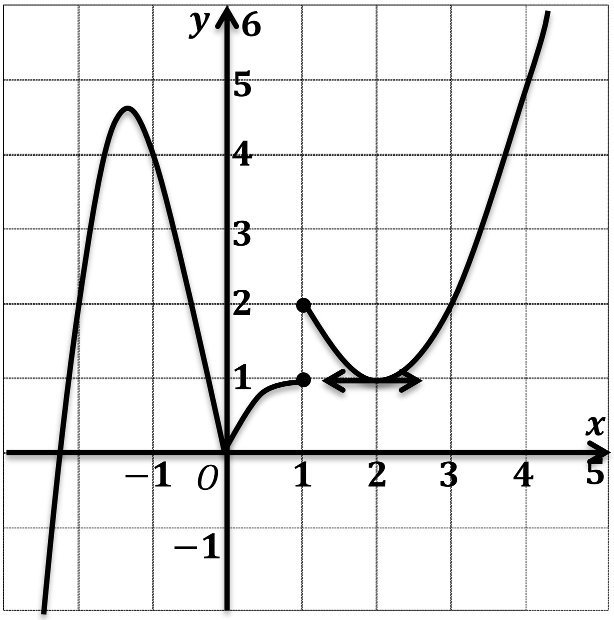
أسئلة النموذج الوزاري الأول لعام 2017



أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً الخط البياني لتابع f معرف على R والمطلوب:

1) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 5$؟

2) ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \geq 5$؟

3) هل $f(1)$ قيمة محلية كبرى أو صغرى للتابع f. علل ذلك.

4) ما عدد القيم الحدية للتابع f؟

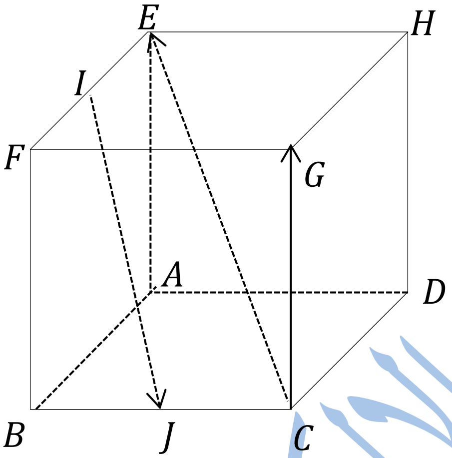
5) ما قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها $x = 2$؟

6) أيكون التابع f اشتقاقياً عند $x = 1$؟

k	0	1	2	3	4
$P(X = k)$					$\frac{16}{81}$

السؤال الثاني: ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية. الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي لِـ X: 1) ما عدد الاختبارات في التجربة؟

2) أكمل الجدول المجاور. 3) أحسب التوقع الرياضي والتباين للمتحول العشوائي X.



السؤال الثالث: في الشكل المجاور مكعب. I و J منتصفات $[EF]$ و $[BC]$.

1) أثبت أن: $2(\overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{IE}) = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CG}$.

2) أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{CG}$, $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطياً.

السؤال الرابع: حل المعادلة $4^x = 5^{x+1}$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: 1) ليكن g التابع المعرف على $I =]-1, +\infty[$ وفق العلاقة: $g(x) = ln\sqrt{x+1}$.

أحسب كلاً من $g(1)$ و $g'(x)$ و $g'(1)$ واستنتج

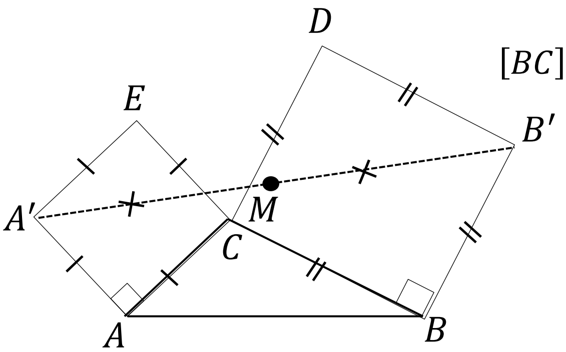
$$\lim_{x \to 1} \frac{ln\sqrt{x+1} - ln\sqrt{2}}{x-1}$$

2) أحسب نهاية التابع f المعرف على $R\backslash\{2\}$ وفق: $f(x) = \frac{2x + sin\,x}{x-2}$ عند $+\infty$.

التمرين الثاني: لتكن $(x_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعطاة وفق: $x_0 = 4$ و $x_{n+1} = \frac{3}{4}x_n + 2$.

في حالة $n \geq 0$. نعرف $(y_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة: $y_n = x_n - 8$.

أثبت أن $(y_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية, وأكتب x_n بدلالة n, وأحسب $\lim_{n\to+\infty} x_n$.



<u>التمرين الثالث</u>: ليكن المثلث ABC في المستوي. ننشئ على ضلعيه $[AC]$ و $[BC]$

وخارجه المربعين $ACEA'$ و $CBB'D$ كما في الشكل المجاور.

تمثل الأعداد العقدية a, b, c, a', b' النقاط A, B, C, A', B'.

1) B' هي صورة C وفق دوران مركزه B, عينه وأكتب

الصيغة العقدية للعدد b' بدلالة b, c.

2) أثبت أن: $a' = i(c-a) + a$. 3) عين بدلالة a, b العدد العقدي m الممثل للنقطة M منتصف $[A'B']$.

4) كيف تتغير النقطة M عندما تتحول C في المستوي.

<u>التمرين الرابع</u>: أثبت صحة المساواة: $cos^2 x \,.\, sin^2 x = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} cos\, 4x$, ثم أحسب

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^2 x \,.\, sin^2 x \, dx$$

ثالثاً: <u>حل المسألتين الآتيتين</u>(100 درجة لكل مسألة)

<u>المسألة الأولى</u>: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R بالصيغة: $f(x) = xe^{-x}$.

1) أحسب نهاية التابع f عند $+\infty$ و عند $-\infty$, أحسب $f'(x)$, أدرس اطراد التابع f ونظم جدولاً بتغيراته وعين قيمته الحدية ثم أرسم C.

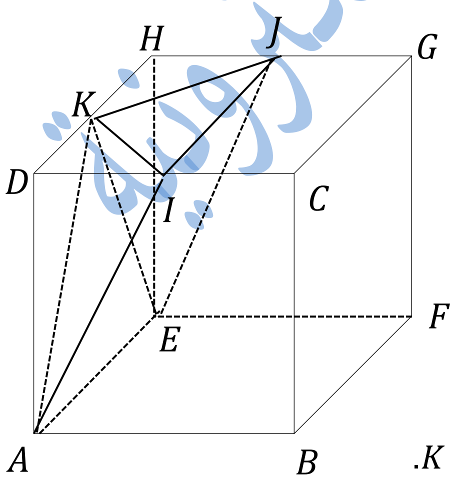
2) أحسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$.

3) بين أنه في حالة عدد حقيقي m من المجال $]0, e^{-1}[$ تقبل المعادلة $f(x) = m$ حلين مختلفين.

4) لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة تدريجياً كما يأتي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = u_n e^{-u_n}$.

a) أثبت أن $0 < u_n \leq 1$ وذلك مهما كان العدد الطبيعي n.

b) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة, ثم بين تقاربها وأحسب نهايتها.



<u>المسألة الثانية</u>: نتأمل مكعباً $ABCDEFGH$. لتكن I و J و K

منتصفات أضلاعه $[DC]$ و $[HG]$ و $[DH]$ بالترتيب.

نتخذ $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})$ معلماً متجانساً في الفراغ.

1) أوجد احداثيات النقاط A, I, E.

2) أكتب معادلة المستوي $(AIJE)$.

3) أحسب بعد K عن المستوي $(AIJE)$ وحجم الهرم $KAIJE$.

4) أكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d العمودي على المستوي $(AIJE)$ والمار بالنقطة K.

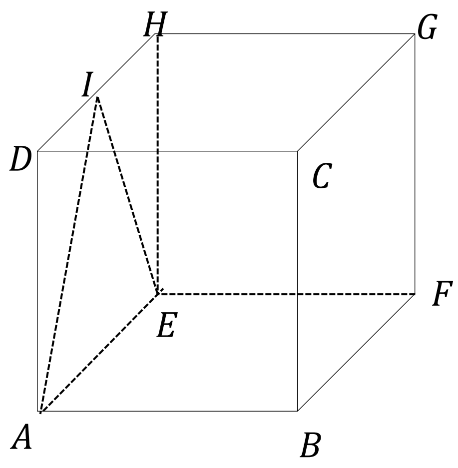
5) أحسب إحداثيات N نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي $(AIJE)$.

6) أثبت أن N هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A, \alpha), (I, \beta), (E, \gamma)$ حيث α, β, γ هي أثقال يطلب تعيينها.

انتهت الأسئلـة

أسئلة النموذج الوزاري الثاني لعام 2017

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: نجد جانباً مكعباً طول ضلعه 1. مزوداً بمعلم متجانس

$\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD}\right)$ حيث I هي منتصف $[DH]$:

1) أعط إحداثيات النقاط I و E و A.

2) جد إحداثيات O مركز ثقل المثلث AEI.

3) أين تقع النقطة M التي تحقق $3\,\overrightarrow{FM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EO}$؟

4) أحسب $\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IE}$.

السؤال الثاني: ليكن f التابع المعرف على $D=R\backslash\{-1\}$ وفق:

$$f(x)=\frac{x^2-5x+1}{x+1}$$

1) جد الأعداد a و b و c التي تحقق $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$ أياً يكن x من D.

2) أحسب

$$I=\int_0^2 f(x)dx$$

السؤال الثالث: ليكن z عدداً عقدياً ما, وليكن w عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد.

أثبت أن $\frac{w\cdot\bar{z}-z}{iw-i}$ تخيلي بحت.

السؤال الرابع: أحسب مشتق التابع f المعرف على R وفق: $f(x)=e^{1-\sin x}$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن f التابع المعرف على R وفق: $f(x)=\frac{x^2+|x|}{x^2+1}$.

1) ما نهاية التابع f عند $-\infty$؟

2) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين, ثم أكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطه البياني C_f في النقطة $A(0,0)$.

التمرين الثاني: لتكن $(x_n)_{n\geq0}$ المتتالية المعرفة وفق العلاقة $x_0=5$. $x_{n+1}=\frac{6}{5}x_n+\frac{4}{5}$.

1) أحسب x_1,x_2,x_3 ثم أدرس اطراد المتتالية.

2) نعرف $(y_n)_{n\geq0}$ بالعلاقة $y_n=x_n+4$. أثبت أن $(y_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية.

3) أكتب y_n بدلالة n. ثم أحسب $y_2+y_3+\cdots+y_{10}$ بدلالة قوة للعدد $\frac{6}{5}$.

التمرين الثالث: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, لدينا نقطتين $A(2,-1,0)$ و $B(-1,3,5)$ والمستوي P الذي يقبل معادلة $2x-3y+z-5=0$.

1) أثبت أن المستقيم (AB) يقطع المستوي P في نقطة C يطلب تعيين إحداثياتها.

2) أكتب معادلة للمستوي Q العمودي على P ويمر بالنقطتين A و B.

التمرين الرابع: يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء, وثلاث كرات خضراء, وواحد بيضاء.

نسحب عشوائياً معاً ثلاث كرات من الصندوق.

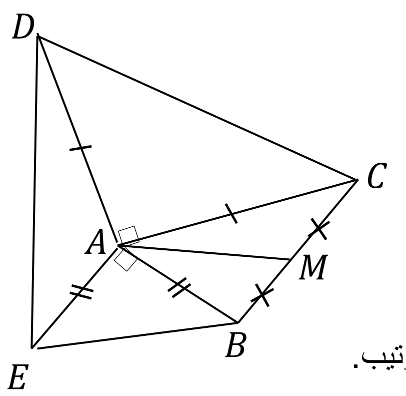
ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الألوان الظاهرة بين الكرات المسحوبة.

1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X؟

2) أحسب كلاً من $P(X=1)$ و $P(X=3)$ ثم استنتج قيمة $P(X=2)$.

3) أحسب توقع X وانحرافه المعياري.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)



المسألة الأولى: نتأمل في المستوي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً.

لتكن M منتصف $[BC]$, و ليكن AEB و ACD مثلثين قائمين في A ومتساويي الساقين مباشرين. نختار معلماً مباشراً مبدأه النقطة A.

ونرمز بالرمزين b و c إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين B و C.

1) أحسب بدلالة b و c الأعداد العقدية e و d و m الممثلة للنقاط E و D و M بالترتيب.

2) أحسب $\frac{d-e}{m-a}$ ثم استنتج أن (AM) هو ارتفاع في المثلث AED وأن $ED=2AM$.

3) نفترض أن A هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D,2)$ و $(E,3)$ و $(C,1)$ و $(B,1)$.

أحسب $\frac{c}{b}$, ثم أحسب قياس الزاوية $\widehat{BAC}$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,-2[\cup]0,+\infty[$ بالعلاقة $f(x)=ln\frac{x+2}{x}$.

1) أحسب نهاية f عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريفه D_f.

2) أوجد $f'(x)$ وادرس إشارته ثم نظم جدولاً بتغيرات التابع f.

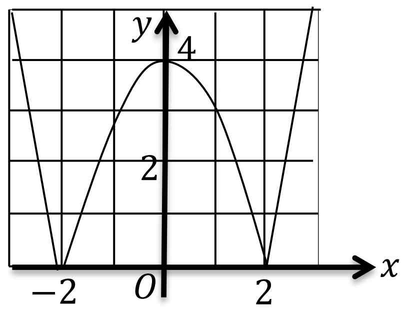
3) أرسم الخط C في معلم متجانس.

4) لتكن $(u_n)_{n\geq1}$ متتالية معرفة على N^* وفق $u_n=f(n)$. نضع $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$. أثبت أن $S_n=ln\frac{(n+2)(n+1)}{2}$.

انتهت الأسئلة

أسئلة النموذج الوزاري الثالث لعام 2017

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: تجد جانباً الخط البياني للتابع f المعرف على R. والمطلوب:

1) كم حلاً للمعادلة $f(x) = 2$.

2) أحسب قيمة المشتق للتابع عند الصفر.

3) عين صورة المجال $I = [-2,2]$ وفق f.

4) كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع f.

السؤال الثاني: حل في R المعادلة الآتية: $-ln(x+1) + ln(x) = ln(x-1)$.

السؤال الثالث: أكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ حيث

$$A(2,-1,3) \quad \text{و} \quad B(4,3,-1)$$

السؤال الرابع: ما هي أمثال الحد x^2y في منشور $\left(\frac{y^2}{x}+\frac{x}{y}\right)^8$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: إذا كان $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$ أياً كان x من R^*.

أوجد نهاية التابع f عند الصفر.

التمرين الثاني: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = \frac{1}{2}$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n}$.

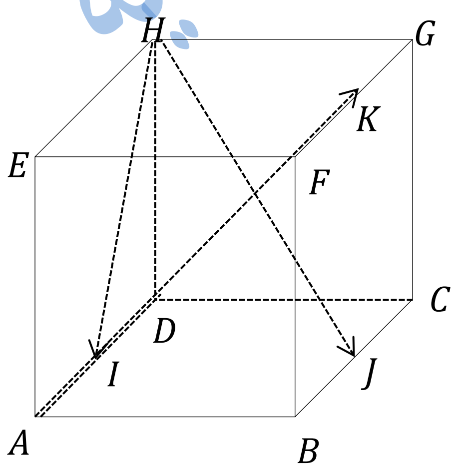
1) أثبت أن $0 < u_n < 1$ أياً كانت n من N.

2) نعرف $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$. أثبت أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية واستنتج v_n بدلالة n.

3) أكتب u_n بدلالة n, وأحسب

$$\lim_{n\to+\infty} u_n$$

التمرين الثالث: $ABCDEFGH$ مكعب. I و J و K هي بالترتيب منتصفات $[AD]$ و $[BC]$ و $[FG]$.



1) باختيار معلم متجانس $(D; \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$.

أحسب مركبات كل من الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$.

2) أوجد عددين حقيقيين a و b يحققان المساواة:

$$\overrightarrow{AK} = a\overrightarrow{HI} + b\overrightarrow{HJ}$$

ثم استنتج أن الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$ مرتبطة خطياً.

التمرين الرابع: عين العددين z_1 و z_2 حيث:

$$\begin{cases} 2z_1 - z_2 = -3 \\ 2\overline{z_1} + \overline{z_2} = -3 + 2\sqrt{3}i \end{cases}$$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وأربع كرات سوداء.

نسحب من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً وليكن الحدث A الحصول على كرة حمراء على الأقل والحدث B الحصول على كرتين سوداوين على الأقل.

1) أحسب احتمالات الأحداث التالي: A , B , $A|B$.

2) إذا كان X متحول عشوائي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أكتب جدول قانونه الاحتمالي وأحسب توقعه وتباينه.

المسألة الثانية: ليكن التابع f المعرف على R وفق: $f(x) = 2e^{-x} + x - 2$ خطه البياني C.

1) أوجد معادلة المقارب المائل للخط C وادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة إلى هذا المقارب.

2) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها. وبين أنه يبلغ قيمة حدية محلية عينها وبين نوعها.

3) استنتج أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذرين أحدهما يساوي الصفر والآخر نرمزه بالرمز α. أثبت أن $1 < \alpha < 2$.

4) أرسم المقارب المائل ثم أرسم C, وأحسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمات

$y = x - 2$ و $x = ln\,2$ و $x = ln\,3$

انتهت الأسئلة

أسئلة النموذج الوزاري الرابع لعام 2017

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تجد جانباً جدول تغيرات التابع f والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	|| $-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

1) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

2) ما عدد القيم الحدية محلياً.

3) أكتب معادلة مماس منحني التابع عند نقطة فاصلتها $x = 1$.

السؤال الثاني: حل في C المعادلة $z^2 = 1 + 2\sqrt{2}i$.

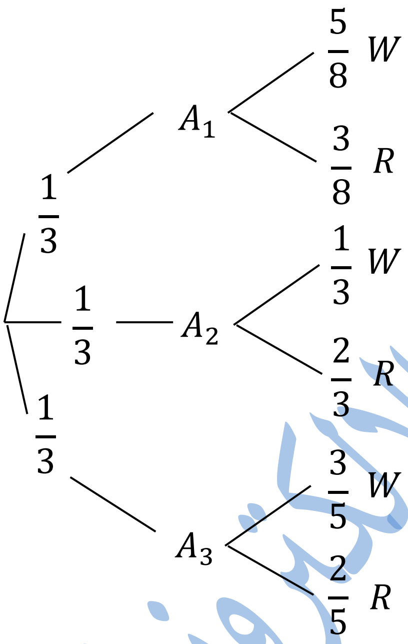
السؤال الثالث: ليكن التابع f المعرف على $]1, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$.

أوجد

$$\lim_{x \to +\infty} f(x)$$

ثم عين A ليكون $x > A$ ليكون $f(x)$ من المجال $]1.95, 2.05[$.

السؤال الرابع: في المخطط الشجري المرسوم جانباً.



الرموز A_1 , A_2 , A_3 تدل على ثلاثة صناديق.

الرمز W يدل على الكرات البيضاء والرمز R يدل على الكرات الحمراء.

يتم اختيار عشوائياً صندوق ثم يتم سحب عشوائياً كرة واحدة منه.

1) ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.

2) إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء فما احتمال أن تكون من الصندوق الأول A_1.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f التابع المعرف على $R\setminus\{-3\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3}$.

1) أكتب $f(x)$ بالشكل: $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$ وعين قيمة كلاً من a و b.

ثم أثبت أن المستقيم الذي معادلته $y = ax + b$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

2) أحسب

$$\int_0^2 f(x)dx$$

التمرين الثاني: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$, $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ و $u_0 = e^3$.

v_n متتالية معرفة بالشكل $v_n = ln(u_n) - 2$ والمطلوب:

1) أثبت أن v_n هندسية وعين v_0, q. 2) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

3) أثبت أن:

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = e^2$$

التمرين الثالث: $ABCDEFGH$ مكعب حيث K من CD تحقق: $\overrightarrow{DK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ والنقطة $J \in BC$ بحيث $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ والمطلوب:

1) جد إحداثيات النقط H, E, J, K, G في المعلم $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})$.

2) أثبت أن الشعاعين $\overrightarrow{EJ}, \overrightarrow{EG}$ غير مرتبطين خطياً.

3) أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{EJ}$, $\overrightarrow{EG}$, $\overrightarrow{HK}$ مرتبطة خطياً.

4) أثبت أن المستقيم (HK) يوازي المستوي (EGJ).

التمرين الرابع: أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: أولاً: ليكن التابع g المعرف على R وفق: $g(x) = e^x + 2 - x$.

أدرس اطراد التابع g واستنتج مجموعة حلول المتراجحة $g(x) > 0$.

ثانياً: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x) = x + \frac{x-1}{e^x}$.

1) أثبت أن $f'(x) = \frac{1}{e^x} g(x)$.

2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً $0 < \alpha < 0.5$.

3) أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي.

4) ارسم Δ وارسم C, واحسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ والمستقيمين $x = 0$ و $x = 1$.

المسألة الثانية: في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, لدينا النقاط:

$A(1,0,-1)$ و $B(2,2,3)$ و $C(3,1,-2)$ و $D(-4,2,1)$ والمطلوب:

1) أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته.

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي (ABC) واستنتج معادلة المستوي (ABC).

3) أحسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثم أحسب حجم رباعي الوجوه (D, ABC).

انتهت الأسئلة

أسئلة النموذج الوزاري الخامس لعام 2017

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: لتكن $u_n = 4n + 1$ أثبت أن المتتالية حسابية وعين أساسها وأحسب

$$u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{10}$$

السؤال الثاني: أكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي $z = \frac{1-\sqrt{3}i}{1+i}$.

السؤال الثالث: رف يحوي 7 كتب لمؤلفين, ثلاثة للمؤلف A وأربعة للمؤلف B:

1) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B.

2) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف B في البداية.

السؤال الرابع: أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين:
$$\begin{cases} e^x - \frac{1}{e}e^y = 1 \\ 2e^x + e^e = 4 + e \end{cases}$$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن $g(x) = tan\, x$ والمطلوب:

1) أحسب $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $g'(x)$, $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ثم استنتج

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{tan\, x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$$

2) أحسب مشتق التابع $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$ على $R\backslash\{0\}$.

التمرين الثاني: لتكن المتتاليتين $(x_n)_{n\geq0}, (y_n)_{n\geq0}$ المعرفتين وفق:

$x_n = \frac{4n+5}{n+1}$ و $y_n = \frac{4n+1}{n+2}$

أثبت أن المتتاليتين $(x_n)_{n\geq0}, (y_n)_{n\geq0}$ متجاورتان.

التمرين الثالث: ليكن كثير الحدود $P(z) = z^4 + 5z^3 + 10z^2 + 10z + 4$.

1) عين عددين a و b يحققان $P(z) = (z^2 + az + a)(z^2 + bz + a)$.

2) حل في C المعادلة $P(z) = 0$.

التمرين الرابع: يشتري محل للأدوات الكهربائية 400 مصباح من المصنع A و 200 مصباح من المصنع B. نعلم أن نسبة المصابيح المعطوبة في إنتاج المصنع A هي 40% وفي إنتاج المصنع B هي 10%. نسحب عشوائياً مصباحاً:

1) ما احتمال أن يكون المصباح معطوباً.

2) إذا علمت أن المصباح معطوب ما احتمال أن يكون من إنتاج المصنع B.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع $f(x)=\frac{x+2}{(x+1)^2}$ المعرف على $R\backslash\{-1\}$.

1) أدرس نهايات التابع عند أطراف مجموعة التعريف وبين إذا كانت له نهاية حقيقية عند $x=-1$.

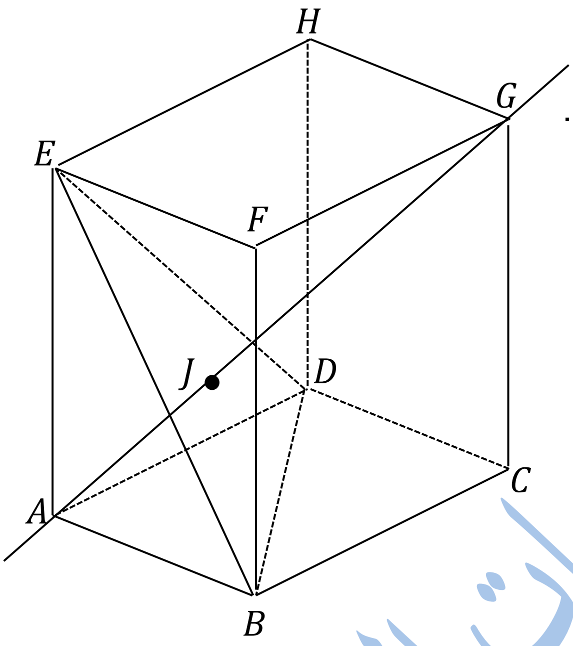
2) أوجد معادلة مقارب أفقي للخط البياني C وأدرس الوضع النسبي لهذا المقارب مع C.

3) أحسب $f'(x)$ ونظم جدولاً بتغيرات f وعين ما له من قيم حدية محلية.

4) أوجد معادلة المماس في النقطة من C التي فاصلتها $x=-2$.

5) ارسم C وأحسب مساحة السطح المحصور بين محوري الإحداثيات والمنحني C والمستقيم $x=3$.

المسألة الثانية: $ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه يساوي 3.



1) عين إحداثيات النقاط D,B,E,G في المعلم $\left(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$.

2) أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG).

3) أثبت أن المستقيم (AG) عمودي على المستوي (EDB).

4) المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عين إحداثياتها.

5) أثبت أن J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله.

6) أحسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$.

انتهت الأسئلة

أسئلة النموذج الوزاري السادس لعام 2017

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C والمطلوب:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	3	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	3

1) أكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني C.

2) هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني C؟

3) هل يوجد للخط C مماسات أفقية؟

4) أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد في المجال $]-1,1[$.

السؤال الثاني: أكتب العدد العقدي $z = \left(1-\sqrt{2}\right)\left(cos\frac{\pi}{3} + i\,sin\frac{\pi}{3}\right)$ بالشكل الأسي.

السؤال الثالث: $ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC.

جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق:

$$\left\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}\right\|$$

السؤال الرابع: ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x) = e^x$.

أحسب $f(ln\,2)$ و $f'(ln\,2)$, ثم استنتج

$$\lim_{x \to ln\,x} \frac{e^x - 2}{x - ln\,2}$$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يأتي: $u_0 = 0$, $u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n+2}$.

1) أثبت $0 \leq u_n \leq 1$.

2) أثبت أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة.

3) علل تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وأحسب نهايتها.

التمرين الثاني: صندوق يحوي خمس كرات حمراء وخمس كرات خضراء.

نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً.

نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء ويأخذ القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتان حمراوان وكرة خضراء والقيمة صفر في غير ذلك.

عين القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X وأحسب توقعه وتباينه.

التمرين الثالث: أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^6$.

التمرين الرابع: عين مجموعة تعريف التابع $f(x)=\frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}$ وأحسب نهايته عند الصفر.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن التابع f المعرف على R وفق: $f(x)=\frac{x^2}{e^x}$.

1) أوجد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة التعريف.

2) أدرس اطراد التابع f ونظم جدولاً بها.

3) بين القيم الحدية المحلية للتابع f. وأرسم خطه البياني C.

4) استنتج عدد حلول المعادلة $x^2e^{-x}=1$.

5) أحسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيم $x=1$.

المسألة الثانية: نتأمل النقطتين $A(1,1,1,)$ و $B(3,2,0)$ في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ليكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ شعاعاً ناظماً, وليكن المستوي Q الذي معادلته $x-y+2z+4=0$. وأخيراً لتكن S الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB.

1) أثبت أن $2x+y-z+8=0$ هي معادلة المستوي P.

2) جد معادلة الكرة S . 3) أثبت أن المستوي Q مستوي مماس للكرة S.

4) أثبت أن النقطة $C(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q.

5) ليكن d المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً $d:\begin{cases}x=t\\y=12-5t\\z=4-3t\end{cases}$, $t\in R$

(a) أثبت أن المستقيم d هو الفصل المشترك للمستويين P و Q.

(b) أثبت أن المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$.

انتهت الأسئلة

امتحـان الفصل الأول 2017

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نتأمل جدول تغيرات التابع f المعرف والمستمر على R وخطه البياني C والمطلوب:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

1) جد

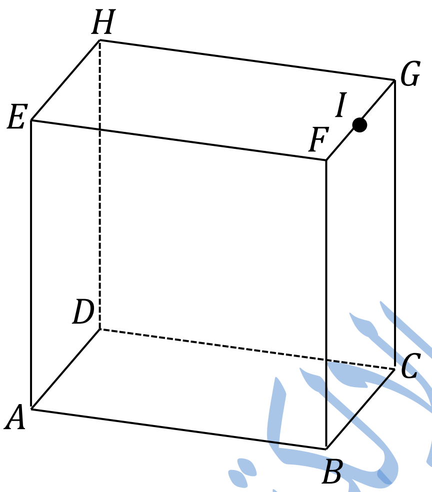
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) \quad , \quad \lim_{x\to-\infty} f(x)$$

2) أكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C.

3) هل $f(2)=4$ قيمة حدية محلياً؟

4) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ في R.

السؤال الثاني: ليكن العدد العقدي $z=1+\sqrt{3}i$. أكتب العدد z بالشكل المثلثي وأثبت أن z^6 عدد حقيقي.



السؤال الثالث: في الشكل المجاور $ABCDEFGH$ مكعب و I منتصف FG والمطلوب:

عين النقطة M التي تحقق: $\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{DH}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{GI}$.

السؤال الرابع: ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x)=\sin x$.

1) أوجد $f(\pi)$ و $f'(x)$ و $f'(\pi)$.

2) استنتج أن

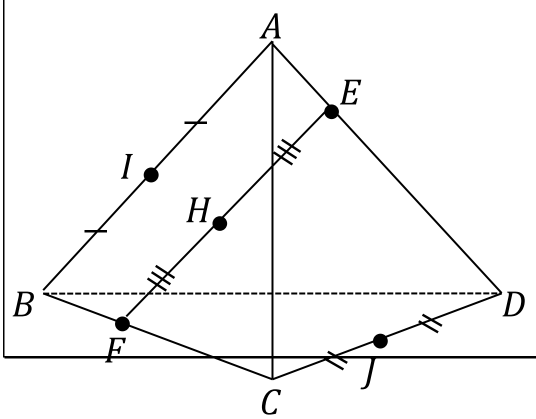
$$\lim_{x\to\pi}\frac{\sin x}{x-\pi}=-1$$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن $(u_n)_{n\geq0}$ متتالية معرفة تدريجياً وفق: $u_0=1$ و $u_{n+1}=\frac{u_n}{1+u_n}$.

1) أثبت بالتدريج أن $u_n>0$ أياً كان العدد الطبيعي n.

2) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة $v_n=\frac{1}{u_n}$ متتالية حسابية وأكتب عبارة v_n بدلالة n واستنتج عبارة u_n بدلالة n.



التمرين الثاني: $ABCD$ رباعي وجوه, J,I هما على الترتيب منتصفا $[CD],[AB]$ على الترتيب و E و F نقطتان تحققان العلاقتين:

$$\overrightarrow{BF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \quad و \quad \overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$$

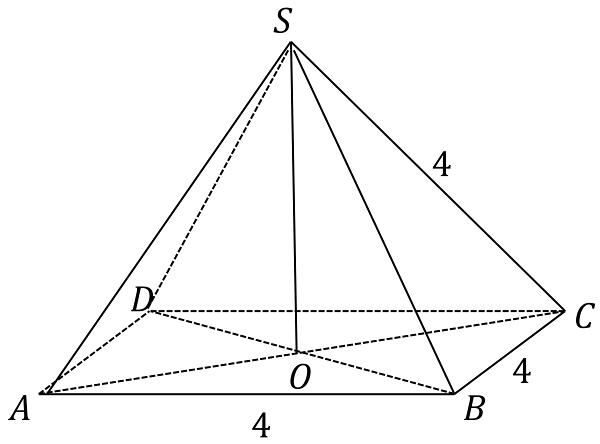
وأخيراً H هي منتصف $[EF]$. أثبت أن النقاط I و J و H على استقامة واحدة.

التمرين الثالث: ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x) = \sqrt{4x^2 + 5}$ خطه البياني C.

أحسب

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{4x^2+5} - 2x\right) \quad , \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} \quad , \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)$$

واستنتج معادلة المقارب المائل للخط C في جوار $+\infty$.



التمرين الرابع: نتأمل هرم $S - ABCD$ قاعدته مربع طول ضلعه يساوي 4 ورأسه S وطول كل حرف من حروفه الجانبية يساوي 4.

النقطة O مرتسم S القائم على القاعدة والمطلوب:

1) أحسب $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB}$.

2) أحسب طول القطر CA ثم أحسب $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AS}$.

3) عين G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة

$(S; 1)\ ,\ \ (B; 3)\ ,\ \ (A; 2)$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: أولاً – ليكن التابع g المعرف على $R\backslash\{1\}$ وفق العلاقة: $g(x) = \frac{x^2+bx+a}{x-1}$.

جد العددين a و b علماً أن التابع g يقبل قيمة حدية محلياً عند $x = 0$ قيمتها تساوي 2.

ثانياً – بفرض التابع f المعرف على $R\backslash\{1\}$ وفق العلاقة $f(x) = x + 3 + \frac{1}{x-1}$ خطه البياني C.

1) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 3$ مقارب للخط C.

2) أوجد نهايات التابع f عند حدود مجموعة تعريفه.

3) أدرس تغيرات f ونظم جدولاً بها, واستنتج من جدول التغيرات أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل حقيقي وحيد α ينتمي إلى المجال $]-3, -2[$.

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ لدينا النقطتان $A(2,1,-2)$ و $B(7,-2,0)$ والشعاعان $\vec{u} = (2,-1,0)$ و $\vec{v}(-3,1,2)$.

1) أثبت أن الأشعة $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطة خطياً.

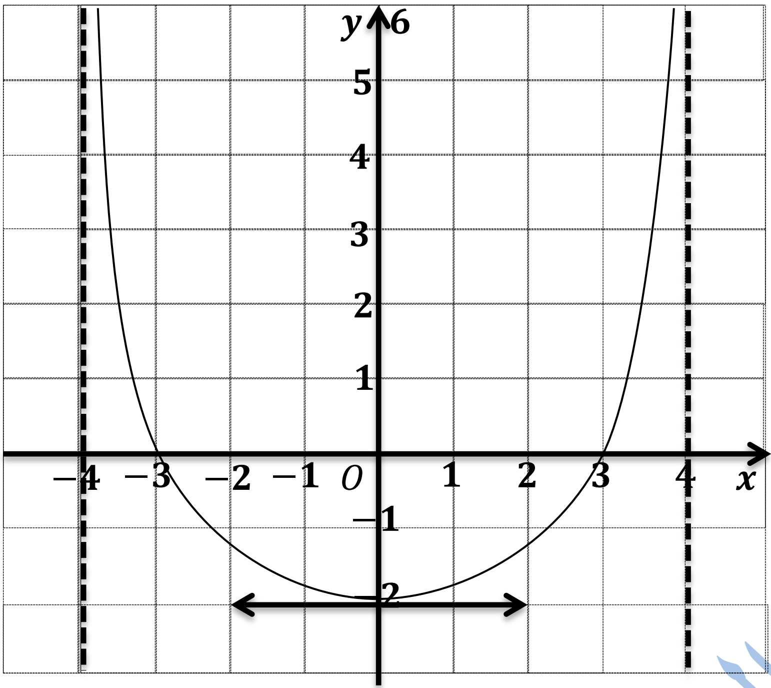
2) أكتب معادلة المستوي الذي يقبل $\vec{u}$ و $\overrightarrow{AB}$ شعاعي توجيه له.

3) أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d الذي يقبل $\vec{u}$ شعاعاً توجيهياً له ويمر بالقطة A.

انتهت الأسئلة

امتحان الدورة الأولى 2017

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: في الشكل المجاور C هو الخط البياني

للتابع f المعرف على $]-4,4[$.

1) أحسب

$$\lim_{x\to(-4)^+} f(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x\to 4^-} f(x)$$

واستنتج معادلة كل مقارب للخط C.

2) أحسب $f(0)$ و $f'(0)$.

3) جد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

السؤال الثاني: حل المعادلة $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$ في R.

السؤال الثالث:

1) أكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$.

2) تحقق أن المستوي P الذي معادلته $P: x - y + z + 3 = 0$ يمس الكرة S.

السؤال الرابع: في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة.

1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة؟

2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية؟

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق u_0 و $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $v_n = u_n + 3$.

1) أثبت أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية وأوجد أساسها.

2) أكتب عبارة v_n دلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n.

3) ليكن في حالة عدد طبيعي n: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ عبر عن S_n بدلالة n واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$.

التمرين الثاني: ليكن لدينا العددان العقديان $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ و $z_2 = 1 + i$ والمطلوب:

1) أكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 و z_2 و $\frac{z_1}{z_2}$.

2) أكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ واستنتج $cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

التمرين الثالث: نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية, بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية يساوي $\frac{1}{3}$.
نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار.

أكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X, وأكتب جدول قانونه الاحتمالي, وأحسب توقعه الرياضي وتباينه.

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

1) أحسب

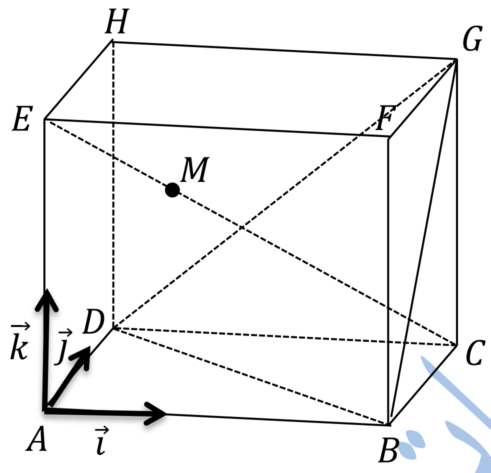
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) \quad و \quad \lim_{x\to-\infty} f(x)$$

2) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل لِـ C في جوار $+\infty$.

3) أدرس الوضع النسبي بين Δ و C.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه يساوي 2.



نتأمل المعلم المجانس $(A;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

في المعلم $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$ و $\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}$ و $\overrightarrow{AE} = 2\vec{k}$.

1) أكتب معادلة للمستوي (GBD).

2) أكتب تمثيل وسيطي للمستقيم (EC).

3) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD).

4) جد إحداثيات النقطة M التي تحقق: $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$.

5) أثبت تعامد المستقيمين (HM) و (EC).

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$.

1) أحسب

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) \quad و \quad \lim_{x\to 0} f(x)$$

واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي.

2) ادرس تغيرات التابع f, ونظم جدولاً بها, ثم دل على القيمة الحدية محلياً.

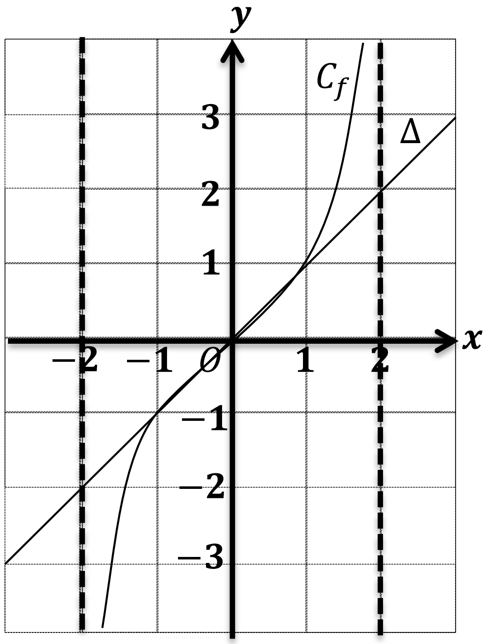
3) جد معادلة المماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها $x = 1$.

4) أرسم كل مقارب وجدته, وارسم المماس Δ, ثم ارسم C.

5) أحسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx' والمستقيم $x = e$.

انتهت الأسئلة

امتحان الدورة الثانية 2017



أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نتأمل C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]-2,2[$ والمطلوب:

1) $\lim_{x\to 2^-} f(x)$, $\lim_{x\to(-2)^+} f(x)$

2) أوجد $f(0)$ و $f'(0)$.

3) هل التابع f فردي أم زوجي؟

4) أكتب معادلة المماس Δ.

السؤال الثاني: أكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d'.

$$(d)\ \begin{cases} x = t+1 \\ y = -3t+2 \quad ; \quad t \in R \\ z = -3t+3 \end{cases} \qquad و \qquad (d')\ \begin{cases} x = s \\ y = -3s-3 \quad ; \quad s \in R \\ z = -s+1 \end{cases}$$

وهل المستقيمان d و d' في مستو واحد؟ علل إجابتك.

السؤال الثالث: حل المعادلة التفاضلية الآتية: $2y' + 3y = 0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4, 1)$.

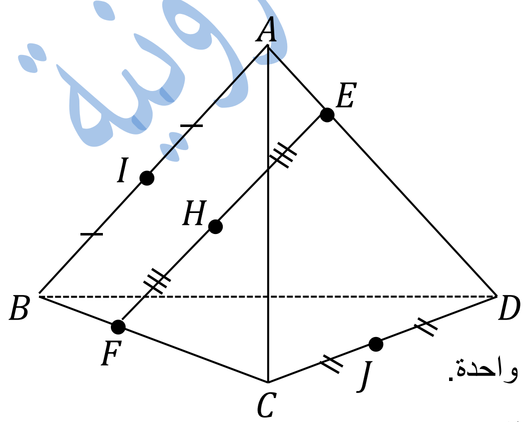
السؤال الرابع: نتأمل في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتين: $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$. أكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق ما يأتي: $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

1) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة.

2) أثبت أن $0 \leq u_n \leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها.



التمرين الثاني: ليكن $ABCD$ رباعي الوجوه. وليكن α عدد حقيقي,

و I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[CD]$

النقطتان E و F معرفتان بالعلاقتين:

$$\overrightarrow{AE} = \alpha\overrightarrow{AD} \quad و \quad \overrightarrow{BF} = \alpha\overrightarrow{BC}$$

وأخيراً H هي منتصف $[EF]$ أثبت أن النقاط I و J و H تقع على استقامة واحدة.

التمرين الثالث: لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z = -1 + i$ المطلوب:

1) أثبت أن z^8 عدد حقيقي.

2) جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة M' صورة النقطة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ وأكتبه بالشكل الأسي.

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D = R\backslash\{-3\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3}$.

1) أكتب التابع بالشكل: $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$.

2) أثبت أن المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) أحسب

$$I = \int_0^2 f(x)dx$$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0, +\infty[$ وفق:

$f(x) = x + x(ln\,x)^2$ وليكن $g(x) = (ln(x) + 1)^2$ والمطلوب:

1) أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$.

2) أثبت أن $f'(x) = g(x)$.

3) حل المعادلة $g(x) = 0$.

4) نظم جدول تغيرات f.

5) أكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها $x = \frac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C.

المسألة الثانية: يضم مصنع ورشتين A و B لتصنيع الأقلام. عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم صنعت الورشة A منها 600 قلم وصنعت البقية الورشة B هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال. في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال.

نسحب عشوائياً قلماً من الطلب. نرمز بالرمز A إلى الحدث (القلم مصنوع في الورشة A) وبالرمز B إلى الحدث (القلم مصنوع في الورشة B) وبالرمز D إلى الحدث (القلم غير صالح للاستعمال).

1) أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة.

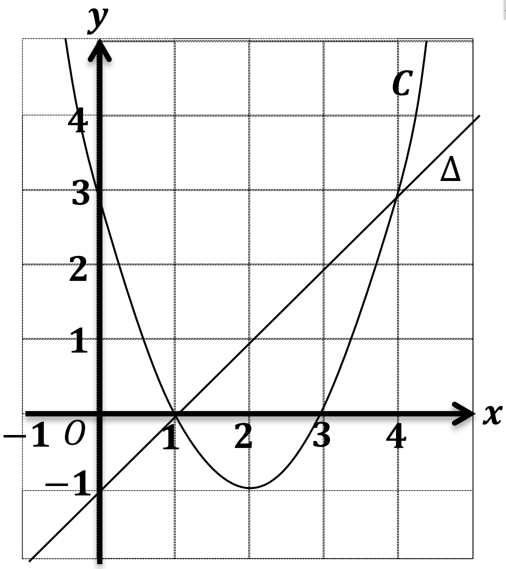
2) أحسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال.

3) إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A.

4) نسحب عشوائياً من الورشة A قلمين معاً. وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال, أحسب $P(X = 0)$.

انتهت الأسئلة

امتحان الدورة الأولى 2018



أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)

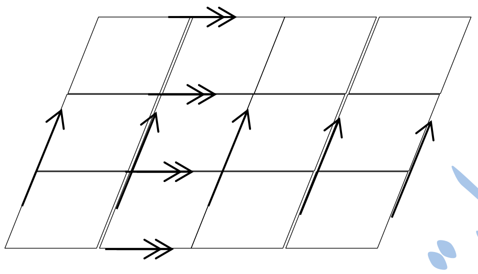
السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً, ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R والمطلوب:

1) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

2) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) ما هي حلول المعادلة $f(x)=y_\Delta$. 4) أكتب معادلة المستقيم Δ.

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ والمستوي $P: x+2y+z-1=0$. أحسب بعد النقطة A عن المستوي P ثم أكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P.



السؤال الثالث: في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب:

أحسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة.

السؤال الرابع: ليكن f التابع المعرف على R وفق: $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$.

1) أثبت محدودية f.

2) استنتج

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{3+\cos x}$$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط M,C,B,A التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية:

$$m=-1+i\ ,\ c=2i\ ,\ b=1-i\ ,\ a=-1-i$$

والمطلوب:

1) مثل الأعداد $a=-1-i\ ,\ b=1-i\ ,\ c=2i\ ,\ m=-1+i$ في المستوي.

2) أحسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

3) أثبت أن النقاط B,O,M تقع على استقامة واحدة. 4) أحسب $\arg\frac{c-d}{m}$ واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان.

التمرين الثاني: لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفتان وفق:

$$u_n = 5 - \frac{1}{n} \qquad\qquad v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$$

1) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة. 2) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ متناقصة.

3) هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان؟ علل إجابتك.

التمرين الثالث: لتكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية.

الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات.

فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$.

$P(X=0) = \frac{1}{27}$ و $P(X=1) = \frac{6}{27}$.

k	0	1	2	3
$P(X=k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$		

1) جد $P(X=2)$ و $P(X=3)$. 2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X؟

3) ما تباين المتحول العشوائي X؟

التمرين الرابع: ليكن

$$J = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+2}\,dx \quad و \quad I = \int_0^{\ln 2} \frac{2}{e^x+2}\,dx$$

المطلوب: 1) أحسب J. 2) أحسب $I+J$ ثم استنتج I.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$.

1) جد نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$. هل يقبل الخط C مقاربات غير مائلة؟

2) أثبت أن $f(x) = -x + \ln(e^x+1)$. 3) أثبت أن $y=-x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

4) أدرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها. 5) أرسم المقاربات وأرسم الخط البياني C.

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$.

1) أثبت أن النقاط C,B,A ليست على استقامة واحدة.

2) أثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة: $x+3y-3z-4=0$.

3) ليكن المستويان P و Q معادلتهما:

$$P: x+2y-z-4=0$$
$$Q: 2x+3y-2z-5=0$$

أثبت أن المستويين يتقاطعان في الفصل المشترك d الذي تمثيله الوسيطي:

$$d: \begin{cases} x = t-2 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} \quad : \quad t \in R$$

4) ما هي نقطة تقاطع المستويات P و Q و (ABC).   5) أحسب بعد A عن المستقيم d.

انتهت الأسئلة

امتحان الدورة الثانية 2018

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على R والمطلوب:

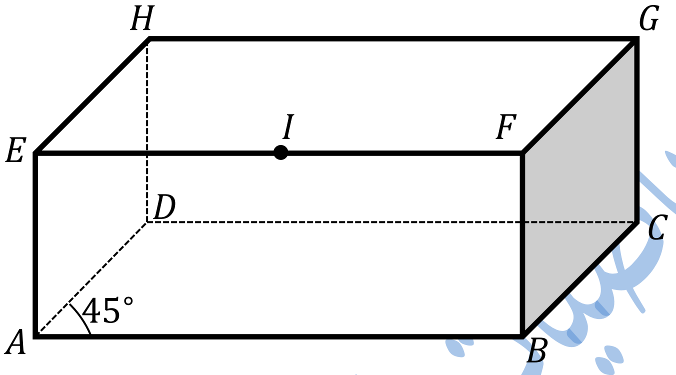
x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

1) جد

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x\to+\infty} f(x)$$

2) أكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f. 3) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.



السؤال الثاني: $ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه

$AB=2$ و $BC=GC=1$ وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي

$45°$ والنقطة I منتصف $[EF]$ والمطلوب:

1) أحسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$.

2) عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة:

$$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$$

السؤال الثالث: في إحدى مراكز الخدمة لثلاثة مهندسين وخمسة عمال, كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة.

السؤال الرابع: $(u_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية أساسها $q=2$ وفيها $u_0=1$ والمطلوب:

أحسب u_3 استنتج قيمة المجموع $S=u_3+u_4+u_5+u_6+u_7$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن التابع f المعرف على المجال $]2,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\sqrt{x-2}$

1) أدرس تغيرات التابع f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولاً بها.

2) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً.

3) أكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3.

التمرين الثاني: صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء.

نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً. نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء

والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة 0 عدا ذلك. المطلوب: أكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X وأحسب توقعه الرياضي.

التمرين الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = e^x - 1$ المطلوب

1) جد مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$.

2) أحسب

$$\int_0^{\ln 2} f(x)dx$$

التمرين الرابع: في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ نتأمل النقطتين B و A اللذين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان: $Z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ و $Z_A = 4$ ولتكن I منتصف $[AB]$.

1) مثل النقطتين B و A في معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ وأكتب Z_B بالشكل الأسي.

2) بين طبيعة المثلث OAB وأثبت أن قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$.

3) أكتب العدد العقدي Z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج $\sin\frac{\pi}{8}$.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط:

$$E(1,-1,1) \quad D(0,4,0) \quad C(4,0,0) \quad B(1,0,-1) \quad A(2,1,3)$$

1) جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$.

2) أثبت أن النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة.

3) أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE).

4) أكتب معادلة المستوي (CDE).

5) أحسب بعد B عن المستوي (CDE).

6) أكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE).

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x) = x^2 - \ln x$ المطلوب:

1) جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3) أكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$.

4) في معلم متجانس ارسم المماس T والخط البياني C.

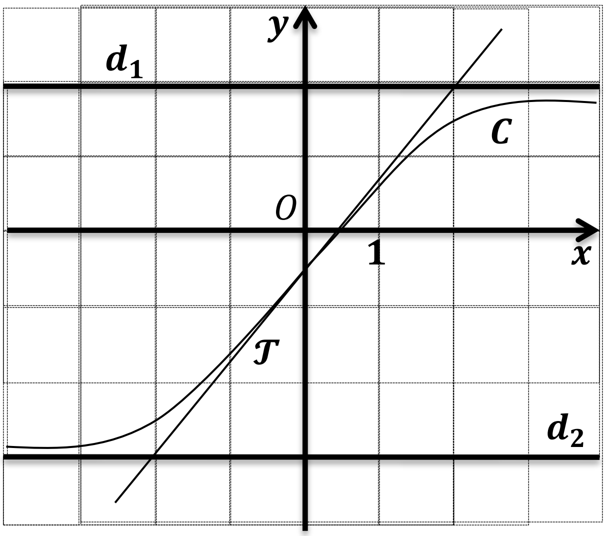
5) أحسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1$ و $x = e$.

6) نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ حيث: $u_n = n^2 - ln(n)$ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة.

انتهت الأسئلة

أسئلة النموذج الوزاري لعام 2019

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: إذا كان C الخط البياني للتابع f والمستقيمين d_1, d_2 مقاربين للخط C والمستقيم $\mathcal{T}$ مماس للخط C المطلوب:

1– أحسب

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) \quad , \quad \lim_{x\to-\infty} f(x)$$

2– أكتب معادلة كل مقارب من المقاربين d_1, d_2.

3– إذا علمت أن المستقيم المائل المرسوم في الشكل يمس المنحني في النقطة $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ أحسب $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم أكتب معادلته.

السؤال الثاني: نتأمل النقاط $A(3,5,2)$, $B(2,-1,3)$, $C(0,-2,2)$.

1) أحسب إحداثيات منتصف القطعة $[AC]$.

2) أحسب مركبات الأشعة $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}$.

3) عين إحداثيات K بحيث يكون الرباعي $ABCK$ متوازي أضلاع.

السؤال الثالث:

1) عين حل المعادلة التفاضلية $3y + 2y' = 1$ الذي يحقق الشرط $f(0) = 1$.

2) أحسب النهاية

$$\lim_{x\to0} \frac{ln(1 + sin\, x)}{x}$$

السؤال الرابع: لتكن المجموعة $s = \{1,2,3,4,5,6\}$.

1) كم عدداً زوجياً مؤلفاً من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر s.

2) كم عدد المجموعات الجزئية المكونة من عنصرين من s.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $R\backslash\{3\}$ وفق $f(x) = \frac{2x^2-7x-3}{x-3}$

المطلوب:

1) أحسب

$$a=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} \quad \text{ثم أحسب} \quad b=\lim_{x\to+\infty}(f(x)-ax)$$

2) استنتج معادلة المقارب المائل Δ في جوار $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط البياني c.

<u>التمرين الثاني</u>: لتكن النقطتان A و B اللتان يمثلهما العددان العقديان: $Z_A=-\sqrt{3}+i$ و $Z_B=-2i$.

1) أكتب Z_A بالشكل الأسي ثم جد العدد العقدي Z_C الممثل للنقطة C التي تجعل المبدأ مركز ثقل المثلث ABC.

2) أثبت أن $Z_C-Z_A=e^{i\frac{\pi}{3}}(Z_B-Z_A)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

<u>التمرين الثالث</u>: المتتالية $(U_n)_{n\geq 1}$ معرفة عند كل $n\geq 1$ وفق

$$U_n=\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\cdots+\frac{1}{n!}$$

1) أثبت أن $\frac{1}{(n+1)!}\leq\frac{1}{2^n}$.

2) أثبت أن $U_n<2$ واستنتج أن U_n متقاربة.

<u>التمرين الرابع</u>: نملأ عشوائياً كل خانة من

الخانات الأربع السابقة بأحد العددين 0,3 والمطلوب:

1) ليكن A الحدث: >> مجموع الأعداد التي كتبت في الخانات يساوي 6<< وليكن B الحدث: >> عدم ظهور العدد ذاته في خانتين متجاورتين<< أحسب $P(A)$ ثم $P(B|A)$.

2) نسمي X المتحول العشوائي الذي يقرن بكل نتيجة للتجربة عدد الخانات التي كتب فيها العدد 3. أكتب القانون الاحتمالي وأحسب التوقع الرياضي والتباين.

ثالثاً: <u>حل المسألتين الآتيتين</u>(100 درجة لكل مسألة)

<u>المسألة الأولى</u>: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ النقطتين $A(1,-1,2)$, $B(2,0,4)$ والمستوي P الذي معادلته $x-y+3z-4=0$ والمطلوب:

1) جد معادلة المستوي Q العمودي على المستوي P ويمر بالنقطتين A,B.

2) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة A ويعامد المستوي P.

3) عين إحداثيات المسقط القائم A' للنقطة A على المستوي P.

4) أعط معادلة للمجموعة ε المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}=0$ وما طبيعة المجموعة ε .

<u>المسألة الثانية</u>: ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ وفق:

$f(x)=ln\left(\frac{1+x}{x-1}\right)$ وليكن c' الخط البياني للتابع g مقصور التابع f على المجال $]1,+\infty[$ المطلوب:

1) أثبت أن f تابع فردي و استنتج الصفة التناظرية للخط c.

2) ادرس تغيرات التابع g ونظم جدولاً بها وأكتب معادلة كل مقارب للخط c'.

3) أرسم كل مقارب وجدته وأرسم c' ثم استنتج رسم c.

4) أحسب مساحة السطح المحصور بين c' ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 2$ و $x = 3$.

انتهت الأسئلة

امتحان الدورة الأولى 2019

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على R خطه البياني C .

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

1) جد

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) \quad , \quad \lim_{x \to -\infty} f(x)$$

2) أكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C.

3) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

4) أحسب $f(]-1,2[)$.

السؤال الثاني: عين الحد المستقل عن x في منشور $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^6$.

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R^* وفق: $f(x) = x + 3 - \frac{1}{x^2}$

المطلوب: أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ.

السؤال الرابع: في معلم متجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$

1) أكتب تمثيل وسيطي للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$.

2) أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}$ المطلوب

1) أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً.

2) أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}\left(3 - \frac{1}{3^n}\right)$

ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبين أنها متقاربة.

التمرين الثاني: يحتوي صندوق على خمس كرات, ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 2,1,0 وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 1,0 نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من الصندوق.

1) الحدث A: الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته, أحسب $P(A)$.

2) نعرف متحولاً عشوائياً x يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين.

عين مجموعة قيم المتحول العشوائي X وأكتب جدول قانونه الاحتمالي, ثم أحسب توقعه الرياضي.

التمرين الثالث: ليكن التابع f المعرف على $]e^{-1},+\infty[$ وفق العلاقة: $f(x)=\frac{2+\ln x}{1+\ln x}$ المطلوب

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ثم أعط عدداً حقيقياً A يحقق الشرط إذا كانت $x>A$ كان $f(x)$ في المجال $]0.9,1.1[$.

2) أحسب

$$\lim_{x\to+\infty} f\big(f(x)\big)$$

التمرين الرابع: لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية: $Z_A=-1+i$ و $Z_B=-3i$

وليكن $P(Z)=Z^2+(1+2i)Z+3+3i$ والمطلوب:

1) أثبت أن Z_A حلاً للمعادلة $P(Z)=0$ ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة.

2) جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3) أكتب Z_A بالشكل الأسي.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: نتأمل في معلم متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$

المكعب $ABCDEFGH$

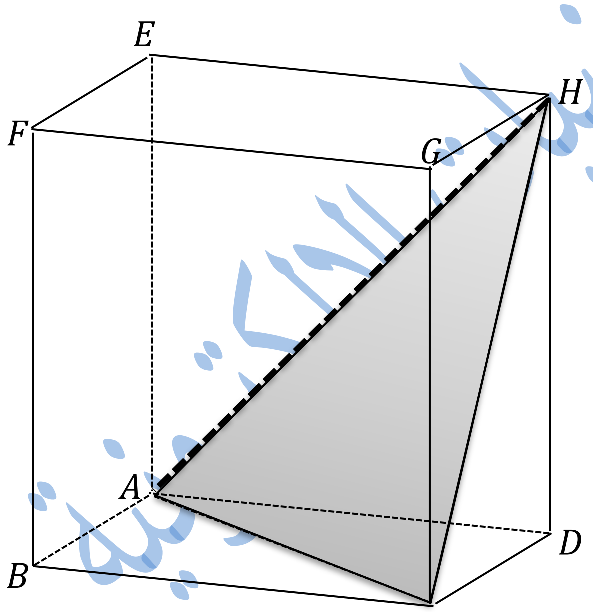
1) أكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط A,C,H,F,D

2) أكتب معادلة المستوي (ACH).

3) أثبت أن المستوي P الذي معادلته

$P:\ -2x+2y-2z+1=0$

يوازي المستوي (ACH).



4) بفرض I مركز ثقل المثلث (ACH) أثبت أن D و I و F على استقامة واحدة.

5) أكتب معادلة للكرة S التي مركزها $(1,-1,1)$□ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$ وبين أن المستوي (ACH) يمس الكرة S.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x)=\frac{4}{1+e^x}$ والمطلوب:

1) جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه وأكتب معادلة كل مقارب وجدته.

2) أدرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

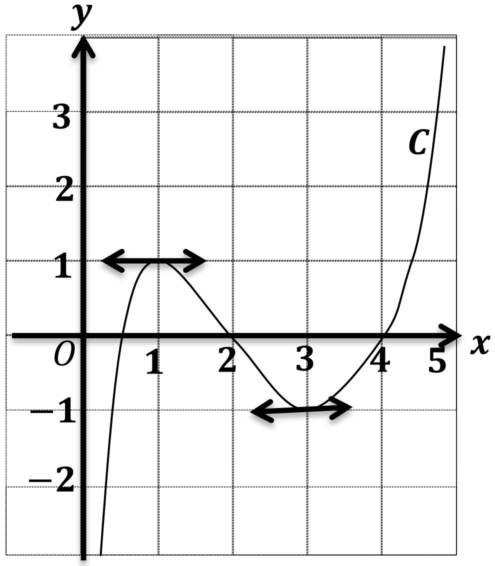
3) جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة $(0,2)$ وادرس الوضع النسبي لـِ C و T.

4) في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C.

5) ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على R وفق $g(x) = \frac{4e^x}{1+e^x}$. استنتج الخط البياني C' للتابع g.

انتهت الأسئلة

امتحان الدورة الثانية 2019



أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية(40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في الشكل المرسوم جانباً ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ المطلوب:

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to0^+} f(x)$

2) دل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) \leq 0$. 4) جد $f([1,3])$.

السؤال الثاني: عين قيم العدد n التي تحقق العلاقة: $\binom{15}{n+3} = \binom{15}{2n}$.

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعرف على R وفق:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x \sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & : \quad x \neq 0 \\ m & : \quad x = 0 \end{cases}$$

1) جد نهاية التابع f عند الصفر.

2) عين قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر.

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتين $A(2,1,-2)$ و $B(-1,2,1)$ والمستوي $P: 3x - y - 3z - 8 = 0$.

1) أثبت أن المستقيم (AB) يعامد المستوي P.

2) أكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB), ثم عين إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية(60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x) = ax + b - \frac{\ln x}{x}$ والمطلوب:

1) عين العددين الحقيقيين a و b إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته: $y = 3x$.

2) من أجل $a = 4$ و $b = -4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 4x - 4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي بين C و Δ.

التمرين الثاني: نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية: $a = 6 - i$, $b = -6 + 3i$, $c = -18 + 7i$ بالترتيب والمطلوب

1) أحسب العدد $\frac{b-a}{c-a}$ واستنتج أن النقاط A و B و C تقع على استقامة واحدة.

2) بفرض $d = 1 + 6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ أحسب θ.

3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربع.

التمرين الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ المطلوب:

1) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$.

2) أثبت أن العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq 0}$.

3) أحسب

$$\lim_{x\to+\infty} u_n$$

ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أياً كان $n > n_0$ كان u_n في المجال $]1.9,2.1[$.

التمرين الرابع: صندوق يحتوي على خمس كرات منها كرتان حمراوان وثلاث كرات زرقاء

نكرر عملية سحب عشوائياً لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يتبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته.

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة.

عين مجموعة القيم التي يأخذها X وأكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X وأحسب توقعه الرياضي.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات:

$P: 2x - y + 2z - 2 = 0$

$Q: x + y + z - 1 = 0$

$R: x - z - 1 = 0$

1) أثبت أن المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك Δ, أكتب تمثيلاً وسيطياً له.

2) تحقق أن المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A.

3) أثبت أن المستويات P و Q و R تتقاطع في نقطة I يطلب تعيين إحداثياتها.

4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق: $f(x) = \frac{2x}{e^x}$ والمطلوب:

1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه وأكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) أدرس تغيرات التابع f.

3) في معلم متجانس ارسم الخط C.

4) أحسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x = 1$.

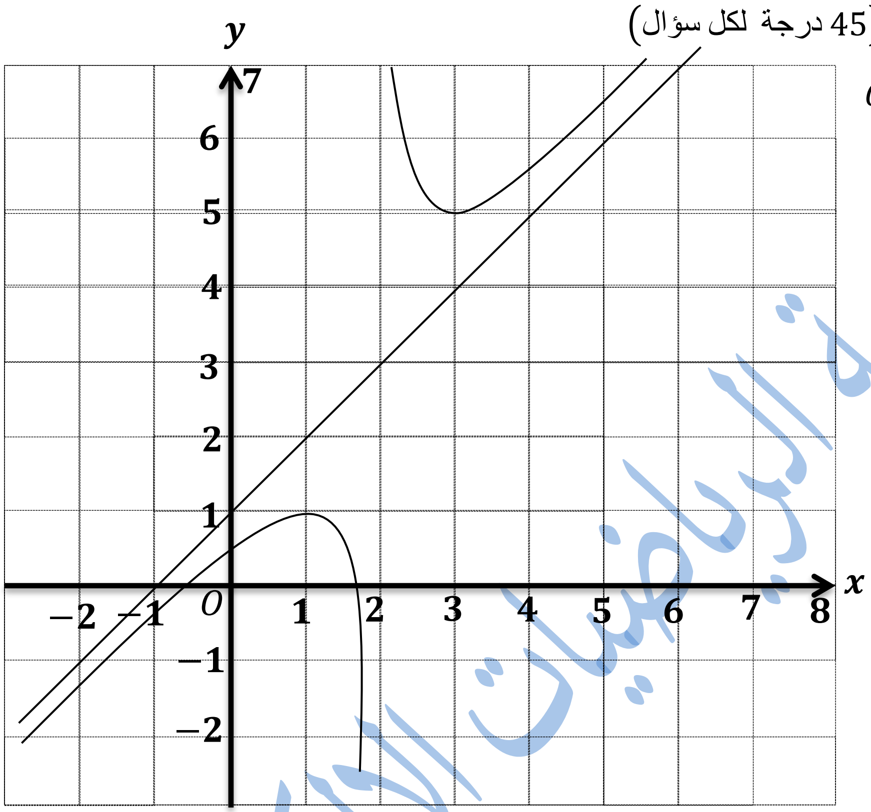
5) استنتج رسم الخط C_1 للتابع g وفق: $g(x) = 2xe^{x}$.

6) أثبت أن $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية: $y' + y = 2e^{-x}$.

انتهت الأسئلة

أسئلة النموذج الوزاري الأول لعام 2020

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية(45 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: في الشكل المرسوم جانباً ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $R\backslash\{2\}$.

المطلوب:

1) جد

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)\ ,\quad \lim_{x\to+\infty} f(x)$$

2) دل على القيم الحدية للتابع وبين نوعها.

3) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

4) أكتب معادلة المقارب المائل.

5) اذكر إحداثيات النقطة I مركز تناظر الخط البياني C_f.

السؤال الثاني: ليكن f التابع المعرف على R وفق $f(x) = \cos x$.

1− جد $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ و $f'(x)$ و $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 2 − استنتج قيمة النهاية $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x-\frac{1}{2}}{x-\frac{\pi}{3}}$

السؤال الثالث: حل المتراجحة $e^{x} - 1 \le 6e^{-x}$.

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية(45 درجة لكل سؤال)

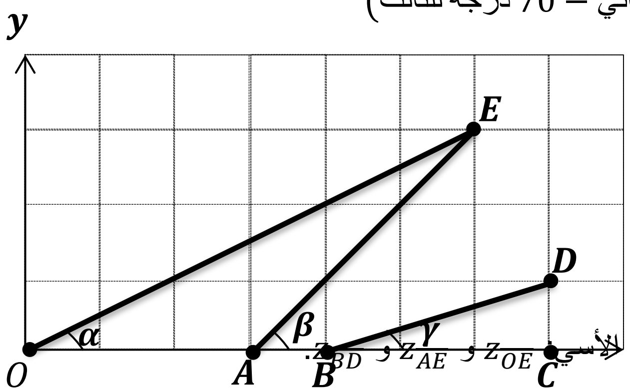
السؤال الأول: أدرس وضع المستقيمين d و d' المعرفين كما يأتي:

$$d:\begin{cases} x = 2t-5 \\ y = t-2 \\ z = -\frac{1}{2}t+3 \end{cases} ;\quad t\in R \qquad \text{و} \qquad d':\begin{cases} x = s+5 \\ y = 2 \\ z = 2s+5 \end{cases} ;\quad s\in R$$

السؤال الثاني: جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $\omega = 8 - 6i$.

السؤال الثالث: عين قيمة n في المعادلة الآتية: $P_{n+2}^{5} = 45P_{n+1}^{3}$.

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية(80 درجة للأول – 70 درجة للثاني – 70 درجة للثالث)



التمرين الأول: في الشكل المجاور

α و β و γ هي القياسات الأساسية للزوايا الموجهة

$(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OE})$و$(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE})$و$(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD})$ بالترتيب. والمطلوب:

1– أكتب كلاً من الأعداد العقدية الآتية بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي z_{OE} و z_{AE} و z_{BD}.

2– أكتب العدد العقدي z_{OE} و z_{AE} و z_{BD} بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي. 3– استنتج المجموع $\alpha+\beta+\gamma$.

التمرين الثاني: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]-2,2[$ وفق $f(x) = ln\left(\frac{x+2}{-x+2}\right)$. والمطلوب:

1– أثبت أن التابع f هو تابع فردي, ثم أدرس تغيرات التابع على المجال $[0,2[$.

2– أكتب معادلة المماس T للخط البياني C_f في نقطة منه فاصلتها $x = 0$. 3– أدرس الوضع النسبي بين C_f و T.

التمرين الثالث: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x) = 2x - \sqrt{x^2+5}$. والمطلوب:

1– أدرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

2– أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α يقع في المجال $]1,2[$,ثم جد هذا الحل جبرياً.

3– استنتج مشتق التابع g المعرف على R وفق $g(x) = 2\sin x - \sqrt{\sin^2 x + 5}$.

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x) = \frac{1}{2}\left(x+\frac{4}{x}\right)$. والمطلوب:

1– أدرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

2– أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x$ مقارب مائل للخط C_f, ثم أدرس الوضع النسبي.

3– حل المعادلة $f(x) = x$.

4– لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة تدريجياً بالشكل $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ عند كل $n \in N$ والمطلوب:

a. أحسب u_1 و u_2.

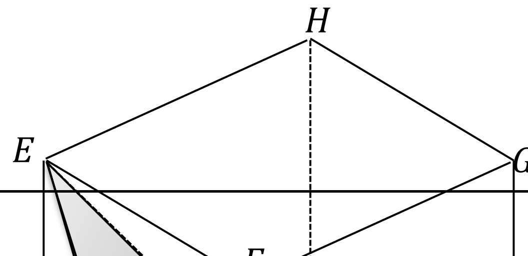
b. استنتج من تزايد التابع f على المجال $[2,+\infty[$ صحة الخاصة $E(n): 2 < u_{n+1} < u_n$ وذلك من أجل كل $n \in N$.

c. استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة, وأحسب نهايتها.

d. أرسم مقاربات C_f وأرسم المستقيم $\Delta: y = x$ ثم أرسم C_f ومثل الحدود الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ على الرسم نفسه.

المسألة الثانية: ليكن $ABCDEFGH$ مكعباً طول حرفه يساوي 4, ولتكن النقطة I منتصف $[AB]$ والنقطة J تحقق $4\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AD}$. نتأمل المعلم المتجانس $\left(A;\frac{1}{4}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD},\frac{1}{4}\overrightarrow{AE}\right)$, والمطلوب:

1– جد إحداثيات رؤوس المكعب والنقطتين I و J.



2− أثبت أن معادلة المستوي (EIJ) هي $6x+4y+3z-12=0$.

3− أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من A وعمودياً على المستوي (EIJ), ثم جد إحداثيات النقطة K نقطة تقاطع d مع (EIJ).

4− أحسب مساحة المثلث AEJ ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $I-AEJ$.

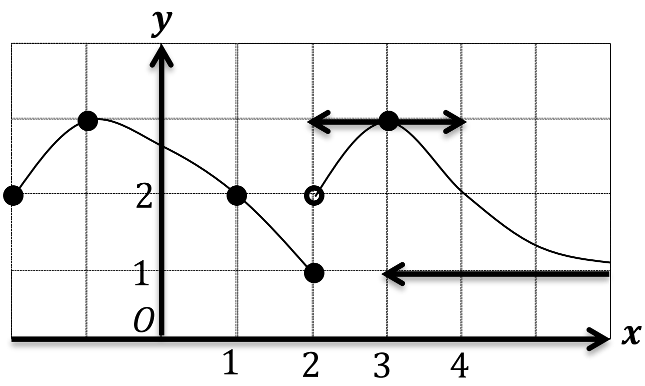
5− أحسب بعد A عن المستوي (EIJ) واستنتج مساحة المثلث EIJ.

انتهت الأسئلة

أسئلة النموذج الوزاري الثاني لعام 2020

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية(45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المرسوم جانباً.



1− جد

$$\lim_{x\to2^-} f(x)\ ,\ \lim_{x\to2^+} f(x)\ ,\ \lim_{x\to+\infty} f(x),\ \lim_{x\to+\infty} f\big(f(x)\big)$$

2− هل f اشتقاقي عند 2؟

3− جد $f'(3)$, $f(3)$. وجد معادلة للمماس عند 3.

4− ما عدد القيم الحدية للتابع f؟

السؤال الثاني: لتكن المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفتين وفق العلاقتين: $u_n=-\frac{1}{n}$ و $v_n=\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$.

1− أدرس اطراد كل من $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$.

2− أثبت أن المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان.

السؤال الثالث: حل المعادلة $(e^x-1)\left(e^x-\frac{1}{2}\right)=0$ ثم حل المتراجحة $(e^x-1)\left(e^x-\frac{1}{2}\right)\leq 0$.

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية(45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن $ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول حرفه 4. فه I منتصف $[CD]$.

1− وضع النقطة M المحققة للعلاقة $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BI}$. 2− أحسب العدد $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

السؤال الثاني:

1− جد المجموع $S=1+\alpha+\alpha^2+\cdots+\alpha^n$ بدلالة α.

2− ليكن $\alpha=e^{\frac{2i\pi}{7}}$. أثبت أن $1+\alpha+\alpha^2+\cdots+\alpha^n=0$.

السؤال الثالث: يريد طالب أن يدرس مواده السبعة بشكل متتابع.

1− بكم طريقة يمكن أن يرتب المواد لدراستها.

2− بكم طريقة يمكن أن يرتب المواد إذا كانت المادة الأولى هي الرياضيات والأخيرة هي الفيزياء.

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية(70 درجة للأول – 70 درجة للثاني – 80 درجة للثالث)

التمرين الأول: ليكن التابع f المعرف على $[0,+\infty[$ والمعطى بالعلاقة $f(x)=\sqrt{x}\,ln(1+x)$.

1– أثبت أن f اشتقاقي عند 0 ثم استنتج مجموعة تعريف f'.

2– جد $f'(x)$ على $[0,+\infty[$.

3– استنتج مشتق التابع g المعرف على المجال $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ وفق $g(x)=\sqrt{cos\,x}\,\ln(1+cos\,x)$.

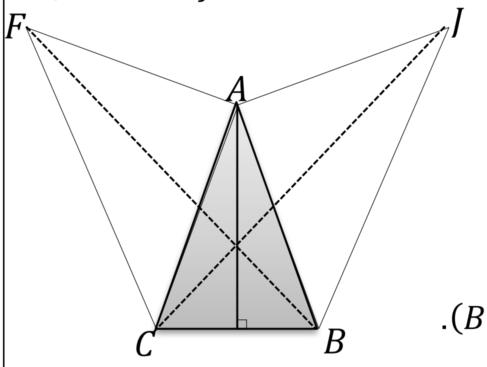
التمرين الثاني: لتكن النقاط $A(1,-1,2)$ و $B(2,1,0)$ و $C(2,3,-1)$ و $D(0,0,2)$ والمطلوب:

1– عين إحداثيات G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ و $(B,2)$ و $(C,2)$ و $(D,1)$.

2– حدد S مجموعة النقاط M التي تحقق: $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=6$.

3– جد معادلة للمجموعة S.

التمرين الثالث: ليكن ABC مثلثاً متساوي الساقين, رأسه A, ننشئ خارجه مثلثين قائمين ومتساويا الساقين ABJ و ACF,
لتكن الأعداد العقدية a,b,c,j,f الممثلة للنقاط A,B,C,J,F بالترتيب.



1– جد بدلالة b و c العددين j و f.

2– أكتب العدد $\frac{f-b}{c-j}$ بالشكل الجبري.

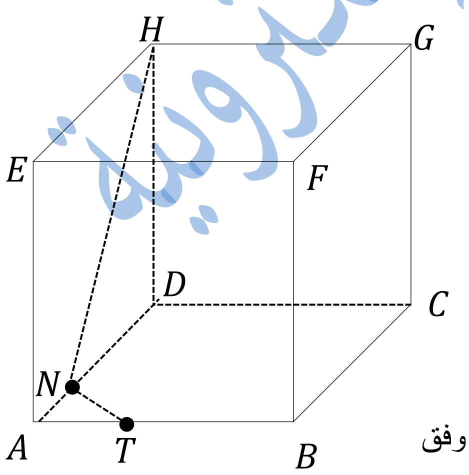
3– أثبت أن $JC=BF$, وأن المستقيمين (CJ) و (BF) متعامدان.

4– نفرض أن A مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(B,1),(C,1),(F,3),(J,2)$.

أحسب $\frac{c}{b}$.

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن لدينا المكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 1. و T نقطة من $[AB]$ وتحقق $\overrightarrow{AT}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ و N نقطة من $[AD]$ وتحقق $\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$.



1– في المعلم المتجانس $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$ جد إحداثيات النقاط H,F,N,T.

2– جد الشعاعين $\overrightarrow{NT},\overrightarrow{NH}$ ثم جد معادلة المستوي (HNT).

3– جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EF).

4– استنتج نقطة تقاطع المستقيم (EF) مع المستوي (HNT).

5– أذكر مقطع المكعب بالمستوي (HNT). ما طبيعته؟

المسألة الثانية: ليكن التابع f المعرف على المجال $I=\,]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$ وفق $f(x)=ln\left(\frac{x}{1+x}\right)$. لتكن $(u_n)_{n\geq1}$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ وفق $u_n=g(n)$.

حيث g مقصور التابع f على $[1,+\infty[$.

1– أدرس تغيرات f على $]0,+\infty[$ ونظم جدولاً بها وأكتب معادلة كل مقارب.

2– أرسم الخط $\mathcal{C}$ على $[0,+\infty[$.

3– أثبت أن النقطة $A\left(-\frac{1}{2},0\right)$ هي مركز تناظر للخط $\mathcal{C}$, ثم استنتج رسم الخط البياني للتابع f.

4– نضع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. أثبت أن $S_n = -\ln(n+1)$.

5– جد نهاية هذه المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$, وما نهاية $(S_n)_{n\geq1}$؟

انتهت الأسئلة

أسئلة النموذج الوزاري الثالث لعام 2020

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية(45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\nearrow$	6

1 – جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2– أذكر قيمة حدية للتابع وبين نوعها.

3– هل $f(5)=4$ قيمة حدية للتابع؟

4– أكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط البياني للتابع.

5–أكتب مجموعة تعريف التابع g حيث $g(x)=\ln\big(f(x)\big)$.

السؤال الثاني: ليكن التابعf المعرف على المجال $[0,3]$ وفق $f(x)=(x-3)\sqrt{x(3-x)}$, جد

$$\lim_{x\to+3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$$

واستنتج أنه اشتقاقي عند الـ $x=3$.

السؤال الثالث: $ABCD$ رباعي وجوه, مركز ثقله G, فيه K مركز ثقل الوجه BCD. أثبت أن النقاط G و A و K تقع على استقامة واحدة, وعين موضع G على القطعة المستقيمة $[AK]$.

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية(45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: صِف مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق إحداثياتها العلاقات:$x^2+z^2=16$ و $2\leq y\leq 5$.

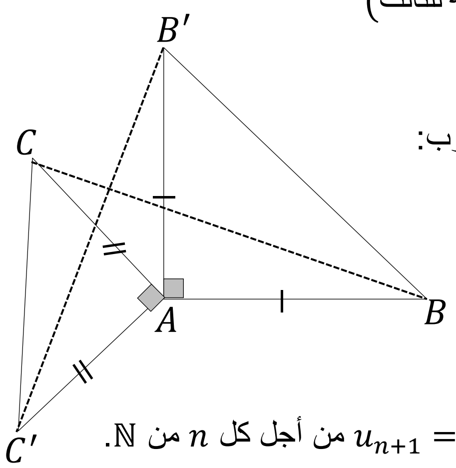
السؤال الثاني: حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2(1+i)z-4+2i=0$.

السؤال الثالث: لتكن المجموعة $S=\{2,3,5,8,9\}$, والمطلوب:

1– كم عدداً مختلف الأرقام ومؤلفاً من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر S؟

2– كم عدداً من مضاعفات العدد 5 ومؤلفاً من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر S؟

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية(70 درجة للأول – 70 درجة للثاني – 80 درجة للثالث)



التمرين الأول: في الشكل المجاور المثلثان ABB' و ACC' كل منهما قائم في A ومتساوي الساقين, تأمل المعلم المتجانس والمباشر $(A,\vec{u},\vec{v})$, والمطلوب:

1– أكتب $z_{B'}$ بدلالة z_B, و $z_{C'}$ بدلالة z_C.

2– أحسب $\frac{z_{B'}-z_{C'}}{z_B-z_C}$.

3– استنتج أن $(BC) \perp (B'C')$ و $BC = B'C'$.

التمرين الثاني: لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة تدريجياً وفق: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+4u_n}$ من أجل كل n من $\mathbb{N}$.

1– أثبت بالتدريج أن $u_n > 0$ أياً كان العدد الطبيعي n.

2– أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $v_n = \frac{1}{u_n}$ متتالية حسابية, ثم أكتب عبارة v_n بدلالة n, ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

3– ليكن S_n المجموع المعرف بالشكل: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$, أكتب S_n بدلالة n واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

التمرين الثالث: ليكن التابع f المعرف على $]-5,+\infty[$ وفق $f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$, والمطلوب:

1 – أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ واستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$

2–جد عدداً حقيقياً A يحقق الشرط: إذا كان $x > A$, كان $f(x)$ في المجال $]1.99,2.01[$.

3– جد $f'(x)$ ثم استنتج $g'(x)$, حيث إن $g(x) = \frac{2\sin x+1}{\sin x+5}$.

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ وفق:

$$f(x) = 2x - 1 - ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

1– أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = 2x - 1$ مقارب مائل للخط البياني C_f في جوار $+\infty$ وفي جوار $-\infty$, وأدرس الوضع النسبي للخط C_f بالنسبة للمقارب d.

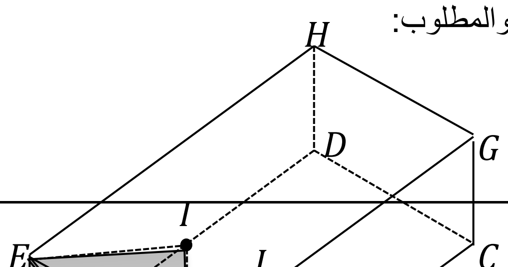
2– أدرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها, وأكتب معادلة المقاربات الشاقولية للخط C_f.

3– أثبت أن $f(x) + f(-x) = -2$. 4– استنتج أن C_f متناظر بالنسبة للنقطة $I(0,-1)$.

5– أرسم ما وجدته م مقاربات ثم أرسم C_f.

6– استنتج رسم C_g للتابع g المعرف وفق $g(x) = -2x + 1 - ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$.

المسألة الثانية: ليكن $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB = 2$ و $AD = 4$ و $AE = 1$, ولتكن I منتصف $[AD]$ والنقطة J تحقق $\overrightarrow{FJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{FG}$. نتأمل المعلم المتجانس $\left(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$, والمطلوب:



1– جد إحداثيات رؤوس متوازي المستطيلات وإحداثيات كل من I و J.

2– أثبت أن معادلة المستوي (EIB) هي $x + y + 2z - 2 = 0$.

3– بين نوع المثلث EIB, ثم أحسب مساحته.

4– أحسب بعد G عن المستوي (EIB), واستنتج حجم رباعي الوجوه $G - EIB$.

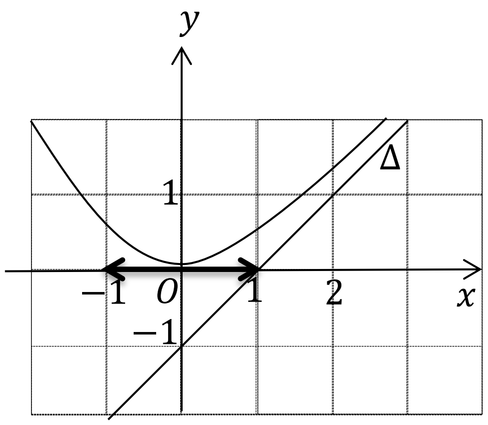
5– أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من J وعمودياً على المستوي (EIB).

6– استنتج أن المسقط القائم للنقطة J على المستوي (EIB) تقع على القطعة المستقيمة $[BI]$.

انتهت الأسئلة

امتحان الدورة الأولى 2020

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية(40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: نتأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$,

والمستقيم Δ مقارب مائل لِـ C والمطلوب:

1) جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) أكتب معادلة المستقيم Δ

3) جد $f(0)$, $f'(0)$.

4) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

السؤال الثاني: نتأمل المستويين $p_1: 2x - y + z + 1 = 0$, $p_2: x + y - z = 0$ والمطلوب:

1– تيقن أن المستويين متعامدان. 2– أكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك.

السؤال الثالث: يوجد بعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات لأي منها أن يأخذ أياً من القيم: 0,1,2,3,4,5.

– ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل.
– ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى.

السؤال الرابع: أثبت أن: $ln(x + 1) < \sqrt{x + 1}$ أياً كان $x > -1$.

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x - E(x)$. المطلوب:

1– أكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0,2[$. 2 – جد $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$

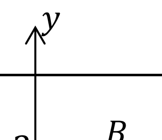
ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية(80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \frac{n_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ عند كل $n \geq 0$.
والمطلوب:

1– أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2, +\infty[$.

2– أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ أياً كان العدد الطبيعي n.

3– استنتج أن المتتالية متقاربة, وأحسب نهايتها.



التمرين الثاني: نتأمل في المستوي العقدي المزود بالمعلم المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$:

بفرض أن α القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{oA})$ و

β القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{oB})$.

المطلوب:

1) أكتب بالشكل الجبري العددين العقديين Z_A و Z_B اللذين يمثلان النقطتين A و B.

2) أكتب العدد العقدي $\frac{Z_B}{Z_A}$ بالشكلين الجبري والأسي, ثم استنتج قيمة $\beta-\alpha$.

التمرين الثالث: f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(0)=0$ و $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}$ في حالة $x\neq 0$. المطلوب:

1- أثبت أن f اشتقاقي عند $x=0$.

2- أحسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

3 - جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

التمرين الرابع: في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لتكن النقاط:

$$A(1,0,0), B(4,3,-3), C(-1,1,2), D(0,0,1)$$

المطلوب:

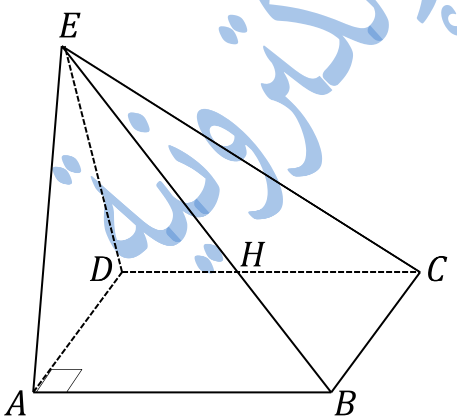
1) أثبت أن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً.

2) أثبت أن الأشعة: $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً.

3) استنتج أن النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة: $(A,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)$ حيث أن α و β و γ.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين(100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: $(EABCD)$ هرم رباعي رأسه E, قاعدته مربع طول ضلعه 3, $[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$ و $EA=3$.



نختار المعلم المتجانس $\left(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$ والمطلوب:

1) عين إحداثيات A,B,C,D,E.

2) جد معادلة المستوي (EBC).

3) أكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC).

4) استنتج أن H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم لِـ A على المستوي (EBC).

5) أحسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]-2,2[$ وفق: $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$ والمطلوب:

1) أثبت أن f تابع فردي.

2) أدرس تغيرات التابع f على المجال $[0,2[$.

3) أكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$, وأحسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x = 0.1$.

4) في معلم متجانس ارسم الخط البياني C.

5) استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x) = ln(2-x) - ln(x+2)$ على المجال $]-2,2[$.

انتهت الأسئلة

امتحان الدورة الثانية 2020

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية(40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

المطلوب:

1 – $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2– دل على القيم الحدية للتابع f مبيناً نوعها.

3– ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

4– جد حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

السؤال الثاني: يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 1,2,3,4,5, نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة والمطلوب:

1– كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب.

2– كم عدد النتائج المختلفة والتي تشمل على كرتين مجموعها عدد فردي.

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع fالمعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x + \sqrt{x^2+1}$. المطلوب:

1) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.

2) أدرس الوضع النسبي بين C و Δ.

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستوي $P: 2x + y - 3z + 2 = 0$ والنقطة $A(1,1,-2)$. المطلوب:

1) أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P.

2) أكتب معادلة للمستوي Q المار من A والموازي للمستوي P.

السؤال الخامس: نتأمل التابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x) = x - sin\,x$.

1 – أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ 		2 – أثبت أن التابع f متزايد

ثانياً: <u>حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية</u>(80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن العدد العقدي $w = \frac{-\sqrt{2}}{1+i} e^{i\frac{\pi}{3}}$. المطلوب:

1– بين أن $|w| = 1$, ثم أكتب العدد w بالشكل الأسي.

2– ليكن z عدد عقدي ما أثبت أن $Z = \frac{z - \bar{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي.

التمرين الثاني: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ وفق: $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$. المطلوب:

1– عين التابع المشتق f' للتابع f.

2– نرمز بالرمز g إلى التابع المعرف على $J =]1,+\infty[$ وفق $g(x) = f(\sqrt{x})$, أثبت أن g اشتقاقي على J ثم أحسب $g'(x)$ على J.

التمرين الثالث: المستقيمان d و d' معرفان وسيطياً وفق:

$$d':\begin{cases} x = 2s - 1 \\ y = s - 2 \\ z = 3s - 2 \end{cases} ;\quad s \in \mathbb{R} \qquad \text{و} \qquad d:\begin{cases} x = t + 2 \\ y = 2t + 1 \\ z = -t \end{cases} ;\quad t \in \mathbb{R}$$

المطلوب: 1) أثبت أن d و d' متقاطعان, ثم عين إحداثيات I نقطة التقاطع.

2) جد معادلة للمستوي المحدد بالمستقيمين d و d'.

التمرين الرابع: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + \frac{3}{e^3} + \cdots + \frac{n}{e^n}$. المطلوب:

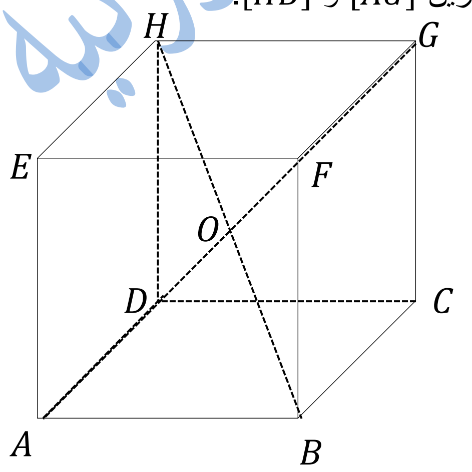
1) أثبت أن $n \leq 2^n$ أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 1$.

2) استنتج أن $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$.

3) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متقاربة.

ثالثاً: <u>حل المسألتين الآتيتين</u>(100 درجة لكل مسألة)

<u>المسألة الأولى</u>: مكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 2, O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[HB]$.



نختار المعلم المتجانس $\left(A; \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$ والمطلوب:

1) عين إحداثيات النقاط A و B و G و H و O.

2) أعط معادلة للمستوي (GOB).

3) أحسب $\overrightarrow{OG} \cdot \overrightarrow{OB}$ واستنتج $cos\,\widehat{GOB}$.

4) أكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DC).

5) أثبت أن المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB).

6) جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α)و(B,β) و (C,γ).

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}$ والمطلوب:

1) أحسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه وأكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

2) أدرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3) أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً في المجال $]\frac{1}{3},\frac{1}{2}[$. 4) في معلم متجانس ارسم الخط C.

5) استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع: $g(x)=\frac{1-x+\ln x}{x}$.

انتهت الأسئلة