دورة 2017 الأولى

التمرين الثاني :

ليكن العددان العُقديان $Z_2 = 1 + i \quad , \; Z_1 = 1 + \sqrt{3}i$

1- اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد $\frac{Z_1}{Z_2}, Z_2, Z_1$.

2- اكتب بالشكل الجبري $\frac{Z_1}{Z_2}$ واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$.

دورة 2017 الثانية

التمرين الثالث :

لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العُقدي $Z = -1 + i$ والمطلوب :

1- أثبت أن Z^8 عدداً حقيقياً .

2- جد العدد العُقدي $\acute{Z}$ الممثل للنقطة $\grave{M}$ صورة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ واكتبه بالشكل الأسي

دورة 2018 الأولى

التمرين الأول:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط M, C, B, A التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $m = -1 + i \, , c = 2i \, , b = 1 - i \, , a = -1 - i$

والمطلوب:

1- مثل الأعداد $m = -1 + i \, , c = 2i \, , b = 1 - i \, , a = -1 - i$

2- احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3- أثبت أن النقاط M وO وB تقع على استقامة واحدة.

4- احسب $arg\frac{c-d}{m}$ واستنتج أن (OM) و(DC) متعامدان.

دورة 2018 الثانية

التمرين الرابع :

في المستوٍي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقطتين B,A اللتين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان $Z_{A=}4\ ,Z_B = 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$

ولتكن Iمنتصف $[AB]$

1- مثل النقطتين B,A في معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ اكتب Z_B بالشكل الأسي.

2- بين طبيعة المثلث OAB وأثبت أن قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$

3- اكتب العدد العقدي Z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج $\sin\frac{\pi}{8}$

دورة 2019 الأولى

التمرين الرابع :

لتكن النقطتان B,A اللتان يمثلهما على الترتيب العددان العقديان

$z_{B=}-3i\ ,z_A=-1+i$ **وليكن :** $p(z)=z^2+(1+2i)z+3+3i$

1- أثبت أن z_A حلاً للمعادلة $p(z)=0$ ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة

2- جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة A' صورة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$

3- اكتب z_A بالشكل الأسي

دورة 2019 الثانية

التمرين الثاني :

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاطC,B,A, التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $c=-18+7i\ ,b=-6+3i\ ,a=6-i$

والمطلوب:

1- احسب العدد احسب $\frac{b-a}{c-a}$ واستنتج أن النقاطC,B,A تقع على استقامة واحدة.

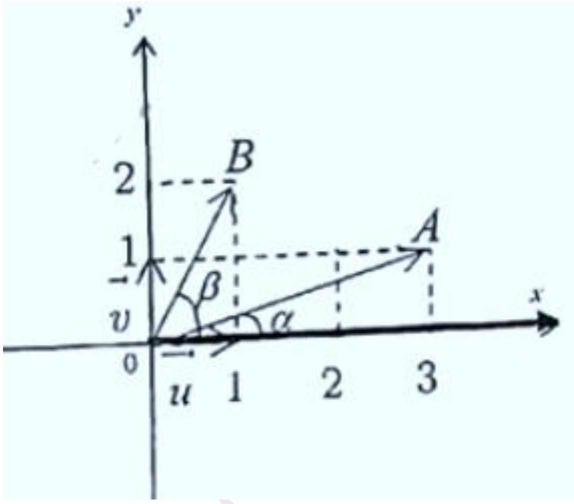
2- بفرض أن $d=1+6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق

دوران مركزه O وزاويته θ أحسبθ

3- جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N *ليكون الرباعي* $OAND$ مربعاً

دورة 2020 الأولى

التمرين الثاني:



نتأمل في المستوي العقدي المزود بالمعلم المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$:

بفرض أن α القياس الأساسي للزاوية $\left(\vec{u},\overrightarrow{oA}\right)$ و β القياس الأساسي للزاوية $\left(\vec{u},\overrightarrow{oB}\right)$.

المطلوب:

❶ اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين Z_A وZ_B اللذين يمثلان النقطتين A وB.

❷ اكتب العدد العقدي $\frac{Z_B}{Z_A}$ بالشكلين الجبري والأسي, ثم استنتج قيمة $\beta-\alpha$.

دورة 2020 الثانية

التمرين الأول:

ليكن العدد العقدي $w=\frac{-\sqrt{2}}{1+i}e^{\frac{\pi}{3}}$. المطلوب:

❶ بين أن $|w|=1$, ثم اكتب العدد w بالشكل الأسي.

❷ ليكن z عدد عقدي ما أثبت أن $Z=\frac{z-\bar{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي.

الاختبار 1

التمرين الرابع:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $\boldsymbol{z^2-(1+2i)z+3+3i=0}$

الاختبار 2

التمرين الثالث:

1- حل في مجموعة الأعداد العقديّة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية:

$\boldsymbol{z^2-2(1-\sqrt{3})z+8=0}$ (لاحظ أنّ : $\left(1+\sqrt{3}\right)^2=4+2\sqrt{3}$)

2- في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ لتكن النقطتان A و B الممثّلتان بالعددين العقديين $z_A=\left(\sqrt{3}+1\right)+\left(\sqrt{3}-1\right)i$ و $z_B=\overline{z_A}$ بيّن أنّ: $\frac{z_A}{z_B}=e^{\frac{\pi}{6}i}$ و استنتج زاوية العدد العقدي z_A ثمّ استنتج: $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

الاختبار 3

التمرين الثالث:

في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ لدينا النقاط A و B و C والتي تمثّلها الأعداد العقديّة: $z_A=\sqrt{3}+i$ و $z_B=\sqrt{3}-i$ و $z_C=3\sqrt{3}+i$.

1- اكتب العدد العقدي: $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ بالشكل الجبري ثمّ بالشكل الأسّي واستنتج طبيعة المثلّث ABC

2- عيّن (ε) مجموعة النقاط $M\neq B$ التي تجعل $\frac{z_M-z_C}{z_M-z_B}$ تخيّليّاً بحتاً.

3- عيّن (ε) مجموعة النقاط $M\neq B$ التي تجعل $\frac{z_M-z_C}{z_M-z_B}$ حقيقيّاً

الاختبار 4

التمرين الرابع:

نتأمّل النقاط A **و** B **و** C **و** D **الممثّلة للأعداد العقديّة** $a=-1$ **و** $b=2+i\sqrt{3}$

و $c=2-i\sqrt{3}$ **و** $d=3$ **بالترتيب المطلوب.**

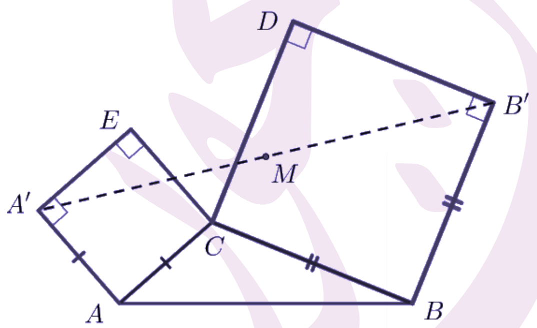
1- ارسم النقاط A **و** B **و** C **و** D **، ثمّ احسب** AB **و** BC **و** AC **واستنتج طبيعة المثلّث** ABC.

2- عيّن: $arg\,\frac{a-c}{d-c}$ **واستنتج طبيعة المثلّث** DAC .

3- أثبت أنّ D **هو مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط** $(A,-1)$ **و** $(B,2)$ **و** $(C,2)$.

النموذج الوزاري الأول

التمرين الثالث:



ليكن المثلّث ABC **في المستوي ننشئ على ضلعيه** $[AC]$ **و** $[BC]$ **وخارجه المربّعين** $ACEA'$ **و** $CBB'D$ **كما في الشكل المجاور. تمثّل الأعداد العقديّة** $a\,,b\,,c\,,a'\,,b'$ **النقاط** $A\,,B\,,C\,,A'\,,B'$.

1 . B'**هي صورة** C **وفق دوران مركزه** B**، عيّنه واكتب الصيغة العقديّة للعدد** b' **بدلالة** b **و** c

2 . **أثبت أنّ** $a'=i(c-a)+a$.

3 . **عيّن العدد العقدي** m **الممثّل للنقطة** M **منتصف** $[A'B']$.

4 . **كيف تتغيّر النقطة** M **عندما تتحوّل** C **في المستوي؟**

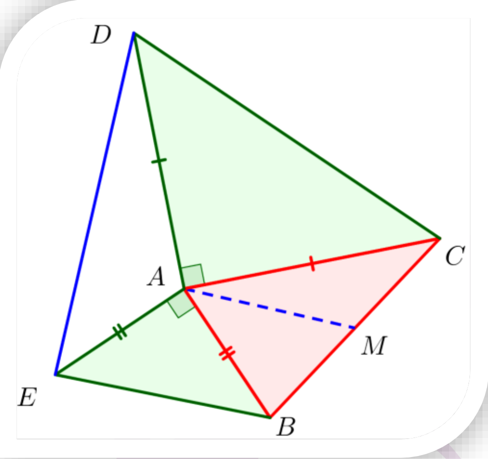
النموذج الوزاري الثاني

السؤال الثالث:

ليكن z عدداً عقديّاً ما، وليكن w عدداً عقديّاً طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد. أثبت أنّ $\frac{w\overline{z}-z}{iw-i}$ تخيّلي بحت.

المسألة الأولى:

نتأمّل في المستوي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفيّاً. لتكن M منتصف $[BC]$, وليكن AEB و ACD مثلثين قائمين في A ومتساويي الساقين مباشرين.



نختار معلماً مباشراً مبدؤه النقطة A . ونرمز بالرمزين b و c إلى العددين العقديين اللذين يمثّلان النقطتين B و C.

1. احسب بدلالة b و c الأعداد العقديّة e و d و m الممثّلة للنقاط E و D و M بالترتيب.
2. احسب $\frac{d-e}{m-a}$ ثمّ استنتج أنّ (AM) هو ارتفاع المثلّث AED وأنّ $ED = 2AM$.
3. نفترض أنّ A هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقّلة $(D,2)$ و $(E,3)$ و $(C,1)$ و $(B,1)$.

1) احسب: $\frac{c-a}{b-a}$

2) استنتج قياس الزاوية: $\widehat{BAC}$.

النموذج الوزاري الثالث

التمرين الرابع:

عيّن العددين z_1 و z_2 حيث: $\begin{cases} 2z_1 - z_2 = -3 \\ 2\overline{z_1} + \overline{z_2} = -3 + i2\sqrt{3} \end{cases}$

النموذج الوزاري الرابع

السؤال الثاني:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 = 1 + i2\sqrt{2}$

النموذج الوزاري الخامس

السؤال الثاني:

اكتب بالشكل المثلّثي العدد العقدي $z = \frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}$

التمرين الثالث:

ليكن كثير الحدود $P(z) = z^4 + 5z^3 + 10z^2 + 10z + 4$

1 . عيّن عددين a و b يحقّقان $P(z) = (z^2 + az + a)(z^2 + bz + a)$

2 . حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

النموذج الوزاري السادس

السؤال الثاني:

اكتب العدد العقدي $z = (1-\sqrt{2})\left(cos\frac{\pi}{3} + isin\frac{\pi}{3}\right)$ بالشكل الأسّي

النموذج الوزاري 2019

التمرين الثالث:

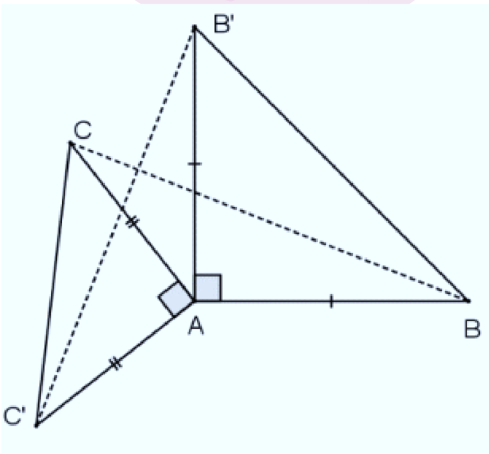
لتكن النقطتان A و B الممثّلة للأعداد العقديّة $Z_A = -\sqrt{3} + i$ و $Z_B = -2i$ بالترتيب المطلوب.

1- اكتب Z_A بالشكل الأسي ثم جد العدد العقدي Z_C الممثل للنقطة C التي تجعل المبدأ مركز ثقل المثلث ABC

2- أثبت أنّ $Z_C - Z_A = e^{i\frac{\pi}{3}}(Z_B - Z_A)$ ثم استنتج طبيعة المثلّث ABC.

النموذج الوزاري الأول 2020

التمرين الأول:



في الشكل المجاور المثلثان ABB' و ACC' كل منهما قائم في A ومتساوي الساقين, تأمل المعلم المتجانس والمباشر $(A, \vec{u}, \vec{v})$, والمطلوب:

❶ اكتب $Z_{B'}$ بدلالة Z_B, و $Z_{C'}$ بدلالة Z_C.

❷ احسب $\frac{Z_{B'} - Z_{C'}}{Z_B - Z_C}$

❸ استنتج أن $(BC) \perp (B'C')$ و $BC = B'C'$.

النموذج الوزاري الثاني 2020

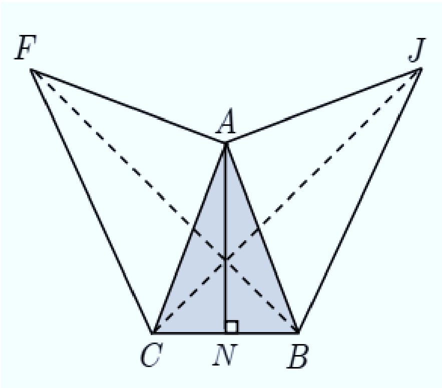
السؤال الثاني:

❶ جد المجموع $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^6$ بدلالة α.

❷ ليكن $\alpha = e^{2i\pi/7}$. أثبت أن $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^6 = 0$.

التمرين الثالث:

ليكن ABC مثلثاً متساوي الساقين, رأسه A. ننشئ خارجه مثلثين قائمين ومتساويا الساقين ACF, ABJ. لتكن الأعداد الحقيقية a, b, c, j, f الممثلة للنقاط A, B, C, J, F بالترتيب.



❶ جد بدلالة c, b العددين f, c.

❷ اكتب العدد $\frac{f-b}{c-j}$ بالشكل الجبري.

❸ أثبت أن $JC = BF$, وأن المستقيمين (BF) و(CJ) متعامدان.

❹ نفترض أن A مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(B,1), (C,1), (F,3), (J,2)$ احسب $\frac{c}{b}$.

النموذج الوزاري الثالث 2020

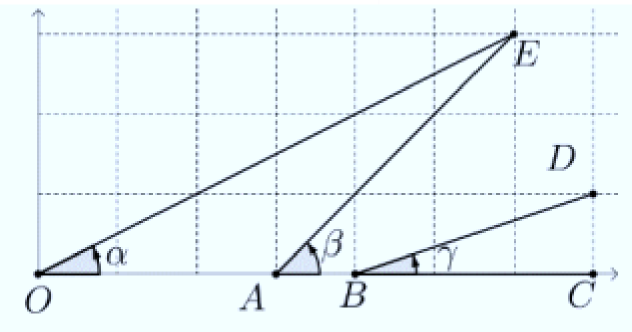
السؤال الثاني:

جد الجذرين التربيعين للعدد العقدي $\omega = 8 - 6i$.

التمرين الأول:

في الشكل المجاور γ, β, α هي القياسات الأساسية للزوايا الموجهة $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OE})$ و$(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE})$ و$(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD})$ بالترتيب, والمطلوب:

❶ اكتب كلاً من الأعداد العقدية الآتية بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي:



$Z_{\overrightarrow{OE}}$ و $Z_{\overrightarrow{AE}}$ و $Z_{\overrightarrow{BD}}$.

❷ اكتب العدد العقدي $Z_{\overrightarrow{OE}} . Z_{\overrightarrow{AE}} . Z_{\overrightarrow{BD}}$ بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي.

❸ استنتج المجموع $\alpha + \beta + \gamma$.