1) **اختيار من متعدد:** أي من العبارات الآتية تكافيء
$\sin\theta + \cos\theta\cot\theta$ ؟

A $\cot\theta$

B $\tan\theta$

C $\sec\theta$

D $\csc\theta$

أثبت أن كل من المعادلتين الآتيتين تمثل متطابقة:

2) $\cos(30° - \theta) = \sin(60° + \theta)$.

$$\cos(30° - \theta) \stackrel{?}{=} \sin(60° + \theta)$$

$$\cos 30° \cos\theta + \sin 30° \sin\theta \stackrel{?}{=}$$
$$\sin 60° \cos\theta + \cos 60° \sin\theta$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta + \frac{1}{2}\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta + \frac{1}{2}\sin\theta \checkmark$$

3) $\cos(\theta - \pi) = -\cos\theta$.

$$\cos(\theta - \pi) \stackrel{?}{=} -\cos\theta$$
$$\cos\theta\cos\pi + \sin\theta\sin\pi \stackrel{?}{=} -\cos\theta$$
$$(\cos\theta)(-1) + (\sin\theta)(0) \stackrel{?}{=} -\cos\theta$$
$$-\cos\theta = -\cos\theta \checkmark$$

4) **اختيار من متعدد :** ما القيمة الدقيقة لـِ $\sin\theta$ ، إذا كان $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ ، $90° < \theta < 180°$ ؟

A $\frac{5}{3}$

B $\frac{\sqrt{34}}{8}$

C $-\frac{4}{5}$

D $\frac{4}{5}$

أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

5) $\cot\theta$ ، إذا كان $\sec\theta = \frac{4}{3}$ ، $270° < \theta < 360°$ $-\frac{3\sqrt{7}}{7}$

6) $\tan\theta$ ، إذا كان $\cos\theta = -\frac{1}{2}$ ، $90° < \theta < 180°$ $-\sqrt{3}$

7) $\sec\theta$ ، إذا كان $\csc\theta = -2$ ، $180° < \theta < 270°$ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

8) $\sec\theta$ ، إذا كان $\sin\theta = \frac{1}{2}$ ، $0° < \theta < 90°$ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

أثبت أن كل معادلة مما يأتي تمثل متطابقة:

9) $\sin\theta(\cot\theta + \tan\theta) = \sec\theta$

$$\sin\theta(\cot\theta + \tan\theta) \stackrel{?}{=} \sec\theta$$

$$\sin\theta\left(\frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right) \stackrel{?}{=} \sec\theta$$

$$\cos\theta + \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} \stackrel{?}{=} \sec\theta$$

$$\frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\cos\theta} \stackrel{?}{=} \sec\theta$$

$$\frac{1}{\cos\theta} \stackrel{?}{=} \sec\theta$$

$$\sec\theta = \sec\theta \checkmark$$

$$\frac{\cos^2\theta}{1-\sin\theta} = \frac{\cos\theta}{\sec\theta - \tan\theta} \quad \textbf{(10}$$

$$\frac{\cos^2\theta}{1-\sin\theta} \stackrel{?}{=} \frac{\cos\theta}{\sec\theta - \tan\theta}$$

$$\frac{\cos^2\theta}{1-\sin\theta} \stackrel{?}{=} \frac{\cos\theta}{\dfrac{1}{\cos\theta} - \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}}$$

$$\frac{\cos^2\theta}{1-\sin\theta} \stackrel{?}{=} \frac{\cos\theta}{\dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta}}$$

$$\frac{\cos^2}{1-\sin\theta} \stackrel{?}{=} \cos\theta \,.\, \frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}$$

$$\frac{\cos^2\theta}{1-\sin\theta} = \frac{\cos^2\theta}{1-\sin\theta} \quad \checkmark$$

$(\tan\theta + \cot\theta)^2 = \csc^2\theta\sec^2\theta$ **(11**

$$
\begin{aligned}
(\tan\theta + \cot\theta)^2 &\stackrel{?}{=} \csc^2\theta\sec^2\theta \\
\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 &\stackrel{?}{=} \csc^2\theta\sec^2\theta \\
\left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2}{\cos\theta\sin\theta}\right)^2 &\stackrel{?}{=} \csc^2\theta\sec^2\theta \\
\left(\frac{1}{\cos\theta\sin\theta}\right)^2 &\stackrel{?}{=} \csc^2\theta\sec^2\theta \\
\frac{1}{\cos^2\theta}\cdot\frac{1}{\sin^2\theta} &\stackrel{?}{=} \csc^2\theta\sec^2\theta \\
\sec^2\theta\csc^2\theta &= \csc^2\theta\sec^2\theta \checkmark
\end{aligned}
$$

$$\frac{1+\sec\theta}{\sec\theta} = \frac{\sin^2\theta}{1-\cos\theta} \quad \textbf{(12}$$

$$\frac{1+\sec\theta}{\sec\theta} \stackrel{?}{=} \frac{\sin^2\theta}{1-\cos\theta}$$

$$\frac{1}{\sec\theta} + \frac{\sec\theta}{\sec\theta} \stackrel{?}{=} \frac{\sin^2\theta}{1-\cos\theta} \cdot \frac{1+\cos\theta}{1+\cos\theta}$$

$$\cos\theta + 1 \stackrel{?}{=} \frac{\sin^2\theta\,(1+\cos\theta)}{1-\cos^2\theta}$$

$$\cos\theta + 1 \stackrel{?}{=} \frac{\sin^2\theta\,(1+\cos\theta)}{\sin^2\theta}$$

$$\cos\theta + 1 = 1 + \cos\theta \checkmark$$

13) **اختيار من متعدد :** ما قيمة $\tan \frac{\pi}{8}$ ؟

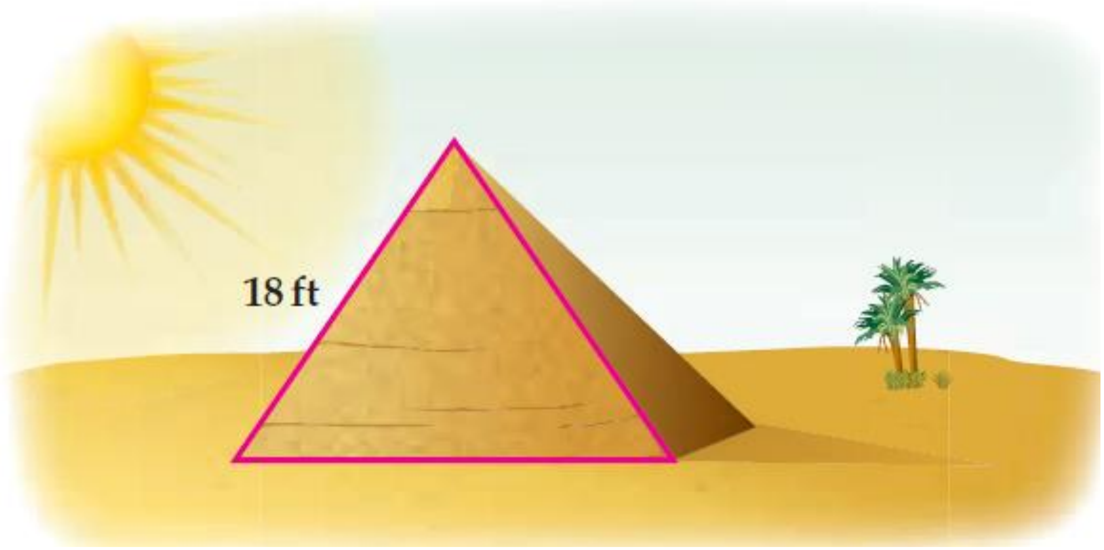
A $\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

B $\sqrt{2}-1$

C $1-\sqrt{2}$

D $-\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

14) **تاريخ:** يُرجح بعض المؤرخين أن الذين بنوا أهرامات مِصر ربما حاولوا أن يبنوا الواجهة على شكل مثلث متطابق الأضلاع ، ثمّ غيروها إلى أنواع مختلفة من المثلثات. افرض أنّه تم بناء هرم بواجهة على شكل مثلث متطابق الأضلاع ، طول ضلعه 18 ft.



a) أوجد ارتفاع المثلث المتطابق الأضلاع.

افترض أن ارتفاع المثلث a

$$a^2 + 9^2 = 18^2$$

$$a^2 = 18^2 - 9^2$$

$$a^2 = 243$$

$$a = 9\sqrt{3}$$

(b استعمل الصيغة $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ ، وطول ضلع المثلث وارتفاعه لتبيّن أن $\sin 2(30°) = \sin 60°$ ، ثم أوجد القيمة الدقيقة للنسبة المثلثية $\sin 60°$.

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta;$$

$$\sin 2(30) = 2\sin 30\cos 30$$

$$\sin 60 = 2\left(\frac{9}{18}\right)\left(\frac{9\sqrt{3}}{18}\right)$$

$$= \frac{162\sqrt{3}}{324} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\sin 60 = \frac{9\sqrt{3}}{18} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

15) $\cos(-225^\circ)$ $\quad -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

16) $\sin 480^\circ$ $\quad \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

17) $\cos 75^\circ$ $\quad \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

18) $\sin 165^\circ$ $\quad \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

حُلّ كل من المعادلتين الآتيتين لقيم θ جميعها ، إذا كان قياس θ بالراديان:

19) $2\cos^2\theta - 3\cos\theta - 2 = 0$

$$\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$$
$$\frac{4\pi}{3} + 2\pi k$$

20) $2\sin 3\theta - 1 = 0$

$$\frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}, \frac{5\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}$$

حُلّ المعادلتين الآتيتين ، حيث $0° \leq \theta \leq 360°$:

(21 $\cos 2\theta + \cos \theta = 2$ **$0°, 360°$**

(22 $\sin \theta \cos \theta - \frac{1}{2} \sin \theta = 0$ **$0°, 60°, 180°, 300°, 360°$**