النموذج الأول ((التواس الفتل))

السؤال الأول : أختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي :

(1) تواس فتل دوره الخاص (T_o) فمنا بنقله إلى ارتفاع 3000m فإن دوره الجديد $\bar{T_o}$:

$\bar{T_o} = 0$ (D $\bar{T_o} = T_o$ (C $\bar{T_o} > T_o$ (B $\bar{T_o} < T_o$ (A

(2) تواس فتل يهتز تابع مطاله الزاوي بالعلاقة $\theta = \frac{\pi}{2}\cos(\pi t)$ فإن قيمة عزم عطالة التواس الفتل عندما $K = 100 mN.rad^{-1}$ يكون :

$10 kgm^2$ (D $10 kgm$ (C $100 kgm$ (B $100 kgm^2$ (A

(3) عند مرور التواس الفتل بوضع المطال الأعظمي الزاوي يكون المطال معطى بالعلاقة :

$x = \frac{2E}{K^2}$ (D $x = \frac{2E}{K}$ (C $x_{max} = \frac{2E}{K}$ (B $x^2_{max} = \frac{2E}{K}$ (A

(4) تواس فتل دوره الخاص (T_o) فمنا بزيادة عزم عطالة ثمانية أضعاف وقمنا بإنقاص طول سلك الفتل للنصف فإن الدور الخاص الجديد $\bar{T_o}$:

$\bar{T_o} = \sqrt{2} T_o$ (D $\bar{T_o} = 2T_o$ (C $\bar{T_o} = 4T_o$ (B $\bar{T_o} = T_o$ (A

(5) تواس فتل دوره الخاص (3S) ما هي قيمة عزم المطالة إذا علمت أن ثابت فتل سلك تعليق تضعف الدور الخاص :

$135 kgm^2$ (D $1,35 kgm^2$ (C $0,135 kgm^2$ (B $13,5 kgm^2$ (A

السؤال الثاني : برهن أن الطاقة الكلية في تواس فتل ثابتة وما هو شكل طاقة كلية عند وضع التوازن وعند الوضعيين الأخيرين ؟

السؤال الثالث : إنطلاقاً من معادلة تفاضلية $(\ddot{\theta})'_t = \frac{K\theta}{I}$ أثبت أن حركة التواس الفتل جيبية دورانية وأستنتج علاقة T_o الدور الخاص ؟

السؤال الرابع : إنطلاقاً من تابع المطال الزاوي $\theta = \theta_{max}\cos(\omega t + \varphi)$:

أ- تتبع تابع التسارع الزاوي للتواس الفتل ؟

ب- بين متى تسارع زاوي معدوم وما هي قيمة التسارع الزاوي ؟

السؤال الخامس :

أجب عن أحد السؤالين التاليين :

(1) رسم تغيرات السرعة الزاوية بدلالة الزمن خلال دور واحد إذا علمت أن في اللحظة $t=0$ كانت $\theta = \theta_{max}$ ؟

(2) كتابة القوانين التالية :

الطاقة الكامنة المرونية دورانية ـ عزم عزم قوة الفتل ـ الطاقة الحركية في النظام الدوراني ـ التسارع الزاوي الأعظمي .

السؤال السادس : حل مسائل التالية :

مسألة أولى : ساق متجانسة كتلتها m وطولها ($\ell = 40cm$) وعزم عطالتها حول محور عمودي عليها في منتصفها $32 \times 10^{-3} Kg\,m^2$ نعلق الساق من منتصفها بسلك فتل شاقولي ثابت فتله K ونخل من الجاذبية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

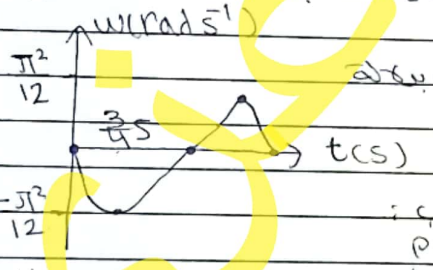
نواساً للفتل غير متخامد وزنبرك الساعة عن وضع توازنها الأفقي نصف دورة بالاتجاه الموجب ثم نتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t=0$ فيكون الدور الخاص 2S مع العلم $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} m l^2$ المطلوب

1) حساب كتلة الساق l^2 وثابت فتل سلك تعليق؟
2) استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي واطلاقاً منه استنتج العام؟
3) حساب السرعة الزاوية لحظة مرورها الأول في وضع التوازن؟
4) حساب قيمة التسارع الزاوي وعزم مزدوجة الفتل عندما تصنع $(-90°)$ مع وضع توازنها؟ 5) نقسم سلك الفتل إلى قسمين طول احداهما $(\frac{l}{3})$ ثم نثبت الساق بالنهاية الحرة لأحدهما من الأعلى والآخر من الأسفل بعد أن نديرها دورة كاملة

مسألة ثانية: ساق أفقية متجانسة كتلتها طولها 30 cm ثبت في كل من طرفيها كتلة نقطية $m_1 = m_2 = 100g$ وصلت من منتصفها بسلك فتل شاقولي لتشكل نواساً للفتل نديرها في مستوى أفقي بزاوية $60°$ عن وضع توازنها ونتركها دون سرعة ابتدائية فتهتز بحركة جيبية دورانية دورها الخاص $T_0 = 2S$ المطلوب:

1) حساب عزم عطالة جملة النواس؟ 2) حساب ثابت فتل سلك تعليق؟
3) تعيين لحظة مرور الأول للنواس من وضع التوازن؟
4) نجعل قطر السلك مضاعف أصغر بمقدار الدور الجديد للنواس؟
5) نجعل طول سلك الفتل ربع ما كان عليه أصغر بمقدار الدور جديد؟

مسألة ثالثة:



لتكن ω مجاور تغيرات السرعة الزاوية بدلالة الزمن في النواس الفتل بفرض اعتبار مبدأ الزمن هو اللحظة الذي كان النواس في وطال اعظمي موجب المطلوب:

1) استنتج التابع الزمني للسرعة الزاوية؟
2) حساب سعة حركة الاهتزازية الزاوية وحساب قيمة التسارع الزاوي اعظمي؟
3) حساب ثابت فتل لسلك تعليق مع العلم أن $E = 4J$؟
4) حساب الطاقة الحركية الدورانية عند المرور بوضع التوازن؟

مسألة رابعة: يتألف نواس فتل من قرص متجانس معلق بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $k = 16 \times 10^{-2} mN.rad^{-1}$ ندير القرص في مستوى أفقي بزاوية $\theta = \frac{\pi}{2} rad$ من وضع توازنه ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t=0$ فيهتز بحركة جيبية دورانية فإذا علمت أن عطالة القرص حول محور عمودي على مستوى قاعدته من مركز عطالته $I_{\Delta/c} = 4 \times 10^{-3} kgm^2$ المطلوب: 1) حساب كتلة القرص إذا علمت أن نصف قطره $2cm$ و $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} m r^2$ 2) حساب الدور الخاص للنواس؟ 3) حساب التابع الزاوي علماً أن $\varphi_0 = (-\frac{\pi}{4}) rad$؟
4) حساب السرعة الزاوية العظمى وتابع الزاوي الأعظمي؟

انتهت الأسئلة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$I_D = I_{DC} + I_{Dm_1} + I_{Dm_2}$ ①

$I_D = 0 + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$

$I_D = 2 I_{Dm_1} = 2 m_1 r_1^2$

$= 2(0.1)(0.15)^2$

$I_D = 2 \times 10^{-1} \times 225 \times 10^{-4}$

$= 45 \times 10^{-4}\ kg\,m^2$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_D}{K}}$ ②

$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{I_D}{K}$

$K = \frac{4\pi^2 I_D}{T_0^2} = \frac{40 \times 45 \times 10^{-4}}{(2)^2}$

$K = 45 \times 10^{-3}\ mN\,rad^{-1}$

$\theta = \frac{\pi}{3} \cos(\omega_0 t + \varphi)$ ③

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad\,s^{-1}$

$t = 0$ عند بدء الحركة $\Rightarrow$

$\theta = \theta_{max} \Rightarrow \theta_{max} = \theta_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$

$\theta = \pi \cos(\pi t + 0)$

وعند وضع توازن :

$0 = \pi \cos(\pi t) = 0 \Rightarrow \cos(\pi t) = 0$

$\pi t = \frac{\pi}{2} + \pi K \Rightarrow t = \frac{1}{2} + K$

$K = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{2}\ s$ أول مرور

④

$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_D}{K_1}}$ مثل ما فعلنا في الأول

$K_1 = K \frac{(2 \times 2r)^4}{l}$ أي $(2 \times 2r)$

$K_1 = (2)^4 K \frac{(2r)^4}{l} = 16K$

$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_D}{16K}} = \frac{1}{4} 2\pi \sqrt{\frac{I_D}{K}}$

$T_0' = \frac{1}{4} \times T_0 = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}\ s$

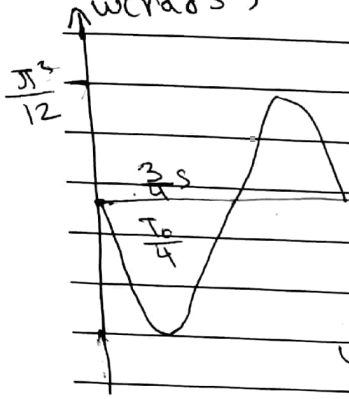
⑤

$l' = \frac{l}{4} \Rightarrow K_1 = 4K$

$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_D}{4K}} = \frac{1}{2} 2\pi \sqrt{\frac{I_D}{K}}$

$T_0' = \frac{1}{2} T_0 = \frac{1}{2} \times 2 = 1\ s$

مثال آخر :



نجد :

$\frac{T_0}{4} = \frac{3}{4}$

$T_0 = 3s$

$\omega_{max} = \frac{\pi^2}{12} = \frac{10}{12}$

$\omega_{max} = \frac{5}{6}\ rad/s$

$\omega = -\omega_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ ①

$(t = 0 / \theta = \theta_{max})$ عند بدء الحركة

$\theta_{max} = \theta_{max} \cos(0 + \varphi)$

$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{3}\ rad/s$

$\omega = -\frac{5}{6} \sin(\frac{2\pi}{3} t)$

$\omega_{max} = \omega_0 \theta_{max}$ ②

$\frac{\pi^2}{12} = \frac{2\pi}{3} \theta_{max}$ ×3

$\frac{\pi^2}{4} = \frac{2\pi}{1} \theta_{max}$

$\theta_{max} = \frac{\pi}{8}\ rad$

$\alpha_{max} = \omega_0^2 \theta_{max}$

$\alpha_{max} = (\frac{2\pi}{3})^2 (\frac{\pi}{8})$

$\alpha_{max} = (\frac{4\pi}{9})(\frac{\pi}{8})$

$\alpha_{max} = \frac{\pi^2}{18}\ rad\,s^{-2}$

$E = \frac{1}{2} K \theta_{max}^2$ ③

$K = \frac{2E}{\theta_{max}^2} = \frac{2 \times 4}{(\frac{\pi}{8})^2}$

$K = \frac{2 \times 4 \times 64}{10} = 51.2\ mN\,rad^{-1}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(2)

$m = \frac{8\times10^{-3}}{4\times10^{-4}} = 20\,kg$

(2) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{4\times10^{-3}}{16\times10^{-2}}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{40}}$

$T_0 = 1\,s$

(3) $\alpha = -\omega_0^2\,\theta$

$\theta = -\frac{\pi}{4}\,rad$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi\,rad/s$

$\alpha = -(2\pi)^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

$\alpha = +40\times\frac{\pi}{4}$

$\alpha = 10\pi\,rads^{-2}$

(4) $\alpha_{max} = +\omega_0^2\,\theta_{max}$

$\alpha_{max} = (2\pi)^2\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$\alpha_{max} = 20\pi\,rads^{-2}$

$\omega_{max} = \omega_0\,\theta_{max}$

$\omega_{max} = 2\pi\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$\omega_{max} = 10\,rads^{-1}$

لا تنسى حل تمرين ؛ 1 و 2 و 3 و 4

(4) الطاقة:

عندما يتوازن $E_p = 0$

$E = E_K = \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$

$E = \frac{1}{2}\times\frac{K}{\omega_0^2}\omega^2$

ω_0 النبض الخاص

ω السرعة الزاوية

$E = \frac{1}{2}\times\frac{5\times10^{-2}}{\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2}\times(\omega)^2$

من تابع السرعة الزاوية بدلالة الزمن

$t = \frac{T_0}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{2}s$

$\omega = -\frac{5}{6}\sin\left(\frac{2\pi}{3}\times\frac{1}{2}\right)$

$\omega = -\frac{5}{6}\times\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{5\sqrt{3}}{12}\,rads^{-1}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$E = \frac{1}{2}\times\frac{5\times10^{-2}\times9}{40}\times\left(-\frac{5\sqrt{2}}{12}\right)^2$

$E = \frac{5\times10^{-2}\times9\times25\times2}{2\times40\times144}$

$E = \frac{32\times16\times9\times10^{-1}\times5}{8\times9\times16}$

ملاحظة: $5\times10^{-2} = 32\times16\times10^{-1}$

$E = 2\,J$

(1) الطاقة:

$I_{\Delta/C} = \frac{1}{2}mr^2$ نعوض

$K = 0.16\,m.N.rad^{-1}$

(شروط البدء $t=0$ و $\theta = \theta_{max} = \frac{\pi}{2}\,rad$)

$I_{\Delta/C} = 4\times10^{-3}\,kgm^2$

$I_{\Delta/C} = \frac{1}{2}mr^2$ (1)

$m = \frac{2I_{\Delta/C}}{r^2} = \frac{2\times4\times10^{-3}}{(2\times10^{-2})^2}$

(4)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner