الدرس الثالث

مجموعات الأعداد الرئيسية:

1) مجموعة الأعداد الطبيعية:

نرمز لها بـالرمز $\mathbb{N}$ وهي:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

نلاحظ:

$\mathbb{N}$ مجموعة غير منتهية.

$0 \notin \mathbb{N}$

$\mathbb{N}$ محدودة من أسفل بالعدد 1

لاتحوي أعداد سالبة

لاتحوي أعداد كسرية

2) مجموعة الأعداد الصحيحة:

نرمز لها بـالرمز $\mathbb{Z}$ وهي:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

نلاحظ:

$\mathbb{Z}$ مجموعة غير منتهية.

تحوي اعداد سالبة وأعداد موجبة

$0 \in \mathbb{Z}$

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

3) مجموعة الأعداد النسبية (الكسرية):

نرمز لها بـالرمز $\mathbb{Q}$ وهي:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \middle| \ a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

مثلا : $3\frac{1}{9} \in \mathbb{Q}$, $-5 \in \mathbb{Q}$, $0 \in \mathbb{Q}$, $4 \in \mathbb{Q}$, $\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$

نلاحظ:

$\mathbb{Q}$ تكتب بطريقة الصفة المميزة.

يسمى العدد a البسط والعدد b المقام ، b لا يمكن ان يكون صفراً.

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ و $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ ، لندمج هاتين العبارتين معاً $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

4) مجموعة الأعداد غيرالنسبية

هناك أعداد لا يمكن كتابتها في الصورة $\frac{a}{b}$ حيث $a, b \in \mathbb{Z}$ مثل الجذور $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \ldots$ (تسمى جذور صماء) ، تسمى مجموعة مثل هذه الأعداد بمجموعة الأعداد غير النسبية نرمز لها بـ $\mathbb{Q}'$ أو $\mathbb{Q}^c$.

مجموعة الأعداد الحقيقية:

مجموعة الأعداد النسبية مع مجموعة الأعداد غير النسبية تشكل مجموعة تسمى مجموعة الأعداد الحقيقية ، نرمز لها بـ $\mathbb{R}$. ونعني بها كل الأعداد (الطبيعية مع الصحيحة مع النسبية مع غير النسبية)

نلاحظ:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

لقد تعرفنا على مجموعات الأعداد الرئيسية وهي:

المجموعة	الرمز
مجموعة الأعداد الطبيعية	$\mathbb{N}$
مجموعة الأعداد الصحيحة	$\mathbb{Z}$
مجموعة الأعداد النسبية	$\mathbb{Q}$
مجموعة الأعداد غير النسبية	$\mathbb{Q}^c$
مجموعة الأعداد الحقيقية	$\mathbb{R}$

هنالك مجموعات ثانوية مثل:

مجموعة الأعداد الكلية: $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

مجموعة الأعداد الزوجية: $\{2, 4, 6, \dots\}$

مجموعة الأعداد الفردية: $\{1, 3, 5, \dots\}$

مجموعة الأعداد الأولية $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$

<u>لنسترجع بعض الرموز الأساسية:</u>

الرمز	المعنى
$<$	" أصغر من" مثلا: $3 < 5$
$\le$	" أصغر من أو يساوي" مثلا: $3 \le 5$ مثال آخر $3 \le 5$
$>$	" أكبر من" مثلا: $8 > 2$
$\ge$	" أكبر من أو يساوي" مثلا: $8 \ge 2$ مثال آخر $2 \ge 2$
$=$	" يساوي" مثلا: $10 = 10$
$\ne$	" لا يساوي" مثلا: $3 \ne 5$

-

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

لتكن المجموعة $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2 \leq x < 5\}$ ، تكتب المجموعة A بطريقة رصد العناصر بالصورة :

(a) $A = \{3,4,5\}$

(b) $A = \{2,3,4,5\}$

(c) $A = \{2,3,4\}$

(d) $A = \{3,4\}$

الحل:

(b) $A = \{2,3,4\}$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

لتكن المجموعة $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$ ، تكتب المجموعة A بطريقة رصد العناصر بالصورة :

(a) $A = \{0, 1, 2, 3\}$
(b) $A = \{1, 2,3,4\}$
(c) $A = \{1, 2,3\}$
(d) $A = \{0, 1, 2, 3,4\}$

الحل:

(c) $A = \{1, 2,3\}$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

يعد العدد 20 عدد :

(a) زوجي	أولي (b)	(a) فردي	(a) غير نسبي

الحل:

(a) زوجي

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

يصنف العدد $\sqrt{3}$ على أنه عدد :

(a) طبيعي	(a) غير نسبي	(a) صحيح	(a) نسبي

الحل:

(b) غير نسبي

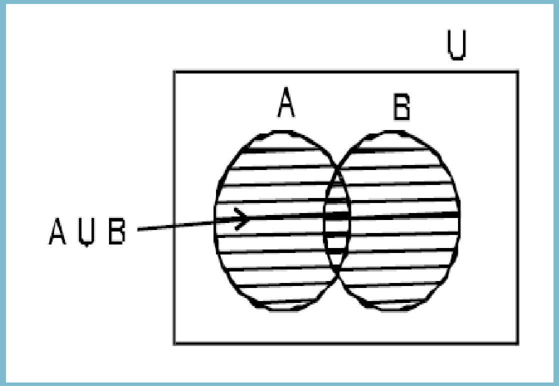
الدرس الرابع

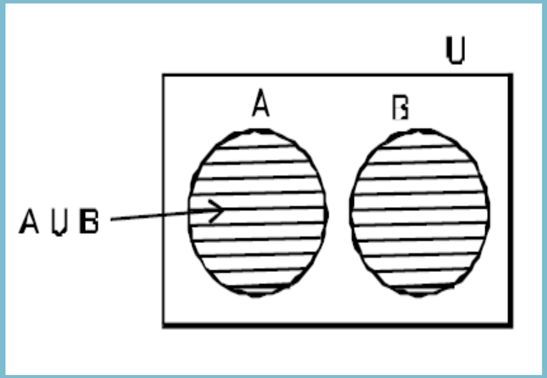
العمليات على المجموعات:

لتكن A و B مجموعتان و لتكن U المجموعة الشاملة، هنالك عمليات يمكن إجراءها على هذه المجموعات:

1) الإتحاد

اتحاد المجموعتين ، يمكن تمثيل اتحاد U هو المجموعة التي تضم عناصر المجموعتين معاً ، نرمز للاتحاد بالرمز B و A
المجموعتين A و B بالشكلين أدناه (تسمى أشكال فن Venn diagram)





مثال:

لتكن $A = \{1,3,4,5\}$ و $B = \{2,3,4,6\}$ أوجد $A \cup B$

الحل:

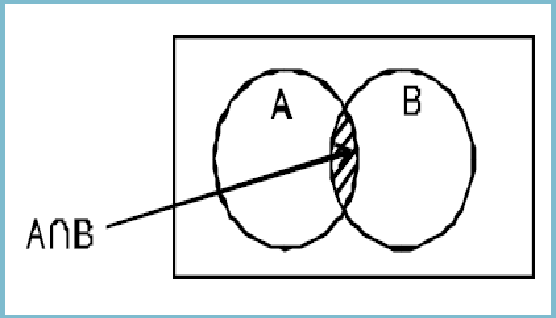
$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6\}$

لاحظ:

$$A \cup B = B \cup A$$
$$A \cup A = A$$

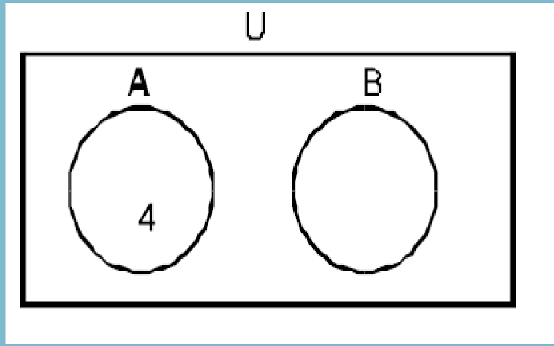
2) التقاطع :

تقاطع المجموعتين A و B هو المجموعة التي تضم العناصر المشتركة بين المجموعتين ، نرمز للتقاطع بالرمز ∩ ،



إذا لم تكن هنالك عناصر مشتركة بين المجموعتين قلنا أن التقاطع يساوي مجموعة خالية

$$A \cap B = \emptyset$$



مثال :

لتكن $A = \{1,3,4,5\}$ و $B = \{2,3,4,6\}$ أوجد $A \cap B$

الحل:

$$A \cap B = \{3,4\}$$

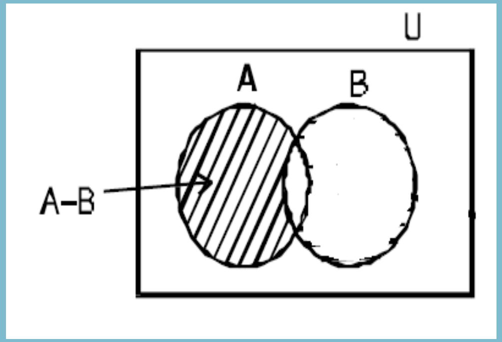
لاحظ:

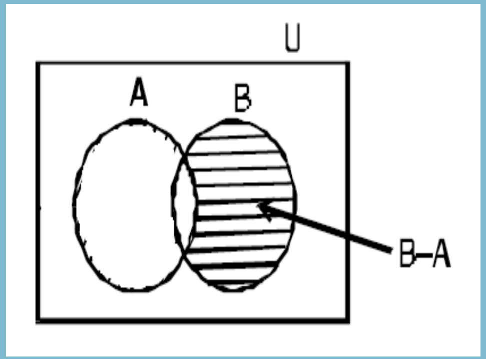
$$A \cap B = B \cap A$$
$$A \cap A = A$$
$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

-

3) الفرق:

المجموعة Aفرق المجموعة B هي المجموعة التي تضم عناصر المجموعة Aالتي لا تنتمي إلى المجموعة B ، نرمز لهذا الفرق بالرمز $A - B$





مثال:

لتكن $A = \{1,3,4,5\}$ و $B = \{2,3,4,6\}$

أوجد

1) $A - B$
2) $B - A$

الحل:

1) $A - B = \{1,5\}$
2) $B - A = \{2,6\}$

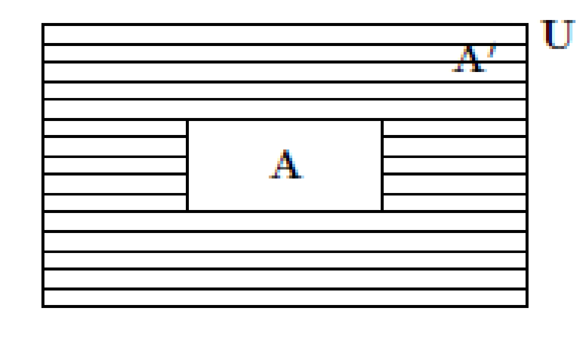
نلاحظ أن $A - B \neq B - A$ ($A - B \neq B - A$ إلا إذا كان $A = B$)

لاحظ:

$$A - A = \emptyset$$
$$A - \emptyset = A$$

4) متممة المجموعة :

لنفرض ان مجموعة طلاب جامعة الإمام هي المجموعة الشاملة U ، ولتكن A مجموعة طلاب كلية العلوم الاجتماعية، نسمي المجموعة التي تحوي كل طلاب الجامعة الذين لا ينتمون لكلية العلوم الاجتماعية بالمجموعة المتممة للمجموعة A، ونرمز لها بالرمز A^c أو A'.



مثال:

لتكن $U = \{1,2,3,4,5,6\}$ المجموعة الشاملة ولتكن $A = \{2,3,4,6\}$ أوجد A^c

الحل:

نبحث عن عناصر U التي لا تنتمي إلى A
فبالتالي فإن:
$$A^c = \{1,5\}$$

لاحظ:

$$U^c = \emptyset$$
$$\emptyset^c = U$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

لتكن $A = \left\{1, -3, 4, \frac{5}{7}\right\}$ و $B = \{2, -3, 4, 6\}$ فإن $A \cap B$ يساوي

$(a)\ \left\{1, 2, -3, 4, 5, 6, \frac{5}{7}\right\}$	(b) $\emptyset$	$(c)\ \{-3, 4\}$	$(d)\ \{3, 4\}$

الحل:

$$(c)\quad \{-3, 4\}$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

لتكن $A = \{1, -1, 2, -2\}$ و $B = \{2, -3, 4\}$ فإن $A \cup B$ يساوي

$(a)\ \{1, -1, 2, -2, -3, 4\}$	(b) $\emptyset$	$(c)\ \{1, 2, 3, 4\}$	$(d)\ \{2\}$

الحل:

$$(a)\quad \{1, -1, 2, -2, -3, 4\}$$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

لتكن $A=\{1,-1,2,-2\}$ و $B=\{2,-3,4\}$ فإن $A-B$ يساوي

$(a)\ \ \{2,-3\}$	$(\mathrm{b})\ \ \{-3,4\}$	$(c)\ \ \{1,-1,2\}$	$(d)\ \ \{1,-1,-2\}$

الحل:

$(d)\quad \{1,-1,-2\}$

مثال: اختر الإجابة الصحيحة:

لتكن $U=\{2,4,6,8,10\}$ المجموعة الشاملة ولتكن $A=\{4,6\}$ فإن A^c

$(a)\ \ \{2,4,8,10\}$	$(\mathrm{b})\ \ \{2,10\}$	$(c)\ \ \{2,8,10\}$	$(d)\ \ \{1,2,3,5,6,7,8,9,10$

الحل:

$(c)\quad \{2,8,10\}$