الجزء الثاني	**اختبار وحدة**	**المدة : ساعة ونصف**
الثالث الثانوي العلمي	**الأشعة في الفراغ**	**الدرجة : 300**

<u>التمرين الأول:</u> نتأمل في معلم متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقاط التالية:

$A\left(0,2,-2\right)$, $B\left(-1,2,-1\right)$, $C\left(-2,1,1\right)$, $D\left(0,3,-3\right)$ والمطلوب:

1) أثبت أن النقاط A,B,C,D تقع في مستوٍ واحد.

2) أثبت أن النقاط B,C,D على استقامة واحدة ، وعيّن β,γ لتكون D مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(B,\beta),(C,\gamma)$.

3) أثبت أن المثلث ABD متساوي الساقين ، احسب مساحته.

4) I منتصف AD ، هل المستقيمين $(AC),(BI)$ متقاطعين ؟ برر إجابتك.

<u>التمرين الثاني:</u> $ABCDEFGH$ مكعّب فيه I تحقق $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ ، J تحقق $\overrightarrow{BJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BG}$ و K منتصف EH والمطلوب:

1) عيّن α,β,γ لتكون J مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(F,\alpha),(B,\beta),(C,\gamma)$.

2) أثبت أن المستقيم (IJ) يوازي المستوي (AGK).

3) أوجد مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق: $\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\|=\|2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{ME}-\overrightarrow{MB}\|$.

<u>التمرين الثالث:</u> $ABCD$ رباعي وجوه والمطلوب:

1) أثبت وجود نقطة وحيدة M تحقق: $\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}$ ، مالصفة الهندسية للنقطة M.

2) هل النقطة N التي تحقق $\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{MN}$ تقع على أحد رؤوس رباعي الوجوه.

<u>توزيع الدرجات : (50 , 100 , 150)</u>

الأحد 2016/07/17	**انتهت الأسئلة**	**أيهم الشاعر**

الجزء الثاني	حل اختبار وحدة	المدة : ساعة ونصف
الثالث الثانوي العلمي	الأشعة في الفراغ	الدرجة : 300

<u>التمرين الأول:</u>

1) حتى تقع النقاط A,B,C,D في مستوٍ واحد ، يجب أن تتحقق العلاقة:

$\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ ، حيث α,β أعداد حقيقية

$$\overrightarrow{AD}(0,1,-1) \quad , \quad \overrightarrow{AB}(-1,0,1) \quad , \quad \overrightarrow{AC}(-2,-1,3)$$

$$(0,1,-1)=\alpha(-1,0,1)+\beta(-2,-1,3)=(-\alpha-2\beta,-\beta,\alpha+3\beta)$$

$$\left.\begin{array}{l} -\alpha-2\beta=0 \\ -\beta=1 \\ \alpha+3\beta=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \beta=-1 \Rightarrow \alpha=2$$

أي أن $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ وبالتالي الأشعة $\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً

والنقاط A,B,C,D على استقامة واحدة.

2) $\left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{DC}(-2,-2,4) \\ \overrightarrow{DB}(-1,-1,2) \end{array}\right. \Leftarrow 2\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DC}$ والشعاعين مرتبطين خطياً والنقاط على استقامة واحدة.

ومنه نجد $2\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ أي أن D مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(B,2),(C,-1)$.

3) نوجد أطوال أضلاع المثلث ABD:

$$\overrightarrow{AB}(-1,0,1)\Rightarrow[AB]=\sqrt{2}\ ,\ \overrightarrow{AD}(-1,0,1)\Rightarrow[AD]=\sqrt{2}\ ,\ \overrightarrow{BD}(-1,0,1)\Rightarrow[BD]=\sqrt{6}$$

وبالتالي المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A ، نفرض J منتصف $[BD]$: $J\left(-\frac{1}{2},\frac{5}{2},-2\right)$

فتكون مساحة المثلث : $S(ABD)=\frac{1}{2}([BD].[AJ])=\frac{1}{2}\left(\sqrt{6}.\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ حيث $[AJ]=\frac{1}{\sqrt{2}}$

4) I منتصف $AD \Leftarrow I\left(0,\frac{5}{2},-\frac{5}{2}\right)$ والنقاط A,B,C,I تقع في مستوٍ واحد

$\left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{BI}\left(1,\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right) \\ \overrightarrow{AC}(-2,-1,3) \end{array}\right. \Leftarrow \overrightarrow{AC}=-2\overrightarrow{BI} \Leftarrow$ الشعاعين مرتبطين خطياً وبالتالي المستقيمين متوازيين.

التمرين الثاني:

1) $\overrightarrow{BJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BF}\Rightarrow 3\overrightarrow{BJ}=2(\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{JC})+2(\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{JF})\Rightarrow \overrightarrow{BJ}-2\overrightarrow{CJ}-2\overrightarrow{FJ}=\vec{0}$

وبالتالي J مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(C,-2),(B,1),(F,-2)$.

2) لدينا $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BJ}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BG}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BG}\right)=\frac{2}{3}\overrightarrow{AG}$ وبالتالي الشعاعين مرتبطين خطياً والمستقيمين $(AG),(IJ)$ متوازيان فيكون المستقيم (IJ) يوازي المستوي (AGK) لأنه يوازي مستقيم محتوى في المستوي. **(يمكن استخدام الإحداثيات لإثبات توازي المستقيمين)**

3) J مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(C,-2),(B,1),(F,-2)$ وبالتالي يكون لدينا:

$$||2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{ME}-\overrightarrow{MB}||=||3\overrightarrow{MJ}||$$

ولدينا $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\Leftarrow 2\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{BI}=\vec{0}$ أي أن I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(B,1),(A,2)$ أي:

$$||2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}||=||3\overrightarrow{MI}||$$

وبالتالي : $||2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}||=||2\overrightarrow{MC}+2\overrightarrow{ME}-\overrightarrow{MB}|| \Rightarrow ||3\overrightarrow{MI}||=||3\overrightarrow{MJ}|| \Rightarrow [MI]=[MJ]$

أي أن مجموعة النقاط M تمثل المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

التمرين الثالث:

1) $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{MA}$ ومنه توجد نقطة وحيدة M تجعل الشعاعين متساويين ، الصفة الهندسية لها هي صورة D بالنسبة إلى A.

2) $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{MD}=\overrightarrow{MB}$ أي ان N تنطبق على B

الأحد 2016/07/17	انتهت الأسئلة	أيهم الشاعر