المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

فيما سبق:

درستُ استعمال التناسب لحل مسائل تتضمن مثلثات متشابهة.

والآن:

- أستعمل الأجزاء المتناسبة في المثلث.
- أستعمل الأجزاء المتناسبة في المستقيمات المتوازية.

المفردات:

القطعة المنصفة في المثلث

midsegment of a triangle

إذا كان مجموع ثلاث أعداد متساوية = $\frac{٦}{٩}$ فإن أحد هذه الأعداد يساوي

أ/ $\frac{٢}{٩}$ ب/ $\frac{٣}{٩}$ ج/ $\frac{٦}{٣}$ د/ $\frac{٩}{٦}$

لماذا

يستعمل رسّامو الصور المتحركة طرائق عدّة؛ لإضفاء خداع بصري على أعمالهم. كما يستعملون في الرسومات الثلاثية الأبعاد حقيقة كون الأجسام البعيدة تبدو أصغر من الأجسام القريبة إلى المشاهد. ولتحقيق هذا الخداع، يستعمل الرسّامون نظرية التناسب في المثلث.

إرشادات للدراسة

التوازي:
إذا كان المستقيمان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متوازيين، فإن القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}, \overline{CD}$ متوازيتان؛ لأنهما جزء من المستقيمين $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ على الترتيب.
أي أنه إذا كان $\overleftrightarrow{AB} \| \overleftrightarrow{CD}$، فإن $\overline{AB} \| \overline{CD}$

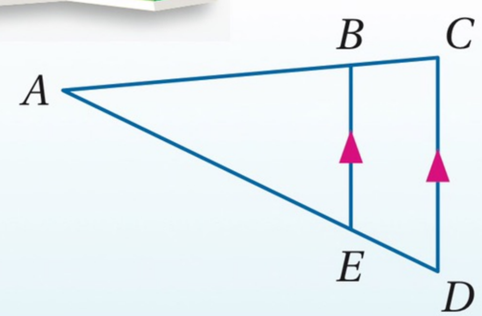
الأجزاء المتناسبة في المثلث: عند رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث، فإنّه يمكن إثبات أن المثلثين الناتجين متشابهان، وذلك باستعمال مسلمة التشابه AA، وبما أن المثلثين متشابهان، فإنّ أطوال أضلاعهما متناسبة.

نظريّة 6.5

أضف إلى مطويتك

نظريّة التناسب في المثلث

إذا وازى مستقيم ضلعًا من أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنّه يقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة.

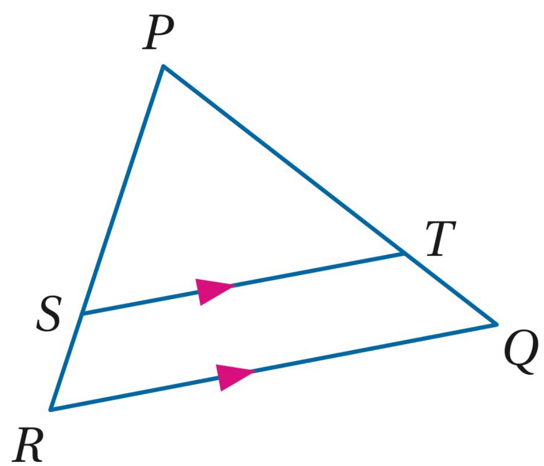


مثال: إذا كان $\overline{BE} \| \overline{CD}$ ، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$.

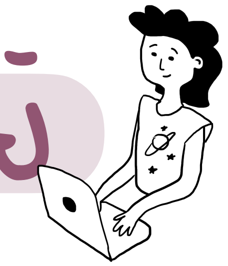
مثال

إيجاد طول ضلع

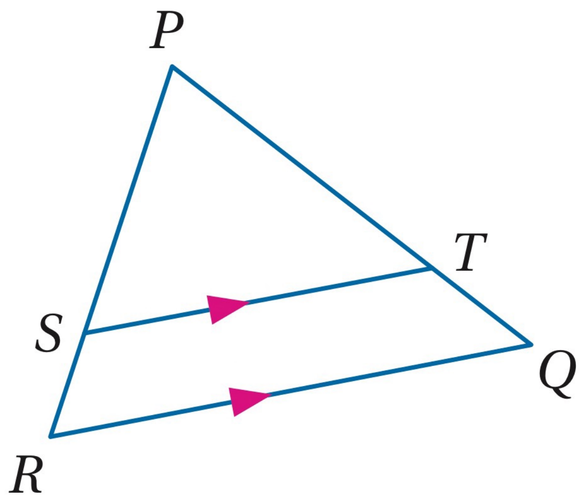
في $\triangle PQR$ ، إذا كان: $SR = 2.5$, $TQ = 3$, $PT = 7.5$, $\overline{ST} \parallel \overline{RQ}$ ، فأوجد PS .



تحقق من فهمك



1) في الشكل أعلاه، إذا كان: $PT = 15$, $SR = 5$, $PS = 12.5$ ، فأوجد TQ .



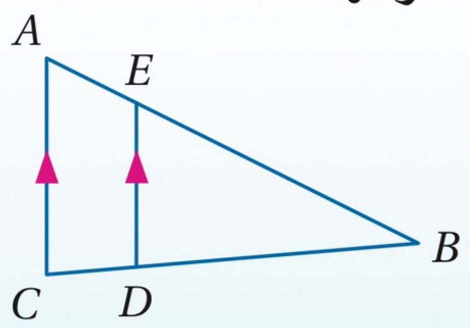
وعكس النظرّية 6.5 صحيح أيضًا، ويمكن إثباته باستعمال الأجزاء المتناسبة في المثلث ونظرية التشابه SAS .

نظريّة 6.6

أضف إلى مطويتك

عكس نظريّة التناسب في المثلث

إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة، فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث.

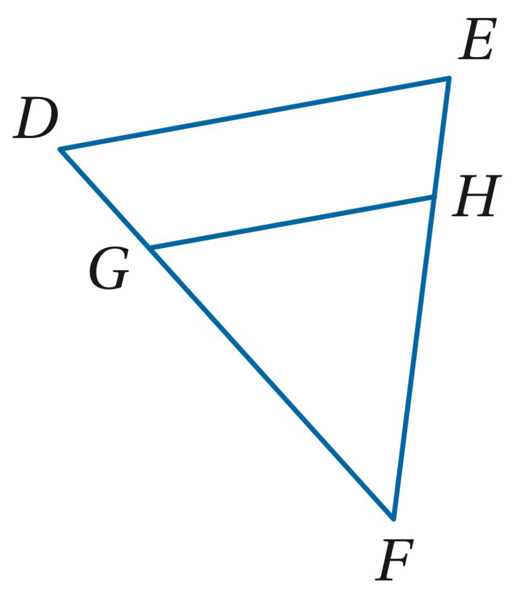


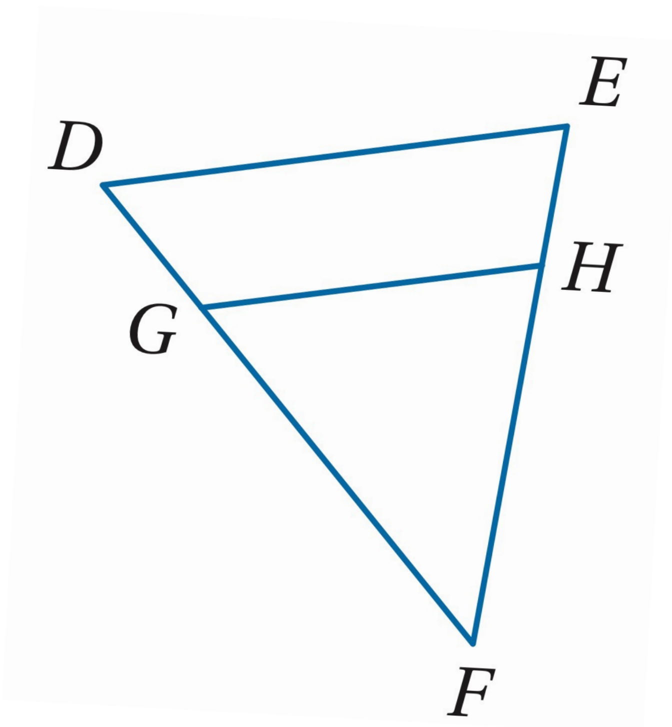
مثال: إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{CD}{DB}$ ، فإن $\overline{AC} \parallel \overline{ED}$.

تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين

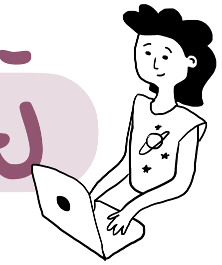
مثال

في $\triangle DEF$ إذا كان: $DG = \frac{1}{3}GF, EH = 3, HF = 9$، فهل $\overline{GH} \parallel \overline{DE}$؟ وضح إجابتك.

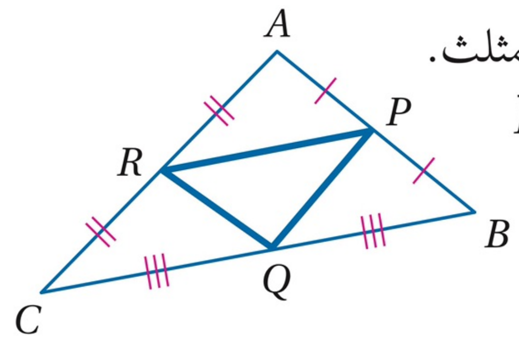




تحقق من فهمك



2) في الشكل أعلاه، إذا كان: $HF = 10$, $EH = 6$, $DG = \frac{1}{2}GF$ ، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟



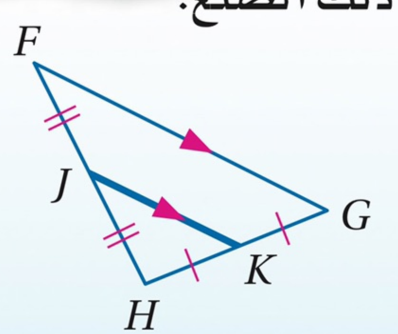
القطعة المنصّفة في المثلث هي قطعة مستقيمة طرفاها نقطتا منتصف ضلعين في المثلث. وفي كل مثلث ثلاث قطع منصّفة. فالقطع المنصّفة في $\triangle ABC$ هي $\overline{RP}, \overline{PQ}, \overline{RQ}$

ونظرية القطعة المنصّفة في المثلث هي حالة خاصّة من عكس نظرية التناسب في المثلث.

نظرية 6.7 نظريّة القطعة المنصّفة في المثلث

أضف إلى

القطعة المنصفة في المثلث توازي أحد أضلاعه، وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.



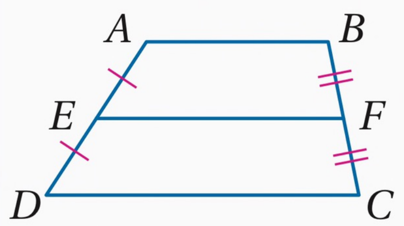
مثال: إذا كانت J, K نقطتَي منتصف $\overline{FH}, \overline{HG}$ على الترتيب، فإن: $\overline{JK} \parallel \overline{FG}, JK = \frac{1}{2} FG$.

إرشادات للدراسة

مثلث القطع المنصفة: القطع المنصفة الثلاث في المثلث تشكل مثلثًا يُسمى مثلث القطع المنصّفة.

إرشادات للدراسة

القطعة المنصّفة: نظريّةُ القطعة المنصّفة في المثلث، تشبه نظريّة القطعة المنصّفة في شبه المنحرف، والتي تنصّ على أن القطعة المنصّفة في شبه المنحرف توازي القاعدتين، وطولها يساوي نصف مجموع طولَي القاعدتين.

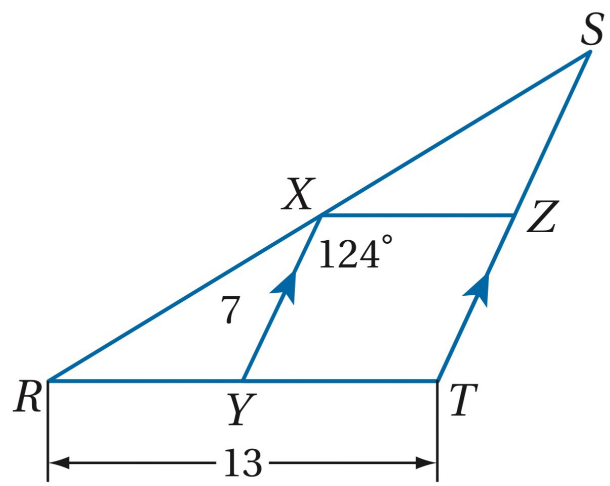


$\overline{EF} \parallel \overline{AB} \parallel \overline{DC}$

$EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$

مثال

استعمال نظريّة القطعة المنصّفة في المثلث



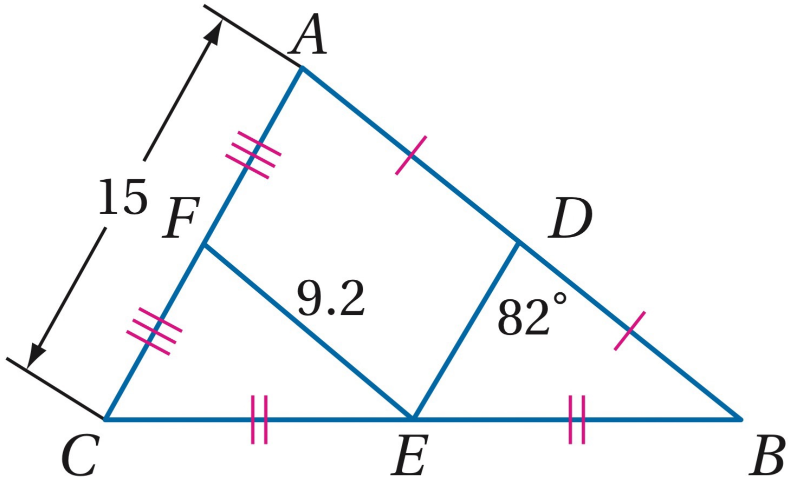
في $\triangle RST$ ، إذا كانت $\overline{XY}, \overline{XZ}$ قطعتين منصّفتين، فأوجد كل قياس مما يأتي:

a) XZ

b) ST

c) $m\angle RYX$

تحقق من فهمك



أوجد كل قياس مما يأتي معتمدًا على الشكل المجاور:

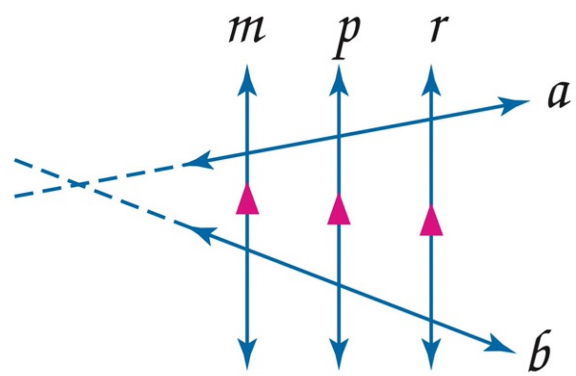
3A) DE

3B) DB

3C) $m\angle FED$

الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

هناك حالة خاصّة أخرى لنظرية التناسب في المثلث تتضمن ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، يقطعها قاطعان. لاحظ أنّه إذا مُدَّ القاطعان a, b، فإنّهما يصنعان ثلاثة مثلثاتٍ لها ثلاثة أضلاع متوازية.

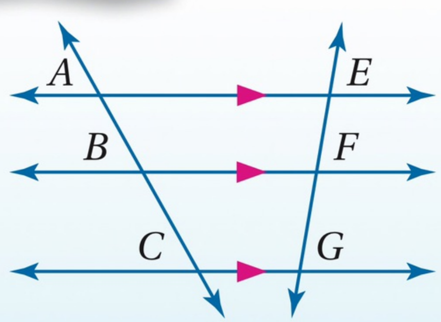


نتيجة 6.1 الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

أضف إلى مطويتك

إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة.

مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$، وكان $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EG}$ قاطعان لها، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.



إرشادات للدراسة

تناسبات أخرى:
في النتيجة **6.1**، يمكن كتابة تناسبين آخرين للمثال:

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG}, \frac{AC}{BC} = \frac{EG}{FG}$$

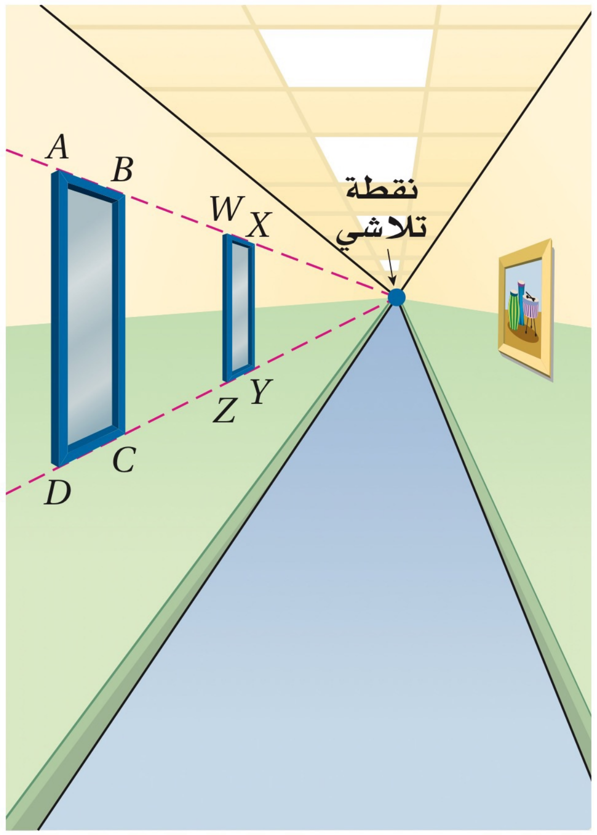
استعمال القطع المتناسبة من قاطعين

مثال

رسم: ترسم مريم ممرًّا في منظورٍ ذي نقطة تلاشٍ واحدة، فاستعملت مريم الخطوط الإرشادية المبيّنة؛ لرسم نافذتين على الجدار الأيسر.

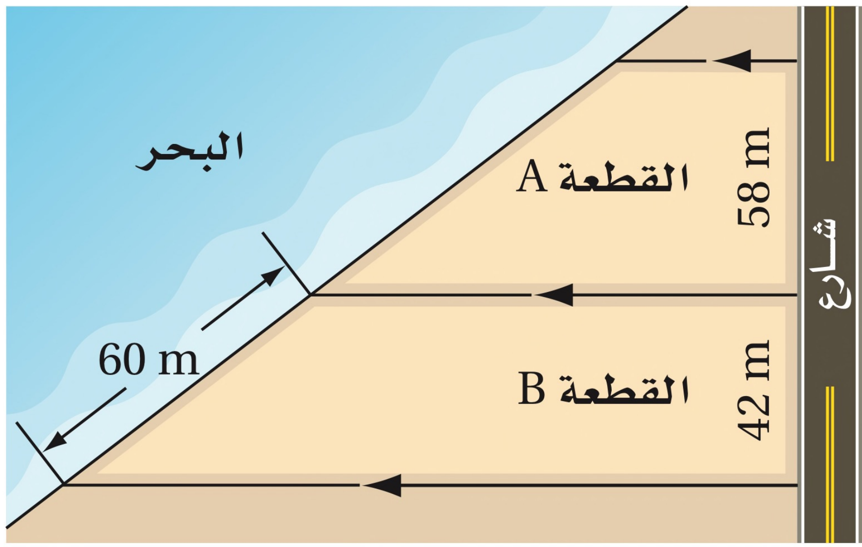
إذا كانت القطع المستقيمة: $\overline{AD}, \overline{BC}, \overline{WZ}, \overline{XY}$ متوازية، وكان:

$AB = 8\text{ cm}, DC = 9\text{ cm}, ZY = 5\text{ cm}$، فأوجد WX .



تحقق من فهمك

4) **عقارات:** واجهة قطعة الأرض هي طول حدِّها المحاذي لمعْلَمٍ ما مثل شارع أو بحر أو نهر، أوجد طول الواجهة البحريّة للقطعة A إلى أقرب عُشر المتر.

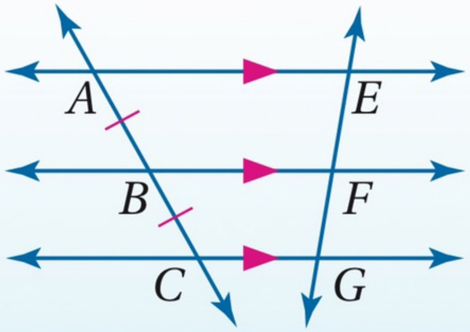


إذا كانت النسبة بين أطوال أجزاء القاطعين تساوي 1، فإن المستقيمات المتوازية تقطع أجزاءً متطابقة من القاطعين.

نتيجة 6.2 الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

أضف إلى مطويتك

إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، وكانت أجزاؤه متطابقة،فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة.

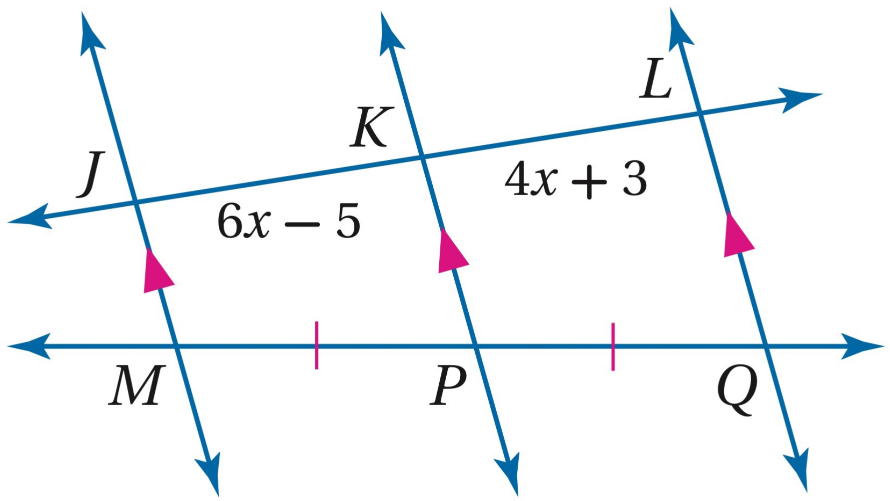


مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان $\overline{AC}, \overline{EG}$ قاطعين لها، بحيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.

استعمال القطع المتطابقة من قاطعين

مثال

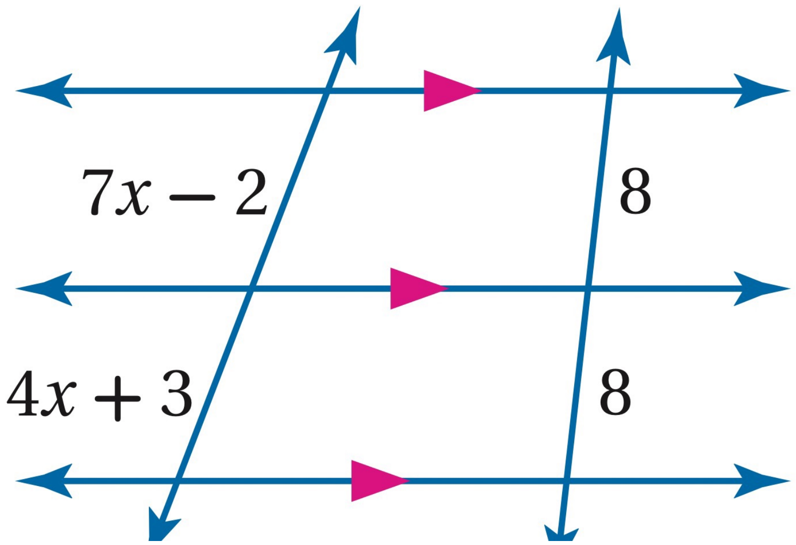
جبر: أوجد قيمة x .



تحقق من فهمك

أوجد قيمة كلٍّ من x, y .

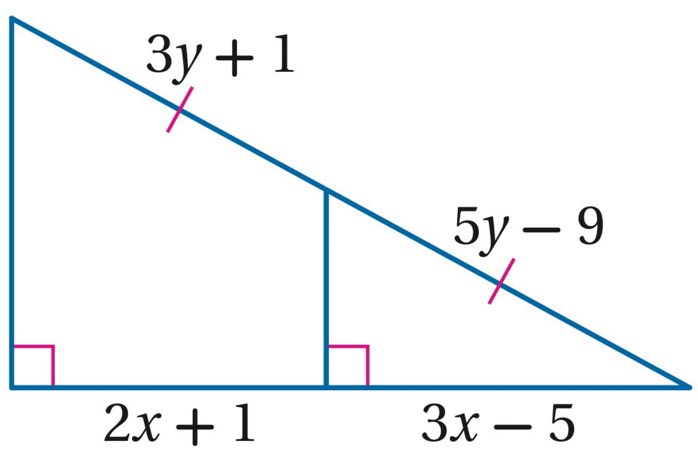
5A)



تحقق من فهمك

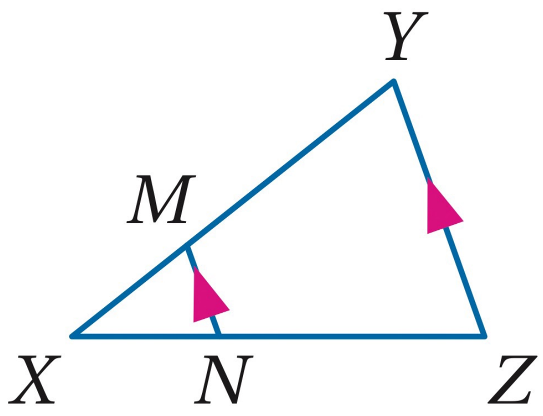
أوجد قيمة كلٍّ من x, y .

5B)



تأكد

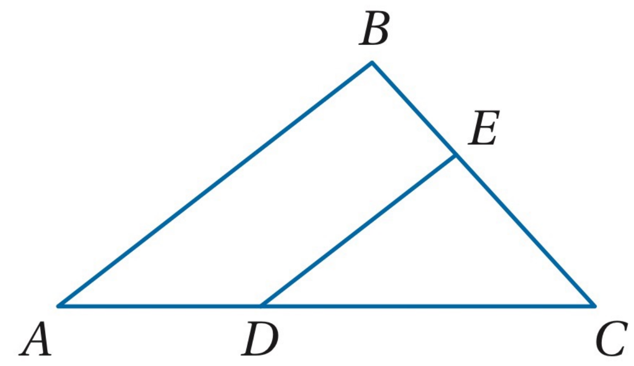
في $\triangle XYZ$ ، إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{YZ}$،



1) إذا كان: $NZ = 9$, $XN = 6$, $XM = 4$ ، فأوجد XY .

تأكد

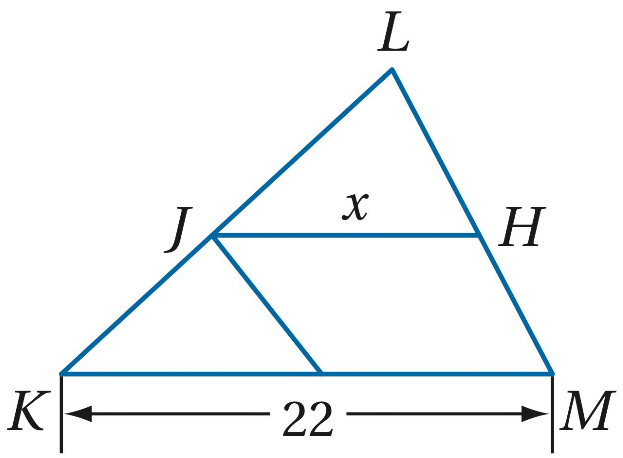
3) في $\triangle ABC$ ، إذا كان: $BC = 15, BE = 6$ ، $DC = 12 , AD = 8$ ، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ؟
برّر إجابتك.



تأكد

إذا كانت $\overline{JH}$ قطعة منصِّفة في $\triangle KLM$ ، فأوجد قيمة x

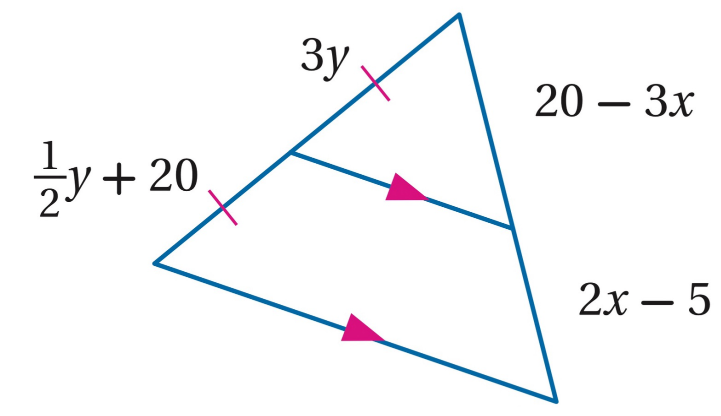
5)



تأكد

أوجد قيمتَي x, y

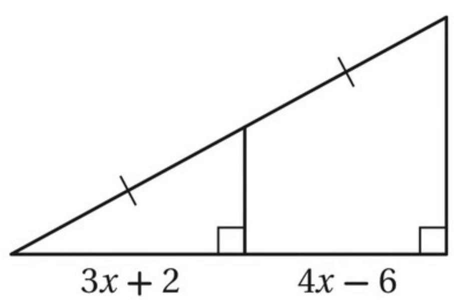
8)



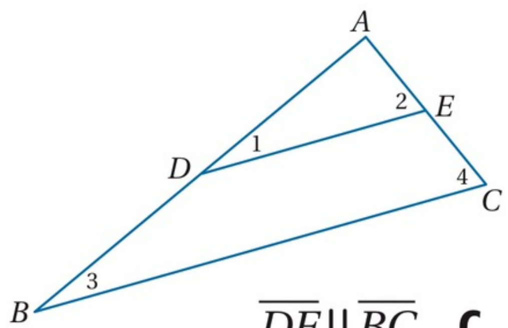
تدرب

تدريب على اختبار

40) إجابة قصيرة: ما قيمة x؟



41) في $\triangle ABC$، إذا كانت $\overline{DE}$ قطعة منصّفة، فأي العبارات التالية غير صحيحة؟



A $\angle 1 \cong \angle 4$

B $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

C $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

D $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$