

بسم الله الرحمن الرحيم

المقارنات المتعددة
Multiple Comparisons

اختبار شيفيه
(Scheffe' Test)

اختبار دنكن ذو المدى المتعدد
(Duncan's New Multiple Range Test)

إعداد: د. سام عبد القادر الفقهاء

تصميم البحث وأساليبه الإحصائية

قائمة المحتويات

الصفحة	الموضوع
1	المقارنات البعدية (Post Hoc Comparisons)
2	أولاً: اختبار شيفيه (Scheffe' Test)
3	معادلة شيفيه لإيجاد الفرق بين المتوسطات عندما يكون حجم العينات متساوي
6	معادلة شيفيه عندما يكون حجم العينات غير متساوي
6	معادلة شيفيه في حالة المقارنات المجمعة
12	ثانياً: اختبار دنكن ذو المدى المتعدد (Duncan's New Multiple Range Test)
13	Waller- Duncan's Bayesian k-ratio t-Test
15	المراجع

المقارنات المتعددة Multiple Comparisons

المقارنات البعدية (Post Hoc Comparisons)⁽¹⁾:

عندما تشير نتائج تحليل التباين إلى عدم وجود فرق ذا دلالة يعزى إلى مستويات المعالجة فإنه لا يوجد مبرر منطقي لأجراء أية اختبارات إحصائية أخرى. أما إذا أشارت نتائج تحليل التباين (اختبار ف) إلى أن هناك فرقا ذا دلالة يعزى إلى مستويات المعالجة، فإن السؤال الذي يبقى قائما هو " أي مستوى من مستويات المعالجة يختلف عن الآخرين؟ أو بمعنى آخر أين توجد الفروق الحقيقية؟

للإجابة على هذا السؤال فإنه يلزم إجراء المقارنات الإحصائية بين متوسطات المجموعات: إن الاختبارات التي تستخدم لإجراء مقارنات بين المتوسطات المتعلقة بهذه المجموعات تدعى بالمقارنات البعدية (Post Hoc Aposteriori Comparisons). فعندما نقارن العديد من المتوسطات مع بعضها البعض فإنه من المتوقع الحصول على فروق بين المتوسطات كنتيجة للتباين العيني العشوائي حتى لو كانت الفرضية الصفرية صحيحة. إن عملية تطبيق اختبار (ت) التقليدي على المتوسطات الأكبر أو على جميع المقارنات الممكنة بين متوسطات العينات سوف يؤدي إلى زيادة احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول (أي احتمال رفض الفرضية الصفرية وهي صحيحة)، ولذلك لا بد من استخدام التوزيعات العينية التي نقارن بناء عليها (كما هو الحال في اختبار ت) بين المتوسطات. وعلى خلاف توزيع ت، فإن الاختبارات البعدية تستخدم توزيعات عينية والتي تقارن بين متوسطات العديد من العينات. وباختصار فإن الاختبارات البعدية تحمي من الوقوع في العديد من الأخطاء من النوع الأول وذلك لأنها تتطلب أن تكون الفروق كبيرة بين متوسطات العينات قبل أن نشير إلى أن هذه الفروق ذات دلالة إحصائية.

هناك العديد من الاختبارات البعدية، إلا أن الاختلاف الحقيقي بينها هو أن بعضها أكثر تحفظا من البعض الآخر. من هذه الاختبارات اختبار توكي (Tukey's HSD Test)، واختبار نيومان كولز (Newman-Keuls Test)، واختبار شيفيه (Scheffe' Test)، واختبار دننت (Dunnet Test)، واختبار دنكن ذو المدى المتعدد (Duncan's Multiple Test). وفيما توضيح لاثنتين من هذه الاختبارات:

(1) المنيزل عبد الله فلاح. الإحصاء الاستدلالي. دار وائل للطباعة والنشر. 2000. ص ص: 243 286.

أولاً: اختبار شيفيه Scheffe' Test:

تعتبر طريقة شيفيه من الطرق الأكثر مرونة وتتصف بالقوة الإحصائية وأكثر تحفظاً، كما يمكن استخدامها لإجراء مقارنات زوجية أو ثنائية (Pairwise Comparisons)، وإجراء مقارنات مجمعة (Compound Comparisons). بالإضافة إلى ذلك يستخدم هذا الاختبار في حالة العينات المتساوية والعيّنات غير المتساوية. وهذا الاختبار أقل حساسية لعدم تحقيق الافتراضات المتعلقة بتحليل التباين ويحافظ على الخطأ من النوع الأول ضمن المستوى المرغوب به وذلك للمجموعة الكلية من المقارنات الخطية الممكنة (Linear Contrast) وليس فقط المقارنات الزوجية.

يستخدم هذا الاختبار توزيع (ف) وليس توزيع Studentized وعلى الرغم من الإيجابيات التي يمتاز بها هذا الاختبار إلا أن هناك فقدان في القوة الإحصائية عند إجراء المقارنات الفردية. ويختلف عن اختبار توكي و(دن) ونيو مان كولز من حيث أنه أقل حساسية في اكتشاف الفرق بين أزواج المتوسطات. لذلك في المواقف التي يكون فيها حجم العينات متساوي ونريد إجراء مقارنات زوجية فقط فإنه لا ينصح باستخدام اختبار شيفيه. وبما أن هذين الشرطين صعب تلبيتهما بشكل دائم، فإن وجود مثل هذا الإحصائي ضروري. لذلك نلجأ إليه عندما لا تكون الإجراءات الأخرى الأكثر حساسية مناسبة.

إن طريقة شيفيه تقوم على:

أ. تحويل نسبة (ت) إلى اختبار (ف)

ب. تقليل المنطقة الحرجة لتوزيع ف لاستيعاب جميع المقارنات دون تجاوز معدل الخطأ الافتراضي المرغوب به

أما بالنسبة لمعادلة شيفيه التي تستخدم لإيجاد الفرق بين المتوسطات عندما يكون حجم العينات متساوي فهي:

المعادلة:

$$\Psi(S) = \sqrt{(a-1)(F\alpha)} \sqrt{2MS_{\text{error}}/n}$$

المعادلة بالصيغة الأجنبية:

$$\Psi(S) = \sqrt{(a-1)(F\alpha)} \sqrt{2MS_{\text{error}}/n}$$

ش: اختصار لاختبار شيفيه

إذ أن :

أ = عدد المجموعات.

ف α = قيمة (ف) الحرجة من الجدول الخاص بتوزيع (ف) عند مستوى دلالة محدد, وبدرجات حرية بسط (ن - ك).

ن = عدد الأفراد في إحدى المجموعات.

وعن طريق زيادة القيمة الحرجة ل(ف) فان منطقة الرفض للتوزيع العيني ل(ف) تصبح قليلة من حيث الحجم, وذلك لحماية التجربة من احتمال زيادة الوقوع في الخطأ من النوع الأول

مثال:

أراد باحث أن يدرس تأثير الكميات المختلفة من الكافيين على التأزر الحركي - البصري والذي تم قياسه من خلال عدد الأخطاء التي يرتكبها الشخص أثناء أداءه لمهمة تتطلب تازراً حركياً بصرياً. وقد اختار الباحث عينة مؤلفة من (٢٠) فرداً قام بتوزيعهم بشكل عشوائي إلى أربعة مجموعات (كل مجموعة تعرضت إلى كمية مختلفة من الكافيين) وبمعدل خمسة أفراد لكل مجموعة. وقد قام الباحث بتسجيل عدد الأخطاء وحصل على البيانات المبينة في الجدول التالي: عدد الأخطاء المرتكبة أثناء أداء مهمة تتطلب تازراً حركياً- بصرياً حسب متغير كمية الكافيين

	المجموعة الأولى كمية كبيرة من الكافيين	المجموعة الثانية كمية متوسطة من الكافيين	المجموعة الثالثة كمية قليلة من الكافيين	المجموعة الرابعة الضابطة
	٢	٢	٢	٢
	٣	٣	٢	٣
	٤	٣	٣	٢
	٤	٢	٢	١
	٣	٣	٢	٢
مج س	١٦	١٣	١١	١٠
مج س ²	٥٤	٣٥	٢٥	٢٢
المتوسط	٣,٢	٣,٦٠	٢,٢٠	٢

مج س الكلية = ٥٠

مج س² = ١٣٦

المطلوب فحص الفرضية الصفرية عند مستوى $(\alpha = 0,05)$

الحل:

كما اشرنا سابقاً فإننا بحاجة إلى إجراء تحليل التباين الأحادي أولاً:

ويبين الجدول التالي نتائج تحليل التباين الأحادي لمتوسطات الأخطاء حسب متغير كمية الكافيين.

نتائج تحليل التباين الأحادي لمتوسطات عدد الأخطاء المرتكبة للأداء على المهمة التي تتطلب تازراً حركياً- بصرياً حسب متغير كمية الكافيين

المصدر	مجموع مربع الانحرافات	درجات الحرية	متوسط مربع الانحرافات	ف	ف الحرجة
بين المجموعات	٤,٢٠	٣	١,٤٠	٣,٢٩٤	٣,٢٤
داخل المجموعات (الخطأ)	٦,٨٠	١٦	٠,٤٢٥		
الكلية	١١	١٩			

إن الفرضية الصفرية التي تفحص في مثل هذه الحالة هي:

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots$$

أما بالنسبة للفرضية البديلة فهي: على الأقل واحدة من المتوسطات تختلف عن الباقيين أو على الأقل زوجين من المتوسطات يختلفان عن بعضهما البعض.

وبالنظر إلى جدول تحليل التباين فإن قيمة الإحصائي (ف) والتي تساوي ٣,٢٩٤ أعلى من قيمة (ف) الحرجة والتي تساوي ٣,٢٤ . أي أن هناك فرقا ذا دلالة عند مستوى $(\alpha = 0,05)$ بين متوسطات عدد الأخطاء أو التآزر الحركي- البصري عند أداء مهمة حسب متغير كمية الكافيين. ولمعرفة مصادر هذا الفرق فإننا بحاجة إلى إجراء ما يسمى بالمقارنات المتعددة. على فرض أننا نريد إجراء مقارنات بعدية للتعرف على مصدر الفرق باستخدام اختبار شيفيه, فإننا نطبق المعادلة:

$$t = \frac{\bar{Y}_i - \bar{Y}_j}{\sqrt{MS_{\text{خطأ}} \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}} \quad (ش) \quad (\psi) = \sqrt{MS_{\text{خطأ}}}$$

ولتطبيق هذه المعادلة على المثال السابق, فإننا بحاجة إلى معرفة ما يلي:

١- قيمة (ف) الحرجة, إن قيمة (ف) الحرجة في مثل هذه الحالة وبدرجات حرية بسط ٣ (عدد المجموعات-١), ودرجات حرية خطأ ١٦, و $\alpha = 0,05$ تساوي ٣,٢٤

$$٢- ك = عدد المجموعات - ١$$

$$١-٤ =$$

$$٣ =$$

٣- متوسط مربعات الخطأ من جدول تحليل التباين ويساوي ٠,٤٢٥ وعن طريق اخذ المعطيات السابقة بعين الاعتبار فان:

$$\text{ش } (\psi) = \sqrt{\frac{(٣,٢٤) (٢-٤)}{٥١}} \sqrt{\frac{٢ (٠,٤٢٥)}{٥١}}$$

$$= \sqrt{٠,١٧} \times \sqrt{٩,٧٢}$$

$$= ١,٢٩$$

أي أن الفرق بين كل متوسطين يجب أن يساوي ١,٢٩ أو اكبر حتى نقول إن هذا الفرق ذا دلالة.

إن المقارنات الممكن إجراؤها بالنسبة للمتوسطات الواردة في جدول تحليل التباين هي على النحو التالي:

أ- المقارنة الأولى: م ١ مقابل م ٢ = ٣,٢٠ - ٢,٦٠

$$= ٠,٦$$

ب- المقارنة الثانية: م ١ مقابل م ٣ = ٣,٢٠ - ٢,٢٠

$$= ١$$

ج- المقارنة الثالثة: م ١ مقابل م ٤ = ٣,٢٠ - ٢

$$= ١,٢٠$$

د- المقارنة الرابعة: م ٢ مقابل م ٣ = ٢,٦٠ - ٢,٢٠

$$= ٠,٤٠$$

هـ- المقارنة الخامسة: م ٢ مقابل م ٤ = ٢,٦٠ - ٢

$$= ٠,٦٠$$

و- المقارنة السادسة: م ٣ مقابل م ٤ = ٢,٢٠ - ٢

$$= ٠,٢٠$$

وبالنظر إلى الفروق بين المتوسطات لجميع المقارنات, فانه لم يصل أي منها إلى مستوى الدلالة. أي انه لا توجد فروق بين المجموعات الأربعة في عدد الأخطاء المرتكبة في التأزر

الحركي - البصري. والسبب في عدم ظهور فروق بين المتوسطات باستخدام اختبار شيفيه على الرغم من أن قيمة (ف) الكلية ذات دلالة هو أن اختبار شيفيه أكثر تحفظاً.

من هنا وكما اشرنا سابقاً فإنه عندما يكون حجم العينات متساوي فإن اختبار توكي وليس اختبار شيفيه هو الذي يفضل أن يستخدم في حالة إجراء مقارنات زوجية.

وبناء على ما سبق يمكن القول إن اختبار شيفيه يستخدم في الحالات التالية:

أ- عندما يكون عدد الأفراد في المجموعات غير متساوي.

ب- المقارنات المجمعّة هي المقارنات التي يرغب الباحث في إجرائها.

ولذلك إذا كان عدد الأفراد في المجموعات غير متساوي فإن المعادلة التالية هي التي تستخدم:

$$Scheffe' = \frac{(\psi_j)^2}{(k-1)(1/n_i + 1/n_j)MS_{Error}}$$

ψ_j = الفرق بين المتوسطين الداخليين في المقارنة

k = عدد المجموعات

وفي حالة المقارنات المجمعّة فإن المعادلة السابقة تصبح على النحو التالي:

$$Scheffe' = \frac{(\psi_j)^2}{(k-1)(a_1^2/n_{1i} + a_2^2/n_2 + \dots + a_k^2/n_k)MS_{Error}}$$

إن الفرضيات في اختبار شيفيه يتم صياغتها وفقاً للارتباطات الخطية بين المعاملات (الأوزان) والمتوسطات والتي يشار إليها كمقارنات، ولذلك فإننا نطرح أو نضيف نتائج المتوسطات بعد ضربها بالأوزان. ولكن المحور الأساسي هو أن تكون مجموع المعاملات تساوي صفر. ففي حالة المثال السابق، فإن الفرضيات الصفرية (للمقارنات) هي على النحو التالي:

$$\text{الفرضية الصفرية الأولى (المقارنة الأولى): } (1+)(1م) + (1-)(2م) + \text{صفر}(3م) + \text{صفر}(4م) = \text{صفر}$$

$$\text{الفرضية الصفرية الثانية (المقارنة الثانية): } (1+)(1م) + \text{صفر}(2م) + (1-)(3م) + \text{صفر}(4م) = \text{صفر}$$

$$\text{الفرضية الصفرية الثالثة (المقارنة الثالثة): } (1+)(1م) + \text{صفر}(2م) + \text{صفر}(3م) + (1-)(4م) = \text{صفر}$$

$$\text{الفرضية الصفرية الرابعة (المقارنة الرابعة): } \text{صفر}(1م) + (1+)(2م) + (1-)(3م) + \text{صفر}(4م) = \text{صفر}$$

$$\text{صفر (م4)} = \text{صفر}$$

الفرضية الصفرية الخامسة (المقارنة الخامسة): صفر (م1) + (م2)(1+) + صفر (م3) +

$$\text{صفر} = \text{صفر (م4)(1-)}$$

الفرضية الصفرية السادسة (المقارنة السادسة): صفر (م1) + صفر (م2) + (م3)(1+) +

$$\text{صفر} = \text{صفر (م4)(1-)}$$

أي أن مج أ د مج = صفر .

وفيما يلي توضيح لكيفية تطبيق اختبار شيفيه في حالة العينات غير المتساوية

مثال:

أراد احد الباحثين أن يدرس اثر طريقة تدريس المعلم لمقرر الإحصاء على اتجاهات الطلبة نحو المادة. فاختار عينة عشوائية مؤلفة من ٢٧ طالبا قام بتوزيعهم بشكل عشوائي إلى ثلاثة مجموعات, بحيث بلغ عدد الأفراد في المجموعة الأولى (٨), وفي المجموعة الثانية (١٠), وفي المجموعة الثالثة (٩).

وبعد تعريض كل مجموعة لطريقة معينة في التدريس, طبق عليهم اختبارا يقيس الاتجاهات نحو المقرر وحصل الباحث على البيانات التالية:

الدرجات على اختبار الاتجاه نحو مقرر الإحصاء حسب متغير طريقة التدريس

الطريقة أ المجموعة الأولى	الطريقة ب المجموعة الثانية	الطريقة ج المجموعة الثالثة
١٥	١٧	٦
١٨	٢٢	٩
١٢	٥	١٢
١٢	١٥	١١
٩	١٢	١١
١٠	٢٠	٨
١٢	١٤	١٣
٢٠	١٥	١٤
	٢٠	٧
	٢١	
مج س ١٠٨	١٦١	٩١
م ١٣,٥	١٦,١٠	١٠,١١

مج س² الكلية = ٥٣٧٢

مج س الكلي = ٣٦٠

كما اشرنا سابقا فلا بد من إجراء تحليل التباين الأحادي أولا قبل تقرير إجراء مقارنات متعددة. إن الفرضية الصفرية التي يتم فحصها في هذا المجال هي:

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

أما الفرضية البديلة وكما اشرنا سابقا فإنها تشير إلى: على الأقل واحدة من المتوسطات تختلف عن بعضها البعض. أو على الأقل زوجين من المتوسطات يختلفان عن بعضهما البعض. وقد تم إجراء تحليل التباين الأحادي عن طريق الحاسوب باستخدام الرزم الإحصائية (SPSS) ويمثل الجدول التالي النتائج التي تم التوصل إليها:

تحليل التباين الأحادي للدرجات على اختبار الاتجاهات نحو مادة الإحصاء حسب متغير الطريقة

المصدر	مجموع مربع الانحرافات	درجات الحرية	متوسط مربع الانحرافات	ف
بين المجموعات	١٧٠,٢١	٢	٨٥,١٠	٥,٠٨*

	١٦,٧٤	٢٤	٤٠١,٧٩	داخل المجموعات (الخطأ)
		٢٦	٥٧٢	الكلي

* ذات دلالة عند مستوى ($\alpha = 0,05$)

يتضح من الجدول أعلاه أن هناك فرق ذا دلالة بين الاتجاهات تعزى إلى طريقة التدريس, إذ بلغت قيمة (ف) بدرجات حرية (٢, ٢٤) ٥,٠٨ وهذه القيمة ذات دلالة عند مستوى ($\alpha = 0,05$) ولمعرفة مصدر هذا الفرق فلا بد من إجراء مقارنات بعدية باستخدام اختبار شيفيه (لان حجم العينات غير متساو) على النحو التالي:

$$Scheffe' = \frac{(\psi_j)^2}{(k-1)(1/n_i + 1/n_j)MS_{error}}$$

$$\begin{aligned} \frac{2(16,10 - 13,5)^2}{16,74 \{1011 + 811\} (1-3)} &= \text{ف م ١ مقابل م ٢} \\ &= \frac{6,76}{7,53} \\ &= 0,89 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2(10,11 - 13,5)^2}{16,74 \{911 + 811\} (1-3)} &= \text{ف م ١ مقابل م ٣} \\ &= \frac{11,4921}{7,905} \\ &= 1,45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2(10,11 - 16,10)^2}{16,74 \{911 + 1011\} (1-3)} &= \text{ف م ٢ مقابل ف م ٣} \\ &= \frac{35,88}{7,068} \\ &= 5,076 \end{aligned}$$

وللحكم على المقارنات السابقة فيما إذا كانت ذات دلالة أم لا, لا بد من إيجاد القيم الحرجة ل(ف) وذلك باستخدام جدول (ف).

وفيما يتعلق بهذا السؤال فإن قيمة (ف) الحرجة بدرجات حرية (٢) بسط ودرجات حرية (خطأ) (مقام) $\alpha = 0,05$ تساوي ٣,٤٠. وبالنظر إلى المقارنات السابقة فإننا يمكن أن نستنتج أن قيمة (ف) للفرق بين م٢ وم٣ ذات دلالة عند مستوى $(\alpha = 0,05)$, إذ بلغت قيمة (ف) (شيفيه) للفرق بينهما ٥,٠٧٦ وهذه القيمة أعلى من القيمة الحرجة ل(ف) والتي تساوي ٣,٤٠, أي أن هناك فرق في الاتجاه نحو مقرر الإحصاء بين الطلبة الذين تعرضوا للطريقة (ب) والذين تعرضوا للطريقة (ج), وهذا الفرق لصالح الطريقة (ب), لأن متوسط الاتجاه نحو مقرر الإحصاء عند المجموعة ب = ١٦,١٠ بينما متوسط الاتجاه نحو مقرر الإحصاء عند المجموعة ج = ١٠,١١, أي أن هناك اثر للطريقة ب على تغيير الاتجاه نحو مقرر الإحصاء.

وإذا أراد الباحث أن يجري مقارنات على سبيل المثال بين الطريقة (أ) والطريقة (ب) من جهة والطريقة (ج) من جهة أخرى من حيث تأثيرهما على الاتجاه نحو مقرر الإحصاء فإنه لا بد من اخذ الأوزان هنا بعين الاعتبار وبالتالي فإن الأوزان التي تعطى لكل مجموعة هي على النحو التالي:

٣م (الطريقة ج)	٢م (الطريقة ب)	١م (الطريقة أ)	
-------------------	-------------------	-------------------	--

الأوزان	٠,٥	٠,٥	١-
---------	-----	-----	----

وبالتالي يمكن إيجاد قيمة ف وذلك بتطبيق المعادلة:

$$\text{شيفيه (ف)} = \frac{\sum (\psi_j)^2}{(k-1) \{ 1^2 n_1 + 2^2 n_2 + \dots + k^2 n_k \}} \text{متوسط مربعات الخطأ}$$

المعادلة بالصيغة الأجنبية:

$$\text{Scheffe'} = \frac{(\psi_j)^2}{(k-1) (a_1^2/n_1 + a_2^2/n_2 + \dots + a_k^2/n_k) MS_{\text{error}}}$$

$$\text{قيمة (ف)} = \frac{2\{(10,11)(1-) + (16,1)0,5 + (13,5)0,5\}}{16,74 \{ 9^2(1-) + 10^2(0,5) + 8^2(0,5) \} (1-3)}$$

$$= \frac{2(10,11 - 8,05 + 6,75)}{16,74(0,167)2} = \frac{21,9961}{0,603} = 3,93$$

وبمقارنة هذه القيمة مع قيمة (ف) الحرجة والتي اشرنا إليها سابقا والتي تساوي ٣,٤٠ فإنه يوجد فرق ذا دلالة عند مستوى ($\alpha = 0,05$) بين كل من الطريقة (أ) والطريقة (ب) من جهة والطريقة (ج) من جهة أخرى في التأثير على تغيير الاتجاهات نحو مقرر الإحصاء وهذا الفرق ناتج لصالح الطريقة (أ) والطريقة (ب) معا.

ثانيا: اختبار دنكن ذو المدى المتعدد

(Duncan's New Multiple Range Test)⁽²⁾

⁽²⁾ Steel Robert G.D. and Torrie James H., Principles and procedures of statistics, A Biometrical Approach. Second Ed. McGraw-Hill.PP.187-191

لقد طور Duncan في عام 1955 اختبار جديد للمدى المتعدد New Multiple Range Test "اختبار دنكن ذو المدى المتعدد". إن هذا الاختبار ليس بقوة اختبار شيفيه, إلا انه يمتاز بالبساطة Simplicity, فهو يشبه اختبار (Student- Newman- Keuls) S-N-K في انه يستخدم مديات متعددة وانه محكوم بالنتائج Result- guided. عموما يعتبر اقل محافظة. ففترات الثقة هي ليست مناسبة, فعبارة الثقة استبدلت بمستويات الحماية Protection level من إيجاد فروقات ليست معنوية False عند مراحل متعددة من الاختبار. إن هذا الاختبار هو شائع جدا ولسوء الحظ كان قد استخدم عندما ظهرت المقارنات المخططة الأكثر ملائمة.

ينحدر هذا الاختبار من طريقة S-N-K حيث يستخدم مستوى معنوية ثابت Constant عند كل مراحل الاختبار. انه يستخدم مستوى متغير معتمدا على عدد المتوسطات الداخلة في أي مرحلة. الفكرة هي انه بازدياد عدد المتوسطات تحت الاختبار, فان احتمالية أن تكون متشابهة تقل. إذا كانت $t = 2$ وسطين ($t = 2$ means), عندها يستخدم مستوى معنوية (α) مقبولة بشكل عام مثل 0.05. عموما, لثلاثة متوسطات, فان: $1 - (1 - \alpha)^2 = 0.0975$ for $\alpha = .05$ is suggested. ولأربعة متوسطات, يستخدم:

$$1 - (1 - \alpha)^3 = .14; \dots; \text{for } t \text{ means, use } 1 - (1 - \alpha)^t$$

إن إجراء الاختبار هو موضح في بيانات "Rhizobium", فالجدول الخاص بهذا الاختبار هو مبني من توزيع Studentized range, ويتم مثل اختبار S-N-K لكنه يستخدم الجدول المبني من توزيع (Studentized range distribution). ولذلك نبدأ باحتساب:

Least significant ranges R_p by:

$$R_p = q \quad \alpha' = 1 - (1 - \alpha)^t \quad p = 2, 3, \dots, t$$

p	2	3	4	5	6
$q_{\alpha'}(P, 24)$	2.92	3.07	3.16	3.22	3.28
R_p	4.5	4.7	4.9	5.0	5.1

تلخيص نتائج الاختبار باستخدام Underscores, هو كما يلي:

13.3 14.6 18.7 19.7 24.0 28.8

إن النتائج تظهر لأن تكون مماثلة عند استخدام LSd بالرغم من أن هذا لن يكون دائما الشيء ذاته. وتجدر ملاحظة أن القيمة الحرجة ل $p = 2$ هي نفس الشيء كما لاختبار LSd و S-N-K

Waller- Duncan's Bayesian k -ratio t -Test:

تواصل اهتمام دنكن في إجراءات المقارنات المتعددة من خلال طرق متعددة. إن الاختبار في هذا القسم هو الاختبار الذي يأمل دنكن أن يبديل الطرق الأخرى للمقارنات الزوجية. إن الاستعراض الكامل لهذه الطريقة، والحل يتطلب جهدا معتبرا، ويمكن أن تحسب التقديرات الفترية لكنها غير موضحة هنا.

أولا: إن مستوى المعنوية لم يتم تضمينه. بل بدلا من ذلك فإنه تم اختيار الخطأ من النوع الأول والثاني (Type I to type II error seriousness or error weight).

إن هذا سيكون صعبا لمعظمنا، فقد تم ابتكار أن نسب k من 50:1, 100:1, and 500:1 ربما تؤخذ بعين الاعتبار، بشكل مرن، لتأخذ مكان 0.10, 0.05, and 0.01. وهناك جدول يحتوي على قيم t ذات متوسط الخطر الأدنى ل $k = 100$.

يتم التعامل مع الجدول على أساس القيمة لاختبار F-Test للمعالجات. وللتوضيح يمكن العودة إلى بيانات *Rhizobium* حيث قيمة $F = 14.37$ وبشكل مؤكد فإن الاستيفاء

(Interpolation) سيكون مطلوبا هنا؛ فإن: F 's المجدولة ل 10.00 و 25.0 تكون معطاة. لقد أدخلت تلك الأجزاء من الجدول؛ $with\ q = ft = treatment\ df\ and\ f = fe = error\ df$ ؛ $q = 5\ and\ f = 24$ إن قيم t المجدولة لمتوسط الخطر الأدنى هي

1.96 For $F = 10.0$ and 1.88 for $F = 25.0$. والشيء الملاحظ هنا هو أن تستنتج

بالنسبة ل: b ,

a value given with F ; for $F = 10.0$, $b = 1.054$ and for $F = 25.0$, $b = 1.021$.

إن العينة أو التجربة ل b هي:

$$b = [F / (F-1)]^{1/2} = (14.37/13.37)^{1/2} = 1.037$$

إن الاستيفاء للحصول على t المطلوبة يتطلب (1.96-1.88 to be to 1.054-1.021 as) (1.96- t is to 1.054-1.037; or

$$t = 1.96 - \frac{1.96-1.88}{1.054-1.021} (1.054-1.037) = 1.92$$

إن القيمة الحرجة أو LSD هي معطاة من خلال المعادلة التالية:

$$LSD = tS -$$

$$= 1.92 \cdot 2(11.79)/5 = 4.2 \text{ mg}$$

للمثال: فإن lsd (0.05) وجد ليكون 4.5mg .

إن تلخيص نتائج الاختبار بواسطة underscoring يعطي:

13.3 14.6 18.7 19.9 24.0 28.8

تبدو النتائج لأن تكون متشابهة تماما وذلك باستخدام lsd و Duncan's new multiple range test. إن هذا لا يحتاج لأن يكون كذلك. لم يطبق مستوى معنوية في هذا In this Waller-Duncan procedure.

المراجع

1- المنيزل عبد الله فلاح. الإحصاء الاستدلالي. دار وائل للطباعة والنشر. 2000. ص ص: .286 -243

2- Steel Robert G.D. and Torrie James H., Principles and procedures of Statistics, A Biometrical Approach. Second Ed. McGraw-Hill. PP.187-191.