السؤال الاول

ليكن f التابع المعرف على المجال $I =]-1,1[$ وفق : $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{1-x}\right)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن f تابع فردي

2- ادرس تغيرات f على المجال $]0,1[$

3- ارسم الخط البياني للتابع f على المجال $]-1,1[$

السؤال الثاني

ليكن a, b عددين حقيقيين ؛ في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ليكن c الخ البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}_+^*$ وفق : $f(x) = ax + b + \frac{1}{x}\ln x$ ، عين a, b إذا علمت أن :

1- النقطة $A(1,0)$ هي نقطة من c

2- المماس للخط البياني c في A يوازي المستقيم الذي معادلته $y = 3x + 2$.

حل المسألتين الآتيتين :

المسألة الأولى :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف بالعلاقة : $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{3-x}\right)$

1- أوجد D_f

2- أثبت أن النقطة $A(2,0)$ هي مركز تناظر ل c

3- ارسم c

المسألة الثانية :

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,1[\cup]1,+\infty[= I$ وفق العلاقة :

$f(x) = \frac{1}{x\ln x}$ ، المطلوب:

1- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ثم أوجد ما له من مقاربات موازية لـ $x'x$ أو لـ $y'y$

2- دل على القيم الحدية إن وجدت

3- أوجد معادلة المماس في النقطة التي تعدم $f'(x)$

4- ارسم ما وجدت من مقاربات وارسم المماس ثم ارسم c

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مذكرة اللوغاريتم رقم 3

السؤال الأول

$\forall x \in]-1,1[\Rightarrow -x \in]-1,1[$

$f(-x) = \ln\left(\frac{-x+1}{1+x}\right) = \ln\left(\frac{1-x}{x+1}\right)$

$= -\ln\left(\frac{x+1}{1-x}\right)^{-1} = -\ln\left(\frac{x+1}{1-x}\right)$

$= -f(x)$

وبما أن f فردية

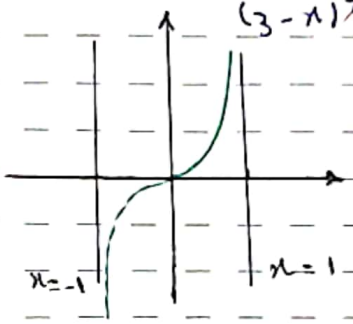
فمحور التناظر يمر بالمبدأ O.

ج) $f(0) = 0$

$\lim_{x \to 1} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \frac{3-x+x-1}{(3-x)^2} \times \frac{3-x}{x-1} = \frac{2}{(3-x)(x-1)}$

x	0		1
f'		+	
f	0	↗	+∞



السؤال الثاني:

$A(1,0) \in (C)$ حيث (C) تمثيل كتفي لـ f

$0 = a + b \quad \cdots (1)$

المماس في A يوازي المستقيم $y = 3x + 2$

$\Rightarrow m_1 = m_2 = 3 \Leftrightarrow f'(1) = 3$

$f'(x) = a - \frac{1}{x^2}\ln x + \frac{1}{x}\cdot\frac{1}{x}$

$3 = a + 1 \Rightarrow a = 2$

$\xrightarrow{(1)} b = -2$

$f(x) = 2x - 2 + \frac{1}{x}\ln x$

السؤال الثاني:

$D_f =]1,3[$ برهن أن f متناظرة

أ) $x_0 = 2 \quad 2x_0 - x = 4 - x$

$y_0 = 0$

$\forall x \in]1,3[\Rightarrow -x \in]-3,-1[$

$4 - x \in]1,3[$

شرط السؤال تحقق

$f(2x_0 - x) = 2y_0 - f(x)$

$f(2x_0 - x) = f(4-x)$

$= \ln\left(\frac{4-x-1}{3-4+x}\right) = \ln\left(\frac{3-x}{-1+x}\right)$

$= \ln\left(\frac{x-1}{3-x}\right)^{-1} = -f(x)$

$2y_0 - f(x) = -f(x)$

وبما أن الشرط السابق تحقق

إذن A(2,0) مركز تناظر لـ (C)

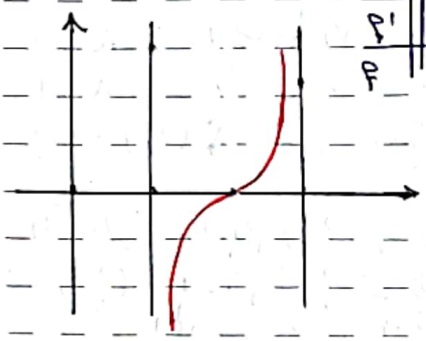
$\lim_{x \to 1} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to 3} f(x) = +\infty$

$f' = \frac{3-x+x-1}{(3-x)^2} \times \frac{3-x}{x-1}$

$= \frac{2}{(3-x)(x-1)}$

x	1		3
f'		+	
f	-∞	↗	+∞



المسألة الثانية: المعرف من أجل

$\frac{x-1}{3-x} > 0$

x	-∞		1		3		+∞
x-1		−	0	+	‖	+	
3-x		+	‖	+	0	−	
		−	0	+	‖	−	

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

f معرفة ومستمرة على $]0,1[\cup]1,+\infty[$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$f'(x) = \frac{-(\ln x + \frac{1}{x}\cdot x)}{(x\ln x)^2}$$

$$= \frac{-\ln x - 1}{(x\cdot \ln x)^2} \qquad f'=0$$

$$\ln x = -1 \Rightarrow x = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

$$f(\tfrac{1}{e}) = \frac{1}{e^{-1}\cdot \ln(e^{-1})} = \frac{1}{-e^{-1}}$$

$$= -e$$

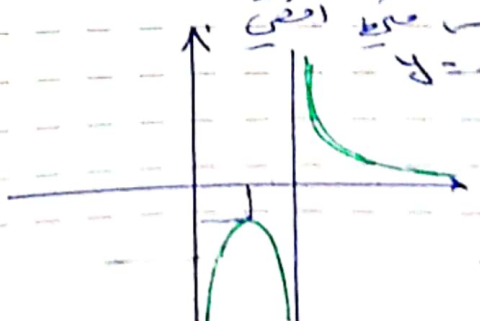
x	0		$\frac{1}{e}$		1		$+\infty$
f'	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
f	‖ $-\infty$	↗	$-e$	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$		↘ 0

عند $x=0$ مقارب شاقولي لمنحنى f و y'y.

عند $x=1$ " " " يوازي y'y.

$f(\frac{1}{e}) = -e$ قيمة حدية عظمى.

النقطة التي لعندها المنحنى يقبل المماس هي $(\frac{1}{e}, -e)$ لعندها المنحنى يقبل المماس الذي معادلته $y=-e$ موازٍ لمحور الفواصل.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner