المذاكرة التحريرية الأولى (٢٠٢٣ - ٢٠٢٤)   الاسم :

النموذج الأول   المادة : رياضيات

الصف : الثالث الثانوي العلمي   التاريخ : ٤/ ١١/ ٢٠٢٣

الثانوية سعادة
ALSAADE SCHOOL

أجب عن كل من الأسئلة الآتية (لكل سؤال ٤٠ درجة) :

السؤال الأول :

ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وِفق $f(x) = \sqrt{|9x^2 - 1|} - x$

أثبت أن المستقيم $\Delta\colon\ y = +2x$ مقارب مائل لِ (C) بجوار $+\infty$ ثم ادرس وضع (C) مع Δ .

السؤال الثاني :

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وِفق

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4 - 4\cos x}{x^2} & : x \neq 0 \\ 2m - 1 & : x = 0 \end{cases}$$

ما قيمة m التي تجعل f مستمر عند (0) ؟

السؤال الثالث :

أثبت صحّة المساواة: $\dfrac{2}{e^{i(2\theta)}+1} = 1 - i\ \tan\theta \qquad \left(e^{i(2\theta)} \neq -1\right)$

السؤال الرابع :

في معلم متجانس لتكن لدينا النقطتين : $B(-1,0,4)$, $A(1,-2,2)$, المطلوب :

❶ أثبت أن مجموعة نقط الفراغ $M(x,y,z)$ التي تحقق $BM = \sqrt{2}AM$ هي كرة ,
عيّن إحداثيات مركزها و طول نصف قطرها .

❷ لتكن النقطة $C(1,1,2)$ احسب CA , CB واستنتج بُعد C عن المستوي المحوري للقطعة $[AB]$.

حلّ كلاً من التمارين الآتية (لكل تمرين ٦٠ درجة) :

التمرين الأول :

لتكن المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق :

$$\begin{cases} U_o = 1\ , \qquad U_1 = 3 \\ U_{n+1} = 3U_n - 2U_{n-1} \end{cases}$$

❶ أثبت أن المتتالية $(V_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $V_n = U_{n+1} - U_n$ هندسية واكتب عبارة V_n بدلالة n .

❷ أثبت أن المتتالية $(\omega_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $\omega_n = U_{n+1} - 2U_n$ هندسية واكتب عبارة ω_n بدلالة n .

❸ استنتج عبارة U_n بدلالة n

التمرين الثاني :

ليكن التابع f المعرف على المجال $[1,3]$ وِفق $f(x) = x - E(x)$

❶ اكتب f بصيغة لا تحوي $E(x)$.

❷ هل f مستمر على المجال $[1,3]$ و لماذا ؟

❸ ارسم C_f على المجال $[1,3]$

❹ جِد نهاية التابع g المعين بالعلاقة $g(x) = \dfrac{f(x)}{x+5}$ عند $+\infty$.

التمرين الثالث :

ليكن Z عدد عقدي ما و ليكن $(Z \neq -i)$ $\omega = \frac{iZ-1}{Z+i}$

❶ احسب المجموع $\overline{\omega} + \omega$ ثم استنتج طبيعة العدد ω .

❷ اكتب ω بالشكل الجبري.

التمرين الرابع :

ليكن كثير الحدود $P(z) = z^4 + 2z^2 - 4z + 8$

❶ عيّن العددين الحقيقيين b, a بحيث يتحقّق : $P(z) = (z^2 + az + b)(z^2 - a\,z + 2)$

❷ حلّ المعادلة $P(z) = 0$.

حل كلاً من المسألتين الآتيتين : (لكل مسألة ١٠٠ درجة)

المسألة الأولى:

أولاً: أثبت بالتدريج أنّه أيّاً كان العدد الطبيعي $n \geq 1$ فإنّ:

$$1 + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \cdots + n \times n! = (n+1)! - 1$$

ثانياً: ليكن (C) الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-2, 2\}$ وِفق $f(x) = \frac{x^3-8}{x^2-4}$

❶ جِد نهاية f عند أطراف مجالات تعريف التابع f و استنتج معادلة كلّ مقارب أفقي أو شاقولي لِ (C)

❷ جِد $\lim\limits_{x \to 2} f(f(x))$

❸ أوجد معادلة المقارب المائل Δ لِ (C) ثم ادرس وضع (C) مع Δ .

❹ بفرض g تابع يحقق $g(x) \geq f(x)$, ما نهاية g عند $+\infty$ ؟

المسألة الثانية:

في الشكل المجاور $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 4 فيه:

I منتصف $[EF]$ وَ J منتصف $[BC]$ وَ K نقطة تحقّق $\overrightarrow{BK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

o منتصف $[FH]$ وَ N مسقط K على $[AD]$ و المطلوب :

أولاً: أثبت أنّ $2(\overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{IE}) = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CG}$

ثانياً: نفترض معلماً متجانساً $\left(A\,; \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AE}\right)$ و المطلوب:

ⓐ أعطِ إحداثيّات رؤوس المكعب و النقاط N, K, o

ⓑ أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{CG}$, $\overrightarrow{CE}$ مرتبطة خطيّاً

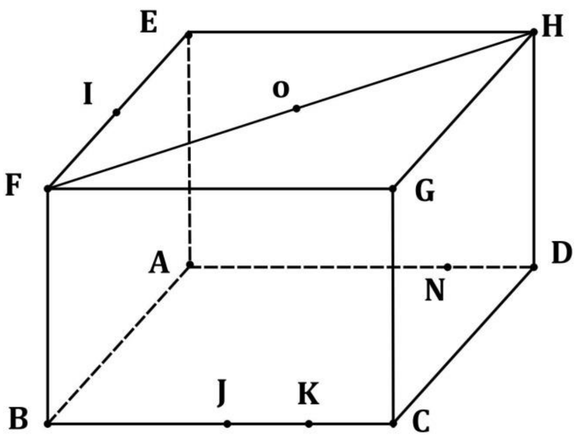
واستنتج وضع (IJ) بالنسبة للمستوي (CGE)

ⓒ احسب حجم كلّ من المجسمين $oAKCD$ وَ $oKCDN$

واستنتج أنّ حجم رباعي الوجوه $oAKN$ هو 8 .

ⓓ ما نوع المثلث oKN و احسب مساحته

و استنتج أن بُعد A عن المستوي (oKN) هو $\frac{12}{\sqrt{17}}$



* انتهت الأسئلة *