غير قابل للتحليل

انتهى الدرس.

حل جملة معادلات

الطريقة الأولى : الحذف بالجمع :

الخطوات :

* نستخدم هذه الطريقة في حال وجود حدود متعاكسة تحذف عند الجمع أو حدود متشابهة تحذف عند الطرح.

مثال ①: حل الجملة :

$x + y = 10$ — ①

$x - y = 4$ — ②

الحل:

نجمع ① و ② : " نتخلص من y "

$2x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{2}$

$x = 7$

نعوض في ① :

$7 + y = 10$

$y = 10 - 7$

$y = 3$

ط٢: بالطرح : " نتخلص من x "

$2y = 6$

$\Rightarrow y = \frac{6}{2} \Rightarrow \boxed{y = 3}$

نعوض في ① :

$x + 3 = 10$

$x = 10 - 3 \Rightarrow \boxed{x = 7}$

مثال②:

$3x + y = 10$ — ①

$2x + y = 5$ — ②

الحل: بالطرح : " نتخلص من y "

$x = 5$

نعوض في ① :

$3(5) + y = 10$

$15 + y = 10$

$y = 10 - 15$

$y = -5$

Note: إذا ما كان في حد متشابه أو متعاكس منضرب بعدد لحتى نتخلص من واحد من المجاهيل.

مثال③:

$x + 2y = 14$ — ①

$3x + y = 20$ — ②

الحل : نضرب المعادلة ② بـ (-2) ونجمع مع الأولى ((متخلص من y))

أو نضرب المعادلة ① بـ (-3) ونجمع مع الثانية ((متخلص من x))

$-3x - 6y = -42$ — ①'

$3x + y = 20$ — ②

$-5y = -22$

$y = \frac{-22}{-5} = 4.4$

$y = 4.4$

نعوض في ①:

$$x + 2\left(\frac{22}{5}\right) = 14$$

$$x + \frac{44}{5} = 14$$

$$x = \frac{14}{1} - \frac{44}{5}$$

$$x = \frac{70}{5} - \frac{44}{5}$$

$$x = \frac{26}{5} = 5.2$$

$x = 5.2$ & $y = 4.4$

* طريقة ثانية: الحذف بالتعويض:

في هذه الطريقة نتعامل مع أحد المجاهيل على أنه ثابت والخطوات هي:

① نختار إحدى المعادلتين ونعزل منها أحد المجهولين.

«نبقي هنا المجهول في الطرف الأول والمجهول الآخر والعدد في الطرف الثاني».

② نسمي المعادلة الناتجة ③.

٣ نعوض ③ في المعادلة التي لم نستخدمها

«مثلاً اخترت المعادلة الأولى بعد عزل المجهول ما بتعوض في الأولى أوعك ...».

٤- نحصل على معادلة بمجهول واحد نحلها ونحصل على قيمة أحد المجاهيل

⑤ نعوض في المعادلة ③ لنحصل على المجهول الآخر.

EX:

$x + y = 10$ — ①

$x - y = 6$ — ②

الحل:

من ① نعزل x:

$x = 10 - y$ — ③

نعوض ③ في ②:

$$10 - y - y = 6$$

$$-2y = 6 - 10$$

$$-2y = -4$$

$$y = \frac{-4}{-2} \Rightarrow y = 2$$

نعوض في ③:

$$x = 10 - 2 \Rightarrow \boxed{x = 8}$$

EX:

$3x + y = 10$ — ①

$2x + y = 5$ — ②

الحل:

من ① نعزل y:

$y = 10 - 3x$ — ③

نعوض ③ في ②:

$$2x + 10 - 3x = 5$$

$$-x + 10 = 5$$

$$-x = 5 - 10$$

$$-x = -5 \Rightarrow x = 5$$

نعوض في (3):

$y = 10 - 3(5)$

$y = 10 - 15 = -5$

$\boxed{y=-5}$

- طريقة غاوس

مثال تحصيلي:

$-x+2y+3z-5=0$ — (1)

$3x-y-4z+5=0$ — (2)

$2x+3y-2z+2=0$ — (3)

حل جملة المعادلات.

الحل:

نضرب المعادلة الأولى بـ(3) ونجمع مع الثانية

نضرب المعادلة الأولى بـ(2) ونجمع مع الثالثة

$-x+2y+3z-5=0$ — (1)

$5y+5z-10=0$ — (2)

$7y+4z-8=0$ — (3)

نقسم المعادلة الثانية على (5):

$-x+2y+3z-5=0$ — (1)

$y+z-2=0$ — (2)

$7y+4z-8=0$ — (3)

نضرب المعادلة الثانية بـ(-7) ونجمع مع الثالثة

$-x+2y+3z-5=0$ — (1)

$y+z-2=0$ — (2)

$-3z+6=0$ — (3)

من (3) نجد: $-3z=-6$

$z=\frac{-6}{-3} \Rightarrow \boxed{z=2}$

نعوض في (2): $y+2-2=0$

$\boxed{y=0}$

نعوض في (1): $-x+2(0)+3(2)-5=0$

$-x+6-5=0$

$-x=-1 \Rightarrow \boxed{x=1}$

$\Leftarrow$ الحل المشترك $I(1,0,2)$.

شرح الخطوات:

[1]- المعادلة الأولى يجب أن يكون أمثال x فيها واحد... أو ناقص واحد «وإذا ما كانت واحد ؟!»

في حالة المعادلة الأولى أمثال x مو واحد ولا ناقص واحد نبدل مع أي معادلة موجودة.

[2]- الفكرة: المعادلة الأولى فيها x و y و z

المعادلة الثانية فيها y و z

المعادلة الثالثة فيها z.

[3]- أول خطوة منتخلص من x في المعادلتين الثانية والثالثة «دفعة واحدة» باستخدام المعادلة الأولى. «منضرب بعكس أمثال x بالمعادلتين الثانية والثالثة ثم نجمع مع المعادلات، والجواب يكون للمعادلات».

يعني... المعادلة الأولى ما بيتغير فيها شي.

٤- ثاني خطوة للازم نتخلص من y في المعادلة الثالثة باستخدام المعادلة الثانية.

٥- من المعادلة الأخيرة بتطلع قيمة z منعوض بالمعادلة الثانية بتطلع قيمة y ، منعوض بالمعادلة الأولى نحصل على x و y و z .

❤ حالات بتمر معانا :

١- في معادلتين متكافئتين «نفس الشي بس مضروبة بعدد».
⇐ للمعادلات عدد لا نهائي من الحلول.

٢- صفر = عدد
⇐ الجملة مستحيلة الحل.

٣- قيمتين لنفس المجهول
⇐ الجملة مستحيلة الحل.

Ex:
$x + y + z = 1$ — ①
$x - 2y + z = 1$ — ②
$3x - 4y + 3z = -1$ — ③

حل جملة المعادلات.

الحل: نضرب المعادلة الأولى بـ(-1) ونجمع مع الثانية
نضرب المعادلة الأولى بـ(-3) ونجمع مع الثالثة

$x + y + z = 1$ — ①
$-3y = 0$ — ②
$-7y = -4$ — ③

من ② نجد: $y = 0$
من ③ نجد: $y = \frac{4}{7}$ } قيمتين مختلفتين
⇐ الجملة مستحيلة الحل.

Ex2:
$2x - y + 3z = 2$ — ①
$x + 2y + z = 1$ — ②
$3x - 4y + 5z = 4$ — ③

الحل:
نبدل بين المعادلتين الأولى والثانية:
$x + 2y + z = 1$ — ①
$2x - y + 3z = 2$ — ②
$3x - 4y + 5z = 4$ — ③

* نضرب المعادلة الأولى بـ(-2) ونجمع مع الثانية
* نضرب المعادلة الأولى بـ(-3) ونجمع مع الثالثة

$x + 2y + z = 1$ — ①
$-5y + z = 0$ — ②
$-10y + 2z = 1$ — ③

* نضرب المعادلة الثانية بـ(-2) ونجمع مع الثالثة

$x + 2y + z = 1$ — ①
$-5y + z = 0$ — ②
$0 = 1$ — ③ «مستحيل»

الجملة مستحيلة الحل.

- انتهى الفصل الثاني -