-!- مالإطأسس حمعو -!-

« النظرية النسبية الخاصة »

1) مقدمة:

a) السرعة مفهوم نسبي يختلف باختلاف جملة المقارنة.

b) سرعة انتشار الضوء ثابتة في الوسط نفسه مهما اختلفت سرعة المنبع الضوئي أو سرعة المراقب

2) فرضيتا أينشتاين:

a) سرعة الضوء في الخلاء ثابتة $c=3\times10^{8}\ m.s^{-1}$ في جميع جمل المقارنة.

b) القوانين الفيزيائية تبقى نفسها في جميع جمل المقارنة العطالية.

3) تمدد الزمن:

« الزمن »

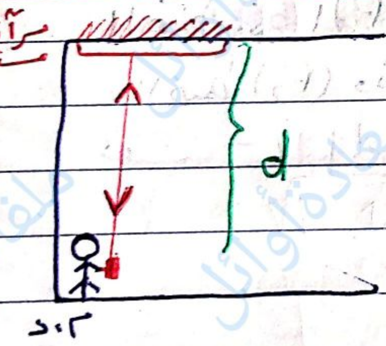
مراقب داخلي : زمن صفري t_0

مراقب خارجي : لا زمن صفري t

a) يسير قطار بسرعة ثابتة $\vec{v}$

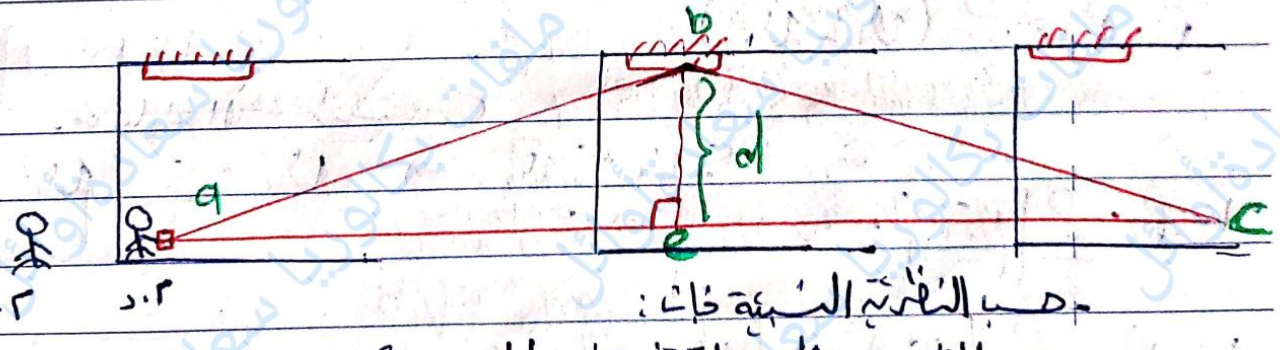
b) يرسل مراقب داخلي ومضة ضوئية نحو مرآة مستوية مثبتة في سقف العربة.

c) لنفرض أن زمن عودة هذه الومضة إلى المنبع الضوئي (t_0) فإن:



$$c = \frac{2d}{t_0} \Rightarrow \boxed{d = \frac{c\,t_0}{2}} \quad \dots (1)$$

d) بالنسبة لمراقب خارجي:



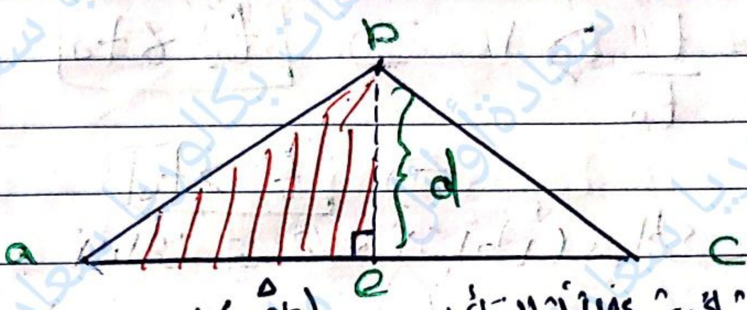
حسب النظرية النسبية فإن:

سرعة الضوء (c) ثابتة لا تتغير بتغير المراقب، فيكون قطع الضوء مسافة أكبر بالنسبة لـ م.خ

$$c = \frac{ab + bc}{t} \Rightarrow c = \frac{2ab}{t} \Rightarrow \boxed{ab = \frac{c\,t}{2}} \quad \dots (2)$$

e): ولكن المنبع الضوئي قد انتقل خلال هذه الفترة الزمنية من (a) إلى (c) ⇐

$$v = \frac{ae + ec}{t} \Rightarrow v = \frac{2ae}{t} \Rightarrow \boxed{ae = \frac{vt}{2}} \ldots (3)$$



f): وبتطبيق نظرية فيثاغورث في المثلث القائم $(a\hat{e}b)$:

$$(ab)^2 = (ae)^2 + d^2 \Rightarrow (ab)^2 - (ae)^2 = d^2$$

من (2) و(3):

$$\left(\frac{ct}{2}\right)^2 - \left(\frac{vt}{2}\right)^2 = d^2 \Rightarrow$$

$$\frac{c^2t^2}{4} - \frac{v^2t^2}{4} = d^2 \Rightarrow$$

$$t^2\left(\frac{c^2 - v^2}{4}\right) = d^2 \Rightarrow t^2 = \frac{4d^2}{c^2 - v^2} \Rightarrow$$ بجذر

$$\boxed{t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}}} \ldots (4)$$

ومن (1):

$$\boxed{t_0 = \frac{2d}{c}} \ldots (5)$$

بتقسيم (4) على (5):

$$\frac{t}{t_0} = \frac{\frac{\cancel{2d}}{\sqrt{c^2 - v^2}}}{\frac{\cancel{2d}}{c}} \Rightarrow \frac{t}{t_0} = \frac{c}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{c}{\sqrt{c^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}$$

$$\frac{t}{t_0} = \frac{\cancel{c}}{\cancel{c}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ونرمز للنسبة $\left(\frac{t}{t_0}\right)$ بالرمز (γ) وتدعى معامل لورنتس وليس لها واحدة.

SABBAGH STATIONERY

$$\boxed{\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}} > 1 \Rightarrow \quad c =$$

$$\gamma = \frac{t}{t_0} > 1 \Rightarrow \boxed{t = \gamma t_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{t > t_0}$$

النتيجة: أن الزمن قد تمدد (تباطأ) عند الحركة.

تطبيق: مفارقة التوأمين:

أخوان توأمان أحدهما رائد فضاء طار بسرعة $v = \frac{\sqrt{899}}{30} c$ وبقي في رحلته مدة سنة واحدة $t_0 = 1\,year$ حسب مقياسه كان 30 بحسابها. فما الزمن t الذي انتظره فيه أخوه التوأم على الأرض؟

م.ع (t): هو المقياسة في الجملة الأرضية

م.د (t_0): هو المقياسة في المركبة

الحل: حسب ما سبق: $\frac{t}{t_0} = \gamma \Rightarrow \boxed{t = \gamma t_0}$

نحسب $\boxed{\gamma}$:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\left(\frac{\sqrt{899}}{30}c\right)^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\left(\frac{\sqrt{899}}{30}\right)^2 \cancel{c^2}}{\cancel{c^2}}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{899}{900}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\frac{900}{900}-\frac{899}{900}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{900}}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\frac{1}{30}} = \boxed{30}$$

$$\Rightarrow t = 30 \times 1 = \boxed{30}\ years$$

أي أن أخاه بقي في انتظاره على الأرض مدة (30) عاماً.

٩) تقلص الأطوال:
مركبة فضاء تحمل روبوت في رحلة إلى الشمس:

المسافات أو الأطوال:
ساكنة (ثابتة) نضع صفر L_0
متحركة (متغيرة) لا نضع صفر L

a) المراقب الخارجي: م.خ
دو في الحظة الأرضية
السرعة v
المسافة (ثابتة) L_0
الزمن (متمدد) t (غير ثابت)

$$(1)\quad \boxed{L_0 = vt}$$

b) المراقب الداخلي: م.د
دو الروبوت
السرعة v
المسافة (متغيرة) L
الزمن t_0

$$(2)\quad \boxed{L = v t_0}$$

بقسمة (1) على (2):

$$\frac{L_0}{L} = \frac{vt}{vt_0} = \frac{t}{t_0}$$

ولكن الزمن يتمدد بالنسبة إلى المراقب الخارجي: $t = \gamma t_0 \Leftarrow$

$$\frac{L_0}{L} = \frac{\gamma t_0}{t_0} \Rightarrow \boxed{\frac{L_0}{L} = \gamma} \Rightarrow$$

$$\boxed{L = \frac{L_0}{\gamma}}$$

وبما أن $\gamma > 1 \Rightarrow \boxed{L < L_0}$

أي أن: المسافة المقطوعة تتقلص.

مثال: طول المركبة الفضائية: (وفق منحى حركتها):

م.خ L المركبة متحركة بالنسبة إليه
م.د L_0 المركبة ساكنة بالنسبة إليه

وحسب ما سبق: $L = \frac{L_0}{\gamma}$

وبما أن $\gamma > 1 \Leftarrow L < L_0$

أي أن طول المركبة قد تقلص.

تطبيق السارية والحجرة:

- يحمل روبوت سارية أفقية طولها وهي ساكنة $L_0 = 15\,m$ ويتحرك بسرعة $\boxed{v = 0{,}75c}$

ويريد أن يعبر حجرة المسافة بين بابيها (الأمامي والخلفي) $10\,m$.

الحل:

المراقب الخارجي:

طول السارية المتحركة L

م.خ "ساكن" طول السارية الساكنة L_0

وحسب ما سبق: $L = \frac{L_0}{\gamma}$

نحسب γ:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0{,}75c)^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0{,}75)^2 \cancel{c^2}}{\cancel{c^2}}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (0{,}75)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}5625}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{0{,}4375}} = \frac{1}{0{,}66} \Rightarrow$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{15}{\frac{1}{0{,}66}} = 15 \times 0{,}66 = 9{,}9\,m \Rightarrow L < 10\,m$$

فيمكن للسارية أن تمر بأمان.

5- تكافؤ (الكتلة - الطاقة):

في الميكانيك النسبي تزداد الكتلة بزيادة السرعة وتعطى بالعلاقة:

$$\boxed{m = \gamma\, m_0}$$

حركة   سكون

والزيادة في الكتلة: $\Delta m = m - m_0$

$$\Delta m = \gamma m_0 - m_0 \Rightarrow \Delta m = (\gamma - 1) m_0 \Rightarrow$$

$$\Delta m = \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1\right] m_0 \Rightarrow \Delta m = \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} - 1\right] m_0$$

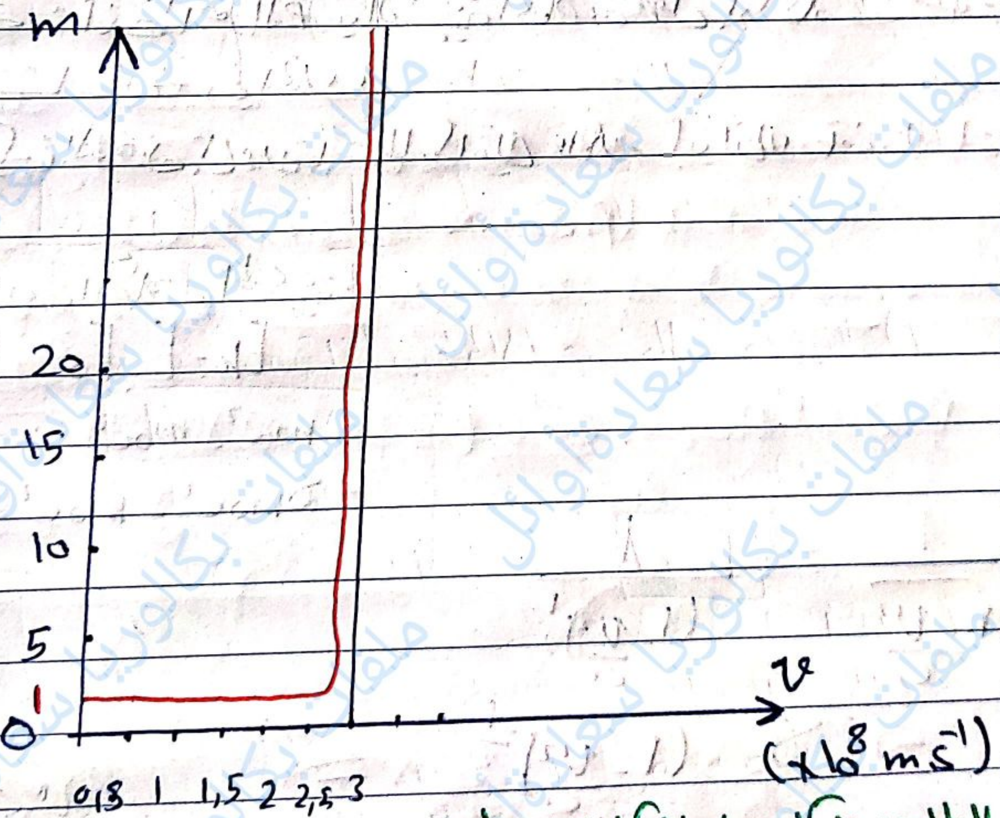
$$\Delta m = \left[\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1\right] m_0$$

حيث $v \ll c$ فنستخدم دستور التقريب $(1+\varepsilon)^n \simeq 1+n\varepsilon$

$$\Rightarrow \Delta m = \left[\cancel{1} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} \cancel{-1}\right] m_0$$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{\frac{1}{2} m_0 v^2}{c^2} \Rightarrow \boxed{\Delta m = \frac{E_k}{c^2}}$$

أي أن الزيادة في كتلة الجسم تساوي طاقته الحركية مقسومة على (c^2) أي أن الكتلة تعادل الطاقة.



6. الطاقة الكلية في الميكانيك النسبي:

لدينا:
$$\Delta m = \frac{E_k}{c^2}$$

$$\Rightarrow m - m_0 = \frac{E_k}{c^2}$$

$$\Rightarrow mc^2 - m_0c^2 = E_k$$

$$mc^2 = m_0c^2 + E_k$$

$$\boxed{E = E_0 + E_k}$$

الطاقة الكلية   الطاقة السكونية   الطاقة الحركية

- أي أن:
- الطاقة الكلية: $\boxed{E = mc^2}$
- الطاقة السكونية: $\boxed{E_0 = m_0c^2}$
- الطاقة الحركية: $\boxed{E_k = E - E_0}$

والخلاصة: أن مظاهر النظرية النسبية الخاصة تهمل إذا كانت السرعة أصغر بكثير من سرعة انتشار الضوء في الخلاء.

- ملاحظة: يمكن التوصل إلى علاقات الميكانيك الكلاسيكي انطلاقاً من علاقات الميكانيك النسبي.

أمثلة: مثال (1): علاقة الطاقة الحركية:

لدينا: $E_k = E - E_0$

$= mc^2 - m_0c^2$

$= \gamma m_0c^2 - m_0c^2 \Rightarrow \boxed{E_k = (\gamma - 1) m_0c^2}$

ولكن:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow$$ وبما أن $v \lll c$

$\Leftarrow$ حسب دستور التقريب $(1+\varepsilon)^n \simeq 1 + n\varepsilon$

$$\boxed{\gamma = 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}} \quad \ldots (1)$$

نعوض:

$$E_k = \left(\cancel{1} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - \cancel{1}\right) m_0c^2$$

$$E_k = \frac{\frac{1}{2} m_0 v^2 \cancel{c^2}}{\cancel{c^2}}$$

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} m_0 v^2}$$

- هي علاقة الطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي.

ثانياً: علاقة كمية الحركة:

$$\vec{P} = m\vec{v} \Rightarrow \vec{P} = \gamma m_0 \vec{v}$$

نعوض من (1):

$$\vec{P} = \left[1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right] m_0 \vec{v}$$

$$\vec{P} = \left[1 + \frac{v^2}{2c^2}\right] m_0 \vec{v}$$

وبما أن: $v \ll c \Rightarrow \frac{v^2}{2c^2} \ll 1$ فنهمل هذا الحد، ونحصل على:

$$\boxed{\vec{P} = m_0 \vec{v}}$$

- هي علاقة كمية الحركة في الميكانيك الكلاسيكي.

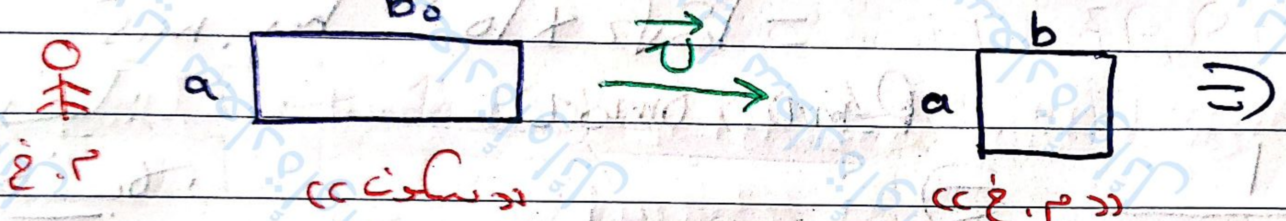
٦- من معادلة الاستمرارية $S_1 v_1 = S_2 v_2 \Leftarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2}$

أي أن السرعة تتناسب عكساً مع مساحة المقطع

نصغر فتحة الأنبوب معنى ذلك نصغر مساحة مقطعها فتزداد السرعة وتزداد الطاقة الحركية لجزيئات السائل وتصل إلى مسافات أبعد بارتفاعات أعلى.

-: مسائل النسبية :-

م٥: المسألة السادسة ص 65:



$b_0 = 2a$, المطلوب:

م.خ b الجسم متحرك بالنسبة إليه

م.د b_0 الجسم ساكن بالنسبة إليه

$\Leftarrow b = \frac{b_0}{\gamma}$: تقلص الطول

$$\boxed{b = \frac{b_0}{\gamma}}$$

$\Rightarrow \gamma = \frac{b_o}{b} = \frac{2a}{a} = 2$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ دالتعويض:

$\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{2}$ نربع $\Rightarrow$

$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow v^2 = \frac{3}{4} c^2$ نجذر: $\Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$

م ٢٦ المسألة 2 ص 66:

$v = \frac{2\sqrt{2}}{3} c$ ، احساب: $P = mv$

٣) كلاسيكياً: $P = mv$

$P = 9 \times 10^{-31} \times \frac{2\sqrt{2}}{\cancel{3}} \times \cancel{3} \times 10^{8}$
$= 18\sqrt{2} \times 10^{-23}\ kg.m.s^{-1}$

٤) نسبياً: $P = mv = \gamma m_0 v$

نحسب:

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}c\right)^2}{c^2}}}$

$= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\frac{8}{9}\cancel{c^2}}{\cancel{c^2}}}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{\frac{9}{9} - \frac{8}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9}}}$

$\Rightarrow \gamma = \frac{1}{\frac{1}{3}} \Rightarrow \boxed{\gamma = 3}$

SABBAGH STATIONERY

نعوض: $P = 3\times 9\times 10^{-31}\times \frac{2\sqrt{2}}{\cancel{3}}\times \cancel{3}\times 10^{8}$

$$\Rightarrow P = \boxed{54\sqrt{2}\times 10^{-23}}\ kg.m.s^{-1}$$

النتيجة: بما أن الإلكترون تحرك بسرعة كبيرة قريبة من سرعة الضوء فلا يمكن إهمال ظواهر النسبية وبالتالي فإن حساب P نسبياً أفضل.

$\boxed{\text{م}27}$ المسألة (3) ص 66 :

$m_0 = 1,67\times 10^{-27}\ kg$

$E = 3E_0$

حساب : $m / E_k / E_0$

أ) حساب $\boxed{E_0}$:

$$E_0 = m_0 . c^2 = 1,67\times 10^{-27}\times (3\times 10^{8})^2$$

$$= 1,67\times 10^{-27}\times 9\times 10^{16} = \boxed{15,03\times 10^{-11}}\ J$$

ب) حساب E_k :

$$E = E_0 + E_k$$

$$E_k = E - E_0 = 3E_0 - E_0 = 2E_0 \Rightarrow \boxed{E_k = 2E_0}$$

$$E_k = 2\times 15,03\times 10^{-11} = \boxed{30,06\times 10^{-11}}\ J$$

ج) حساب m :

$$E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2}$$

$$m = \frac{3E_0}{c^2} = \frac{3\times 15,03\times 10^{-11}}{(3\times 10^{8})^2} = \frac{45,09\times 10^{-11}}{9\times 10^{16}}$$

$$\Rightarrow m = \boxed{5,01\times 10^{-27}}\ kg$$

$\boxed{\text{م}28}$ المسألة (2) صفحة :

ما حملته المحطة الأرضية (المراقب الخارجي م.خ)		ما حملته المركبة (المراقب الداخلي م.د)		
متغير (متحركة)	$L = \frac{L_0}{\gamma}$	ثابت (ساكنة)	$L_0 = 100\ (m)$	أ) طول المركبة:
ثابت	$a = 25\ (m)$	ثابت	$a = 25\ (m)$	ب) عرض المركبة:
ثابتة	$L'_0 = L'\gamma$	متغيرة	$L' = 4$ light year	ج) مسافة الرحلة:

المحطة الأرضية — م.ع | المركبة — م.د

ت) زمن الرحلة: $t_0 = \frac{8}{\sqrt{3}}$ year $t = t_0 \cdot \gamma$ متغير

ث) السرعة: v ثابتة v ثابتة

الحل:

أ) السرعة: $v = \frac{L_0'}{t} = \frac{L' \cdot \gamma}{t_0 \cdot \cancel{\gamma}} = \frac{L'}{t_0}$

$$\Rightarrow v = \frac{4c}{\frac{8c}{\sqrt{3}}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}c}$$

ب) طول المركبة: $L = \frac{L_0}{\gamma}$

نحسب γ: $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}c\right)^2}{c^2}}}$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\frac{3}{4}\cancel{c^2}}{\cancel{c^2}}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{\gamma = 2}$$

نعوض: $L = \frac{100}{2} = \boxed{50}\,(m)$

ج) عرض المركبة: لا يتغير بل يبقى ثابتاً لأنه عمودي على حامل شعاع السرعة دوماً

أي: $a = \boxed{25}\,(m)$

ث) مسافة الرحلة: $L_0' = L' \cdot \gamma = 4 \times 2 = 8$ light years

ج) زمن الرحلة: $t = t_0 \cdot \gamma = \frac{8}{\sqrt{3}} \times 2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$ years

الأسئلة النظرية ص 64:

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة:

1) الجواب الصحيح هو (a) أي: c لأن سرعة انتشار الضوء تبقى ثابتة في الوسط نفسه لا تتغير مهما اختلفت سرعة المنبع الضوئي أو سرعة المراقب.

2) - الجواب الصحيح هو (b) أي: أكبر، لأن الزمن يتمدد بالنسبة للمراقب الخارجي

3) - الجواب الصحيح هو (a) لأنه السرعة لا يمكن أن تتجاوز سرعة الضوء في الخلاء، بل تقترب منها دون أن تصل إليها.

ثانياً:

1) - في النظرية النسبية الكتلة ليست ثابتة بل تزداد بازدياد السرعة حسب العلاقة

$$m = \gamma m_0$$

حتى إذا وصلت السرعة إلى سرعة الضوء أصبحت الكتلة لانهائية وبالتالي تحتاج إلى طاقة لانهائية لتحريكها وهذا غير ممكن

2) - $\boxed{E_k}$: معدومة لأن الجسم توقف ساكناً.

$\boxed{E_p}$: معدومة لأن الجسم توقف عند المستوي المرجعي وبالتالي فإن ارتفاعه عنه معدوم.

$\boxed{E}$: ليست معدومة لأنها تساوي في الميكانيك النسبي:

$$E = E_0 + E_k$$

صحيح أن $E_k = 0$ ولكن $E_0 = m_0c^2$ والكتلة السكونية m_0 ليست معدومة

$\Leftarrow$ E ليست معدومة بل تساوي E_0