

التحليل التوافقي

متوثرنا في الحد

استخدام الأساليب في حل المسائل

استراتيجية في الحل العاقل والتباديل التوافقية

ما المقصود بالتباديل؟

هو عدد طرق تبديل  $n$  عنصر مختلف

في  $n$  مكان

مثال 1

بكم طريقة يمكن توزيع أربعة جوائز مختلفة على 4 طلاب

$P_4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  طريقة

مثال 2

بكم طريقة يمكن أن يذهب 5 طلاب في رحلة إحداهم في

$P_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$  طريقة

مثال 3

بكم طريقة يمكن ترتيب 7 كتب على رف

$P_7 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$  طريقة

مثال 4

كم كلمة مختلفة الحروف يمكن تشكيلها من حروف كلمة Syria؟

$P_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$  كلمة

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$8! = 8 \times 7 \times 6 \times \dots$

$n! = n(n-1)(n-2) \dots (n-r)$

$A = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 26$

$B = \frac{8!}{2! \times 6!} = \frac{8 \times 7 \times 6!}{2! \times 6!} = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$

$C = \frac{(n+1)!}{(n-2)!}$

$= (n+1)(n)(n-1) = n^3 - n$

التباديل:  $P_n$  حيث  $n \geq 0$

$P_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$

$P_7 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

$P_n = n!$

التوافيق:  $P_n^r$  حيث  $n \geq r$

$P_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$



$$5 P_{n+1}^2 = 10 P_n^2$$

$$n+1 \geq 2 \Rightarrow n \geq 1$$

$$n \geq 2$$

با لتقاطع  $n \geq 2$

$$5(n+1)(n) = 10^2 (n)(n-1)$$

$$n+1 = 2n-3$$

$$n = 3$$

ما المقصود بالترتيب  $P_n^r$  ؟

هو عدد طرق ترتيب  $r$  عنصر من مجموعة

من مجموعة كلية تضم  $n$  عنصر

مع أهمية ترتيب الاختيار

← لجنة ذات مناصب

← توزيع جوائز

← مناصب أو درجات

← تالي دون إعادة

← ترتيب

← تشكيل لجنة منازك

← تشكيل رقم سري

← تشكيل كلمة

← تالي مع إعادة

$$P_8^3 = \frac{8!}{5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} = 336$$

$$P_7^4 = \frac{7!}{3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 840$$

الطريقة المحيرة

أو يمكن حساب  $n$  وننظر على عدد  $r$

$$P_8^3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$$

$$P_7^2 = 7 \times 6 = 42$$

$$P_{n+1}^{n-2} = \frac{(n+1)!}{(n+1-n+2)!} = \frac{(n+1)!}{3!}$$

$$P_n^2 = 30$$

$$(n \geq 2)$$

$$n(n-1) = 30$$

$$n^2 - n - 30 = 0$$

$$(n-6)(n+5) = 0$$

$$n = 6 \text{ أو } n = -5$$

$$n = 6$$



أمثلة

① كيف يوجد 8 أشخاص كم لجنة مؤلفة من قائد وثلاثة وأربعين آخرين يمكن تشكيل لجنة من قائد وثلاثة

لجنة =  $P_8^3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$

① كم لجنة يمكن تشكيلها

② كم طريقة يمكن تكريم الأربعة الأوائل من 10 لاعبين

③ كم لجنة مؤلفة من 3 لاعبين الأقل

①  $P_{10}^4 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$  طريقة  
 ②  $P_{10}^3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$  لجنة

مثال 2

إذا كانت المجموعة الكلية مضمرة إلى

مجموعات ويتم الاختيار من المجموعات

الجزئية عندئذ يجب كل اختيار من

مجموعته مع طريقة النتائج ولا تنسى

أن طريقة تبادل القوس

$(A, B) \times 2$        $(B, A)$

②  $(R, R, R) \times 3$

$P_4^2 \times P_6^1 \times 3 =$

$= 4 \times 3 \times 6 \times 3 = 216$

③  $(R, R, R) (R, R, W) (R, W, B)$

$P_4^1 \times P_6^2 \times 3 + P_4^2 \times P_6^1 \times 3 + P_4^3$

الانتقال للقوس

في القوس

$= 4 \times 3 \times 6 \times 3 + 12 \times 6 \times 3 + 4 \times 3 \times 2$

$= 360 + 216 + 24$

$= 600$  طريقة

$(R, R, R) \times 3$        $(R, R, W) \times 6$        $(R, W, B) \times 6$

$(R, R, R, R) \times 3$        $(R, R, R, W) \times 6$        $(R, R, W, W) \times 6$

$(R, R, W, B) \times 12$        $(R, W, B, W) \times 24$



- ③ كتابة A في البداية
- ④ كتابة B في البداية

1	3	4
B	w	R
حرف	صباح	عشاء

①  $P_7^3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$  طرق

سحب من الصندوق ثلاث كرات على

التالي دون اعادة و المطلوب

②  $(A.A.B) \times 3 + (B.B.A) \times 3$   
 $= P_4^2 \cdot P_3^1 \times 3 + P_3^2 \cdot P_4^1 \times 3$   
 $= 12 \times 3 + 6 \times 12$   
 $= 108 + 72 = 180$  طريقة

- ① كم عدد نتائج التجربة ؟
- ② كم عدد النتائج التي تضم كرات فقط من اللون ذاته ؟

③ كم عدد النتائج التي تضم ثلاث كرات مختلفة صبي وفتي ؟

③  $(A.B.B) \times 1 + (A.A.B) \times 2 + (A.A.A)$   
 $= P_4^1 \times P_3^2 \times 1 + P_4^2 \times P_3^1 \times 2 + P_4^3$   
 $= 24 + 36 + 12 = 72$  طريقة

① طريقة  $P_8^3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$

②  $A: (R.R) (w.w)$

$n(A) = P_4^2 \cdot P_4^1 \times 3 + P_3^2 \times P_5^1 \times 3$   
 $= 144 + 90 = 234$  طريقة

④  $(B.A.R) \times 1 + (B.B.A) \times 1 + (B.B.B)$   
 $= 1 \times P_4^2 \times 1 + 1 \times P_2^1 \times P_4^1 \times 2 + 1 \times P_3^2 \times 1$   
 $= 12 + 16 + 2 = 30$  طريقة

③  $B: (R.w.B) \times 6$

طريقة  $n(B) = P_4^1 \cdot P_3^1 \cdot P_1^1 = 72$

④ التوافيق  $\binom{n}{r}$  حيث  $n \geq r$   
 $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

$\binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3 \times 2 \times 1 \times 5!}$   
 $= 56$

④ مغلف كوي T كتب

« 4 للمؤلف A, 3 للمؤلف B, 2 للمؤلف C »

ترتيب ثلاثة كتب من المؤلف على الرف

المطلوب

① كم طريقة لاختار ترتيب الكتب الثلاثة

② كم طريقة لاختار ترتيب الكتب على الرف

تكون المؤلف ذاته



$$3n = 5n - 10$$

$$2n = 10 \Rightarrow n = 5 \text{ دقة}$$

ثريث

أثبت صحة العلاقة

$$r \binom{n}{r} = n \binom{n-1}{r-1}$$

$$P_1 = r \binom{n}{r}$$

$$= r \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$= \frac{r \cdot n!}{r(r-1)!(n-r)!}$$

$$P_1 = \frac{n!}{(r-1)!(n-r)!}$$

$$P_2 = n \binom{n-1}{r-1}$$

$$= n \frac{(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!}$$

$$= \frac{n(n-1)!}{(r-1)!(n-r)!}$$

$$P_2 = \frac{n!}{(r-1)!(n-r)!}$$

$$P_1 = P_2$$

والصحة صحيحة

$$\binom{n+2}{n-1} = \frac{(n+2)!}{(n-1)!(n-2-(n-1))!}$$

$$= \frac{(n+2)(n+1)(n)(n-1)!}{(n-1)! \times 3!}$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

الصحة صحيحة

$$\binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 36$$

$$\binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36$$

$$\binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

دو الحدس

$$3 \binom{n}{2} = 5 \binom{n-1}{2}$$

$$n \geq 2$$

بذلك

$$n-1 \geq 2 \Rightarrow n \geq 3$$

بالنسبة  $n \geq 3$

$$3 \times \frac{n(n-1)}{2 \times 1} = 5 \frac{(n-1)(n-2)}{2 \times 1}$$

$$3(n)(n-1) = 5(n-1)(n-2)$$



$$0 \leq n \leq \frac{10}{3}$$

بالتعاقب

مقبول  $n+2 = 3n \Rightarrow n=1$  إما

أو  $n+2+3n=10$

مقبول  $4n=8 \Rightarrow n=2$

ما المقصود بالترتيب التوافقي؟

نقوم التوافيق بحساب عدد طرقات

اختيار جزء من الكل دون أهمية

الترتيب ولا نظير يتبادل العنصر

• خواص التوافيق

$$\binom{n}{0} = 1$$

$$\binom{n}{1} = n$$

$$\binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{n-1} = n$$

$$\binom{n}{a} = \binom{n}{b}$$

إذا كان

إما  $a = b$

فإن

أو  $a + b = n$

مسألة 3

هفجوي 10 طلاب 6 ذكوره

4 إناث تريد تشكيل لجنة من ثلاث

أشخاص

$$\binom{10}{8} = \binom{10}{2}$$

$$\binom{15}{12} = \binom{15}{3}$$

① كم لجنة يمكن تشكيلها؟

② كم لجنة تضم ذكراث وإناث واحدة؟

③ كم لجنة تضم إناث واحدة على الأكثر؟

① لجنة 12 =  $\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1}$

②  $A = \{ \dots \}$

$h(A) = \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{1} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \cdot 4 = 15 \times 4 = 60$  لجنة

$$\binom{10}{n+2} = \binom{10}{3n}$$

$$0 \leq n+2 \leq 10$$

$$-2 \leq n \leq 8$$

$$0 \leq 3n \leq 10$$

$$0 \leq n \leq \frac{10}{3}$$



(ر ز ح ت) (ف ه ز ح ع)  

$$\binom{5}{1} \binom{4}{2} + \binom{5}{3}$$

$$= 5 \times 6 + 10 = 30 + 10 = 40$$

(ذ ز ن) (ذ ذ أ) ③  

$$\binom{4}{1} \binom{6}{2} + \binom{6}{3}$$

$$= 4 \times 15 + 20$$

$$= 60 + 20 = 80$$
 طريقة

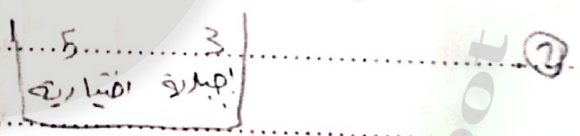
سؤال  
 الثمن 17 اختبار في فصل وجرى بين  
 كل اختبارين مصافحة واحدة واعدد  
 المصافات التي تمت في الفصل  

$$\binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

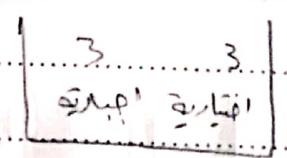
سؤال  
 تقدم طلاب لاختمان تجوي 8  
 اسئلة عليه الاجابة على 5 فقط منها  
 ① يك طريقة يمكن الاجابة  
 ② يك طريقة يمكن الاجابة اذا كانت الاسئلة  
 الثلاثة الأخيرة اجبارية؟

$$\binom{8}{5} = \binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$
 طريقة

التي يلي متعة حين ثوبه



سؤال  
 ABCDEFGH ثمانية نقاط على  
 دائرة.

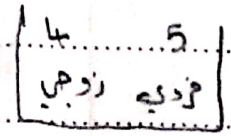


- ① كم عدد الاوتار الواصلة بين النقاط
- ② كم عدد المثلثات التي رؤسها على النقاط
- ③ كم عدد تقاطع القطوع الاوتار داخل الدائرة؟

$$\binom{3}{3} \binom{5}{2} = 1 \cdot 10 = 10$$

سؤال  
 كم طريقة يمكن اختيار ثلاثة اعداد مجموعها  
 عدد فردية

① 
$$\binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

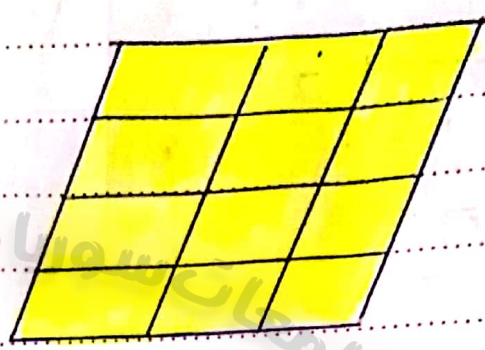


② 
$$\binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

③ 
$$\binom{8}{4} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$$



مسألة: دورة 2018



- 1- كم عدد يمكن تكيله
- 2- كم عدداً مختلف الأرقام يمكن تكيله
- 3- كم عدداً زوجياً يمكن تكيله
- 4- كم عدداً أكبر من 4000 مختلف الأرقام
- 5- كم عدداً زوجياً أكبر من 4000 مختلف الأرقام يمكن تكيله

كم عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة؟

آحاد	عشرات	مئات
5	5	5

عدد  $5 \times 5 \times 5 = 125$

2 أصغر من 4  
 $= \binom{4}{2} \binom{5}{2}$

2 متوازيات الأضلاع  $= 6 \times 10 = 60$

آحاد	عشرات	مئات
3	4	5

عدد  $5 \times 4 \times 3 = 60$

3- تكيل لكلمة، اكتب على التالي مع إعادة ترتيب

آحاد	عشرات	مئات
3	5	5

عدد  $5 \times 5 \times 3 = 75$

**5** المبدأ الأساسي في العد

المبدأ الأساسي في العد (تكيل عدة مسائل)

تبادلية القوى (رقم أساسي)

في هذه الملائمة الأربعة قد يمكن التكرار  
 ولهذا لا نخدم الترتيب ونأجأ إلى اللبا  
 الأساسي في العد

تبدأ بالقيمة التي عليها الشرط

مسألة:  $S = \{1, 2, 4, 5, 8\}$

كم عدد متكاملات متساوية

آحاد	عشرات	مئات
3	4	3

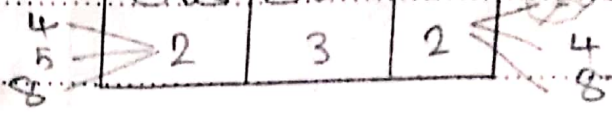
عدد  $3 \times 4 \times 3 = 36$



مكانة (3)	مكانة (2)	مكانة (1)
6	5	4

رعايا  $6 \times 5 \times 4 = 120$

مكانات	عشرات	آحاد
2	3	2

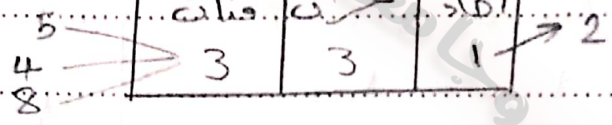


أو

مكانة (3)	مكانة (2)	مكانة (1)
5	5	5

رعايا  $5 \times 5 \times 5 = 125$

مئات	عشرات	آحاد
3	3	1



عدد  $= 2 \times 3 \times 2 + 3 \times 3 \times 1 = 21$

والقار

دوم 2020 اولي

في 2, 11, 10, 5, 0, 5

سيارة ذات فذبايع مزودة برقم سري

يحتويان على السلي مع الاعداد

مختلفة ثلاث فذبات كل فذبة ذات

1- كم عدد نتائج السحب

في 5, 2, 1, 0, 5

2- كم عدد النتائج التي يظهر فيها بطاقتين

1- كم عدد المرعازات الممكنة للذبايع

مجموعها (2)

2- كم عدد المرعازات المختلفة للذبايع

3- كم عدد النتائج التي يظهر فيها بطاقتين

3- يتكون للذبايع اذالم يتم اذقال اي فذبة

على الاقل يحمل الرقم (2)

من مكانها المجمع كم عدد المرعازات التي

1- طريقة  $6 \times 6 = 36$

تختلف المنذبايع

2  $A: (1, 1) \quad (0, 2) \times 2$

$n(A) = 2 \times 2 + 3 \times 1 \times 2 = 4 + 6 = 10$

مكانة (3)	مكانة (2)	مكانة (1)
6	6	6

3  $B: (2, 6) \times 2 \quad (2, 2)$

رعايا  $6 \times 6 \times 6 = 216$

$n(B) = 1 \times 5 \times 2 + 1 \times 1$

طريقة  $= 10 + 1 = 11$



1- (زوت في) (زوت في)

$$\binom{6}{3} + \binom{6}{2} \binom{6}{1}$$

$$= 20 + 90 = 110 \text{ طرق}$$

$$S_0 = \{3, 6, 9, 12\}$$

باقي قيمتها على (3) هي (6, 9, 12)

$$S_1 = \{1, 4, 7, 10\}$$

باقي قيمتها (1)

$$S_2 = \{2, 5, 8, 11\}$$

باقي قيمتها (2)

أول طريقة بسيطة هي

فقد عالته

$S_1$

$S_2$

$S_0$

$$S_0 = \{3, 6, 9, 12\}$$

$$S_1 = \{1, 4, 7, 10\}$$

$$S_2 = \{2, 5, 8, 11\}$$

$$(S_0, S_0, S_0), (S_1, S_1, S_1), (S_2, S_2, S_2), (S_0, S_0, S_2), (S_0, S_2, S_0), (S_2, S_0, S_0)$$

$$\binom{4}{3} + \binom{4}{3} + \binom{4}{3} + \binom{4}{1} \binom{4}{1} \binom{4}{1}$$

$$= 4 + 4 + 4 + 4 \times 4 \times 4 = 76 \text{ طرق}$$

حالة

حداك لديه 6 جوائز، يريد توزيعها

على طلابه الخمسة على ان يأخذ كل

طالب جائزة واحدة على الاقل بكم

طريقة يمكن توزيع الجوائز

ط 1 توزيع الجوائز الخمسة

$$\binom{6}{2} \times P_5^5$$

$$= 15 \times 120 = 1800 \text{ طريقة}$$

ط 2 توزيع الجوائز الخمسة

$$\binom{6}{2} \times 5 \times P_4^4$$

$$= 15 \times 5 \times 24 = 1800 \text{ طريقة}$$

حالة

$$S = \{1, 2, \dots, 12\}$$

1 بكم طريقة يمكن اختيار ثلاثة اعداد مجموعها

افاديه

2 بكم طريقة يمكن اختيار ثلاثة اعداد

مجموعها من وهنالك (3)

6	6
زويبي	مزدبي



متورثات الحد

• حساب الحدود من المتورثات

حساب الحد  $T_r$  من متورث  $(a+b)^n$   
 نستخدم القانون

$$T_r = \binom{n}{r} (a)^{n-r} (b)^r$$

الآن نأخذ مثالاً

$$(a+b)^2 = (a)^2 + 2(a)(b) + (b)^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

• كيف نجد  $(a+b)^n$

$$(a+b)^5 = + \binom{5}{0} (a)^5 (b)^0 + \binom{5}{1} (a)^4 (b)^1$$

$$+ \binom{5}{2} (a)^3 (b)^2 + \binom{5}{3} (a)^2 (b)^3$$

$$+ \binom{5}{4} (a)^1 (b)^4 + \binom{5}{5} (a)^0 (b)^5$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

تمرين: احسب الحد  $T_3$  من المتورث

$$\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^6$$

$$a = x^2 \quad b = -\frac{3}{x} \quad n = 6 \quad r = 3$$

$$T_r = \binom{n}{r} (a)^{n-r} (b)^r$$

$$T_3 = \binom{6}{3} (x^2)^{6-3} \left(-\frac{3}{x}\right)^3$$

$$T_3 = 20 \times x^6 \times \frac{-27}{x^3} = -540x^3$$

تمرين

$$\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^4$$

احسب المتورث

$$\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^4 = \binom{4}{0} (x^2)^4 - \binom{4}{1} (x^2)^3 \left(\frac{2}{x}\right)$$

$$+ \binom{4}{2} (x^2)^2 \left(\frac{2}{x}\right)^2 - \binom{4}{3} (x^2) \left(\frac{2}{x}\right)^3$$

$$+ \binom{4}{4} \left(\frac{2}{x}\right)^4$$

$$= x^8 - 4x^6 \cdot \frac{2}{x} + 6x^4 \cdot \frac{4}{x^2} - 4x^2 \cdot \frac{8}{x^3} + 1 \cdot \frac{16}{x^4}$$

$$= x^8 - 8x^5 + 24x^2 - \frac{32}{x} + \frac{16}{x^4}$$

$$T_0 \quad T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4$$

تمرين: ليكن المتورث  $\left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^9$

1- احسب الحد الحادي عشر على افتراض  $x^6$

2- احسب الحد الحادي عشر على افتراض  $\frac{1}{x^3}$

3- احسب الحد الثامن (المتوسط)  $(x)$

$$a = x^2, \quad b = -\frac{1}{x}, \quad n = 9, \quad r = ?$$

$$T_r = \binom{9}{r} (x^2)^{9-r} \left(-\frac{1}{x}\right)^r$$

$$= \binom{9}{r} (x)^{18-2r} \frac{(-1)^r}{(x)^r}$$

$$T_r = \binom{9}{r} (x)^{18-2r} (-1)^r (x)^{-r}$$

نضع  $18-2r-r = 6$



$$T_r = \binom{n}{r} (a)^{n-r} (b)^r$$

$$T_r = \binom{n}{r} (x^3)^{n-r} \left(\frac{-2}{x^2}\right)^r$$

$$T_r = \binom{n}{r} x^{3n-3r} (-2)^r (x)^{2r}$$

$$T_r = \binom{n}{r} (-2)^r (x)^{3n-5r}$$

$$3n - 5r = 0$$

$$5r = 3n$$

$$r = \frac{3n}{5}$$

يكون  $r$  عدد صحيح إذا كان  $n$  من مضاعفات العدد (5).

تدريب: أوجد أعداد وعشرات وحانات (11)<sup>12</sup>

عند كتابة العدد  $(a+b)^n$  فإن:

$T_0$  تعين الأعداد

$T_1 + T_2$  تعين الأعداد والعشرات

$T_0 + T_1 + T_2$  تعين الأعداد والعشرات والمئات

$$(11)^{12} = (1+10)^{12}$$

$$a=1 \quad b=10 \quad n=12$$

$$T_0 = \binom{12}{0} (1)^{12} (10)^0 = 1$$

$$T_1 = \binom{12}{1} (1)^{11} (10)^1 = 120$$

$$T_r = \binom{13}{r} (-1)^r (x)^{13-3r}$$

$$13 - 3r = 6$$

$$3r = 12 \Rightarrow r = 4$$

$$T_r = \binom{13}{4} (-1)^4 (x)^{13-12}$$

$$= 715 (1) (x)^1 = 715x$$

$$13 - 3r = -3$$

$$3r = 21 \Rightarrow r = 7$$

$$T_r = \binom{13}{7} (-1)^7 (x)^{13-21}$$

$$= 1716 (-1) (x)^{-8} = -\frac{1716}{x^8}$$

$$18 - 3r = 0$$

$$3r = 18 \Rightarrow r = 6$$

$$T_6 = \binom{18}{6} (-1)^6 (x)^0$$

$$= 84 (1) (1) = 84$$

تدريب: أوجد اللغز  $(x^3 - \frac{2}{x^2})^n$

ما هو اللغز اللازم أن يكون  $n$  كجوابي للنتيجة على حد متساوي  $x$

$$a = x^3, \quad b = -\frac{2}{x^2}, \quad n = ? \quad r = 2$$



$$T_2 = \binom{12}{2} (1)^{10} (10)^2 = 6600$$

$$T_0 + T_1 + T_2 = 6721$$

الأعداد والعزات والمجان هي 721

تمرين:

أجب  $\cos^5(x)$  بدلالة النسبة

التامة لطرفات الزاوية  $\alpha$ :

$$\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

$$\cos^3(x) = \frac{(e^{ix} + e^{-ix})^3}{2^3}$$

$$= \frac{1}{32} [e^{i(5x)} + 5e^{i(3x)} + 10e^{ix} + 10e^{-ix} + 5e^{-i(3x)} + e^{-i(5x)}]$$

$$= \frac{1}{32} [e^{i(5x)} + 5e^{i(3x)} + 10e^{ix} + 10e^{-ix} + 5e^{-i(3x)} + e^{-i(5x)}]$$

$$= \frac{1}{32} [e^{i(5x)} + e^{-i(5x)} + 5(e^{i(3x)} + e^{-i(3x)}) + 10(e^{ix} + e^{-ix})]$$

$$= \frac{1}{32} [2 \cos(5x) + 10 \cos(3x) + 20 \cos(x)]$$