سلّم تصحيح مادّة الرياضيّات

لشهادة الدّراسة الثانويّة العامّة

الفرع العلميّ

دورة عام 2020

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة خط بياني
2	السؤال الثاني	تعامد مستويين
3	السؤال الثالث	تحليل توافقي
4	السؤال الرابع	متراجحة
5	السؤال الخامس	تابع الجزء الصحيح
6	السؤال السادس/ التمرين الأول	متتالية
7	السؤال السابع/ التمرين الثاني	الأعداد العقدية
8	السؤال الثامن/ التمرين الثالث	قابلية اشتقاق
9	السؤال التاسع/ التمرين الرابع	مركز أبعاد
10	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
11	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة التابع اللوغارتمي

2- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- في الأسئلة والتمارين الاختياريّة تصحّح جميعها ويُمنح الطالب الدرجة الأعلى منها.

4- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

5- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

6- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

7- **إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه**، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثَمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

8- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

9- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنّه؛ بلا إجابة)

11- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

12- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أما الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك : الآحاد العشرات المئات

2 1 1

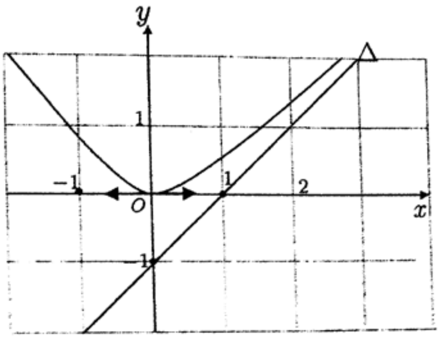
بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

سلّم درجات مادة: الرياضيات		الدرجة: ستمئة

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: نتأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$، والمستقيم Δ مقارب مائل لـ C والمطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المستقيم Δ.

3- جد $f(0)$, $f'(0)$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	5 5	
-2	حساب الميل قانون معادلة مستقيم تعويض + نتيجة	5 5 2+3	إذا كتب الطالب معادلة المستقيم $y = x - 1$ مباشرةً ينال الدرجات المخصصة
-3	$f(0) = 0$ $f'(0) = 0$	5 5	
-4	$]-\infty, 0[$	5	إذا كتب الطالب $]-2,0[$ وكان منسجماً مع حلّه في النهايات ينال الدرجة المخصّصة
	مجموع	40	

السؤال الثاني: نتأمل المستويين $p_1 : 2x - y + z + 1 = 0$, $p_2 : x + y - z = 0$ والمطلوب:

1- تيقن أن المستويين متعامدان.

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1	$\overrightarrow{n_1} = (2,-1,1)$ $\overrightarrow{n_2} = (1,1,-1)$ شرط التعامد + تعويض + نتيجة	3×2 3×2 2+2+4	
-2	التمثيل الوسيطي الحلّ المشترك + الوصول إلى قيمة x أو عزل أحد المجاهيل أو اختيار النقطتين أو اختيار نقطة وشعاع توجيه التمثيلات الوسيطية	5+6 3×3	الحلّ المشترك 6 درجات الوصول لقيمة x 5 درجات
	مجموع	40	

السؤال الثالث: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم: 5 , 4 , 3 , 2 , 1 , 0

1- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل.

2- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 عدد الرمازات: جداء + نتيجة	5×3+5	الجداء 5×3 ، النتيجة 5
-2 عدد الرمازات من خانات مختلفة	5×3+5	
مجموع	**40**	

ملاحظة: في حال أخطأ الطالب في إحدى الخانات يخسر 5 درجات مرّة واحدة فقط.

السؤال الرابع: أثبت أن $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$ أياً كان $x > -1$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
افتراض تابع الفرق $f(x) = \ln(x+1) - \sqrt{x+1}$	4	
التابع المشتق	4+4	
ينعدم $f'(x)$ عند $x = 3$ ثم حساب $f(3)$	4+4	
الإشارة الموافقة، الأسهم المنسجمة $$\begin{array}{c\|ccccc} x & -1 & & 3 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \nearrow & 2\ln 2 - 2 & \searrow & \end{array}$$	4+4 4+4	
التعليل	4	
مجموع	**40**	
طريقة ثانية: اصطناع تابع f اشتقاقي على $]-1,+\infty[$ $f(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}}$	5	
إيجاد التابع المشتق $f'(x) = \dfrac{2-\ln(x+1)}{2\sqrt{x+1}(x+1)}$	5+5	
ينعدم $f'(x)$ عند $x = e^2 - 1$	3	
$f(e^2-1) = \dfrac{2}{e}$	2	
$$\begin{array}{c\|ccccc} x & -1 & & e^2-1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \nearrow & \frac{2}{e} & \searrow & \end{array}$$	5+5	
لمّا كان $\dfrac{2}{e} < 1$ كان $\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}} < 1$	5	
وبالتالي $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$	5	

ملاحظة: يمكن للطالب أن يكتب $f(x) = \sqrt{x+1} - \ln(x+1)$ يبقى التوزيع كما هو.

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x - E(x)$. **المطلوب:**

1- اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0,2[$. 2- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 $f(x)=\begin{cases} x & :0\le x<1 \\ x-1 & :1\le x<2 \end{cases}$	4+4 4+4	إذا كتب الطالب $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-E(x)}{x^2}$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{x}-\frac{E(x)}{x}\frac{1}{x}\right)$ $=0$ لأن $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$ و $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{E(x)}{x}=1$	4×4 4+4
-2 $x-1<E(x)\le x$	3+3		
$-x+1>-E(x)\ge -x$ $+1>x-E(x)\ge 0$	3+3		
$\frac{1}{x^2}>\frac{f(x)}{x^2}\ge 0$	4		
$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=0$	4		
$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=0$ (حسب مبرهنة الإحاطة)	4		
مجموع	**40**		

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-2 طريقة ثانية : $E(x)\le x<1+E(x)$	3+3	-2 طريقة ثالثة : أياً كان x من $\mathbb{R}$ $x-E(x)<1$ $\frac{x-E(x)}{x^2}<\frac{1}{x^2}$ $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=0$ $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=0$	12 4 4 4
$0\le x-E(x)<1$	3+3		
$0\le\frac{x-E(x)}{x^2}<\frac{1}{x^2}$ $\frac{1}{x^2}>\frac{f(x)}{x^2}\ge 0$	4		
$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}=0$	4		
$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=0$ (حسب مبرهنة الإحاطة)	4		

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

السؤال السادس :التمرين الأوّل:

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ عند كل $n \geq 0$. والمطلوب:

1- أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2,+\infty[$.

2- أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ أيّاً كان العدد الطبيعي n

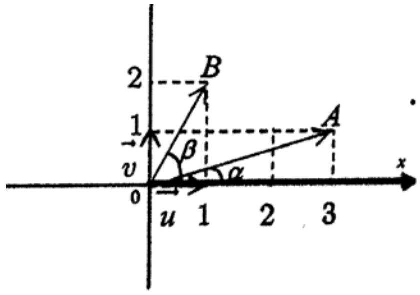
3- استنتج أن المتتالية متقاربة، واحسب نهايتها.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 إيجاد $f'(x)$ دراسة إشارة $f'(x)$ 5 درجات للبسط 5 درجات للمقام النتيجة	5+5 5+5 5	
-2 ترميز العلاقة $E(n):\ 2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ $E(0):\ 2 \leq u_1 \leq u_0$ محقّقة افتراض صحّة $E(n)$ من أجل n عدد طبيعي إثبات صحّة $E(n+1)$ إيجاد صور أطراف المتراجحة وفق التابع المتزايد f والوصول إلى $2 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$ النتيجة	2 5+5 5 5 5 3	5 درجات لحساب قيمة u_1 و5 درجات تحقّق العلاقة
-3 (متناقصة + محددة من الأدنى) المتتالية متقاربة حلّ المعادلة $f(x) = x$ الوصول إلى $x = 2$ النهاية	5+5 5 5 5	
مجموع	**80**	

السؤال السابع - التمرين الثاني:

نتأمل في المستوي العقدي المزوّد بالمعلم المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$:

بفرض أن α القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}\,,\,\overrightarrow{oA})$ و β القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}\,,\,\overrightarrow{oB})$.



المطلوب:

1) اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين Z_A و Z_B اللذين يمثلان النقطتين A و B.

2) اكتب العدد العقدي $\frac{Z_B}{Z_A}$ بالشكلين الجبري والأسي، ثم استنتج قيمة $\beta-\alpha$.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 $z_A=3+i$	5+5	
$z_B=1+2i$	5+5	
$\frac{z_B}{z_A}=\frac{1+2i}{3+i}$	5	
-2 الشكل الجبري للعدد $\frac{z_B}{z_A}$		
الضرب بالمرافق	5	
إصلاح البسط	5	
إصلاح المقام	5	
النتيجة	5	
-3 الشكل الأسّيّ للعدد $\frac{z_B}{z_A}$		
حساب r	5+5	
حساب $\theta=\frac{\pi}{4}$	10	
كتابة الشكل الأسّيّ (قانون + نتيجة)	5+5	
استنتاج قيمة $\beta-\alpha$	5	
مجموع	**80**	

ملاحظة:

إذا كتب الطالب $\frac{z_A}{z_B}$ وتابع بشكل صحيح وتوصّل إلى قياس $\alpha-\beta$ يساوي $(-\frac{\pi}{4})$ يخسر درجة واحدة فقط من درجات الخطوة الثالثة وإذا تابع واستنتج $\beta-\alpha$ تساوي $(\frac{\pi}{4})$ ينال الدرجة كاملة.

السؤال الثامن - التمرين الثالث:

f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(0)=0$ و $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}$ في حالة $x\neq 0$. المطلوب:

1- أثبت أنّ f اشتقاقي عند $x=0$.

2- احسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

3- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 قانون معدل التغيير للتابع f + تعويض $\lvert\sin\frac{1}{x}\rvert\leq 1$ $\lvert x\sin\frac{1}{x}\rvert\leq\lvert x\rvert$ $\lim\limits_{x\to 0}\lvert x\rvert=0$ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=0$ f اشتقاقي عند الصفر	5+5 5 5 5 2 3	1- طريقة ثانية قانون معدل التغيير + تعويض $-1\leq\sin\frac{1}{x}\leq 1$ عندما $x>0$: $-x\leq x\sin\frac{1}{x}\leq x$ $\lim\limits_{x\to 0^+}(-x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(x)=0$ $\lim\limits_{x\to 0^+}x\sin\frac{1}{x}=0$ $x<0$: $-x\geq x\sin\frac{1}{x}\geq x$ لذلك $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=0$ إذن f اشتقاقي	5+5 5 3 3 3 2 2 2
-2 مشتق التابع	5+10+5	قاعدة الاشتقاق + المشتق + النتيجة	
-3 طريقة أولى $f(x)=x\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$ $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$ لأنّ $\lim\limits_{x\to\infty}x=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=1$	10 10 5+5	-3 طريقة ثانية نفرض $t=\frac{1}{x}$ $\Leftarrow$ $x=\frac{1}{t}$ $x\to+\infty\Rightarrow t\to 0$ التعويض $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$ لأنّ $\lim\limits_{t\to 0}\frac{1}{t}=+\infty$ و $\lim\limits_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=1$	5 5 5 5 5 5
مجموع	**80**		

ملاحظة : في حال الاكتفاء بمناقشة إحدى الحالتين $x<0$ أو $x>0$ حسب الطريقة الثانية يخسر درجتين ويُتابع له.

السؤال التاسع - التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط: $D(0,0,1)$ ، $C(-1,1,2)$ ، $B(4,3,-3)$ ، $A(1,0,0)$. **المطلوب:**

1) أثبت أن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً.

2) أثبت أنّ الأشعة : $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً.

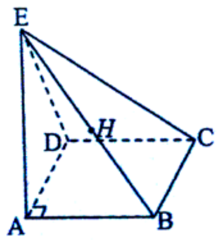
3) استنتج أنّ النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة: (C,γ) ، (B,β) ، (A,α) حيث أنّ α و β و γ أعداد حقيقية يطلب تعينها.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 $\overrightarrow{AB}(3,3,-3)$ $\overrightarrow{AC}(-2,1,2)$ المركّبات غير متناسبة $\overrightarrow{AC}$ وَ $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطّياً	6 6 4 4	
-2 $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AD}(-1,0,1)$ $\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}3\\3\\-3\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix}$ $3\alpha-2\beta=-1$ $3\alpha+\beta=0$ $-3\alpha+2\beta=1$ من الأولى والثانية $\alpha=-\frac{1}{9}$ $\beta=\frac{1}{3}$ نعوض في الثالثة فنجدها محقّقة ومنه الأشعة مرتبطة خطّياً (ضمناً)	10 6 3+3 3 3 3 2 2 5	
-3 طريقة أولى: $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ $\beta=-\frac{1}{9}$ وَ $\gamma=\frac{1}{3}$ $\alpha=1-\beta-\gamma=\frac{7}{9}$	5 5+5 5	-3 طريقة ثانية $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ — 5 $9\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{DC}$ — 5 $7\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ — 4 $(A,7)$, $(B,-1)$, $(C,3)$ — 2+2+2
-3 طريقة ثالثة: $\overrightarrow{AD}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{9}\overrightarrow{AC}$ $\beta=-1$ و $\gamma=3$ $\alpha=7$	5 5+5 5	
مجموع	**80**	

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر: $(EABCD)$ هرم رباعي رأسه E ، قاعدته مربع طول ضلعه 3،

المسألة الأولى: $[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$و $EA = 3$.



نختار المعلم المتجانس $\left(A\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$ والمطلوب:

1) عين إحداثيات $A\ ,B\ ,C\ ,D\ ,E$

2) جد معادلة المستوي (EBC).

3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC).

4) استنتج أنّ H منتصف $[EB]$هي المسقط القائم لـ A على المستوي (EBC).

5) احسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 إيجاد النقاط	5×3	لكلّ نقطة 3 درجات
-2 افتراض الناظم $\vec{n}(a,b,c)$	3	
اختيار الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مرتبطين خطياً وإيجاد المركبات	3+3	3 درجات لكلّ شعاع مع مركباته
$\vec{n}.\vec{u}=0$ و المعادلة الناتجة	3+3	
$\vec{n}.\vec{v}=0$ و المعادلة الناتجة	3+3	
إيجاد الناظم	4	
حساب d في معادلة المستوي $ax+by+cz+d=0$	5	
معادلة المستوي (EBC)	5	
-3 كتابة تمثيلا وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد (EBC)		
شعاع التوجيه	5	
قانون + تعويض	5+5	

الإجابة	الدرجة	الإجابة	الدرجة
-4 طريقة أولى النقطة $H\left(\frac{3}{2},0,\frac{3}{2}\right)$ تحقق التمثيلات الوسيطية للمستقيم المارّ من A ويعامد المستوي (EBC) فهي المسقط القائم للنقطة A عليه	20	-4 طريقة ثانية: - إيجاد إحداثيات H منتصف $[EB]$ - إيجاد الشعاع $\overrightarrow{AH}$ - التحقق من تناسب المركّبات للشعاع $\overrightarrow{AH}$ وناظم المستوي (EBC) - استنتاج أنّ $\overrightarrow{AH}$ وناظم المستوي (EBC) مرتبطان خطّيّاً - H هي المسقط القائم للنقطة A على المستوي (EBC)	6 4 4 4 2
-4 طريقة ثالثة: - إيجاد إحداثيات H منتصف $[EB]$ - لتعيين A' نقطة تقاطع المستوي (EBC) مع المستقيم (d) الوصول إلى $t+t-3=0 \Rightarrow t=\frac{3}{2}$ - $x=\frac{3}{2}\ ,\ y=0\ ,\ z=\frac{3}{2}$ وهي إحداثيات H نفسها إذاً A' تنطبق H	6 4+4 6		

5- طريقة أولى دستور الحجم $v=\frac{1}{3}S.h$ $v=\frac{1}{3}S_{(ABC)}\times EA$ حساب مساحة القاعدة حساب الارتفاع التعويض في دستور الحجم إيجاد الناتج	5 2 2 3 3	5- طريقة ثانية: $v=\frac{1}{3}S.h$ $v=\frac{1}{3}S_{(EBC)}\times dist(A,(EBC))$ حساب مساحة القاعدة حساب الارتفاع وهو بعد A عن المستوي التعويض في دستور الحجم إيجاد الناتج	5 2 2 3 3
5- طريقة ثالثة: $v=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}S_{(ABCD)}\times AE\right)$ حساب مساحة القاعدة حساب الارتفاع التعويض في العلاقة السابقة إيجاد الناتج	5 2 2 3 3		
المجموع	100		

ملاحظة: إذا غيّر الطالب المعلم واختلفت الإحداثيات وتابع الحل بشكل سليم يخسر 3 درجات.
إذا اعتبر القاعدة مُربَعاً في حساب الحجم يخسر درجتين .

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]-2,2[$ وفق: $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$ والمطلوب :

1) أثبت أن f تابع فردي.
2) ادرس تغيرات التابع f على المجال $[0,2[$.
3) اكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها $x=0$، واحسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x=0.1$.
4) في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .
5) استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x)=\ln(2-x)-\ln(x+2)$ على المجال $]-2,2[$.

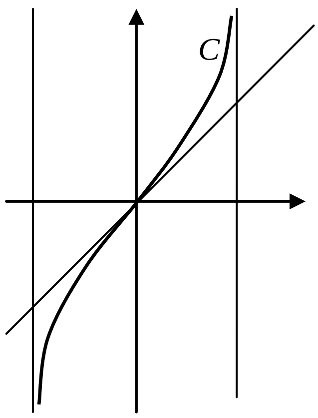
الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 أياً كان $x\in]-2,2[$ كان $-x\in]-2,2[$ $f(-x)=\ln\left(\frac{2-x}{x+2}\right)=-\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$ $f(x)=-f(x)$	5 5 5	
-2 $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} f(x)=+\infty$ $f(0)=0$ $g(x)=\frac{x+2}{2-x}$ $\quad g'(x)=\frac{4}{(2-x)^2}$ $f'(x)=\frac{g'(x)}{g(x)}=\frac{4}{(x+2)(2-x)}$ تعليل الإشارة f متزايد	10 5 5 10 10 5	

ملاحظة: إذا عبّر عن التغيّرات بجدول

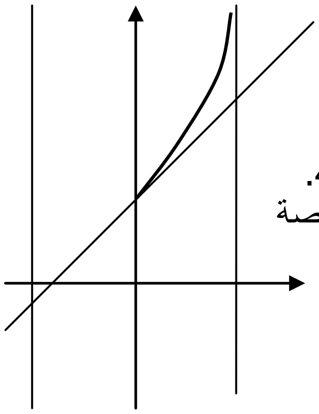
x	$0 \qquad 2$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$0 \nearrow +\infty$

ينال 15 درجة

الإجابة	الدرجة	ملاحظات
-3 $f'(0)=1$ معادلة المماس $y=f(0)+f'(0)(x-0)$ $y=x$ $f(a+h)\simeq f(a)+f'(a)h$ $f(0.1)\simeq 0+1\times 0.1=0.1$	5 5 5 3 2	

الإجابة	الدرجة	ملاحظات
-4 الرسم الخط C 	10	رُسمت المقاربات الشاقولية والمماس لدقة الرسم **فقط**

الإجابة	الدرجة	ملاحظات
-5 $g(x)=\ln(2-x)+\ln(x+2)$ $g(x)=-(\ln(x+2)-\ln(2-x))$	5	
$g(x)=-\ln(\frac{x+2}{2-x})$	3	
$g(x)=-f(x)$	2	



ملاحظات:

1- إذا رسم الطالب الخطّ بيانيّاً على المجال $]0,2[$ ينال الدرجات المخصّصة للخطوة 4.

2- في الخطوة 5 إذا كتب الطالب $g(x)=\ln(\frac{x+2}{2-x})=f(-x)$ ينال الدرجات المخصصة للخطوة 5 كاملة

3- في الخطوة 5 ينال الدرجات المخصّصة في حال التعليل أو الرسم.

– انتهى السلّم –