المملكة العربية السعودية

الرياضيات

للصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

الفصل التاسع: الإحصاء

McGraw Hill Education

العبيكان Obeikan

١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤ م

يوزع مجانًا ولا يباع

الرياضيات ـ الصف الثاني المتوسط

مصادر المعلم للأنشطة الصفية

أعدَّ النسخة العربية: شركة العبيكان للتعليم

Math Connects © 2009

CHAPTER RESOURCE MASTERS

Course 3

www.obeikaneducation.com

www.macmillanmh.com

حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل©.

English Edition Copyright © the McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار

وفقًا لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل© ٢٠٠٨م/ ١٤٢٩هـ.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with The McGraw-Hill Companies, Inc. © 2008.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين و الاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله وعلى آله وصحبه أجمعين.

عزيزي المعلم / عزيزتي المعلمة

يسرنا أن نقدم هذه المجموعة من التدريبات المساندة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب. حيث نطمح أن يساعدك التنوع في هذه التدريبات على الوصول إلى جميع الطلاب في الصف، مهما تباينت مستوياتهم التحصيلية.

وقد تم تخصيص صفحة في كل تدريب منها لتغطي درسًا من دروس كتاب الطالب. حيث يمكنك أن تكلف الطلاب حل صفحة التدريبات المقابلة لكل درس بحسب مستوى كل منهم؛ سواء داخل الصف أم في المنزل. وليست هذه التدريبات بديلًا عن كتاب التمارين، ولكنها مساندة ومكملة له.

وهذه التدريبات هي:

تدريبات إعادة التعليم

تركِّز هذه التدريبات على محتوى الدروس في كتاب الطالب، وتقدمه بأسلوب تدريسي ومعالجة يختلفان عن كتابي الطالب والتمارين. وهي موجّهة إلى الطلاب ذوي المستوى دون المتوسط.

تدريبات حل المسألة

تأتي هذه التدريبات انطلاقًا من اهتمام هذه المناهج بحلّ المسألة، حيث تم تخصيصها لتقديم تدريبات إضافية على حل المسألة ترتبط بكل درس من دروس كتاب الطالب. وهي موجهة إلى جميع الطلاب على اختلاف مستوياتهم التحصيلية.

التدريبات الإثرائية

تساعد هذه التدريبات الإثرائية على التوسع في مفاهيم الدرس (ما عدا درس استراتيجية حل المسألة)، كما تؤدي إلى توسيع مدارك الطلاب حول تعلُّم الرياضيات بشكل عام. وهذه التدريبات موجهة إلى الطلاب ذوي المستوى ضمن المتوسط و فوق المتوسط.

ملحق الإجابات

يتضمن هذا المصدر في آخره ملحقًا بالإجابات، حيث تظهر باللون الأسود الغامق على صفحات مصغَّرة.

الفهرس

المقدمة ٤

الدرس ٩-١ استراتيجيّة حلّ المسألة (إنشاء جدول)

تدريبات إعادة التعليم ٦

تدريبات حلّ المسألة ٧

الدرس ٩-٢ المدرّجات التكرارية

تدريبات إعادة التعليم ٨

تدريبات حلّ المسألة ٩

التدريبات الإثرائيّة ١٠

الدرس ٩-٣ القطاعات الدائريّة

تدريبات إعادة التعليم ١١

تدريبات حلّ المسألة ١٢

التدريبات الإثرائيّة ١٣

الدرس ٩-٤ مقاييس النزعة المركزيّة والمدى

تدريبات إعادة التعليم ١٤

تدريبات حلّ المسألة ١٥

التدريبات الإثرائيّة ١٦

الدرس ٩-٥ مقاييس التشتت

تدريبات إعادة التعليم ١٧

تدريبات حلّ المسألة ١٨

التدريبات الإثرائيّة ١٩

الدرس ٩-٦ التمثيل بالصندوق وطرفيه

تدريبات إعادة التعليم ٢٠

تدريبات حلّ المسألة ٢١

التدريبات الإثرائيّة ٢٢

الدرس ٩-٧ التمثيل بالساق والورقة

تدريبات إعادة التعليم ٢٣

تدريبات حلّ المسألة ٢٤

التدريبات الإثرائيّة ٢٥

الدرس ٩-٨ اختيار طريقة التمثيل المناسبة

تدريبات إعادة التعليم ٢٦

تدريبات حلّ المسألة ٢٧

التدريبات الإثرائيّة ٢٨

ملحق الإجابات ٢٩-٤١

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ١ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة : "إنشاء جدول"

تساعدك استراتيجيّة **إنشاء جدول** على حلّ المسائل.

- **افهم** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطط** اختر خطةً لحلّ المسألة وقدّر الجواب.
- **حل** نفّذ خطتك لحلّ المسألة.
- **تحقق** قرّر منطقية جوابك عن طريق مقارنته بتقديرك له.

مثال **جمع معاذ ٢٠ نوعًا من الصخور والمعادن لعمل مشروع لمادة العلوم، ثم قام بتصنيفها وفق درجة القساوة مستعملًا "مقياس موهس"، وبعد إجراء العديد من الاختبارات سجّل درجات القساوة في قائمة. نظِّم هذه القيم في جدول مستعملًا الفئات: ١–٢، ٣–٤، ٥–٦، ٧–٨، ٩–١٠، ثم حدّد فئة درجة القساوة الأكثر شيوعًا.**

٣	٦	٥	١	٣	٣	٢	٤	٣	٦	٧	٤	٩	٢	١٠	٣	٣	٥	١	٢

افهم لديك قائمة بدرجة قساوة بعض الصخور والمعادن، وتريد معرفة عدد الصخور والمعادن التي تقع ضمن كل فئة من الفئات الخمس، ثم تحديد فئة درجة القساوة الأكثر شيوعًا.

خطّط اعمل جدولًا لتسجيل درجات القساوة لتلك الصخور والمعادن في فئات.

فئة القساوة	الإشارات	التكرار
١ – ٢	𝍸	٥
٣ – ٤	𝍸 |||	٨
٥ – ٦	||||	٤
٧ – ٨	|	١
٩ – ١٠	||	٢

حلّ فئة القساوة الأكثر شيوعًا هي ٣–٤ .

تحقّق اختبر معاذ قساوة ٢٠ نوعًا من الصخور والمعادن، وبما أن مجموع التكرارات في الجدول = ٢٠، فإن الحلّ يبدو منطقيًّا.

تمارين

حُلَّ السؤالين ١ ، ٢ مستعملًا استراتيجية "إنشاء جدول".

١ **نقود:** تبيّن القائمة الآتية المبالغ المسحوبة (بالريال) بواسطة الصرّاف الآلي في يوم واحد، فما أكثر المبالغ سحبًا:
٢٠٠، ٤٠٠، ٢٠٠، ١٠٠٠، ٣٠٠٠، ٨٠٠، ٤٠٠، ٤٠٠، ٨٠٠، ١٠٠٠، ١٢٠٠، ٢٠٠، ٤٠٠، ٨٠٠، ١٠٠٠، ٦٠٠، ٦٠٠، ٢٠٠، ٨٠٠، ٤٠٠، ١٠٠٠ ، ٢٠٠ ، ٨٠٠، ٤٠٠؟

٢ **حقائب:** تبيّن القائمة الآتية أسعار حقائب مدرسية (بالريال) بيعت في إحدى المكتبات في يوم واحد، فأي الأسعار الأكثر تكرارًا: ٨٠، ١٦٠، ١٦٠، ٢٠٠، ٨٠، ١٢٠، ١٦٠، ٨٠، ١٢٠، ٢٠٠، ٢٠٠، ١٦٠، ١٢٠، ٨٠، ٨٠، ١٦٠، ١٦٠، ٢٠٠، ١٦٠، ٢٠٠؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ١ تدريبات حلّ المسألة

استراتيجيّة حلّ المسألة : إنشاء جدول

حلّ كلّ مسألة فيما يأتي مستعملًا استراتيجية "إنشاء جدول":

دراسة مسحيّة : لحلّ السؤالين ١ ، ٢ استعمل المعلومات أدناه والتي تظهر نتائج دراسة أجريت على مجموعة من الأشخاص حول معدل عدد الساعات الأسبوعيّ التي يقضونها في مشاهدة التلفاز.

١٢	٠	١١	٨	٥	٢٠	٣٢	٢	٥	١٠	١٢	٢٤	٧	٥	٣	١٥	١٨	٣
٠	٣٢	١٢	٢٢	٣	٩	١٦	١	٨	٢٠	٤	٧	١٠	١٢	١١	٣٠	٦	١٤

١ نظّم البيانات في جدول مستعملًا الفئات ٠ – ١٠، ١١ – ٢٠، ٢١ – ٣٠، وأكثر من ٣٠ ساعة.
أي الفئات تدلّ على عدد ساعات مشاهدة التلفاز الأكثر تكرارًا؟

٢ ما النسبة المئوية لعدد مشاهدي التلفاز الذين يقضون ١٠ ساعات أو أقل في مشاهدة التلفاز أسبوعيًّا؟

٣ **رياضة :** أحرز فريق كرة القدم الأهداف الآتية في عدة مباريات لعبها، فما عدد الأهداف الأكثر تكرارًا:
٣ ، ٣ ، ٥ ، ٢ ، ٠ ، ٢ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٤ ، ١ ، ١
٦ ، ٣ ، ٣ ، ٥ ، ١ ، ٢ ، ٠ ، ٣ ، ٢ ، ٠ ، ٢ ، ٣
٣ ، ٢ ، ١ ، ٣ ، ٠ ، ٤ ، ٣ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٣ ، ١؟

٤ **دراسة مسحية :** سُئل طلاب الصف الثاني المتوسط عن عدد ساعات نومهم في الليلة الماضية، فما عدد ساعات نومهم الأكثر تكرارًا، إذا كانت إجاباتهم على النحو الآتي:
٦ ، ٨ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٦ ، ١٠ ، ٨ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٩
٧ ، ٩ ، ٨ ، ٩ ، ٦ ، ١١ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٩ ، ٧ ، ٩
٨ ، ٩ ، ٦ ، ١٠ ، ١٠ ، ٩ ، ٨ ، ٧؟

٥ **مسافات :** المسافة بين المدرسة وبيوت الطلاب مبيّنة أدناه، نظّم هذه البيانات في جدول مستعملًا الفئات الأقلّ من ١ كلم، ١ – ٣ , ٩ كلم، ٤ – ٦ , ٩ كلم، ٧ كلم فأكثر، ما فئة المسافة الأكثر تكرارًا:
$\frac{١}{٢}$، $٢\frac{١}{٢}$، ٤، ٣، ٢، ١، $١\frac{١}{٢}$، ٢، ٣، $٥\frac{١}{٢}$، ٧، ٦،
$٥\frac{١}{٤}$، ٢، ١، ٢، ١، ٣، $٤\frac{١}{٢}$، $\frac{١}{٤}$، $٦\frac{١}{٢}$، $٢\frac{١}{٢}$، $٣\frac{١}{٢}$،
$٤\frac{١}{٤}$، ٢، ١؟

٦ **درجات :** كانت درجات اختبار الرياضيات على النحو أدناه. نظّم هذه البيانات في جدول مستعملًا الفئات الأقلّ من ٧٠، ٧٠ – ٧٩، ٨٠ – ٨٩، ٩٠ – ١٠٠، ما فئة الدرجات الأكثر تكرارًا:
٤٧، ٧١، ٧٥، ٧٠، ٥٩، ٧٨، ٨٨، ٨٢، ٨٩، ٩٢،
٩٩، ٧٨، ٨٨، ٨٢، ٩٢، ٧٠، ٨٥، ٨٠، ٩٠،
١٠٠؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٢

تدريبات إعادة التعليم

المدرّجات التكرارية

يمكنك تمثيل البيانات في الجدول التكراريّ مستعملًا المدرج التكراريّ، الذي يعرض البيانات العدديّة منظّمةً في فئات متساوية، ولإنشاء المدرّج التكراريّ اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة ١: ارسم المحورين الأفقيّ والرأسيّ، ثم سمِّهما واكتب العنوان.

الخطوة ٢: قسّم المحور الأفقيّ بحسب الفئات في الجدول التكراريّ.

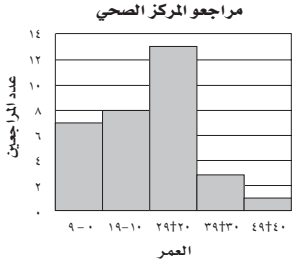
الخطوة ٣: ارسم عمودًا لكلّ فئة على أن يساوي ارتفاعه التكرار المقابل.

مثال **صحة: يبيّن الجدول المجاور أعمار مراجعي مركز صحيّ في أحد الأيام،**

ارسم مدرّجًا تكراريًّا يمثّل هذه البيانات.

أنشئ المدرّج التكراريّ مستعملًا الخطوات السابقة؛ سمِّ المحور الأفقي "العمر"، وسجل عليه الفئات، والمحور الرأسيّ "عدد المراجعين"، وسجل عليه التكرارات، وأعطِ المدرّج التكراريّ عنوان "مراجعو المركز الصحي"، وارسم عمودًا لكل فئة يبيّن تكرار تلك الفئة.

مراجعو المركز الصحي		
العمر	الإشارات	التكرار
٩-٠	|| ⧸⧸⧸⧸	٧
١٩-١٠	||| ⧸⧸⧸⧸	٨
٢٩-٢٠	||| ⧸⧸⧸⧸ ⧸⧸⧸⧸	١٣
٣٩-٣٠	|||	٣
٤٩-٤٠	|	١



تمرين

أسعار: يبيّن الجدول التكراريّ أدناه كتل كمّيات من السكّر اشتراها ٥٠ شخصًا من أحد المحالّ التجاريّة، أنشئ مدرّجًا تكراريًّا يمثّل هذه البيانات.

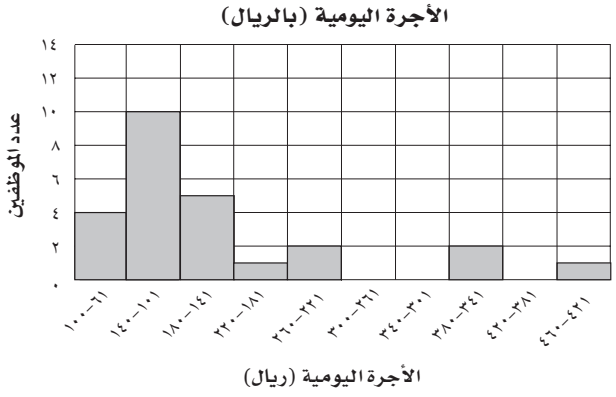
كميّات السكّر المبيعة في أحد المحالّ التجاريّة		
الكتلة (كيلو جرام)	الإشارات	التكرار
١٢-٨,١	||	٢
١٦-١٢,١	⧸⧸⧸⧸	٥
٢٠-١٦,١	|| ⧸⧸⧸⧸ ⧸⧸⧸⧸ ⧸⧸⧸⧸	٢٢
٢٤-٢٠,١	|| ⧸⧸⧸⧸ ⧸⧸⧸⧸	١٢
٢٨-٢٤,١	| ⧸⧸⧸⧸	٦
٣٢-٢٨,١	||	٣

الاسم: ..... التاريخ : .....

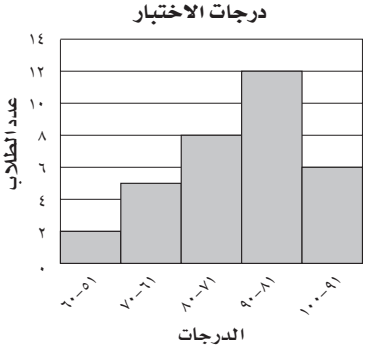
٩ - ٢ تدريبات حلّ المسألة

المدرّجات التكراريّة

شركات: استعمل المدرج التكراريّ الآتي الذي يبيّن الأجرة اليوميّة لـ ٢٥ موظفًا بالريال لحل المسائل (١ – ٣).



اختبارات: استعمل المدرج التكراري الآتي الذي يبين درجات الطلاب في اختبار التاريخ لحل المسائل (٤–٦).



١ كم موظّفًا أُجرته اليومية ١٤١ ريالًا على الأقلّ؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.	٢ كم موظّفًا تتراوح رواتبهم اليوميّة بين ٦١، ١٨٠ ريالًا؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.
٣ هل تستطيع تحديد عدد الموظفين الذين يتراوح راتبهم اليوميّ بين ١٢١، ١٤٠ ريالًا مستعملًا المدرّج التكراريّ؟ وضّح ذلك.	٤ كم طالبًا حصل على درجة أقلّ من ٨١؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.
٥ كم طالبًا حصل في اختبار التاريخ على ٨١ درجةً على الأقلّ؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.	٦ هل يُمكنك تحديد أعلى درجة في اختبار التاريخ مستعملًا المدرج التكراري؟ وضِّح ذلك.

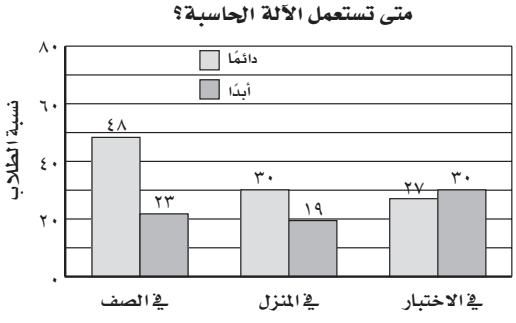
الاسم: ..... التاريخ : .....

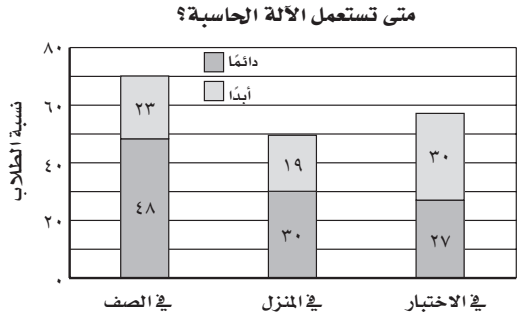
٩ - ٢

التدريبات الإثرائيّة

لوحات الأعمدة المزدوجة والأعمدة المتراصة

تُستعمل لوحات الأعمدة والمدرّجات التكراريّة عادةً للمقارنة بين مجموعتين من البيانات. وفيما يأتي طريقتان لتمثيل البيانات نفسها وهما: لوحة الأعمدة المزدوجة، ولوحة الأعمدة المتراصة:





١ مثّل النسب المئوية للطلاب الذين يستعملون الآلة الحاسبة "دائمًا " والموضحة في الجدول أدناه مستعملًا الأعمدة المزدوجة.

مكان الاستعمال	إناث	ذكور
في الصف	٤٦	٥٠
في المنزل	٣٢	٢٩
في الاختبار	٢٧	٢٧

٢ مثّل النسب المئويّة للطلاب الذين لا يستعملون الآلة الحاسبة "أبدًا" والموضحة في الجدول أدناه مستعملًا الأعمدة المتراصة.

مكان الاستعمال	إناث	ذكور
في الصف	٢٦	٢٠
في المنزل	١٨	١٩
في الاختبار	٣٣	٢٦

الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

٩ - ٣

القطاعات الدائريّة

تستعمل **القطاعات الدائريّة** لمقارنة أجزاء من البيانات بمجموعة البيانات كلّها.

مثال **مثّل البيانات في الجدول المجاور بالقطاعات الدائرية**

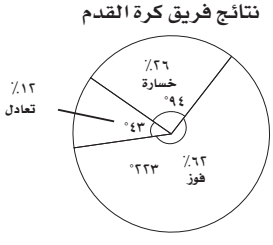
نتائج مباريات موسم كرة القدم لإحدى الفرق	
النتيجة	النسبة المئوية
فوز	٦٢٪
خسارة	٢٦٪
تعادل	١٢٪

الخطوة١ تتكون الدائرة من ٣٦٠°، وعند ضرب النسب المئوية بعد تحويلها الى كسور عشرية في ٣٦٠ (باستعمال الآلة الحاسبة) تحصل على قياس زاوية كل قطاع من قطاعات الدائرة.

فوز: ٦٢٪ من ٣٦٠= ٠,٦٢ × ٣٦٠ ≈ ٢٢٣°

خسارة: ٢٦٪ من ٣٦٠= ٠,٢٦ × ٣٦٠ ≈ ٩٤°

تعادل: ١٢٪ من ٣٦٠= ٠,١٢ × ٣٦٠ ≈ ٤٣°



الخطوة٢ استعمل الفرجار لرسم دائرة ونصف قطر فيها، ثم استعمل المنقلة لرسم زاوية قياسها ٢٢٣°، ويمثِّل هذا القطاع الفوز.

الخطوة٣ استعمل نصف القطر الجديد لرسم زاوية قياسها ٩٤°، ويمثِّل هذا القطاع الخسارة، ويمثِّل القطاع المتبقي التعادل. ثم سمِّ كل قطاع وأعطِ الرسم عنوانًا مناسبًا.

أما عندما تكون النسب المئوية غير معروفة، فيتعين تحديد نسبة كل قطاع إلى الكلّ قبل البدء بحلّ المسألة.

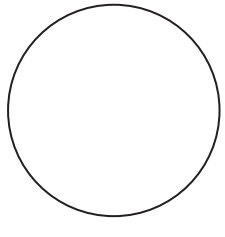
تمارين

مثّل كلًّا من البيانات الآتية بالقطاعات الدائريّة:

١

مبيعات وكالة سيارات	
نوع السيارة	النسبة المئوية
سيارة ركاب صغيرة	٤٣٪
سيارة نقل صغير	٥٤٪
شاحنة	٣٪

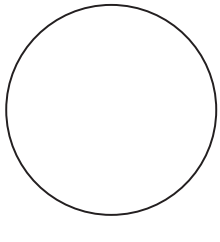
مبيعات وكالة السيارات



٢

حصيلة الميداليات التي فاز بها أحد الأندية الرياضية	
النوع	العدد
ذهبية	٣٥
فضية	٣٩
برونزية	٢٩

حصيلة الميداليات التي فاز بها أحد الأندية الرياضية



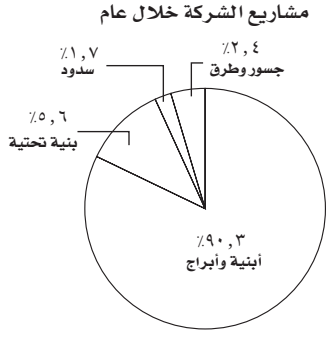
الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٣

تدريبات حلّ المسألة

القطاعات الدائريّة

مشاريع: استعمل الشكل أدناه الذي يظهر مشاريع شركة هندسية خلال عام لحلّ السؤالين ١، ٢.



أرباح: استعمل الجدول أدناه الذي يظهر أرباح مركز تجاريّ خلال عام لحلّ الأسئلة ٣-٦.

القسم	الأرباح
البقالة والخضراوات	١٠٠٠٠٠ ريال
الملابس	٦٠٠٠٠ ريال
الأدوات المنزلية	١٤٠٠٠٠ ريال
الكهربائيات	٥٠٠٠٠٠ ريال
الألعاب	٢٠٠٠٠٠ ريال

١ ما الزاوية التي تمثّل قطاع " البنية التحتيّة"؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.

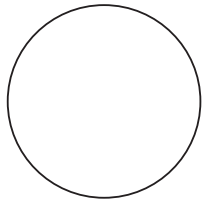
٢ استعمل القطاعات الدائريّة لتصف مشاريع الشركة الهندسيّة.

٣ وضّح كيف يمكن أن يساعدك التمثيل بالقطاعات الدائرية على توضيح وإظهار البيانات في الجدول.

٤ حدّد النسبة المئوية التي تمثّلها أرباح كلّ قسم من أقسام المركز التجاريّ.

٥ مثّل أرباح المركز التجاري بالقطاعات الدائريّة.

أرباح المركز التجاري



٦ استعمل التمثيل في السؤال الخامس لوصف أرباح المركز التجاريّ.

الاسم: ..... التاريخ : .....

التدريبات الإثرائيّة

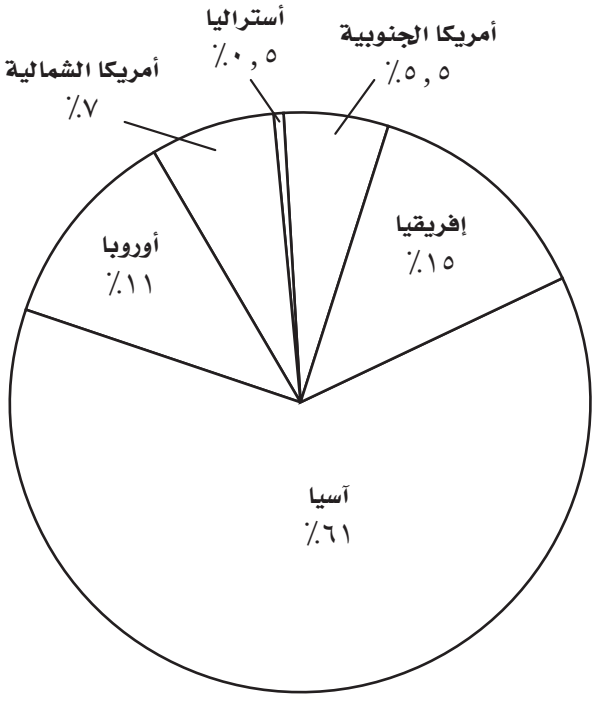
٩ - ٣

سكان العالم

بلغ عدد سكان العالم في العام ٢٠١٠م: ٦٨١٤٨١٤٠٠٠ نسمة.

ويبيّن الشكل الآتي التوزيع التقريبي لسكان الكرة الأرضيّة وفق القارّات بالقطاعات الدائريّة.

عدد سكان العالم في العام ٢٠١٠م



حدّد عدد السكان في كلٍّ من القارّات الآتية:

١ إفريقيا _____

٢ آسيا _____

٣ أوروبا _____

٤ أمريكا الشمالية _____

٥ أستراليا _____

٦ أمريكا الجنوبية. _____

أوجد قياس الزاوية لكل قطاع مما يأتي، مقرِّبًا الجواب إلى أقرب درجة :

٧ آسيا ___

٨ أمريكا الشمالية ___

٩ أستراليا _

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٤

تدريبات إعادة التعليم

مقاييس النزعة المركزيّة والمدى

أكثر مقاييس النزعة المركزيّة شيوعًا هي: المتوسط، والوسيط، والمنوال. ويُستعمل المدى أيضًا لوصف مجموعة البيانات. ولحساب **المتوسط الحسابي** لمجموعة بيانات، احسب مجموع البيانات واقسمه على عددها، ولحساب **الوسيط**، رتّب البيانات ترتيبًا تصاعديًّا، ثم أوجد القيمة التي تتوسّط مجموعة البيانات؛ وإذا كان هناك عددان متوسّطان، فأوجد مجموع هذين العددين، واقسمه على ٢، **ومنوال** مجموعة بيانات هو القيمة الأكثر تكرارًا أو شيوعًا، **والمدى** هو الفرق بين القيمتين العظمى والصغرى للبيانات.

مثال **أوجد المتوسط، والوسيط، والمنوال، والمدى لمجموعة البيانات: ٢، ١٠، ١٤، ٨٩، ٢، ٨، ١٤، ٥ التي تمثّل أعمار ٨ أشخاص وقرّب الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.**

المتوسط: $\frac{٢+١٠+١٤+٨٩+٢+٨+١٤+٥}{٨} = ١٨$

متوسط الأعمار= ١٨

الوسيط: رتّب الأعمار تصاعديًّا.

٢ ٢ ٥ ٨ ١٠ ١٤ ١٤ ٨٩

العددان المتوسطان هما: ٨ و ١٠ وبما أن $\frac{٨+١٠}{٢} = ٩$ فإن وسيط الأعمار= ٩

المنوال: تكرر كلّ من العددين ٢ ، ١٤ مرتين؛ إذن هنالك منوالان هما ٢ و ١٤.

المدى: ٨٩−٢= ٨٧

تحدّد الظروف المختلفة لكل مسألة مقياس النزعة المركزيّة أو المدى الأنسب لتمثيل البيانات أو وصفها. ويفضّل استعمال المتوسط عند عدم احتواء البيانات قيمًا متطرفة، ويكون الوسيط مناسبًا عند احتواء البيانات قيمًا متطرّفةً ولا توجد فجوات كبيرة في منتصف البيانات، أما المنوال فيكون مناسبًا عند احتواء البيانات قيمًا متساويةً.

تمارين

أوجد المتوسط، والوسيط، والمنوال والمدى لمجموعات البيانات الآتية، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

١) ٢، ٤، ٥، ١، ٣

٢) ٧، ٥، ٧، ٧، ٦، ٤

٣) ١٨، ١٤، ١٥، ١٤، ١١، ١٢، ١٧

٤) ١٩، ٢٤، ٢٢، ١٦، ١٥، ٢٧، ٢٢، ٢٧

٥) ٣,٢، ٥,١، ١,١، ١,٢، ٣,٧، ١,٠، ٢,٤، ٢,٨، ١

٦) ٣٦، ٣٢، ٣٤، ٣٤، ٣٥، ٣٨، ٣٦، ٣٤

٧) ٣٠، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٠

٨) ٢,٤، ٢,٥، ٣,٢، ٠,٤، ٦,٤، ٠,٦، ٣,٢، ٣,٥

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩-٤

تدريبات حلّ المسألة

مقاييس النزعة المركزيّة والمدى

حيوانات: استعمل المعلومات في الجدول أدناه الذي يبيّن متوسط أعمار بعض الثدييات، لحلّ الأسئلة ١-٤ مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

معدل عُمر بعض الثدييات	
الحيوان	متوسط العمر
البابون	٢٠ سنةً
الجمل	١٢ سنةً
الشمبانزي	٢٠ سنةً
البقرة	١٥ سنةً
الماعز	٨ سنوات
الغوريلا	٢٠ سنةً
الغزال	١٠ سنوات

درجات: استعمل المعلومات في الجدول أدناه لحلّ السؤالين ٥ و ٦، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

درجات الطلاب في اختبار قصير	
الاسم	الدرجة
حسن	٣
محمود	١
محمد	٤
أحمد	١
سامر	٥
سعيد	٢
ليث	٢

١ أوجد متوسط أعمار الثدييات في الجدول أعلاه، موضّحًا طريقة إيجاده.	٢ أوجد الوسيط لمجموعة البيانات في الجدول موضحًا طريقة إيجاده.
٣ أوجد المنوال للبيانات التي في الجدول، موضّحًا طريقة إيجاده.	٤ ما مقياس النزعة المركزيّة الأكثر تمثيلًا للبيانات؟ وضِّح ذلك.
٥ ما المتوسط، والوسيط، والمنوال والمدى لدرجات الطلاب في اختبار قصير؟	٦ أي مقاييس النزعة المركزيّة أكثر تمثيلًا للبيانات؟ وضِّح إجابتك.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٤ التدريبات الإثرائيّة

المتوسّط والوسيط للبيانات المبوّبة

لإيجاد الوسيط أضف عمودًا إلى الجدول عنوانه التكرار التراكمّي، يمثل مجموع التكرارات قبل ذلك الصف بالإضافة إلى تكرار الصف نفسه.

ويكون العدد الأخير في عمود التكرار التراكميّ هو عدد البيانات، الذي يساوي في هذا المثال ٧٥، ولذا فإن الوسيط هو القيمة الثامنة والثلاثون، أي أن الوسيط يقع في الفئة ٣٠ -٣٩.

العينات المأخوذة لدراسة إحصائية حول الاستماع للإذاعة		
الأعمار	التكرار	التكرار التراكمي
١٠-١٩	٢٠	٢٠
٢٠-٢٩	١٧	٣٧
٣٠-٣٩	٢٣	٦٠
٤٠-٤٩	١٥	٧٥

أمّا لإيجاد المتوسط، فاضرب التكرار لكلّ فئة في مركزتلك الفئة، ثم اقسم الناتج على عدد البيانات.

$$\frac{(١٥\times٤٤,٥)+(٢٣\times٣٤,٥)+(١٧\times٢٤,٥)+(٢٠\times١٤,٥)}{٧٥}=٢٨,٩$$

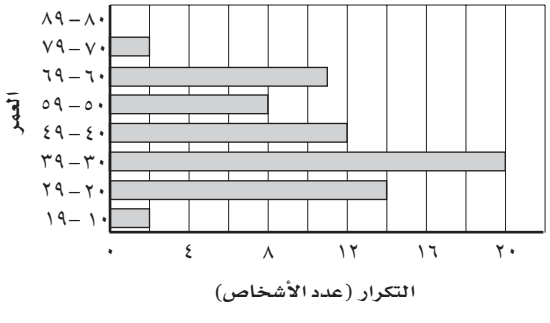
أوجد المتوسط الحسابيّ وفئة الوسيط، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة لكل سؤال مما يأتي:

١ أضف البيانات الآتية إلى الجدول في المثال السابق: فئات الأعمار: ٥٠-٥٩، ٦٠-٦٩ ، ٧٠-٧٩، ٨٠-٨٩، وعدد الأشخاص في هذه الفئات بالترتيب ١١ ، ١٦، ١٩، ٤ .

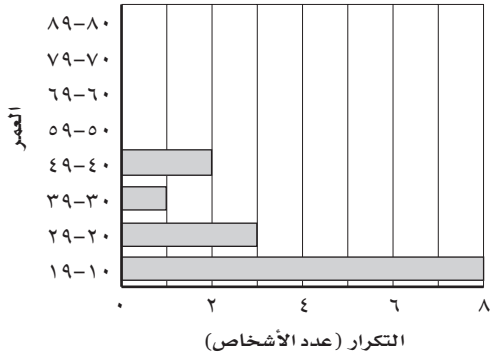
٢ الأشخاص الذين يفضّلون إحدى المحطات الإذاعيّة.

العمر	١٠-١٩	٢٠-٢٩	٣٠-٣٩	٤٠-٤٩	٥٠-٥٩	٦٠-٦٩	٧٠-٧٩	٨٠-٨٩
التكرار	٤	١٠	١٤	٥	٦	٥	٤	٢

٣ الاستماع إلى الإذاعة في أثناء القيادة



٤ الاستماع إلى الإذاعة في أثناء العمل



الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

٩ ـ ٥

مقاييس التشتت

الربيع الأدنى هو وسيط النصف الأدنى من البيانات، **والربيع الأعلى** هو وسيط النصف الأعلى من البيانات، **والمدى الربيعي** هو الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى.

مثال ١ **أوجد المدى، والوسيط، والربيعين الأعلى والأدنى والمدى الربيعيّ لمجموعة البيانات:**

١٣، ٢٠، ١٨، ١٢، ٢١، ٢، ١٨، ١٧، ١٥، ١٠، ١٤

القيمة العظمى لمجموعة البيانات ٢١، والقيمة الصغرى ٢، والمدى= ٢١−٢=١٩.

لإيجاد الربيعيات رتّب القيم تصاعديًّا.

٢ ١٠ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٧ ١٨ ١٨ ٢٠ ٢١

الوسيط هو ١٥، القيم الأقل من ١٥ هي :٢، ١٠، ١٢، ١٣، ١٤، ووسيط هذه القيم هو ١٢، لذا فإن الربيع الأدنى هو ١٢، والقيم الأكبر من ١٥ هي:١٧ ، ١٨ ،١٨ ،٢٠ ،٢١، ووسيط هذه القيم هو ١٨، لذا فإن الربيع الأعلى هو ١٨، والمدى الربيعي هو ١٨− ١٢=٦.

يوجد في بعض مجموعات البيانات قيم أكبر أو أقلّ بكثير من باقي قيم المجموعة. والبيانات التي تزيد على الربيع الأعلى أو تقل عن الربيع الأدنى بـ (١,٥ × المدى الربيعيّ) تُعدُ **قيمًا متطرفة**.

مثال ٢ **أوجد القيم المتطرفة لمجموعة البيانات في المثال ١.**

المدى الربيعيّ هو ١٨−١٢= ٦.

اضرب المدى الربيعيّ في ١,٥ ٦ × ١,٥ = ٩

جميع القيم التي تزيد بـ ٩ على الربيع الأعلى أو تقلّ بـ ٩ عن الربيع الأدنى.

اطرح ٩ من الربيع الأدنى ١٢−٩=٣.

أضف ٩ إلى الربيع الأعلى ١٨+٩= ٢٧.

حدود القيم المتطرفّة هي ٣ و ٢٧. القيمة الوحيدة خارج هذا المدى هي ٢، لذا فإن ٢ هي القيمة المتطرفة الوحيدة.

تمارين

أوجد المدى، والوسيط، والربيعين الأعلى والأدنى، والمدى الربيعيّ، والقيم المتطرّفة لمجموعات البيانات الآتية:

١) ١٤، ١٦، ١٨، ٢٤، ١٩، ١٥، ١٣

٢) ٢٩، ٢٧، ٢٤، ٢٨، ٣٠، ٥١، ٢٨

٣) ٥٧، ٦٠، ٤٣، ٥٥، ٤٦، ٤٣، ٦٢، ٣١

٤) ٩١، ٩٢، ٨٨، ٨٩، ٩٣، ٩٥، ٦٥، ٨٥، ٩١

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٥

تدريبات حلّ المسألة

مقاييس التشتت

مبيعات: استعمل الجدول أدناه لحل الأسئلة ١-٤:

مبيعات متجر في عام ١٤٣٤ هـ (بالمئة ألف ريال)											
المحرم	صفر	ربيع الأول	ربيع الآخر	جمادى الأولى	جمادى الآخرة	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذو القعدة	ذو الحجة
٤٩	٢٧	٣٥	٣١	٣٤	٢٣	٣٤	٢٠	٤٨	٣٢	٢٤	٢١

١ أوجد مدى البيانات موضّحًا كيفّية إيجاده.	٢ أوجد الوسيط، الربيع الأعلى، الربيع الأدنى، والمدى الربيعيّ لمبيعات المتجر.
٣ أوجد حدود القيم المتطرفة، ثم صف كيفيّة إيجادها.	٤ هل هناك أيّ قيم متطرّفة في مبيعات المتجر؟ وما هذه القيم؟ وضّح إجابتك.

درجات: استعمل البيانات في الجدول أدناه التي تظهر درجات طلاب الصف الثاني المتوسط في اختبار الرياضيات لحل السؤالين ٥ و٦.

٨٤	٨٦	٧٧	٩٧	٨٨
٨٩	٩٤	٨٩	٨١	٩٠
٨٠	٧٥	٩١	٨٣	٨٥

٥ أوجد المدى والوسيط والربيع الأعلى والربيع الأدنى والمدى الربيعيّ لدرجات الاختبار.	٦ هل هناك أيّ قيم متطرّفة لهذه البيانات؟ وضّح إجابتك.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ ـ ٥

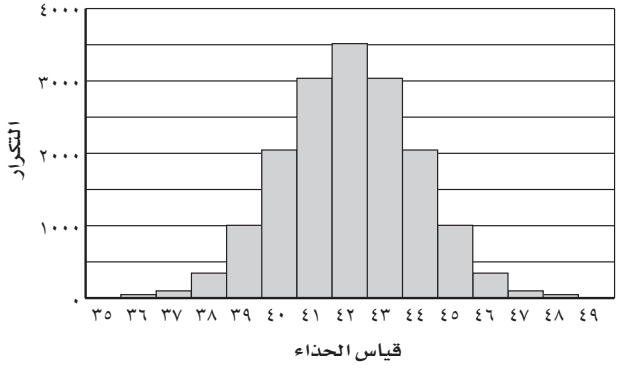
التدريبات الإثرائيّة

المنحنى الجرسيّ ومثلث باسكال

قياس الحذاء	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١
التكرار	١	١٤	٩١	٣٦٤	١٠٠١	٢٠٠٢	٣٠٠٣

قياس الحذاء	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩
التكرار	٣٤٣٢	٣٠٠٣	٢٠٠٢	١٠٠١	٣٦٤	٩١	١٤	١

عند رسم البيانات في الجدول أعلاه تظهر النتائج في المدرّج التكراريّ على صورة جرس.
ويُسمَّى هذا النوع من التوزيع التكراريّ بالمنحنى الجرسيّ أو منحنى التوزيع الطبيعيّ.



أنشئ المدرّج التكراريّ لكلّ مجموعة بيانات فيما يأتي على ورقة منفصلة، علمًا بأنّ للمجموعتين توزيعًا طبيعيًّا.

١

قياس الحذاء	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١
التكرار	١	٦	١٥	٢٠	١٥	٦	١

٢

قياس الحذاء	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١	٤٢
التكرار	١	٧	٢١	٣٥	٣٥	٢١	٧	١

تبيّن الأعداد المجاورة الصفوف الستة الأولى في مثلث باسكال، في حين يمثِّل كل عدد مجموع العددين أعلاه.

٣ أوجد الصفين السابع والثامن في النمط، ثم حدِّد علاقة الصفين السابع والثامن بالبيانات الواردة في السؤالين ١ وَ ٢؟

١
١ ١
١ ٢ ١
١ ٣ ٣ ١
١ ٤ ٦ ٤ ١
١ ٥ ١٠ ١٠ ٥ ١

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٦

تدريبات إعادة التعليم

التمثيل بالصندوق وطرفيه

يُستعمل التمثيل **بالصندوق وطرفيه** خطّ الأعداد ليبيّن انتشار مجموعة من البيانات، في حين يُرسم الصندوق حول قيم الربيعين، ويمتدّ الطرفان كخطّين مستقيمين يصلان بين الربيعيين والقيم القصوى للبيانات التي لا تكون قيمًا متطرفةً.

مثال **مثّل البيانات ١٢، ١٤، ٨، ١٠، ١، ١٦، ١٠، ١١، ١٠ بالصندوق وطرفيه:**

الخطوة ١: رتّب الأعداد ترتيبًا تصاعديًّا، ثم أوجد الوسيط، الربيع الأدنى، الربيع الأعلى والقيم القصوى التي لا تمثِّل قيمًا متطرفةً.

ترتيب الأعداد: ١، ٨، ١٠، ١٠، ١٠، ١١، ١٢، ١٤، ١٦

القيمة الصغرى = ١ الوسيط ١٠ القيمة العظمى: ١٦

الربيع الأدنى = $\frac{١٠+٨}{٢}$ = ٩ الربيع الأعلى: $\frac{١٢+١٤}{٢}$ = ١٣

المدى الربيعي = ١٣ − ٩ = ٤

الحد الأدنى للقيم المتطرفة = ٩ − ٦ = ٣

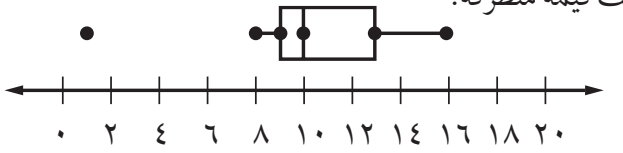
الحد الأعلى للقيم المتطرفة = ١٣ + ٦ = ١٩

القيمة المتطرفة = ١

الخطوة ٢: ارسم خطّ الأعداد على أن يتضمن القيمتين الصغرى والعظمى للبيانات.

الخطوة ٣: حدّد القيم القصوى، والوسيط، والربيع الأدنى، والربيع الأعلى على خطّ الأعداد، وبما أن للبيانات قيمةً متطرّفةً، فحدّد القيمة الصغرى للبيانات التي ليست قيمة متطرفةً.

الخطوة ٤: ارسم الصندوق وطرفيه.



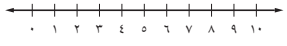
يقسم التمثيل بالصندوق وطرفيه البيانات إلى أربعة أجزاء،

وعلى الرغم من أن أطوال هذه الأجزاء غير متساوية، إلا أن كلّ جزء منها يتضمن ربع البيانات.

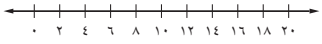
تمارين

مثّل مجموعات البيانات الآتية بالصندوق وطرفيه:

١ ٤، ٧، ٥، ٣، ٩، ٦، ٤



٢ ١٣، ١٢، ١٧، ١٠، ٦، ١١، ١٤



٣ ٢٣، ٣٦، ٢٢، ٣٤، ٣٠، ٢٩، ٢٦، ٢٧، ٣٣

٤ ١٠٨، ١٢٦، ١١٠، ١٠٤، ١٠٦، ١٢٣، ١٤٠، ١٢٢، ١١٤، ١٠٩

الاسم: ..... التاريخ : .....

٦ - ٨

تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة : إنشاء نموذج

تساعدك استراتيجيّة **إنشاء نموذج** في حلّ المسائل. ويمكنك استعمال خطّة الخطوات الأربع في الحلّ جنبًا إلى جنب مع استراتيجيّة إنشاء نموذج.

- **افهم** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطّط** اختر خطةً لحلّ المسألة وقدّر الجواب.
- **حلّ** نفّذ خطّتك لحلّ المسألة.
- **تحقّق** قرّر منطقيّة جوابك بمقارنته مع تقديرك.

مثال **ترغب عائشة في صنع صندوق من قطعة ورق مقوًّى أبعادها ٤ أقدام و٦ بوصات × ٦ أقدام و٦ بوصات، وذلك بقصّ مربّعات من أركانها الأربعة، ثم طيّ جوانب قطعة الورق ولصقها معًا، فما أبعاد المربّعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق، لتحصل على صندوق طوله ٥ أقدام، وعرضه ٣ أقدام ؟**

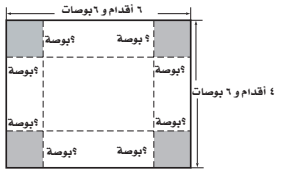
افهم: ترغب عائشة في معرفة أبعاد المربعات التي ستقصها من أركان الورقة لصنع صندوق بعدا قاعدته ٣ أقدام × ٥ أقدام.

خطّط : أنشئ نموذجًا من قطعة ورق، وسجّل عليها القياسات، ارسم قطعًا مستقيمة منقّطة لتبيّن المربعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق.

حلّ: اطرح ٥ أقدام من ٦ أقدام و٦ بوصات واقسم على ٢.

١ قدم و٦ بوصات = ١٨ بوصةً، ١٨ بوصة ÷ ٢ = ٩ بوصات.

يتعيّن أن يكون طول ضلع المربع ٩ بوصات.



تحقق: تحقق من أن عرض الصندوق يحقّق المطلوب في المسألة.

بطرح ١٨ بوصةً أو ١ قدم و٦ بوصات من ٤ أقدام و٦ بوصات، نحصل على ٣ أقدام، وهو ما يمثّل عرض الصندوق المطلوب.

تمارين

حلّ المسألتين ١، ٢ مستعملًا استراتيجية إنشاء نموذج.

١ **إنشاءات:** يُراد عمل حظيرة للدجاج طولها ٢٠ قدمًا، وعرضها ١٦ قدمًا، على أن يقع أحد جوانبها الذي طوله ٢٠ قدمًا على المخزن، أمّا جوانبها الأخرى، فقد صُنعت من سياج معدنيّ مع أعمدة عند كلّ ركن وعلى الجوانب الثلاثة، على أن تكون المسافة بين كلّ عمودين ٤ أقدام. فما طول السياج بالأقدام؟ وما عدد الأعمدة التي نحتاج إليها لصنع حظيرة الدجاج؟

٢ **هندسة :** ما أقلّ عدد من المكعّبات السنتمتريّة التي نحتاج إليها لصنع منشور رباعيّ أبعاده ٤ × ٥ × ٦ سم على أن يكون فارغًا من الداخل؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٦

التدريبات الإثرائية

تحويلات على تمثيل الصندوق وطرفيه

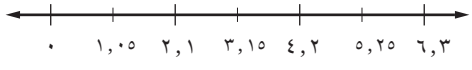
يتغيّر التمثيل نفسه بتغيّر البيانات المستعملة في التمثيل بالصندوق وطرفيه، فعند ضرب كلّ قيمة من قيم البيانات في العامل نفسه، سيتأثّر التمثيل بالصندوق وطرفيه في المقابل. وسوف تتحقّق في هذا النشاط كيف يتأثّر التمثيل بالصندوق وطرفيه عند ضرب قيم البيانات في عامل ما.

ابدأ بالبيانات الآتية:

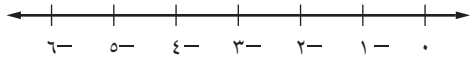
أعمار أطفال بالسنوات

٢، ٣، ٥، ٤، ٦، ٣، ٢، ١، ٠، ٢، ٤، ٣، ٥، ٢، ٦، ٣، ٢

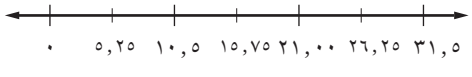
١ مثّل البيانات أعلاه بالصندوق وطرفيه



٢ اضرب كلّ قيمة من القيم السابقة في −١، ثم مثّل البيانات الجديدة بالصندوق وطرفيه.
كيف تأثر شكل الصندوق وطرفيه؟



٣ اضرب كلّ قيمة من قيم البيانات الأصليّة في ٥، ثم مثّل البيانات الجديدة بالصندوق وطرفيه. كيف تأثّر شكل الصندوق وطرفيه؟



الاسم: ..... التاريخ : .....

تدريبات إعادة التعليم

٩ - ٧

التمثيل بالساق والورقة

التمثيل بالساق والورقة

التعبير اللفظيّ: التمثيل **بالساق والورقة** هو إحدى طرائق تنظيم البيانات وتمثيلها، وعند استعمال هذه الطريقة سترتَّب البيانات ترتيبًا تصاعديًّا أو تنازليًّا.

نموذج

تُشكّل الأعداد في المنزلة التي تليها **الأوراق.**

الساق	الورقة
٢	٠ ١ ١ ٢ ٣ ٥ ٥ ٦
٣	١ ٢ ٢ ٣ ٧ ٩
٤	٠ ٣ ٤ ٨ ٨
	٣ | ٧ = ٣٧

تُشكّل الأعداد في المنزلة الكبرى **السيقان.**

مثال **حدائق الحيوانات:** مثِّل البيانات في الجدول المجاور بالساق والورقة.

مساحات بعض حدائق الحيوانات (هكتار)	
الحديقة	المساحة
١	٥٨
٢	٨٥
٣	٩٥
٤	٨٠
٥	٥٥
٦	٨٠
٧	٦٤
٨	٩٠
٩	٧٥
١٠	٩٢

(الهكتار = ١٠٠٠٠ م٢)

الخطوة ١: القيمة الصغرى هي ٥٥، والقيمة العظمى هي ٩٥.
القيمة المنزلية العظمى في العددين هي ضمن منزلة العشرات.
ارسم خطًّا رأسيًّا، ثم سجِّل السيقان من ٥ إلى ٩ إلى يسار الخط.

الساق	الورقة
٥	٨٥
٦	٤
٧	٥
٨	٥٠٠
٩	٥٠٢

الخطوة ٢: اكتب الأوراق المناظرة لكلّ ساق على الجانب الآخر من الخطّ، ففي العدد ٨٥ مثلًا اكتب ٥ إلى يمين الساق ٨.

الخطوة ٣: رتّب الأوراق ترتيبًا تصاعديًّا، وكرّر الورقة بقدر عدد مرات ظهورها في البيانات،
ثم ضع مفتاحًا يوضّح كيف تُقرأ البيانات.

الساق	الورقة
٥	٥٨
٦	٤
٧	٥
٨	٠٠٥
٩	٠٢٥

٨ | ٥ = ٥٨ هكتارًا

تمارين

مثّل بالساق والورقة كلًّا من البيانات الآتية:

١ {٢٧، ٣٥، ٣٩، ٢٧، ٢٤، ٣٣، ١٨، ١٩}

٢ {٩٤، ٨٣، ٨٨، ٧٧، ٩٥، ٩٩، ٨٨، ٨٧}

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٧

تدريبات حلّ المسألة
التمثيل بالساق والورقة

١ سيارات: سجّل مكتب لتأجير السيارات عدد السيارات المؤجّرة خلال أسبوعين، وكانت النتيجة على صورة الجدول الآتي. ما عدد السيقان التي تحتاج إليها لتمثيل هذه البيانات بالساق والورقة؟

الأسبوع الأول	١٥	٨	١٠	٥	٢٠	٣٥	٤٥
الأسبوع الثاني	٩	٣	٧	٨	٢٥	٣٨	٤٣

٢ درجات: يوضّح التمثيل بالساق والورقة الآتي درجات أحد الفصول في اختبار الرياضيات.
أوجد أعلى درجة وأدنى درجة حصل عليها طلاب الفصل، ثم اكتب جملةً تصف بها درجات الفصل.

الساق	الورقة
٥	٤ ٥
٦	٣ ٧ ٨
٧	٠ ١ ٥ ٥ ٨ ٩
٨	٠ ٢ ٣ ٧ ٩
٩	٠ ٣ ٥ ٨ ٨
	٤|٥ = ٥٤٪

٣ مكالمات: مثّل حمزة عدد الدقائق التي يقضيها في التحدث بالهاتف في عدة أيام مستعملًا الساق والورقة.
أي الفئات تقع فيها معظم مكالماته الهاتفية؟

الساق	الورقة
١	٠ ٥
٢	٣ ٤ ٥ ٨ ٩
٣	٠ ٥ ٨
٤	١ ٣ ٥
	٥|١ = ١٥ دقيقةً

٤ كتل: قام المعلم بقياس كتل ١٥ طالبًا من طلاب الصف الثاني المتوسط بالكيلوجرامات فكانت كما يلي:
٣٨، ٤٢، ٤٧، ٤٩، ٤١، ٤٣، ٤٠، ٤٧، ٥٣، ٣٩، ٥٠، ٤٥، ٤٢، ٤٤، ٤٨
مثِّل هذه البيانات بالساق والورقة، ثم حدِّد الفئة التي تقع فيها معظم البيانات.

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٧

التدريبات الإثرائيّة

دول العالم

يتكوّن العالم من ستّ قارات، ويتفاوت عدد الدول في كلّ قارة منها، ويبيِّن الجدول أدناه عدد الدول المستقلّة في كلّ قارة. استعمل هذه المعطيات للإجابة عن الأسئلة الآتية:

عدد الدول في قارات العالم	
القارة	عدد الدول
آسيا	٤٤
أفريقيا	٥٤
أوروبا	٤٧
أمريكا الشمالية والوسطى	٢٣
أمريكا الجنوبية	١٤
أستراليا	١٢

١ مَثِّل البيانات في الجدول مستعملًا لوحة الأعمدة على أن تبيِّن عدد الدول في كل قارة.

٢ مَثِّل البيانات بالساق والورقة.

٣ ما الفرق بين أكبر وأصغر عدد لدول القارات؟

٤ ما المعلومات الأخرى المتّصلة بدول العالم التي يمكنك تمثيلها بالساق والورقة؟

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٨

تدريبات إعادة التعليم

اختيار طريقة التمثيل المناسبة

هناك طرائق عدة لتمثيل البيانات، عُرِض بعضها في الجدول الآتي:

نوع التمثيل	يفضّل استعماله عند
التمثيل بالأعمدة	توضيح عدد القيم لكلّ صنف من أصناف البيانات.
الصندوق وطرفاه	توضيح مقاييس التشتت لمجموعة من البيانات.
القطاعات الدائريّة	مقارنة جزء من البيانات بالنسبة إلى المجموع.
المدرّج التكراريّ	توضيح تكرار البيانات الموزّعة في فئات متساوية.
التمثيل بالخطوط	توضيح تغير البيانات في فترة زمنية معينة.
التمثيل بالنقاط	توضيح تكرار كلّ قيمة من قيم البيانات.
الساق والورقة	عرض قيم البيانات بصورة فرديّة مكثفة.
أشكال فن	توضيح ارتباط المفردات بعضها ببعض.

قبل تحديد طريقة التمثيل المناسبة وجّه إلى نفسك السؤالين الآتيين:

- ما نوع المعطيات في المسألة؟
- ما الذي أريد أن أظهره من خلال الرسم أو طريقة التمثيل؟

عند تمثيل البيانات، تذكّر أنه يمكنك تمثيلها بطريقة أخرى، وعلى الأغلب فهناك أكثر من طريقة مناسبة لتمثيل البيانات.

أمثلة

اختر طريقة التمثيل الأنسب لكل نوع من البيانات فيما يأتي، وبرِّر إجابتك:

١ التغير في عدد مرّات فوز فريق كرة قدم خلال ١٠ سنوات سابقة.

هذه البيانات غير مصنّفة وغير موزّعة في فئات، لكنها ترتبط بتغيّر قيمة الوقت، لذا فإن التمثيل بالخطوط طريقة مناسبة لتمثيل التغير خلال فترة من الزمن.

٢ استهلاك الطاقة في المملكة العربية السعودية مصنّف وفق نوع المستهلك.

في هذه الحالة هناك تصنيفات محدّدة، فإذا أردت أن تظهر كمية الطاقة المستهلكة لكلّ صنف، فاستعمل التمثيل بالأعمدة. وإذا أردت أن تظهر ارتباط كلّ صنف بالنسبة إلى المجموع فاستعمل القطاعات الدائريّة.

تمارين

اختر طريقة التمثيل الأنسب لكل نوع من البيانات فيما يأتي، وبرِّر إجابتك:

١ قيمة التأمين الصحيّ لموظفي شركة خلال السنوات العشر الماضية.

٢ مساحات الأراضي المزروعة في كلّ منطقة من مناطق المملكة مقسّمة إلى فئات متساوية.

الاسم: ..... التاريخ : .....

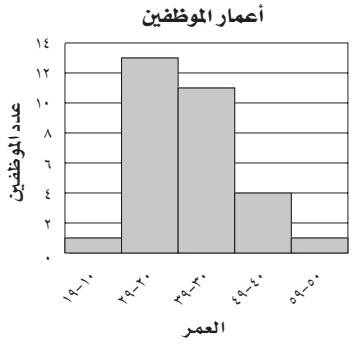
تدريبات حلّ المسألة

٩ - ٨

اختيار طريقة التمثيل المناسبة

أعمار: حلّ المسائل ١–٤ مستعملًا المعطيات الآتية التي تمثّل أعمار الموظفين في شركة برمجيّات، والتي مُثّلت بالمدرّج التكراريّ وبالساق والورقة.

الورقة	الساق
٩	١
١ ٢ ٢ ٤ ٤ ٤ ٥ ٥ ٦ ٦ ٨ ٩	٢
٠ ٠ ٠ ١ ٢ ٣ ٣ ٧ ٨ ٨ ٩	٣
٢ ٥ ٧ ٧	٤
٩|١ = ١٩ سنةً ٣	٥



١ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تزيد أعمارهم على ٢٠ سنةً، وتقل عن ٣٠ سنةً مستعملًا التمثيل بالساق والورقة؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب.

٢ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تقع أعمارهم في الفئة ٣٠ – ٣٩ مستعملًا المدرج التكراريّ؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب.

٣ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تزيد أعمارهم على ٣٦ سنةً، وتقل عن ٤٣ سنةً مستعملًا التمثيل بالساق والورقة؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب.

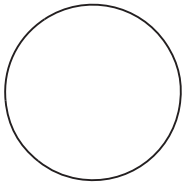
٤ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تقع أعداد بين ٣٦ و٤٣ سنةً مستعملًا المدرج التكراريّ؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب.

٥ **سيارات:** ما النسبة المئويّة للسيارات المبيعة من الأنواع الآتية: صغير ووسط وكبير معًا؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.

نسب السيارات المبيعة في إحدى الوكالات بحسب حجمها			
النوع	النسبة	النوع	النسبة
صغير	٣٧٪	كبير	١٣٪
وسط	٣٣٪	رياضية	١٧٪

٦ **سيارات:** مثّل البيانات التي يتضمّنها الجدول في السؤال ٥ بالقطاعات الدائريّة. وما ميزة استعمال هذه القطاعات؟

نوع / حجم السيارات المبيعة



الاسم: ..... التاريخ : .....

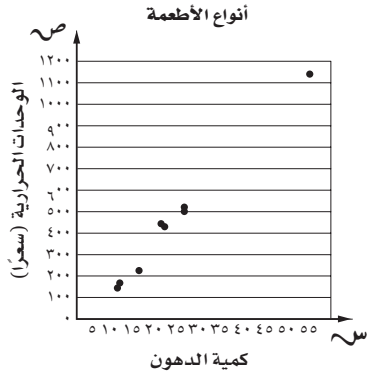
٩ - ٨

التدريبات الإثرائية

تمثيل متغيرين بيانيًّا

تُستعمل مجموعات الأزواج المرتّبة في الإحصاء لتحديد العلاقة التي ترتبط بها النقاط البيانيّة، إذْ يمكننا التنبّؤ بإحداها عن طريق الأخرى، وتُسمَّى اللوحة التي تمثّل هذه الأزواج المرتّبة **لوحة الانتشار**.

نوع الطعام	الدهون (جم)	الوحدات الحرارية (سعرًا)
أ	٢١	٤٢٠
ب	١٤	٢٢٠
جـ	١٩	٤٣٠
د	٢٥	٥٢٠
هـ	٢٥	٥٠٠
و	١٠	١٧٠
ز	٥٤	١١٤٠
ح	٩	١٥٠



من الصعب تحديد أية علاقة بين البيانات من خلال الجدول، على حين يمكنك بسهولة ملاحظة أنه كلّما زادت كميّة الدهون في الطعام، زاد عدد الوحدات الحرارية من خلال لوحة الانتشار.

كوّن لوحة انتشار للبيانات الآتية، واكتب أية ملاحظات تتعلّق بالبيانات:

١ يبيّن الجدول أدناه درجات الطلاب في أحد الاختبارات ومعدّل عدد ساعات مشاهدتهم التلفاز بعد المدرسة:

عدد الساعات	الدرجة
١	٨٧
١,٥	٨٩
٣	٧٢
٢	٧١
٣	٦٥
٥	٥٢
٠,٥	٩٢
٢	٨٥
٤	٦٨
٢,٥	٧٩

ملحق الإجابات

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ١ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة: "إنشاء جدول"

تساعدك استراتيجيّة **إنشاء جدول** على حلّ المسائل.

- **افهم** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطط** اختر خطةً لحلّ المسألة وقدّر الجواب.
- **حل** نفّذ خطتك لحلّ المسألة.
- **تحقق** قرّر منطقية جوابك عن طريق مقارنته بتقديرك له.

مثال **جمع معاذ ٢٠ نوعًا من الصخور والمعادن لعمل مشروع لمادة العلوم، ثم قام بتصنيفها وفق درجة القساوة مستعملًا "مقياس موهس"، وبعد إجراء العديد من الاختبارات سجّل درجات القساوة في قائمة. نظّم هذه القيم في جدول مستعملًا الفئات: ١-٢، ٣-٤، ٥-٦، ٧-٨، ٩-١٠، ثم حدّد فئة درجة القساوة الأكثر شيوعًا.**

٢	١	٥	٣	١٠	٢	٩	٤	٧	٦	٣	٤	٢	٣	٣	١	٥	٦	٣	

افهم لديك قائمة بدرجة قساوة بعض الصخور والمعادن، وتريد معرفة عدد الصخور والمعادن التي تقع ضمن كل فئة من الفئات الخمس، ثم تحديد فئة درجة القساوة الأكثر شيوعًا.

خطّط اعمل جدولًا لتسجيل درجات القساوة لتلك الصخور والمعادن في فئات.

فئة القساوة	الإشارات	التكرار
١ - ٢	𝍸	٥
٣ - ٤	𝍸 |||	٨
٥ - ٦	||||	٤
٧ - ٨	|	١
٩ - ١٠	||	٢

حلّ فئة القساوة الأكثر شيوعًا هي ٣-٤ .

تحقّق اختبر معاذ قساوة ٢٠ نوعًا من الصخور والمعادن، وبما أن مجموع التكرارات في الجدول = ٢٠، فإن الحلّ يبدو منطقيًّا.

تمارين

حُلَّ السؤالين ١، ٢ مستعملًا استراتيجية "إنشاء جدول".

١ **نقود:** تبيّن القائمة الآتية المبالغ المسحوبة (بالريال) بواسطة الصرّاف الآلي في يوم واحد، فما أكثر المبالغ سحبًا:
٢٠٠، ٤٠٠، ٢٠٠، ١٠٠٠، ٣٠٠٠، ٨٠٠، ٤٠٠، ٨٠٠، ١٠٠٠، ١٢٠٠، ٢٠٠، ٤٠٠، ٨٠٠، ١٠٠٠، ٦٠٠، ٦٠٠، ٢٠٠، ٨٠٠، ٤٠٠، ١٠٠٠، ٢٠٠، ٨٠٠، ٤٠٠؟ **٤٠٠ ريال**

٢ **حقائب:** تبيّن القائمة الآتية أسعار حقائب مدرسية (بالريال) بيعت في إحدى المكتبات في يوم واحد، فأي الأسعار الأكثر تكرارًا: ٨٠، ١٦٠، ١٦٠، ٢٠٠، ٨٠، ١٢٠، ١٦٠، ٨٠، ١٢٠، ٢٠٠، ٢٠٠، ١٦٠، ١٢٠، ٨٠، ٨٠، ١٦٠، ١٦٠، ٢٠٠، ١٦٠، ٢٠٠؟ **١٦٠ ريالًا**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ١ تدريبات حلّ المسألة

استراتيجيّة حلّ المسألة: إنشاء جدول

حلّ كلّ مسألة فيما يأتي مستعملًا استراتيجية "إنشاء جدول":

دراسة مسحيّة: لحلّ السؤالين ١، ٢ استعمل المعلومات أدناه والتي تظهر نتائج دراسة أجريت على مجموعة من الأشخاص حول معدل عدد الساعات الأسبوعيّ التي يقضونها في مشاهدة التلفاز.

٣	١٨	١٥	٣	٥	٧	٢٤	١٢	١٠	٥	٢	٣٢	٢٠	٥	٨	١١	٠	١٢		
١٤	٦	٣٠	١١	١٢	١٠	٧	٤	٢٠	٨	١	١٦	٩	٣	٢٢	١٢	٣٢	٠		

١ نظّم البيانات في جدول مستعملًا الفئات ٠ - ١٠، ١١ - ٢٠، ٢١ - ٣٠، وأكثر من ٣٠ ساعة.
أي الفئات تدلّ على عدد ساعات مشاهدة التلفاز الأكثر تكرارًا؟ **٠-١٠**

٢ ما النسبة المئوية لعدد مشاهدي التلفاز الذين يقضون ١٠ ساعات أو أقل في مشاهدة التلفاز أسبوعيًّا؟ **٥٣٪**

٣ **رياضة:** أحرز فريق كرة القدم الأهداف الآتية في عدة مباريات لعبها، فما عدد الأهداف الأكثر تكرارًا: **٣**
٣، ٣، ٥، ٢، ٠، ٢، ٠، ١، ٠، ٢، ٤، ١، ١
٦، ٣، ٣، ٥، ١، ٢، ٠، ٢، ٣، ٠، ٢، ٠، ٢، ٣
٣، ٢، ١، ٣، ٠، ٤، ٣، ٣، ٤، ٥، ٣، ١؟

٤ **دراسة مسحية:** سُئل طلاب الصف الثاني المتوسط عن عدد ساعات نومهم في الليلة الماضية، فما عدد ساعات نومهم الأكثر تكرارًا، إذا كانت إجاباتهم على النحو الآتي: **٩**
٦، ٨، ٧، ٨، ٩، ٦، ١٠، ٨، ٧، ٨، ٩، ٩
٩، ٧، ٩، ٨، ٩، ٦، ١١، ٧، ٨، ٩، ٨، ٩، ٧
٨، ٩، ٦، ١٠، ١٠، ٩، ٨، ٧؟

٥ **مسافات:** المسافة بين المدرسة وبيوت الطلاب مبيّنة أدناه، نظّم هذه البيانات في جدول مستعملًا الفئات الأقلّ من ١ كلم، ١ - ٣, ٩ كلم، ٤ - ٦, ٩ كلم، ٧ كلم فأكثر، ما فئة المسافة الأكثر تكرارًا: **١-٣,٩**
$\frac{١}{٢}$، $٢\frac{١}{٢}$، ٤، ٣، ٢، ١، $١\frac{١}{٢}$، ٢، ٣، $٥\frac{١}{٢}$، ٧، ٦،
$٥\frac{١}{٤}$، ٢، ١، ٢، ١، ٣، $٤\frac{١}{٢}$، $٤\frac{١}{٤}$، $٦\frac{١}{٢}$، ٢، $٣\frac{١}{٢}$،
$٤\frac{١}{٤}$، ٢، ١؟

٦ **درجات:** كانت درجات اختبار الرياضيات على النحو أدناه. نظّم هذه البيانات في جدول مستعملًا الفئات الأقلّ من ٧٠، ٧٠ - ٧٩، ٨٠ - ٨٩، ٩٠ - ١٠٠، ما فئة الدرجات الأكثر تكرارًا: **٨٠-٨٩**
٤٧، ٧١، ٧٥، ٧٠، ٥٩، ٧٨، ٨٨، ٨٢، ٨٩، ٩٢، ٩٩، ٧٨، ٨٨، ٨٢، ٩٢، ٧٠، ٨٥، ٨٠، ٩٠، ١٠٠؟

٨ - ٥ التدريبات الإثرائية

إيجاد التغيّر العكسيّ وصيغته

إذا كنت تعرف الصيغة العامّة لمعادلات التغير الطرديّ وقيمة ثابت التغير، فإنك تستطيع كتابة معادلة تصف نقاط البيانات للتغيّر الطرديّ. انظر إلى الجدول المجاور الذي يبيّن العلاقة بين تغيّر نق مع مح.

نق	مح
١	٦,٢٨
٢	١٢,٥٦
٣	١٨,٨٤
٤	٢٥,١٢
٥	٣١,٤

١ ما ثابت التغيّر؟ **٦,٢٨**

٢ ما العلاقة المألوفة التي تعرّفت إليها في التغيّر الطردي التي يوضحها الجدول؟

تمثّل العلاقة بين نصف قطر الدائرة ومحيطها.

٣ اكتب معادلةً لإيجاد محيط دائرة نصف قطرها نق. **مح = ٦,٢٨ نق**

٤ ماذا يحدث لقيمة ح عند ضرب نق في ٢؟ **تصبح مثلي ما كانت عليه.**

التغيّر العكسيّ تتغيّر ص عكسيًّا مع س عندما ص = $\frac{ك}{س}$. للمتغيّرين س، ص والثابت ك.

يمكن تحديد نوع التغيّر من خلال جدول قيم لـ س وَ ص، فإذا كانت $\frac{ص}{س}$ تساوي قيمة ثابتة فالتغيّر طردي، وأما إذا كانت س ص تساوي قيمة ثابتة فالتغيّر عكسي.

للتمارين ٥ – ٧ حدّد ما إذا كانت كل علاقة ممثَّلة في الجدول أدناه تمثِّل تغيّرًا طرديًّا، أو تغيّرًا عكسيًّا:

٥

س	ص
٦	٢
٤	٣
٣	٤
٢	٦

عكسي

٦

س	ص
١٥	٣
٢٠	٤
٢٥	٥
٣٠	٦

طردي

٧

س	ص
١٢	٤
٦	٨
٣	١٦
٢	٢٤

عكسي

للتمرينين ٨، ٩ حدّد ما إذا كانت كل علاقة ممثَّلة في الجدول أدناه تمثِّل تغيّرًا طرديًّا، أو تغيّرًا عكسيًّا، ثم أوجد ثابت التغير، وأكمل الجدول

٨

س	ص
٢	١٥
٣	٢٢,٥
٤	؟
٥	٣٧,٥

٣٠

طردي، ثابت التغيّر = ٧,٥

٩

س	ص
٢	٣٠
٣	٢٠
٤	١٥
٥	؟

عكسي، ثابت التغيّر = ٦٠

٨ - ٦ تدريبات إعادة التعليم

استراتيجيّة حلّ المسألة: إنشاء نموذج

تساعدك استراتيجيّة **إنشاء نموذج** في حلّ المسائل. ويمكنك استعمال خطّة الخطوات الأربع في الحلّ جنبًا إلى جنب مع استراتيجيّة إنشاء نموذج.

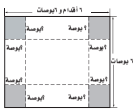
- **افهم** حدّد المعطيات والمطلوب في المسألة.
- **خطّط** اختر خطةً لحلّ المسألة وقدّر الجواب.
- **حلّ** نفّذ خطّتك لحلّ المسألة.
- **تحقّق** قرّر منطقيّة جوابك بمقارنته مع تقديرك.

مثال **ترغب عائشة في صنع صندوق من قطعة ورق مقوًّى أبعادها ٤ أقدام و٦ بوصات × ٦ أقدام و٦ بوصات، وذلك بقصّ مربّعات من أركانها الأربعة، ثم طيّ جوانب قطعة الورق ولصقها معًا، فما أبعاد المربّعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق، لتحصل على صندوق طوله ٥ أقدام، وعرضه ٣ أقدام ؟**

افهم: ترغب عائشة في معرفة أبعاد المربعات التي ستقصها من أركان الورقة لصنع صندوق بعدا قاعدته ٣ أقدام×٥ أقدام.

خطّط: أنشئ نموذجًا من قطعة ورق، وسجّل عليها القياسات، ارسم قطعًا مستقيمة منقّطة لتبيّن المربعات التي ستقصّها من أركان قطعة الورق.

حلّ:



اطرح ٥ أقدام من ٦ أقدام و٦ بوصات واقسم على ٢.

١ قدم و٦ بوصات = ١٨ بوصةً، ١٨ بوصة ÷ ٢ = ٩ بوصات.

يتعيّن أن يكون طول ضلع المربع ٩ بوصات.

تحقق: تحقق من أن عرض الصندوق يحقّق المطلوب في المسألة.

بطرح ١٨ بوصةً أو ١ قدم و٦ بوصات من ٤ أقدام و٦ بوصات، نحصل على ٣ أقدام، وهو ما يمثّل عرض الصندوق المطلوب.

تمارين

حلّ المسألتين ١، ٢ مستعملًا استراتيجية إنشاء نموذج.

١ **إنشاءات:** يُراد عمل حظيرة للدجاج طولها ٢٠ قدمًا، وعرضها ١٦ قدمًا، على أن يقع أحد جوانبها الذي طوله ٢٠ قدمًا على المخزن، أمّا جوانبها الأخرى، فقد صُنعت من سياج معدنيّ مع أعمدة عند كلّ ركن وعلى الجوانب الثلاثة، على أن تكون المسافة بين كلّ عمودين ٤ أقدام. فما طول السياج بالأقدام؟ وما عدد الأعمدة التي نحتاج إليها لصنع حظيرة الدجاج؟

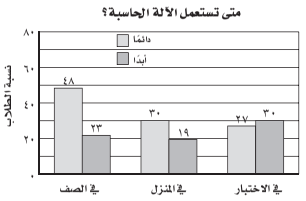
٥٢ قدمًا من السياج و١٤ عمودًا.

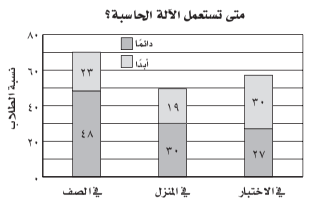
٢ **هندسة:** ما أقلّ عدد من المكعّبات الستمتريّة التي نحتاج إليها لصنع منشور رباعيّ أبعاده ٤× ٥× ٦ سم على أن يكون فارغًا من الداخل؟ **٩٦ مكعبًا**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٢ التدريبات الإثرائيّة
لوحات الأعمدة المزدوجة والأعمدة المتراصة

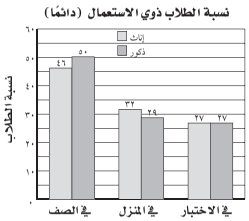
تُستعمل لوحات الأعمدة والمدرّجات التكراريّة عادةً للمقارنة بين مجموعتين من البيانات. وفيما يأتي طريقتان لتمثيل البيانات نفسها وهما: لوحة الأعمدة المزدوجة، ولوحة الأعمدة المتراصة:





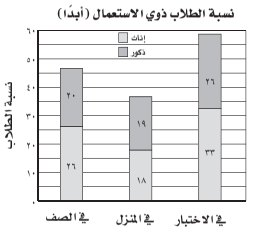
١ مثّل النسب المئوية للطلاب الذين يستعملون الآلة الحاسبة "دائمًا" والموضحة في الجدول أدناه مستعملًا الأعمدة المزدوجة.

مكان الاستعمال	إناث	ذكور
في الصف	٤٦	٥٠
في المنزل	٣٢	٢٩
في الاختبار	٢٧	٢٧



٢ مثّل النسب المئويّة للطلاب الذين لا يستعملون الآلة الحاسبة "أبدًا" والموضحة في الجدول أدناه مستعملًا الأعمدة المتراصة.

مكان الاستعمال	إناث	ذكور
في الصف	٢٦	٢٠
في المنزل	١٨	١٩
في الاختبار	٣٣	٢٦



الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٣ تدريبات إعادة التعليم
القطاعات الدائريّة

تستعمل **القطاعات الدائريّة** لمقارنة أجزاء من البيانات بمجموعة البيانات كلّها.

مثال مثّل البيانات في الجدول المجاور بالقطاعات الدائرية

نتائج مباريات موسم كرة القدم لإحدى الفرق	
النتيجة	النسبة المئوية
فوز	٦٢٪
خسارة	٢٦٪
تعادل	١٢٪

الخطوة١ تتكون الدائرة من ٣٦٠°، وعند ضرب النسب المئوية بعد تحويلها الى كسور عشرية في ٣٦٠ (باستعمال الآلة الحاسبة) تحصل على قياس زاوية كل قطاع من قطاعات الدائرة.

فوز: ٦٢٪ من ٣٦٠= ٠,٦٢ × ٣٦٠ ≈ ٢٢٣°

خسارة: ٢٦٪ من ٣٦٠= ٠,٢٦ × ٣٦٠ ≈ ٩٤°

تعادل: ١٢٪ من ٣٦٠= ٠,١٢ × ٣٦٠ ≈ ٤٣°

الخطوة٢ استعمل الفرجار لرسم دائرة ونصف قطر فيها، ثم استعمل المنقلة لرسم زاوية قياسها ٢٢٣°، ويمثّل هذا القطاع الفوز.

الخطوة٣ استعمل نصف القطر الجديد لرسم زاوية قياسها ٩٤°، ويمثّل هذا القطاع الخسارة، ويمثّل القطاع المتبقي التعادل. ثم سمِّ كل قطاع وأعطِ الرسم عنوانًا مناسبًا.

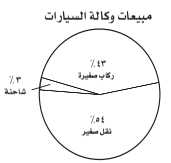
أما عندما تكون النسب المئوية غير معروفة، فيتعين تحديد نسبة كل قطاع إلى الكلّ قبل البدء بحلّ المسألة.

تمارين

مثّل كلًّا من البيانات الآتية بالقطاعات الدائريّة:

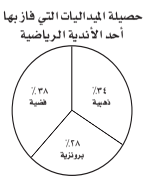
١

مبيعات وكالة سيارات	
نوع السيارة	النسبة المئوية
سيارة ركاب صغيرة	٤٣٪
سيارة نقل صغير	٥٤٪
شاحنة	٣٪



٢

حصيلة الميداليات التي فاز بها أحد الأندية الرياضية	
النوع	العدد
ذهبية	٣٥
فضية	٣٩
برونزية	٢٩

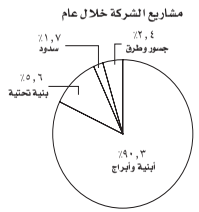


الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٣ تدريبات حلّ المسألة

القطاعات الدائريّة

مشاريع: استعمل الشكل أدناه الذي يظهر مشاريع شركة هندسية خلال عام لحلّ السؤالين ١، ٢.



أرباح: استعمل الجدول أدناه الذي يظهر أرباح مركز تجاريّ خلال عام لحلّ الأسئلة ٣-٦.

القسم	الأرباح
البقالة والخضراوات	١٠٠٠٠٠ ريال
الملابس	٦٠٠٠٠ ريال
الأدوات المنزلية	١٤٠٠٠٠ ريال
الكهربائيات	٥٠٠٠٠٠ ريال
الألعاب	٢٠٠٠٠٠ ريال

١ ما الزاوية التي تمثّل قطاع "البنية التحتيّة"؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة.

٢٠° تقريبًا؛ اضرب ٣٦٠° في ٥٫٦٪ أو في ٠٫٠٥٦

٢ استعمل القطاعات الدائريّة لتصف مشاريع الشركة الهندسيّة.

إجابة ممكنة: معظم مشاريع الشركة هي أبنية وأبراج، أما بقية المشاريع فتمثل ما نسبته ١٠٪ تقريبًا.

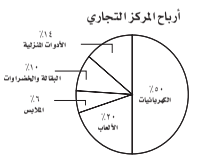
٣ وضّح كيف يمكن أن يساعدك التمثيل بالقطاعات الدائرية على توضيح وإظهار البيانات في الجدول.

إجابة ممكنة: يمكنك مقارنة عناصر كل جزء ببيانات المجموعة جميعها.

٤ حدّد النسبة المئوية التي تمثّلها أرباح كلّ قسم من أقسام المركز التجاريّ.

الملابس: ٦٪، البقالة والخضراوات: ١٠٪، الأدوات المنزليّة: ١٤٪، الكهربائيّات: ٥٠٪، الألعاب: ٢٠٪

٥ مثّل أرباح المركز التجاري بالقطاعات الدائريّة.



٦ استعمل التمثيل في السؤال الخامس لوصف أرباح المركز التجاريّ.

إجابة ممكنة: نصف أرباح المركز التجاريّ من الكهربائيات. وتشكل باقي الأقسام (البقالة والخضراوات، والملابس، والأدوات المنزلية، والألعاب) ٥٠٪ من الأرباح.

الاسم: ..... التاريخ : .....

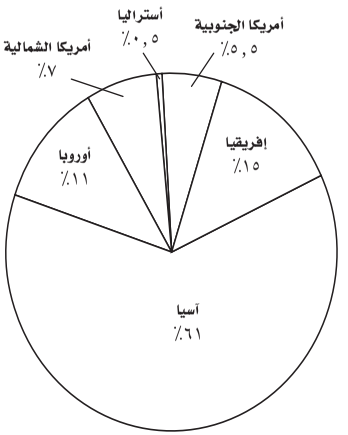
٩ - ٣ التدريبات الإثرائيّة

سكان العالم

بلغ عدد سكان العالم في العام ٢٠١٠م: ٦٨١٤٨١٤٠٠٠ نسمة.

ويبيّن الشكل الآتي التوزيع التقريبي لسكان الكرة الأرضيّة وفق القارّات بالقطاعات الدائريّة.

عدد سكان العالم في العام ٢٠١٠م



حدّد عدد السكان في كلٍّ من القارّات الآتية:

١ إفريقيا ١٠٢٢٢٢٢١٠٠

٢ آسيا ٤١٥٧٠٣٦٥٤٠

٣ أوروبا ٧٤٩٦٢٩٥٤٠

٤ أمريكا الشمالية ٤٧٧٠٣٦٩٨٠

٥ أستراليا ٣٤٠٧٤٠٧٠

٦ أمريكا الجنوبية. ٣٧٤٨١٤٧٧٠

أوجد قياس الزاوية لكل قطاع مما يأتي، مقرّبًا الجواب إلى أقرب درجة :

٧ آسيا ٢٢٠°

٨ أمريكا الشمالية ٢٥°

٩ أستراليا ٢°

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ ـ ٤ تدريبات إعادة التعليم

مقاييس النزعة المركزيّة والمدى

أكثر مقاييس النزعة المركزيّة شيوعًا هي: المتوسط، والوسيط، والمنوال. ويُستعمل المدى أيضًا لوصف مجموعة البيانات. ولحساب **المتوسط الحسابي** لمجموعة بيانات، احسب مجموع البيانات واقسمه على عددها، ولحساب **الوسيط**، رتّب البيانات ترتيبًا تصاعديًّا، ثم أوجد القيمة التي تتوسّط مجموعة البيانات؛ وإذا كان هناك عددان متوسّطان، فأوجد مجموع هذين العددين، واقسمه على ٢، **ومنوال** مجموعة بيانات هو القيمة الأكثر تكرارًا أو شيوعًا، **والمدى** هو الفرق بين القيمتين العظمى والصغرى للبيانات.

مثال **أوجد المتوسط، والوسيط، والمنوال، والمدى لمجموعة البيانات: ٢، ١٠، ١٤، ٨٩، ٢، ٨، ١٤، ٥ التي تمثّل أعمار ٨ أشخاص وقرّب الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.**

المتوسط: $\frac{٢+١٠+١٤+٨٩+٢+٨+١٤+٥}{٨} = ١٨$

متوسط الأعمار = ١٨

الوسيط: رتّب الأعمار تصاعديًّا.

٢ ٢ ٥ ٨ ١٠ ١٤ ١٤ ٨٩

العددان المتوسطان هما: ٨ و ١٠ وبما أن $\frac{٨+١٠}{٢} = ٩$ فإن وسيط الأعمار = ٩

المنوال: تكرر كلّ من العددين ٢ ، ١٤ مرتين؛ إذن هنالك منوالان هما ٢ و ١٤.

المدى: ٨٩ − ٢ = ٨٧

تحدّد الظروف المختلفة لكل مسألة مقياس النزعة المركزيّة أو المدى الأنسب لتمثيل البيانات أو وصفها. ويفضّل استعمال المتوسط عند عدم احتواء البيانات قيمًا متطرفة، ويكون الوسيط مناسبًا عند احتواء البيانات قيمًا متطرّفةً ولا توجد فجوات كبيرة في منتصف البيانات، أما المنوال فيكون مناسبًا عند احتواء البيانات قيمًا متساويةً.

تمارين

أوجد المتوسط، والوسيط، والمنوال والمدى لمجموعات البيانات الآتية، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

١ ٢، ٤، ٥، ١، ٣

٣؛ ٣؛ لا يوجد منوال؛ ٤

٢ ٧، ٥، ٧، ٧، ٦، ٤

٦؛ ٦,٥؛ ٧؛ ٣

٣ ١٨، ١٤، ١٥، ١٤، ١١، ١٢، ١٧

١٤,٤؛ ١٤؛ ١٤؛ ٧

٤ ١٩، ٢٤، ٢٢، ١٦، ١٥، ٢٧، ٢٢، ٢٧

٢١,٥؛ ٢٢؛ ٢٢ و٢٧؛ ١٢

٥ ٢، ٣، ٥، ١، ١، ١، ٢، ٧، ٣، ١، ٠، ٢، ٤، ٢، ٨، ١

١,٩؛ ٢؛ لا يوجد منوال؛ ٢,١

٦ ٣٦، ٣٢، ٣٤، ٣٤، ٣٥، ٣٨، ٣٦، ٣٤

٣٤,٩؛ ٣٤,٥؛ ٣٤؛ ٦

٧ ٣٠، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٠

٣٠؛ ٣٠؛ ٣٠؛ ٢

٨ ٢، ٤، ٢، ٥، ٣، ٢، ٠، ٤، ٦، ٤، ٠، ٦، ٣، ٢، ٣، ٥

٤,٢؛ ٤,٤؛ ٢,٣؛ ٣,٧

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ ـ ٤ تدريبات حلّ المسألة

مقاييس النزعة المركزيّة والمدى

حيوانات: استعمل المعلومات في الجدول أدناه الذي يبيّن متوسط أعمار بعض الثدييات، لحلّ الأسئلة ١-٤ مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

معدل عُمر بعض الثدييات	
الحيوان	متوسط العمر
البابون	٢٠ سنةً
الجمل	١٢ سنةً
الشمبانزي	٢٠ سنةً
البقرة	١٥ سنةً
الماعز	٨ سنوات
الغوريلا	٢٠ سنةً
الغزال	١٠ سنوات

درجات: استعمل المعلومات في الجدول أدناه لحلّ السؤالين ٥ و٦، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

درجات الطلاب في اختبار قصير	
الاسم	الدرجة
حسن	٣
محمود	١
محمد	٤
أحمد	١
سامر	٥
سعيد	٢
ليث	٢

١ أوجد متوسط أعمار الثدييات في الجدول أعلاه، موضّحًا طريقة إيجاده.

إجابة ممكنة: اجمع معدلات أعمار الحيوانات واقسمها على عدد الحيوانات، وسيكون الناتج ١٥ سنةً.

٢ أوجد الوسيط لمجموعة البيانات في الجدول موضحًا طريقة إيجاده.

إجابة ممكنة: رتّب البيانات تصاعديًا، ١٥ سنةً.

٣ أوجد المنوال للبيانات التي في الجدول، موضّحًا طريقة إيجاده.

إجابة ممكنة: انظر إلى القيمة الأكثر تكرارًا بين البيانات، ٢٠ سنةً

٤ ما مقياس النزعة المركزيّة الأكثر تمثيلًا للبيانات؟ وضّح ذلك.

المتوسط أو الوسيط. أما المنوال فهو أعلى قيمةٍ في البيانات.

٥ ما المتوسط، والوسيط، والمنوال والمدى لدرجات الطلاب في اختبار قصير؟

المتوسط: ٢,٦، الوسيط: ٢، المنوالان: ١ و٢، المدى: ٤

٦ أي مقاييس النزعة المركزيّة أكثر تمثيلًا للبيانات؟ وضّح إجابتك.

المتوسط؛ لأن البيانات تتوزع حول هذه القيمة.

٩ ـ ٤ التدريبات الإثرائيّة

المتوسّط والوسيط للبيانات المبوّبة

لإيجاد الوسيط أضف عمودًا إلى الجدول عنوانه التكرار التراكميّ، يمثل مجموع التكرارات قبل ذلك الصف بالإضافة إلى تكرار الصف نفسه.

ويكون العدد الأخير في عمود التكرار التراكميّ هو عدد البيانات، الذي يساوي في هذا المثال ٧٥، ولذا فإن الوسيط هو القيمة الثامنة والثلاثون، أي أن الوسيط يقع في الفئة ٣٠ –٣٩.

العينات المأخوذة لدراسة إحصائية حول الاستماع للإذاعة		
الأعمار	التكرار	التكرار التراكمي
١٠–١٩	٢٠	٢٠
٢٠–٢٩	١٧	٣٧
٣٠–٣٩	٢٣	٦٠
٤٠–٤٩	١٥	٧٥

أمّا لإيجاد المتوسط، فاضرب التكرار لكلّ فئة في مركز تلك الفئة، ثم اقسم الناتج على عدد البيانات.

$$\frac{(٢٠\times ١٤,٥)+(١٧\times ٢٤,٥)+(٢٣\times ٣٤,٥)+(١٥\times ٤٤,٥)}{٧٥}=٢٨,٩$$

أوجد المتوسط الحسابيّ وفئة الوسيط، مقرّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة لكل سؤال مما يأتي:

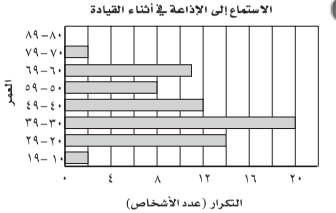
١ أضف البيانات الآتية إلى الجدول في المثال السابق: فئات الأعمار: ٥٠–٥٩، ٦٠–٦٩ ، ٧٠–٧٩، ٨٠–٨٩، وعدد الأشخاص في هذه الفئات بالترتيب ١١ ، ١٦، ١٩، ٤ . **يقع الوسيط في الفترة ٤٠-٤٩، المتوسّط ٤٤,٤**

٢ الأشخاص الذين يفضّلون إحدى المحطات الإذاعيّة.

العمر	١٠–١٩	٢٠–٢٩	٣٠–٣٩	٤٠–٤٩	٥٠–٥٩	٦٠–٦٩	٧٠–٧٩	٨٠–٨٩
التكرار	٤	١٠	١٤	٥	٦	٥	٤	٢

يقع الوسيط في الفترة ٣٠-٣٩، المتوسّط ٤٢,٥

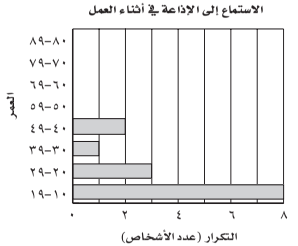
٣ الاستماع إلى الإذاعة في أثناء القيادة



الوسيط في الفترة: ٣٠-٣٩

المتوسط: ٤١,٩

٤ الاستماع إلى الإذاعة في أثناء العمل



الوسيط في الفترة: ١٠-١٩

المتوسط: ٢٢,٤

٩ ـ ٥ تدريبات إعادة التعليم

مقاييس التشتت

الربيع الأدنى هو وسيط النصف الأدنى من البيانات، **والربيع الأعلى** هو وسيط النصف الأعلى من البيانات، **والمدى الربيعي** هو الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى.

مثال ١ **أوجد المدى، والوسيط، والربيعين الأعلى والأدنى والمدى الربيعيّ لمجموعة البيانات:**

١٣، ٢٠، ١٨، ١٢، ٢١، ٢، ١٨، ١٧، ١٥، ١٠، ١٤

القيمة العظمى لمجموعة البيانات ٢١، والقيمة الصغرى ٢، والمدى= ٢١–٢=١٩.

لإيجاد الربيعيات رتّب القيم تصاعديًّا.

٢ ١٠ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٧ ١٨ ١٨ ٢٠ ٢١

الوسيط هو ١٥، القيم الأقل من ١٥ هي :٢، ١٠، ١٢، ١٣، ١٤، ووسيط هذه القيم هو ١٢، لذا فإن الربيع الأدنى هو ١٢، والقيم الأكبر من ١٥ هي:١٧ ، ١٨ ،١٨ ، ٢٠ ،٢١، ووسيط هذه القيم هو ١٨، لذا فإن الربيع الأعلى هو ١٨، والمدى الربيعي هو ١٨ – ١٢=٦.

يوجد في بعض مجموعات البيانات قيم أكبر أو أقلّ بكثير من باقي قيم المجموعة. والبيانات التي تزيد على الربيع الأعلى أو تقل عن الربيع الأدنى بـ (١,٥ × المدى الربيعيّ) تُعدُّ **قيمًا متطرفة**.

مثال ٢ **أوجد القيم المتطرفة لمجموعة البيانات في المثال ١.**

المدى الربيعيّ هو ١٨–١٢= ٦.

اضرب المدى الربيعيّ في ١,٥ ٦ × ١,٥ = ٩

جميع القيم التي تزيد بـ ٩ على الربيع الأعلى أو تقلّ بـ ٩ عن الربيع الأدنى.

اطرح ٩ من الربيع الأدنى ١٢–٩=٣.

أضف ٩ إلى الربيع الأعلى ١٨+٩= ٢٧.

حدود القيم المتطرّفة هي ٣ و ٢٧. القيمة الوحيدة خارج هذا المدى هي ٢، لذا فإن ٢ هي القيمة المتطرفة الوحيدة.

تمارين

أوجد المدى، والوسيط، والربيعين الأعلى والأدنى، والمدى الربيعيّ، والقيم المتطرّفة لمجموعات البيانات الآتية:

١ ١٤، ١٦، ١٨، ٢٤، ١٩، ١٥، ١٣

١١؛ ١٦؛ ١٤,١٩؛ ٥؛ لا توجد قيم متطرّفة.

٢ ٢٩، ٢٧، ٢٤، ٢٨، ٣٠، ٥١، ٢٨

٢٧؛ ٢٨؛ ٣٠؛ ٣؛ ٥١

٣ ٥٧، ٦٠، ٤٣، ٥٥، ٤٦، ٤٣، ٦٢، ٣١

٣١؛ ٥٠,٥؛ ٥٨,٥؛ ٤٣؛ ١٥,٥؛ لا توجد قيم متطرّفة.

٤ ٩١، ٩٢، ٨٨، ٨٩، ٩٣، ٩٥، ٦٥، ٨٥، ٩١

٣٠؛ ٩١؛ ٩٢,٥؛ ٨٦,٥؛ ٦؛ ٦٥

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ ـ ٥ تدريبات حلّ المسألة

مقاييس التشتت

مبيعات : استعمل الجدول أدناه لحل الأسئلة ١–٤:

مبيعات متجر في عام ١٤٣٤ هـ (بالمئة ألف ريال)											
المحرم	صفر	ربيع الأول	ربيع الآخر	جمادى الأولى	جمادى الآخرة	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذو القعدة	ذو الحجة
٤٩	٢٧	٣٥	٣١	٣٤	٢٣	٣٤	٢٠	٤٨	٣٢	٢٤	٢١

١ أوجد مدى البيانات موضّحًا كيفّية إيجاده.

إجابة ممكنة: اطرح القيمة الصغرى ٢٠ من القيمة العظمى ٤٩؛ ٢٩.

٢ أوجد الوسيط، الربيع الأعلى، الربيع الأدنى، والمدى الربيعيّ لمبيعات المتجر.

٣١,٥؛ ٣٤,٥؛ ٢٣,٥؛ ١١

٣ أوجد حدود القيم المتطرفة، ثم صف كيفيّة إيجادها.

اضرب المدى الربيعي في ١,٥، ثم اطرح الناتج من الربيع الأدنى، وأضيفه إلى الربيع الأعلى؛ ٧ وَ ٥١

٤ هل هناك أيّ قيم متطرّفة في مبيعات المتجر؟ وما هذه القيم؟ وضّح إجابتك.

لا؛ لا توجد أي قيمة أقل من ٧ أو أكبر من ٥١

درجات : استعمل البيانات في الجدول أدناه التي تظهر درجات طلاب الصف الثاني المتوسط في اختبار الرياضيات لحل السؤالين ٥ و٦.

٨٤	٨٦	٧٧	٩٧	٨٨
٨٩	٩٤	٨٩	٨١	٩٠
٨٠	٧٥	٩١	٨٣	٨٥

٥ أوجد المدى والوسيط والربيع الأعلى والربيع الأدنى والمدى الربيعيّ لدرجات الاختبار.

٢٢؛ ٨٦؛ ٩٠؛ ٨١؛ ٩

٦ هل هناك أيّ قيم متطرّفة لهذه البيانات؟ وضّح إجابتك.

لا؛ لا توجد درجات أقل من ٦٧,٥ أو أكبر من ١٠٣,٥

الاسم: ..... التاريخ : .....

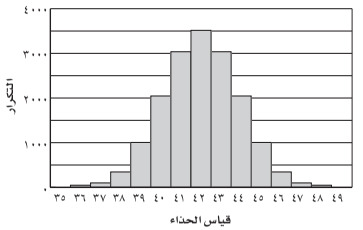
٩ ـ ٥ التدريبات الإثرائيّة

المنحنى الجرسيّ ومثلث باسكال

قياس الحذاء	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١
التكرار	١	١٤	٩١	٣٦٤	١٠٠١	٢٠٠٢	٣٠٠٣

قياس الحذاء	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩
التكرار	٣٤٣٢	٣٠٠٣	٢٠٠٢	١٠٠١	٣٦٤	٩١	١٤	١

عند رسم البيانات في الجدول أعلاه تظهر النتائج في المدرّج التكراريّ على صورة جرس. ويُسمَّى هذا النوع من التوزيع التكراريّ بالمنحنى الجرسيّ أو منحنى التوزيع الطبيعيّ.



أنشئ المدرّج التكراريّ لكلّ مجموعة بيانات فيما يأتي على ورقة منفصلة، علمًا بأنّ للمجموعتين توزيعًا طبيعيًّا.

١

قياس الحذاء	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١
التكرار	١	٦	١٥	٢٠	١٥	٦	١

٢

قياس الحذاء	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١	٤٢
التكرار	١	٧	٢١	٣٥	٣٥	٢١	٧	١

انظر إجابات الطلاب.

تبيّن الأعداد المجاورة الصفوف الستة الأولى في مثلث باسكال، في حين يمثّل كل عدد مجموع العددين أعلاه.

٣ أوجد الصفين السابع والثامن في النمط، ثم حدِّد علاقة الصفين السابع والثامن بالبيانات الواردة في السؤالين ١ وَ ٢؟

الصفان السابع و الثامن لهما التكرارات نفسها في السؤالين ١ و٢.

```
                1
              1   1
            1   2   1
          1   3   3   1
        1   4   6   4   1
      1   5  10  10   5   1
    1   6  15  20  15   6   1
  1   7  21  35  35  21   7   1
```

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٦ تدريبات إعادة التعليم
التمثيل بالصندوق وطرفيه

يُستعمل التمثيل **بالصندوق وطرفيه** خطّ الأعداد ليبيّن انتشار مجموعة من البيانات، في حين يُرسم الصندوق حول قيم الربيعين، ويمتدّ الطرفان كخطّين مستقيمين يصلان بين الربيعيين والقيم القصوى للبيانات التي لا تكون قيمًا متطرفةً.

مثال **مثّل البيانات ١٢، ١٤، ٨، ١٠، ١، ١٦، ١٠، ١١، ١٠ بالصندوق وطرفيه:**

الخطوة ١: رتّب الأعداد ترتيبًا تصاعديًّا، ثم أوجد الوسيط، الربيع الأدنى، الربيع الأعلى والقيم القصوى التي لا تمثّل قيمًا متطرفةً.

ترتيب الأعداد: ١، ٨، ١٠، ١٠، ١٠، ١١، ١٢، ١٤، ١٦

القيمة الصغرى = ١ الوسيط ١٠ القيمة العظمى: ١٦

الربيع الأدنى = $\frac{١٠+٨}{٢}$ = ٩ الربيع الأعلى: $\frac{١٢+١٤}{٢}$ = ١٣

المدى الربيعي = ١٣ − ٩ = ٤

الحد الأدنى للقيم المتطرفة = ٩ − ٦ = ٣

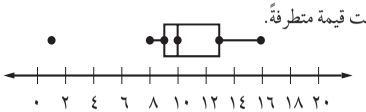
الحد الأعلى للقيم المتطرفة = ١٣ + ٦ = ١٩

القيمة المتطرفة = ١

الخطوة ٢: ارسم خطّ الأعداد على أن يتضمن القيمتين الصغرى والعظمى للبيانات.

الخطوة ٣: حدّد القيم القصوى، والوسيط، والربيع الأدنى، والربيع الأعلى على خطّ الأعداد، وبما أن للبيانات قيمةً متطرّفةً، فحدّد القيمة الصغرى للبيانات التي ليست قيمة متطرفةً.

الخطوة ٤: ارسم الصندوق وطرفيه.

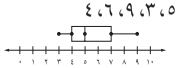


يقسم التمثيل بالصندوق وطرفيه البيانات إلى أربعة أجزاء،
وعلى الرغم من أن أطوال هذه الأجزاء غير متساوية، إلا أن كلّ جزء منها يتضمن ربع البيانات.

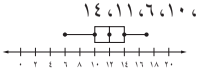
تمارين

مثّل مجموعات البيانات الآتية بالصندوق وطرفيه:

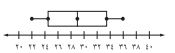
١) ٤، ٧، ٥، ٣، ٩، ٦، ٤



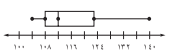
٢) ١٣، ١٢، ١٧، ١٠، ٦، ١١، ١٤



٣) ٢٣، ٣٦، ٢٢، ٣٤، ٣٠، ٢٩، ٢٦، ٢٧، ٣٣



٤) ١٠٨، ١٢٦، ١١٠، ١٠٤، ١٠٦، ١٢٣، ١٤٠، ١٢٢، ١٠٩، ١١٤

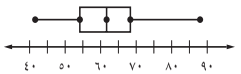


الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٦ تدريبات حلّ المسألة
التمثيل بالصندوق وطرفيه

استعمل رسم الصندوق وطرفيه المجاور لحلّ الأسئلة ١-٤.

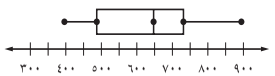
أعمار مجموعة من الأشخاص



١) وضّح كيف يمكنك استعمال رسم الصندوق وطرفيه لتحديد ما إذا كان هناك أية قيم متطرّفة في البيانات، ثم حدّد تلك القيم إن وجدت. **تظهر القيم المتطرّفة على جانبي الصندوق، وتكون غير متّصلة بالطرف القصير أو الطويل. لا توجد قيم متطرفة.**	٢) صف توزيع البيانات. وماذا تستنتج عن أعمار هؤلاء الأشخاص؟ **إجابة ممكنة: ال $\frac{٣}{٤}$ القيم الدنيا موزعة بالتساوي تقريبًا في حين أن الربع الأعلى أكثر انتشارًا.**
٣) ما نسبة الأشخاص الذين لا تقلّ أعمارهم عن ٥٤ سنةً؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة. **٧٥٪، الربيع الأدنى: ٥٤، ٧٥٪ من البيانات أعلى من الربيع الأدنى.**	٤) هل يمكنك من خلال رسم الصندوق وطرفيه تحديد ما إذا كان هناك أي شخص عمره ٦٥ سنةً بالضبط؟ وضّح إجابتك. **لا؛ القيم الوحيدة التي يمكن معرفتها من الصندوق وطرفيه هي القيم القصوى والقيم المتطرفة فقط.**

استعمل رسم الصندوق وطرفيه المجاور لحل السؤالين ٥ و ٦.

أعداد الطلاب في عدة مدارس



٥) حدّد ما إذا كانت هناك أية قيم متطرفة. **لا توجد قيم متطرّفة.**	٦) صف توزيع البيانات. وماذا تستنتج من أعداد الطلاب في المدرسة؟ **إجابة ممكنة: النصف العلوي والنصف السفلي يتوزعان بالتساوي تقريبًا، ويظهر أيضًا أن البيانات بين الربيع الأدنى والوسيط أكثر تباعدًا وانتشارًا من تلك التي تقع بين الوسيط والربيع الأعلى.**

الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٦ التدريبات الإثرائية

تحويلات على تمثيل الصندوق وطرفيه

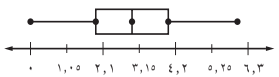
يتغيّر التمثيل نفسه بتغيّر البيانات المستعملة في التمثيل بالصندوق وطرفيه، فعند ضرب كلّ قيمة من قيم البيانات في العامل نفسه، سيتأثّرالتمثيل بالصندوق وطرفيه في المقابل. وسوف تتحقّق في هذا النشاط كيف يتأثّر التمثيل بالصندوق وطرفيه عند ضرب قيم البيانات في عامل ما.

ابدأ بالبيانات الآتية:

أعمار أطفال بالسنوات

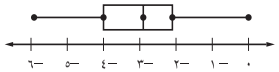
٢، ٣، ٥، ٤، ٦، ٣، ٢، ١، ٠، ٢، ٤، ٣، ٥، ٢، ٦، ٣، ٢

١ مثّل البيانات أعلاه بالصندوق وطرفيه

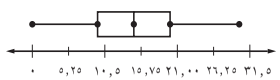


٢ اضرب كلّ قيمة من القيم السابقة في −١، ثم مثّل البيانات الجديدة بالصندوق وطرفيه.

كيف تأثّر شكل الصندوق وطرفيه؟ **شكل الصندوق وطرفيه الجديد هو انعكاس للشكل الأصلي.**



٣ اضرب كلّ قيمة من قيم البيانات الأصليّة في ٥، ثم مثّل البيانات الجديدة بالصندوق وطرفيه. كيف تأثّر شكل الصندوق وطرفيه؟ **حدث تمدّد لشكل الصندوق وطرفيه، أصبح الوسيط أكبر، والمدى أكبر، وكلاهما مضروب في ٥.**



الاسم: ..... التاريخ : .....

٩ - ٧ تدريبات إعادة التعليم

التمثيل بالساق والورقة

التمثيل بالساق والورقة

التعبير اللفظيّ: التمثيل **بالساق والورقة** هو إحدى طرائق تنظيم البيانات وتمثيلها، وعند استعمال هذه الطريقة سترتَّب البيانات ترتيبًا تصاعديًّا أو تنازليًّا.

نموذج

تُشكّل الأعداد في المنزلة التي تليها الأوراق.

الورقة	الساق
٦ ٥ ٥ ٣ ٢ ١ ١ ٠	٢
٩ ٧ ٣ ٢ ٢ ١ ٢ ١	٣
٨ ٨ ٤ ٣ ٠ ٣	٤

٣ | ٧ = ٣٧

تُشكّل الأعداد في المنزلة الكبرى السيقان.

مثال **حدائق الحيوانات:** مثّل البيانات في الجدول المجاور بالساق والورقة.

مساحات بعض حدائق الحيوانات (هكتار)	
الحديقة	المساحة
١	٥٨
٢	٨٥
٣	٩٥
٤	٨٠
٥	٥٥
٦	٨٠
٧	٦٤
٨	٩٠
٩	٧٥
١٠	٩٢

(الهكتار = ١٠٠٠٠ م٢)

الخطوة ١: القيمة الصغرى هي ٥٥، والقيمة العظمى هي ٩٥. القيمة المنزلية العظمى في العددين هي ضمن منزلة العشرات.

ارسم خطًّا رأسيًّا، ثم سجِّل السيقان من ٥ إلى ٩ إلى يسار الخط.

الورقة	الساق
٨٥	٥
٤	٦
٥	٧
٥٠٠	٨
٥٠٢	٩

الخطوة ٢: اكتب الأوراق المناظرة لكلّ ساق على الجانب الآخر من الخطّ، ففي العدد ٨٥ مثلًا اكتب ٥ إلى يمين الساق ٨.

الخطوة ٣: رتّب الأوراق ترتيبًا تصاعديًّا، وكرّر الورقة بقدر عدد مرات ظهورها في البيانات، ثم ضع مفتاحًا يوضّح كيف تُقرأ البيانات.

الورقة	الساق
٥٨	٥
٤	٦
٥	٧
٠٠٥	٨
٠٢٥	٩

٨ | ٥ = ٥٨ هكتارًا

تمارين

مثّل بالساق والورقة كلًّا من البيانات الآتية:

١ {٢٧، ٣٥، ٣٩، ٢٧، ٢٤، ٣٣، ١٨، ١٩}

الورقة	الساق
٨٩	١
٧٧٤	٢
٩٥٣	٣

٤ | ٢ = ٢٤

٢ {٩٤، ٨٣، ٨٨، ٧٧، ٩٥، ٩٩، ٨٨، ٨٧}

الورقة	الساق
٧	٧
٨٨٢٧	٨
٩٥٤	٩

٥ | ٨ = ٨٥

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٩ تدريبات حلّ المسألة
التمثيل بالساق والورقة

١ سيارات: سجّل مكتب لتأجير السيارات عدد السيارات المؤجّرة خلال أسبوعين، وكانت النتيجة على صورة الجدول الآتي. ما عدد السيقان التي تحتاج إليها لتمثيل هذه البيانات بالساق والورقة؟

الأسبوع الأول	١٥	٨	١٠	٥	٢٠	٣٥	٤٥
الأسبوع الثاني	٩	٣	٧	٨	٢٥	٣٨	٤٣

٥

٢ درجات: يوضّح التمثيل بالساق والورقة الآتي درجات أحد الفصول في اختبار الرياضيات. أوجد أعلى درجة وأدنى درجة حصل عليها طلاب الفصل، ثم اكتب جملةً تصف بها درجات الفصل.

الورقة	الساق
٤ ٥	٥
٣ ٧ ٨	٦
٠ ١ ٥ ٥ ٨ ٩	٧
٠ ٢ ٣ ٧ ٩	٨
٠ ٣ ٥ ٨ ٨	٩
٤|٥ = ٥٤٪	

أدنى درجة: ٥٤، أعلى درجة: ٩٨؛ إجابة ممكنة: ١٦ طالبًا من ٢١ طالبًا حصلوا على ٧٠٪ أو أكثر في الاختبار.

٣ مكالمات: مثّل حمزة عدد الدقائق التي يقضيها في التحدث بالهاتف في عدة أيام مستعملًا الساق والورقة. أي الفئات تقع فيها معظم مكالماته الهاتفية؟

الورقة	الساق
٠ ٥	١
٣ ٤ ٥ ٨ ٩	٢
٠ ٥ ٨	٣
١ ٣ ٥	٤
٥|١ = ١٥ دقيقةً	

٢٣-٢٩ دقيقةً

٤ كتل: قام المعلم بقياس كتل ١٥ طالبًا من طلاب الصف الثاني المتوسط بالكيلوجرامات فكانت كما يلي:
٣٨، ٤٢، ٤٧، ٤٩، ٤١، ٤٣، ٤٠، ٤٧، ٥٣، ٣٩، ٥٠، ٤٥، ٤٢، ٤٤، ٤٨
مثّل هذه البيانات بالساق والورقة، ثم حدّد الفئة التي تقع فيها معظم البيانات.

الورقة	الساق
٨٩	٣
٠١٢٢٣٤٥٧٧٩	٤
٠٣	٥

٨ | ٣ = ٣٨ كجم
معظم البيانات تقع في الفئة ٤٠ كجم إلى ٤٩ كجم

الاسم: ..... التاريخ : .....

٧ - ٩ التدريبات الإثرائيّة
دول العالم

يتكوّن العالم من ستّ قارات، ويتفاوت عدد الدول في كلّ قارة منها، ويبيِّن الجدول أدناه عدد الدول المستقلّة في كلّ قارة. استعمل هذه المعطيات للإجابة عن الأسئلة الآتية:

عدد الدول في قارات العالم	
القارة	عدد الدول
آسيا	٤٤
أفريقيا	٥٤
أوروبا	٤٧
أمريكا الشمالية والوسطى	٢٣
أمريكا الجنوبية	١٤
أستراليا	١٢

١ مَثِّل البيانات في الجدول مستعملًا لوحة الأعمدة على أن تبيِّن عدد الدول في كل قارة.

انظر أعمال الطلاب.

٢ مَثِّل البيانات بالساق والورقة.

عدد الدول في قارات العالم

الورقة	الساق
٢٤	١
٣	٢
	٣
٤٧	٤
٣	٥

٢|١ = ١٢ دولة

٣ ما الفرق بين أكبر وأصغر عدد لدول القارات؟ ٥٤-١٢=٤٢

٤ ما المعلومات الأخرى المتّصلة بدول العالم التي يمكنك تمثيلها بالساق والورقة؟

إجابة ممكنة: أعداد البحيرات في كلّ قارة

الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٩ تدريبات إعادة التعليم

اختيار طريقة التمثيل المناسبة

هناك طرائق عدة لتمثيل البيانات، عُرِض بعضها في الجدول الآتي:

نوع التمثيل	يفضّل استعماله عند
التمثيل بالأعمدة	توضيح عدد القيم لكلّ صنف من أصناف البيانات.
الصندوق وطرفاه	توضيح مقاييس التشتت لمجموعة من البيانات.
القطاعات الدائريّة	مقارنة جزء من البيانات بالنسبة إلى المجموع.
المدرّج التكراريّ	توضيح تكرار البيانات الموزّعة في فئات متساوية.
التمثيل بالخطوط	توضيح تغير البيانات في فترة زمنية معينة.
التمثيل بالنقاط	توضيح تكرار كلّ قيمة من قيم البيانات.
الساق والورقة	عرض قيم البيانات بصورة فرديّة مكثفة.
أشكال فن	توضيح ارتباط المفردات بعضها ببعض.

قبل تحديد طريقة التمثيل المناسبة وجّه إلى نفسك السؤالين الآتيين:

- ما نوع المعطيات في المسألة؟
- ما الذي أريد أن أظهره من خلال الرسم أو طريقة التمثيل؟

عند تمثيل البيانات، تذكّر أنه يمكنك تمثيلها بطريقة أخرى، وعلى الأغلب فهناك أكثر من طريقة مناسبة لتمثيل البيانات.

أمثلة **اختر طريقة التمثيل الأنسب لكل نوع من البيانات فيما يأتي، وبرِّر إجابتك:**

١ التغير في عدد مرّات فوز فريق كرة قدم خلال ١٠ سنوات سابقة.

هذه البيانات غير مصنّفة وغير موزّعة في فئات، لكنها ترتبط بتغيّر قيمة الوقت، لذا فإن التمثيل بالخطوط طريقة مناسبة لتمثيل التغير خلال فترة من الزمن.

٢ استهلاك الطاقة في المملكة العربية السعودية مصنّف وفق نوع المستهلك.

في هذه الحالة هناك تصنيفات محدّدة، فإذا أردت أن تظهر كمية الطاقة المستهلكة لكلّ صنف، فاستعمل التمثيل بالأعمدة. وإذا أردت أن تظهر ارتباط كلّ صنف بالنسبة إلى المجموع فاستعمل القطاعات الدائريّة.

تمارين

اختر طريقة التمثيل الأنسب لكل نوع من البيانات فيما يأتي، وبرِّر إجابتك:

١ قيمة التأمين الصحيّ لموظفي شركة خلال السنوات العشر الماضية. **التمثيل بالأعمدة أو التمثيل بالخطوط.**

٢ مساحات الأراضي المزروعة في كلّ منطقة من مناطق المملكة مقسّمة إلى فئات متساوية. **المدرج التكراري.**

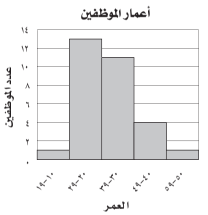
الاسم: ..... التاريخ : .....

٨ - ٩ تدريبات حلّ المسألة

اختيار طريقة التمثيل المناسبة

أعمار: حلّ المسائل ١-٤ مستعملًا المعطيات الآتية التي تمثّل أعمار الموظفين في شركة برمجيّات، والتي مُثّلت بالمدرّج التكراريّ وبالساق والورقة.

الورقة	الساق
٩	١
١٢٢٤٤٤٥٥٦٦٨٩	٢
٠٠٠١٢٣٣٧٨٨٩	٣
٢٥٧٧	٤
٩|١ = ١٩ سنةً ٣	٥



١ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تزيد أعمارهم على ٢٠ سنةً، وتقل عن ٣٠ سنةً مستعملًا التمثيل بالساق والورقة؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب. **نعم؛ ١٣**

٢ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تقع أعمارهم في الفئة ٣٠ - ٣٩ مستعملًا المدرج التكراريّ؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب. **نعم؛ ١١**

٣ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تزيد أعمارهم على ٣٦ سنةً، وتقل عن ٤٣ سنةً مستعملًا التمثيل بالساق والورقة؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب. **نعم؛ ٥**

٤ هل يمكنك تحديد عدد الموظفين الذين تقع أعداد بين ٣٦ و٤٣ سنةً مستعملًا المدرج التكراريّ؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما عددهم؟ وإذا كانت لا، فاذكر السبب. **لا؛ لا نستطيع معرفة أعمار الموظفين بالتحديد، وإنما معرفة العدد ضمن الفئة فقط.**

٥ **سيارات:** ما النسبة المئويّة للسيارات المبيعة من الأنواع الآتية: صغير ووسط وكبير معًا؟ وضّح كيف توصّلت إلى الإجابة. **اجمع نسب الصغير والوسط والكبير.**

نسب السيارات المبيعة في إحدى الوكالات بحسب حجمها			
النوع	النسبة	النوع	النسبة
صغير	٣٧٪	كبير	١٣٪
وسط	٣٣٪	رياضية	١٧٪

٦ **سيارات:** مثّل البيانات التي يتضمّنها الجدول في السؤال ٥ بالقطاعات الدائريّة. وما ميزة استعمال هذه القطاعات؟

نوع / حجم السيارات المبيعة

تقارن القطاعات الدائرية مبيعات كل نوع بالنسبة إلى المبيعات الكلية.

الاسم: ..... التاريخ : .....

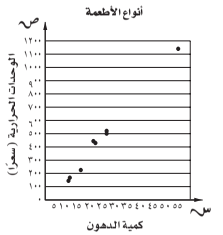
٨ - ٩

التدريبات الإثرائية

تمثيل متغيرين بيانيًّا

تُستعمل مجموعات الأزواج المرتّبة في الإحصاء لتحديد العلاقة التي ترتبط بها النقاط البيانيّة، إذْ يمكننا التنبّؤ بإحداها عن طريق الأخرى، وتُسمَّى اللوحة التي تمثّل هذه الأزواج المرتّبة **لوحة الانتشار**.

نوع الطعام	الدهون (جم)	الوحدات الحرارية (سعرًا)
أ	٢١	٤٢٠
ب	١٤	٢٢٠
جـ	١٩	٤٣٠
د	٢٥	٥٢٠
هـ	٢٥	٥٠٠
و	١٠	١٧٠
ز	٥٤	١١٤٠
ح	٩	١٥٠

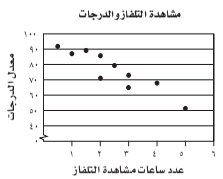


من الصعب تحديد أية علاقة بين البيانات من خلال الجدول، على حين يمكنك بسهولة ملاحظة أنه كلّما زادت كميّة الدهون في الطعام، زاد عدد الوحدات الحرارية من خلال لوحة الانتشار.

كوّن لوحة انتشار للبيانات الآتية، واكتب أية ملاحظات تتعلّق بالبيانات:

١ يبيّن الجدول أدناه درجات الطلاب في أحد الاختبارات ومعدّل عدد ساعات مشاهدتهم التلفاز بعد المدرسة:

عدد الساعات	الدرجة
١	٨٧
١,٥	٨٩
٣	٧٢
٢	٧١
٣	٦٥
٥	٥٢
٠,٥	٩٢
٢	٨٥
٤	٦٨
٢,٥	٧٩



بصورة عامّة تنقص درجة الطالب كلما زادت عدد ساعات مشاهدته التلفاز.