اختبار المتقدمين على وظيفة معيد بقسم الرياضيات للعام الجامعي ١٤٣٧- ١٤٣٨هـ

السؤال الأول: 1) إذا كان $4^x = 9$ و $9^y = 256$، أوجد قيمة xy.

2) أوجد مايلي:

a) $\frac{d}{dx}\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}\right)$ b) $\lim_{x\to 0}\frac{\cos(\pi x)-1}{x^2}$ c) $\int_1^2\int_{x^3}^{x} e^{y/x}\,dy\,dx$

3) لتكن الدالة $f(x)=\sqrt{-x^2+4x-3}$. باستخدام التعريف، أوجد مشتقة الدالة عند $x=2$.

4) أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات $y=e^{x/2}$، $y=-\frac{1}{x}$ والمستقيمات $x=1$ و $x=2$.

السؤال الثاني: 1) إذا كانت $A=\begin{bmatrix}2 & 4\\ -1 & 3\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 1 & 2\\ 4 & 0\end{bmatrix}$

a) أوجد القيم الذاتية للمصفوفة A.

b) أوجد مصفوفة X تحقق المعادلة $(AX)^T=B$. هل الحل وحيد؟ لماذا؟

2) أوجد المعادلة البارامترية للخط المستقيم المار بالنقطتين $a=(1,2,3)$ و $b=(2,0,-4)$.

3) هل المتجهين $a=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}$ و $b=\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}$ مستقلين خطياً؟ وضح إجابتك بالتفصيل.

السؤال الثالث: 1) حل المعادلة التفاضلية المتجانسة

$$(e^{3y}-y)\cos x\frac{dy}{dx}=e^y\sin x,\quad y(0)=0.$$

2) حل المعادلة التفاضلية التالية

$$x^2\frac{dy}{dx}=y-yx$$

بطريقتين:

a) بفصل متغيراتها.

b) بحلها علي أنها معادلة تفاضلية خطية من الرتبة الأولي.

السؤال الرابع: 1) أثبت أن المتتالية $x_n=(-1)^{n+1}\frac{5n}{n+1}$ متباعدة.

2) لتكن $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ دالة بحيث $f(0)=1$ ولتكن (x_n) متتالية في $\mathbb{R}$ بحيث $\lim x_n=0$ و $\lim x_n=-1$. هل f متصلة عند 0؟ علل إجابتك.

3) لتكن

$$f(x)=\begin{cases}x^2\cos\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$$

ادرس اتصال واشتقاق f عند 0.

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق