Scanned by CamScanner

ملخص حول إيجاد معادلة مستوي

تعريف المستوي: مجموعة غير منتهية من النقاط ممتدة بلا حدود في جميع الاتجاهات تمثل بجزء منه على شكل متوازي أضلاع نرمز له بالرمز (Q, P, R)

- هو مجموعة النقاط M المرتبة بالعلاقة: $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ أو $\overrightarrow{AM} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$

كيف نعين المستوي ؟؟

1) ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة
2) مستقيم ونقطة لا تنتمي إليه
3) مستقيمين متوازيين ، مستقيمين متقاطعين

إيجاد معادلة مستوي مار من ثلاث نقاط :

A, B, C

$\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطيا $\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا ، نفرض أن $\vec{n}(a,b,c)$ ناظمي على المستوي P

معادلة ① $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

معادلة ② $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

نختار $c = 1$ ونعوض لنحصل على معادلتين بمجهولين نحلها ونحصل على a و b وعنه أصبح الناظم معلوم.

$\vec{n}(a,b,c)$

معادلة المستوي:

$a(x-x_A) + b(y-y_A) + c(z-z_A) = 0$

إيجاد معادلة مستوي مار من نقطة وبوازي مستقيمين :

$\vec{U}$ ، $\vec{V}$ الشعاعين غير مرتبطين خطيا

نفرض أنه $\vec{n}(a,b,c)$ ناظمي على المستوي P

معادلة ① $\vec{n} \cdot \vec{U} = 0$

معادلة ② $\vec{n} \cdot \vec{V} = 0$

نختار $c = 1$ ونعوض لنحصل على معادلتين بمجهولين نحلها ونحصل على a و b وعنه أصبح الناظم معلوم.

$\vec{n}(a,b,c)$

معادلة المستوي:

$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

حيث: $M_0(x_0, y_0, z_0)$ النقطة المعلومة المار منها المستوي

إيجاد معادلة مستوي مار من نقطة ومتعامد مستويين :

$P_1 : a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$

$P_2 : a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$

$\vec{n_1}(a_1, b_1, c_1)$ ناظم على P_1

$\vec{n_2}(a_2, b_2, c_2)$ ناظم على P_2

$\vec{n_1}$ ، $\vec{n_2}$ غير مرتبطين خطيا

نفرض أنه $\vec{n}(a,b,c)$ ناظما على P.

معادلة ① $\vec{n} \cdot \vec{n_1} = 0$

معادلة ② $\vec{n} \cdot \vec{n_2} = 0$

نختار $c = 1$ ونعوض لنحصل على معادلتين بمجهولين نحلها ونحصل على a و b وعنه أصبح الناظم معلوم $\vec{n}(a,b,c)$

معادلة المستوي :

$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

حيث: $M_0(x_0, y_0, z_0)$ النقطة المعلومة المار منها المستوي.

إيجاد معادلة مستوي مار من نقطتين ومتعامد مستوي

$P : ax + by + cz + d = 0$

$A(x_1, y_1, z_1)$

$B(x_2, y_2, z_2)$

$\vec{n_1}(a_1, b_1, c_1)$ ناظم على P

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$

$\vec{n}$ ، $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطيا

نفرض أنه $\vec{n}(a,b,c)$ ناظما على P.

معادلة ① $\vec{n} \cdot \vec{n_1} = 0$

معادلة ② $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

نختار $c = 1$ ونعوض لنحصل على معادلتين بمجهولين نحلها ونحصل على a و b وعنه أصبح الناظم معلوم $\vec{n}(a,b,c)$.

معادلة المستوي:

$a(x-x_1) + b(y-y_1) + c(z-z_1) = 0$

إيجاد معادلة مستوي مار من نقطة وبوازي مستوي :

$P : ax + by + cz + d = 0$

$\vec{n_1}(a_1, b_1, c_1)$ ناظم على P

عندئذ $\vec{n} = \lambda n_1 \; ; \; \lambda \in \mathbb{R}^*$

$\vec{n} = 1 \cdot n_1 = \vec{n_1}$

معادلة المستوي المطلوب

$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

معادلة المستوي المحوري للقطعة [AB] :

$A(x_1, y_1, z_1)$

$B(x_2, y_2, z_2)$

نفرض أنه $M(x, y, z)$ نقطة من المستوي المحوري

عندئذ $AM = BM$ ،

$AM^2 = BM^2$

نعوض ونختصر لنحصل على المطلوب.

إيجاد معادلة مستوي مار من نقطة وبوازي مستقيمين .

*) نعين نقطة تنتمي للمستقيمين ولتكن $M_0(x_0, y_0, z_0)$

*) نعين أشعة التوجيه للمستقيمين $\vec{U_1}$ ، $\vec{U_2}$

*) نفرض أنه $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوي:

معادلة ① $\vec{n} \cdot \vec{U_1} = 0$

معادلة ② $\vec{n} \cdot \vec{U_2} = 0$

ثم نعين الناظم:

$\vec{n}(a,b,c)$

معادلة المستوي:

$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

إيجاد معادلة مستوي كقاطع مستويين .

*) نعين نقطة تنتمي للمستقيمين ولتكن $M_0(x_0, y_0, z_0)$

*) نعين أشعة التوجيه للمستقيمين $\vec{U_1}$ ، $\vec{U_2}$

*) نفرض أنه $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوي:

معادلة ① $\vec{n} \cdot \vec{U_1} = 0$

معادلة ② $\vec{n} \cdot \vec{U_2} = 0$

ثم نعين الناظم:

$\vec{n}(a,b,c)$

معادلة المستوي:

$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

Scanned by CamScanner

المستقيم : هو مجموعة النقاط M المعرفة بالعلاقة $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$

فلنخص حول إيجاد معادلة مستقيم

مار من نقطتين A و B .
شعاع التوجيه $\vec{v} = \overrightarrow{AB} = (a,b,c)$

$$L: \begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

مار من نقطة A وموازي شعاع $\vec{v}(a,b,c)$.
$$L: \begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

التمثيل الوسيطي لقطعة مستقيم

$$d: \begin{cases} x = x_0 + a\lambda \\ y = y_0 + b\lambda \\ z = z_0 + c\lambda \end{cases} ; \lambda \in [0, \dots[$$

مار من نقطة A وعامد مستوي :
$P: ax+by+cz+d=0$ نأخذ P كما هي

$\vec{n}(a,b,c)$

$$L: \begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases}$$

التمثيل الوسيطي لقطعة مستقيم

$$d: \begin{cases} x = x_0 + a\lambda \\ y = y_0 + b\lambda \\ z = z_0 + c\lambda \end{cases} ; \lambda \in [a,b]$$

فصل مشترك لمستويين :
$P_1: a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$

$P_2: a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$

نفرض أنه $z = t$ وسيط ونعوض لنوجد في معادلتين:

$a_1x + b_1y = -c_1t - d_1$

$a_2x + b_2y = -c_2t - d_2$

نجد كل من x و y بدلالة t ونضعه

$$L: \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = t \end{cases}$$

الوضع النسبي لمستقيم ومستوي

الطريقة السهلة
1

- $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{u} \Rightarrow d \parallel P$ المستقيم يوازي المستوي
- $\vec{n} \cdot \vec{u} \neq 0 \Rightarrow$ d قاطع للمستوي
- $d \perp P \Leftrightarrow \vec{n}, \vec{u}$ مرتبطان خطيا.

نعوض المعادلات الوسطية للمستقيم في معادلة المستوي فنميز ثلاث حالات :

1. ظهور النتيجة $0 = 0$ $\Leftarrow$ المستقيم محتواة في المستوي.
2. ظهور النتيجة عدد $= 0$ $\Leftarrow$ المستقيم يوازي المستوي .
3. ظهور النتيجة $t =$ عدد $\Leftarrow$ المستقيم قاطع للمستوي.

معادلة المستوي $P: ax+by+cz+d=0$

التمثيل الوسيطي للمستقيم

$$d: \begin{cases} x = x_0 + a\lambda \\ y = y_0 + b\lambda \\ z = z_0 + c\lambda \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R}$$

Scanned by CamScanner