

**المؤال الأول :**  $(U_n)_{n \geq 0}$  متالية هندسية فيها :  $U_1 = 2$  و  $U_4 = 16$ . المطلوب :

- 1) احسب  $q$  أساس المتالية ، و  $U_6$  ، واستنتج اطراد المتالية .
- 2) عَبَر عن  $U_n$  بدلالة  $n$ .
- 3) احسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S_n = U_0 + U_3 + U_6 + \dots + U_{3n}$

**المؤال الثاني :**  $(U_n)_{n \geq 0}$  متالية مُعرفة بالعلاقة :  $U_n = en + 2e$ . المطلوب :

- 1) أثبت أنَّ المتالية  $(U_n)_{n \geq 0}$  حسابية أساسها  $e$  ، واستنتج اطراد المتالية ، واحسب حدّها الرابع .
- 2) احسب المجموع :  $S = U_2 + U_4 + \dots + U_{20}$

**المؤال الثالث :** نُعرِّف في حالة عدد طبيعي  $1 \leq n$  المقدار :  $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ . المطلوب :

- 1) احسب  $S_1$  و  $S_2$  و  $S_3$  .
- 2) ادرس اطراد المتالية  $(S_n)_{n \geq 1}$  .
- 3) برهن بالتدريج صحة المساواة :  $S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$  .
- 4) جد نهاية المتالية  $(S_n)_{n \geq 1}$  ، ماذا تستنتج ؟

**المؤال الرابع :**  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية حيث  $0 \neq a$ . نعلم أنَّ  $a$  و  $b$  و  $c$  ثالث حدود متعدقة من متالية هندسية

أساسها  $q$  ، كما نعلم أنَّ  $-3a = b + c$  ثالث حدود متولية من متالية حسابية . المطلوب :

- 1) احسب  $q$  .
- 2) إذا علمت أنَّ  $2 = b$  وأنَّ المتالية الهندسية متزايدة تماماً ، فجد قيمة كل من  $a$  و  $c$  .



X-Math piac

**المؤال الخامس :**

1) المتالية  $(U_n)_{n \geq 0}$  مُعرفة وفق  $U_0 = 3$  و  $U_{n+1} = -U_n + 4$ . المطلوب :

- a. احسب  $U_1$  و  $U_2$  و  $U_3$  و  $U_4$  و  $U_5$  ، ثمَّ خمن  $U_n$  بدلالة  $n$  .
- b. بفرض  $U_n = 2 + (-1)^n$  . برهن بالتدريج صحة هذه العلاقة .

2) احسب المجموع :  $S = -\frac{1}{3} - 1 - \frac{5}{3} - \frac{7}{3} - \dots - 5$

**المؤال السادس :** لتكن  $(U_n)_{n \geq 1}$  متالية مُعرفة وفق العلاقة التدرجية التالية : المطلوب :

$$\begin{cases} U_1 = 2\pi \\ U_{n+1} = \frac{\pi(2U_n - \pi)}{U_n} \end{cases}$$

1) احسب  $U_2$  و  $U_3$  ، وأثبت أنَّ المتالية متناقصة .

2) أثبت بالتدريج أنَّ  $\pi \leq U_n \leq 2\pi$  .

3) لتكن المتالية  $(V_n)_{n \geq 1}$  المُعرفة بالعلاقة :  $V_n = \frac{2}{U_n - \pi}$  .

a. أثبت أنَّ المتالية  $(V_n)_{n \geq 1}$  حسابية يُطلب تعين كل من أساسها وحدّها الأول .

b. أثبت أنَّ  $V_n = \frac{2n}{\pi}$  ، واستنتج  $U_n$  بدلالة  $n$  .

c. احسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S_n = \frac{2}{U_1 - \pi} + \frac{2}{U_2 - \pi} + \dots + \frac{2}{U_n - \pi}$

----- انتهت الأسئلة -----