الفصل (2) العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية

التهيئة للفصل الثاني:

اختبار سريع:

بسط كل مما يأتي مفترضاً أن أياً من المتغيرات لا يساوي صفراً:

(1) $a^{4+3+5} = a^{12}$

(2) $8x^{3}y^{9}z^{9}$

(3) $\dfrac{-3x^{6}}{2y^{3}z^{5}}$

(4) $\dfrac{4r^{4}}{81n^{4}t^{2}}$

---

(5) **كثافة:** $\dfrac{7.5\times10^{3}}{1.5\times10^{3}} = 5\ g/cm^{3}$

أوجد الدالة العكسية لكل دالة مما يأتي:

(6) $f(x) = 2x + 5$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$$

---

(7) $f(x) = x - 3$

$$f^{-1}(x) = x + 3$$

---

(8) $f(x)=-4x$

$$f^{-1}(x)=\frac{-1}{4}x$$

---

(9) $f(x)=\frac{1}{4}x-3$

$$f^{-1}(x)=3x+12$$

(10) $f(x)=\frac{x-1}{2}$

$$f^{-1}(x)=2x+1$$

(11) $f(x)=\frac{1}{3}x+4$

$$f^{-1}(x)=3x-12$$

حدد ما إذا كانت كل دالتين مما يأتي دالة عكسية للأخرى أم لا. وضح:

(12) نعم،

لأن: $[f\circ g](x)=[g\circ f](x)=x$

(13) لا،

لأن: $[f\circ g](x)=4x-5$ بينما $[g\circ f](x)=x$

(14) طعام:

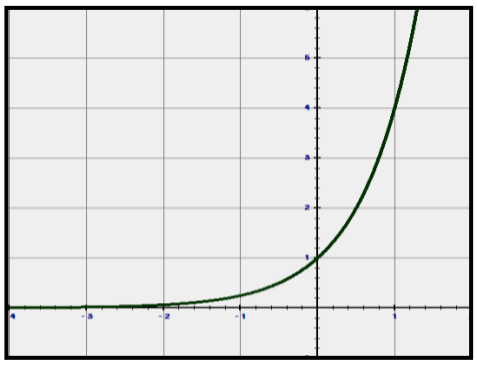
$f^{-1}(x)=2x-8$ وهي تعطي عدد الإضافات التي يحصل عليها شخص دفع x ريالاً.

(2-1) تمثيل الدوال الأسية بيانياً

■ **تحقق من فهمك:**

(1A) مثل الدالة $y = 4^x$ بيانياً، وحدد مجالها ومداها.

x	7^x	y
-2	7^{-2}	0.02
-1	7^{-1}	0.14
0	7^0	1
1	7^1	7
2	7^2	49



التمثيل البياني للدالة يقطع المحور y عند $y = 1$

المجال: R

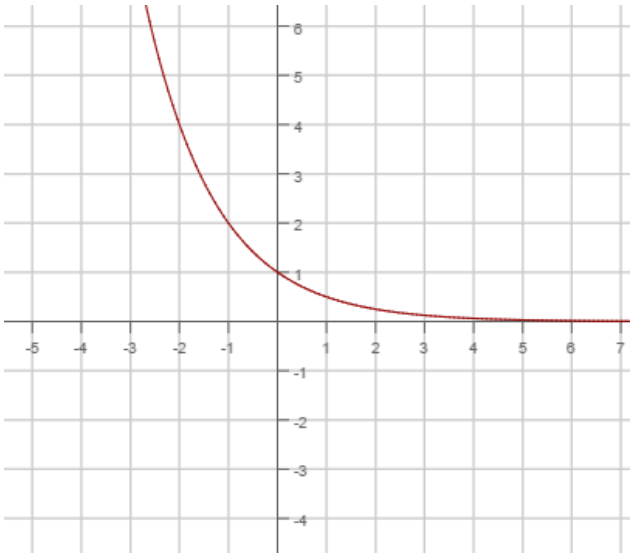
المدي: $\{y \mid y > 0\}$

(1B) 2.6

■ **تحقق من فهمك:**

(2)

(A $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



x	y
-2	4
-1	2
0	1
1	0.5
2	0.75

التمثيل البياني للدالة يقطع المحور y **عند** $y = 1$

المجال: $(-\infty, \infty), \{x \mid x \in \square\}$

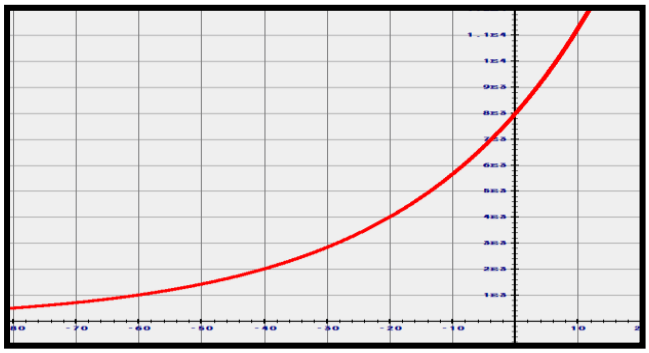
المدي: $(0, \infty), \{y \mid y > 0\}$

(2B 5.7

■ **تحقق من فهمك:**

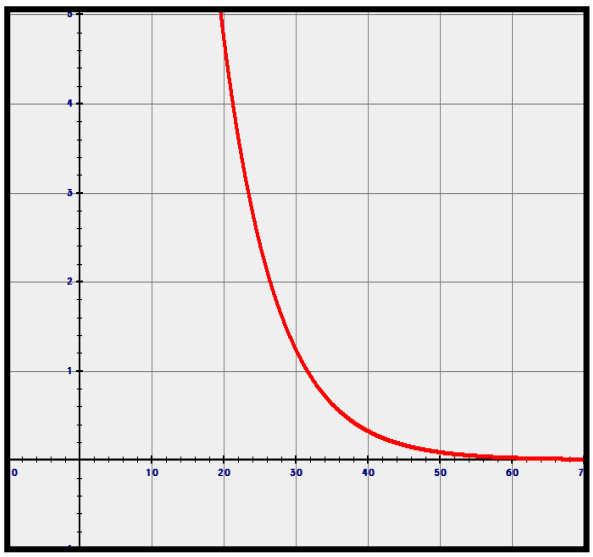
(3) **ثقافة مالية:**

$y = 80000(1.085)^t$



■ **تحقق من فهمك:**

(4)



المعادلة الأسية التي تمثل كمية الكافيين المتبقية

$$y = a(1-r)^t$$

$$= 68(1-0.125)^t$$

$$= 68(0.875)^t$$

كمية الكافيين بعد ساعتين:

$$= 68(0.875)^2 \approx 52.06mg$$

■ **تحقق من فهمك:**

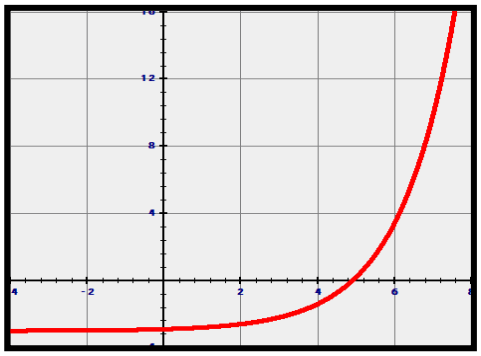
$$y = 2^{x+3} - 5 \quad (5A)$$

التمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = 2^x$

بإزاحة 3 وحدات لليسار و 5 وحدات لأسفل.

المجال: R ← **المدي:** $\{y \mid y > -5\}$ ←

$$y = 0.1(6)^x - 3 \quad (5B)$$



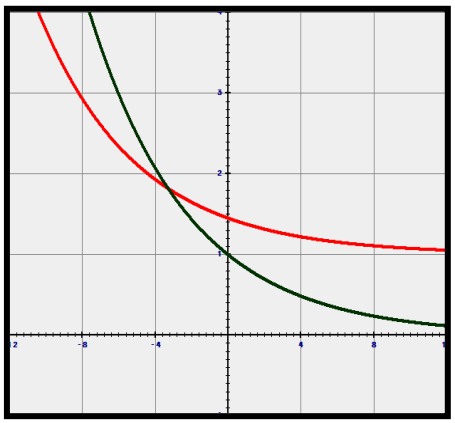
التمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = 6^x$

بتضيق رأسي معاملة 0.1 وإزاحة 3 لأسفل.

المجال: R ← **المدي:** $\{y \mid y > -3\}$ ←

■ **تحقق من فهمك:**

(6) $y = \frac{3}{8}\left(\frac{5}{6}\right)^{x-1} + 1$

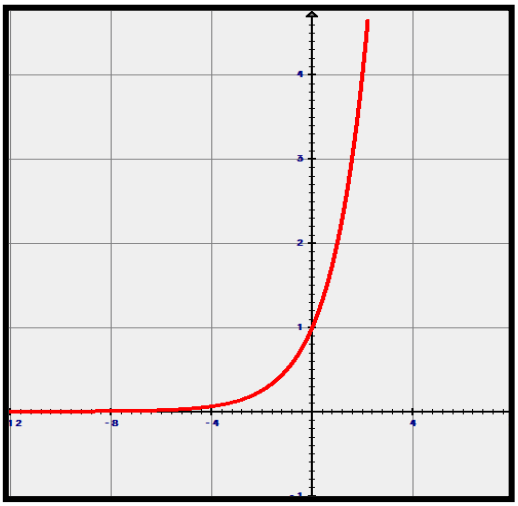


التمثيل البياني للدالة هو تحويل للتمثيل البياني للدالة $y = \left(\frac{5}{6}\right)^{x}$ بتضيق رأسي معاملة $\frac{3}{8}$ وإزاحة وحدة واحدة لليمين ووحدة واحدة إلى الأعلى.

←المجال: R ← المدي: $\{y \mid y > 1\}$

تدرب وحل المسائل

مثّل كل دالة مما يأتي بيانياً، وحدّد مجالها، ومداها:



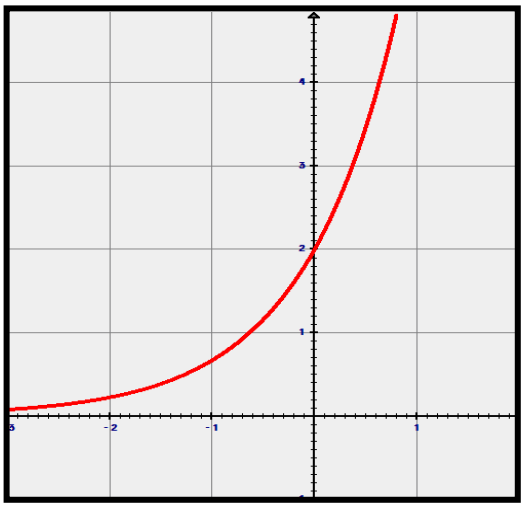
(1)

$$f(x)=2^x$$

المجال: R

المدي: $\{y \mid y>0\}$

$$2.8=2^{1.5}$$

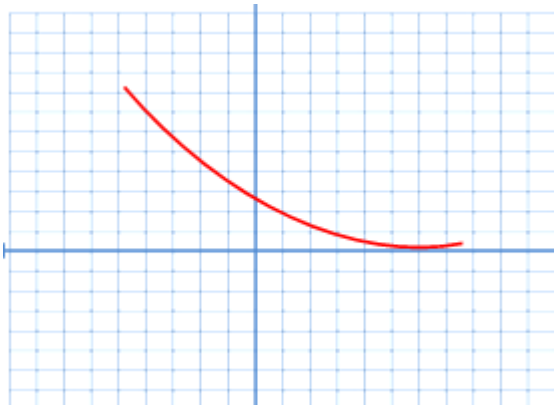


$$f(x)=2(3)^x \quad (2)$$

المجال: R

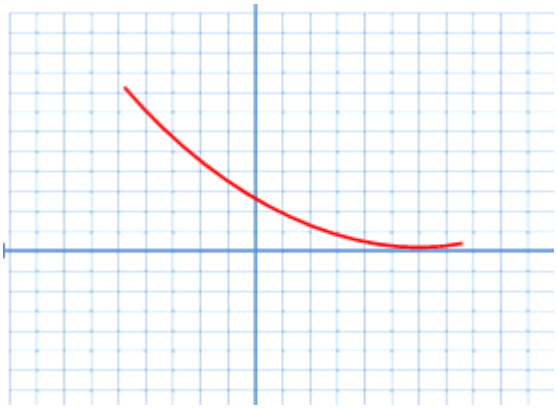
المدي: $\{y \mid y>0\}$

$$0.7=2(8)^{\frac{-1}{2}}$$



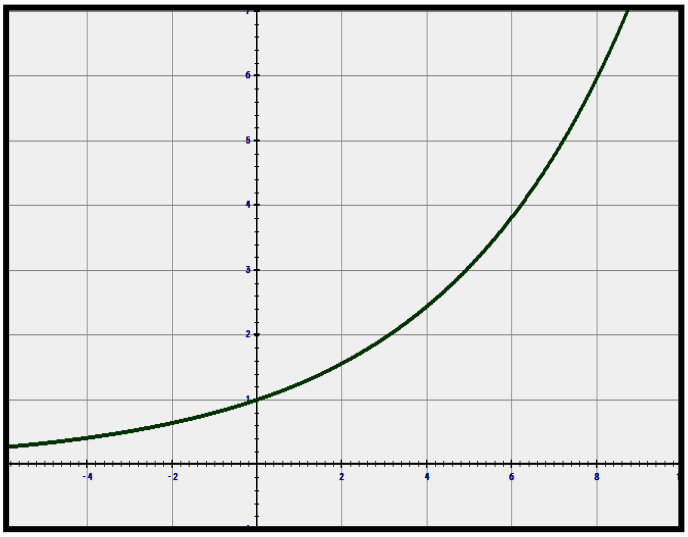
$$f(x)=2(\frac{1}{6})^x \quad (3)$$

$$0.1=2\left(\frac{1}{6}\right)^{1.5}$$



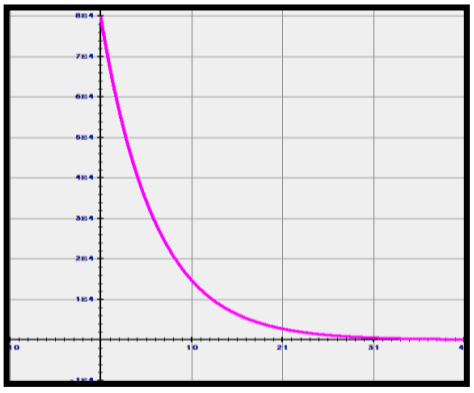
(4) $f(x)=3(\frac{1}{4})^x$

$1.5=3\left(\frac{1}{4}\right)^{.5}$



(5) حاسوب:

المعادلة: $y=(1.25)^t$

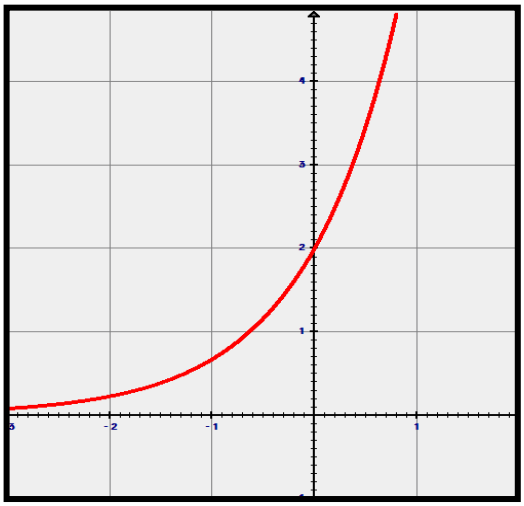


(6) سيارات:

المعادلة $y=80000(0.85)^t$

بعد 20 سنة يكون ثمنها 3100 ريـــــــــــــــال تقريباً

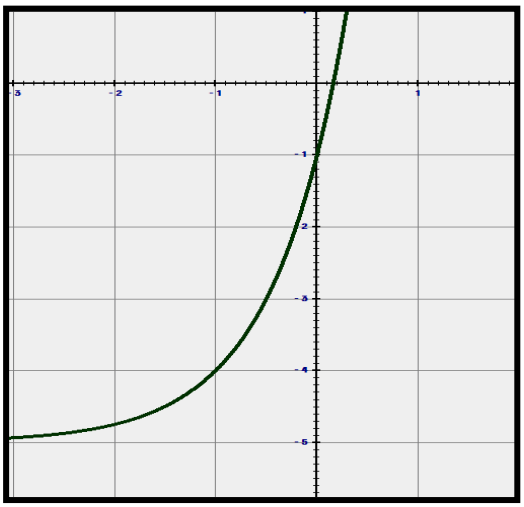
مثل كل دالة مما يأتي بيانياً وحدد مجالها ومداها:



(7) $f(x)=2(3)^x$

المجال: R

المدي: $\{y \mid y>0\}$

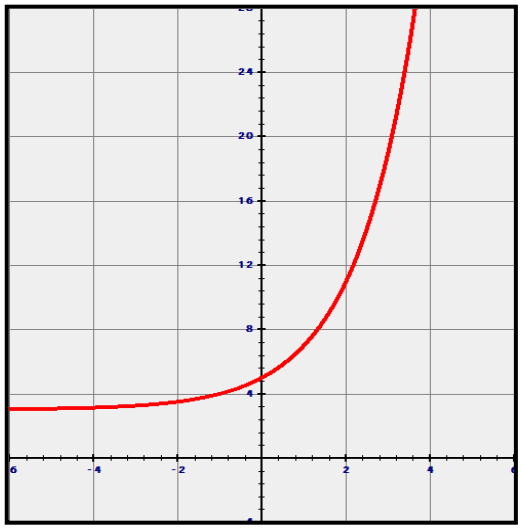


(8) $f(x)=4^{x+1}-5$

المجال: R

المدي: $\{y \mid y>-5\}$

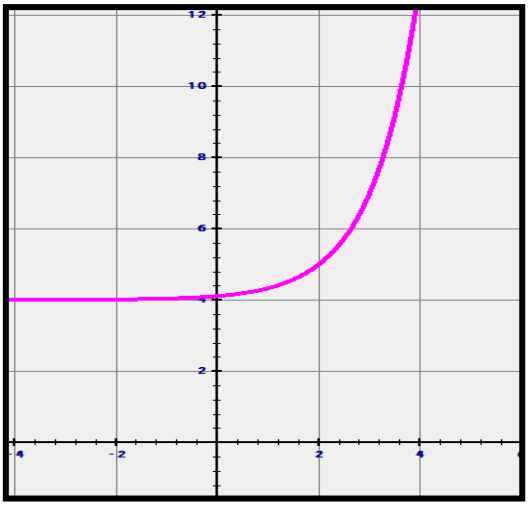
(9)



$f(x)=2^{x+1}+3$

المجال: R

المدي: $\{y \mid y>3\}$

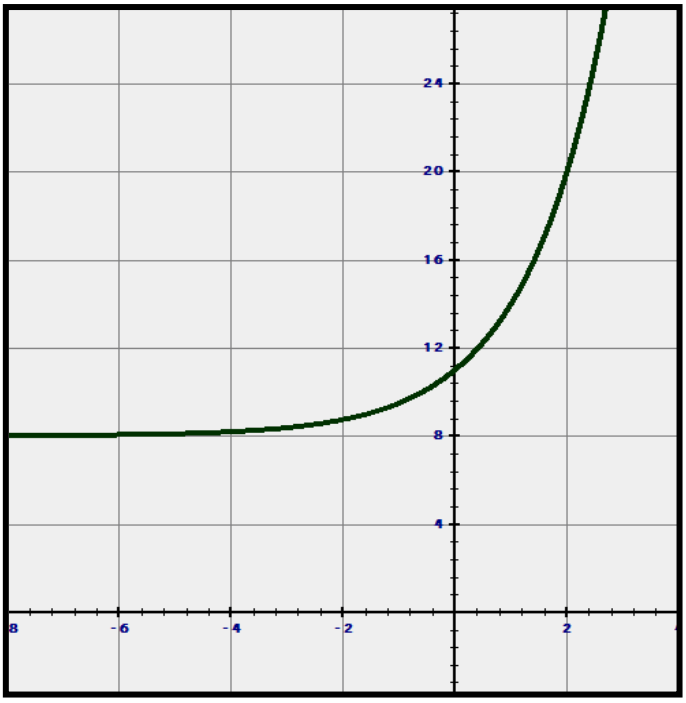


(10)

$f(x) = 3^{x-2} + 4$

المجال: R

المدي: $\{y \mid y > 4\}$



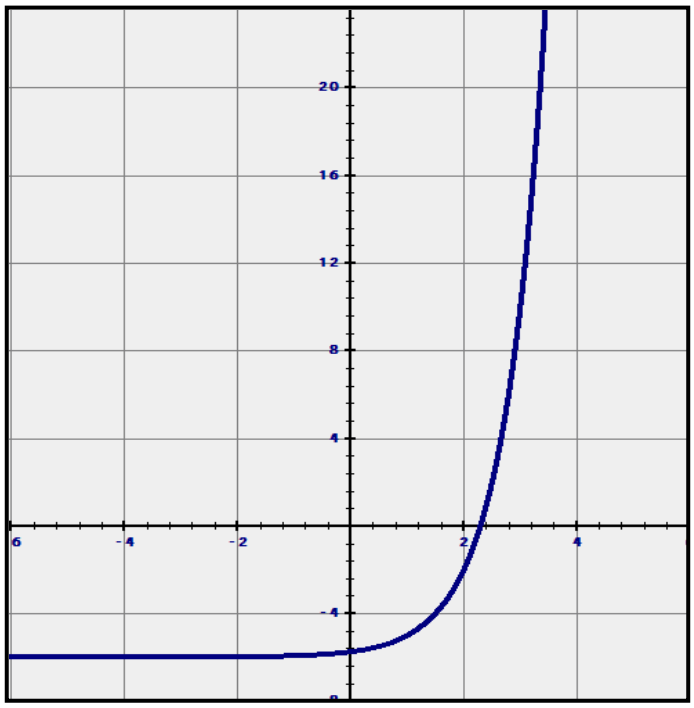
(11)

$f(x) = 3(2)^x + 8$

المجال: R

المدي: $\{y \mid y > 8\}$

(12) $f(x) = 0.25(4)^x - 6$

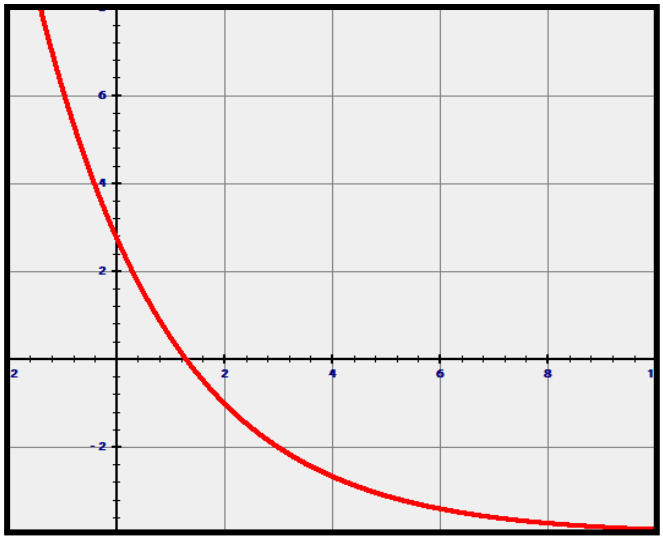


المجال: R

المدي: $\{y \mid y > -6\}$

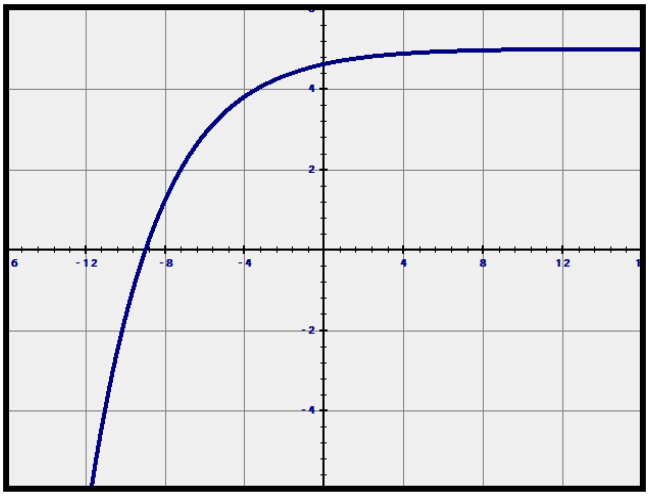
مثل كل دالة مما يأتي بيانياً وحدد مجالها ومداها:

(13)



المجال: R

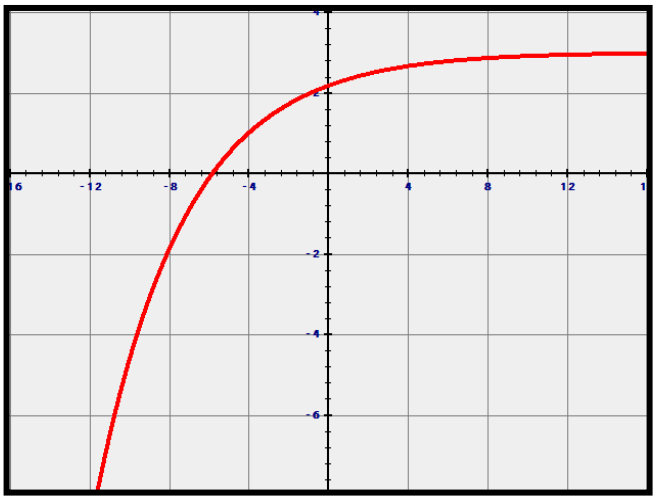
المدي: $\{y \mid y > -4\}$



(14)

المجال: R

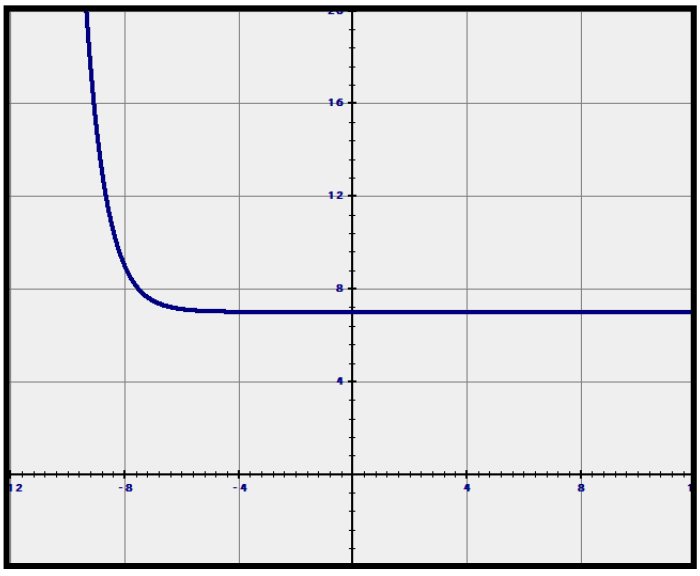
المدي: $\{y \mid y < 5\}$



(15)

المجال: R

المدي: $\{y \mid y < 3\}$

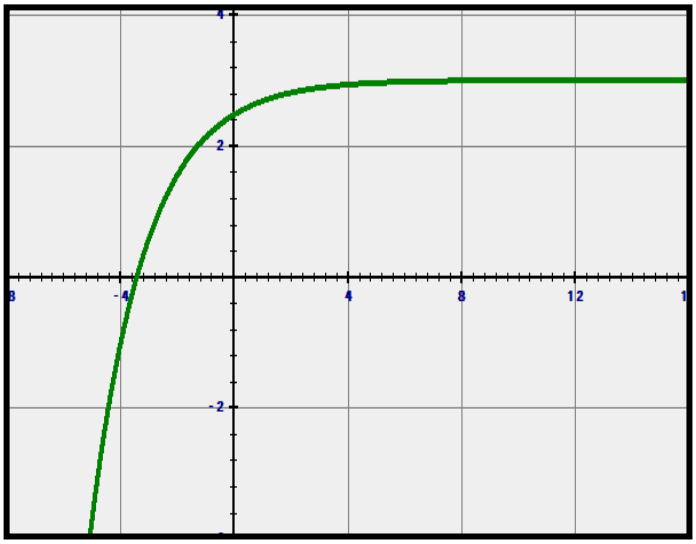


(16)

المجال: R

المدي: $\{y \mid y > 7\}$

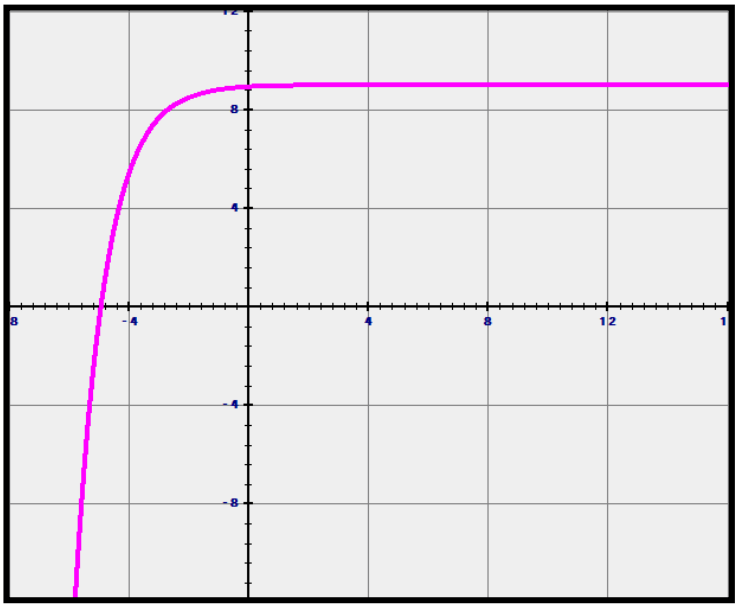
(17)



المجال: R

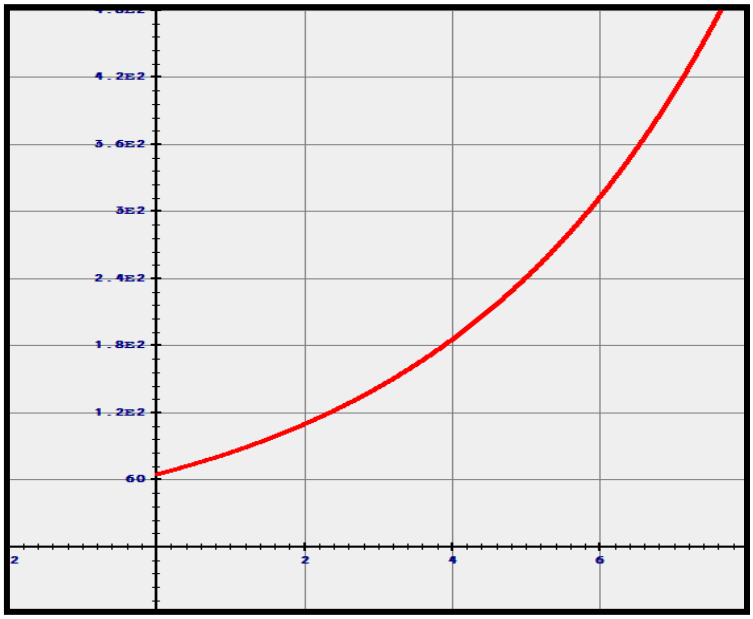
المدي: $\{y \mid y < 3\}$

(18)



المجال: R

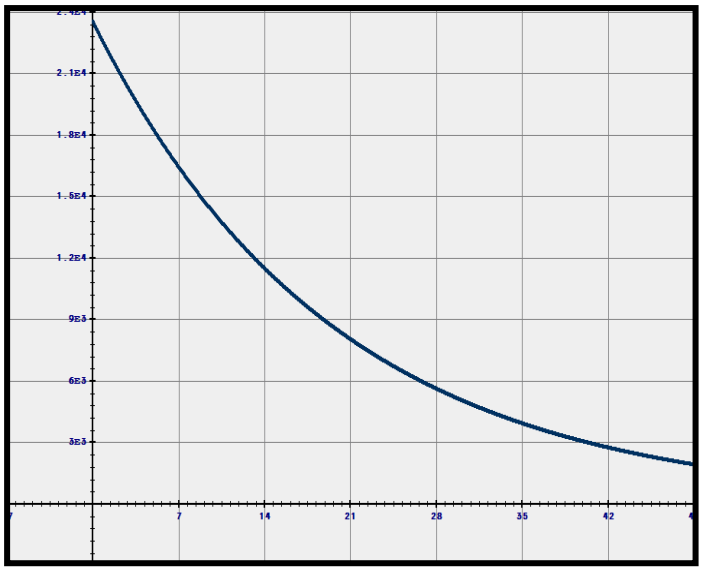
المدي: $\{y \mid y < 4\}$



(19) علوم:

المعادلة $y = 65(1.3)^t$

عدد النحل بعد 10 اسابيع 896 نحلة.



(20) كرة سلة:

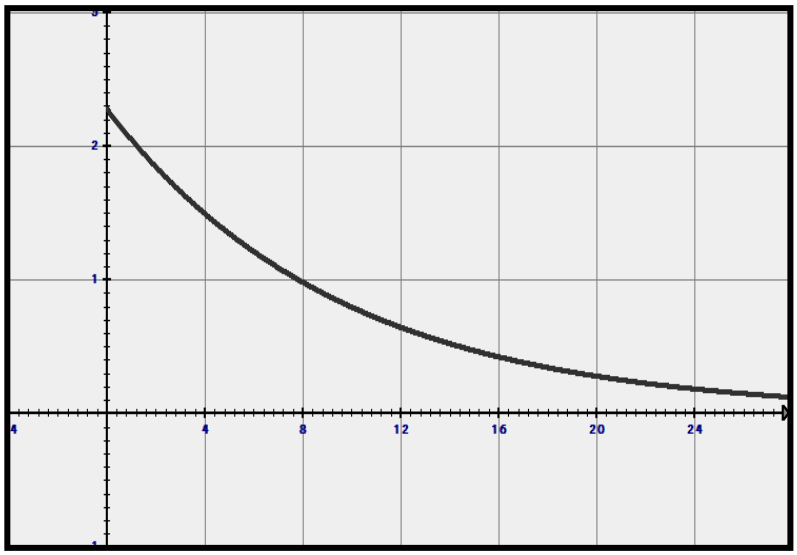
المعادلة $y = 23500(0.95)^t$

ويكون الحضور 10887 تقريباً في المباراة رقم 15

---

(21) هواتف:

a) بيانيا:



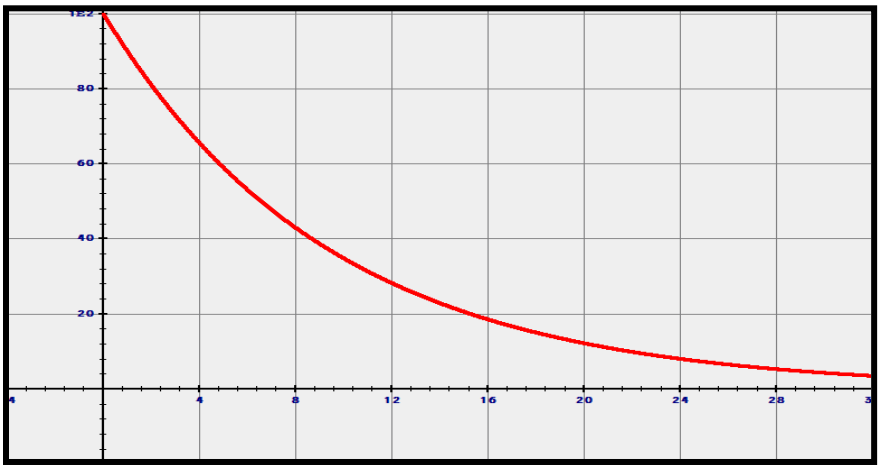
b) لفظيا:

يمثل المقطع $P(x)$ عدد الهواتف العمومية عام 1420 هـ وخط التقارب هو المحور x، ويتناقص عدد الهواتف العمومية ليقترب من 0 ولن يصل إلى 0، وذلك منطقي لأنة سيكون هناك حاجة دائما للهواتف العمومية.

---

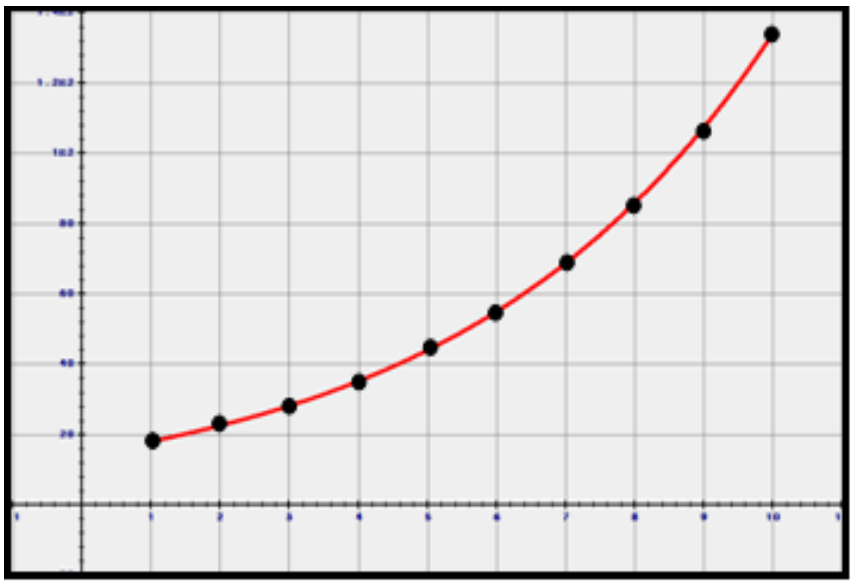
(22) صحة:

a) بيانياً:



b) بعد اليوم السادس

c) أقل من 40Ä



(23) **نظرية الأعداد:**

(a $f(x)=18(1.25)^{x-1}$

(b ←←←

(c الحد العاشر = 134

إذا كانت $f(x)$ هي الدالة الرئيسية (الأم) لكل دالة ممثلة بيانياً أدناه، التمثيل البياني للدالة $g(x)$ هو تحويل للتمثيل البيانى للدالة $f(x)$، فأوجد الدالة $g(x)$:

(24)

$$f(x)=2^x$$

$$g(x)=4(2)^{x-3}=\frac{1}{2}(2)^x$$

(25)

$$f(x)=4^x$$

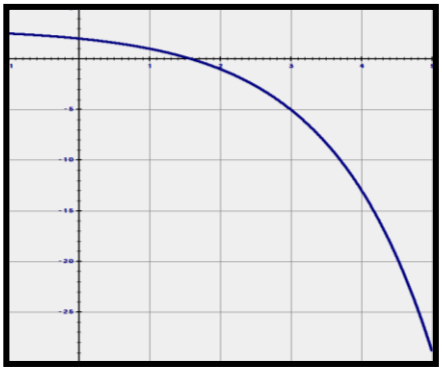
$$g(x)=-2(4)^{x+1}+3$$

---

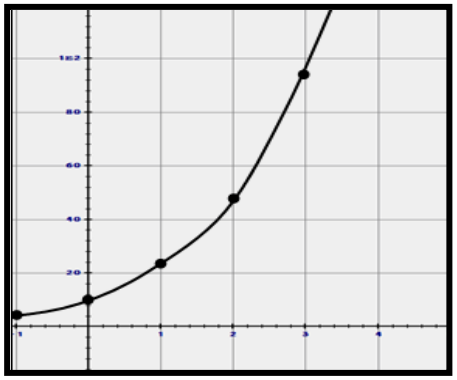
(26) تمثيلات متعددة:

a) بيانيا:

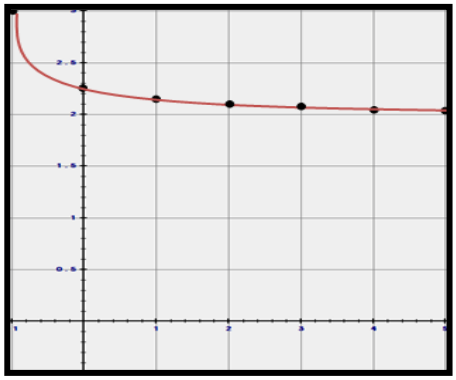
$f(x)$



$g(x)$



$h(x)$



---

b) لفظيا:

تمثيل الدالة $f(x)$ البياني هو إنعكاس في المحور x وقيم المخرجات في الجدول سالبة.

---

c) تحليليا:

$h(x)$

d) تحليليا:

$f(x)$ و $g(x)$ دالتي نمو أسي على حين أن $h(x)$ دالة اضمحلال أسي والقيم المطلقة للمخرجات متزايدة لدوال النمو الأسي ومتناقصة لدوال الاضمحلال.

---

(27) مدارس:

$$1424-1335=89$$

$$N=110(1.055)^{t}$$

$$N=110(1.055)^{89}$$

$$N=12908$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

(28) تحد:

حيث ان المنحنى يمر بالنقطتين $(0,3)$ اذن مقطع المحور y وقيمة a هو 3

بالتعويض بقيم x و y من النقطة $(1,6)$في قيم b

$y = ab^x$ دالة اسية

$6 = 3b^1$ بالتعويض عن x بـ 1 و عن y بـ 6 و عن a بـ 3

$6 = 3b^1$

$2 = b$

الدالة الاسية الي منحناها يمر بالنقطتين $(0,3)$ و $(1,6)$ هي $y = (3)(2)^x$

(29) تبرير:

(a) صحيحة دائماً، مجال الدالة الأسية هو مجموعة الأعداد الحقيقية لذا فإن $(0,y)$ دائماً موجودة.

(b) صحيحة أحياناً، التمثيل البياني للدالة الأسية يقطع المحور x عند $K < 0$

(c) صحيحة أحياناً، والدالة ليست أسية إذا كانت $b = 1$ أو $b = -1$

---

(30) اكتشف الخطأ:

ماجد، أهمل عمر الضرب في إشارة سالب.

---

(31) تحد:

حوالي $251\ mg$

---

(32) مسألة مفتوحة:

$b = 10$

---

(33) أكتب:

الدالة الرئيسية الأم هي $g(x)=b^x$ يتمدد تمثيلها البياني إذا كانت $|a|>1$ وتتقلص إذا كانت $|a|<1$، ثم تتبعها إنسحاب للتمثيل البياني k وحدة للأعلى إذا كانت k موجبة، وللأسفل إذا كانت سالبة، ثم يتبعها إنسحاب h وحدة يميناً إذا كانت h موجبة و h يساراً إذا كانت سالبة.

مراجعة تراكمية

استعمل التمثيل البياني لكل من الدالتين أدناه لتقدير الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة، أو متناقصة أو ثابتة مقرباً إلى أقرب 0.5 وحدة، ثم عزز إجابتك عددياً:

(34)

الدالة f تتزايد على $(-\infty,-2.7)$ وتتناقص على $(-2.7,0.7)$ وتتزايد على $(0.7,\infty)$

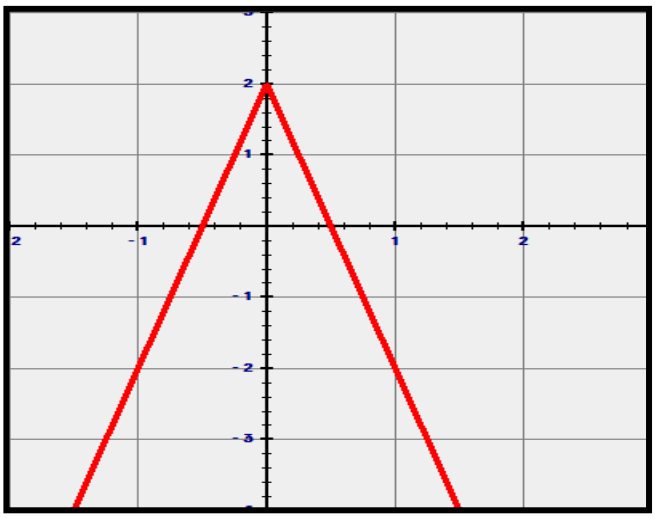
---

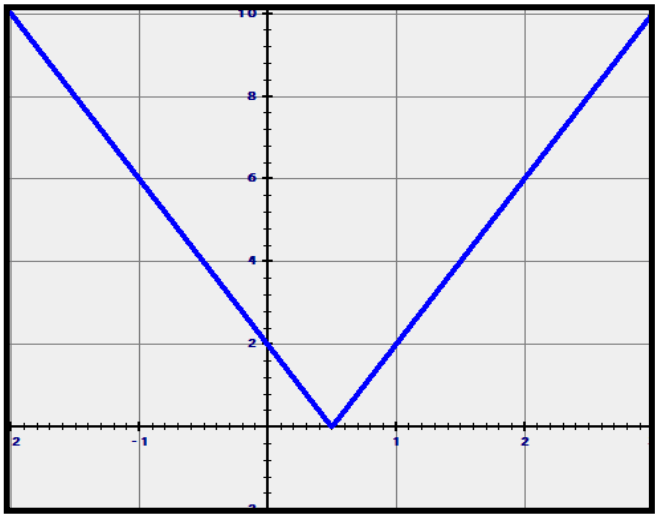
(35)

الدالة f تتزايد على $(-\infty,-4)$ ثم تتزايد على $(-4,\infty)$

استعمل منحنى $f(x)$ الدالة لتمثيل كل من الدالتين $h(x)=f(|x|)$ ، $g(x)=|f(x)|$

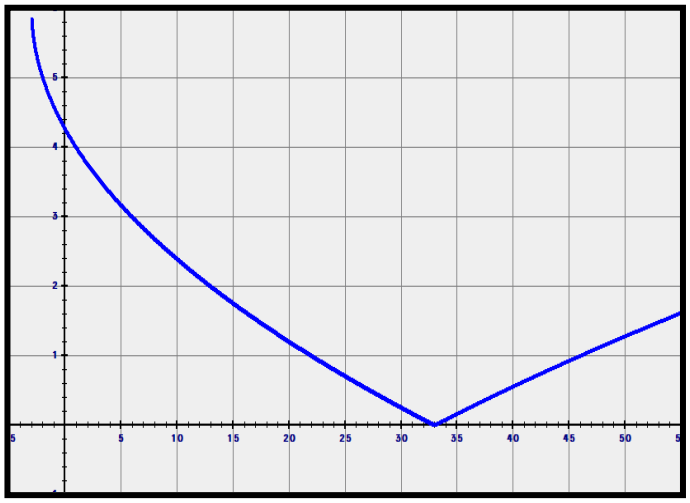
(36) $f(x)=-4x+2$

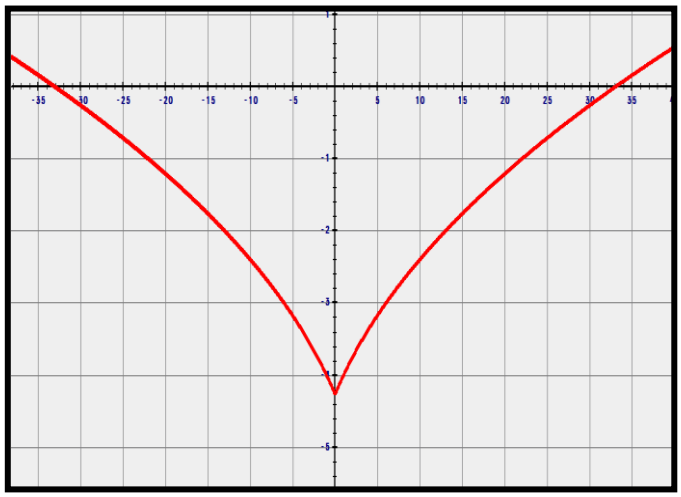




---

(37) $f(x)=\sqrt{x+3}-6$





أوجد $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ ، $(f \circ g)(x)$ ، $(f-g)(x)$ ، $(f+g)(x)$ للدالتين $f(x)$ ، $g(x)$ في

كل مما يأتي وحدد مجال كل من الدوال الناتجة:

(38)

$(f+g)(x)=x^2-x+9$ المجال: $(-\infty,\infty)$

$(f-g)(x)=x^2-3x-9$ المجال: $(-\infty,\infty)$

$(f \circ g)(x)=x^3+7x^2-18x$ المجال: $(-\infty,\infty)$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{x^2-2x}{x+9}$ المجال: $\{x \mid x \neq -9 , x \in R\}$

(39)

$(f+g)(x)=\frac{x}{x+1}$ المجال: $\{x \mid x \neq -1 , x \in R\}$

$(f-g)(x)=\frac{x}{x+1}$ المجال: $\{x \mid x \neq -1 , x \in R\}$

$(f \circ g)(x)=x^2-1$ المجال: $\{x \mid x \neq -1 , x \in R\}$

$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{x}{(x-1)(x+1)^2}$ المجال: $\{x \mid x \neq \pm 1 , x \in R\}$

تدرب على اختبار:

(40)

$3 \leftarrow\leftarrow\leftarrow A$

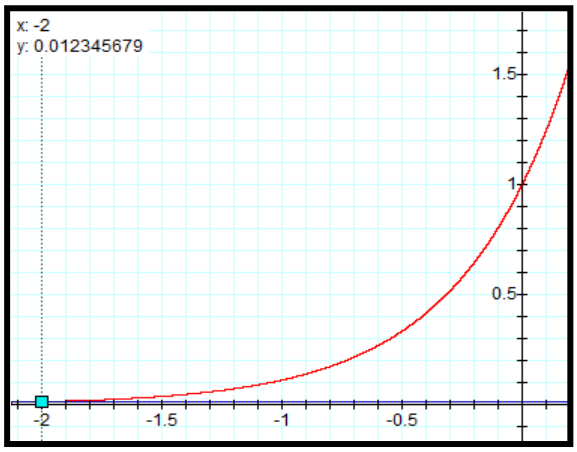
(41)

$4\sqrt{3} \leftarrow\leftarrow\leftarrow C$

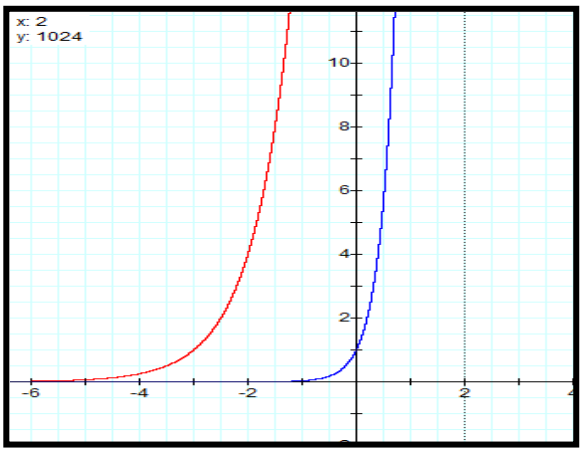
معمل الحاسبة البيانية:
حل المعادلات والمتباينات الأسية

استعمل الحاسبة البيانية لحل كل معادلة مما يأتى:

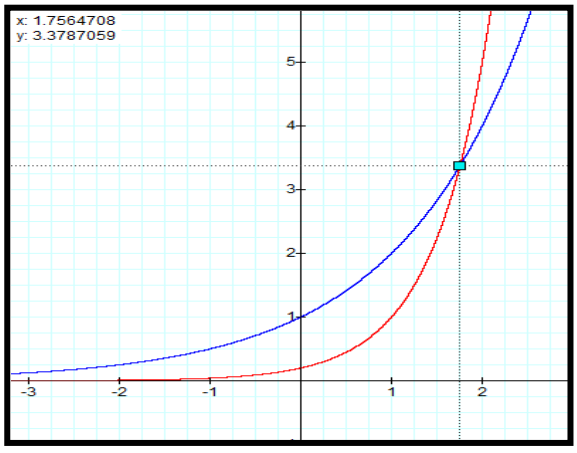
(1) $9^x = \frac{1}{81}$ $(x=-2)$



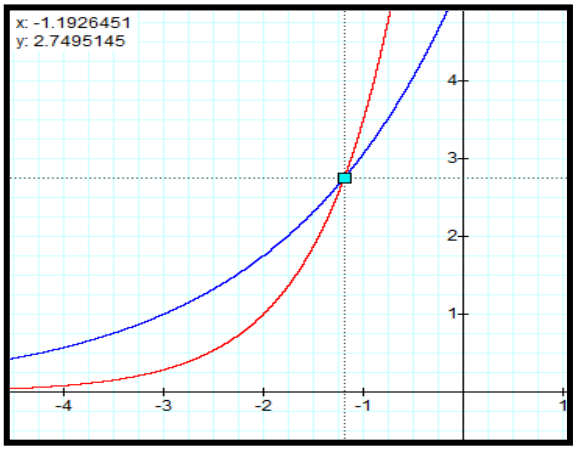
(2) $4^{x+3} = 2^{5x}$ $(x=2)$



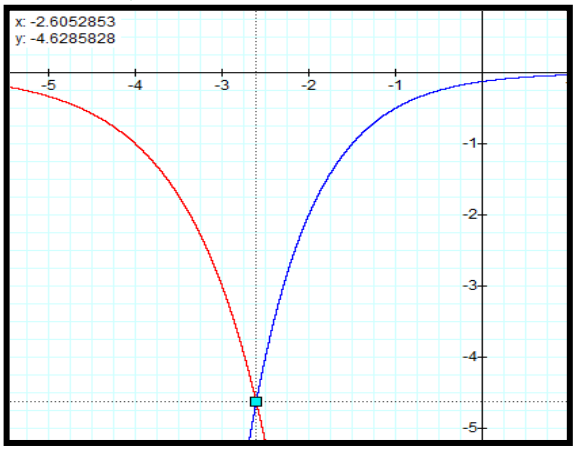
(3) $5^{x-1} = 2^x$ $(x=1.758)$



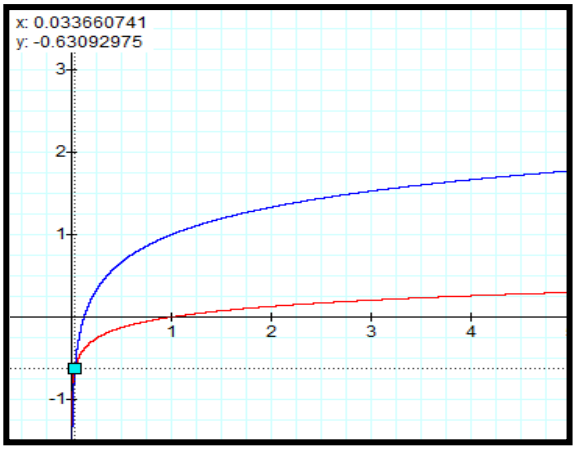
(4) $3.5^{x+2} = 1.75^{x+3}$ $(x=-1.19)$



$(x=-2.6)$ $-3^{x+4}=-0.5^{2x+3}$ (5)



$(y=-0.63)$ $6^{3y}=8^{y-1}$ (6)

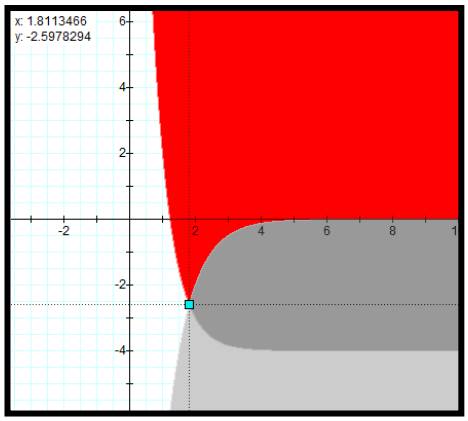


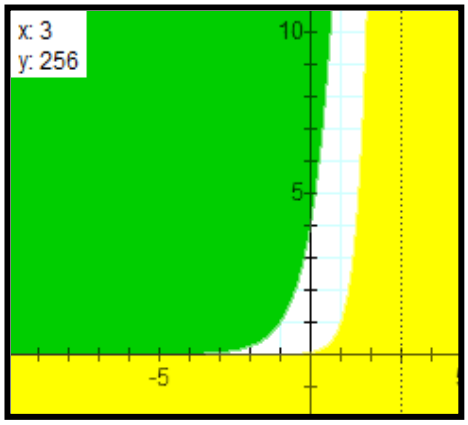
تمارين:

استعمل الحاسبة البيانية لحل كل متباينة مما يأتي:

(7)

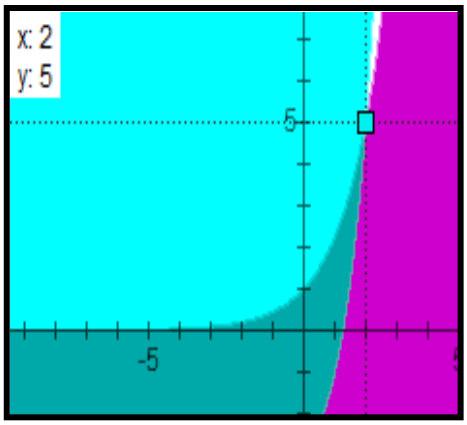
$\{x \mid x > 1.8\}$





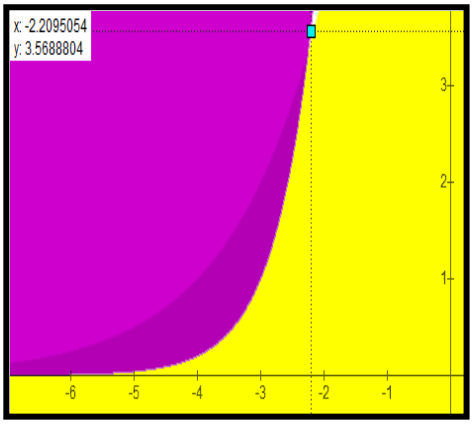
(8)

$$\{x \mid x > 3\}$$



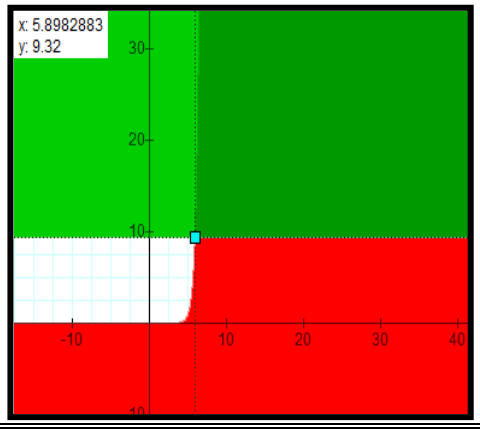
(9)

$$\{x \mid x < 2\}$$



(10)

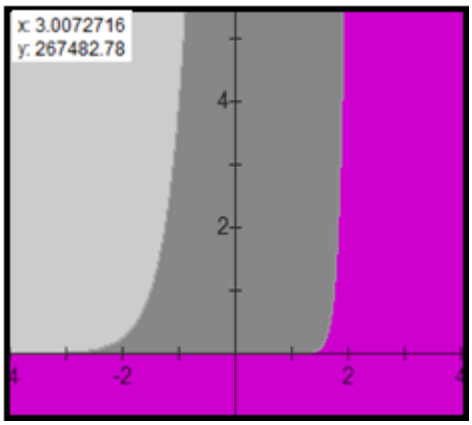
$$\{x \mid x \leq -2.2\}$$



(11)

$\{x \mid x \geq 5.8983\}$

(12)



$\{x \mid x < 3.0072716\}$

(13) أكتب:

بما أن النظام يتكون من عبارات في كل من الطرفين، فمهما كانت قيم حلول النظام ستحقق أي من المعادلة أو المتباينة.

(2-2)حل المعادلات والمتباينات الأسية

■ **تحقق من فهمك:**

(1A)

$4^{2n-1} = 64 = 4^3$

$\therefore \ 2n - 1 = 3$

$\therefore \ 2n = 4$

$\therefore \ n = 2$

(1B)

$$5^{5x} = 125^{x+2} = 5^{3(x+2)}$$

$$\therefore\ 5x = 3x + 6$$

$$\therefore\ 2x = 6$$

$$\therefore\ x = 3$$

■ **تحقق من فهمك:**

(2) إعادة تصنيع:

$$y = 3.2\times10^{6}\left(0.6\right)^{x} \quad (2A)$$

(2B) لا شيء.

■ **تحقق من فهمك:**

(3)

$$100000\left(1+\frac{0.12}{24}\right)^{24.5} = 127117.29$$ ريـــــــالاً

■ **تحقق من فهمك:**

(4)

(4A

$$3^{2x-1} \geq 3^{-5}$$

$$\therefore\ 2x-1 \geq -5$$

$$\therefore\ 2x \geq -4$$

$$\therefore\ x \geq -2$$

(4B

$$2^{x+2} > 2^{-5}$$

$$\therefore\ x+2 > -5$$

$$\therefore\ x > -5-2$$

$$\therefore\ x > -7$$

تدرب وحل المسائل

حل كل معادلة مما يأتي:

(1)

$$8^{4x+2} = 64 = 8^2$$

$$\therefore\ 4x + 2 = 2$$

$$\therefore\ 4x = 0$$

$$\therefore\ x = 0$$

(2)

$$5^{x-6} = 124 = 5^3$$

$$\therefore\ x - 6 = 3$$

$$\therefore\ x = 3 + 6$$

$$\therefore\ x = 9$$

---

(3)

$$3^{5x} = 27^{2x-4} = 3^{3(2x-4)}$$

$$\therefore\ 5x = 6x - 12$$

$$\therefore\ -x = -12$$

$$\therefore\ x = 12$$

(4)

$$16^{2y-3} = 4^{2(2y-3)} = 4^{y+1}$$

$$\therefore\ 4y - 6 = y + 1$$

$$\therefore\ 3y = 7$$

$$\therefore\ y = \frac{7}{3}$$

---

(5)

$$2^{6x} = 32^{x-2} = 2^{5(x-2)}$$

$$\therefore\ 6x = 5x - 10$$

$$\therefore\ x = -10$$

---

(6)

$$49^{x+5} = 7^{2(x+5)} = 7^{8x-6}$$

$$\therefore\ 2x + 10 = 8x - 6$$

$$\therefore\ 6x = 16$$

$$\therefore\ x = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

(7)

$$81^{a+2} = 3^{4(a+2)} = 3^{3a+1}$$

$$\therefore\ 4a + 8 = 3a + 1$$

$$\therefore a = 1 - 8$$

$$\therefore\ x = -7$$

---

(8)

$$256^{b+2} = 4^{4(b+2)} = 4^{2-2b}$$

$$\therefore\ 4b + 8 = 2 - 2b$$

$$\therefore 6b = -6$$

$$\therefore\ b = -1$$

---

(9)

$$9^{3c+1} = 3^{2(3c+1)} = 27^{3c-1} = 3^{3(3c-1)}$$

$$\therefore\ 6c + 2 = 9c - 3$$

$$\therefore\ 3c = 5$$

$$\therefore\ c = \frac{5}{3}$$

---

(10)

$$8^{2y+4} = 16^{y+1}$$

$$\therefore\ 2^{3(2y+4)} = 2^{4(y+1)}$$

$$\therefore\ 6y + 12 = 4y + 4$$

$$\therefore\ 2y = -8$$

$$\therefore\ y = -4$$

(11) **علوم:**

$$C = 2^{\frac{t}{15}} \qquad (a$$

$$C = 2^{\frac{60}{15}} = 2^4 = 16 \quad \text{خلية} \qquad (b$$

---

(12)

$$y = 100000(1.045)^x \qquad (a$$

$$y = 100000(1.045)^{12} = 241171.4 \quad \text{ريـــــــال} \qquad (b$$

---

(13)

$$70000\left(1 + \frac{0.043}{12}\right)^{12.7} = 94533.78 \quad \text{تقريبا}$$

---

(14)

$$50000\left(1+\frac{0.0225}{24}\right)^{24.6}=57223.22 \quad \text{ريـــــــال}$$

حل كل متباينة مما يأتي:

(15)

$$4^{2x+6} \geq 64^{2x-4}$$

$$\therefore 4^{2x+6} \geq 4^{3(2x-4)}$$

$$\therefore 2x+6 \geq 6x-12$$

$$\therefore 18 \geq 4x$$

$$\therefore 4.5 \geq x$$

(16)

$$25^{y-3} \leq \left(\frac{1}{125}\right)^{y+3}$$

$$\therefore 25^{y-3} \leq 25^{-2(y+3)}$$

$$\therefore y-3 \leq -2y-6$$

$$\therefore 3y \leq -3$$

$$\therefore y \leq -1$$

(17)

$$5^4 \geq 5^{a+8}$$

$$\therefore 4 \geq a+8$$

$$\therefore -4 \geq a$$

---

(18)

$$10^{5b+2} > 10^3$$

$$\therefore 5b + 2 > 3$$

$$\therefore 5b > 1$$

$$\therefore b > \frac{1}{5}$$

---

(19)

$$\left(\frac{1}{64}\right)^{c-2} < 32^{2c}$$

$$\therefore 2^{-6(c-2)} < 2^{5(2c)}$$

$$\therefore -6c + 12 < 10c$$

$$\therefore 12 < 16c$$

$$\therefore \frac{12}{16} < c$$

$$\therefore \frac{3}{4} < c$$

---

(20)

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{3t+5} \geq \left(\frac{1}{243}\right)^{t-6}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{3}\right)^{2(3t+5)} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{5(t-6)}$$

$$\therefore 6t + 10 \geq 5t - 30$$

$$\therefore t \geq -40$$

أكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ للتمثيل البيانى المار بكل زوج من النقاط فيما يأتى:

(21) $y = 6.4(2.5)^x$

(22) $y = 256(0.75)^x$

(23) $y = 128(4.926)^x$

(24) $y = 144(3.5)^x$

---

(25) علوم:

(a

$$y(15) = 20 + 70(1.071)^{-15}$$

$$= 45.02 \ ^\circ c$$

(b

$$y(30) = 20 + 70(1.071)^{-30}$$

$$= 28.942 \ ^\circ c$$

(c أقل منهما

---

(26) أشجار:

$$d = 1.3h^{1.5}$$

حل كل معادلة أسية مما يأتى:

(27)

$$2^{-4x-1} = 8^{2x+1} = 2^{3(2x+1)}$$

$$\therefore\ -4x-1 = 6x+3$$

$$\therefore\ 10x = -4$$

$$\therefore\ x = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5}$$

(28)

$$5^{-x+5} = 25^{3x+2} = 5^{2(3x+2)}$$

$$\therefore\ -x+5 = 6x+4$$

$$\therefore\ 7x = 1$$

$$\therefore\ x = \frac{1}{7}$$

(29)

$$216 = \left(\frac{1}{6}\right)^{x+3}$$

$$\therefore\ 6^3 = 6^{-x-3}$$

$$\therefore\ 3 = -x-3$$

$$\therefore\ x = -6$$

(30)

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{3x+4}=\left(\frac{1}{4}\right)^{-2x+4}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2}\right)^{3(3x+4)}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2(-2x+4)}$$

$$\therefore\ 9x+12=-4x+8$$

$$\therefore\ 13x=-4$$

$$\therefore\ x=-\frac{4}{13}$$

---

(31)

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1}=\left(\frac{27}{8}\right)^{x-4}$$

$$\therefore \left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-3(x-4)}$$

$$\therefore\ 5x+1=-3x+12$$

$$\therefore\ 8x=11$$

$$\therefore\ x=\frac{11}{8}$$

(32)

$$\left(\frac{25}{81}\right)^{2x+1} = \left(\frac{729}{125}\right)^{-3x+1}$$

$$\therefore \left(\frac{5}{9}\right)^{2(2x+1)} = \left(\frac{5}{9}\right)^{-3(-3x+1)}$$

$$\therefore\ 4x + 2 = 9x - 3$$

$$\therefore\ 5x = 5$$

$$\therefore\ x = 1$$

---

(33) سكان:

a) $y = 2.556(1.0187)^{x}$

b) تقريباً 6.455 مليار

c) التقدير أكبر من العدد الحقيقي للسكان بمقدار 375 مليون.

b) تقريباً 9.3498 مليار وبما أن التنبؤ بعدد السكان عام 2000 كان أكبر من العدد الحقيقي، فقد يكون هذا التنبؤ أكبر مما يكون علية في الواقع في ذلك الوقت.

---

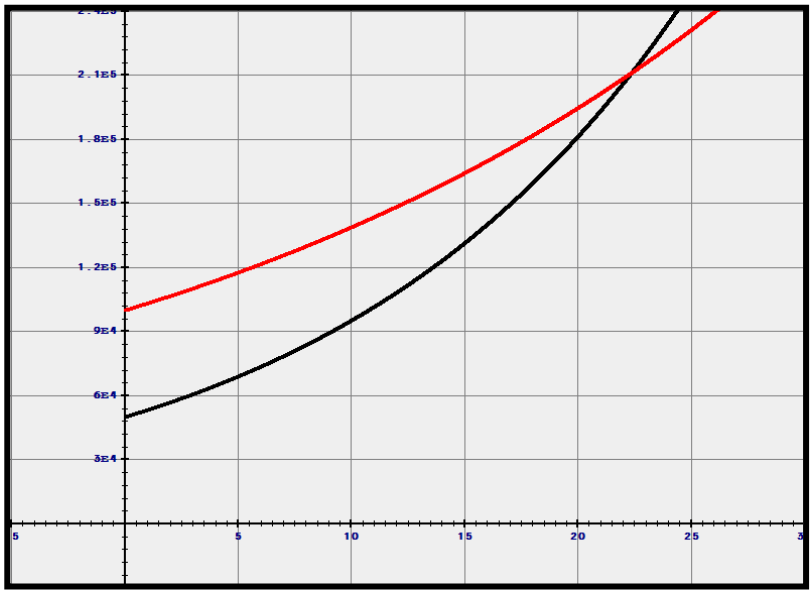
(34) ثقافة مالية:

a)

$$A = 50000\left(\frac{4.065}{4}\right)^{4t}$$

$$B = 50000\left[(1.0035)^{12t} + (1.0004423)^{52t}\right]$$

b)



c) خلال أول 22 سنة يكون الخيار الثاني أفضل؛ لأن المبلغ المتجمع منه أكبر من المبلغ المتجمع من الخيار الأول.

(35) تمثيلات متعددة:

a) حسيّاً: بعد القص الأول 2، بعد القص الثاني 4، بعد القص الثالث 8، بعد القص الرابع 16

b) جدولياً:

عدد القص	1	2	3	4
عدد القطع	2	4	8	16

c) رمزياً: $y = 2^x$

d) تحليلياً: $y = 0.003(2)^x$

e) تحليلياً: $3221225.47 \ in$

مسائل مهارات التفكير العليا:

(36) تحد:

$$16^{18}+16^{18}+16^{18}+16^{18}=4^x$$

$$\therefore 4\left(16^{18}\right)=4\left(4^{2(18)}\right)=4^{37}=4^x$$

$$\therefore \quad x=37$$

---

(37) مسألة مفتوحة:

$$4^x=16$$

(38)

$$27^{2x}\times 81^{x+1}=3^{3(2x)}\times 3^{4(x+1)}$$

$$=3^{6x}\times 3^{4x+4}=3^{10x+4}$$

$$3^{2x+2}\times 9^{4x+1}=3^{2x+2}\times 3^{2(4x+1)}$$

$$=3^{2x+2}\times 3^{8x+2}=3^{10x+4}$$

B الطرفان متساويان، وهو المطلوب إثباتة.

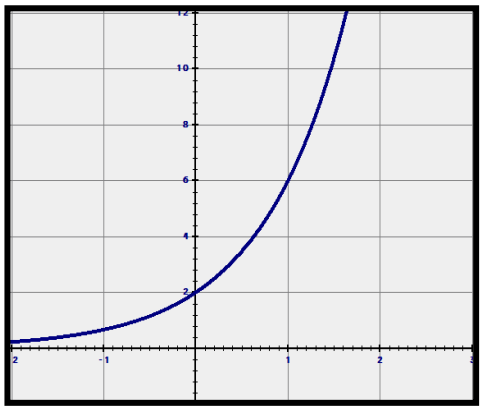
(39) تبرير:

(a) صحيحة دائماً، لأن 2^x موجبة لجميع قيم x، بينما $-\left(8\right)^{20x}$ سالبة لجميع قيم x.

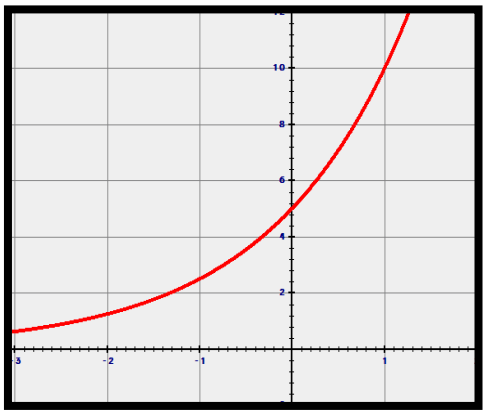
مراجعة تراكمية

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

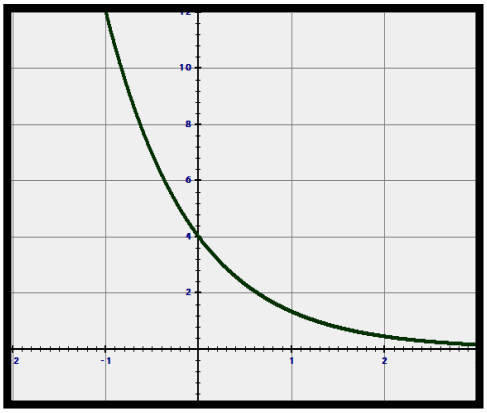
(40)



(41)



(42)



حل كل معادلة مما يأتي:

(43)

$\sqrt{x+5}=3$

$\therefore x+5=9$

$\therefore x=4$

---

(44)

$\sqrt{3t-5}=7$

$\therefore 3t-5=49$

$\therefore 3t=54$

$\therefore x=18$

---

(45)

$2x-1=2^4=16$

$\therefore 2x=17$

$\therefore x=\frac{17}{2}$

(46)

$(5x+7)^{\frac{1}{5}}=2$

$\therefore 5x+7=2^5=32$

$\therefore 5x=25$

$\therefore x=5$

---

(47)

$$3x-2=(-1)^5=-1$$
$$\therefore 3x=1$$
$$\therefore x=\frac{1}{3}$$

(48)

$$7x-1=(-2)^3=-8$$
$$\therefore 7x=-7$$
$$\therefore x=-1$$

أوجد $[g\circ h](x)$ ، $[h\circ g](x)$ لكل زوج من الدوال الآتية:

(49)

$$[g\circ h](x)=6x+1$$
$$[h\circ g](x)=-6x+7$$

---

(50)

$$[g\circ h](x)=x+4$$
$$[h\circ g](x)=|x|+4$$

أوجد كل دالة مما يأتي:

(51)

$$f^{-1}(x)=\frac{x-1}{2}$$

تدرب على إختبار

(52)

(C ←←← **1**

(53)

(A ←←← **– 25**

(2-3) اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية

■ **تحقق من فهمك:**

(1A)

$16 = 4^2$

(1B)

$729 = 3^6$

■ تحقق من فهمك:

(2A)

$\log_4 64 = 3$

(2B)

$\log_{125} 5 = \frac{1}{3}$

■ تحقق من فهمك:

(3A)

$\log_3 81 = 4$

(3B)

$\log_{\frac{1}{2}} 256 = -8$

■ تحقق من فهمك:

(4A)

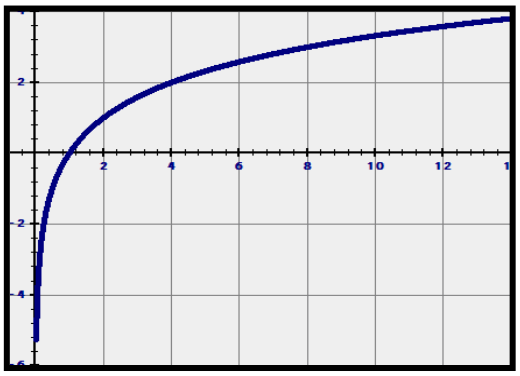
$\log_9 81 = 2$

(4B)

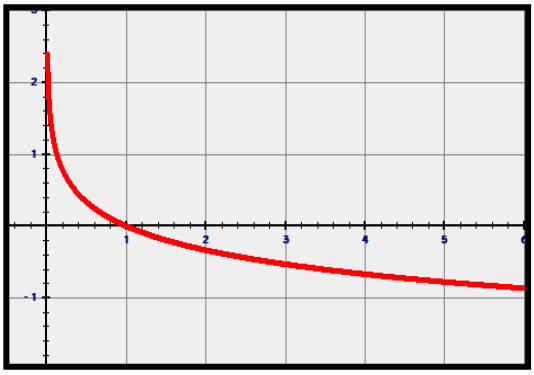
$3^{\log_3 1} = 1$

■ تحقق من فهمك:

(5A)

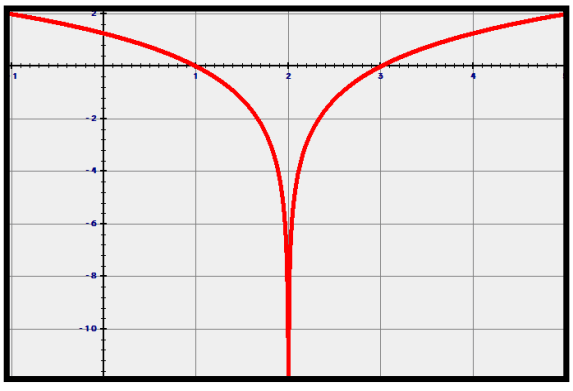


(5B)

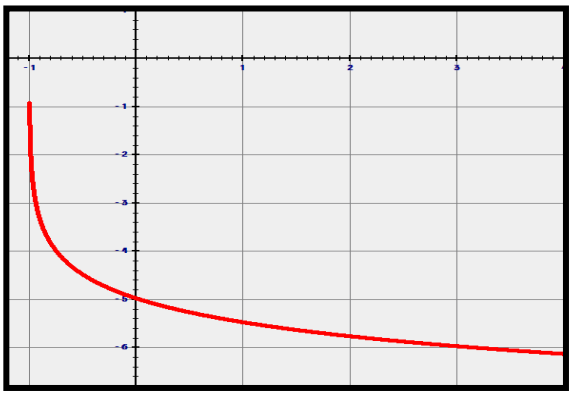


■ تحقق من فهمك:

(6A)



(6B)



■ **تحقق من فهمك**:

(7)

$$y = \log_{0.5} x$$

تدرب وحل المسائل

اكتب كل معادلة لوغاريتمية مما يأتي على الصورة الأسية:

(1)

$$512 = 8^3$$

(2)

$$625 = 5^4$$

(3)

$$16 = 2^4$$

(4)

$$343 = 7^3$$

(5)

$$9^{-2} = \frac{1}{81}$$

(6)

$$3^{-3} = \frac{1}{27}$$

(7)

$$12^{2} = 144$$

(8)

$$9^{0} = 1$$

اكتب كل معادلة أسية مما يأتى على الصورة اللوغاريتمية:

(9)

$$\log_{11} 1331 = 3$$

(10)

$$\log_{16} 8 = \frac{3}{4}$$

(11)

$$\log_{9} \frac{1}{9} = -1$$

(12)

$$\log_{6} \frac{1}{216} = -3$$

(13)

$$\log_{2} 256 = 8$$

(14)

$$\log_4 4069 = 6$$

(15)

$$\log_{27} 9 = \frac{2}{3}$$

(16)

$$\log_{25} 125 = \frac{3}{2}$$

أوجد قيمة كل مما يأتي:

(17)

$$\log_{13} 169 = 2$$

(18)

$$\log_2 \frac{1}{128} = -7$$

(19)

$$\log_6 1 = 0$$

(20)

$$\log_4 1 = 0$$

(21)

$$\log_{10} 10 = 1$$

(22)

$$\log_{10} 0.01 = -2$$

(23)

$$\log_3 \frac{1}{9} = -2$$

(24)

$$\log_4 \frac{1}{64} = -3$$

(25)

$$\log_6 216 = 3$$

(26)

$$\log_{27} 3 = \frac{1}{3}$$

(27)

$$\log_{32} 2 = \frac{1}{5}$$

(28)

$$\log_{121} 11 = \frac{1}{2}$$

(29)

$$\log_{\frac{1}{5}} 3125 = -5$$

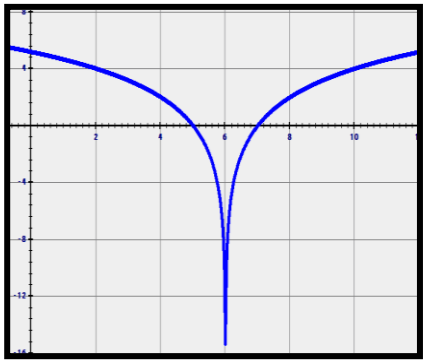
(30)

$$\log_{\frac{1}{8}} 512 = -3$$

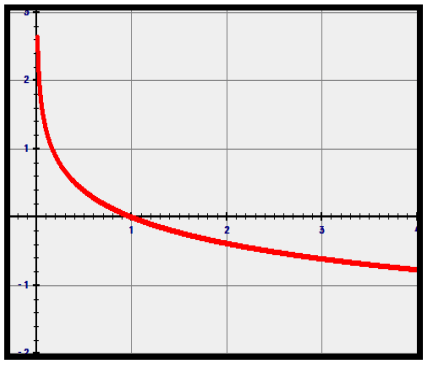
(31)

$$\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{216} = 3$$

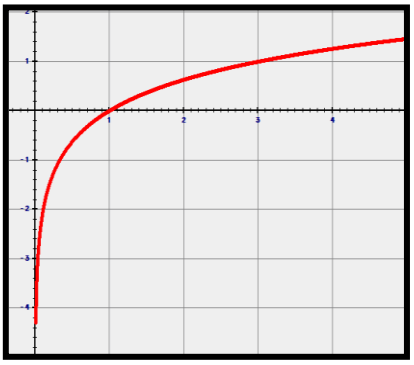
(34)



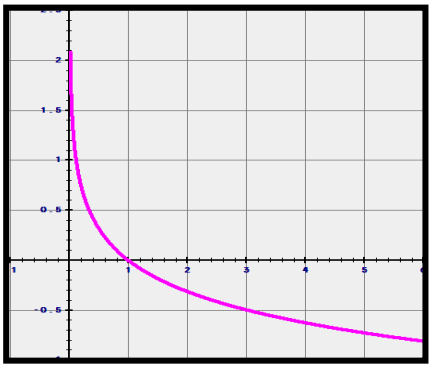
(33)



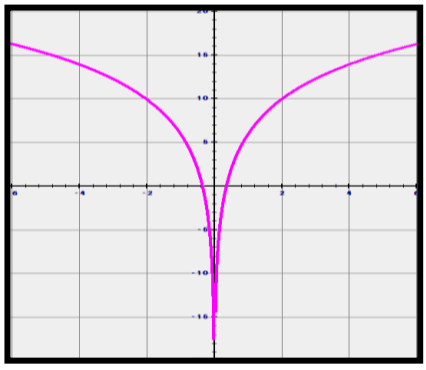
(32)



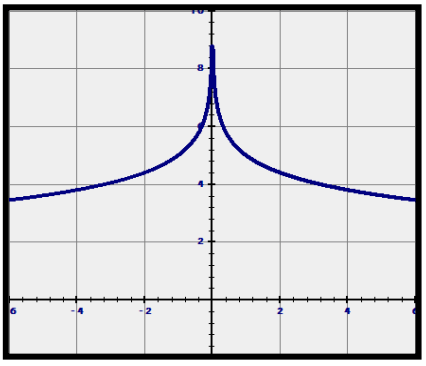
(37)



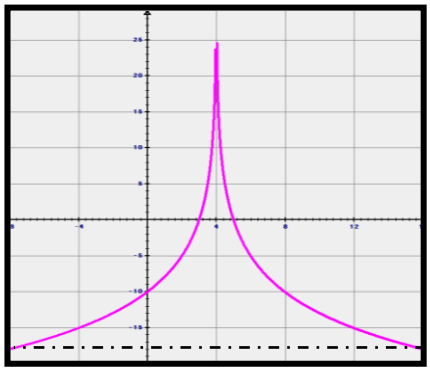
(36)



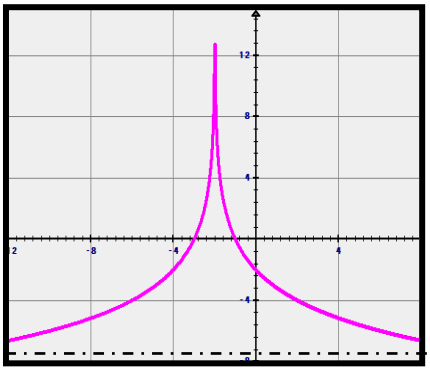
(35)



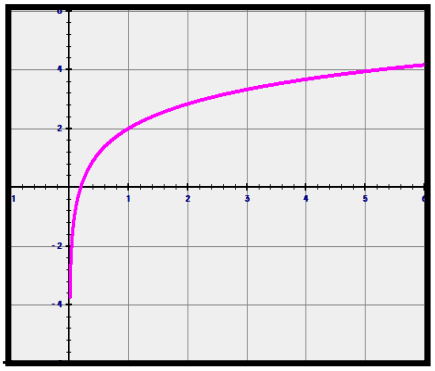
(40)



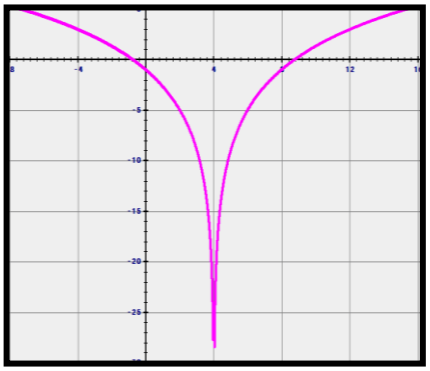
(39)



(38)



(41)

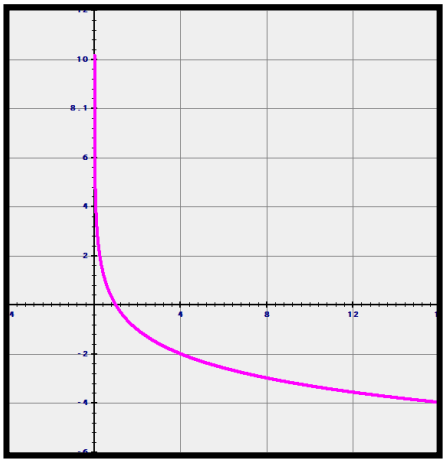


$$R = 10^{ps}$$

(43) تصوير:

(a $n = \log_2\left(\frac{1}{\frac{1}{4}}\right) = \log_2 4 = 2$

(b



(c $\frac{1}{8}$ ، نقصان الإضاءة.

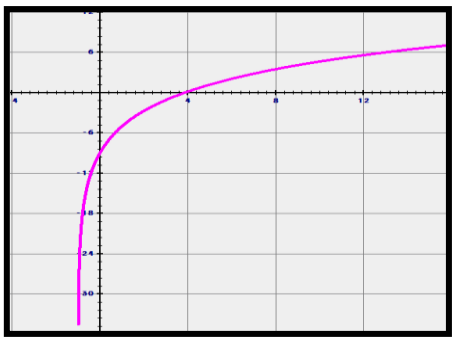
(44) تربية:

(a $y(0) = 85 - 6\log_2 1 = 85 - 0 = 85$

(b $y(3) = 85 - 6(\log_2 4) = 85 - 12 = 73$

(c $y(15) = 85 - 6\log_2 16 = 85 - 24 = 61$

(45)



(46) تحليليا:

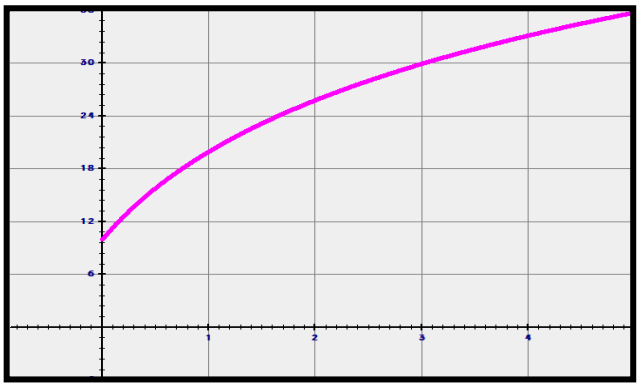
$$y = \log_3(x-4)+1$$

(47)

(a $S(63)=70$ ، $S(15)=50$ ، $S(3)=30$

(b إذا أنفق 3000 ريال على الدعاية والإعلان ستكون مبيعات الشركة 30000 ريال وإذا أنفق 15000 ريال ستكون مبيعات الشركة 50000 ريال وإذا أنفق 63000 ريال على الدعاية والإعلان ستكون مبيعات الشركة 70000 ريال

(c



(d يتضح من التمثيل البياني أنة كلما زاد المبلغ المنفق على الدعاية والإعلان عن 70000 ريال قبل إنحناء المنحنى ليتساوى المبلغ المنفق على الدعاية والإعلان مع قيمة المبيعات.

(48) أحياء:

(a

$$G = \frac{t}{3.3\log_b f} = \frac{16}{3.3\log_4 1024} = 264\ h$$

(b

$$G = \frac{t}{3.3\log_b f} = \frac{t}{3.3\log_{20} 160000} = 5$$

$$\therefore t = 66\ h$$

$$G = \frac{t}{3.3\log_b f} = \frac{4.4}{3.3\log_6 1296} = \frac{1}{3}\,h \qquad (c$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

(49) اكتشف الخطأ:

$\log_2 16 = 4$ أما باقي العبارات تساوي 2

(50) تحد:

لا ينتمي أبداً، لأنة إذا إنتمى الصفر للمجال ستصبح المعادلة $y = \log_b 0$ وبهذا يكون $b^y = 0$ وهذا غير صحيح.

(51) أكتشف الخطأ:

سليمان، لأن التمثيل البياني للدوال اللوغاريتمية يمر بالنقطة $(1, 0)$ ولا يمر بالنقطة $(0, 1)$.

(52) أكتشف الخطأ:

لا، مريم كانت الأقرب للحل الصحيح لكن كان عليها إكمال الحل $y = 2-$ بدلاً من $y = 2$،
أما مها فإستعملت تعريف اللوغاريتمات بشكل خاطئ.

---

(53) تبرير:

Log_7، قيمته أكبر قليلاً من 2 وقيمة $Log_8 61$ أقل من 2 بقليل أيضاً وقيمة $Log_9 71$ أقل من 2 بقليل.

---

(54) مسألة مفتوحة:

(a $Log_2 33554432 = 25$

(b $Log_4 \frac{1}{64} = -3$

(c $Log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2}$

(d $Log_7 1 = 0$

---

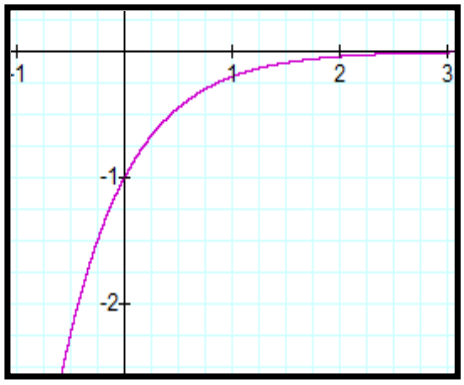
(55) اكتب:

في الدالة $g(x) = a \log_{10}(x-h)+k$. قيمة k هى أزاحة رأسية عدد k وحده إلى الأعلى إذا كانت k موجبة وعدد k وحده إلى الاسفل إذا كانت k سالبة بينما قيمة h هى أزاحة أفقية عدد h وحده إلى اليمين إذا كانت h موجبة وعدد h وحده إلى اليسار إذا كانت h سالبة.

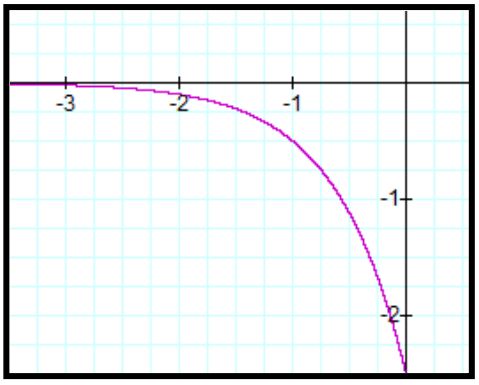
مراجعة تراكمية:

مثّل كل دالة مما يأتي بيانياً:

(56)

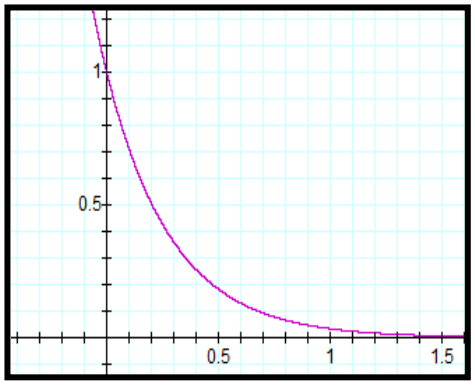


(57)

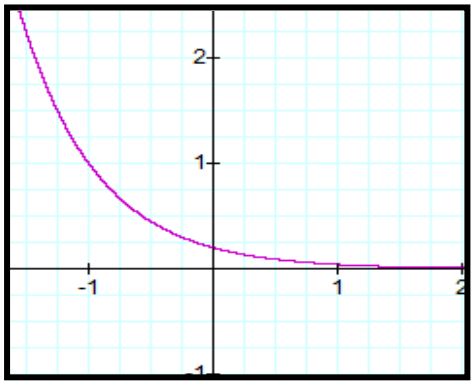


---

(58)



(59)



حل كل متباينة مما يأتي:

(60) $3^{n-2} > 3^3$

$n - 2 > 3$

$n > 5$

$$2^{2n} \le \left(\frac{1}{2}\right)^4 \qquad (61)$$

$$2n \le -4$$

$$n \le -2$$

$$2^{4n} < 2^{3(n+1)} \qquad (62)$$

$$4n < 3n + 3$$

$$n < 3$$

$$2^{5(5P+2)} \ge 2^{4(5P)} \qquad (63)$$

$$25P + 10 \ge 20P$$

$$5P \ge -10$$

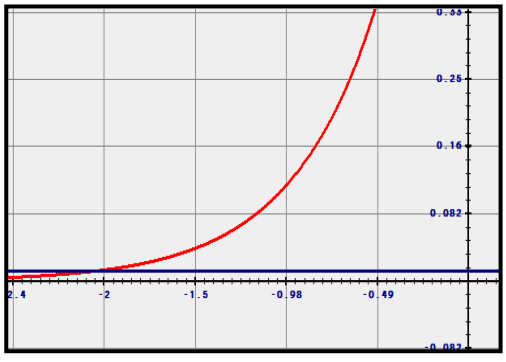
$$P \ge -2$$

$$4^x \times 4^2 = 48 \qquad (64)$$

$$4^x = \frac{48}{16}$$

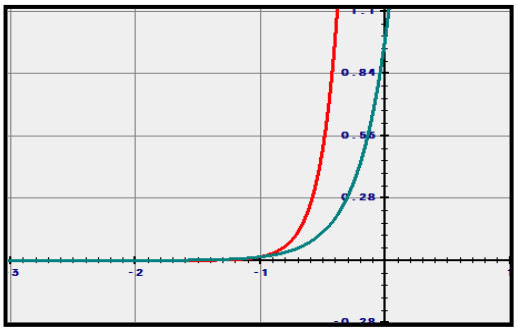
$$4^x = 3$$

حل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة حلك:



$$9^x = 9^{-2} \qquad (65)$$

$$x = -2$$

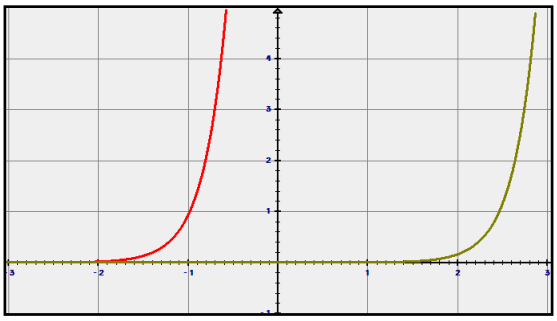


$$2^{6x} = 2^{2(5x+2)} \quad (66)$$

$$6x = 10x + 4$$

$$4x = -4$$

$$x = -1$$

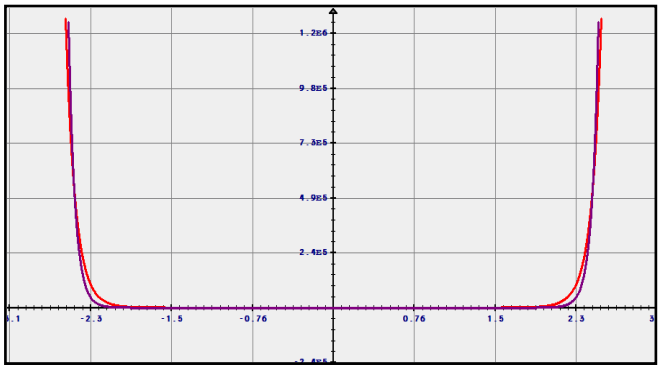


$$7^{2(3P+1)} = 7^{2P-5} \quad (67)$$

$$6P + 2 = 2P - 5$$

$$4P = -7$$

$$x = \frac{-7}{4}$$



$$3^{2x^2} = 3^{3(x^2-2)} \quad (68)$$

$$2x^2 = 3x^2 - 6$$

$$x^2 = 6$$

$$x = \pm\sqrt{6}$$

تدرب على اختبار:

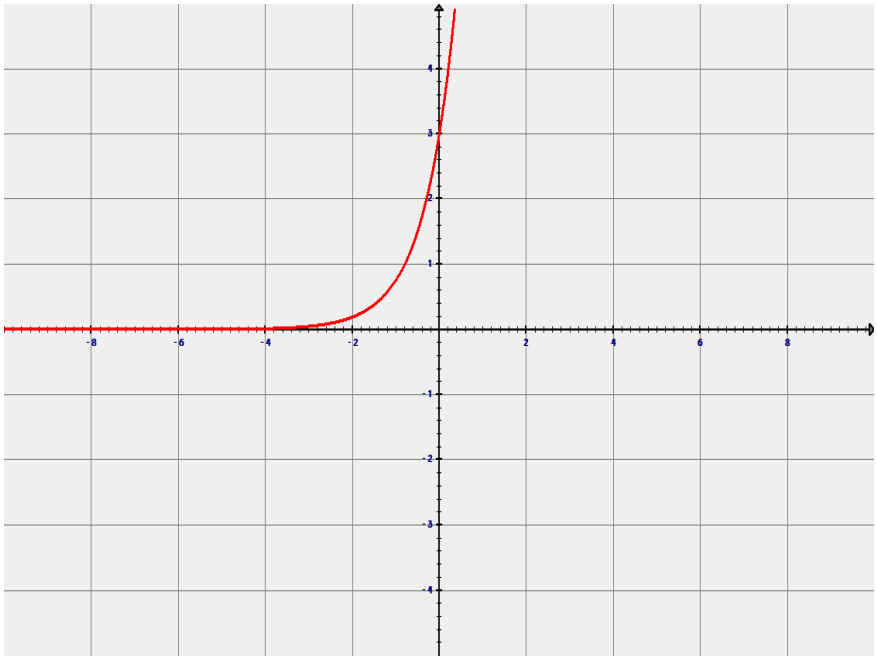
$\frac{4}{3}$ C (69)

-5 D (70)

0 *A* (71)

اختبار منتصف الفصل

مثّل كل دالة مما يأتي بيانياً، وحدد مجالها ومداها:



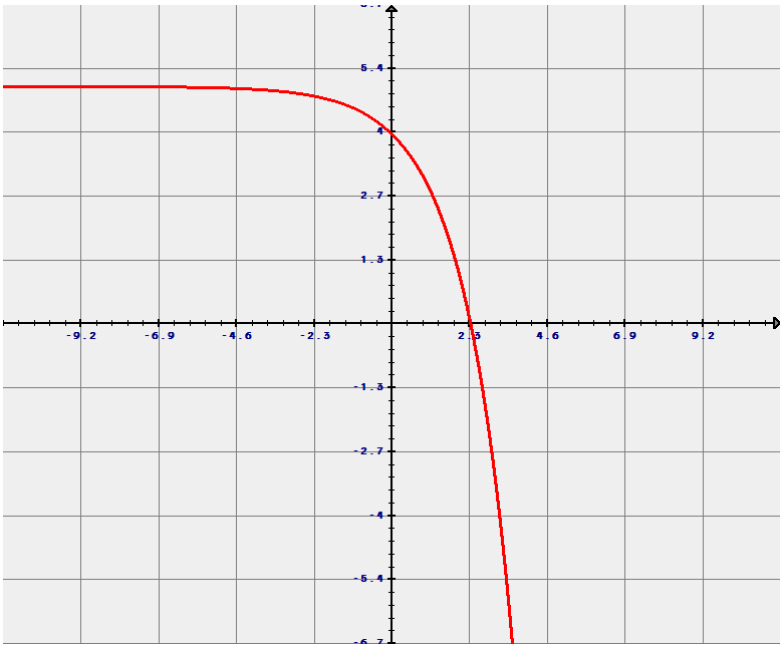
(1) المجال: $\{R\}$

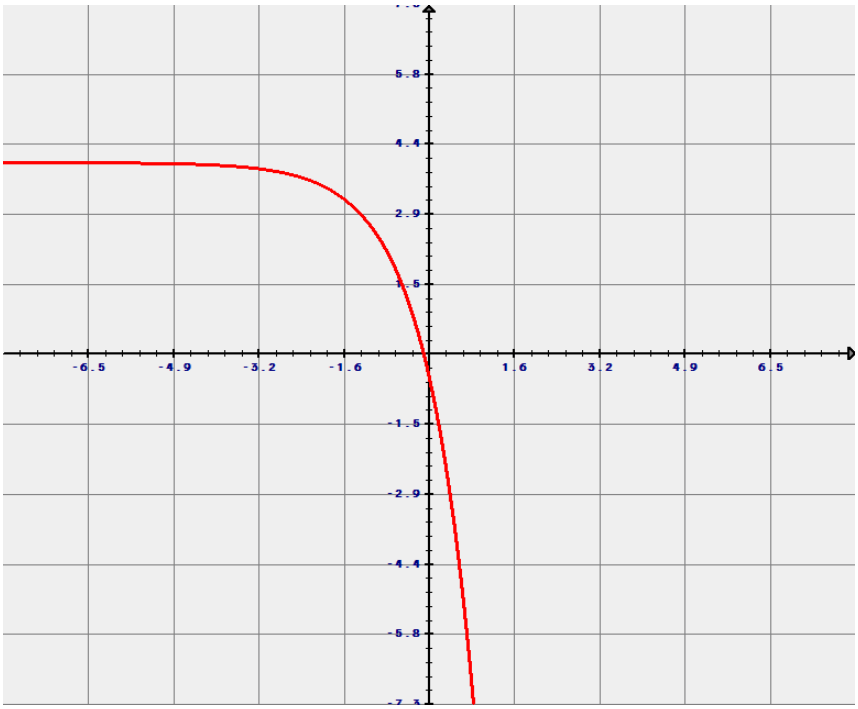
المدى: $\{f(x) | f(x) > 0\}$

---

(2) المجال: $\{R\}$

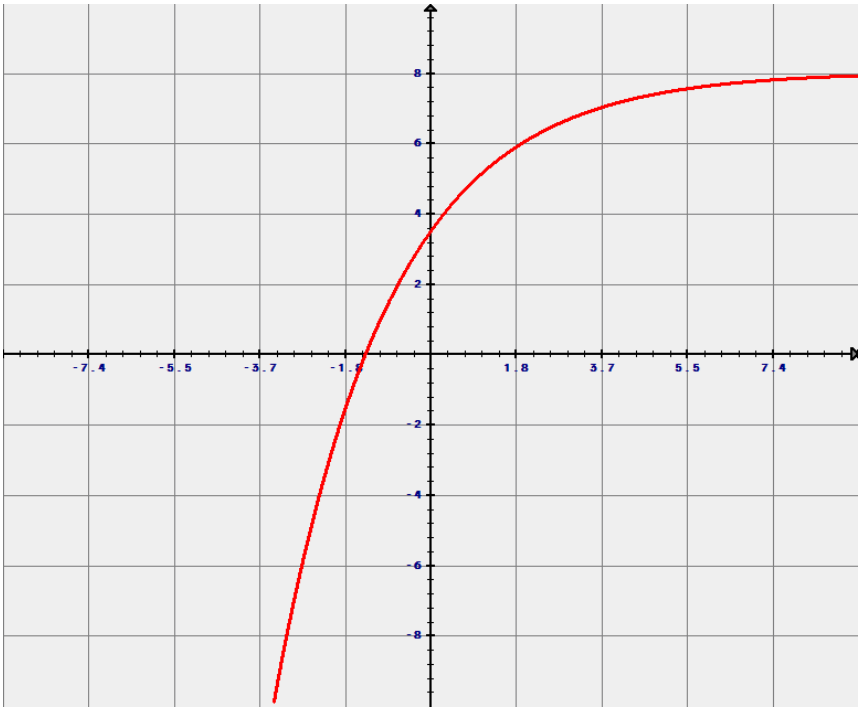
المدى: $\{f(x) | f(x) < 5\}$





(3) المجال: $\{R\}$

المدى: $\{f(x)|f(x)<4\}$



(4) المجال: $\{R\}$

المدى: $\{f(x)|f(x)<8\}$

---

(5) علوم:

(a $y = 6000(2.16025)^x$

(b $y = 6000(2.16025)^4 = 130667.41$

(6) اختيار من متعدد:

D $f(x) = 125(2)^x$

---

(7) سكان:

(a $f(x) = 45000(1.0350)^x$

(b $f(x) = 45000(1.0350)^{20}$

89540.49 تقريباً

حل كلا من المعادلتين الآتيتين:

(8) $11^{2x+1} = 11^{2(3x)}$

$2x + 1 = 6x$

$4x = 1$

$x = \frac{1}{4}$

---

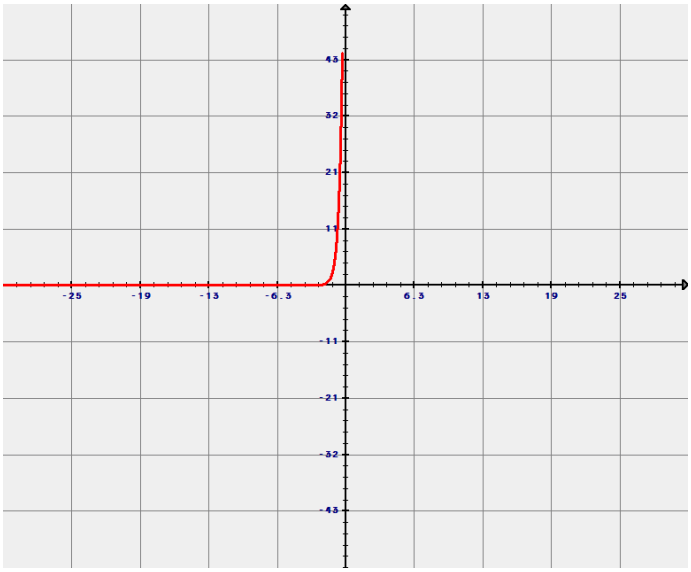
(9) $3^{4x-7} = 3^{3(2x+3)}$

$4x - 7 = 6x + 9$

$2x = -16$

$x = -8$

حل كلا من المتباينات الآتية وتحقق من صحة حلك:

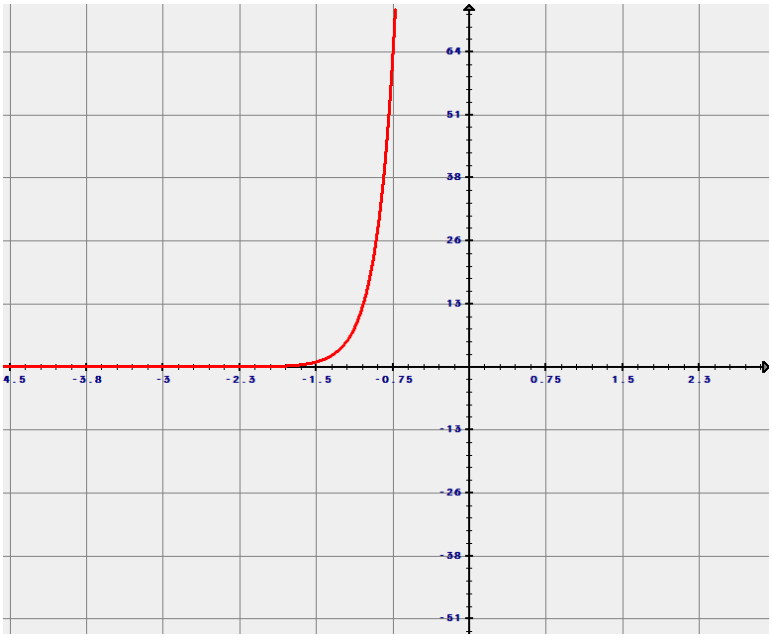


(10) $5^{2x+3} \le 5^3$

$2x+3 \le 3$

$2x \le 0$

$x \le 0$

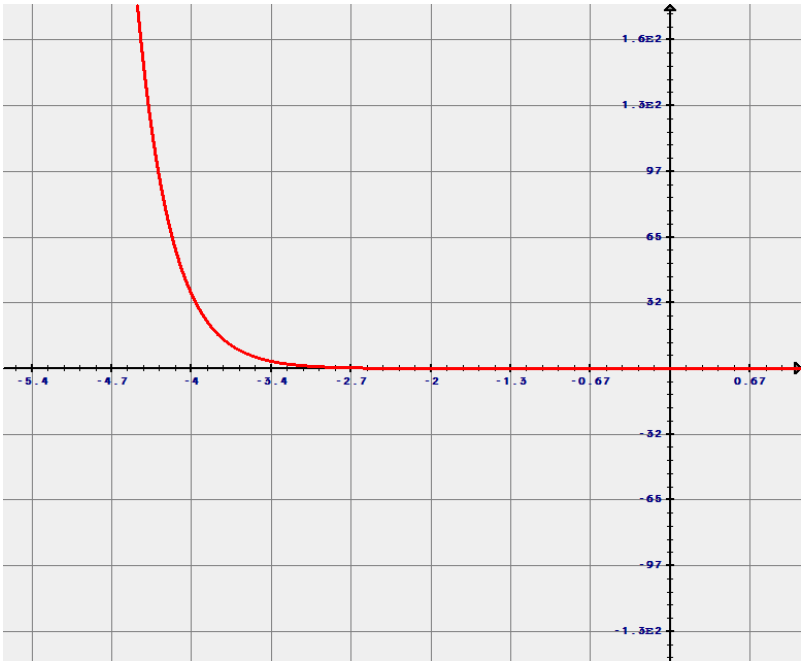


(11) $4^{2(2x+3)} < 4^3$

$4x+6 < 3$

$4x < -3$

$x < \frac{-3}{4}$



(12)

$$2^{-5(2x+3)} \geq 2^{6(3x)}$$

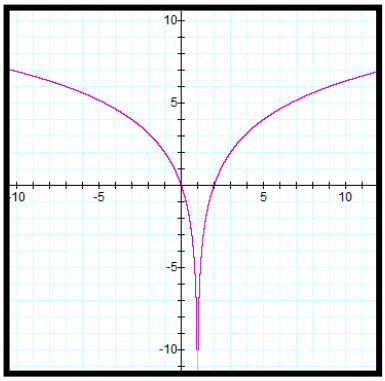
$$-10x - 15 \geq 18x$$

$$-28x \geq 15$$

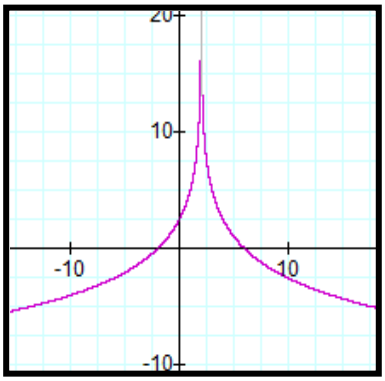
$$x \leq \frac{-15}{28}$$

مثّل كل دالة مما يأتي بيانياً:

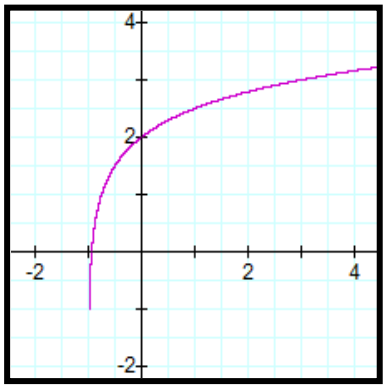
(13)



(14)



(15)



---

(16) إختيار من متعدد:

$$Log_{625} 5 = \frac{1}{4} \qquad A$$

---

(17) إختيار من متعدد:

A

أوجد قيمة كل مما يأتي:

$$Log_4 32 = \frac{5}{2} \quad (18)$$

$$Log_5 5^{12} = 12 \quad (19)$$

$$Log_{16} 4 = \frac{1}{2} \quad (20)$$

$$9^3 = 729 \quad (21)$$

(2-4) خصائص اللوغاريتمات

■ **تحقق من فهمك**:

(1)

$$Log_4 32 = Log_4 2^5 = 2.5$$

■ **تحقق من فهمك**:

(2)

$$Log_3 4.5 = Log_3 \left(\frac{9}{2}\right)$$
$$= Log_3 3^2 - Log_3 2$$
$$= 2 - 0.6309$$
$$= 1.3690$$

■ **تحقق من فهمك**:

(3)

$$pH = Log_{10} \frac{1}{[H^+]}$$
$$2.1 = Log_{10} 1 - Log_{10} H^+$$
$$2.1 = 0 - Log_{10} H^+$$
$$-2.1 = Log_{10} H^+$$
$$10^{-2.1} = H^+$$

إذن يوجد $10^{-2.1}$ مول من الهيدروجين في عصير الليمون

■ تحقق من فهمك:

(4)

$$Log_3 49 = Log_3 7^2 = 2Log_3 7 = 2 \times 1.7712 \approx 3.54$$

■ تحقق من فهمك:

(5A)

$$Log_6 \sqrt[5]{36} = Log_6 \sqrt[5]{6^2} = Log_6 6^{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5} Log_6 6 = \frac{2}{5} \times 1 = \frac{2}{5}$$

(5B)

$$Log_7 \sqrt[6]{49} = Log_7 \sqrt[6]{7^2} = Log_7 7^{\frac{2}{6}} = \frac{2}{6} Log_6 6 = \frac{2}{6} \times 1 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

■ تحقق من فهمك:

(6A)

$$Log_{13} 6 + Log_{13} a^3 + Log_{13} b + Log_{13} c^4$$
$$= Log_{13} 6 + 3Log_{13} a + Log_{13} b + 4Log_{13} c$$

(6B)

$$Log_6 5 + Log_6 x^3 + Log_6 y^7 + Log_6 z^{0.5}$$
$$= Log_6 5 + 3Log_6 x + 7Log_6 y + \frac{1}{2} Log_6 z$$

(6c

$$Log_4 \frac{\sqrt[3]{1-x}}{2x+1}$$

$$Log_4 \sqrt[3]{1-x} - Log_4 2x+1$$

$$Log_4 (1-x)^{\frac{1}{3}} - Log_4 (2x+1)$$

■ **تحقق من فهمك**:

(7A)

$$Log_2 (x+1)^{-5} + Log_2 (6x)^3$$

$$= Log_2 \frac{(6x)^3}{(x+1)^5} = Log_2 \frac{216x^3}{(x+1)^5}$$

(7B)

$$Log_3 (2x-1) + Log_3 \sqrt[4]{(x+1)}$$

$$= Log_3 \frac{(2x-1)}{\sqrt[4]{(x+1)}}$$

تدرب وحل المسائل

استعمل $Log_4 3 \approx 0.7925$ ، $Log_4 5 \approx 1.1610$ لتقريب قيمة كل مما يأتي:

(1)

$$Log_4 15 = Log_4 3 \times 5 = Log_4 3 + Log_4 5$$
$$= 0.7925 + 1.1610 = 1.9535$$

---

(2)

$$Log_4 \frac{5}{3} = Log_4 5 - Log_4 3$$
$$= 1.1610 - 0.7925 = 0.3685$$

---

(3)

$$Log_4 \frac{3}{4} = Log_4 3 - Log_4 4$$
$$= 0.7925 - 1 = -0.2075$$

---

(4)

$$Log_4 \frac{6}{10} = Log_4 6 - Log_4 10$$
$$= 1.2924 - 1.66096 = -0.3685$$

استعمل $Log_4 2 = 0.5$ ، $Log_4 3 \approx 0.7925$ ، $Log_4 5 \approx 1.1610$ لتقريب قيمة كل مما يأتى

(5)

$$Log_4 30 = Log_4 3\times 5\times 2 = Log_4 3 + Log_4 5 + Log_4 2$$
$$= 0.7925 + 1.1610 + 0.5$$
$$= 2.4535$$

---

(6)

$$Log_4 20 = Log_4 2\times 5\times 2 = Log_4 2 + Log_4 5 + Log_4 2$$
$$= 0.5 + 1.1610 + 0.5$$
$$= 2.1610$$

---

(7)

$$Log_4 \frac{2}{3} = Log_4 2 - Log_4 3$$
$$= 0.5 - 0.7925 = -0.2925$$

---

(8)

$$Log_4 \frac{4}{3} = Log_4 4 - Log_4 3$$
$$= 1 - 0.7925 = -0.2075$$

---

(9)

$$Log_4 9 = Log_4 3\times 3 = Log_4 3 + Log_4 3$$
$$= 0.7925 + 0.7925 = 1.5850$$

---

(10)

$$Log_4 8 = Log_4 2\times 2\times 2 = Log_4 2 + Log_4 2 + Log_4 2$$
$$= 0.5 + 0.5 + 0.5 = 1.5$$

---

(11) تسلق الجبال:

إفرست:

$$a = 15500(5 - Log_{10} P) = 8850$$

$$5 - Log_{10} P = 0.57$$

$$4.429 = Log_{10} P$$

$$p = 26853.445$$

تريسون:

$$a = 15500(5 - Log_{10} P) = 7074$$

$$5 - Log_{10} P = 0.4563$$

$$4.5436 = Log_{10} P$$

$$p = 34962.3$$

بونيتي:

$$a = 15500(5 - Log_{10} P) = 6872$$

$$5 - Log_{10} P = 0.44335$$

$$4.5566 = Log_{10} P$$

$$p = 36024,669$$

استعمل $Log_6 8 \approx 1.1606$ ، $Log_5 7 \approx 1.2091$ ، $Log_3 5 \approx 1.465$ ، $Log_7 9 \approx 1.1292$

لتقريب قيمة كل مما يأتي:

(12)

$$Log_3 5 \times 5 = Log_3 5 + Log_3 5 = 1.465 + 1.465 = 2.93$$

---

(13)

$$Log_5 7 \times 7 = Log_5 7 + Log_5 7 = 1.2091 + 1.2091 = 2.4182$$

---

(14)

$$Log_6 8 \times 6 = Log_6 8 + Log_6 6 = 1.1606 + 1 = 2.1606$$

---

(15)

$$Log_7 9 \times 9 = Log_7 9 + Log_7 9 = 1.1292 + 1,1292 = 2.2584$$

---

(16)

$$Log_6 8 \times 8 \times 8 = Log_6 8 + Log_6 8 + Log_6 8 = 1.1606 + 1.1606 + 1.1606 = 3.4818$$

---

(17)

$$Log_7 9 \times 9 \times 9 = Log_7 9 + Log_7 9 + Log_7 9 = 1.1292 + 1,1292 + 1,1292 = 3.3876$$

دون استعمال اللآلة الحاسبة، اوجد قيمة كل عبارة مما يأتى:

(18)

$$Log_5\sqrt[4]{25}=Log_5 5^{\frac{2}{4}}=\frac{1}{2}Log_5 5=\frac{1}{2}$$

---

(19)

$$Log_2\sqrt[5]{32}=Log_2 2^{\frac{5}{5}}=1$$

---

(20)

$$3Log_7\sqrt[6]{49}=3Log_7 7^{\frac{2}{6}}=3\times\frac{1}{3}Log_7 7=1$$

---

(21)

$$4Log_2\sqrt{8}=4Log_2 8^{\frac{1}{2}}=4\times\frac{1}{2}Log_2 8=2\times 3=6$$

---

(22)

$$50Log_5\sqrt{125}=50Log_5 125^{\frac{1}{2}}=50\times\frac{1}{2}Log_5 125=25\times 3=75$$

(23)

$$Log_3\sqrt[6]{243}=Log_3 243^{\frac{1}{6}}=\frac{1}{6}Log_3 243=\frac{1}{6}\times 5=\frac{5}{6}$$

اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المطولة:

(24)

$$Log_9 6 + Log_9 x^3 + Log_9 y^7 + Log_9 z$$
$$= Log_9 6 + 3Log_9 x + 7Log_9 y + Log_9 z$$

---

(25)

$$Log_{11} a + Log_{11} b^{-4} + Log_{11} c^{12} + Log_{11} d^7$$
$$= Log_{11} a - 4Log_{11} b + 12Log_{11} c + 7Log_{11} d$$

---

(26)

$$Log_7 h^2 + Log_7 j^{11} + Log_7 k^{-5}$$
$$= 2Log_7 h + 11Log_7 j - 5Log_7 k$$

---

(27)

$$Log_4 10 + Log_4 t^2 + Log_4 u + Log_4 v^{-3}$$
$$= Log_4 10 + 2Log_4 t + Log_4 u - 3Log_4 v$$

---

(28)

$$Log_5 a^6 + Log_5 b^{-3} + Log_5 c^4$$
$$= 6Log_5 a - 3Log_5 b + 4Log_5 c$$

---

(29)

$$Log_2(3x+2)_Log_2(1-5x)^{\frac{1}{7}}$$

$$=Log_2(3x+2)_\frac{1}{7}Log_2(1-5x)$$

اكتب كل عبارة لوغاريتمية فيما يأتي بالصورة المختصرة:

(30)

$$Log_5\frac{x^3}{\sqrt{6-x}}$$

---

(31)

$$Log_7\frac{32x^5}{\sqrt[3]{5x+1}}$$

---

(32)

$$Log_3\frac{a^7b}{64c^2}$$

---

(33)

$$Log_8\frac{81x^2}{(2x-5)}$$

---

(34)

$$Log_6 25a^2bc^7$$

---

(35)

$$Log_2 \frac{x}{yz^3}$$

كيمياء:

(36)

(a $$Log\ kw = Log\left[H^+\right] + Log\left[OH^-\right]$$

(b $$Log\ kw = Log\left[H^+\right] + Log\left[OH^-\right] = -14$$

(c $$-9 + Log\left[OH^-\right] = -14$$

$$Log\left[OH^-\right] = -5$$

تركيز أيونات الهيدروكسيد 1×10 مول لكل لتر

حدد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتى صحيحة أم خطأ:

(37) خطأ

(38) صحيحة

(39) خطأ

(40) صحيحة

(41) صحيحة

(42) خطأ

(43) خطأ

(44) صحيحة

---

(45) هزة أرضية:

(a) أرمينياو يوغسلافيا ، أو تركيا و أرمينيا

تركيا و يوغسلافيا.

(b) حوالي 9

مسائل مهارات التفكير العليا:

(46) استعمل خصائص اللوغريتمات لبرهنة أن $Log_a x = \frac{Log_b x}{Log_b a}$ ؟

نفرض ان $\log_b x = n$

باستخدام تعريف اللوغاريتم:

$$b^n = x$$

بأخذ اللوغاريتم للطرفين

$$\log_a b^n = \log_a x$$

من خاصية الأسس

$$n \log_a b = \log_a x$$

بقسمة الطرفين على a^b

$$n = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

(47)

مسألة مفتوحة:

(a $Log_b \frac{7x}{y} = Log_b 7 + Log_b x - Log_b y$

(b $Log_b m^2 p^3 = 2Log_b m + 3Log_b p$

$$Log_b \frac{x^2 y^3}{z_4} = 2Log_b x + 3Log_b y - 4Log_b z \quad (c$$

---

(48) برهان:

$$m^p = m^p$$

$$(b^{Log_b m})^p = b^{Log_b (m^p)}$$

$$b^{Log_b mp} = b^{Log_b (m^p)}$$

$$Log_b mp = Log_b m^p$$

$$pLog_b m = Log_b m^p$$

(49) تحد:

$$Log_{\sqrt{a}} (a^2) = x$$

$$(\sqrt{a})^x = a^2$$

$$(a^{\frac{1}{2}})^x = a^2$$

$$a^{\frac{x}{2}} = a^2$$

$$\frac{x}{2} = 2$$

$$x = 4$$

---

(50) إكتشف الخطأ:

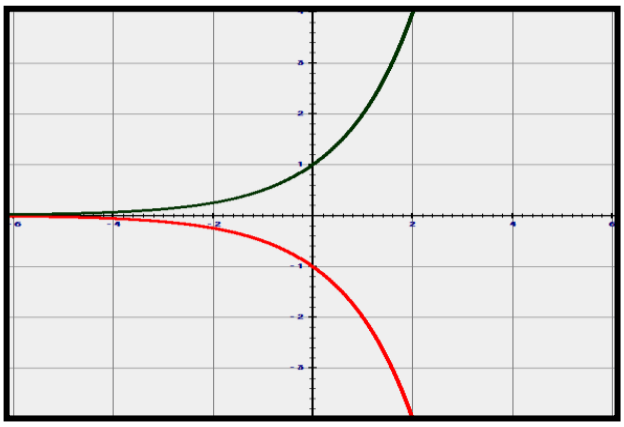
$Log_b Log_b 24 \neq Log_b 20 + Log_b 4$ جميع العبارات الاخرى تساوي $Log_b 24$

(51)

$$Log_4 18 = Log_4 (9 \times 2)$$
$$= Log_4 3^2 + Log_4 2$$
$$= 1.58496 + 0.5$$
$$= 2.08496$$

مراجعة تراكمية:

استعمل منحنى f لتصف التحويل الهندسي الذي ينتج منحنى g، ثم مثل منحنى كل منهما بيانياً في كل مما يأتي:

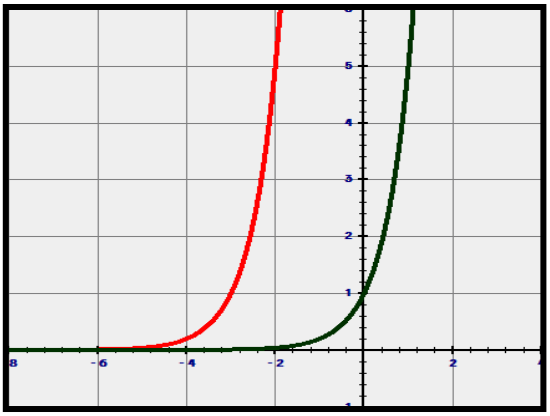


(52)

إنعكاس حول المحور x

---

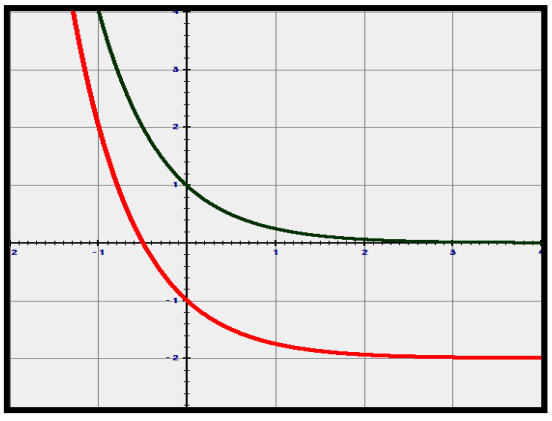
(53)



إنسحاب لليسار 3 وحدات

---

(54)



إنسحاب لأسفل وحدتين

أوجد قيمة كلاً مما يأتي:

(55)

$$\log_4 4^{2x} = 2x \log_4 4 = 2x \times 1 = 2x$$

---

(56)

$$\log_3 3^{3x} = 3x \log_3 3 = 3x \times 1 = 3x$$

---

(57)كهرباء:

$$I = \left(\frac{P}{R}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$I = \left(\frac{120}{3}\right)^{\frac{1}{2}} = 6.3\ A$$

حدد إذا كانت كل دالتين مما يأتي دالة عكسية للأخرى، مع ذكر السبب:

(58)نعم لأن : $f\left(g\left(x\right)\right) = \left(x - 73\right) + 73 = x$

(59) لا لأن: $g\left(h\left(x\right)\right) = 7\left(\frac{1}{7}x + 11\right) - 11 = x + 77 - 11 = x + 66 \neq x$

حل كل معادلة مما يأتي وتحقق من صحة الحل:

(60)

$3^{4x} = 3^{3-x}$

$\therefore 4x = 3 - x$

$\therefore 5x = 3$

$\therefore x = \frac{3}{5}$

---

(61)

$3^{5x} \times 81^{1-x} = 9^{x-3}$

$\therefore 3^{5x} \times 3^{4(1-x)} = 3^{2(x-3)}$

$\therefore 5x + 4 - 4x = 2x - 6$

$\therefore x + 4 = 2x - 6$

$\therefore x = 10$

---

(62)

$7^{2x} = 7^{x^2-15}$

$\therefore 2x = x^2 - 15$

$\therefore x^2 - 2x - 15 = 0$

$\therefore (x-5)(x+3) = 0$

$\therefore x = 5 \quad , \quad x = -3$

(63)

$\log_2(x+6)=5$

$\therefore x+6=5^2=25$

$\therefore x=19$

تدرب على اختبار

(64)

$\log_5 2 \leftarrow\leftarrow\leftarrow A$

---

(65)

$1 \leftarrow\leftarrow\leftarrow C$

(2-5) حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية.

■ **تحقق من فهمك:**

(1)

$x = 9^{\frac{3}{2}} = 27$ **(1A**

$x = 16^{\frac{5}{2}} = 1024$ **(1B**

■ **تحقق من فهمك:**

(2)

$x^2 - 15 = 2x$

$\therefore x^2 - 2x - 15 = 0$

$\therefore (x-5)(x+3) = 0$

$\therefore x = 5 \quad , \quad x = -3$

تحقق عوض عن كل من القيمتين

$x = -3$

$\log_3 (9-15) \overset{?}{=} \log_3 2(-3)$

$\log_3 (-4) = \log_3 (-6)$ d

$x = 5$

$\log_3 (25-15) \overset{?}{=} \log_3 2(5)$

$\log_3 10 = \log_3 10$ c

الإجابة الصحيحة هي $C \rightarrow 5$

■ **تحقق من فهمك:**

(3)

(3A

$2\log_7 x = \log_7 27 + \log_7 3$

$\therefore x^2 = 27 \times 3$

$\therefore x^2 = 81$

$\therefore x = 9 \quad , \quad x = -9$

تحقق عوض عن كل من القيمتين

$x = 9$

$2\log_7 9 \overset{?}{=} \log_7 27 + \log_7 3$

$\log_3 81 = \log_3 81$ c

$x = -9$

$2\log_7 (-9) \overset{?}{=} \log_7 27 + \log_7 3$ d

(3B

$\log_6 x + \log_6 (x+5) = 2$

$\therefore \log_6 x(x+5) = \log_6 36$

$\therefore x^2 + 5x - 36 = 0$

$\therefore (x+9)(x-4) = 0$

$\therefore x = -9 \quad , \quad x = 4$

تحقق عوض عن كل من القيمتين

$x = -9$

$\log_6 (-9) + \log_6 (-9+5) \overset{?}{=} 2$

$\log_6 (-9)(-4) = \log_6 36 = 2$ c

$x = 4$

$\log_6 4 + \log_6 (4+5) \overset{?}{=} 2$

$\log_6 (4 \square 9) = \log_6 36 = 2$ c

■ تحقق من فهمك:

(4)

(4A

$$x \geq 4^3$$

$$\{x \mid x \geq 64\}$$

(4B

$$x < 2^4$$

$$\{x \mid 0 < x < 16\}$$

■ **تحقق من فهمك**:

(5)

$$2x + 1 \leq x + 4$$

$$\therefore x \leq 3$$

$$\left\{x \left| \frac{-1}{2} < x \leq 3 \right.\right\}$$

تدرب وحل المسائل

حل كل معادلة مما يأتي:

(1) $x = 8^{\frac{4}{3}} = 16$

(2) $x = 16^{\frac{3}{4}} = 8$

$x = 81^{\frac{4}{3}} = 27$ (3)

$x = 25^{\frac{5}{2}} = 3125$ (4)

$\frac{1}{2} = 8^{x} \quad \therefore x = -\frac{1}{3}$ (5)

$\frac{1}{36} = 6^{x} \quad \therefore x = -2$ (6)

$32 = x^{\frac{5}{2}} \quad \therefore x = 4$ (7)

$27 = x^{\frac{3}{2}} \quad \therefore x = 9$ (8)

حل كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك:

(9)

$5\log_2 x = \log_2 32$

$\therefore x^5 = 32 \qquad \therefore x = 2$

للتحقق عوض عن $x = 2$

$x = 2$

$5\log_2 2 \overset{?}{=} \log_2 32$

$\log_2 2^5 = \log_2 32$ c

---

(10)

$3\log_2 x = \log_2 8$

$\therefore x^3 = 8 \qquad \therefore x = 2$

للتحقق عوض عن $x = 2$

$x = 2$

$3\log_2 2 \overset{?}{=} \log_2 8$

$\log_2 2^3 = \log_2 8$ c

(11)

$\log_4 48 - \log_4 n = \log_4 6$

$\therefore \frac{48}{n} = 6 \qquad \therefore n = 8$

للتحقق عوض عن $n = 8$

$n = 8$

$\log_4 48 - \log_4 8 \overset{?}{=} \log_4 6$

$\log_4 \frac{48}{8} = \log_4 6$ c

---

(12)

$\log_3 2x + \log_3 7 = \log_3 28$

$\therefore 14x = 28 \qquad \therefore x = 2$

للتحقق عوض عن $x = 2$

$x = 2$

$\log_3 4 + \log_3 7 \overset{?}{=} \log_3 28$

$\log_3 (4 \cdot 7) = \log_3 28$ c

(13)

$\log_2 (4x) + \log_2 5 = \log_2 40$

$\therefore 20x = 40 \qquad \therefore x = 2$

للتحقق عوض عن $x = 2$

$x = 2$

$\log_2 8 + \log_2 5 \overset{?}{=} \log_2 40$

$\log_2 (8 \cdot 5) = \log_2 28$ c

---

(14)

$\log_4 a + \log_4 8 = \log_4 24$

$\therefore 8a = 24$ $\therefore a = 3$

للتحقق عوض عن $a = 3$

$a = 3$

$\log_4 3 + \log_4 8 \overset{?}{=} \log_4 24$

$\log_4 (3 \cdot 8) = \log_4 24$ c

---

(15)

$\log_2 n = \frac{1}{3}\log_2 27 + \log_2 36$

$\therefore n = 3 \cdot 36$ $\therefore n = 108$

للتحقق عوض عن $n = 108$

$n = 108$

$\log_2 108 \overset{?}{=} \log_2 27^{\frac{1}{3}} + \log_2 36$

$\log_2 108 = \log_2 (3 \cdot 36)$ c

(16)

$3\log_{10} 8 - \frac{1}{2}\log_{10} 36 = \log_{10} x$

$\therefore x = \frac{512}{6}$ $\therefore x = 85\frac{1}{3}$

للتحقق عوض عن $x = 85\frac{1}{3}$

$x = 85\frac{1}{3}$

$3\log_{10} 8 - \frac{1}{2}\log_{10} 36 \overset{?}{=} \log_{10} 85\frac{1}{3}$

$\log_{10}(\frac{512}{6}) = \log_{10} 85\frac{1}{3}$ c

أوجد مجموعة حل كل متباينة مما يأتي ثم تحقق من صحة حلك:

(17)

$x > 5^3$

$\{x \mid x > 125\}$

---

(18)

$x \leq 8^{-2}$

$\left\{x \mid 0 < x \leq \frac{1}{64}\right\}$

---

(19)

$x < 6^{-3}$

$\left\{x \mid 0 < x < \frac{1}{216}\right\}$

---

(20)

$x \geq 4^4$

$\{x \mid x \geq 256\}$

---

(21)

$x \geq 3^{-4}$

$\left\{x \middle| x \geq \frac{1}{81}\right\}$

---

(22)

$x \leq 2^{-2}$

$\left\{x \middle| 0 < x \leq \frac{1}{4}\right\}$

أوجد مجموعة حل كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك:

(23)

$2x + 5 \leq 4x - 3$

$\therefore 8 \leq 2x \qquad \therefore x \geq 4$

$\{x | x \geq 4\}$

---

(24)

$2x > 6x - 8$

$\therefore 8 > 4x \qquad \therefore x < 2$

$\left\{x \middle| \frac{8}{6} < x < 2\right\}$

---

(25)

$4x - 6 > 2x + 8$

$\therefore 2x > 14$

$\therefore x > 7$

$\{x | x > 7\}$

(26)

$$x + 2 \geq 6x - 3$$
$$\therefore 5 \geq 5x$$
$$\therefore x \leq 1$$
$$\left\{ x \left| \frac{1}{2} < x \leq 1 \right. \right\}$$

(27) صوت:

$$L = 10 \log_{10} R = 80$$
$$\therefore R = 10^8$$

---

(28) علوم:

(a
$$7 = 1 + \log_{10} x$$
$$6 = \log_{10} x$$
$$x = 10^6$$
$$\therefore x = 1000000$$

(b 1000 مرة أكبر.

---

(29) تمثيلات متعددة:

(a **تحليلياً:** التمثيلان البيانيان متشابهان وخط التقارب لكل منهما المحور y، ومقطع المحور x هو 1 لهما.

(b **لفظياً:** التمثيلان البيانيان يمثلان إنعكاساً لبعضهما في المحور x.

(c **تحليلياً:** التمثيلان البيانيان يمثلان إنعكاساً لبعضهما في المحور x،

المجال: $\{x \mid x > 0\}$ ، المدى: $\{R\}$

---

(30) علوم:

(a

$$\log_{10} d = \frac{\omega - 65}{93}$$

$$\therefore d = 10^{\frac{\omega-65}{93}}$$

(b

$$\omega = 93 \log_{10} d + 65$$
$$= 93 \log_{10} 525 + 65$$
$$= 317.97 \ mi/h$$

---

(31) صوت:

(a

$$\beta = 10 \log_{10} \frac{1}{10^{-12}} = 120 \text{ واط}$$

$$\beta = 10 \log_{10} \frac{10^{-2}}{10^{-12}} = 100 \text{ واط}$$

(b تتغير قوة اللوغاريتم بمقدار 2 وهذا يعني أن عدد وحدات الديسيبل تتغير بمقدار

$$10 \log_{10} 10^2 = 20$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

(32) أكتشف الخطأ:

ريم، لأن هناء حولت الصورة اللوغاريتمية إلى صورة أسية بشكل خاطئ.

(33) تحد:

$$\log_3 3^3 + \log_9 9^{\frac{3}{2}} + \log_{27} 27 + \log_{81} 81^{\frac{3}{4}} + \log_{243} 243^{\frac{3}{5}}$$

$$= 3 + \frac{3}{2} + 1 + \frac{3}{4} + \frac{3}{5} = \frac{137}{20} = 6.85$$

(34) تبرير:

إذا كان $0 < b < 1$ فإن $\therefore \log_b x > \log_b y$ فقط إذا كان $x < y$، إنعكست إشارة المتباينة لأن الكسر الأصغر من 1 يكون أصغر عند رفعة لقوة أكبر.

---

(35) أكتب:

الدالة اللوغاريتمية على الصورة $y = \log_b x$ هي الدلة العكسية للدالة الأسية من الصورة $y = b^x$، ومجال أحدهما يساوي مجال الأخرى.

---

(36) مسألة مفتوحة:

$$\log_3(x+4) = \log_3(3x+12)$$

---

(37) تبرير:

a) أصغر من
b) أصغر من
c) لا حل لها
d) لها عدد لانهائي من الحلول

---

(38) أكتب:

مقطع المحور y للدالة الأسية $y = b^x$ هو $(0, 1)$ وعند قلب الإحداثيات فإن المقطع y يتغير إلى مقطع المحور x عند النقطة $(1, 0)$. وبما أنة لا يوجدمقطع للمحور x عند النقطة $(0, 1)$ للدالة الأسية $y = b^x$ فإنه عند قلب الإحداثيات فلن يكون هناك نقطة تناظر عند النقطة $(0, 1)$ ولن يكون هناك مقطع المحور y للدالة.

مراجعة تراكمية:

حل كل مما يأتى، ثم تحقق من صحة حلك:

(39)

$$3^{3x-2} > 3^4$$
$$\therefore 3x - 2 > 4$$
$$\therefore 3x > 6$$
$$\therefore x > 2$$

---

(40)

$$3^{4x-7} = 27^{2x+3} = 3^{3(2x+3)}$$
$$\therefore 4x - 7 = 6x + 9$$
$$\therefore 2x = -16$$
$$\therefore x = -8$$

---

(41)

$$8^{x-4} = 2^{4-x}$$
$$\therefore 2^{3(x-4)} = 2^{4-x}$$
$$\therefore 3x - 12 = 4 - x$$
$$\therefore 4x = 16$$
$$\therefore x = 4$$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

(42)

$$\log_4 256$$
$$= \log_4 4^4 = 4\log_4 4 = 4$$

---

(43)

$$\log_2 \frac{1}{8}$$
$$= \log_2 2^{-3} = -3\log_2 2 = -3$$

---

(44)

$$\log_6 216$$
$$= \log_6 6^3 = 3\log_6 6 = 3$$

---

(45)

$$\log_7 2401$$
$$= \log_7 7^4 = 4\log_7 7 = 4$$

بسط كلاً مما يأتي، مفترضاً أن أياً من المتغيرات لا يساوي الصفر:

(46)

$$x^5 \square x^3 = x^8$$

---

(47)

$$\left(2p^2 n\right)^3 = 4p^6 n^3$$

---

(48)

$$\frac{x^4 y^6}{xy^2} = x^3 y^4$$

---

(49)

$$\left(\frac{c^9}{d^7}\right)^0 = 1$$

تدرب على اختبار:

(50)

$$f(x) = -10(2)^x \quad \leftarrow\leftarrow\leftarrow A$$

---

(51)

$$2 \quad \leftarrow\leftarrow\leftarrow D$$

(2-6) اللوغاريتمات العشرية

■ **تحقق من فهمك:**

(1)

$Log_7 \approx 0.8451$ **(1A)**

$Log_{0.5} \approx -0.3010$ **(1B)**

■ **تحقق من فهمك:**

(2) هزات أرضية:

$$Log\ E = 11.8 + 1.5M = 11.8 + 1.5 \times 9$$

$$Log\ E = 25$$

$$E = 10^{25}$$

■ **تحقق من فهمك:**

(3A)

$$xLog\ 3 = Log\ 15$$

$$x = \frac{Log\ 15}{Log\ 3} = 2.465$$

(3B)

$$xLog\ 6 = Log\ 42$$

$$x = \frac{Log\ 42}{Log\ 6} = 2.086$$

■ تحقق من فهمك:

(4A)

$$Log\,3^{2x} \geq Log\,6^{x+1}$$
$$2xLog\,3 \geq (x+1)Log\,6$$
$$2xLog\,3 \geq xLog\,6 + Log\,6$$
$$2xLog\,3 - xLog\,6 \geq Log\,6$$
$$x(2Log\,3 - Log\,6) \geq Log\,6$$
$$x \geq \frac{Log\,6}{2Log\,3 - Log\,6}$$
$$x \geq 4.419$$

(4B)

$$Log\,4 + Logy < Log\,5^{2y+1}$$
$$Log\,4 + Logy < (2y+1)Log\,5$$
$$Log\,4 + Logy \geq 2yLog\,5 + Log\,5$$
$$y \geq -0.8782$$

■ تحقق من فهمك:

(5)

$$\frac{Log_{10}8}{Log_{10}6} = 1.1606$$

■ تحقق من فهمك:

(6)

$$R = Log_2 n = Log_2 160$$
$$\frac{Log_{10}160}{Log_{10}2} = 7.32 \ \ s$$

تدرب وحل المسائل

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

(1) 0.6990
(2) 1.3222
(3) –0.3979
(4) 0.4771
(5) 1.0414
(6) 0.5051
(7) 0.9138
(8) –0.0458
(9) –1.3979

---

(10) **علوم:**

$$Log\ E = 11.8 + 1.5M = 11.8 + 1.5 \times 8.5$$

$$Log\ E = 24.55$$

$$E = 10^{24.55}$$

---

(11) **صوت:**

a) حوالى 316227766

b) 19952623 مرة، النسبة 93.7Ä تقريباً

حل كل معادلة مما يأتي، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

(12)

$$xLog\ 6 = Log\ 40$$

$$x = \frac{Log\ 40}{Log\ 6} = 2.0588$$

---

(13)

$$(a+2)Log\,(2.1)=Log\,(8.25)$$

$$a=\frac{Log\,8.25}{Log\,2.1}-2=0.8442$$

---

(14)

$$x^{2}Log\,(7)=Log\,(20.42)$$

$$x=\sqrt{\frac{Log\,20.42}{Log\,7}}=\pm 1.2451$$

---

(15)

$$(b-3)Log\,(11)=bLog\,(5)$$

$$bLog\,(11)-3Log\,(11)=bLog\,(5)$$

$$b\,(Log\,(11)-Log\,(5))=3Log\,(11)$$

$$b=\frac{3Log\,(11)}{Log\,(11)-Log\,(5)}=9.1237$$

---

(16)

$$xLog\,8=Log\,40$$

$$x=\frac{Log\,40}{Log\,8}=1.7740$$

---

(17)

$$(b-1)Log\,(9)=bLog\,(7)$$

$$bLog\,(9)-Log\,(9)=bLog\,(7)$$

$$b\,(Log\,(9)-Log\,(7))=Log\,(9)$$

$$b=\frac{3Log\,(9)}{Log\,(9)-Log\,(7)}=8.7429$$

---

(18)

$$x^2 Log\,(15) = Log\,(110)$$

$$x = \sqrt{\frac{Log\,110}{Log\,15}} = \pm 1.3175$$

---

(19)

$$2y\,Log\,(2) = (y - 1)\,Log\,(3)$$

$$y = \frac{-Log\,(3)}{2Log\,(2) - Log\,(3)} = -3.8188$$

حل كل مما يأتى، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

(20)

$$4n\,Log\,(5) > Log\,(33)$$

$$n > \frac{Log\,(33)}{4Log\,(5)}$$

$$n > 0.5431$$

(21)

$$(p-1)Log(6) = pLog(4)$$

$$p = \frac{Log(6)}{Log(6) - Log(4)}$$

$$p = 4.4190$$

---

(22)

$$(y-1)Log\,3 \le yLog\,4$$

$$y \le \frac{Log\,3}{Log\,3 - Log\,4}$$

$$y \le -3.81884$$

---

(23)

$$(p-2)Log\,5 \le pLog\,2$$

$$p \le \frac{2Log\,5}{Log\,5 - Log\,2}$$

$$p \le 3.5129$$

---

(24)

$$4xLog\,2 \le Log\,20$$

$$x \le \frac{Log\,20}{4\log 2}$$

$$x \le 1.0805$$

---

(25)

$$3nLog\,6 > Log\,36$$

$$n > \frac{Log\,36}{3\log 6}$$

$$n > 0.6667$$

أكتب كلاً مما يأتى بدلالة اللوغاريتم العشري، ثم أوجد قيمتة مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

$3^{y-1} \le 4^{y}$ (26

$5^{p-2} \le 2^{p}$ (27

$2^{4x} \le 20$ (28

$6^{3n} > 36$ (29

$$\frac{\log 7}{\log 3} = 1.7712 \quad (26)$$

$$\frac{\log 16}{\log 2} = 4 \quad (27)$$

$$\frac{\log 9}{\log 4} = 1.5850 \quad (28)$$

$$\frac{\log 21}{\log 3} = 2.7712 \quad (29)$$

$$\frac{\log 7.29}{\log 5} = 1.2343 \quad (30)$$

$$\frac{\log \sqrt{5}}{\log 7} = 0.4135 \quad (31)$$

---

(32) شحن:

(a

$$t = \log_{(1-r)} \frac{v}{p}$$

$t = \log_{(1-0.15)} \frac{120000}{168000} \approx 2$ سنتان

(b

$t = \log_{(1-0.1)} \frac{102000}{168000} \approx 5$ خمس سنوات تقريباً

---

(33) **علوم بيئة:**

(a نعم، لأن: $10.9 > 9.5$

(b لا

(c حوالي 3.16×10^{-10}

(34) **هزات أرضية:**

(a $M = \frac{2}{3}\left(\log E - \log 10^{4.4}\right)$

(b $M = 5$

(c $M = 1.67$

(d $E = 7.94 \times 10^{8}$ جول

---

(35) تمثيلات متعددة:

a) جدولياً: الحل يقع بين 1.8 ، 1.9

b) بيانيا: $(1.85,13)$

c) عددياً: نعم جميع الطرق تعطي النتيجة نفسها 1.8، لأنك بدأت من المعادلة نفسها وإن لم يكن كذلك فقد أخطأت.

مسائل مهارات التفكير العليا:

(36) أكتشف الخطأ:

بلال؛ لأن خالد نسي أن يضرب في العدد 3 عند أحد اللوغاريتمات.

(37) تحد:

$\log_{\sqrt{a}} 3 = \log_a x$	المعادلة الأصلية
$\frac{\log_a 3}{\log_a \sqrt{a}} = \log_a x$	صيغة تغيير الأساس
$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$	
$\frac{\log_a 3}{\frac{1}{2}} = \log_a x$	
$2\log_a 3 = \log_a x$	بضرب كلاً من البسط والمقام في العدد2
$\log_a 3^2 = \log_a x$	خاصية لوغاريتم القوة
$3^2 = x$	خاصية المساواة للدوال اللوغاريتمية
$9 = x$	بالتبسيط

(38) أكتب:

$$\log_b x = \frac{\log x}{\log b} = \frac{1}{\log b} \log x$$

لذا اللوغاريتم ذو الأساس b هو حاصل ضرب ثابت في اللوغاريتم الطبيعي المناظر له.

---

(39) برهان:

$$\log_{27} 3 = \frac{1}{3} \quad , \quad \log_3 27 = 3 \quad , \quad \log_a b = 1 \Big/ \log_b a$$

$$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}$$

---

(40) أكتب:

اللوغاريتمات هي أسس ولحل معادلاتها أكتب كلاً من الطرفين بالصورة الأسية وحلها بإستعمال خاصية المعكوس للأسس واللوغاريتمات.

ولحل معادلة أسية: بإستعمال خاصية المساواه للدوال اللوغاريتمية وخاصية القوة في اللوغاريتمات.

مراجعة تراكمية:

حل كل معادلة مما يأتي وتحقق من صحة حلك:

(41)

$$\log_5(7\square 2) = \log_5 x$$

$$x = 14$$

---

(42)

$$\log_2\left(\frac{x^2}{x+3}\right) = \log_2 4$$

$$x^2 = 4x + 12$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-6)(x+2) = 0$$

$$x = 6 \quad , \quad x = -2$$

$x = -2$

$2\log_2(-2) - \log_2(-2+3) \overset{?}{=} 2$ للتحقق d

$x = 6$

$2\log_2 6 - \log_2(6+3) \overset{?}{=} 2$

$\log_2\left(\frac{36}{9}\right) = \log_2 4 = 2$ c

$x = 15$ **(43)**

حل كل متباينة مما يأتى وتحقق من صحة حلك:

(44)

$$\log_8(3y-1) < \log_8(y+5)$$

$$3y-1 < y+5$$

$$2y < 6$$

$$y < 3$$

$$\left\{ y \left| \frac{1}{3} < y < 3 \right. \right\}$$

---

(45)

$$\log_9(9x+4) \le \log_9(11x-12)$$

$$9x+4 \le 11x-12$$

$$-2x \le -16$$

$$x \ge 8$$

$$\{x \mid x \ge 8\}$$

---

(46)

C ←←← 3 سنوات

تدرب على اختبار:

(47)

B ←←← x^2-6x+8

---

(48)

A ←←← -4

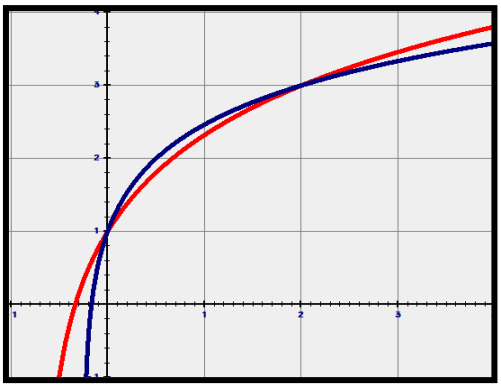
معمل الحاسبة البيانية

حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية

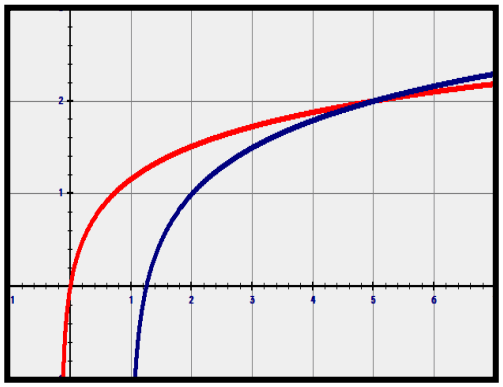
تمارين:

استعمل الحاسبة البيانية *TI – nspire* لحل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة حلك:

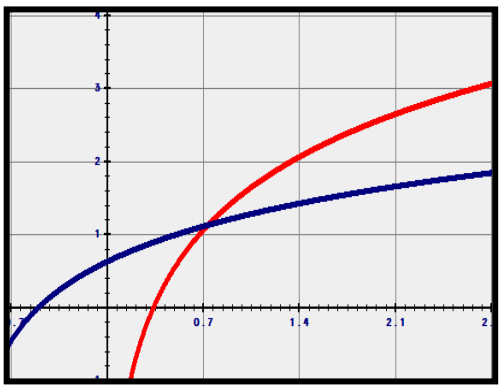
$x = 0 \quad , \quad x = 2 \quad (1)$



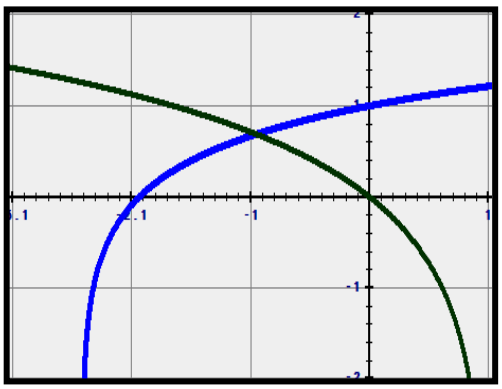
$x = 5 \quad (2)$



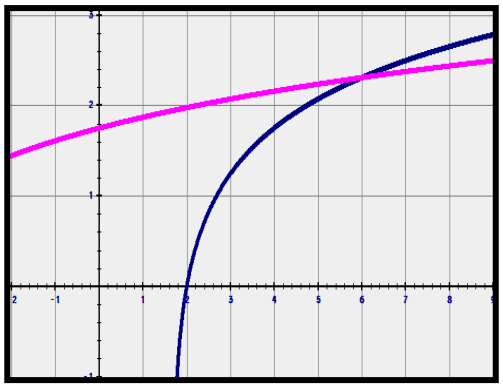
$x = 0.7 \quad (3)$



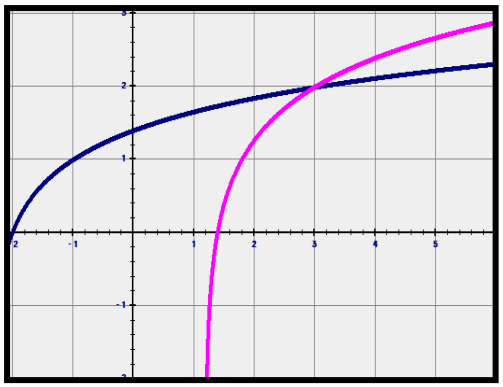
$x = 1.5 \quad (4)$



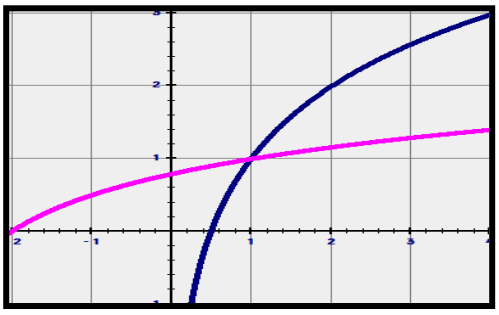
$x = 6$ (6)



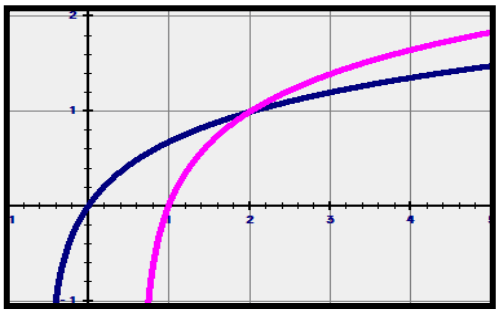
$x = 3$ (5)



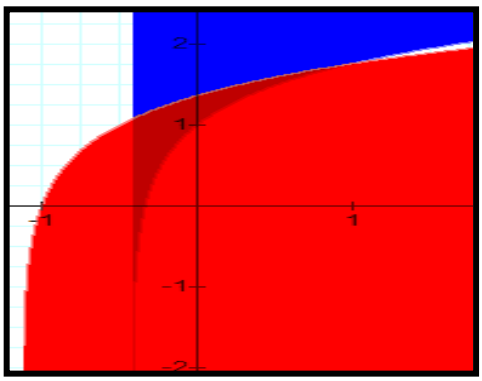
$x = 1$ (8)



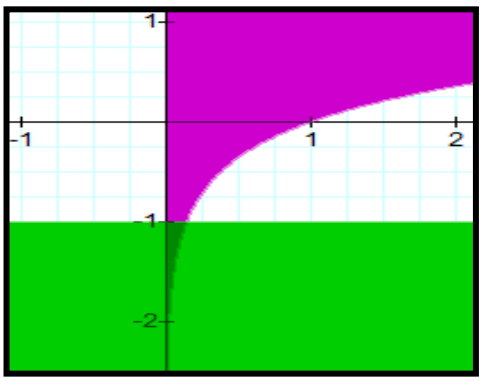
$x = 2$ (7)



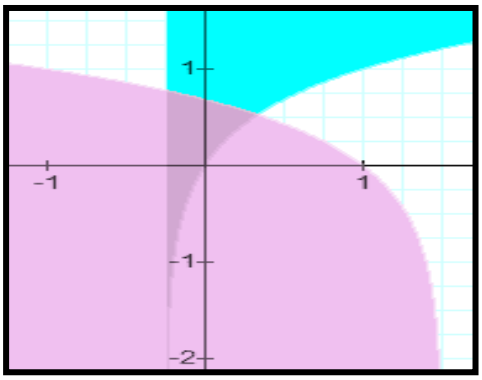
$\{x \mid x \le 1\}$ (10)



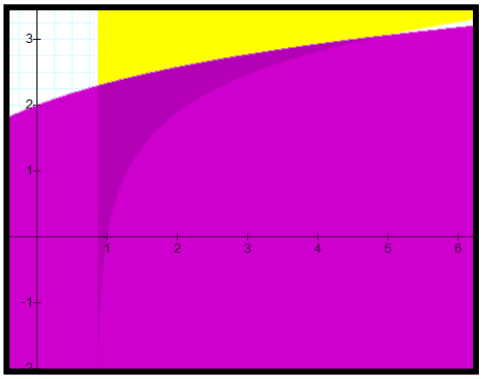
$\left\{x \mid x < \frac{1}{7}\right\}$ (9)



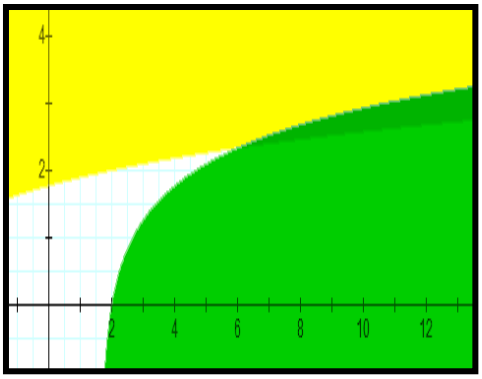
$\left\{x \middle| -\frac{1}{4} < x \le \frac{1}{3}\right\}$ (12)



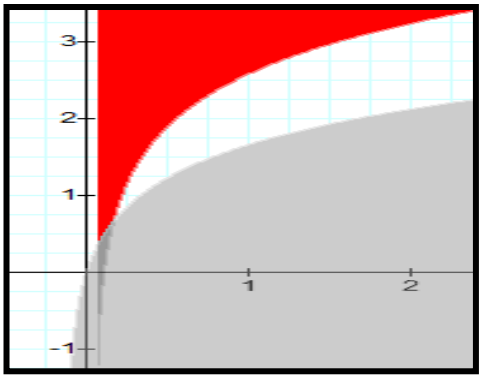
$\{x \mid x < 5\}$ (11)



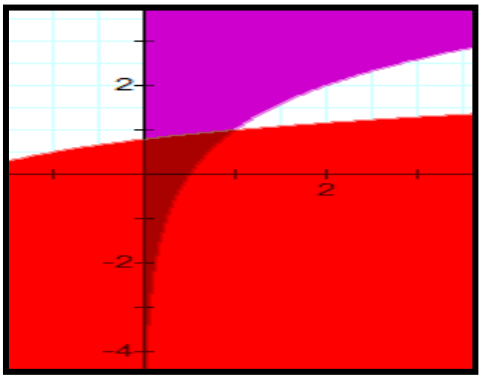
$\{x \mid x \ge 6\}$ (14)



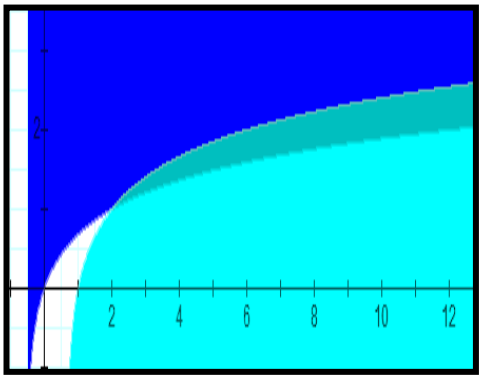
$\{x \mid 0.06 < x < 0.17\}$ (13)



$\{x \mid 0 < x \le 1\}$ (16)



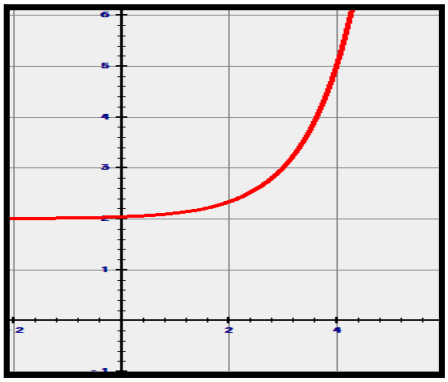
$\{x \mid x \ge 2\}$ (15)



دليل الدراسة و المراجعة

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً وحدد مجالها ومداها :

(1)

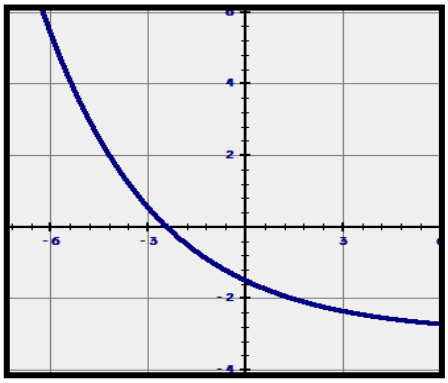


المجال: R

المدى: $\{f(x) | f(x) > 2\}$

---

(2)



المجال: R

المدى: $\{f(x) | f(x) \geq 3\}$

حل كل معادلة أو متباينة مما يلي، وقرب الناتج إلى أقرب أربع منازل عشرية كلما لزم ذلك :

(3)

$$2^{3(c+1)} = 2^{4(2c+3)}$$

$$\therefore 3c + 3 = 8c + 12$$

$$\therefore c = -\frac{9}{5} = -1.8$$

(4)

$$3^{2(x-2)} > 3^{-3x}$$

$$\therefore 2x - 4 > -3x$$

$$\therefore x > \frac{4}{5} \qquad \therefore x > 0.8$$

---

(5)

$$\log 2^{a+3} = \log 3^{2a-1}$$

$$\therefore a \log 2 + 3 \log 2 = 2a \log 3 - \log 3$$

$$\therefore a = \frac{-3\log 2 - \log 3}{\log 2 - 2\log 3}$$

$$\therefore a = 2.1130$$

---

(6)

$$x^2 - 7 = 6x$$

$$\therefore x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$\therefore (x-7)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \quad , \quad x = -1$$

وبعد التحقق فإن $x = 7$

---

(7)

$$x > 5^2$$

$$\therefore x > 25$$

---

(8)

$$\log_3 x + \log_3 (x-3) = \log_3 4$$

$$\therefore \log_3 \left(x(x-3)\right) = \log_3 4$$

$$\therefore x^2 - 3x = 4$$

$$\therefore x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\therefore (x-4)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 4 \quad , \quad x = -1$$

وبعد التعويض $x = 4$

---

(9)

$$6^{n-1} \le 11^n$$

$$\therefore \log 6^{n-1} \le \log 11^n$$

$$\therefore (n-1)\log 6 \le n \log 11$$

$$\therefore n \le \frac{\log 6}{\log 6 - \log 11}$$

$$\therefore n \le -2.9560$$

استعمل $\log_5 2 \approx 0.4307$ ، $\log_5 11 \approx 1.4899$ لتقريب قيمة كل مما يأتي إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

(10)

$$\log_5 44 = \log_5 (2 \cdot 2 \cdot 11) = \log_5 2 + \log_5 2 + \log_5 11$$

$$= 0.4307 + 0.4307 + 1.4899 = 2.3513$$

---

(11)

$$\log_5 \frac{11}{2} = \log_5 11 - \log_5 2$$

$$= 1.4899 - 0.4307 = 1.0592$$

(12) سكان:

(a $y = 185000(1.0212)^x$

(b تقريبا $18500(1.0212)^{25} = 312566$

---

(13) $9^{\frac{3}{2}} = 27$

---

(14) A ←←← 3–

---

(15) زراعة:

(a $b < 1$

(b 2Ä

(b تقريبا 2028

---

(16) نوفمبر:

(a 8690 ريال تقريبا

(b 2.31 سنة

(b 3.2 سنة

---

(17) إختيار من متعدد:

G ←←← 2

---

(18) إختيار من متعدد:

$y = \log_{10}(x+5)$ ←←← C

---

(19)

$$\log_3 \frac{t^2(z-2)^6}{x^2}$$

---

(20)

$$\left(3^3\right)^{3x} \le \left(3^2\right)^{2x-1}$$

$$(3)^{9x} \le (3)^{4x-2}$$

$$9x = 4x - 2$$

$$5x = -2$$

$$x = \frac{-2}{5}$$

---

(21)

(a

$$5000 = ab^0$$

$$5000 = a$$

$$28000 = 5000b^8$$

$$b^8 = 5.6$$

$$b = \sqrt[8]{5.6} = 1.24$$

$$y \approx 5000(1.24)^x$$

(b

$$y \approx 5000(1.24)^{32}$$

---

(22)

$$\frac{1}{16} = 2^{-4}$$

(23)

$$\log_{10} 100 = 2$$

(24)

$$\log_4 256$$

$$256 = 4^y$$

$$4^4 = 4^y$$

$$y = 4$$

$$\log_4 256 = 4$$

(25)

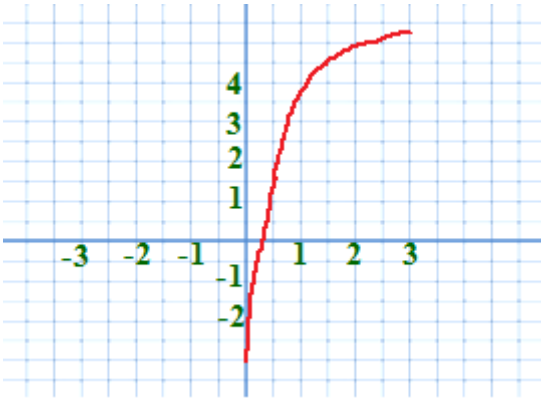
$$\log_2 \frac{1}{8} = -3$$

(26)

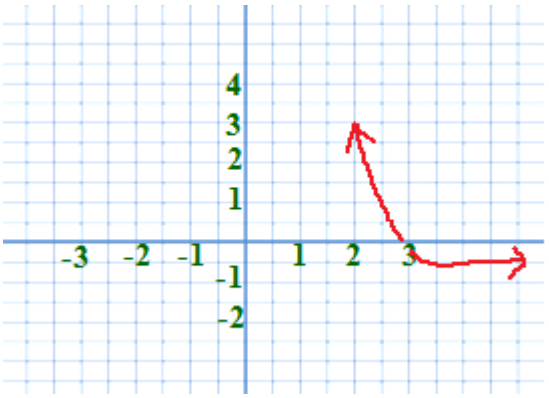
$$a = 2$$

$$h = 0$$

$$k = 4$$



(27)



(28)

$$\log_5 8 = \log_5 \left(\log_5 2 + \log_5 2 + \log_5 2\right)$$

$$\log_5 8 = \left(0.4307 + 0.4307 + 0.4307\right)$$

$$\log_5 8 \approx 1.3$$

(29)

$$\log_5 64 = \log_5 \left(16 \times 4\right) = \left(\log_5 16 + \log_5 2 + \log_5 2\right)$$

$$= \left(1.7227 + 0.4307 + 0.4307\right)$$

$$\log_5 64 \approx 2.6$$

(30)

$$\log_5 4 \approx 0.9$$

(31)

$$\log_5 \frac{1}{8} \approx -1.3$$

(32)

$$\log_5 \frac{1}{2} \approx -0.4$$

(33)

$$\log_3 2x^5 + \log_3 y^2 + \log_3 z^3$$

$$5\log_3 2x + 2\log_3 y + 3\log_3 z$$

(34)

$$\log_5 ab^{-3} + \log_5 c^4 + \log_5 d^{-2}$$

$$-3\log_5 ab + 4\log_5 c - 2\log_5 d$$

(35)

$$\log_2 \left(x^2\right)^3 - \log_2 (x-4)^{\frac{1}{3}}$$

$$\log_2 \left(x^2\right)^3 - \log_2 \sqrt[3]{(x-4)}$$

$$\frac{\log_2 x^6}{\log_2 \sqrt[3]{(x-4)}}$$

(36)

$$2\log_2 (z-1) - \log_2 (2z-1)$$

$$\log_2 (z-1)^2 - \log_2 (2z-1)$$

$$\frac{\log_2 (z-1)^2}{\log_2 (2z-1)}$$

(37)

1000مرة

(38)

64

(39)

-6

(40)

$$\log_4 x < 3$$

$$x < 4^3$$

$$x < 64$$

(41)

$$\log_5 x < -3$$

$$x < 5^{-3}$$

$$x < \frac{1}{125}$$

(42) لا يوجد حل

(43) -6

(44) لا يوجد حل

(45) 361.6 مرة

(46) $x \approx 2.4650$

(47) $x \approx \pm 1.3637$

(48) $m \approx 0.6356$

(49) $r \approx 4.6102$

(50) $n \approx 0.5786$

(51) $x \approx -6.3013$

(52)

(a

$$1.7297 \approx \frac{\log 11}{\log 4}$$

(b

$$1.7297 \approx \frac{\log 15}{\log 2}$$

(53)

(a

$$A = p\left(1+\frac{0.5}{3}\right)^{3t}$$

8.2 سنة تقريباً

(b 13.9 سنة تقريبا

(54)

(a 3.43

(b 5.32 ريال

(55) سيارات:

(a 20Ä

(b بعد 11.3 سنة

(56) استثمار:

(a $A(t) = 250000(1.035)$

(b 1432

(57) كيمياء

(a 28 سنة

(b 18Ä

(58) زلزال

(a

$$R = 0.67\log(0.37\times 1000000) + 1.46$$
$$R = 5.2$$

(b

$$7.5 = 0.67\log(0.37E) + 1.46$$

$$6.04 = 0.67\log(0.37E)$$

$$\frac{6.04}{0.67} = \log(0.37E)$$

$$9.014925373 = \log(0.37E)$$

$$10^{9.014925373} = 0.37E$$

$E = 2797200834$ كيلو واط في الساعة

(59) احياء

$$G = \frac{t}{2.5\log_b d}$$

$$6 = \frac{t}{2.5\log_5(3125)}$$

$$6 = \frac{t}{2.5(5)}$$

$t = 75$ سنة

(60a) صوت

$$100 = 10\log\frac{I}{10^{-12}}$$

$$100 = \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)^{10}$$

$$10^{100} = \left(\frac{I}{10^{-12}}\right)^{10}$$

$$I^{10} = 10^{-20}$$

$$I = 0.01$$

(b

$$50 = \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)^{10}$$

$$\log 10^{50} = \left(\frac{I}{10^{-12}}\right)^{10}$$

$$I^{10} = 10^{-70}$$

$$I = 10^{-7}$$

عند 50 ديسبل شدة الصوت الثاني 0.001% من شدة الصوت الاول

(c

$$d(I)=10\log\frac{I}{1\times10^{-12}}$$

$$d(I)=10\log\frac{1\times10^{-8}}{1\times10^{-12}}$$

$$d(I)=10\log\frac{2\left(1\times10^{-8}\right)}{1\times10^{-12}}$$

$$d\left(2\times10^{-8}\right)=43.01$$

(61a) مال

$$12000=8000e^{r(5)}$$

$$1.5=e^{5r}$$

$$\log 1.5=\log e^{5r}$$

$$r\approx 8.11\ \%$$

(b

$$12000=8000e^{5r}$$

$$1.5=e^{5r}$$

$$r=\frac{\log 1.5}{5}$$

$$r=8.1$$

اختبار الفصل الثانى

(1)

المجال: R

المدي: $\{y \mid y > 2\}$

(2)

المجال: R

المدي: $\{y \mid y > -3\}$

(3)

$$c = \frac{-9}{5}$$

(4)

$$x = \frac{4}{5}$$

(5)

$$a \approx 2.1130$$

(6)

$$x = 7$$

(7)

$$x = 25$$

(8)

$$x = 4$$

(9)

$$n = -2.9560$$

(10)

$$2.3513$$

(11)

$$1.0592$$

(12) سكان:

(a

$y = 185000(1.0212)^x$

(b

312566 تقريبا

(13)

$9^{\frac{3}{2}} = 27$

اختيار من متعدد:

(14) A

(15)

(a

$b < 1$

(b

2Ä تقريبا

(a

$y = 185000(1.0212)^x$

(c

2028 تقريبا

(16) توفير:

(a

8690 ريالاً تقريبا

(b

2.31 سنة تقريبا

(*a*

$y = 185000(1.0212)^x$

(*c*

3.2 سنوات تقريبا

اختيار من متعدد:

(17) *C*

اختيار من متعدد:

(18) *C*

(19)

$\log_3 x^{-2} + \log_3 (z-2)^6 + \log_3 t^2$

$\log_3 x^{-2}.(z-2)^6.t^2$