الباب الخامس ضرب وتحليل المقادير الجبرية

الدرس الأول

ضرب المقادير الجبرية

عرفنا أن $x^n . x^m = x^{n+m}$

لنوجد حاصل الضرب $x(x+5)$ ، يمكن توزيع الضرب على الجمع كما يلي:

$$x(x+5) = x.x + 5x$$

$$= x^2 + 5x$$

بالمثل:

$$(x+3)(x+4)$$

$$= x(x+4) + 3(x+4)$$

$$= x^2 + 4x + 3x + 12$$

$$= x^2 + 7x + 12$$

الشرح/

نضرب اعداد القوس الاول باالقوس الثاني

نبدأ ب x نضربه ب $(x+4)$

ثم الرقم 3نضربة ب $(x+4)$

ثم نضرب الرقم خارج القوس بالرقم داخل القوس

مثال: اختر الإجابة الصحيحة مفكوك المقدار : $x^3(x+y)$ يعطي :

(a) $x^3 + x^3y$	(b) $x^4 + x^3y$	(c) $x^3 + x^3y^3$	(d) $x^3 + y$

الشرح/

نضرب x^3 بالأقام داخل القوس

نقول $x^3 \times x = x^4$ (نجمع الاسس)

x^3 نضربها $y = x^3y$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة مفكوك المقدار : $(x+2)(x-1)$ يعطي

(a) $x^2 + 2x - 1$

(b) $x^2 + x - 2$

(c) $x^2 + x - 1$

(d) $2x - 2$

الشرح /

نضرب القوس $(x+2)$ بالقوس الثاني $(x-1)$

X(x-1)+ 2(x-1)

$= x^2$ -x+2x-2

x^2 +x-2

الدرس الثاني

قابلية القسمة على الأعداد الأولية

نعلم أن $5 \times 3 = 15$ نقول ان العددين 3 و 5 عوامل العدد 15 حيث ان العدد 15 يقبل القسمة على العدد 3 وعلى العدد 5 .

العدد 2 عامل من عوامل العدد 16 ،حيث أن العدد 16 يقبل القسمة على 2 .

العدد الأولي

العدد الأولي هو العدد الذي لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى الواحد. (ولا بد أن تكون أعداد موجبة وأكبر من العدد 1 لأنه غير أولي)

مجموعة الأعداد الأولية { 2, 3, 5,7,11, ... }

قابلية القسمة على 2

يقبل العدد القسمة على 2 إذا كان زوجي.
العدد 16 يقبل القسمة على العدد 20 يقبل القسمة على 2 العدد 15 لا يقبل القسمة على 2

قابلية القسمة على 3

- يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان العدد المكون من مجموع ارقامه يقبل القسمة علىالعدد 21 يقبل القسمة على 3 مجموع أرقام العدد $3 = 1 + 2$
- العدد 84 يقبل القسمة على 3 مجموع أرقام العدد $12 = 4 + 8$ ، العدد 12 يقبل القسمة على 3
- العدد 25 لا يقبل القسمة على 3)مجموع أرقام العدد $7 = 5 + 2$ ، العدد 7 لا يقبل القسمة على 3

قابلية القسمة على 5

- يقبل العدد القسمة على 5 إذا كان رقم احاده 5 أو صفر.
- العدد 45 يقبل القسمة على 5 رقم أحاده 5
- العدد 60 يقبل القسمة على 5 رقم أحاده 5
- العدد 72 لا يقبل القسمة على 5 رقم أحاده 2

قابلية القسمة على 7

كيف نعرف إن العدد يقبل القسمة على 7 ؟

- لنختبر قابلية قسمة العدد 245 على 7 ، نأخذ رقم أحاد العدد ونضعفه $2(5) = 10$ ونطرح الناتج (10) من باقي العدد العدد بدون رقم أحاده

$$24 - 10 = 14$$

- إذا كان الناتج صفر أو يقبل القسمة على 7 فبالتالي العدد الأساسي يقبل القسمة على 7.
- الناتج العدد 14 و هو يقبل القسمة على 7 بالتالي العدد 245 يقبل القسمة على 7.

تحليل العدد إلى عوامله الأولية

بكتابة العدد 15 في الصورة 3×5 نكون قد حللنا العدد 15 إلى عوامله الأولية (العددان 3 و 5).

مثال حلل العدد 72 الى عوامله الأولية

الحل **نبحث قابلية العدد 72 القسمة على 2 إذا لم يقبل نبحث قابلية قسمته على 3 وإذا لم يقبل نبحث قابلية قسمته على 5 وهكذا ...**

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

56 | 2

مثال حلل العدد 56 الى عوامله الأولية

28	2
14	2
7	7
1	

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$$

$$56 = 2^3 \times 7$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة العوامل الأولية للعدد 56 هي

(a) 14 و 4	(b) 7 و 5	(c) 2^3 و 7	(d) 28 و 2

مثال: اختر الإجابة الصحيحة من بين الأعداد أدناه،

العدد الذي يقبل القسمة على 2 و 3 هو

(a) 48	(b) 46	(c) 51	(d) 70

الشرح
70
احاده صفر يقبل القسمة على 2
مجموعة ارقامة 0+7 = 7 لايقبل على 3
51
احاده واحد لايقبل على 2
مجموع ارقامه 1+ 5= 6 يقبل على 3
46
احاده عدد زوجي يقبل على 2
ومجموعة 4+6 =10 لايقبل على 3
48
احاده عدد زوجي يقبل على 2
ومجموعة ارقامه 4+8 =12 يقبل على 3

الدرس الثالث

القاسم المشترك الأكبر

ما هو القاسم)العامل(المشترك الأكبر للعددين 18 و 12 ؟ ماهو أكبر عدد يقسم كل من العددين 18 و 12 ؟

عوامل العدد 18 هي: 1، 2، 3، 6، 9، 18

عوامل العدد 12 هي: 1، 2، 3، 4، 6، 12

نلاحظ ان أكبر قاسم مشترك لهما هو 6

لنضع طريقة أخرى لنوجد بها القاسم المشترك الأكبر لعددين ،

خطوات إيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين صحيحين :
1. نحلل الاعداد إلى عواملها الأولية .
2. نأخذ العوامل المشتركة
3. نضرب العوامل التي أخذناها ببعضها،فيكون الناتج هو القاسم المشترك الأكبر.

ملحوظة القاسم المشترك الأكبر للعددين دائما عدد موجبا لأنه حاصل ضرب اعداد أولية و الاعداد الاولية أعداد طبيعية.

- نحلل العددين الى عواملهما الأولية

12	2
6	2
3	3
1	

بالتالي $12 = 2 \times 2 \times 3$

أي أن $12 = 2^2 \times 3$

18	2
9	3
3	3
1	

بالتالي $18 = 2 \times 3 \times 3$

أي أن $18 = 2 \times 3^2$

نأخذ العوامل المشتركة بين العددين ذات الأس الأصغر: 2 و 3 بالتالي

القاسم المشترك الأكبر هو $2 \times 3 = 6$

يكون القاسم المشترك الأكبر هو حاصل ضرب العوامل المشتركة (ذات الأس الأصغر)

مثال

أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 12 و 66 **الحل**

66	2
33	3
11	11
1	

$66 = 2 \times 3 \times 11$
$12 = 2^2 \times 3$
القاسم المشترك الأكبر هو
$2 \times 3 = 6$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة القاسم المشترك الأكبر للعددين 20 و 24 هو

(a) 8	(b) 5	(c) 4	(d) 10

20	2
10	2
5	5
1	

24	2
12	2
6	3
3	3
1	

$24=3\times3\times2\times2$
$3^2\times2^2$

$20=2\times 2\times5$
$2^2\times5$
المشترك = $2\times2=4$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة القاسم المشترك
هو 64 و 32الأكبر للعددين

(a) 16	(b) 64	(c) 8	(d) 32

المضاعف المشترك الأصغر

ما هو المضاعف المشترك الأصغر للعددين 12 و 18 ؟

مضاعفات العدد 12 هي: 12، 24، 36، 48 ، ...

مضاعفات العدد 18 هي: 18، 36، 54، 72، ...

نلاحظ أن أصغر مضاعف مشترك هو 36

لنضع طريقة أخرى لنوجد بها المضاعف المشترك الأصغر لعددين،

نحلل العددين الى عواملهما الأولية

$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad = 2 \times 3^2$

$12 = 2 \times 2 \times 3 \quad = 2^2 \times 3$

يكون المضاعف المشترك الأصغر هو حاصل ضرب العوامل المشتركة (ذات الأس الأكبر) والعوامل غير المشتركة

العوامل المشتركة ذات الأس الأكبر 3^2 و 2^2
بالتالي المضاعف المشترك الأصغر هو $3^2 \times 2^2 = 9 \times 4 = 36$

مثال أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين 21 و14 الحل

14	2
7	7
1	

21	3
7	7
1	

$21 = 3 \times 7$
$14 = 2 \times 7$
نأخذ كل عوامل العددين، والتي تكون مشتركة نأخذ منها ذات الأس الأكبر
. بالتالي المضاعف المشترك الأصغر هو

$$3 \times 7 \times 2 = 42$$

خطوات إيجاد المضاعف المشترك الاصغرصغر لعددين صحيحين :

1 .نحلل العددين إلى عواملهما الاولية
2 .نأخذ العوامل المشتركة صاحب الاس الاكبر ،ونأخذ بقية العوامل غير المشتركة أيضا
3 .نضرب العوامل التي أخذناها ببعضها،فيكون الناتج هو المضاعف المشترك الأصغر .

مثال: اختر الإجابة الصحيحة المضاعف المشترك الأصغر للعددين 12 و 8 هو

(a) 8	(b) 12	(c) 48	(d) 24

مثال: اختر الإجابة الصحيحة
المضاعف المشترك الأصغر للعددين 32 و 64 هو

(a) 16	(b) 64	(c) 8	(d) 32

الدرس الرابع

طرق التحليل

نعني بتحليل المقدار وضعه في صورة عوامل مضروبة في بعضها. هنالك عدد من الطرق لتحليل المقادير الجبرية منها:

1) التحليل باستخراج العامل المشترك:

نريد تحليل المقدار $2x + 4$ ، لاحظ أن هذا المقدار يتكون من مجموع الحدين $2x$ و 4 ، هناك عامل مشترك بين هذين الحدين هو العدد 2 فالحد الأول $2x$ يساوي 2 ضرب x والحد الثاني 4 يساوي 2 ضرب 2 ، لذلك نكتب:

$$2x + 4 = 2(x + 2)$$

مثال: حلل المقدار $4ab + 8ac$ الحل:

لاحظ العامل المشترك هو $4a$

$$4ab + 8ac$$

$$= 4a(b + 2c)$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة
المقدار $x^2 - 6x$ يساوي

(a) $x(x+6)$	(b) $x(x-6)$	(c) $x(1-6x)$	(d) $x^2(x-6)$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة تحليل المقدار $4x + 12$ يعطي

(a) $12(x+3)$	(b) $3(4+x)$	(c) $12(x+4)$	(d) $4(3+x)$