الجزء الأول

الفائدة البسيطة

سوف نتناول في هذا الجزء دراسة الموضوعات التالية باستخدام الفائدة البسيطة :

- الفائدة والجملة.
- الخصم والقيمة الحالية .
- تسوية الديون .
- استهلاك القروض قصيرة الأجل .

الفصل الأول : الفائدة والجملة

مقدمة :

يلعب رجال المال والبنوك سواء كانت بنوك استثمار أو بنوك تجارية دورا كبيرا في خلق وإيجاد الأدوات المالية ، حيث يعبر بنك الاستثمار عن عملية إصدار الأوراق المالية الجديدة أو مساعدة المنشأة فى المتاجرة في أوراقها المالية الحالية ، أما بالنسبة للبنوك التجارية فهي عبارة عن منظمة متخصصة في تجميع الودائع من المستثمرين في مقابل فائدة محددة فإذا قررت أن تقوم بعملية استثمار لجزء من أموالك فيجب أن تقارن بين الاستثمار في الأصول الحقيقية وهى عبارة عن الأصول المستخدمة لإنتاج السلع والخدمات والأراضي والمبانى والآلات أو الاستثمار في الأصول المالية وهي عبارة عن حقوق على الأصول الحقيقية أو على العائد المتولد منها أو كليهما وبالتالي فإن مالك الأصل المالي هو في الحقيقة مالك لحق في جزء من الأصول الحقيقية الأراضى، المباني ....الخ أو لنصيب من العائد الذي تحققه الأصول الحقيقية المتولد من استخدامها أو كليهما .وتتضمن الأصول المالية الأسهم والسندات .

من الملاحظ أن الاستثمارات نوعان في الحياة العملية :

استثمارات لا تعطي أرباحا مضمونة بل تعطي أرباحا معدلاتها متغيرة وغير ثابتة وليست معروفة مقدما ، كما قد تكون موجبة أو سالبة ويتوقف

تحديدها على نتائج الأعمال كالاستثمارات في المشروعات التجارية والزراعية والصناعية وشراء وبيع الأسهم ذات العائد المتغير . أما النوع الآخر من الاستثمارات فتعطي أرباحا وعوائد مضمونة بمعدلات ثابتة خلال فترات زمنية معينة ومعروفة مقدما كالقروض والودائع في البنوك وشراء وبيع السندات والأسهم ذات العوائد المضمونة والمعروفة مسبقا . وجدير بالذكر أن لكل نوع من هذه الاستثمارات مريديه يقبلون عليه حسب ظروفهم وإمكانياتهم ومعتقداتهم . فالبعض يفضل تخفيض درجة الخطورة الخاصة بتقلبات عوائد الاستثمار ولذلك يقبلون على الاستثمارات فى القروض ذات العوائد الثابتة . أما البعض الآخر فيرغب في تحمل بعض المخاطر الاستثمارية مقابل حصوله على المشاركة الحقيقية في عوائد الاستثمار ولذلك يقبلون على الاستثمارات ذات العوائد المتغيرة .

ويمكن تحديد مفهوم الفائدة بأنه العائد أو المقابل المادي الذي يحصل عليه صاحب رأس المال مقابل حيازة واستعمال الغير لهذه الأموال . فالفائدة على رأس المال مثل القيمة الإيجارية التي يحصل عليها المالك مقابل استغلال الغير للعقار ومثل الأجر أو المرتب الذي يحصل عليه شخص معين من الغير مقابل استغلال وقته وطاقته لصالح هذا الغير . ولذلك إذا اقترض شخص مبلغا من المال من بنك فإنه يجب عليه سداد القرض وفائدته في نهاية المدة المتفق عليها . وكذلك إذا أودع شخص مبلغا من المال في بنك فإنه سوف يحصل على مبالغ بصفة دورية كفائدة على المال المودع .

ويتوقف قيمة العائد أو المقابل (الفائدة) الذي يحصل عليه صاحب رأس المال على حجم الأموال المستثمرة أو المقترضة وفترة الاستثمار أو الاقتراض والعائد على كل وحدة رأس مال تستثمر خلال وحدة الزمن.

<u>وعلى ذلك فالفائدة دالة لثلاث متغيرات :</u>

١ -رأس المال (القرض أو الأصل).
٢ -معدل الفائدة (العائد أو الفائدة على كل وحدة رأس مال تستثمر خلال وحدة الزمن)
٣ -فترة الاستثمار (مدة الاستثمار أو زمن الاقتراض) .

وتتضح العلاقة بين الفوائد والمتغيرات الثلاثة سالفة الذكر فيما يلي :

بفرض ثبات رأس المال المستثمر ومعدل الفائدة فإن قيمة العائد (الفوائد) تزيد كلما زادت فترة الاستثمار والعكس صحيح. وبفرض ثبات معدل الفائدة وفترة الاستثمار فإن قيمة العائد (الفوائد) تنخفض كلما تناقص المبلغ المستثمر والعكس صحيح أيضا. فالعلاقة طردية بين كل متغير من المتغيرات الثلاثة وقيمة الفوائد بفرض ثبات المتغيرات الأخرى.

رأس المال : يتمثل رأس المال في الأموال التي يرغب أصحابها في استثمارها سواء لدي الغير أو لدي أنفسهم . فإذا أراد صاحب رأس المال استثمار أمواله لدي الغير فإنه يعرض أمواله لهم إما في شكل ودائع أو في شكل قروض أو المساهمة في رأس المال للمشروعات المختلفة (أسهم وسندات) ، أما إذا أراد صاحب رأس المال توظيف أمواله بمعرفته الشخصية فإنه يستثمر هذه الأموال مع عوامل الإنتاج الأخرى عن طريق إنشاء بعض المشروعات الخاصة. بهدف استغلال رأس المال المتاح.
وفي كلا الحالتين فإن صاحب رأس المال إما أن يتقاضي عائدا من الغير على رأس المال المستثمر أو يحجز من أرباحه جزءا مقابل استغلاله لرأس المال بمعرفته الشخصية.

وجدير بالذكر أننا سوف نرمز لرأس المال بالرمز (أ) ويطلق البعض على رأس المال المستثمر ألفاظا أخرى مشابهة مثل الأصل أو المبلغ .

معدل الفائدة : يقصد بمعدل الفائدة أو سعر الفائدة عائد (الفائدة) الاستثمار عن كل وحدة رأس المال في نهاية وحدة الزمن. فإذا فرضنا أن معدل الفائدة 10% سنويا فمعنى ذلك أن كل وحدة رأس مال (جنيه واحد) تستثمر لمدة

سنة يحصل صاحبها على عائد قيمته 0,10 من الجنيه . أما إذا كان معدل الفائدة 6% عن كل نصف سنة فإن كل جنيه يستثمر لمدة نصف سنة يحصل صاحبها على عائد قيمته 0,06 من الجنيه، ومضاعفات هذا المبلغ حسب مدة الاستثمار.

وهناك شبه اتفاق في الأوساط المالية والتجارية على اعتبار وحدة الزمن سنة كاملة ما لم ينص على خلاف ذلك كما أن هناك شبه اتفاق على أن يذكر معدل الفائدة بالنسبة لكل مائة وحدة نقود وتكتب العلامة (%) رمزا واختصار لذلك . فإذا كان معدل الفائدة السنوي 10% فإن ذلك يعني أن صاحب رأس المال يحصل على عائد استثمار سنويا قدره 10 جنيه لكل 100 جنيه كرأس مال مستثمر.

وجدير بالذكر أننا سوف نرمز لمعدل الفائدة السنوي بالرمز (ع) ويطلق البعض على معدل الفائدة ألفاظا أخرى مشابهة مثل سعر الفائدة أو عائد الاستثمار.

فترة الاستثمار : يقصد بفترة الاستثمار المدة التي يستحق بعدها صرف مبلغ الفائدة المستحقة نتيجة استثمار رأس المال خلالها . وعادة ما تكون مدة الاستثمار قصيرة في حالة استخدام معدل الفائدة البسيطة في العمليات الحسابية حيث تكون مدة الاستثمار بالشهور أو بالأيام وحيث يكون معدل الفائدة سنوي عادة فإن فترة الاستثمار يجب أن تكون سنوات صحيحة أو كسور من السنة . فالقاعدة العامة بالنسبة لفترة الاستثمار أنه يجب أن تتطابق وحدة الزمن بالنسبة للمدة مع وحدة الزمن المحسوب عنها معدل الفائدة. فإذا كان معدل الفائدة سنوي فإن مدة الاستثمار تكون سنوية وإذا كان معدل الفائدة شهري فإن مدة الاستثمار تكون وحدات زمن شهرية وهكذا.

ويجب التفرقة بين الحالات التالية عند حساب مدة الاستثمار :

أولا : إذا كانت مدة الاستثمار بالشهور :

إذا ذكرت مدة الاستثمار بالشهور صراحة (خمسة شهور مثلا) أو كانت تقع بين تاريخين مختلفين المدة بينهما عددا من الشهور الكاملة (من أول يناير حتى أخر سبتمبر) فإن الأمر يقتضي تحويل هذه الأشهر إلى فترات زمنية من نفس طبيعة معدل الفائدة. فعلى سبيل المثال إذا كان معدل الفائدة سنوي فتتحول الأشهر إلى كسر من السنة بالقسمة على عدد شهور السنة (12 شهرا) . أما إذا أن المعدل شهري فتترك فترات الزمن الشهرية كما هي عند التعويض في معادلة حساب الفائدة .

ثانيا : إذا كانت مدة الاستثمار بالأيام :

إذا ذكرت مدة الاستثمار بالأيام صراحة (23 يوما مثلا)أو كانت تقع بين تاريخين مختلفين المدة بينهما عددا من الأيام (من 10 مارس حتى 14 ديسمبر) ففي حالة إذا كانت مدة الاستثمار بالأيام فإنه يجب التفرقة بين حالتين مختلفتين حسب ما إذا كان المطلوب حساب الفوائد الصحيحة (النظرية) أوالفوائد التجارية (العملية) :

الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية :

Exact and commercial iterating

1) الفوائد الصحيحة (النظرية) :

إذا كانت فترة الاستثمار بالأيام ومعدل الفائدة سنوي فإن فترة الاستثمار تحسب بقسمة عدد الأيام على 365 إذا كانت السنة بسيطة مثل سنة 2017 (فبراير 28 يوم) أو على 366 إذا كانت السنة كبيسة مثل سنة 2016 (فبراير 29 يوما) . ويمكن التفرقة بين السنة البسيطة والسنة الكبيسة بقسمة أرقام السنة على 4 فإذا كان خارج القسمة بدون باق فإن السنة تكون كبيسة (2016) وإلا فالسنة بسيطة (2017) وعلى ذلك فإن سنة 2017 سنة بسيطة وسنة 2016 سنة كبيسة .

والقاعدة العامة أنه إذا لم يذكر صراحة ما يوضح إذا كانت السنة بسيطة أو كبيسة فإن السنة تعتبر بسيطة. وإذا كان هناك تداخل في المدة بين السنة البسيطة والسنة الكبيسة فتحسب فائدة كل سنة على حدة وتضاف الفوائد وإن كان من الممكن أن تعتبر المدة كلها تقع في السنة البسيطة أو الكبيسة تجاوزا.

وجدير بالذكر أننا سوف نرمز إلى الفائدة الصحيحة بالرمز ($ف_{ص}$):

2) الفوائد التجارية (العملية) :

جري العرف في الأوساط المالية والتجارية على اعتبار عدد أيام السنة 360 يوم تجاوزا وذلك تسهيلا للعمليات الحسابية. ولذلك عند حساب الفوائد فإن

مدة الاستثمار تحسب بقسمة عدد أيام الاستثمار الفعلية على 360 وبغض النظر عما إذا كانت مدة الاستثمار تقع في سنة بسيطة أو كبيسة . وجدير بالذكر أن الفائدة التجارية أكبر من الفائدة الصحيحة في جميع الأحوال .

لذلك تفضل البنوك والمؤسسات المالية حساب الفوائد على القروض الممنوحة للعملاء على أساس الفوائد التجارية. أما الفوائد التي تعلى على الحسابات الجارية والإيداعات لدي البنوك وصناديق التوفير فيتم حسابها على أساس الفوائد الصحيحة.

وجدير بالملاحظة أن مشكلة التفرقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة تثار إذا كانت مدة الاستثمار بالأيام فقط. أما إذا كانت مدة الاستثمار بالشهور أو بالسنوات فإنه من غير الممكن التفرقة بين ما يسمي بالفوائد التجارية والفوائد الصحيحة. والقاعدة العامة أنه إذا كانت مدة الاستثمار بالأيام ولم يذكر صراحة نوع الفائدة المطلوب حسابها فإنه يجب حساب الفوائد على أساس أنها فوائد تجارية.

وجدير بالذكر أننا سوف نرمز لمدة الاستثمار بالرمز (ن) إذا كانت المدة بالسنوات الصحيحة أو كسور السنوات وبالرمز (ش) إذا كانت المدة بالشهور وبالرمز (ى) إذا كانت المدة بالأيام . كما أننا سوف نرمز للفائدة التجارية بالرمز (ف $_{ت}$).

قانون أو معادلة الفائدة البسيطة :

يجب التفرقة عند تطبيق قانون أو معادلة الفائدة بين ما إذا كانت الفائدة المطلوبة تتعلق بمبلغ واحدة أو عدة مبالغ فترات استثمارها غير منتظمة أو كانت تتعلق بعدة مبالغ متساوية فترات استثمارها منتظمة.

أولا: فائدة مبلغ أو عدة مبالغ فترات استثمارها غير منتظمة :

سبق أن ذكرنا أن الفائدة دالة للمتغيرات الثلاثة الأصل والمعدل والمدة كما أن الفائدة البسيطة تبقي ثابتة طوال مدة الاستثمار أو الاقتراض .

وعلى ذلك فقانون الفائدة.

الفائدة = المبلغ × المعدل × المدة

وإذا فرضنا أننا نرمز إلى الفائدة بالرمز (ف) فإن قانون الفائدة في ضوء الرموز السابقة يصبح كما يلي:-

$$ف = أ × ع × \left(\frac{ى}{360}\right) أو \left(\frac{ش}{12}\right) أو (ن)$$

ومن قانون الفائدة يمكن حساب الفوائد إذا عرفنا المبلغ والمعدل والمدة. كما يمكن إيجاد قيمة أي عامل أو أكثر من العوامل المؤثرة في قيمة الفائدة بمعلومية العوامل الأخرى. ويمكن إيجاد قيمة أى متغير بدلالة المتغيرات الأخرى من المعادلة السابقة.

مثال (1)

أودع عبد الرحمن مبلغ 1000 جنيه في بنك مصر بمعدل فائدة سنوي 9% احسب الفوائد المستحقة إذا كانت مدة الإيداع .

١ - 8 شهور . 2- 200 يوم .

3- تاريخ الإيداع 18 سبتمبر 2015 وتاريخ السداد 22 مارس 2016 .

٤ -سنة وثلاثة شهور وعشرون يوما .

الحل

1- المدة ثمانية شهور :

$$\boxed{\text{ف} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ش}}{12}}$$

$$\text{الفائدة} = 1000 \times \frac{9}{100} \times \frac{8}{12} = 60 \text{ جنيه}$$

2- المدة : 200 يوم

لم يذكر صراحة نوع الفائدة المطلوبة كما أنه لم يحدد في أي سنة تقع مدة الاستثمار ولذلك تحسب الفوائد على أساس أنها تجارية .

$$\boxed{\text{ف}_{\text{ت}} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{ى}}{360}}$$

$$\text{الفائدة} = 1000 \times \frac{9}{100} \times \frac{200}{360} = 50 \text{ جنيه}$$

3- الفترة الزمنية تقع ما بين 18/ 9 / 2015 حتى 22/ 3 / 2016 تحسب مدة الاستثمار بالأيام التي تقع بين تاريخ الاقتراض أو الإيداع وتاريخ السداد أو السحب .

وبصفة عامة تحسب المدة بالأيام كما يلي :

1- تحسب عدد الأيام الباقية من شهر الاقتراض اوالإيداع .

2- يضاف إلى المدة السابقة عدد الأيام في الأشهر الكاملة من مدة الاقتراض أو الإيداع التالية وذلك حسب عدد أيام كل شهر على حدة .

3- يضاف عدد الأيام في الشهر الذي يتم فيه السداد أو السحب بما فيه يوم السداد أو السحب .

	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	يناير	فبراير	مارس
المدة =	16	+ 31	+ 30	+ 31	31	+ 29	+ 22

= 186 يوما

الفائدة = $1000 \times \frac{9}{100} \times \frac{186}{360} = 46,5$ جنيه

4- المدة سنة وثلاثة شهور وعشرون يوما .

تحسب الفائدة لكل مدة على حدة ثم تجمع الفوائد .

الفائدة عن سنة= $1000 \times \frac{9}{100} \times 1 = 90$ جنيه

الفائدة عن 3 شهور = $1000 \times \frac{9}{100} \times \frac{3}{12} = 22,5$ جنيه

الفائدة عن 20 يوم = $1000 \times \frac{9}{100} \times \frac{20}{360} = 5$ جنيه

الفائدة = 90 + 22.5 + 5 = 117,5 جنيه .

مثال (2)

أودع يوسف مبلغ 3000 جنيه في بنك الإسكندرية بمعدل فائدة 6% سنويا أحسب الفوائد الصحيحة إذا كانت فترة الإيداع :

١- 146 يوما .

2- تاريخ الإيداع 28 سبتمبر 2014 وتاريخ السحب 21 مارس 2015 .

3- تاريخ الإيداع 28سبتمبر 2015 وتاريخ السحب 21 مارس 2016.

الحل

1- المدة 146 يوما :

لم يذكر صراحة ما إذا كانت المدة تقع في سنة بسيطة أو سنة كبيسة لذلك فتحسب الفوائد على أساس أن المدة تقع في سنة بسيطة تطبيقا للقاعدة العامة .

$$\text{ف}_{\text{ص}} = 3000 \times \frac{6}{100} \times \frac{146}{365} = 72 \text{ جنيه}$$

٢ - الفترة الزمنية من 2014 /9/28 حتى 2015 /3/21 .

	سبتمبر		أكتوبر		نوفمبر		ديسمبر		يناير		فبراير		مارس	
مدة الإيداع =	2	+	31	+	30	+	31	+	31	+	28	+	21	= 174 يوميا

$$\text{الفائدة} = 3000 \times \frac{6}{100} \times \frac{174}{365} = 85,808 \text{ جنيه}$$

٣ - الفترة الزمنية من 2015 /9/28 حتى 2016 / 3/21

حيث أن الفترة الزمنية متداخلة بين سنتين أحدهما بسيطة والأخرى كبيسة لذلك فيجب حساب المدة التي تقع في كل منهما على حدة وحساب الفوائد الصحيحة على حسب نوع السنة ثم جمعهما بعد ذلك .

أ) الفترة الزمنية من 2015 /9/28 حتى 2015 /12/31 سنة بسيطة

مدة الإيداع = 2 + 31 + 30 + 31 = 94 يوم .

$$\text{ف}_1 = 3000 \times \frac{6}{100} \times \frac{94}{365} = 46,356 \text{ جنيه}$$

ب) الفترة الزمنية من 2016 /1/1 حتى 2016 /3/21 سنة كبيسة :

مدة الإيداع = 31 + 29 + 21 = 81 يوم

$$\text{ف}_2 = 3000 \times \frac{6}{100} \times \frac{81}{366} = 39,836 \text{ جنيه}$$

الفائدة = 46,356 + 39,836 = 86,192 جنيه

مثال (3)

أودع عبد الرحمن المبالغ التالية فى البنك التجاري الدولي :
1000 جنيه لمدة 3 شهور ، 2000 جنيه لمدة 9 شهور ، 3000 لمدة سنة وثلاثة شهور احسب مجموع الفوائد المستحقة له إذا كان معدل الفائدة السنوي 8% .

الحل

يمكن حل هذا المثال بأحد الطريقتين التاليتين :

أ) الطريقة العادية :

$$\text{فائدة المبلغ الاول} = 1000 \times \frac{8}{100} \times \frac{3}{12} = 20 \text{ جنيه}$$

$$\text{فائدة المبلغ الثانى} = 2000 \times \frac{8}{100} \times \frac{9}{12} = 120 \text{ جنيه}$$

$$\text{فائدة المبلغ الثالث} = 3000 \times \frac{8}{100} \times \frac{15}{12} = 300 \text{ جنيه}$$

الفوائد = 20 + 120 + 300 = 440 جنيه

ب) طريقة النمر :

يمكن حساب الفوائد على عدة مبالغ بطريقة مختصرة عن طريق ضرب كل مبلغ في مدة استثماره أو اقتراضه لنحصل على نمر كل مبلغ على حدة . ويسمي حاصل جمع نمر المبالغ المختلفة بمجموع النمر. فإذا كانت مدة الاستثمار بالأيام أو الشهور أو السنوات فإن مجموع النمر يسمي بمجموع النمر اليومية أو الشهرية أو السنوية على التوالي ويمكن الحصول على مجموع الفوائد بقسمة مجموع النمر اليومية أو الشهرية أو السنوية على عدد أيام السنة (360 / 365 / 366) أو على عدد شهور السنة أو لا شيء على التوالي ، ثم ضرب خارج القسمة في معدل الفائدة السنوي .

وجدير بالذكر أنه يجب أن تكون مدة الاقتراض أو الاستثمار بالنسبة لجميع المبالغ من طبيعة واحدة قبل حساب النمر و إلا فيجب تحويل المدد كلها إلى أيام أو شهور أو سنوات بالنسبة لجميع المبالغ قبل استخدام طريقة النمر في حساب الفوائد وبذلك تكون النمر كلها أصبحت يومية أو شهرية أو سنوية ويفضل استخدام طريقة النمر في حساب الفوائد إذاكان أن الأمر يستوجب حساب الفوائد لعدة مبالغ وكل مبلغ يستثمر لفترة زمنية معينة ولكن بمعدل فائدة ثابت للجميع كما هو الحال في المثال السابق والذي يمكن حله مرة أخرى بطريقة النمر كما يلي :

النمر الشهرية للمبلغ الأول = 1000 × 3 = 3000

النمر الشهرية للمبلغ الثاني = 2000 × 9 = 18000

النمر الشهرية للمبلغ الثالث = 3000 × 15 = 45000

مجموع النمر = 3000 + 18000 + 45000 = 66000

$$\text{الفوائد} = \left(\frac{\text{مجموع النمر الشهرية}}{12} \right) \times \text{معدل الفائدة السنوى}$$

$$\text{الفوائد} = \left(\frac{66000}{12} \right) \times \frac{8}{100} = 440 \text{ جنيه}$$

مثال (4) :

اقترض شخص المبالغ التالية من بنك مصر 4000 جنيه في أول سبتمبر 2015 ، 2000 جنيه في 31 يوليو 2016 ، 3000 جنيه في 18 أكتوبر 2016 احسب مجموع الفوائد المستحقة لبنك مصر في آخر ديسمبر 2016 إذا علمت أن معدل الفائدة السنوي 6% .

الحل

مدة المبلغ الأول من 1 / 9 /2015 حتي 31 / 12 / 2016 = 487 يوم .

مدة المبلغ الثاني من 31 / 7 /2016 حتي 31 / 12 / 2016 = 153 يوم .

مدة المبلغ الثالث من 18 / 10 /2016 حتي 31 / 12/ 2016 = 74 يوم .

النمر اليومية = 4000 × 487 + 2000× 153 + 3000×74 = 2476000

$$\text{الفائدة التجارية} = \left(\frac{2476000}{360} \right) \times \frac{6}{100}$$

ف ت = 412,667 جنيه

ملحوظة

أحصينا عدد الأيام في كل شهر حسب العدد الفعلي عند تحويل السنوات أو الشهور إلى أيام (تم حساب المدة بالطريقة الصحيحة) ، واعتبرنا أن الفوائد تجارية ولذلك قسمنا مجموع النمر على 360 .

مثال (5) :

أودع تاجر في البنك الأهلي المبالغ التجارية 15000 جنيه لمدة 4 شهور، 20000 جنيه لمدة سنة ونصف ، 30000 جنيه لمدة 180 يوم . أحسب مجموع الفوائد المستحقة للتاجر لدي البنك إذا كان معدل الفائدة 6% سنويا.

الحل

يجب قبل استخدام طريقة النمر في الحل توحيد نوعية المدد بحيث تكون كلها بالأيام أو الشهور أو السنوات.

أ) الحل إذا كانت مدد الاستثمار كلها بالأيام :

مدة المبلغ الأول = 120 يوم (اعتبرنا الشهر 30 يوم تجاوزا لعدم معرفة الشهور بالتحديد) .

مدة المبلغ الثاني = 540 يوم (اعتبرنا الشهر 30 يوم تجاوزا لعدم معرفة الشهور بالتحديد)

مدة المبلغ الثالث = 180 يوم

مجموع النمر = 15000 × 120 + 20000 × 540 + 30000 × 180

= 18000000

الفائدة التجارية = $\left(\frac{18000000}{360} \right) \times \frac{6}{100} = 3000$ **جنيه**

ب) الحل إذا كانت مدد الاستثمار كلها بالشهور :

مدة استثمار المبلغ الأول = 4 شهور

مدة استثمار المبلغ الثاني = 18شهرا (سنة ونصف)

مدة استثمار المبلغ الثالث = 6 شهور (اعتبرنا الشهر 30 يوم تجاوزا)

مجموع النمر = 15000 × 4 + 20000 × 18+ 30000 ×6 = 600000

الفوائد = $\left(\frac{600000}{12} \right) \times \frac{6}{100} = 3000$ **جنيه**

جـ) الحل إذا كانت مدد الاستثمار كلها بالسنوات :

مدة استثمار المبلغ الأول = $\frac{1}{3}$ **سنة**

مدة استثمار المبلغ الثاني = $1\frac{1}{2}$ **سنة**

مدة استثمار المبلغ الثالث = $\frac{1}{2}$ **سنة**

مجموع النمر = $15000 \times \frac{1}{3} + 20000 \times 1\frac{1}{2}$

$+ 30000 \times \frac{1}{2} = 50000$

الفوائد = $50000 \times \frac{6}{100} = 3000$ جنيه

مثال (6) :

حسبت الفائدة التجارية لمبلغ ما استثمر لمدة 160 يوم بمعدل فائدة 6% سنويا فوجدت أنها 80 جنيه والمطلوب حساب أصل المبلغ المستثمر .

الحل

بالتعويض في القانون :

$$ف_ت = أ \times ع \times \frac{ى}{360}$$

$$80 = أ \times \frac{6}{100} \times \frac{160}{360}$$

$$أ = 80 \times \frac{100}{6} \times \frac{360}{160} = 3000 \text{ جنيه}$$

∴ **أصل المبلغ المستثمر (أ) = 3000 جنيه**

مثال (7) :

استثمر شخص مبلغ 6000 جنيه بمعدل فائدة 6% سنويا فوجد أن الفائدة التجارية 100 جنيه والمطلوب حساب مدة الاستثمار بالأيام .

الحل

بالتعويض في القانون :

$$ف_ت = أ \times ع \times \frac{ى}{360}$$

$$100 = 6000 \times \frac{6}{100} \times \frac{ى}{360}$$

$$100 = \frac{36000\ ى}{36000}$$

ى = 100 يوم

العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة :

قد يطلب أحيانا استنتاج الفائدة التجارية بمعلومية الفائدة الصحيحة أو الفائدة الصحيحة بمعلومية الفائدة التجارية . لذلك يقتضي الأمر ضرورة توضيح العلاقة بين الفائدتين .

(أ) علاقة النسبة بين الفائدتين :

سبق أن ذكرنا أن قانون الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية كما يلي على التوالي :

$$ف_{ص} = أ \times ع \times \frac{ى}{365}$$

$$ف_{ت} = أ \times ع \times \frac{ى}{360}$$

وبقسمة (ف ص) على (ف ت) نحصل على :

$$\frac{ف_{ص}}{ف_{ت}} = \frac{أ \times ع \times \frac{ى}{365}}{أ \times ع \times \frac{ى}{360}}$$

$$\frac{ف_{ص}}{ف_{ت}} = \frac{72}{73}$$

$$\therefore \quad ف_{ص} = ف_{ت} \times \frac{72}{73}$$

و =

$$ف_{ت} = ف_{ص} \times \frac{73}{72}$$

ب) علاقة الفرق بين الفائدتين :

(1) بمعلومية $\text{ف}_{\text{ت}}$:

بالتعويض عن $\text{ف}_{\text{ص}}$ بدلالة $\text{ف}_{\text{ت}}$ فيما يتعلق بالفرق بين الفائدتين

$$\text{ف}_{\text{ت}} - \text{ف}_{\text{ص}} = \text{ف}_{\text{ت}} - \frac{72}{73}\,\text{ف}_{\text{ت}}$$

$$\text{الفرق بين الفائدتين} = \frac{1}{73}\,\text{ف}_{\text{ت}}$$

$$\boxed{\therefore \quad \text{ف}_{\text{ت}} = \text{الفرق} \times 73}$$

(2) بمعلومية $\text{ف}_{\text{ص}}$:

بالتعويض عن $\text{ف}_{\text{ت}}$ بدلالة $\text{ف}_{\text{ص}}$ فيما يتعلق بالفرق بين الفائدتين :

$$\text{ف}_{\text{ت}} - \text{ف}_{\text{ص}} = \frac{73}{72}\,\text{ف}_{\text{ص}} - \text{ف}_{\text{ص}}$$

$$\text{الفرق بين الفائدتين} = \frac{1}{72}\,\text{ف}_{\text{ص}}$$

$$\boxed{\therefore \quad \text{ف}_{\text{ص}} = \text{الفرق} \times 72}$$

مثال (8) :

أودع شخص مبلغ 1000 جنيه في صندوق توفير بمعدل فائدة 6% سنويا لمدة 120 يوما احسب الفوائد التجارية والفوائد الصحيحة .

الحل

$$ف_ت = 1000 \times \frac{6}{100} \times \frac{120}{360} = 20 \text{ جنيه}$$

$$ف_ص = 20 \times \frac{72}{73} = 19{,}30 \text{ جنيه}$$

مثال (9) :

حسبت الفوائد التجارية والفوائد الصحيحة لمبلغ ما يستثمر بمعدل فائدة ما ولمدة ما فوجد أن الفرق بينهما 2,4 جنيه فاسحب كل من الفائدتين التجارية والصحيحة.

الحل

$$ف_ت - ف_ص = \frac{1}{72} ف_ص$$

$$2{,}400 = \frac{1}{72} ف_ص$$

$$ف_ص = \text{الفرق} \times 72$$

$$ف_ص = 2{,}400 \times 72 = 172{,}800 \text{ جنيه}$$

$$\therefore ف_ت = 172{,}800 + 2{,}400 = 175{,}200 \text{ جنيه}$$

ثانيا : فائدة عدة مبالغ متساوية لفترات استثمارمنتظمة (الدفعات) :

إذا كان هناك عدة مبالغ تدفع أو تقترض بصفة دورية منتظمة تسمى بالدفعة المؤكدة المنتظمة ، وإذا كانت مبالغ الدفعات متساوية القيمة فإن الدفعة تسمى بالدفعة المؤكدة المتساوية. فعلى سبيل المثال إذا كان مبلغ الدفعة 800 جنيه يودع أول أو آخر كل شهر في بنك ولمدة سنة فإنها تكون عبارة عن دفعة شهرية متساوية مقدارها الشهري 800 جنيه ومدتها سنة. وبصفة عامة تسمي الدفعة بأنها دفعة عادية إذا كانت تسدد أو تسحب أو تودع آخر كل فترة زمنية أما إذا كانت تسدد أو تسحب او تودع أول كل فترة زمنية فإنها تسمي بالدفعة الفورية .

وتسمي الفترة الزمنية التي تفصل بين تاريخي استحقاق أي مبلغين متتاليين بالفترة الزمنية الفاصلة . فنقول دفعة سنوية إذا كانت الفترة الفاصلة سنة كاملة أو دفعة نصف سنوية إذا كانت الفترة الفاصلة نصف سنة ودفعة شهرية إذا كانت الفترة الفاصلة بين كل دفعتين شهرا وهكذا .

ويمكن حساب فوائد الدفعة على اعتبار أن لدينا عدة مبالغ كل مبلغ يستثمر لمدة تقل عن سابقه بفترة زمنية واحدة. ويمكن الاستفادة بقانون المتوالية العددية في حساب فوائد الدفعات واستنتاج القانون الخاص بذلك كما يتضح من المثال التالي:

مثال (10) :

شخص يودع (م) من الجنيهات شهريا ولمدة سنة لدي أحد البنوك . فإذا علمت أن معدل فائدة الاستثمار السنوي (ع) فاحسب مجموع الفوائد في نهاية السنة إذا علمت أن الإيداع للدفعات :

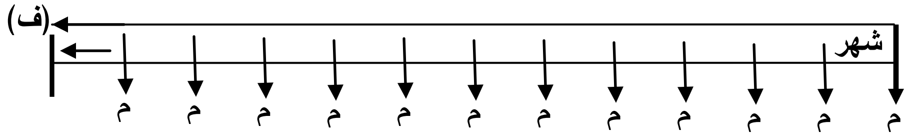
(1) أول كل شهر . (2) آخر كل شهر .

الحل

جدير بالذكر أن مبلغ الإيداع الشهري (الدفعة) ثابت وقدره (م) من الجنيهات وأن معدل الفائدة السنوي ثابت أيضا (ع) . أما بالنسبة لمدة استثمار كل دفعة فتختلف عن غيرها من الدفعات ويتم تحديدها بالفترة ما

بين تاريخ سداد أو سحب الدفعة وتاريخ حساب الفوائد ففي المثال السابق نجد أن مدة استثمار الدفعة الأولي (إذا كان الإيداع أول كل شهر) اثني عشر شهرا ومدة استثمار الدفعة الثانية أحدى عشر شهرا ومدة استثمار الدفعة الثالثة عشرة شهور وهكذا حتي نجد أن مدة استثمار الدفعة الأخيرة تساوي شهرا واحداً وتسمى بالدفعات الفورية. أما إذا كانت الدفعة عادية أي أن الإيداع أو السحب يتم آخر كل شهر فإن مدة استثمار الدفعة الأولي يكون أحدى عشر شهرا ومدة استثمار الدفعة الثانية يكون عشرة شهور ومدة استثمار الدفعة الثالثة تسعة شهور وهكذا حتي نجد أن مدة استثمار الدفعة الأخيرة تساوي صفر. وبصفة عامة فإن تحديد مدة استثمار كل دفعة يتوقف على الفترة ما بين تاريخ الإيداع وتاريخ حساب الفوائد. وحيث أن لدينا في المثال السابق أثني عشر دفعة متساوية فإن لكل دفعة مدة استثمار تتناقص بمقدار ثابت عبارة عن الفترة الزمنية التي تفصل بين كل دفعتين وبحيث تكون هذه المدد في شكل متوالية عددية .

١) إذا كان الإيداع أو السحب أول كل شهر (دفعات فورية) :



أزمنة الاستثمار للدفعات هي : 12 ، 11، 10، ....، 1.

الفوائد = فائدة الدفعة الأولي + فائدة الدفعة الثانية + ... + فائدة الدفعة الأخيرة.

ف = ف$_1$ + ف$_2$ + ف$_3$ + ...+ ف$_{12}$

= م × ع × $\frac{12}{12}$ + م × ع × $\frac{11}{12}$ + م × ع × $\frac{10}{12}$

+ ...... + م × ع × $\frac{1}{\ }$

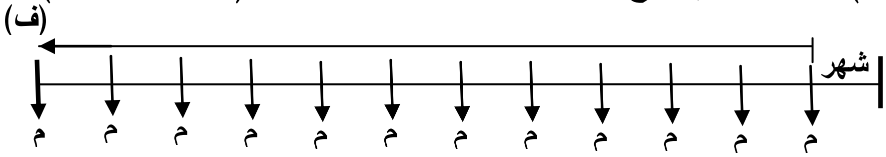
$$\frac{}{12}$$

$$= م \times ع \times \frac{1}{12} \left[12 + 11 + 10 + \ldots\ldots\ldots + 1 \right]$$

$$= م \times ع \times \frac{1}{12} \text{[مجموعة متوالية عددية عدد حدودها اثني عشر وحدها الأول 12 وحدها الأخير 1]}$$

$$= م \times ع \times \frac{1}{12} \times \frac{12}{2} (12 + 1)$$

٢) إذا كان الإيداع أو السحب آخر كل شهر (دفعات عادية) :



أزمنة الاستثمار للدفعات هي : 11 ، 10 ، 9 ، ....، صفر

الفوائد = فائدة الدفعة الأولي + فائدة الدفعة الثانية + ... + فائدة الدفعة الأخيرة.

$ف = ف_1 + ف_2 + ف_3 + \ldots\ldots + ف_{12}$

$$= م \times ع \times \frac{11}{12} + م \times ع \times \frac{10}{12} + م \times ع \times \frac{9}{12}$$

$$+ \ldots\ldots + م \times ع \times \frac{صفر}{12}$$

$$= م \times ع \times \frac{1}{12} \text{(مجموع متوالية عددية عدد حدودها اثنى عشر وحدها الأول 11 وحدها الأخير صفر)}$$

$$= م \times ع \times \frac{1}{12} \times \frac{12}{2} [11 + صفر]$$

وعليه يمكن استنتاج قانون الفائدة لعدة مبالغ متساوية فترات استثمارها منتظمة في شكل متوالية عددية:

$$ف = م \times ع \times \frac{1}{12} \times \frac{ن}{2} [س + ص]$$

حيث أن :

م	=	**مبلغ الدفعة**
ع	=	**معدل الفائدة**
ن	=	**عدد الحدود (عدد الدفعات)**
س	=	**مدة استثمار أول دفعة يراد حساب فائدتها .**
ص	=	**مدة استثمار آخر دفعة يراد حساب فائدتها.**

وجدير بالملاحظة أنه إذا كانت أزمنة الاستثمار بالأيام فإن المشترك فى قانون حساب الفائدة يكون $\frac{1}{360}$

بدلاً من العامل المشترك $\frac{1}{12}$ **المذكزرة أعلاه فى القانون.**

مثال (11) :

دفعة ربع سنوية مبلغها 1000 جنيه ومدة سدادها سنتين فإذا كان معدل الفائدة السنوي 6% فاحسب مجموع الفوائد في نهاية مدة السداد إذا علمت أن :

١) السداد آخر كل ربع سنة . 2) السداد أول كل ربع سنة .

الحل

١) إذا كان السداد آخر كل ربع سنة (دفعة عادية تسدد آخر كل 3 شهور) .

$$\text{عدد الدفعات} = \frac{24}{3} = 8 \text{ دفعات}$$

$$\text{ف} = 1000 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{8}{2} (21 + \text{صفر}) = 420 \text{ جنية}$$

٢) إذا كان السداد أول كل ربع سنة (دفعة فورية تسدد أول كل 3 شهور).

$$\text{ف} = 1000 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{8}{2} (24 + 3) = 540 \text{ جنية}$$

مثال (12) :

أودع شخص مبلغ 2000 جنيه آخر كل شهرين خلال عام 2016 في البنك الأهلي المصري فإذا علمت أن معدل الفائدة السنوي 8% فاحسب مجموع الفوائد المستحقة للمودع لدي البنك في نهاية العام وذلك بالنسبة :

١) الدفعات الأربعة الأولي فقط.

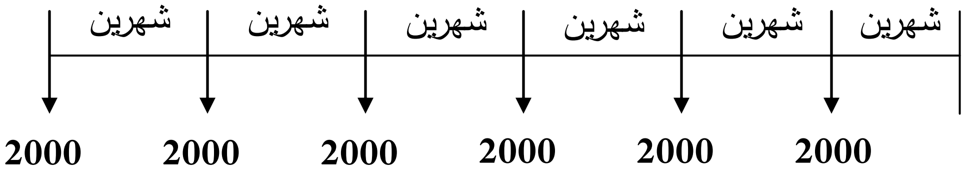
٢) الدفعات الثالثة والرابعة والخامسة فقط .

٣) الدفعات الثلاثة الأخيرة فقط .

٤) مجموع الفوائد التي يحصل عليها المودع في نهاية السنة للدفعات كلها.

الحل

1) فوائد الدفعات الأربعة الأولي فقط في نهاية السنة :



$$\text{ف} = 2000 \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{4}{2}(10 + 4) = 373{,}33 \text{ جنيه}$$

2) فوائد الدفعات الثالثة والرابعة والخامسة في نهاية السنة :

$$\text{ف} = 2000 \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{3}{2}\,(6 + 2) = 160 \text{ جنيه}$$

3) فوائد الدفعات الثلاثة الأخيرة في نهاية السنة :

$$\text{ف} = 2000 \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{3}{2}\,(4 + \text{صفر}) = 80 \text{ جنيه}$$

4) مجموع الفوائد التي يحصل عليها المودع في نهاية السنة للدفعات كلها :

$$\text{ف} = 2000 \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{2}\,(10 + \text{صفر}) = 400 \text{ جنيه}$$

جدير بالذكر أنه بالرجوع إلى قانون الفائدة للدفعات يتضح أن قيمة (س) تتحدد حسب طول الفترة الزمنية ما بين تاريخ سداد أول دفعة يراد حساب فائدتها وتاريخ إيجاد الفوائد وأن قيمة (ص) تتحدد أيضا حسب طول الفترة الزمنية ما بين تاريخ سداد آخر دفعة يراد حساب فائدتها وتاريخ إيجاد الفوائد.

مثال (13):

أودع تاجر في بنك الدلتا مبلغ 1000 جنيه آخر كل شهر من شهور عام 2016 ومبلغ 2000 جنيه أول كل 3 شهور من شهور عام 2017 . أحسب مجموع الفوائد المستحقة له في نهاية عام 2017 لدي بنك الدلتا إذا كان معدل الفائدة السنوي 10%

الحل

أ) فوائد إيداعات عام 2016 في نهاية عام 2017 .

$$\text{ف}_1 = 1000 \times \frac{10}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{12}{2}\,(23 + 12) = 1750 \text{ جنية}$$

ب) فوائد إيداعات عام 2017 في نهاية عام 2017

$$\text{ف}_2 = 2000 \times \frac{10}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{4}{2}\,(12 + 3) = 500 \text{ جنية}$$

$\text{ف} = \text{ف}_1 + \text{ف}_2$

$= 1750 + 500 = 2250$ جنيه

<u>ويمكن حل المثال السابق بطريقة أخرى :</u>

أ) فوائد إيداعات عام 2016 في نهاية عام 2017 تتم على مرحلتين :

1) فوائد إيداعات عام 2016 في نهاية 2016 .

$$\text{ف}_1 = 1000 \times \frac{10}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{12}{2}\,(\text{صفر} + 11) = 550 \text{ جنيه}$$

فوائد مجموع المبالغ المودعة خلال عام 2016 فى نهاية عام 2017

$$ف_2 = 12000 \times \frac{10}{100} \times 1 = 1200 \text{ جنيه}$$

ف = 550 + 1200 = 1750 جنيه

ب) فوائد إيداعات عام 2017 في نهاية عام 2017

ف = 500 جنيه (كما سبق أن أوضحنا)

مجموع الفوائد = 1750 + 500 = 2250 جنيه

مثال (14) :

أودع شخص مبلغ 500 جنيه آخر كل ثلاثة شهور من شهور عام 2015 لدي بنك مصر ومبلغ 1000 جنيه آخر كل ثلاثة شهور خلال عام 2016 لدي نفس البنك فإذا علمت أن معدل الفائدة كان خلال عام 2015 هو 6% سنويا وارتفع إلى 8% خلال عام 2016 فاحسب مجموع الفوائد المستحقة للمودع لدي البنك في نهاية عام 2016 .

الحل

حيث أن معدل الفائدة تغير خلال فترات الإيداع فإنه يجب حساب الفوائد على إيداع سنة 2015 خلال نفس السنة بمعدل 6% سنويا وتعلى عليها الفوائد خلال عام 2016 بمعدل 8% أما بالنسبة لإيداعات عام 2016 فتحسب عليها الفوائد بمعدل 8% .

أ) فوائد إيداعات عام 2015 في نهاية 2016 تتم على مرحلتين :

1) فوائد إيداعات عام 2015 في نهاية عام 2015 .

$$ف_1 = 500 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{4}{2} (\text{صفر} + 9) = 45 \text{ جنيه}$$

2) فوائد مجموع المبالغ المودعة خلال عام 2015 فى نهاية عام 2016

$$ف_2 = 2000 \times \frac{8}{100} \times 1 = 160 \text{ جنيه}$$

$$ف = 45 + 160 = 205 \text{ جنيه}$$

ب) فوائد إيداعات عام 2016 في نهاية عام 2016 :

$$ف = 1000 \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{4}{2} (\text{صفر} + 9) = 120 \text{ جنيه}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = 205 + 120 = 325 \text{ جنيه}$$

حل آخـر :

- فوائد إيداعات عام 2015 فى نهاية عام 2016 تتم على مرحلتين :

1) فوائد إيداعات عام 2015 فى نهاية عام 2016 بمعدل 6%

$$500 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{4}{2}(21 + 12) = 165 \text{ جنيه}$$

2) فوائد المبالغ الأصلية المودعة فى عام 2015 فى نهاية عام 2016 بمعدل فائدة 2% ويمثل الفرق بين معدل 8% ، 6% .

$$2000 \times \frac{2}{100} \times 1 = 40 \text{ جنيه}$$

- فوائد إيداعات عام 2016 فى نهاية عام 2016 :

$$1000 \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{4}{2} (9 + 0) = 120$$ **جنيه**

مجموع الفوائد = 165 + 40 + 120 = 325 جنيه

<u>قانون أو معادلة الجملة :</u>

من الملاحظ أن المقترض يقوم برد المبلغ أو المبالغ المقترضة وفوائدها في نهاية مدة القرض وأن المودع أو المستثمر يطالب باسترداد رأس ماله وفوائده في نهاية مدة الاستثمار ويطلق لفظ الجملة عادة على القرض وفوائده المستحقة في نهاية مدة القرض أو رأس المال المستثمر مضافا إليه عائد الاستثمار في نهاية مدة الاستثمار . وإذا رمزنا للجملة بالرمز (جـ) فإنه يمكن استنتاج قانون الجملة كما يلي :

<u>أولاً : جملة مبلغ أو عدة مبالغ فترات استثمارها غير منتظمة :</u>

فإذا كان لدينا مبلغاً <u>ما</u> يستثمر لمدة <u>ما</u> بمعدل فائدة <u>ما</u> فإن :

الجملة = الأصل + الفائدة

جـ = أ + ف

= أ + (أ × ع × ن)

= أ (**1** + ع ن)

أما إذا كان لدينا هـ من المبالغ أ$_1$ ، أ$_2$ ، أ$_3$ ، ..... ، أهـ ، تستثمر بمعدل فائدة ثابت ع ولمدد استثمار مختلفة ن$_1$ ، ن$_2$ ، ن$_3$ ، ..... ، ن هـ على التوالى فإن جملة هذه المبالغ :

جـ$_1$ = أ$_1$ (1 + ع ن$_1$)

جـ$_2$ = أ$_2$ (1 + ع ن$_2$)

جـ$_3$ = أ$_3$ (1 + ع ن$_3$)

جـهـ = أهـ (1 + ع نهـ)

وهكذا فإن جملة هذه المبالغ :

جـ = جـ$_1$ + جـ$_2$ + جـ$_3$ + ... جـ هـ

مثال (15) :

> **احسب جملة مبلغ 10000 جنيه أودع فى البنك الأهلى لمدة 8 شهور بمعدل 6% سنوياً.**

الحل

جـ = أ + ف

$$= 10000 + (10000 \times \frac{6}{100} \times \frac{8}{12}) = 10400$$ **جنيه**

مثال (16) :

اقترض تاجر من بنك الاسكندريه المبالغ التالية :

1000 فى 3/25/ 2016

2000 فى 6/17/ 2016

3000 فى 8/28/ 2016

وفى 30/ 11/ 2016 تسلم التاجر من البنك إخطاراً يفيد بأن جملة المستحق عليه فى تاريخه 6216 جنيه ، فاحسب معدل الفائدة الذى يستخدمه البنك.

الحل

جملة المستحق = المبالغ الأصلية + الفوائد

الفوائد = جملة المستحق − المبالغ الأصلية

= 6216 − 6000 = 216 جنيه

$$\text{الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمر اليومية}}{360} \times \text{ع}$$

مدة اقتراض المبلغ الأول = 250 يوم

مدة اقتراض المبلغ الثانى = 166 يوم

مدة اقتراض المبلغ الثالث = 94 يوم

مجموع النمر الشهرية :

$= 1000 \times 250 + 2000 \times 166 + 3000 \times 94$

$= 864000$

$$216 = \frac{864000}{360} \times ع$$

$$ع = \frac{216 \times 360}{864000} = 9\%$$

مثال (17) :

أودع شخص فى بنك مصر المبالغ التالية :

3000 جنيه فى أول يناير 2017

4000 جنيه فى أول يونيو 2017

5000 جنيه فى أول سبتمبر 2017

احسب جملة ما له لدى البنك فى 31 ديسمبر 2017 إذا كان معدل الفائدة 8% سنوياً.

الحل

مدة استثمار المبلغ الأول = 12 شهراً

مدة استثمار المبلغ الثانى = 7 شهور

مدة استثمار المبلغ الثالث = 4 شهور

الجملة = المبالغ الأصلية + الفوائد

$$\text{الفوائد} = \frac{\text{مجموع النمر}}{12} \times ع$$

مجموع النمر = $3000 \times 12 + 4000 \times 7 + 5000 \times 4$

$= 84000$

الفوائد = $\frac{84000}{12} \times \frac{8}{100}$ = 560 جنيه

الجملة = 12000 + 560 = 12560 جنيه

ثانياً : جملة عدة مبالغ فترات استثمارها منتظمة :

فإذا كان لدينا دفعة عادية وفترات استثمارها تكون متوالية عددية فإن جملة الدفعة :

جملة الدفعة = مجموع المبالغ الأصلية للدفعة + فوائدها

جـ = م × ر + م × ع × $\frac{1}{12}$ × $\frac{ر}{2}$ (ش$_1$ + ش $_ر$)

حيث م مبلغ الدفعة ، ر عدد دفعات السداد أو الاستثمار ، أما **ش$_1$، ش** $_ر$ فتمثل مدد الاقتراض أو الاستثمار للدفعة الأولى والأخيرة.

مثال (18) :

احسب جملة دفعة عادية مبلغها الشهرى 200 جنيه ومدة سدادها 18 شهراً إذا كان معدل الفائدة 6% سنوياً.

الحل

جملة الدفعات = 200 × 18 + 200 × $\frac{6}{100}$ × $\frac{1}{12}$ × $\frac{18}{2}$ (17 + 0)

= 3600 + 153

= 3753 جنيه

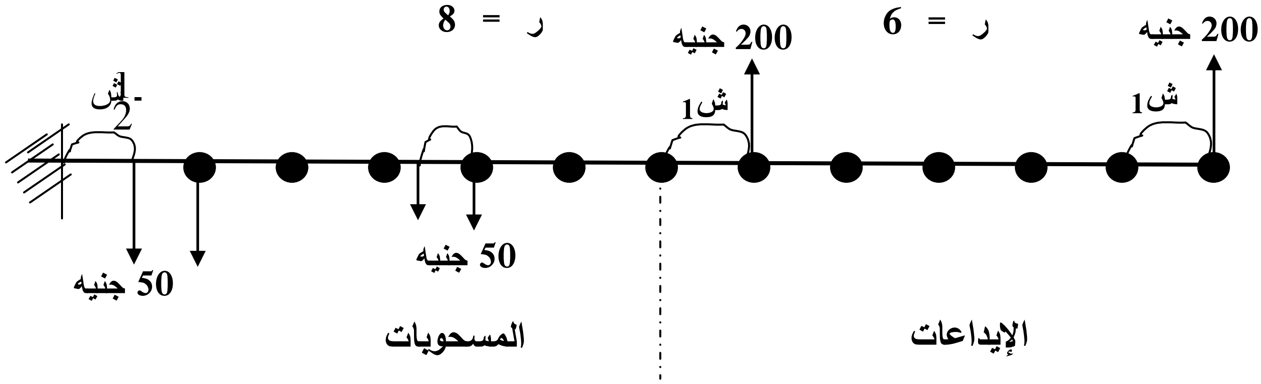
مثال (19) :

أودع شخص فى بنك مبلغ 200 جنيه أول كل شهر من الستة شهور الأولى من عام 2017 وكان يسحب 50 جنيه أول ومنتصف كل شهر من الشهور الأربعة الأخيرة من نفس العام. احسب رصيد هذا الشخص لدى البنك فى نهاية عام 2017 إذا كان معدل الفائدة 6% سنوياً.

الحل

الرصيد فى 2017/12/31

= جملة الإيداعات فى نهاية السنة – جملة المسحوبات فى نهاية السنة



جملة الإيداعات فى نهاية السنة $= 200 \times 6 + 200 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{2}(7 + 12)$

= 1257 جنيه

جملة المسحوبات فى نهاية السنة $= 50 \times 8 + 50 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{8}{2}(0,5 + 4)$

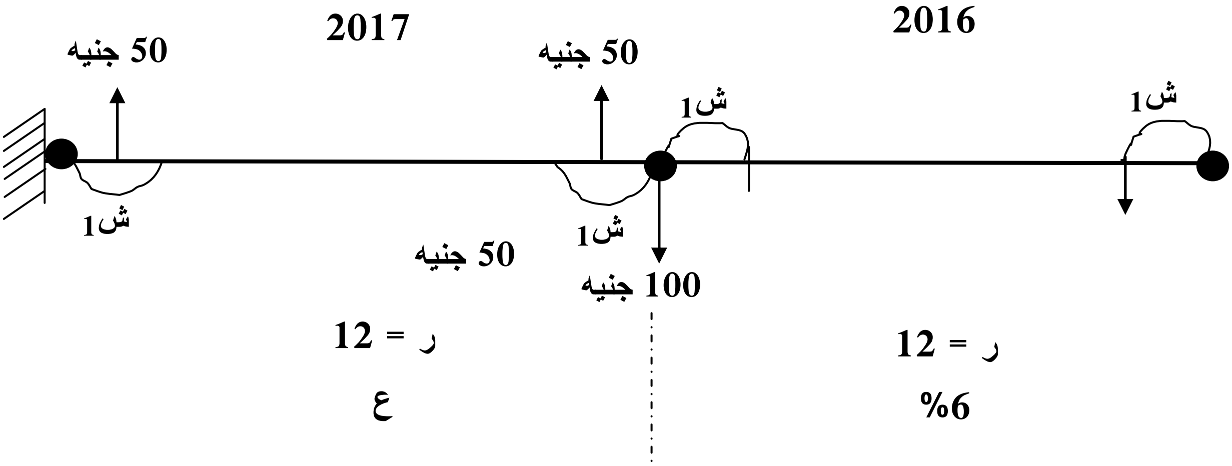
= 404,5 جنيه

الرصيد فى 2017/12/31 = 1257 – 404,5 = 852,5 جنيه

مثال (20) :

يدخر شخص مبلغ 100 جنيه كل شهر من شهور عام 2016 ، ومبلغ 50جنيه فى منتصف كل شهر من شهور عام 2017 فإذا وجد هذا الشخص أن رصيد إيداعاته فى نهاية عام 2017 مبلغ 1959 جنيه وأن معدل الفائدة خلال عام 2016 هو 6% سنوياً فما هو معدل الفائدة عام 2017 .

الحل



الرصيد فى نهاية عام 2017 = جملة إيداعات عام 2016 فى نهاية عام 2017
= جملة إيداعات عام 2017 فى نهاية السنة

(١) جملة إيداعات عام 2016 فى نهاية عام 2017

لاحظ دفعات عام 2016 عادية لأنه لم يحدد نوعها .

$$= 100 \times 12 + 100 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{12}{2}(11 + \text{صفر})$$
$$+ \ 1200 \times \text{ع} \times 1$$

$$= 1200 + 33 + 1200 \text{ ع}$$

(٢) جملة إيداعات عام 2017 فى نهاية السنة :

$$50 \times 12 + 50 \times \text{ع} \times \frac{1}{12} \times \frac{12}{2} (11,5 + 0,5)$$

$$= 600 + 300\,\text{ع}$$

$$1959 = 1233 + 1200\,\text{ع} + 600 + 300\,\text{ع} = 1833 + 1500\,\text{ع}$$

$$126 = 1500\,\text{ع}$$

$$\text{ع} = \frac{126}{150} \times 100 = 8,4\%$$

تمارين على الفصل الأول

1- أوجد جملة مبلغ 1000 جنيه بمعدل فائدة سنوي 8% وذلك لمدة سنة وثلاثة شهور وعشرة أيام .

2- احسب المجهول في الجدول التالي :

الأصل	الجملة	الفائدة	المدة	معدل الفائدة السنوي
10000	-	-	9 شهور	%8
20000	-	1300	-	%6
30000	3135	-	6 شهور	-
40000	-	-	عشرة شهور ونصف	%8
-	-	23.333	4 شهور	%7

3- دفعة شهرية فورية قميتها في الثلاث شهور الأولي ربع قيمتها في التسع شهور التالية وجملتها في نهاية السنة 407,65 جنيه.

أوجد مقدار الدفعة الشهرية الأولي إذا كان معدل الفائدة في الثلاث شهور الأولي 8% سنويا وارتفع إلى 10% سنويا خلال التسع شهور التالية .

4- استثمر شخص مبلغا ما لمدة 15 شهر فإذا كان معدل الفائدة خلال النصف سنة الأول 6% ارتفع إلى 8% خلال الفترة التالية وأن جملة المبلغ في نهاية المدة 1580,5 جنيه. فاحسب المبلغ المستثمر .

5- استثمر شخص مبلغ 30000 جنيه لمدة سنة وكانت جملة المبلغ المستثمر في نهاية السنة 32500 جنيه . فإذا كان معدل الفائدة السنوي خلال الأربعة شهور الأولي من مدة الاستثمار 7% .

فاحسب معدل الفائدة خلال الثمانية شهور الأخيرة.

6- شركة صناعية ترغب في إنشاء مصنع يتكلف 1000000 جنيه واقترضت هذا المبلغ من أحد البنوك التجارية وتعهدت بسداده بالكيفية التالية :

أ) تعلي الفوائد على القرض بمعدل فائدة بسيطة 6% سنويا خلال الثمانية عشر شهر التالية لمنح القرض.

ب) يسدد القرض بإيداع دفعة ربع سنوية خلال مدة القرض لدي نفس البنك على أن تحسب فوائد استثمار 8% على المبالغ المودعة.

أوجد مقدار الدفعة الربع سنوية إذا كان رصيد الشركة لدي البنك غير دائن وغير مدين في نهاية مدة القرض.

7- أودع شخص في حسابه الجاري لدي بنك النيل المبالغ الآتية :

أ) مبلغ 1000 جنيه أول كل شهر من الشهور العشر الأولي من العام.

ب) مبلغ 500 جنيه آخر كل شهر من الشهور الستة الأخيرة من العام.

ج) مبلغ 100 جنيه في أول ديسمبر من العام .

والمطلوب : حساب جملة المبالغ المستحقة في 31 / 12/ 2016 إذا كان معدل الفائدة 8% سنويا واحسب أيضا مجموع الفوائد التي حصل عليها الشخص من البنك .

8- حسبت الفائدة البسيطة لمبلغ 10000 جنيه لمدة معلومة وبمعدل فائدة معلوم فوجدت 300 جنيه كما وجد أن هذه الفائدة لا تتغير لو أن المعدل زاد بنسبة 3% سنويا ونقصت المدة شهرين. احسب المعدل والمدة .

9- يدخر شخص في البنك الأهلي في منتصف وآخر كل شهر 200 جنيه ابتداء من منتصف يوليو 2016 ثم أخذ يودع 400 جنيه في منتصف وآخر الشهر ابتداء من منتصف يناير 2017 .

أوجد رصيد الشخص في البنك في آخر يونيو 2017 عقب دفع القسط الأخير مباشرة مع العلم بأن معدل الفائدة في البنك 8% سنويا.

10- يدخر يوسف في صندوق التوفير 500 جنيه آخر كل شهر من شهور عام 2016 ومبلغ 1000 جنيه آخر كل شهر من شهور عام 2017 فإذا كان معدل الفائدة خلال عام 2016 يساوي 6% سنويا ثم ارتفع إلى 8% سنويا خلال عام 2017 .

أوجد رصيد يوسف بصندوق التوفير في آخر عام 2017 .

11- أودع تاجر في بنك 4000 جنيه آخر كل 3 شهور لمدة سنة ونصف وسحب 200 جنيه آخر كل شهر من الشهور الستة التالية لفترة الإيداع فإذا كان معدل فائدة الإيداع 8% سنويا ومعدل فائدة المسحوبات 9% سنويا .

فاحسب رصيد التاجر لدي البنك بعد سحب آخر دفعة مباشرة .

12- حسبت الفائدة البسيطة لمبلغ 2000 جنيه لمدة ما بمعدل فائدة ما فوجدت 80 جنيه كما وجد أن هذه الفائدة البسيطة تظل كما هي لو أن معدل الفائدة انخفض بمقدار 2% وزادت مدة الاستثمار شهرين .

احسب كلا من المعدل والمدة.

13- شخص مدين بكمبيالة قيمتها الأسمية 12500 جنيه وتستحق السداد في نهاية عام من الآن وقد وجد هذا الشخص أنه لو أودع 2000 جنيه آخر كل شهرين في بنك لكانت جملة مستحقاته لدي البنك مساوية لقيمة الكمبيالة في نهاية المدة فما هو معدل الفائدة في البنك .

14- أودع شخص مبلغين مجموعهما 2000 جنيه أحدهما في بنك القاهرة لمدة 3 شهور والآخر في البنك الأهلي لمدة 6 شهور فإذا كان معدل الفائدة السائد في السوق 6% وأن الفائدة التي حصل عليها من استثمار المبلغين 48 جنيه فما هو أصل كل مبلغ؟

15- إذا كان الفائدة البسيطة لمبلغ ما 0، 03 من أصله فما هي المدة والأصل إذا كان معدل الفائدة السنوي 6% والفائدة البسيطة 60جنيه .

الفصل الثانى : الخصم والقيمة الحالية

يعتبر الخصم والقيمة الحالية الصورة العكسية أو المقابلة للفائدة والجملة في مجال المعاملات المالية. وكثيراً ما يحدث في الحياة العملية أن نجد في حالة البيع بالأجل (بالتقسيط) أن المشتري يحرر كمبيالة أو سند اذني يستحق السداد بعد فترة زمنية معينة. وتحرر قيمة الكمبيالة أو السند بسعر الشراء الفوري (النقدي) مضافاً إليه فوائد الاستثمار عن المبلغ الفوري خلال فترة تأجيل سداده. وفي حالات كثيرة يطلب المدين من الدائن رغبته في سداد قيمة الكمبيالة قبل أن يحل ميعاد استحقاقها ، وقد يرغب الدائن في بيع الأوراق التجارية إلى البنك قبل أن يحل أجل السداد مقابل الحصول على قيمتها الحالية نقداً. ويعني ذلك أنه كثيراً ما يحدث أن تكون القيمة المعلومة هي جملة المبلغ المستحق في نهاية المدة ونرغب في معرفة أصل المبلغ في بداية مدة الدين.

ويطلق على القيمة المعلومة للكمبيالة أو السند التي تستحق السداد في نهاية مدة معينة بالقيمة الاسمية. وهذه القيمة تتشابه في طبيعتها مع جملة المبلغ الذي يستحق في نهاية مدة معينة. أما القيمة التي يحصل عليها صاحب الكمبيالة أو الدين في الحاضر من الجهة التي تقبل خصم الكمبيالة أو الدين من المدين الذي يرغب في السداد المبكر لديونه فتسمى بالقيمة الحالية. وهذه القيمة تتشابه في طبيعتها مع أصل المبلغ أو الدين. أما الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية فيطلق عليه الخصم. ويمكن

تعريف الخصم بأنه الأجر أو المقابل الذي يحصل عليه المدين من الدائن في مقابل سداده للدين قبل موعده. وأيضاً يشبه الخصم في طبيعته الفائدة على رأس المال.

والمثال التالى يوضح طبيعة الخصم والقيمة الحالية ، فإذا فرض أن شخصاً مدين لآخر بمبلغ 50000 جنيه تستحق السداد بعد سنة من الآن وليكن قد اشترى بضاعة بمبلغ 45000 ورغب في تأجيل سداد المبلغ فاشترط عليه البائع أن يحرر كمبيالة بمبلغ 50000 جنيه تستحق السداد في نهاية مدة التأجيل ، وبفرض أن الدائن رغب في بيع الكمبيالة للبنك في الحال لحاجته إلى النقدية السائلة فإن المبلغ الذي يسدده البنك للدائن مقابل الاحتفاظ بالكمبيالة لديه سوف يساوي 45000 جنيه على أساس معدل الفائدة الذي استخدم في حساب القيمة الاسمية يساوي معدل الخصم الذي استخدم في حساب القيمة الحالية للدين.

وتختلف طرق حساب الخصم والقيمة الحالية حسب ما إذا كانت الطريقة المستخدمة في الحساب هي الطريقة الصحيحة (النظرية) أو الطريقة التجارية (العملية). فإذا فرضنا أن:

القيمة الاسمية ويرمز لها بالرمز ق س

القيمة الحالية ويرمز لها بالرمز ق ح

الخصم ويرمز له بالرمز ص

ومن تعريف الخصم نجد أن :

الخصم = القيمة الاسمية – القيمة الحالية

ص = ق س – ق ح

القيمة الحالية = القيمة الاسمية – الخصم

ق ح = ق س – ص

القيمة الاسمية = القيمة الحالية + الخصم

ق س = ق ح + ص

ويمكن حساب القيمة الحالية والخصم بطريقتين مختلفتين :

1 – الطريقة الصحيحة (النظرية) :

يمكن حساب القيمة الحالية الصحيحة (النظرية) على أساس أنها المبلغ الذي إذا استثمر بمعدل فائدة معين في الفترة الزمنية ما بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق (مدة الخصم) فإنها تصبح مساوية للقيمة الاسمية (الجملة).

فاذا رمزنا للقيمة الحالية الصحيحة بالرمز ق ح ص فإن معادلة حساب القيمة الحالية الصحيحة :

$$ق_{س} = ق\,ح_{ص} + ص_{ح}$$

$$ق_{س} = ق\,ح_{ص} + (ق\,ح_{ص} \times ع \times ن)$$

$$ق_{س} = ق\,ح_{ص}\,(1 + ع\,ن)$$

$$ق\,ح_{ص} = \frac{ق\,س}{\quad}$$

(1 + ع ن)

$$\text{القيمة الحالية الصحيحة} = \frac{\text{القيمة الاسمية}}{1 + \text{المعدل} \times \text{المدة}}$$

وبمعلومية القيمة الاسمية والقيمة الحالية الصحيحة فإنه يمكن حساب الخصم الصحيح على أساس أنه عبارة عن الفرق بين القيمة الاسمية والقيمة الحالية الصحيحة. كما أن الخصم الصحيح هو فائدة القيمة الحالية الصحيحة بنفس معدل الفائدة ولنفس المدة التى يتم استخدامها في حساب القيمة الحالية الصحيحة.

وإذا رمزنا للخصم الصحيح بالرمز ص ح فإن معادلة حساب الخصم الصحيح تصبح :

ص ح = ق س – ق ح ص

الخصم الصحيح = القيمة الاسمية – القيمة الحالية الصحيحة

ص ح = ق ح ص × ع × ن

الخصم الصحيح = القيمة الحالية الصحيحة × المعدل × المدة

2- الطريقة التجارية (العملية)

يمكن حساب الخصم التجاري على أنه فائدة القيمة الاسمية بمعدل فائدة معين وعن الفترة الزمنية ما بين تاريخ الخصم وتاريخ استحقاق الدين أو الكمبيالة ، فإذا رمزنا للخصم التجاري بالرمز $ص_{ت}$ فإن معادلة حساب الخصم التجاري :

$$\boxed{ص_{ت} = ق_{س} \times ع \times ن}$$

الخصم التجاري = القيمة الاسمية × المعدل × المدة

وبمعلومية القيمة الاسمية والخصم التجاري فإنه يمكن حساب القيمة الحالية التجارية على أساس أنها تمثل الفرق بين القيمة الاسمية والخصم التجاري ، فإذا رمزنا للقيمة الحالية التجارية بالرمز $ق\,ح_{ت}$ فإن معادلة حساب القيمة الحالية التجارية :

$$ق\,ح_{ت} = ق_{س} - ص_{ت}$$

$$ق\,ح_{ت} = ق_{س} - (ق_{س} \times ع \times ن)$$

$$\boxed{ق\,ح_{ت} = ق_{س}\,(1 - ع \times ن)}$$

القيمة الحالية التجارية = القيمة الاسمية – الخصم التجاري

وجدير بالملاحظة أن الخصم بصفة عامة دالة للمتغيرات الثلاثة – القيمة الحالية الصحيحة أو القيمة الاسمية والمعدل والمدة ، كما أن العلاقة بين الخصم وأي متغير من المتغيرات الثلاثة علاقة طردية بغرض ثبات المتغيرات الأخرى، وعلى ذلك فإن الخصم هو فائدة القيمة الحالية الصحيحة أو القيمة

الاسمية حسب نوع الخصم ولا يختلف عن الفائدة البسيطة في طريقة حسابه، كما أنه من الملاحظ أن الخصم التجاري أكبر من الخصم الصحيح دائماً بغرض ثبات العوامل الأخرى المؤثرة في تحديد قيمة الخصم التجارى.

ويسمى معدل الفائدة المستخدم في حساب الخصم بمعدل الخصم، كما أنه من المتفق عليه في المعاملات التجارية أن الطريقة التجارية (العملية) هي التي تستخدم دائماً لحساب القيمة الحالية ولايجاد الخصم إلا إذا نص على خلاف ذلك ، كما أن معدل الخصم دائماً معدل خصم تجاري ما لم ينص على خلاف ذلك ، ويجب التفرقة عند حساب القيمة الحالية والخصم بين الحالتين.

أولاً – القيمة الحالية والخصم لمبلغ أو عدة مبالغ غير منتظمة السداد

يمكن استخدام القوانين سالفة الذكر مباشرة عند حساب القيمة الحالية والخصم لمبلغ أو عدة مبالغ منتظمة السداد كما يتضح من الأمثلة المحلولة. ويمكن استخدام طريقة النمر أيضاً في حساب الخصم والقيمة الحالية إذا كان هناك عدة مبالغ تستحق السداد بعد فترات زمنية مختلفة بمعدل فائدة أو خصم واحد ويراد حساب القيمة الحالية لها. فطريقة حساب الخصم لا تختلف عن طريقة حساب الفوائد باستخدام طريقة النمر.

مثال (1) :

شخص مدين بمبلغ 1000 جنيه يستحق السداد بعد 6 شهور من الآن. فإذا كان معدل الفائدة 6% سنوياً فاحسب :

أ – القيمة الحالية الصحيحة والخصم الصحيح.

ب – القيمة الحالية التجارية والخصم التجاري.

الحل

ق $_{س}$ = 1000 ، ن = $\frac{6}{12}$ ، ع = 6%

$0_0 0$ ق ح $_{ص}$ = $\frac{ق_{س}}{1 + ع ن}$

$0^0 0$ القيمة الحالية الصحيحة = $\frac{1000}{1 + (\frac{6}{100} \times \frac{6}{12})}$

= $\frac{1000}{1,03}$ = 970,873 جنيه

$0_0 0$ الخصم الصحيح = القيمة الإسمية − القيمة الحالية الصحيحة

$0^0 0$ ص $_{ح}$ = 1000 − 970873 = 29.127 جنيه

$0^0 0$ الخصم التجارى = القيمة الاسمية × المعدل × المدة

$0_0 0$ ص $_{ت}$ = ق $_{س}$ × ع × ن

$0^0 0$ ص $_{ت}$ = 1000 × $\frac{6}{100}$ × $\frac{6}{12}$

= 30 جنيه

القيمة الحالية التجارية = القيمة الاسمية− الخصم التجارى

ق ح $_{ت}$ = 1000 − 30 = 970 جنيه

مثال (2) :

شخص مدين بالمبالغ الآتية :

1000 جنيه تستحق السداد بعد 4 شهور : 2000 جنيه تستحق السداد بعد 8 شهور ، 4000 جنيه تستحق السداد بعد سنة ، وقد أراد المدين سداد جميع ديونه فوراً فاحسب المبلغ الواجب سداده الآن إذا كان معدل الخصم التجاري 8% سنوياً.

الحل

<u>يمكن حل هذا المثال بطريقتين مختلفتين :</u>

الطريقة الأولى : حساب الخصم التجاري لكل مبلغ على حدة ثم تجمع هذه الخصومات وطرح قيمتها من مجموع القيم الاسمية فنحصل على المبلغ الذي يسدده فوراً.

الطريقة الثانية : يمكن حل هذا المثال باستخدام طريقة النمر وحساب مجموع الخصم بهذه الطريقة وطرحه من مجموع القيم الاسمية لتحديد قيمة المبلغ الذي يسدده فوراً كما يلي :

مجموع النمر الشهرية = (1000 × 4 + 2000 × 8 + 4000× 12) =68000

الخصم التجاري للمبالغ الثلاثة = $68000 \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{12}$

= 453.334 جنيه

المبلغ الواجب سداده فوراً = 7000 – 453,334= 6546,666 جنيه

مثال (3) :

شخص مدين بثلاثة كمبيالات تستحق في نهاية 6 شهور ، 10 شهور ، سنة وبالقيم التالية على التوالي 4120 جنيه ، 2100 جنيه 1060جنيه، فاحسب المبلغ الواجب سداده الآن ومبلغ الخصم الذي يستفيد به المدين إذا كان معدل الخصم الصحيح 6% سنوياً.

الحل

يمكن استخدام طريقة النمر في إيجاد مجموع الخصم الصحيح للأوراق التجارية الثلاثة، وحيث أن الخصم الصحيح دالة للقيمة الحالية الصحيحة والمعدل والمدة فإنه يجب أولاً حساب القيمة الحالية الصحيحة المقابلة لكل قيمة اسمية ثم بعد ذلك حساب الخصم.

$$\text{ق ح ص} = \frac{\text{ق س}}{1 + \text{ع} \times \text{ن}}$$

القيمة الحالية الصحيحة للمبلغ الأول $= \frac{4120}{1 + (\frac{6}{100} \times \frac{6}{12})} = 4000$ جنيه

القيمة الحالية الصحيحة للمبلغ الثاني $= \frac{2100}{1 + (\frac{6}{100} \times \frac{10}{12})} = 2000$ جنية

القيمة الحالية الصحيحة للمبلغ الثالث $= \frac{1060}{1 + (\frac{6}{100} \times 1)} = 1000$ جنية

مجموع النمر الشهرية $= (4000 \times 6 + 2000 \times 10 + 1000 \times 12)$

= 56000

الخصم الصحيح للمبالغ الثلاثة = $56000 \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{100} = 280$ جنية

المبلغ الواجب سداده الآن = 7280 – 280 = 7000 جنيه

ويمكن حل هذا المثال بطريقة أخرى :

المبلغ الواجب سداده الآن = مجموع القيم الحالية الصحيحة للمبالغ 4120 جنيه ، 2100، 1060 جنيه حسب مدد استحقاقها.

جدير بالملاحظة أن استخدم طريقة النمر يمكن أن يفيد في تسهيل العمليات الحسابية إذا استخدمنا هذه الطريقة في حساب الخصم التجاري والقيمة الحالية التجارية. أما بالنسبة للخصم الصحيح والقيمة الحالية الصحيحة فإن استخدام طريقة النمر لا تفيد كثيراً ما لم تكن القيم الحالية الصحيحة مذكورة صراحة وغير مطلوب حسابها. ففي المثال رقم (3) نجد أنه من الأسهل حساب القيمة الحالية الصحيحة والخصم للمبالغ الثلاثة بالطريقة العادية بدلاً من استخدام طريقة النمر.

ثانياً ــ القيمة الحالية والخصم لعدة مبالغ منتظمة السداد :

يمكن استخدام الصورة العكسية لقانون جملة الدفعة السابق شرحة في الفصل الأول في حساب القيمة الحالية التجارية والخصم التجاري. فإذا وجد عدد من الديون متساوية القيمة تستحق السداد بعد فترات زمنية منتظمة ويراد حساب قيمتها الحالية وخصمها التجاري بمعدل خصم واحد فإنه يمكن استخدام قانون القيمة الحالية للدفعة لحساب الخصم التجاري والقيمة الحالية التجارية وذلك كما استخدمنا هذا القانون من قبل في حساب الفائدة والجملة.

القيمة الحالية التجارية = القيم الاسمية – الخصم التجارى

$$\text{ق ح}_{\text{ت}} = (\text{م} \times \text{ن}) - \left[\text{م} \times \text{ع} \times \frac{1}{12} \times \frac{\text{ن}}{2}(\text{س}_1 + \text{س}_2)\right]$$

حيث أن :

س_1 فترة استحقاق المبلغ الأول المراد خصمه.

س_2 فترة استحقاق المبلغ الأخير المراد خصمه.

مثال (4) :

شخص مدين لشركة يوسف باثني عشر دفعة ربع سنوية قيمة كل منها 500 جنيه فإذا أراد هذا الشخص سداد قيمة ما عليه في الحال. فكم يدفع هذا الشخص للشركة إذا علمت أن معدل الخصم التجاري 6%.

الحل

المبلغ الواجب سداده في الحال = مجموع القيم الاسمية – الخصم التجاري للدفعات المستحقة عليه.

$$= (500 \times 12) - \left[500 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{12}{2}(3 + 36)\right]$$

$$= 6000 - 585 = 5415 \text{ جنيه}$$

مثال 5 :

شركة بنها للصناعات الاليكترونية تسمح بالبيع للعملاء بإحدى الطريقتين التاليتين :

1 – الثمن الفوري لجهاز التليفزيون 30 بوصة 3835 جنيه.

2 – يدفع العميل 1000 جنيه نقداً بعد 3 شهور من تاريخ الشراء ثم يدفع بعد ذلك كل شهرين 500 جنيه ولمدة سنة لنفس جهاز التليفزيون.

احسب معدل الفائدة التي تحصل عليه الشركة من العميل في حالة البيع بالأجل.

الحل

الثمن الفوري = القيمة الحالية للمبالغ التي يدفعها العميل في حالة البيع بالتقسيط.

$$3835 = 1000 - (1000 \times \frac{3}{12} \times ع)$$

$$+ (6 \times 500) - [500 \times ع \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{2}(5 + 15)]$$

$$= 4000 - 250\,ع - 2500\,ع$$

$$165 = 2750\,ع$$

$$ع = \frac{165}{2750} \times 100 = 6\%$$

∴ معدل الفائدة 6% سنوياً

العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الصحيح :

يمكننا أن نستنتج نوعين من العلاقات بين الخصم التجاري والخصم الصحيح :

1 – علاقة النسبة :

يمكن نسبة الخصم التجاري إلى الخصم الصحيح واستنتاج العلاقة بينهما :

$$\frac{\text{ص ت}}{\text{ص ح}} = \frac{\text{ق}_{\text{س}} \times \text{ع} \times \text{ن}}{\text{ق ح}_{\text{ص}} \times \text{ع} \times \text{ن}} = \frac{\text{ق}_{\text{س}}}{\text{ق ح}_{\text{ص}}}$$

$$\text{ص ت} = \text{ص ح} \times \frac{\text{ق س}}{\text{ق ح}_{\text{ص}}}$$

$$\text{ص ح} = \text{ص}_{\text{ت}} \times \frac{\text{ق ح}_{\text{ص}}}{\text{ق س}}$$

وتفيد العلاقات السابقة في معرفة أي من الخصمين بمعلومية الخصم الآخر والقيمة الاسمية والقيمة الحالية الصحيحة ، وأيضاً معرفة القيمة الاسمية إذا عرفنا كلا الخصمين والقيمة الحالية الصحيحة : وبمعلومية كلا الخصمين مع القيمة الاسمية يمكن تحديد القيمة الحالية الصحيحة. ولكن إذا كانت هذه القيم غير معروفة فإنه يمكن استنتاج علاقة نسبة بديلة.

$$\frac{\text{ص ت}}{\text{ص ح}} = \frac{\text{ق س}}{\text{ق ح}_{\text{ص}}} = \frac{\text{ق}_{\text{س}}}{\dfrac{\text{ق}_{\text{س}}}{1 + \text{ع ن}}} = (1 + \text{ع ن})$$

$$\text{ص ت} = \text{ص ح}\ (1 + \text{ع ن})$$

$$\text{ص ح} = \text{ص ت} \div (1 + \text{ع ن})$$

فالخصم التجاري يساوي الخصم الصحيح مضافاً إليه فائدة الخصم الصحيح أما الخصم الصحيح فيساوي الخصم التجاري مقسوماً على جملة الجنيه بمعدل فائدة معين ولمدة معينة.

وتفيد القوانين السابقة في معرفة كل من الخصمين بمعلومية الخصم الآخر والمعدل والمدة.

2- علاقة الفرق :

يمكن استنتاج علاقة الفرق بين الخصمين التجاري والصحيح بمعلومية الخصم الصحيح وعن الخصم الصحيح بمعلومية الخصم التجاري :

1 – التعويض عن الخصم التجاري بمعلومية الخصم الصحيح :

ص ت – ص ح = [ص ح (1 + ع ن)] – ص ح = ص ح × ع × ن

وبالتعويض عن ص ح :

ص ت – ص ح = (ق ح$_{\text{ص}}$ × ع × ن) ع ن= ق ح$_{\text{ص}}$ × ع^{2} × ن^{2}

2–التعويض عن الخصم الصحيح بمعلومية الخصم التجاري :

ص ت – ص ح = ص ت – (ص ت / (1 + ع ن))

= ص ت [1 – 1 / (1 + ع ن)]

= ص ت × ع ن / (1 + ع ن) = ق س × ع^{2} ن^{2} / (1 + ع ن)

جدير بالملاحظة أن الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح يساوي الفرق بين القيمة الحالية الصحيحة والقيمة الحالية التجارية.

كما أنه جدر بالذكر أيضاً أن الخصم التجاري أكبر من الخصم الصحيح والقيمة الحالية الصحيحة أكبر من القيمة الحالية التجارية.

مثال (6) :

دين يستحق السداد بعد 6 شهور من الآن حسب الفرق بين الخصمين التجاري والصحيح لهذا الدين بمعدل خصم 6% سنوياً فوجد أن الفرق بينهما 1,800 جنيه فاحسب القيمة الحالية التجارية والقيمة الحالية الصحيحة.

الحل

$$\text{ص ت} - \text{ص ح} = \text{ق ح}_{\text{ص}} \times \text{ع}^2 \times \text{ن}^2$$

$$1,8 = \text{ق ح}_{\text{ص}} \times \left(\frac{6}{100}\right)^2 \times \left(\frac{6}{12}\right)^2$$

$$1,8 = \text{ق ح}_{\text{ص}} \times 0,0036 \times \frac{1}{4}$$

$$\text{ق ح}_{\text{ص}} = 2000 \text{ جنيه}$$

$$\text{ص ح} = 2000 \times \frac{6}{100} \times \frac{6}{12} = 60 \text{ جنيه}$$

$$\text{ق}_{\text{س}} = 2000 + 60 = 2060 \text{ جنيه}$$

$$\text{ص ت} = 2060 \times \frac{6}{100} \times \frac{6}{12} = 61,800 \text{ جنيه}$$

ق ح ت = 2060 – 61,800 = 1998,200 جنيه

مثال (7) :

احسب الفرق بين القيمة الحالية الصحيحة والقيمة الحالية التجارية فوجد أنه 0,9 جنيه ، فاحسب القيمة الاسمية للدين إذا كان معدل الفائدة 6% وفترة استحقاق الدين 6 شهور.

الحل

حيث أن الفرق بين القيمتين الحاليتين يساوي الفرق بين الخصمين فإن :

$$\text{ص ت} - \text{ص ح} = \frac{\text{ق س} \times \text{ع}^2 \times \text{ن}^2}{1 + \text{ع ن}}$$

$$0,9 = \frac{\text{ق س} \times 0,0036 \times 0,25}{1 + 0,06 \times 0,5}$$

$$0,0009 \text{ ق س} = 0,927$$

$$\text{ق س} = \frac{0,927}{0,0009} = 1030 \text{ جنيه}$$

مثال (8) :

اثبت أن الفرق بين الخصمين التجاري والصحيح يساوي فائدة الخصم الصحيح.

الحل

$$\frac{\text{ص ت}}{\text{ص ح}} = \frac{\text{ق س}}{\text{ق ح ص}}$$

$$\text{ق ح ص} = \frac{\text{ق س}}{1 + \text{ع ن}}$$

$$\frac{\text{ص ت}}{\text{ص ح}} = \text{ق س} \div \frac{\text{ق س}}{1 + \text{ع ن}} = 1 + \text{ع ن}$$

$$\text{ص ت} = \text{ص ح} \; (1 + \text{ع ن})$$

<u>وبالتعويض عن ص ت بدلالة ص ح في علاقة الفرق بين الخصمين نجد أن :</u>

$$\text{ص ت} - \text{ص ح} = \text{ص ح} \; (1 + \text{ع ن}) - \text{ص ح}$$

$$= \text{ص ح} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

مثال (9) :

حسب الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح لدين يستحق السداد بعد سنة فوجد أنه 3.397 جنيه ، فأحسب المعدل المستخدم في عملية الخصم إذا علمت أن الخصم الصحيح 56.603 جنيه.

الحل

ص ت – ص ح = ص ح × ع × ن

$3.397 = 56.603 \times ع \times 1$

ع = $3.397 \div 56.603 = 6\%$.

خصم الأوراق التجارية :

تحرر الأوراق التجارية مثل الكمبيالة والسند الإذني في الكثير من المعاملات التجارية. فيلتزم المدين بسداد قيمة الكمبيالة أو السند الاذني في تاريخ الاستحقاق المتفق عليه بين الدائن والمدين. ولكن قد يرغب الدائن في بعض الأحيان في الحصول على القيمة الحالية للكمبيالة أو السند الاذني لحاجته إلى المال أو لنقص في السيولة النقدية لديه. لذلك تقدم البنوك خدماتها المصرفية التي تتمثل في خصم الأوراق التجارية لديها وإعطاء حاملها قيمتها الحالية ، فيستطيع الدائن الحصول على القيمة الحالية الآن بدلاً من الانتظار حتى تاريخ الاستحقاق الفعلي والحصول على القيمة الاسمية ، وتسمى عملية بيع الأوراق التجارية والحصول على قيمتها الحالية بخصم أو قطع الأوراق التجارية.

ويتقاضى البنك مقابل قيامه بخصم الأوراق التجارية لديه عمولة تحتسب كنسبة من القيمة الاسمية لكل ورقة تجارية على حدة. كما يستقطع البنك أيضاً مصروفات التحصيل كنسبة من القيمة الاسمية لكل ورقة تجارية. وقد

يشترط البنك في بعض الحالات أن يكون هناك حد أدنى لمصروفات التحصيل لكل ورقة تجارية على حدة.

وتكون العمولة أو مصروفات التحصيل نسبة مئوية ونسبة في الألف من القيمة الاسمية لكل ورقة تجارية تقدم للخصم. ولا يؤثر عنصر المدة في حساب العمولة أو مصروفات التحصيل فكليهما دالة للقيمة الاسمية فقط.

ويتقاضى البنك أيضاً الأجر أو المقابل نظير سداده للقيمة الحالية للكمبيالة قبل موعدها وهو ما يسمى بالخصم، ويحسب الخصم والقيمة الحالية بالطريقة التجارية ما لم ينص على خلاف ذلك.

وتضيف أغلب البنوك عند خصم الأوراق التجارية يوم مهلة سداد إلى المدة الباقية على تاريخ الاستحقاق ، فتضاف مهلة السداد إلى المدة الأصلية قبل حساب مقدار الخصم التجاري إذا ذكر ذلك صراحة.

ويطلق على الاستقطاعات المختلفة التي يحصل عليها البنك مقابل خصم الأوراق التجارية بالخصم الإجمالي.

1 – العمولة = القيمة الاسمية × النسبة.

2 – مصروفات التحصيل = القيمة الاسمية × النسبة.

3 – الخصم التجاري = القيمة الاسمية × المعدل × المدة.

4 – الخصم الاجمالي = الخصم التجاري + العمولة + مصروفات التحصيل.

5 – القيمة الحالية = القيمة الاسمية – الخصم الاجمالي.

مثال (10) :

كمبيالة بمبلغ 4000 جنيه تستحق السداد 31 مارس 2016 خصمت في بنك مصر في أول يناير 2016. وقد حسب البنك مصروفات تحصيل 1%

من القيمة الاسمية وعمولة تحصيل 0,02% من القيمة الاسمية فإذا علم أن معدل الخصم 6% سنوياً فاحسب صافي القيمة الحالية للكمبيالة.

الحل

الفترة الزمنية ما بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق.

يناير فبراير مارس

= 30 + 29 + 31 = 90 يوم .

الخصم التجارى $= 4000 \times \frac{6}{100} \times \frac{90}{360} = 60$ **جنيه**

العمولة $= 4000 \times \frac{2}{1000} = 8$ **جنيه**

مصروفات التحصيل $= 4000 \times \frac{1}{1000} = 4$ **جنيه**

الخصم الاجمالي =60+8+4=72 ج.

صافى القيمة الحالية =4000− 72=3928 ج .

مثال (11) :

قطع تاجر في بنك مصر في أول يوليو 2017 الأوراق التجارية التالية :

سند أذني قيمته 3000 جنيه يستحق بعد 8 شهور.

كمبيالة قيمتها 4000 جنيه تستحق بعد 10 شهور.

كمبيالة قيمتها 6000 جنيه تستحق بعد سنة وثلاثة شهور.

فإذا علمت أن البنك يحسب عمولة 01% ومصروفات تحصيل نصف في الألف (بحد أدنى 2 جنيه للورقة الواحدة) وأن معدل الخصم التجاري 6% سنوياً. فاحسب صافي ما يحصل عليه التاجر من البنك.

الحل

<u>الخصم التجاري للأوراق الثلاثة :</u>

$$= [(3000 \times 8) + (4000 \times 10) + (6000 \times 15)] \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{100} = 770 \text{ جنيه}$$

العمولة $= 13000 \times \frac{1}{1000} = 13$ جنيه.

مصروفات التحصيل للورقة الأولى $= 3000 \times \frac{1}{2000} = 1,5$ جنيه

وحيث أن هذه المصروفات أقل من 2 جنيه فمصروفات التحصيل التي يحصلها البنك للورقة الأولى = 2 جنيه.

مصروفات تحصيل الورقة الثانية $= 4000 \times \frac{1}{2000} = 2$ جنيه

1

مصروفات تحصيل الورقة الثالثة = $6000 \times \frac{}{2000}$ = 3 جنيه

الخصم الإجمالى = الخصم التجارى + العمولة + مصروفات التحصيل

= 770 + 13 + 7 = 790 جنيه

صافي ما يحصل عليه التاجر = 13000 – 790 = 12210 جنيه

وجدير بالملاحظة أنه نتيجة لحصول البنك على عمولة ومصروفات التحصيل بالإضافة إلى الخصم التجاري فإن معدل الخصم الإجمالي الذي يحققه البنك سيكون أكبر من معدل الخصم التجاري. ويمكن حساب معدل الخصم الإجمالي باستخدام العلاقة التالية :

الخصم الإجمالي = القيمة الاسمية × معدل الخصم الإجمالي × مدة الخصم الفعلية

ويمكن تعريف معدل الخصم الإجمالي بأنه الخصم الإجمالي (الأجر أو المقابل) الذي يحصل عليه البنك بالنسبة للجنيه الواحد من القيمة الاسمية لوحدة الزمن ، وسوف نرمز لمعدل الخصم الإجمالي بالرمز عَ.

مثال (12) :

في يوم 5 إبريل 2017 قطع تاجر في بنك القاهرة كمبيالة قيمتها الاسمية 4000 جنيه وتستحق السداد في الثاني من أغسطس 2017 فإذا كان البنك يحتسب يوم مهلة سداد ويتقاضى عمولة 01% ومصروفات تحصيل 01% من القيمة الاسمية بحد أدنى 5 جنيه للورقة الواحدة فما هو معدل

الخصم الاجمالي السنوي إذا علمت أن معدل الخصم التجاري للبنك 6% سنوياً.

الحل

<u>الفترة الزمنية ما بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق :</u>

ابريل	مايو	يونيه	يوليو	اغسطس	
= 25	+ 31	+ 30	+ 31	+ 2	= 119 يوم

مدة الخصم = 119 + 1 = 120 يوم

الخصم التجاري = $4000 \times \frac{6}{100} \times \frac{120}{360} = 80$ جنيه

العمولة = $4000 \times \frac{1}{1000} = 4$ جنيه

مصروفات التحصيل = $4000 \times \frac{1}{1000} = 4$ جنيه

وحيث أن هذه المصروفات أقل من 5 جنيه فإن :

مصروفات التحصيل التي يضيفها البنك = 5 جنيه.

الخصم الإجمالي = 80 + 4 + 5 = 89 جنيه

وقد حصل البنك على هذا المقابل (الخصم) عن كمبيالة قيمتها الاسمية 4000 جنيه وتستحق السداد بعد 119 يوم (المدة الفعلية).

<u>وبفرض أننا نرمز إلى معدل الخصم الاجمالي بالرمز عَ فإن :</u>

$$89 = 4000 \times \text{عَ} \times \frac{119}{360}$$

$$\text{عَ} = \frac{360 \times 89}{119 \times 4000} \times 100 = 6{,}73\%$$

حوافظ أو فواتير الخصم :

تعتبر عملية خصم الأوراق التجارية من العمليات الهامة والمستمرة للبنوك التجارية لذلك تصمم هذه البنوك كشوف يطلق عليها حوافظ أو فواتير الخصم يكون موضحاً بها كافة البيانات المتعلقة بالأوراق التجارية التي تفيد في تحديد صافي المستحق للعميل. وإعداد حافظة الخصم لا يتطلب أكثر من إعادة ترتيب البيانات السابق ذكرها (القيمة الاسمية – تاريخ الاستحقاق – المدة – الخصم التجاري – العمولة – مصروفات التحصيل) بالشكل الذي يسمح للعميل بإمكانية مراجعة هذه البيانات بسهولة وتحديد صافي المستحق.

<u>وفيما يلي بعض الأمثلة التى توضح طريقة عمل حوافظ الخصم .</u>

مثال (13)

خصم تاجر في بنك مصر يوم 15 مارس 2017 الأوراق التجارية الآتية :

1000 جنيه قيمة كمبيالة على تاجر بالقاهرة استحقاق 22 يونيو سنة 2017.

2000 جنيه قيمة سند أدنى على تاجر الجيزة استحقاق 18 يوليو سنة 2017.
4000 جنيه قيمة كمبيالة على شركة الهدى استحقاق 7 سبتمبر سنة 2017.
فإذا علمت أن البنك يحسب خصم تجاري بمعدل 6% سنوياً وعمولة 01% ومصروفات تحصيل على الأوراق التجارية المسحوبة بمعدل نصف في الألف أو 1,5 جنيه على الأقل بالنسبة للورقة ، المطلوب تصوير فاتورة الخصم إذا علمت أن البنك يضيف يوم مهلة سداد لكل ورقة تجارية.

الحل

خطوات الحل :

1 – تحتسب مدة كل ورقة من تاريخ الخصم حتى تاريخ الاستحقاق مع مراعاة إضافة يوم مهلة.

2 – تحسب نمر كل مبلغ بضرب القيمة الاسمية في المدة.

3 – حساب الخصم التجاري من مجموع النمر للمبالغ المخصومة.

4 – حساب العمولة كنسبة من مجموع القيم الاسمية للأوراق التجارية المخصومة.

5 – حساب مصروفات التحصيل لكل ورقة على حدة ومراعاة الحد الأدنى للمصروفات.

6 – يكتب بيان تفصيلي بالخصم الإجمالي أسفل الحافظة.

7 – يطرح الخصم الإجمالي من مجموع القيم الاسمية فينتج صافي المستحق للعميل.

ويمكن حل المثال السابق في ضوء الخطوات السابقة.

ويمكن تصوير حافظة الخصم المطلوبة كما يلي :

مدة الورقة الأولى = 16 + 30 + 31 + 22 + 1 = 100 يوم

مدة الورقة الثانية = 16 + 30 + 31 + 30 + 18 + 1= 126 يوم

مدة الورقة الثالثة = 16 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 7 + 1

= 177 يوم

مجموع النمر = 1000 × 100 + 2000 × 126 + 4000× 177

= 1060000

الخصم التجاري = $\left(\frac{6}{100}\right) \times \frac{1060000}{360}$ = 176,667 جنيه

مجموع القيم الاسمية = 1000 + 2000 + 4000 = 7000 جنيه

العمولة = 7000 × $\frac{1}{1000}$ = 7 جنيه

مصروفات التحصيل للورقة الأولى = 1000 × $\frac{1}{2000}$ = 0,5 جنيه

مصروفات تحصيل الورقة الثانية = 2000 × $\frac{1}{2000}$ = 1 جنيه

وحيث أن هذا المبلغ أقل من 1,5 جنيه للورقة الأولى والثانية فإن مصروفات التحصيل التي يضيفها البنك = 1,5 جنيه لكل منهما .

مصروفات تحصيل الورقة الثالثة = $4000 \times \frac{1}{2000} = 2$ جنيه

الخصم الإجمالي = 176.667 + 7 + 5 = 188,66 جنيه

صافي المستحق = 7000 – 188,6 = 6811,34 جنيه

بنك مصر

مصر في 15 مارس 2017

حافظة خصم للأوراق التجارية المقدمة من السيد / 000

القيمة الاسمية 7000 جنيه

صافي المستحق 6811,34 جنيه

القيمة الاسمية	المسحوب عليه	استحقاق	الأيام	النمر	مصروفات التحصيل	
1000	القاهرة	22 يونيو	100	100000	–	1,5
2000	الجيزة	18 يوليو	126	252000	%0,5	1,5
4000	الهرم	7 سبتمبر	177	708000	%0,5	2
7000	بيان الخصم					
188,66	176.667 خصم تجاري 6% سنوياً 7 عمولة 01% 5 مصروفات تحصيل					
6811,34	صافي المستحق في 15 مارس					

مثال (14) :

أكمل فاتورة أو حافظة الخصم التالية :

البنك الأهلى الوطنى

القاهرة في 12 مارس 2017
كشف الخصم المقدم من السيد / ....
القيمة الاسمية ....
صافي المستحق ......
يضيف البنك يوم مهلة تحصل لكل ورقة.
عمولة تحصيل 01%.
مصروفات التحصيل 0,5% (نصف فى الألف) بحد أدنى 1 جنيه للورقة
صافي المستحق ....

القيمة الاسمية	جهة السحب	تاريخ الاستحقاق	الأيام	النمر	مصروفات التحصيل	
–	الدقي	2017/5/30	---	---	%0,5	75 قرش
–	المهندسين	------	---	240000	%0,5	واحد جنيه
–	الزمالك	2017-8-18	---	480000	%0,5	---
–	الهرم	----	---	1440000	%0,5	---
		بيان بالخصم الإجمالي				
	قرش	جنيه				
		560	خصم تجاري بمعدل 9% سنوياً			
			عمولة بمعدل 1%			
	25	7	مصروفات تحصيل نصف فى الألف (بحد أدنى 75 قرش للورقة)			
			صافي المستحق في 2017/3/12			

الحل

الدين الثانـي :

حيث أن مصروفات التحصيل 75 قرش للورقة الواحدة على الأقل فيمكن إيجاد القيمة الاسمية للورقة الثانية بتطبيق قاعدة حساب مصروفات التحصيل.

مصروفات التحصيل = القيمة الاسمية × المعدل

$$1 = \text{ق س} \times \frac{1}{2000}$$

ق س = 1 × 2000 = 2000 جنيه

مدة الورقة الثانية = 000 240 ÷ 2000 = 120 يوم

المدة الحقيقية = 120 − (يوم مهلة) = 119 يوم

تاريخ الاستحقاق = 19 + 30 + 31 + 30 + 9 = 9 يوليو

الدين الثالث :

مدة الورقة التجارية الثالثة = 19 + 30 + 31 + 30 +31 + 18 + 1 =160يوم

القيمة الاسمية للورقة الثالثة = 000 480 ÷ 160 = 3000 جنيه

مصروفات التحصيل = 3000 × $\frac{1}{2000}$ = 1,5 جنيه

الدين الرابع :

مصروفات تحصيل الورقة الرابعة = 7,25 – 3,25 = 4 جنيه

$$4 = \text{ق س} \times \frac{1}{2000}$$

ق س = 4 × 2000 = 8000 جنيه

مدة الورقة التجارية الرابعة = 000 440 1 ÷ 8000 = 180 يوم

المدة الحقيقية = 180 – (يوم مهلة) = 179 يوم

تاريخ الاستحقاق= 19 + 30 + 31 + 30 + 31+31+ 7 = 7 سبتمبر

$$\text{الخصم التجاري للكمبيالات الأربعة} = \text{مجموع النمر} \times \text{ع} \times \frac{1}{360}$$

$$560 = \text{مجموع النمر} \times \frac{9}{100} \times \frac{1}{360}$$

$$\text{مجموع النمر} = 560 \times \frac{100}{9} \times 360 = 2\ 240\ 000$$

الدين الأول :

نمر الدين الأول = مجموع النمر – نمر الديون الثلاثة الأخيرة فقط

= 2240000 – [1440000 + 480000 + 240000] = 8000

مدة الورقة التجارية الأولى = 19 + 30 + 30 + 1 = 80 يوم

ق س = 80000 ÷ 80 = 1000 جنيه

جدير بالذكر أنه لا يمكن إيجاد القيمة الاسمية للدين الأول بتطبيق قاعدة حساب مصروفات التحصيل مباشرة حيث أن مصروفات التحصيل 75قرش هو الحد الأدنى لمصروفات التحصيل إذا ربما تكون المصروفات الفعلية للورقة الأولى أقل من 75 قرش مما يستدعي ضرورة البحث عن طريقة أخرى لتحديد القيمة الاسمية للدين الأول.

مثال (15)

تعرض شركة فيلبس جهاز دش للبيع نقداً بمبلغ 2854.5 جنيه أو بالتقسيط بموجب كمبيالتين الأولى تستحق السداد بعد 6 شهور والثانية تستحق بعد سنة وكانت القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية ضعف القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى. وقد حددت القيمة الاسمية لكل منها بحيث إذا خصمتا في البنك في يوم تحريرها تحصل شركة فيلبس على ثمن جهاز الفيديو نقداً. فإذا علمت أن معدل الخصم التجاري 6% ومعدل العمولة 01% ومعدل مصروفات التحصيل نصف في الألف فما هي القيمة الاسمية لكل كمبيالة ؟

الحل

نفرض أن القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى س والقيمة الاسمية للكمبيالة الثانية 2 س.

الثمن نقداً = صافي ما تحصل عليه شركة فيلبس من البنك للكمبيالات المخصومة.

القيمة الحالية للكمبيالة الأولى = س – س × $\frac{6}{100}$ × $\frac{6}{12}$ = 0,97 س

القيمة الحالية للكمبيالة الثانية = 2 س – 2 س × $\frac{6}{100}$ × 1 = 1,88 س

العمولة = 3 س × $\frac{1}{1000}$ = 0,003 س

مصروفات التحصيل = 3 س × $\frac{1}{2000}$ = 0,0015 س

2845,5 = 0,97 س + 1,88 س + 0,003 س + 0,0015 س

= 2,8545 س

س = 2845.5 ÷ 2.8545 = 1000 جنيه

أي أن القيمة الاسمية للكمبيالة الأولى 1000 جنيه

والقيمة الاسمية للكمبيالة الثانية 2000 جنيه

تمارين على الفصل الثاني

1 – احسب القيمة الحالية التجارية والقيمة الحالية الصحيحة لمبلغ 1000 جنيه يستحق السداد في نهاية سنة ونصف من الآن إذا كان معدل الخصم خلال الثمانية شهور الأولى 8% سنوياً ارتفع إلى 10% سنوياً خلال الفترة التالية :

---

2 – احسب القيمة الحالية الصحيحة لمبلغ 1000 جنيه بمعدل 9% في السنة فوجدت 970.873 جنيه والمطلوب حساب المدة التي يستحق بعدها سداد المبلغ.

---

3 – اثبت جبرياً وحسابياً أن الفرق بين الخصم التجاري والخصم الصحيح يساوي فائدة الخصم الصحيح.

---

4 – خصم تاجر سندين يستحق أولهما بعد 27 يوماً والثاني بعد 144 يوم وبلغ مجموع خصمهما التجاري 60 جنيه بمعدل 6% سنوياً. فإذا علمنا أن الخصم التجاري للسند الأول ربع قيمة الخصم التجاري للسند الثاني فما هي القيمة الاسمية لكل من السندين.

---

5 – (أ) سندا أدنى قيمته الاسمية 999.600 جنيه وبلغت القيمة الحالية الصحيحة لهذا السند 991.270 جنيه. فما هي القيمة الحالية التجارية والخصم التجاري لهذا السند.

(ب) سند أذني قيمته الاسمية 3663 جنيه وبلغت القيمة الحالية التجارية لهذا السند 3629.700 جنيه. فما هو الخصم الصحيح.

6 – دين يستحق السداد بعد 8 شهور من الآن حسب كل من الخصمين التجاري والصحيح لهذا الدين فكان الفرق بينهما 10.189 جنيه أجد القيمة الاسمية لهذا الدين إذا علم أن معدل الخصم في كل حالة 9% سنوياً.

---

7 – كمبيالة قيمتها الاسمية 1500 جنيه حسبت القيمة الحالية التجارية بمعدل 8% سنوياً فكانت 1450 جنيه والمطلوب :

أ – إيجاد تاريخ استحقاق الكمبيالة إذا كان الخصم قد تم في أول يوليو 2014.

ب – إيجاد تاريخ استحقاق الكمبيالة إذا كان الخصم قد تم في أول يناير 2017 .

---

8 – اشتري تاجر من شركة النصر سيارة نقل بمبلغ 19800 جنيه ودفع فوراً 20000 جنيه وحرر بالباقي كمبيالة قيمتها 20000 جنيه خصمتها شركة النصر في الحال بمعدل 8% سنوياً في بنك مصر وحصلت على الباقي من ثمن السيارة فاحسب مدة استحقاق الكمبيالة.

---

9 – دين قيمته الاسمية 2060 جنيه يستحق السداد بعد ستة شهور من الآن وحسب الفرق بين الخصمين التجاري والصحيح بهذا الدين فوجد أنه يساوي 1.800 جنيه فما هو معدل الفائدة ؟

10 – كمبيالة قيمتها الاسمية 1030 جنيه وتستحق بعد فترة معينة فإذا كان الفرق بين الخصمين التجاري والصحيح للكمبيالة بمعدل 6% يساوي 0.9 جنيه فاحسب مدة استحقاق الكمبيالة.

---

11 – في 15 يونية 2017 قطع شخص الأوراق التالية :

سند أذني قيمته 50000 جنيه يستحق السداد في 24 أغسطس 2017.

كمبيالة قيمتها 60000 جنيه تستحق السداد في 23 سبتمبر 2017.

سند إذني قيمته 40000 جنيه يستحق السداد في 23 أكتوبر 2017.

فاذا علمت أن صافي ما حصل عليه الشخص 1472.400 جنيه وأن عمولة التحصيل 01% ومصروفات التحصيل 01% بحد أدنى 5 جنيهات للورقة الواحدة. فما هو معدل الخصم التجاري ؟

---

12 – (أ) ثلاجة معروضة للبيع لميعاد 6 شهور استحقاق 30 يونيو 2016 أو خصم نقدي 6% نظير سداد الثمن فوراً ، فإذا علم أن شخصاً اشترى الثلاجة نقداً وأراد أن يبيعها بمكسب صافي بمعدل 20% من الثمن الذي يبيعها به وأن هذا الثمن 2400جنيه فكم يجب أن تكون قيمة فاتورة بيع الثلاجة ؟

(ب) كمبيالة قيمتها 75000 جنيه استحقاق 31 يوليو 2017 خصمت في بنك مصر يوم 30 مايو 2016 بمعدل 7% سنوياً وعمولة نصف في الألف ومصروفات تحصيل مقدارها 15 جنيه فكم يكون المعدل السنوي الحقيقي (المعدل السنوي الإجمالي) لخصم هذه الورقة؟

13 – اشترى شخص ثلاجة بمبلغ 12000 جنيه ودفع من ثمنها نقداً 3000جنيه وحرر بالباقي كمبيالتين الأولى تستحق السداد بعد 4 شهور والثانية بعد 8 شهور وكانت القيمة الاسمية للأولى نصف القيمة الاسمية للثانية. وقد حددت القيمة الاسمية لكل منهما بحيث إذا خصمتا في بنك يوم تحريرهما يحصل البائع على باقي ثمن الثلاجة فاذا ان معدل الخصم التجاري 8% سنوياً وعمولة 01% ومصروفات التحصيل نصف في الألف فما هي القيمة الاسمية لكل كمبيالة ؟

---

14 – قطع تاجر في أول مارس 2017 الأوراق التجارية التالية في بنك مصر.

6000 جنيه على تاجر بالقاهرة استحقاق ....

5000 جنيه على تاجر بالمنصورة استحقاق 15 مايو 2017

.... جنيه على تاجر بميت غمر استحقاق 28 مايو.

1000 جنيه على تاجر بالسنبلاوين استحقاق 29 يونية.

فإذا كان صافي ما حصل عليه التاجر من بنك مصر 20714,500جنيه وأن عمولة التحصيل كانت 21 جنيه بمعدل 0,01%.

فاحسب معدل الخصم التجارى.

---

15 – اشترى تاجر بوتاجاز بمبلغ 6000 جنيه وقد باعه بعد سنة لشخص سدد من ثمنه نقداً 3000 جنيه وحرر بالباقي كمبيالة قيمتها الاسمية 4500 جنيه وتستحق السداد بعد 8 شهور ، فإذا كان معدل الفائدة 9% سنوياً ، فكم يكون مكسبه الحقيقي ؟

الفصل الثالث: تسوية الديون

يقصد بتسوية الديون تعديل طريقة سداد هذه الديون بحيث يشمل هذا التعديل قيمة الدين أو تاريخ استحقاقه أو كليهما معاً. فعلى سبيل المثال قد يكون على أحد الأشخاص مبالغ مختلفة تستحق السداد في تواريخ مختلفة ويتفق الدائن مع المدين على تعديل طريقة سداد هذه الديون بحيث يتناول ذلك المبالغ المستحقة أو تواريخ الاستحقاق أو عدد الأوراق التجارية ويطلق على هذه العملية إعادة جدولة المديونية.

وجدير بالذكر أن قيمة أي مبلغ سوف تزيد إذا تأجل ميعاد استحقاقه (الفائدة والجملة) وسوف تقل إذا تقدم ميعاد الاستحقاق (الخصم والقيمة الحالية). فإذا كان لدينا كمبيالة بمبلغ 300 000 جنيه وتستحق السداد بعد سنة من الآن فإن قيمة هذا الدين لا يساوي 300 000 جنيه إلا في تاريخ استحقاقه (بعد سنة من الآن) فإذا أريد سداد قيمة هذه الكمبيالة الآن (قبل سنة من ميعاد استحقاقها) فإن قيمة هذا الدين سوف ينخفض بمقدار الخصم. أما إذا أريد تأجيل سداد الكمبيالة لمدة ستة شهور من تاريخ استحقاقها فإن قيمة هذا الدين يزداد بمقدار الفوائد المستحقة على القيمة الاسمية للكمبيالة لفترة التأجيل. ويمكن توضيح ذلك كما يلي:

282000 جنيه (سنة) (6 شهور) 309000 جنيه

تاريخ التسوية 300000 جنيه تاريخ التسوية

فإذا كان معدل الخصم التجاري 6% سنوياً فإن قيمة الدين الآن أي قبل موعد استحقاقه بسنة ينخفض إلى :

القيمة الحالية = 000 300 – (300000 × $\frac{6}{100}$ × 1) = 282000 جنيه

أما إذا كان معدل الفائدة 6% سنوياً فإن قيمة الدين بعد ستة شهور من الآن يزيد إلى:

الجملة = 300000 + (300000 × $\frac{6}{100}$ × $\frac{6}{12}$) = 309000 جنيه

ويجب على القائمين بعملية التسوية الحفاظ على حقوق الدائن والمدين. ولذلك حتى لا يضار أحد الطرفين (الدائن والمدين) نتيجة لتعديل أو تسوية الديون فإنه يجب المساواة بين الدائنية والمديونية في تاريخ التسوية. ويتوقف اختيار تاريخ التسوية على ما إذا كان المعدل المستخدم في عملية التسوية معدل فائدة أو معدل للخصم.

فإذا كان المعدل المستخدم في التسوية معدل الفائدة فإنه يجب اختيار آخر تاريخ استحقاق بالنسبة للديون القديمة (قبل التسوية) والديون الجديدة (بعد التسوية) وتطبيق قاعدة التسوية:

جملة الديون القديمة (قبل التسوية) = جملة الدين الجديدة (بعد التسوية)

أما إذا كان المعدل المستخدم في التسوية معدل الخصم فإنه يجب اختيار تاريخ اليوم أو أي تاريخ آخر سابق لتواريخ استحقاق الديون القديمة (قبل التسوية) أو الديون الجديدة (بعد التسوية) وتطبيق قاعدة التسوية :

القيمة الحالية للديون القديمة (قبل التسوية)= القيمة الحالية للديون الجديدة (بعد التسوية)

أما في حالة إذا كان معدل الفائدة = معدل الخصم فإنه يمكن اختيار أي تاريخ للتسوية سواء كان هذا التاريخ خلال تواريخ الديون أو سابق أو لاحق لتواريخ استحقاق هذه الديون. وقاعدة التسوية التي تطبق في هذه الحالة .

قيمة الديون القديمة (قبل التسوية) = قيمة الديون الجديدة (بعد التسوية) **فى تاريخ التسوية فى تاريخ التسوية**

مثال (1) :

تاجر مدين بالمبالغ التالية :

10000 جنيه تستحق السداد بعد 4 شهور من الآن.

20000 جنيه تستحق السداد بعد 8 شهور من الآن.

30000 جنيه تستحق السداد بعد 10 شهور من الآن.

فإذا رغب المدين في استبدال هذه الديون بدين واحد يستحق السداد بعد سنة من الآن. فاحسب مقدار الدين الجديد إذا كان :

أ – معدل الفائدة 6% سنوياً.

ب – معدل الخصم 6% سنوياً.

ج – معدل الفائدة = معدل الخصم = 6% سنوياً.

الحل

أ – التسوية على أساس معدل فائدة 6% سنوياً.

تاريخ التسوية

10000 20000 30000 الدين الجديد (س)

(4 شهور) (8 شهور) (10 شهور) (السنة)

الدين الجديد (س) بعد سنة = قيمة الدين الأول بعد 8 شهور من تاريخ استحقاقه + قيمة الدين الثاني بعد 4 شهور من تاريخ استحقاقه + قيمة الدين الثاث بعد شهرين من تاريخ استحقاقه.

$$= 10000 + \left(10000 \times \frac{6}{100} \times \frac{8}{12}\right)$$

$$+ 20000 + \left(20000 \times \frac{6}{100} \times \frac{4}{12}\right)$$

$$+ 30000 + \left(30000 \times \frac{6}{100} \times \frac{2}{12}\right)$$

= 61100 جنيه

(ب) التسوية على أساس معدل خصم 6% سنوياً.

تاريخ التسوية 10000 20000 30000 (س)

(4 شهور) (8 شهور) (10 شهور) (سنة)

نفرض أن القيمة الاسمية للدين الجديد الذي يستحق بعد سنة = س

القيمة الحالية للدين الجديد = القيمة الحالية للديون القديمة

$$\text{س} - (\text{س} \times \frac{6}{100} \times 1) = 10000 - (10000 \times \frac{6}{100} \times \frac{4}{12})$$

$$+\ 20000 - (20000 \times \frac{6}{100} \times \frac{8}{12})$$

$$+\ 30000 - (30000 \times \frac{6}{100} \times \frac{10}{12})$$

$$0,94\ \text{س} = 57500$$

الدين الجديد (س) = 61170,21 جنيه

(ج) التسوية على أساس أن معدل الفائدة = معدل الخصم = 6% سنوياً.

يمكن اختيار أي تاريخ للتسوية يقع ما بين تاريخ اليوم وأي تاريخ آخر لاحق لتاريخ اليوم. فبفرض أننا سوف نختار تاريخ استحقاق الدين الثاني كتاريخ للتسوية :

قيمة الديون الثلاثة القديمة الثلاثة في تاريخ استحقاق الدين الثاني :

$$10000 + (10000 \times \frac{4}{12} \times \frac{6}{100}) + 20000$$

$$+\ 30000 - (30000 \times \frac{2}{12} \times \frac{6}{100}) = 59900\ \text{جنيه}$$

قيمة الديون الجديدة فى تاريخ استحقاق الدين الثانى

$$= س - (س \times \frac{6}{100} \times \frac{4}{12}) = 0.98\ س$$

59900 = 0.98 س

الدين الجديد (س) = 61122,45 جنيه

مثال (2) :

شخص مدين في أول يناير 2017 بالكمبيالات الآتية :

200 000 جنيه تستحق السداد بعد 100 يوم

300 000 جنيه تستحق السداد بعد 120 يوم

400 000 جنيه تستحق السداد بعد 160 يوم

وقد أراد هذا الشخص أن يسدد 50000 جنيه نقداً بعد 30 يوم من الآن ويحرر بالباقي سندين يستحق الأول بعد 60 يوم والثاني بعد 90 يوم ، والقيمة الاسمية للسند الأول ثلاثة أمثال القيمة الاسمية للسند الثاني فاحسب القيمة الاسمية كل سند على حدة إذا كان المعدل المستخدم في التسوية :

أ – معدل الفائدة 6% سنوياً.

ب – معدل الخصم 6% سنوياً.

ج – معدل الفائدة = معدل الخصم = 6% سنوياً.

الحل

أ – التسوية على أساس معدل فائدة 6% سنوياً.

نفرض أن القيمة الاسمية للسند الأول (3 س) والقيمة الاسمية للسند الثاني (س) . وحيث أن معدل التسوية معدل فائدة فان التسوية سوف تكون ميعاد استحقاق السند الثالث (160 يوم من الآن).

<u>جملة الديون الجديدة :</u>

$$= 50000 + 50000 \times \frac{130}{360} \times \frac{6}{100}$$

$$+ 3\text{س} + 3\text{س} \times \frac{100}{360} \times \frac{6}{100}$$

$$+ \text{س} + \text{س} \times \frac{70}{360} \times \frac{6}{100}$$

$$= 51083{,}3 + 4{,}061\ \text{س}$$

<u>جملة الديون القديمة :</u>

$$= 200\ 000 + 200\ 000 \times \frac{60}{360} \times \frac{6}{100}$$

$$+ 300\ 000 + 300\ 000 \times \frac{40}{360} \times \frac{6}{100}$$

$$+ 400\ 000 = 904000\ \text{جنيه}$$

جملة الديون الجديدة = جملة الديون القديمة

51083,3 + 4,061 س = 904000

4,061 س = 852916,7 جنيه

س = 210026,3 جنيه

القيمة الاسمية للسند الأول = 630078,9 جنيه

القيمة الاسمية للسند الثاني = 210026,3 جنيه

(ب) التسوية على أساس معدل خصم 6% سنوياً.

حيث أن معدل التسوية معدل الخصم فإن التسوية سوف تكون الآن (تاريخ الاتفاق على التسوية).

<u>القيمة الحالية للديون الجديدة</u>

= 50000 − 50000 × $\frac{30}{360}$ × $\frac{6}{100}$

+ 3 س − 3 س × $\frac{60}{360}$ × $\frac{6}{100}$

+ س − س × $\frac{90}{360}$ × $\frac{6}{100}$

= 49750 + 3,955 س

<u>القيمة الحالية للديون القديمة :</u>

100   6

$$= 200\,000 - 200\,000 \times \frac{}{360} \times \frac{}{100}$$

$$+ 300\,000 - 300\,000 \times \frac{120}{360} \times \frac{6}{100}$$

$$+ 400000 - 400000 \times \frac{160}{360} \times \frac{6}{100} = 880\,000$$ جنيه

القيمة الحالية للديون الجديدة = القيمة الحالية للديون القديمة

49750 + 3,955 س = 880 000

3,955 س = 830250

س = 209924,1

القيمة الاسمية للسند الأول = 629772,3 جنيه

القيمة الاسمية للسند الثاني = 209924,1 جنيه

(جـ) التسوية على أساس معدل فائدة = معدل خصم = 6% سنوياً.

يمكن اختيار أي تاريخ للتسوية يقع ما بين اليوم وأي تاريخ آخر لاحق لتاريخ اليوم. فيمكن اختيار تاريخ استحقاق أي دين من الديون القديمة أو الجديدة كتاريخ للتسوية وليكن تاريخ سداد المبلغ النقدي.

القيمة الحالية للديون الجديدة :

$$= 50\,000 + 3\text{ س} - 3\text{ س} \times \frac{30}{360} \times \frac{6}{100}$$

$$+ \text{س} - \text{س} \times \frac{60}{360} \times \frac{6}{100}$$

= 50 000 + 3,975 س

<u>**القيمة الحالية للديون القديمة :**</u>

$$= 200\,000 - 200\,000 \times \frac{70}{360} \times \frac{6}{100}$$

$$+ 300\,000 - 300\,000 \times \frac{90}{360} \times \frac{6}{100}$$

$$+ 400\,000 - 400\,000 \times \frac{130}{360} \times \frac{6}{100}$$

= 884500 جنيه

قيمة الديون الجديدة = قيمة الديون القديمة

50 000 + 3,975 س = 884500 جنيه

3,975 س = 834500 جنيه

س = 209937,1 جنيه

القيمة الاسمية للسند الأول = 629811,3 جنيه

القيمة الاسمية للسند الثاني = 209937,1 جنيه

مثال (3)

شخص مدين بمبلغ 000 100 جنيه يستحق في 25 فبراير 2016 ومبلغ 000 300 جنيه يستحق في 4 يونيو 2016 وقد استبدلت هذه الديون في

أول إبريل 2016 بثلاث سندات إذنية متساوية القيمة تستحق في أول أغسطس ، أول أكتوبر ، أول ديسمبر من عام 2016 على الترتيب.

فما هي القيمة الاسمية للسند إذا علم أن التسوية تمت على أساس :

أ – معدل الخصم 8% سنوياً.

ب – معدل الفائدة = معدل الخصم = 8% سنوياً.

الحل

أ – التسوية على أساس معدل خصم 8% سنوياً :

القيمة الحالية للديون القديمة في 25 فبراير 2016.

مدة الدين الأول = صفر.

مدة الدين الثاني = 4 + 31 + 30 + 31 + 4 = 100 يوم

القيمة الحالية = $100\,000 + [300\,000 - (300\,000 \times \frac{8}{100} \times \frac{100}{360})]$

= 393333,3 جنيه

القيمة الحالية للديون الجديدة في 25 فبراير 2016

مدة السند الأول = 4 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 1 = 158 يوم

مدة السند الثاني = 4 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31+31 + 31 + 30 + 1

= 219 يوم

مدة السند الثالث = 4 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31
+ 30 + 1

= 280 يوم

نفرض أن القيمة الاسمية للسند س من الجنيهات

مجموع النمر = س × 158 + س × 219 + س × 280 = 657 س

الخصم التجاري = ($\frac{657\text{ س}}{360}$) × $\frac{8}{100}$ = 0,146 س

القيمة الحالية = 3 س − 0,146 س = 2,854 س

القيمة الحالية للديون القديمة في 25 فبراير 2016 **= القيمة الحالية للديون الجديدة في 25 فبراير 2016**

393333,3 = 2,854 س

القيمة الاسمية للسند = 137881,3 جنيه

ب – التسوية على أساس معدل فائدة = معدل خصم = 8%

قيمة الديون الجديدة في أول أبريل 2016 :

نفرض أن القيمة الاسمية للسند س من الجنيهات.

مدة السند الأول = 4 شهور.

مدة السند الثاني = 6 شهور.

مدة السند الثالث = 8 شهور.

مجموع النمر = س × 4 + س × 6 + س × 8 = 18 س

الخصم التجاري $= \left(\frac{18\text{ س}}{12}\right) \times \frac{8}{100} = 0{,}12$ **س**

قيمة الديون الجديدة = 3 س – 0,12 س = 2,88 س

قيمة الديون القديمة في أول أبريل 2016

مدة الدين الأول = 4 + 31 + 1 = 36 يوم

مدة الدين الثاني = 29 + 31 + 4 = 64 يوم

<u>قيمة الديون القديمة :</u>

$$= \left(100\,000 + 100\,000 \times \frac{36}{360} \times \frac{8}{100}\right)$$

$$+ \left(300\,000 - 300\,000 \times \frac{64}{360} \times \frac{8}{100}\right)$$

= 396533,3 جنيه

قيمة الديون الجديدة في أول أبريل = قيمة الديون القديمة في أول أبريل

2,88 س = 396533,3

س = 137685,2 جنيه

القيمة الاسمية للسند = 137685,2 جنيه

مثال (4)

اشترى تاجر في أول يونيو 2017 أثاث من إحدى الشركات بموجب سند إذني يستحق في آخر أغسطس 2017 قيمته 000 400 جنيه.

وفي منتصف شهر يوليو من نفس السنة دفع التاجر للدائن مبلغ 000 200 جنيه نقداً وحرر بدلاً من السند الأصلي كمبيالتين أحدهما بمبلغ 000 100 جنيه وتستحق في منتصف شهر نوفمبر والأخرى تستحق في آخر شهر ديسمبر 2017 فإذا علم أن معدل الخصم 6% سنوياً.

فأحسب القيمة الاسمية للكمبيالة الثانية.

الحل

القيمة الحالية للديون الجديدة في أول يونيو 2017 :

القيمة الحالية للمبلغ المدفوع نقداً = $200\,000 - (200\,000 \times \frac{6}{100} \times \frac{1{,}5}{12})$ = 198500 جنيه

القيمة الحالية للسند الأول = $100\,000 - (100\,000 \times \frac{6}{100} \times \frac{5{,}5}{12})$

= 97250 جنيه

نفرض أن القيمة الاسمية للسند الثاني س من الجنيهات

القيمة الحالية للسند الثاني = س – (س × $\frac{6}{100}$ × $\frac{7}{12}$)

= 0,965 س

القيمة الحالية للديون القديمة في أول يونيو 2017

القيمة الحالية للدين القديم =400000 – 400000 × $\frac{6}{100}$ × $\frac{3}{12}$

= 394000 جنيه

القيمة الحالية للديون الجديدة = القيمة الحالية للديون القديمة

198500 + 97250 + 0,965 س = 394000

0,965 س = 98250 جنيه

القيمة الاسمية للسند الثاني = 101813,4 جنيه

مثال (5)

شخص مدين بالكمبيالات الآتية :

6000 جنيه تستحق السداد بعد 3 شهور

9000 جنيه تستحق السداد بعد 5 شهور

وقد اتفق الدائن مع المدين على أن يستبدل المدين ديونه بأنه يحرر كمبيالة بمبلغ 10303,19 جنيه تستحق بعد اثنى عشر شهراً من الآن ويدفع نقداً في الحال مبلغ 5000 جنيه ، احسب معدل الخصم التجاري الذي حسبت على أساسه القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة.

الحل

نفرض أن معدل الخصم التجاري ع

<u>القيمة الحالية للديون القديمة :</u>

مجموع النمر = 6000 × 3 + 9000 × 5 = 63000

الخصم التجاري = ($\frac{63000}{12}$) × ع = 5250 ع

= 15000 − 5250 ع

<u>القيمة الحالية للديون الجديدة :</u>

= 5000 + (10303,19 − 10303,19 × ع × 1)

= 15303,19 − 10303,19 ع

القيمة الحالية للديون القديمة (قبل التسوية) = القيمة الحالية للديون الجديدة (بعد التسوية)

15000 − 5250 ع = 15303,19 − 10303,19 ع

5053,19 ع = 303,19

ع = $\frac{303,19}{5053,19}$ = 6 %

مثال (6)

اشتري شخص جهاز تليفزيون بمبلغ 12 000 جنيه واتفق مع البائع على أن يدفع نقداً 2000 جنيه ويحرر بالمبلغ الباقي كمبيالة تستحق بعد سنة على أن تحسب فوائد بمعدل 6% سنوياً ، وقبل استحقاق قيمة الكمبيالة بثلاثة شهور اتفق الدائن والمدين على أن يدفع المدين نقداً 5494 جنيه نقداً ويحرر بالباقي سندين أحدهما بمبلغ 3000 جنيه ويستحق بعد سنة والثاني بمبلغ 2255,31جنيه ويستحق بعد فترة معينة، احسب المدة التي يستحق بعدها السند الثاني إذا علم أن معدل الخصم التجاري 4% سنوياً.

الحل

المبلغ الباقي من ثمن التليفزيون = 12000 – 2000 = 10000 جنيه

فائدة المبلغ لمدة سنة = $10000 \times \frac{6}{100} \times 1$ = 600 جنيه

القيمة الاسمية للكمبيالة = 10000 + 600 = 10600 جنيه

<u>القيمة الحالية للديون القديمة (قبل التسوية).</u>

$$= 10600 - 10600 \times \frac{3}{12} \times \frac{4}{100}$$

= 10494 جنيه

<u>القيمة الحالية للديون الجديدة (بعد التسوية)</u>

$$= 5494 + (3000 - 3000 \times \frac{4}{100} \times 1)$$

$$+ \left(2255{,}31 - 2255{,}31 \times \frac{4}{100} \times \text{ن}\right)$$

$$= 5494 + 3000 - 120 + 2255{,}31 - 90{,}2124\,\text{ن}$$

$$= 10629{,}31 - 90{,}2124\,\text{ن}$$

القيمة الحالية للديون القديمة = القيمة الحالية للديون الجديدة

$$10494 = 10629{,}31 - 90{,}2124\,\text{ن}$$

$$90{,}2124\,\text{ن} = 135{,}31$$

ن = 1,5 سنة تقريباً.

تمارين على الفصل الثالث

1 – شخص مدين بالمبالغ التالية :

1000 جنيه تستحق السداد بعد 10 شهور.

2000 جنيه تستحق السداد بعد 20 شهراً.

3000 جنيه تستحق السداد بعد 25 شهراً.

ويرغب المدين فى أن يستبدل الديون الثلاثة بدفعة ربع سنوية فورية لمدة 27 شهراً مقدارها الربع سنوي في السنة الأولى ضعف مقدارها الربع سنوي في الفترة التالية. فما مقدار الدفعة الربع سنوية إذا كان معدل الخصم التجارى 8% سنوياً.

—

2 – شخص مدين بالمبلغين التاليين : 3000 جنيه مستحقة بعد سنة 4000 جنيه مستحقة بعد 20 شهراً وأراد تسديدها بدفعة عادية نصف شهرية ولمدة سنتين وقيمتها النصف شهرية في السنة الأولى نصف قيمتها في السنة الثانية –

أوجد مقدار الدفعة النصف شهرية إذا علمت أن معدل التسوية :

أ – معدل خصم 9% سنوياً.

ب – معدل فائدة 9% سنوياً.

3 – تاجر مدين لبنك بالمبالغ التالية : 6000 جنيه تستحق في 23 أغسطس 7000 جنيه تستحق في 22 سبتمبر ، 5000 جنيه تستحق في 22 أكتوبر ، 9000 جنيه تستحق في 28 أكتوبر ، وقد أراد التاجر في 14 يونيو من نفس العام أن يسدد ديونه بثلاثة كمبيالات متساوية تستحق بعد شهر وشهرين وثلاثة شهور على التوالي. وقد خيره البنك بين تسوية الديون على أساس معدل خصم تجاري 6% سنوياً أو على أساس معدل خصم صحيح 6.5% سنوياً ،

فأيهما أفضل بالنسبة للتاجر المدين ، ولماذا؟

---

4 – باع شخص محلاً تجارياً وترك للمشتري اختيار أحد الأسلوبين التاليين لتسديد ثمن المحل التجاري :

1 – سداد مبلغ 000 120 جنيه نقداً في تاريخ الاتفاق

2 – سداد مبلغ 23000 جنيه في تاريخ الاتفاق وتحرير خمسة سندات متساوية القيمة الاسمية يستحق أولها بعد شهرين من تاريخ الاتفاق وتستحق السندات التالية على التوالي بعد شهرين من استحقاق السند السابق ، فإذا علمنا أن المشتري اختار الأسلوب الثاني المكافئ للأسلوب الأول ، فما هي القيمة الاسمية للسند.

وعند استحقاق السند الثالث أراد المدين أن يسدد فوراً 8420 جنيه ويحرر بالباقي 3 كمبيالات. القيمة الاسمية للأولى نصف القيمة الاسمية الثانية وثلث القيمة الاسمية للكمبيالة الثالثة وتستحق على التوالي بعد 3 ، 6 ، 9 شهور من تاريخ تحريرها ، فما هي القيمة الاسمية لكل من الكمبيالات الثلاثة إذا كان معدل الخصم التجاري المستخدم 6% سنوياً.

5 – اشترى شخص شقة على النيل وترك له البائع حرية اختيار الأسلوب المناسب لسداد ثمن الشقة :

أ – أما أن يدفع ربع القيمة نقداً وأن يحرر بالباقي أربعة سندات متساوية في القيمة الاسمية يستحق أولها بعد شهرين من تاريخ البيع ويستحق كل من السندات الأخرى وبعد شهرين من تاريخ استحقاق السند السابق له.

ب – وأما أن يدفع 225 000 جنيه نقداً وأن يحرر بالباقي سندين يستحق أولهما بعد شهرين من تاريخ إجراء البيع ويستحق الآخر بعد شهرين من استحقاق السند السابق.

فإذا علمنا أن المشتري قد اختار الأسلوب الثاني وهو مكافئ للأسلوب الأول وأن البائع بعد مرور شهر على استحقاق السند الأول قد خصم السند الثاني وتبلغ قيمته ضعف قيمة السند الأول وحصل على مبلغ 199000جنيه ، فما هي القيمة الاسمية لكل من السندات المحررة في كلا الأسلوبين علماً بأن حساب للتكافؤ يجري في جميع الحالات على أساس معدل الخصم التجاري 6% سنوياً.

6 – في 2017/1/1 كان أحد التجار مديناً بالمبالغ الآتية :

10 000 جنيه تستحق السداد في 2017/8/31

20 000 جنيه تستحق السداد في 2017/10/31

30 00 جنيه تستحق السداد في 2017/11/31

وفي 2017/3/1 أراد المدين أن يسدد فوراً 000 20 جنيه ويحرر بالباقي اثنى عشر كمبيالة شهرية متساوية تستحق أولها في 2017/9/30 وآخرها في 2018/8/31 أوجد القيمة الاسمية لكل كمبيالة.

أولاً – إذا كان معدل الخصم التجاري 6% سنوياً.

ثانياً – إذا كان معدل الفائدة 6% سنوياً.

---

7 – تاجر مدين بمبلغ 7000 جنيه يستحق السداد بعد 60 يوماً من الآن ولكنه اتفق مع الدائن على تحرير سند قيمته الاسمية 1200 جنيه يستحق السداد بعد 15 يوماً وآخر قيمته 2100 جنيه يستحق بعد 40 يوماً أما السند الثالث فيستحق بعد 60 يوماً.

وعند استحقاق السند الأخير أراد التاجر أن يسدد فوراً 5348,750 جنيه ويحرر بالباقي اثنى عشر سنداً متساوياً في القيمة الاسمية يستحق الأول منها بعد 30 يوم ويستحق كل من السندات التالية بعد 30 يوماً من استحقاق السند السابق له ، فما هي القيمة الاسمية للسند إذا كان معدل الخصم التجاري 6% سنوياً.

---

8 – تاجر مدين لآخر بالأوراق التجارية التالية : 3000 جنيه تستحق بعد 3 شهور ، 4000 جنيه تستحق بعد 6 شهور ، 5000 جنيه تستحق بعد 9 شهور ، وقد دفع هذا التاجر للدائن اليوم 2000 جنيه نقداً وحرر بالباقي سند اذني يستحق بعد 10 شهور ، فما هي القيمة الاسمية للسند إذا كان معدل الخصم التجاري 8% سنوياً. وفي ميعاد استحقاق السند الاذني قام بنك القاهرة بسداد الدين نيابة عن التاجر على أن يقوم التاجر بإيداع مبلغاً ما في البنك آخر كل شهرين ولمدة سنة من تاريخ الاتفاق. فما هي قيمة المبلغ المودع في البنك آخر كل شهرين إذا كان معدل الفائدة 8% سنوياً.

الفصل الرابع : استهلاك القروض

يعتبر موضوع استهلاك القروض القصيرة الأجل من الموضوعات الهامة بالنسبة لعمليات التمويل والاستثمار. وتعتبر القروض قصيرة الأجل إذا كانت مدتها لا تزيد عن بضعة شهور. ويقصد باستهلاك القروض كيفية سداد القروض وفوائدها بشكل أو بآخر حسب الطرق المختلفة التالية :

أولاً – سداد القرض وفوائده (الجملة) في تاريخ استحقاق القرض.

ثانياً – سداد القرض في تاريخ الاستحقاق المتفق عليه أما الفوائد على القرض فتدفع بصفة دورية خلال مدة القرض.

ثالثاً – سداد القرض وفوائده على أقساط دورية متساوية القيمة.

رابعاً – سداد القرض وفوائده على فترات غير منتظمة.

خامساً – سداد القرض على أقساط متساوية من الأصل فقط مع سداد الفوائد على الأرصدة المستحقة بصفة دورية.

سادساً – سداد فوائد القرض بعضها أو كلها مقدماً مع سداد القرض وما تبقى من فوائد على أقساط دورية متساوية.

ويتوقف استخدام طريقة أو أخرى من الطرق السابقة في عملية استهلاك القروض حسب الاتفاق بين الدائن والمدين. فقدرة المدين على السداد ومدة القرض ومعدل الفائدة الفعلي الذي يرغب الدائن في تحقيقه كلها عوامل لها تأثيرها في اختيار طريقة معينة لاستهلاك القرض وفوائده دون الطرق الأخرى.

وفيما يلي شرح تفصيلي لطرق استهلاك القروض السابق ذكرها:

أولاً – سداد القرض وفوائده في تاريخ الاستحقاق المتفق عليه بين الدائن والمدين :

يتفق المقرض والمقترض عادة على استخدام هذه الطريقة في حالة القروض قصيرة الأجل التي لا تتجاوز مدتها بضعة أيام أو عدة شهور. كما يفضل المقترض هذه الطريقة عندما لا يكون قادراً على سداد أي جزء من القرض الأصلي أو فوائده قبل تاريخ الاستحقاق المتفق عليه. وتحسب جملة القرض الأصلي في تاريخ السداد حسب معدل الفائدة المتفق عليه بين الدائن (المقرض) والمدين (المقترض) ومدة القرض التي تقع ما بين تاريخ الاقتراض وتاريخ السداد المتفق عليه أيضاً.

وقد يحدث أن يتأخر المدين عن سداد القرض وفوائده في نهاية المدة المتفق عليها لذلك يتفق الدائن والمدين في عقد القرض على الطريقة التي يسدد بها القرض وفوائده في حالة عدم المقدرة على السداد في الميعاد المتفق عليه.

فيذكر صراحة في العقد إلتزام المقترض بسداد فوائد تأخير عن المدة ما بين تاريخ الاستحقاق المتفق عليه فى عقد القرض وتاريخ السداد الفعلي.
وتحسب فوائد التأخير إما على القرض الأصلي فقط أو على القرض الأصلي والفوائد المستحق عليه خلال مدة القرض وذلك حسب الاتفاق بين الدائن والمدين.

وجدير بالذكر أن معدل فائدة التأخير يكون في أغلب الأحوال أكبر من معدل فائدة القرض الأصلي حتى لا يتراخى المقترض عن السداد في تاريخ الاستحقاق المتفق عليه.

ولإيجاد جملة القرض في نهاية المدة المتفق عليها يستخدم قانون الجملة السابق ذكره في الفصل الأول.

مثال (1)

اقترض تاجر مبلغ 000 100 جنيه من بنك القاهرة في أول مايو 2017 على أن يسدد القرض وفوائده في نهاية ديسمبر 2017 بمعدل فائدة 6% سنوياً. احسب المبلغ الواجب السداد في تاريخ الاستحقاق (نهاية ديسمبر)، وإذا فرض وتأخر التاجر عن سداد المستحق عليه في نهاية ديسمبر 2017 وطلب تأجيله لمدة ثلاثة شهور أخرى. احسب المبلغ الواجب السداد إذا كان البنك يتقاضى فوائد تأخير على القرض الأصلي فقط بمعدل 8% سنوياً.

الحل

مدة القرض الأصلي = 8 شهور.

فوائد القرض = $100000 \times \frac{6}{100} \times \frac{8}{12} = 4000$ جنيه

المستحق على التاجر في نهاية ديسمبر 2017 = 000 100 + 4000

= 104000 جنيه

مدة التأخير = 3 شهور

فوائد تأخير القرض = $100000 \times \frac{3}{12} \times \frac{8}{100} = 2000$ جنيه

المبلغ الواجب السداد في نهاية مدة التأخير = 1040000 + 2000

= 106000 جنيه

ويحدث نتيجة لحصول الدائن على فوائد تأخير بمعدل فائدة يزيد عن معدل فائدة القرض المتفق عليه أن يحقق الدائن معدل فائدة فعلى في نهاية المدة يزيد عن معدل الفائدة الأصلي الذي حسبت الفائدة بمقتضاه.

ويسمى معدل الفائدة الفعلي الذي يحققه الدائن في مثل هذه العمليات بمعدل فائدة القرض الحقيقي.

مثال (2)

اقترض شخص مبلغ 000 600 جنيه من بنك النيلين في 26 فبراير 2017 على أن يسدد القرض وفوائده في 28 يوليو من نفس السنة بمعدل فائدة 6% سنوياً. وفي تاريخ استحقاق القرض وفوائده طلب المقترض تأجيل كافة المستحقات عليه حتى 25 ديسمبر 2017 فإذا علمت أن البنك يحسب فوائد تأخير على القرض الأصلي بمعدل 8% سنوياً. فاحسب :

أ – المبلغ الواجب السداد في نهاية المدة.

ب – مجموع الفوائد التي يتحملها المدين.

ج – معدل الفائدة الحقيقي الذي حققه البنك من هذه العملية.

الحل

مدة القرض الأصلي = 2 + 31 + 30 + 31 + 30 + 28 = 152 يوماً

فائدة القرض الأصلي = $600000 \times \frac{6}{100} \times \frac{152}{360} = 15200$ **جنيه**

مدة تأخير القرض الأصلي = 3 + 31 + 30 + 31 + 30 + 25 = 150 يوماً

فائدة تأخير القرض الأصلي = $600000 \times \frac{8}{100} \times \frac{150}{360}$ = 20000 جنيه

أ – المبلغ الواجب السداد في نهاية المدة = 600000 + 15200 + 20000

= 635200 جنيه

ب – مجموع الفوائد التي يتحملها المدين = 635200 – 600000

= 35200 جنيه

ج – جدير بالملاحظة أن البنك حصل على فوائد 35200 جنيه مقابل قرض قيمته 600000 جنيه لمدة 302 يوم. لذلك يمكن حساب معدل الفائدة الحقيقي من المعادلة التالية:

$$35200 = 600000 \times ع \times \frac{302}{360}$$

$$ع = \frac{35200}{600000} \times \frac{360}{302} = 6,99\%$$

مثال (3)

شركة النصر للكيماويات حصلت على قرض قيمته 1000000جنيه من بنك مصر لمدة ثلاثة شهور بمعدل فائدة 8% سنوياً. وعند استحقاق القرض وفوائده في نهاية المدة طلبت الشركة من البنك سداد نصف القرض وتأجيل النصف الآخر والفوائد المستحقة لمدة شهرين على أن تحسب فوائد

تأخير على الباقي من القرض بمعدل 12% سنوياً وعلى الفوائد المستحقة بمعدل 9% سنوياً.

أحسب معدل الفائدة الذي حققه البنك من هذه العملية إذا علمت أن البنك استثمر نصف القرض الذي تسلمه بمجرد استلامه بمعدل 6% سنوياً.

الحل

فائدة القرض الأصلي= $1000000 \times \frac{8}{100} \times \frac{3}{12} = 20000$ جنيه

المبلغ الباقي من القرض = $1000\,000 \div 2 = 500000$ جنيه

فوائد تأخير نصف القرض = $500000 \times \frac{12}{100} \times \frac{2}{12} = 10000$ جنيه

فوائد تأخير فوائد القرض = $20000 \times \frac{9}{100} \times \frac{2}{12} = 300$ جنيه

فوائد استثمار الذي تسلمه البنك = $500000 \times \frac{6}{100} \times \frac{2}{12} = 5000$ جنيه

مجموع الفوائد التي حصل عليها البنك.

$= 20000 + 10000 + 300 + 5000 = 35300$ جنيه

نفرض أن معدل الفائدة الحقيقي الذي حققه البنك ع

$$35300 = 1000\,000 \times ع \times \frac{5}{12}$$

$$ع = \frac{35300}{1000000} \times \frac{12}{5} = 8.472\%$$

ثانياً - سداد القرض في تاريخ الاستحقاق المتفق عليه مع دفع الفوائد بصفة دورية:

قد يرغب الدائن في الحصول على الفوائد المستحقة على القرض بصفة دورية. ويفضل الدائن هذه الطريقة في السداد إذا كان يرغب في إعادة استثمار المبالغ الدورية (الفوائد) التي يحصل عليها من المدين في الحال أو بعد فترة زمنية قصيرة. فإرتفاع معدل الفائدة باستمرار يزيد من استخدام هذه الطريقة في عملية استهلاك القروض.

ويشترط الدائن أن يسدد له المدين الفوائد بصفة دورية وفي مواعيد محددة يتفق عليها، فإذا تأخر المدين عن السداد فإنه يتحمل عبء إضافي حيث يدفع فوائد تأخير على الفوائد الدورية التي لا تسدد في مواعيدها ويكون معدل فائدة التأخير أكبر من معدل فائدة القرض الأصلي في الغالب.

وتتحدد قيمة الفائدة الدورية الواحدة بأحد طريقتين :

1 – حساب الفوائد المستحقة عن مدة القرض الأصلي المتفق عليها في عقد القرض بالكامل ثم قسمة هذه الفوائد على عدد فترات سداد الفوائد الدورية.

ويمكن معرفة عدد مرات السداد بقسمة مدة القرض كلها على فترة سداد الفائدة الدورية. فإذا كانت مدة القرض سنتين وفترة سداد الفائدة الدورية الواحدة كل شهرين فإن عدد فترات السداد يساوي خارج قسمة عدد شهور مدة القرض (24 شهراً) على فترة سداد الفائدة الدورية الواحدة (شهرين):

$24 \div 2 = 12$ فائدة دورية.

2 – حساب الفائدة الدورية مباشرة كدالة لثلاثة عوامل : القرض والمعدل وفترة سداد الفائدة الدورية.

الفائدة الدورية = القرض × المعدل × فترة السداد الدورية.

وجدير بالملاحظة أنه إذا قام الدائن باستثمار الفوائد الدورية التي يحصل عليها من المدين بمعدل استثمار معين فإنه يحقق معدل فائدة فعلى أعلى من فائدة القرض المتفق عليه من البداية مع المدين.

مثال (4)

اقترض شخص مبلغ 000 200 جنيه من بنك مصر لمدة 3سنوات بمعدل فائدة 8% سنوياً. وتعهد بسداد القرض الأصلي في نهاية المدة. أما الفوائد فتدفع بصفة دورية آخر كل ثلاثة شهور ، أحسب مجموع الفوائد التي يسددها المدين خلال مدة القرض.

الحل

الفائدة الدورية = $200000 \times \frac{8}{100} \times \frac{3}{12} = 4000$ جنيه

عدد الفوائد الدورية = $36 \div 3 = 12$ فائدة دورية

مجموع الفوائد الدورية = $4000 \times 12 = 48000$ جنيه

مثال (5)

اقترض تاجر مبلغ 000 600 جنية من بنك الشعب على أن يردها إليه بعد سنتين مع دفع فوائد دورية آخر كل شهرين بمعدل فائدة 8% سنويا. فإذا علمت أن المدين قام بسداد الفوائد الدورية المستحقة خلال السنة الأولى

وطلب تأجيل الفوائد الدورية المستحقة خلال السنة الثانية لكى تسدد مع القرض الأصلى فى نهاية المدة. فاحسب المستحق على المدين فى نهاية المدة ومجموع الفوائد التى حصل عليها البنك إذا كانت فوائد التأخير على الفوائد الدورية التى لم تسدد فى مواعيدها 10% سنويا.

الحل

الفائدة الدورية الواحدة = $600000 \times \frac{8}{100} \times \frac{2}{12} = 8000$ جنيه

عدد الفوائد الدورية = $24 \div 2 = 12$ فائدة دورية

الفوائد الدورية المسددة = $8000 \times 6 = 48000$ جنيه

الفوائد الدورية المتأخرة = $8000 \times 6 = 48000$ جنيه

فوائد تأخير الفوائد الدورية المتأخرة :

$= 8000 \times \frac{10}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{2}(10 + \text{صفر}) = 2000$ جنيه

جملة المستحق على المدين فى نهاية مدة القرض :

$= 600\,000 + 48000 + 2000 = 650\,000$ جنيه

مجموع الفوائد التي حصل عليها البنك من هذه العملية :

$= 48000 + 48000 + 2000 = 98000$ جنية.

جدير بالملاحظة أننا قد استخدمنا قانون الدفعات فى حساب فوائد التأخير على الفوائد الدورية. فالفوائد الدورية تمثل مبالغ متساوية القيمة ذات فترات

تأخير منتظمة الأمر الذي يمكن معه تطبيق قانون الدفعات فى حساب فوائد التأخير. فمدة تأخير الفائدة الأولى 10 شهور. ومدة تأخير الفائدة الثانية 8 شهور. ومدة تأخير الفائدة الثالثة 6 شهور. وهكذا حتى الفائدة الأخيرة. وعلى الرغم من أنه يمكن إيجاد فوائد تأخير الفوائد الدورية المتأخرة بالطريقة العادية (حساب فائدة تأخير الفوائد الدورية على حدة حسب مدة تأخيرها) فإن استخدام الدفعات فى حساب فوائد التأخير هو الأفضل تسهيلا للعمليات الحسابية.

مثال (6)

بالرجوع إلى المثال السابق ما هو معدل الفائدة السنوي الذي حققه البنك فى هذه العملية؟

الحل

نفرض أن معدل الفائدة الذي حققه البنك فى العملية ع

$$\text{ف} = \text{أ} \times \text{ع} \times \text{ن}$$

$$98000 = 600000 \times \text{ع} \times 2$$

$$\text{ع} = \frac{98000}{600000} \times \frac{1}{2}$$

ع = 8.17%

مثال (7) :

اقترض شخص مبلغ 100 000 جنية من بنك الدلتا على أن يردها إليه بعد سنه ونصف مع دفع فوائدها بصفة دورية كل ربع سنة بمعدل فائدة 6% سنوياً. فإذا علم أن المدين قام بسداد الفوائد الدورية الثلاثة الأولى فى مواعيدها. ثم طلب تأجيل باقي الفوائد الدورية والقرض الأصلي إلى ما بعد إنتهاء مدة القرض الأصلي بستة شهور. احسب جملة المستحق على المدين فى نهاية مدة التأجيل إذا كان معدل فائدة التأخير 8% سنويا. ثم احسب أيضا مجموع الفوائد التي دفعها المدين للبنك عن هذه العملية.

الحل

الفائدة الدورية الواحدة = $100000 \times \frac{6}{100} \times \frac{3}{12} = 1500$ جنيه

عدد الفوائد الدورية = $18 \div 3 = 6$ فوائد دورية

عدد الفوائد الدورية المتأخرة = $6 - 3 = 3$ فوائد دورية

مجموع الفوائد الدورية المسددة = $1500 \times 3 = 4500$ جنيه

مجموع الفوائد الدورية المتأخرة = $1500 \times 3 = 4500$ جنية

فوائد تأخير الفوائد الدورية المتأخرة = $1500 \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{3}{2} (12 + 6) = 270$ جنية

فوائد تأخير القرض = $100000 \times \frac{8}{100} \times \frac{6}{12} = 4000$ جنيه

جملة المستحق على المدين = القرض + فوائد تأخير القرض

+ الفوائد الدورية المتأخرة + فوائد تأخير الفوائد الدورية المتأخرة.

$= 100000 + 4000 + 4500 + 270$

= 108770 جنيه

مجموع الفوائد التي دفعها المدين = مجموع المبالغ التي قام المقترض بسدادها للبنك – القرض الأصلي.

$= (4500 + 108770) - 100000 = 13270$ جنيه

مثال (8)

ماذا يكون معدل الفائدة السنوى الذى حققه البنك فى المثال السابق اذا فرض أن البنك كان يستثمر الفوائد الدورية التى حصل عليها من المدين بمجرد استلامها بمعدل 10 % سنويا.

الحل

فوائد استثمار الفوائد الدورية المدفوعة = $1500 \times \frac{10}{100} \times \frac{1}{12}$

- ( ) $\frac{3}{2}$ 21 + 15) = 675 جنيه

مجموع الفوائد التى حصل عليها البنك خلال المدة كلها = مجموع الفوائد التى دفعها المدين + فوائد استثمار الفوائد الدورية المدفوعة

= 13270 + 675 = 13945 جنية

ف = أ × ع × ن

13945 = 100000 × ع × 2

ع = $\frac{13945}{1000} \times \frac{1}{2}$ = 6,97 %

مثال (9)

أظهرت حسابات بنك القاهرة أن معدل الفائدة الذى حققه البنك عن عملية تمويل انشاء شركة جولد ستار هو 7.202 % سنوياً، فما هو معدل فائدة القرض الذى حصلت عليه الشركة من بنك القاهرة إذا علمت أن :

مبلغ القرض 1200000 جنيه ومدته 3 سنوات وأن الشركة المدينة تعهدت بسداد القرض فى نهاية المدة مع دفع الفوائد بصفة دورية كل 3 شهور. ولكن الشركة المدينة قامت بسداد الفوائد الدورية المستحقة خلال السنة الأولى فقط أما باقى الفوائد الدورية والقرض الأصلى فقد قامت الشركة بسدادها بعد انقضاء مدة القرض بأربعة شهور. وأن البنك يحسب فوائد التأخير على القرض الأصلى بمعدل 8% سنويا. وعلى الفوائد الدورية المتأخرة بمعدل 10% سنويا كما أن البنك يستثمر كل فائدة دورية يحصل عليها بعد استلامها بشهر بمعدل 12% سنويا.

الحل

مجموع الفوائد التى حصل عليها البنك

$$= 1200000 \times \frac{7,202}{100} \times \frac{40}{12} = 288080$$ جنيه

288080 = مجموع الفوائد الدورية المسددة + الفوائد الدورية المتأخرة + فوائد تأخير الفوائد الدورية المتأخرة + فوائد تأخير أصل القرض + فوائد استثمار الفوائد الدورية المسددة.

بفرض أن معدل فائدة القرض الأصلي ع.

الفائدة الدورية الواحدة = 1200000 × ع × $\frac{3}{12}$ = 300000 ع

عدد الفوائد الدورية = $\frac{36}{3}$ = 12 فائدة دورية

عدد الفوائد الدورية المتأخرة = 12 – 4 = 8 فوائد دورية

مجموع الفوائد الدورية المسددة = 300000 ع × 4 = 1200000 ع

مجموع الفوائد الدورية المتأخرة = 300000 ع × 8 = 2400000 ع

فوائد تأخير الفوائد الدورية المتأخرة = 300 000 ع × $\frac{10}{100}$ × $\frac{1}{12}$

× $\frac{8}{2}$ (25 + 4) = 290000 ع

فوائد تأخير أصل القرض = 1200000 × $\frac{8}{100}$ × $\frac{4}{12}$

= 32000 جنيه

فوائد استثمار الفوائد الدورية المسددة = 300 000 ع × $\frac{12}{100}$ × $\frac{1}{12}$

× $\frac{4}{2}$ (3 + 27) = 378000ع

مجموع الفوائد = 1200000ع + 2400000ع + 290000ع + 32000

+ 378000 ع

288080 = 32000 + 4268000 ع

$256080 = 42680$ ع

$ع = \frac{256080}{4268000} \times 100 = 6\%$

ثالثا : سداد القرض وفوائده على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معا :

تسهيلا لعملية سداد القروض والفوائد المستحقة عليها يتفق المقرض(الدائن) والمقترض (المدين) على أن يسدد المدين القرض وفوائده على أقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً، وحرصا على المساواة بين المديونية (القرض والفوائد) والدائنة (الأقساط وفوائدها) فإنه يجب الفصل بين القرض وفوائده خلال مدة القرض والأقساط المدفوعة وفوائدها خلال فترة السداد. فقد يتفق الدائن والمدين على سداد القرض وفوائده خلال مدة القرض بالكامل وقد يتفق الطرفين على سداد القرض وفوائده خلال فترة زمنية تقل عن مدة القرض. فإذا كانت مدة القرض سنة ونصف مثلا فيسدد القرض على أقساط ربع سنوية من الأصل والفوائد معا خلال مدة القرض بالكامل، أو يتفق الطرفين مثلا على سداد القرض وفوائده على أقساط شهرية متساوية خلال النصف سنة الأخيرة فقط من مدة القرض. وقد يفضل المدين إدخار دفعات متساوية لدى أحد البنوك خلال مدة القرض أو لفترة زمنية أقل من ذلك حتى إذا ما حل موعد سداد الدين سحب جملة ما له فى البنك وسدد ما عليه للدائن. وفى جميع الأحوال يجب أن يتساوى جملة الإيداعات أو المدخرات أو الأقساط المسددة مع جملة القرض الأصلي فى نهاية مدة القرض.

وقد يتساوى معدل فائدة القرض الأصلي مع معدل الفائدة التي يستثمر بها المدين أمواله المسددة. ولكن فى أغلب الأحيان فإن معدل استثمار الأقساط المدفوعة يقل عن معدل فائدة القرض الأصلى.فمعادلة حساب الأقساط المتساوية من الأصل والفوائد معا :

جملة القرض = جملة الأقساط

القرض + فائدته = مجموع الأقساط + فوائدها

مثال (10)

اقترض تاجر مبلغ 000 2000 جنيه من البنك التجارى الدولى لمدة سنة على أن يقوم المقترض بسداد القرض وفوائده على أقساط متساوية ربع سنوية. فإذا كان معدل الفائدة 6% سنويا فاحسب قيمة القسط.

الحل

عدد الأقساط المتساوية = $\frac{12}{3}$ = 4 أقساط

بفرض أن قيمة القسط المتساوي س

$0^{0}0$ القرض + فائدته = الأقساط + فوائدها

$$2000000 + 2000000 \times \frac{6}{100} \times 1 = \text{س} \times 4 + \text{س} \times \frac{6}{100}$$

$$\times \frac{1}{12} \times \left(9 + \frac{4}{2} + \text{صفر} \right)$$

$$2120\,000 = 4{,}09 \text{ س}$$

$$\text{س} = \frac{2120\,000}{4{,}09} = 518337{,}4 \text{ جنيه}$$

القسط الربع سنوى = 518337,4 جنيه

مثال (11)

اقترض شخص مبلغ 000 3000 جنيه من بنك مصر وتعهد بسداد القرض وفوائده بمعدل 8% سنويا فى نهاية سنة من الآن. وفى نهاية كل شهر من شهور سنة القرض كان يودع هذا الشخص مبلغ ما فى بنك القاهرة الذى يحسب فائدة استثمار 6% سنوياً فإذا وجد هذا الشخص أن رصيده فى البنك فى نهاية السنة مساوياً لجملة المستحق عليه لبنك مصر، احسب قيمة المبلغ الشهرى الذى كان يودعه الشخص فى بنك القاهرة.

الحل

نفرض أن المبلغ الشهرى المودع لدى بنك القاهرة س

القرض + فائدته = الأقساط + فوائدها

8 6

$$3000\,000 + 3000\,000 \times \frac{}{100} \times 1 = س \times 12 + س \times \frac{}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{12}{2}(11 + صفر)$$

$$3240000 = 12{,}33 س$$

$$س = \frac{3240000}{12{,}33} = 262773{,}4 \text{ جنية}$$

مثال (12)

شخص مدين بمبلغ 3 مليون جنيه تستحق السداد بعد 24 شهر من الآن وتعهد بسداد القرض مع فوائده بمعدل 10% . وقام هذا الشخص بادخار مبلغ 280 000 جنية آخر كل شهرين خلال مدة القرض فى صندوق التوفير. فإذا علمت أن رصيده فى صندوق التوفير بعد سداد القسط الأخير مباشرة يزيد 6400جنيه عن المبلغ اللازم لسداد القرض وفوائده. فما هو معدل فائدة الاستثمار فى صندوق التوفير.

الحل

أزمنة استثمار الأقساط فى صندوق التوفير هى 22 ، 20، 18، .... ، صفر من الأشهر.

نفرض أن معدل فائدة الاستثمار فى صندوق التوفير ع

القرض + فوائده + 6400 = الأقساط + فوائد استثمارها

$$3000\,000 + (3000\,000 \times \frac{10}{100} \times 2) + 6400$$

$$= 280\,000 \times 12 + 280\,000 \times ع \times \frac{1}{12} \times \frac{12}{2}(22 + صفر)$$

$$3606400 = 3\,360\,000 + 3\,080\,000 ع$$

$$24600 = 3\,080\,000\ \text{ع}$$

$$\text{ع} = \frac{24600}{3\,080\,000} = 0{,}08$$

معدل فائدة الاستثمار فى صندوق التوفير 8%

مثال (13)

اقترض شخص من البنك العربى 30000 جنية على أن يسددها مع فوائدها بعد 20 شهرا بمعدل فائدة 8% سنويا. وبعد انقضاء 8 شهور من مدة القرض أراد الشخص أن يسدد ما عليه على أقساط ربع سنوية متساوية من الأصل والفوائد يدفع أولها فى الحال ، وقد قبل البنك ذلك على أن يحسب فوائد استثمار على الأقساط المدفوعة بمعدل 6% سنويا. احسب مجموع الفوائد التى تحملها المدين فى هذه العملية.

الحل

نفرض أن القسط الربع سنوى س

جملة القرض فى نهاية 20 شهر بمعدل 8% = مجموع الأقساط + فوائدها بمعدل 6%.

$$30000 + 30000 \times \frac{8}{100} \times \frac{20}{12} = \text{س} \times 4 + \text{س} \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{4}{2}(12 + 3)$$

$$34000 = 4{,}15\ \text{س}$$

$$34000$$

$س = \frac{\quad}{4,15} = 8192,77$ جنيه

مثال (14)

اقترض تاجر مبلغ 000 300 جنيه من بنك على أن يسدد القرض وفوائده على 8 أقساط متساوية يدفع القسط آخر كل شهرين وكان معدل الفائدة السنوى 8% وبفرض أن البنك كان يستثمر الأقساط المحصلة بعد استلامها بشهر بمعدل فائدة 4% . فما هو معدل الفائدة الذى حققه البنك فى هذه العملية خلال فترة سداد الأقساط المتساوية.

الحل

بفرض أن القسط المتساوي س

القرض + فوائده = مجموع الأقساط + فوائدها

$$300\,000 + 300\,000 \times \frac{8}{100} \times \frac{16}{12} = س \times 8 + س \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{8}{2} (14 + صفر)$$

$$332\,000 = 8 س + \frac{112}{300} س$$

$$332\,000 = 8,373 \ س$$

332 000

س = $\frac{}{8,373}$ = 39651,3 جنية

وقد استثمر البنك الأقساط المحصلة بعد استلام كل منها بشهر وعلى ذلك فان:

مدة استثمار هذه الأقساط :13،11،9،7،5،3،1 من الشهور.

فوائد استثمار الأقساط المحصلة = $39651,3 \times \frac{4}{100}$

$\times \frac{1}{12} \times \left(\frac{1+13}{2} \times 7\right)$

= 6476,3 جنية

مجموع ما استلمه البنك = 39651,3 × 8 + 6476,3

= 317210,4 + 6476,3 = 23686,38 جنيه

مجموع الفوائد التى حصل عليها الدائن خلال المدة:

= 323686,38 − 300 000 = 323686,38 جنية

ولإيجاد معدل الفائدة الذى حققه البنك نستخدم قانون الفائدة .

ف = أ × ع × ن

$23686,38 = 300\,000 \times ع \times \frac{16}{12}$

$ع = \frac{23686,38}{300\,000} \times \frac{12}{16} = 0,059$

معدل الفائدة الذى حققه البنك 5,9 %.

مثال (15)

أعطت فرنسا قرضا قيمته 4 مليار جنيه لمصر لإصلاح شبكة السكة الحديد وكانت شروط القرض كما يلى :

١ - معدل فائدة القرض 8% سنويا.

٢ - مدة القرض 15 سنة.

٣ - يدفع القرض وفوائدة على أقساط متساوية (نصف سنوية خلال العشر سنوات الاولى من مدة القرض وربع سنوية خلال الخمس سنوات الاخيرة من مدة القرض).

٤ - تحسب فوائد استثمار على الاقساط المدفوعة 6% سنويا.

والمطلوب : تحديد قيمة الفوائد التى حصلت عليها الدولة التى منحت القرض (فرنسا).

الحل

نفرض أن قيمة القسط المتساوى س

القرض + فوائده = الأقساط + فوائدها

$$4000\,000\,000 + 40000000 \times \frac{8}{100} \times 15 = \text{س} \times 20 + \text{س}$$

$$\times \frac{6}{100} \times \frac{20}{2} (5+14,5) + \text{س} \times 20 + \text{س} \times \frac{6}{100}$$

$$\times \frac{1}{12} \times \frac{20}{2} (57 + \text{صفر})$$

000 000 4000+ 000 000 4800= 31,70 س + 22,85س

000 000 8,800 = 54,55 س

$$س = \frac{8,800000000}{54,55} = 161319890 \text{ جنيه}$$

مجموع الفوائد التى حصلت عليها فرنسا = مجموع الأقساط ـ أصل القرض

= 161319890 × 40 – 000 000 000 4 = 2452795600 جنيه

جدير بالملاحظة أن الأقساط النص سنوية تساوى الأقساط الربع سنوية كما أننا اعتبرنا أن مدد استثمار الأقساط النصف سنوية خلال العشر سنوات الأولى هى 14.5 ، 14 ، 13.5 ، 000000 من السنوات.

أما مدد استثمار الأقساط الربع سنوية خلال الخمس سنوات الأخيرة فهى 57 ، 54 ، 51 ، .... صفر من الشهور.

مثال (16)

بنك التعاون يقرض العملاء بالشروط التالية :

١ تحسب فائدة على القرض بمعدل 8% سنويا.

٢ يسدد العميل القرض وفوائده على أقساط ربع سنوية.

٣ تعلى الفوائد على القرض تكون قيمة القسط الربع سنوى المسدد من القرض والفوائد.

٤ تستثمر الأقساط المحصلة لدى البنك فى هذه العملية.

أحسب معدل الفائدة الذى يحققه البنك فى هذه العملية.

الحل

نفرض أن مبلغ القرض 000 100 جنيه ، مدة القرض 18 شهرا ، معدل استثمار الأقساط المحصلة 10%.

فائدة القرض = $1000000 \times \frac{8}{100} \times \frac{18}{12} = 12000$ **جنيه**

القسط السنوى = $\frac{112000}{6} = 18666,667$ **جنيه**

جملة الاقساط المحصلة = $18666,667 \times 6 + 18666,667 \times \frac{10}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{2}$ **(15 + صفر)**

$= 112000 + 7000 = 119000$

مجموع الفوائد = $119000 - 100000 = 19000$ **جنيه**

لحساب معدل الفائدة الذى حققه البنك نستخدم قانون الفائدة.

ف = أ × ع × ن

$19000 = 100000 \times$ ع $\times \frac{18}{12}$

ع $= \frac{190000}{100000} \times \frac{12}{18} = 0,127$

معدل الفائدة الذى حققه البنك = 12,7% .

رابعاً : سداد القرض وفوائده على فترات غير منتظمة

يفضل المقترض (المدين) أحيانا عدم التعهد مقدما للمقرض (الدائن) بمواعيد لسداد القرض الأصلى أو فوائده. لذلك يتفق الدائن والمدين على أن يكون للمدين الحق فى سداد أى مبلغ وفى أى وقت يرغب فيه فى حدود مدة معينة. وتحتسب للمدين فوائد استثمار على المبالغ المسددة بمعدل معين يساوى معدل فائدة القرض أو معدل آخر يتفق عليه بين الدائن والمدين.

لذلك فان الرصيد المستحق على المدين والواجب سداده للدائن فى نهاية مدة معينة يساوى الفرق بين جملة القرض فى نهاية نفس المدة بمعدل فائدة الاستثمار المتفق عليها ايضا.

مثال (17)

اقترض شخص مبلغ 100000 جنية من بنك مصر بمعدل 10% سنويا فى 2017/3/25. وقد سدد هذا الشخص لبنك مصر المبالغ التالية:

10000 جنيه فى 2017/5/5

20 000 جنيه فى 2017/6/19

30 000 جنيه فى 2017/8/28

أحسب المستحق على هذا الشخص لبنك مصر فى 2017/9/3 اذا كان البنك يحسب فوائد استثمار على المبالغ المسددة بمعدل 8%.

الحل

الرصيد المستحق = جملة القرض فى 2017/9/3 – جملة المبالغ المسددة فى 2017/9/3

مدة القرض الأصلى = 6+30+31+30+31+31+3 = 162 يوم

جملة القرض = 1000000 + 100000 × $\frac{162}{360} \times \frac{10}{100}$

= 1000000 + 4222,22 = 104222,22 جنيه

مدة المبلغ الأول = 26+30+31+31+3 = 121 يوم

مدة المبلغ الثانى = 11+31+31+3 = 76 يوم

مدة المبلغ الثالث = 3+3 = 6 أيام

مجموع النمر للمبالغ الثلاثة = 10 000 × 121 + 20 000 × 76 + 30 000 × 6

= 1210000+152000+180000

= 2910000

فوائد المبالغ المدفوعة = 2910000 × $\frac{8}{100} \times \frac{1}{360}$

= 646,67 جنيه

جملة المبالغ المدفوعة = 10000 + 20000 + 30000 + 646,67

= 60646,67 جنيه

المبلغ المستحق السداد فى 2017/9/3

= 60646,67 – 104222,22

= 43575,55 جنية.

مثال (18)

يقرض بنك التنمية والائتمان الزراعي بالشروط التالية :

١ - يمنح البنك المزارع السلفة فى 10/1 من كل عام.

٢ - يقوم المزارع بسداد قيمة السلفة بالطريقة التى يرغبها وفى أى وقت يشاء وذلك قبل بداية التاريخ التالى لمنح سلف العام الجديد.

٣ - يحسب البنك فائدة على السلف بمعدل 10% سنويا.

٤ - يحسب البنك فائدة على المبالغ المسددة بمعدل 8% سنويا خلال النصف الأول من عام السلفة ، 6% سنويا للمبالغ المسددة خلال النصف الثاني من عام السلفة.

فإذا حصل مزارع على سلفه مبلغها 10000 جنيه من البنك وقام بسداد مبلغ 1000 جنية فى 12/31/ 2015 ، 3000 جنيه فى 2016/5/1، ومبلغ ما فى 2016/7/31، وإذا أظهرت حسابات هذا المزارع فى البنك أن رصيده فى 2016/9/30 مدين بمبلغ 1815جنيه . فاحسب قيمة المبلغ الذى سدده المزارع فى 2016/7/31.

الحل

جملة السلفة فى 2016/9/30 = $10000 + 10000 \times \frac{10}{100} \times 1$

= 10000 + 1000 = 11000 جنيه

9 8

جملة المبلغ الأول = 1000 + 1000 × $\frac{}{100}$ × $\frac{}{12}$

= 1000 + 60 = 1060 جنيه

جملة المبلغ الثانى = 3000 + 3000 × $\frac{6}{100}$ × $\frac{5}{12}$

= 3000 + 75 = 3075 جنية

جملة السلفة – الرصيد المدين = جملة المبالغ المسددة

(جملة السلفة فى 2016/9/30) – (1815) = 1060 + 3075

+ جملة المبلغ الثالث فى 2016/9/30

نفرض أن المبلغ الثالث المدفوع فى 2016/7/31 = س

11000 – 1815 = 4135 + س + (س × $\frac{2}{12}$ × $\frac{6}{100}$)

5050 = 1,01 س

س = 5000 جنيه

0^0 المبلغ الذى سدده المزارع فى 2016/7/31 = 5000 جنيه

خامسا : سداد القرض على أقساط متساوية من الأصل فقط مع دفع الفوائد على الأرصدة بصفة دورية.

يهتم المدين بمقتضى هذه الطريقة بسداد القرض على أقساط متساوية من أصل القرض أما الفوائد فتدفع فى نهائة كل فترة دورية (مدة سداد الأقساط المتساوية) على رصيد القرض المتبقى بدون سداد.

وبمقتضى هذه الطريقة فإن قيمة القرض تتناقص بمقدار ثابت الأمر الذى يترتب عليه تناقص قيمة الفوائد الواجبة السداد بمقدار ثابت أيضا.

والمقدار الثابت الذى يتناقص به القرض الأصلى بصفة دورية هو المبلغ الذى يساوى خارج قسمة القرض الأصلى على عدد فترات السداد. أما المقدار الثابت الذى تتناقص به قيمة الفوائد فيتمثل فى فائدة القسط الواحد المتساوى من أصل القرض لفترة زمنية واحدة.

والفوائد المستحقة على القروض التى تسدد بهذه الطريقة تكون مجموع متوالية عدديه حدها الأول يساوى فائدة القرض الأصلى لفترة زمنية واحدة، وحدها الأخير يساوى فائدة القرض الأصلى لفترة واحدة وعددها يساوى عدد الاقساط المدفوعة.

مثال (19)

اقترض شخص مبلغ 120000 جنيه . وتعهد بسداد هذا المبلغ على اثنى عشر قسطا شهريا متساويا من أصل القرض فقط، مع دفع الفوائد على الأرصدة.
احسب مقدار الفوائد التى يدفعها المدين إذا كان معدل الفائدة 6% سنويا.

الحل

القسط الشهري المتساوي من القرض = $\frac{120000}{12}$ = 10000 جنيه

أصل القرض يتناقص شهريا بمبلغ 10000 جنية وعلى ذلك فإنه :

الفائدة الأولى = $120000 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} = 600$ جنيه

الفائدة الثانية = $110000 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} = 550$ جنيه

الفائدة الثالثة = $100\,000 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} = 500$ جنيه

... ...

... ...

الفائدة الحادية عشر = $20000 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} = 100$ جنيه

الفائدة الثانية عشر = $10000 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{12} = 50$ جنيه

مجموع الفوائد = $600 + 550 + 500 + \ldots\ldots + 150 + 100 + 50$

= مجموع متوالية عددية

$= \frac{12}{2} (600 + 50) = 3900$ جنيه

مثال (20)

اقترض شخص مبلغ 3 600 000 جنيه لمدة 24 شهرا وتعهد بسداد القرض على ثمانية أقساط ربع سنوية من أصل القرض فقط مع دفع الفوائد المستحقة على الأرصدة. فإذا كان معدل الفائدة 10% سنويا.

فأوجد مجموع الفوائد التى يتحملها المدين فى نهاية المدة.

الحل

$$\text{القسط المتساوى} = \frac{3\,600\,000}{8} = 450\,000 \text{ جنية}$$

$$\text{الفائدة الأولى} = 3600000 \times \frac{10}{100} \times \frac{3}{12} = 90000 \text{ جنية}$$

$$\text{الفائدة الاخيرة} = 450000 \times \frac{10}{100} \times \frac{3}{12} = 11250 \text{ جنية}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = \frac{8}{2} (90000 + 11250) = 405000 \text{ جنيه}$$

مثال (21)

اقترض شخص مبلغ 800000 جنيه من بنك القاهرة لمدة 24 شهرا بمعدل فائدة 8% سنويا واتفق الدائن والمدين على سداد القرض على ثمانية أقساط ربع سنوية من أصل القرض فقط مع دفع الفوائد على الارصدة.

والمطلوب:

(أولا) تحديد قيمة المبلغ الفعلى الواجب السداد فى نهاية كل ربع سنة.

(ثانيا) حساب مجموع الفوائد التى دفعها المدين فى نهاية مدة القرض ومتوسط المبلغ الربع سنوى الذى دفعه المدين.

(ثالثا) تصوير جدول استهلاك القرض.

الحل

(أولا) القسط الربع سنوى = $\frac{800000}{8}$ = 100 000 جنيه

فأصل القرض يتناقص بصفة دورية (كل ربع سنة) بمبلغ 100000 جنيه

الأصل فى أول الفترة الأولى = 800 000 جنيه

الأصل فى أول الفترة الثانية = 700 000 جنيه

الأصل فى أول الفترة الثالثة = 600 000 جنيه

... ...

... ...

الأصل فى أول الفترة السابعة = 200 000 جنيه

الأصل فى أول الفترة الثامنة = 100 000 جنيهة

وعلى ذلك فان :

فائدة الفترة الاولى = $800000 \times \frac{8}{100} \times \frac{3}{12} = 16000$ جنيه

فائدة الفترة الثانية = $700000 \times \frac{8}{100} \times \frac{3}{12} = 14000$ جنيه

فائدة الفترة الثالثة = $600000 \times \frac{8}{100} \times \frac{3}{12} = 11000$ جنيه

... ...

... ...

فائدة الفترة السابعة = $200000 \times \frac{8}{100} \times \frac{3}{12} = 4000$ جنيه

فائدة الفترة الثامنة = $100000 \times \frac{8}{100} \times \frac{3}{12} = 2000$ جنيه

ويكون المبلغ المستحق آخر كل ربع سنة مساوياً لمجموع الفائدة عن كل ربع سنة أو القسط المتساوي من القرض. وعلى ذلك فالمبالغ الفعلية المستحقة فى نهاية كل فترة زمنية كما يلى:

الفترة الأولى = 100000 + 16000 = 116000 جنيه
الفترة الثانية = 100000 + 14000 = 114000 جنيه
الفترة الثالثة = 100000 + 12000 = 112000 جنيه

… … … … … … … …

… … … … … … … …

الفترة السابعة = 100000 + 4000 = 104000 جنيه
الفترة الثامنة = 100000 + 2000 = 102000 جنيه

(ثانيا) مجموع الفوائد = $\frac{8}{2}$ **(16000 + 2000)**

= 72000 جنيه

مجموع المبالغ المدفوعة لبنك القاهرة = 800000 + 72000

= 872000 جنيه

متوسط المبلغ الربع سنوى = 872000 ÷ 8 = 109000 جنيه

(ثالثا) يمكن تصوير جدول استهلاك القرض كما يلى :

١ - الرصيد أول الفترة الأولى هو أصل القرض 800 000 جنيه

٢ - فائدة الفترة الأولى يساوى حاصل ضرب القرض فى معدل الفائدة فى طول الفترة الزمنية الواحدة.

٣- أما الخانة الرابعة فيوضع فيها الجزء المستهلك من أصل القرض (مقدار ثابت).

٤- أما الخانة الخامسة فيوضع فيها المبلغ الفعلي الواجب السداد ويتكون من الجزء المستهلك من أصل القرض مضافا إليه الفائدة المستحقة في نهاية الفترة.

٥- أما الخانة السادسة فيكتب فيها الرصيد الباقى بدون سداد فى نهاية كل فترة. ويمكن الحصول على هذا الرصيد بطرح الجزء الثابت المستهلك دوريا من الرصيد أول الفترة.

٦- ينتقل الرصيد الباقى بدون سداد أمام الفقرة الثانية فى الخانة الثانية ليمثل الرصيد أول الفترة التالية وتجرى نفس العمليات الحسابية السابق اجرائها.

جدول استهلاك القرض

الفترة	الرصيد أول الفترة	الفائدة	الجزء المستهلك من القرض	المبلغ الواجب السداد	الرصيد اخر الفترة
1	800 000	16000	100 000	116 000	700 000
2	700 000	14000	100 000	114 000	600 000
3	600 000	12000	100 000	112 000	500 000
4	500 000	10000	100 000	110 000	400 000
5	400 000	8000	100 000	108 000	300 000
6	300 000	6000	100 000	106 000	200 000
7	200 000	4000	100 000	104 000	100 000
8	100 000	2000	100 000	102 000	-

مثال (21)

اقترضت شركة عبدالرحمن مبلغ 6 000 000 جنيهة من البنك الأهلى لمدة سنة بمعدل 6% سنويا. وقد اتفق الدائن والمدين على أن يسدد المدين القرض على ستة أقساط متساوية من أصل القرض مع دفع الفوائد على الأرصدة. والمطلوب حساب معدل الفائدة الذى حققه البنك من هذه العملية إذا كان البنك :

(١) يستثمر الأقساط المحصلة من أصل القرض فقط بمجرد استلامها بمعدل8% سنويا.

(٢) يستثمر المبالغ المحصلة من أصل وفوائد بمعدل 8% سنويا.

(٣) عدم استثمار المبالغ المحصلة.

الحل

الفوائد التى يحصل عليها البنك من الشركة فقط :

$$\text{فوائد القرض} = \frac{6}{2}\left(6000\,000 \times \frac{6}{100} \times \frac{2}{12}\right)$$

$$+ \left(1000000 \times \frac{6}{100} \times \frac{2}{12}\right) = 210000 \text{ جنيه}$$

<u>فوائد استثمار الاقساط المتساوية من اصل القرض</u>

$$= 1000000 \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{2}\left(10 + \text{صفر}\right)$$

$$= 2\,00\,000 \text{ جنيه}$$

$$\text{مجموع الفوائد} = 210000 + 200000 = 410000 \text{ جنيه}$$

بفرض أن معدل الفائدة الذى حققه البنك ع

$$410000 = 6000000 \times \text{ع} \times 1$$

$$\text{ع} = \frac{410000}{6000000} \times 100 = 6{,}83\%$$

(2) استثمار الاقساط المحصلة من أصل وفوائد.

المبلغ المستحق فى نهاية الفترة الاولى :

$$= 1000000 + \left(600000 \times \frac{8}{100} \times \frac{2}{12}\right)$$

$$= 1\,000\,000 + 80\,000 = 1080\,000 \text{ جنيه}$$

المبلغ المستحق فى نهاية الفترة الثانية :

$$= 1000000 + (5000000 \times \frac{8}{100} \times \frac{2}{12})$$

$$= 1066666,667$$ **جنيه**

المبلغ المستحق فى نهاية الفترة الثالثة :

$$= 1000000 + (4000000 \times \frac{8}{100} \times \frac{2}{12})$$

$$= 1053333,333$$ **جنيه**

… … … … … … … … … … …

… … … … … … … … … … …

المبلغ المستحق فى نهاية الفترة السادسة :

$$= 1000000 + (1000000 \times \frac{8}{100} \times \frac{2}{12})$$

$$= 1013333,333$$ **جنيه**

ويمكن حساب فوائد استثمار هذه الدفعة المتناقصة بطريقة النمر .

مجموع النمر $= 1080000 \times 10 + 1066666,667 \times 8$

$+ 1053333,333 \times 6 + \ldots\ldots + 1013333,333 \times$ **صفر**

$= 3186666,67$ **جنيه**

فوائد الاستثمار $= (\frac{31866666,67}{12}) \times \frac{8}{100} = 212444,44$ **جنيه**

مجموع الفوائد التى حققها البنك = 210000 + 212444,44

= 422444,44 جنيه

بفرض أن معدل الفائدة الذى حققه البنك ع

$$422444,44 = 6000000 \times \text{ع} \times 1$$

$$\text{ع} = \frac{422444,44}{6000000} \times 100 = 7.041\ \%$$

(٣) عدم استثمار المبالغ المحصلة بفرض أن معدل الفائدة الذى حققه البنك عَ

سبق أن حصلنا على فوائد القرض (الفوائد التى يحصل عليها البنك من الشركة فقط) = 210 000 جنيه

$$210000 = 6000000 \times \text{ع} \times 1$$

$$\text{ع} = \frac{210000}{6000000} \times 100 = 3,5\ \%$$

سادسا- سداد فوائد القروض بعضها أو كلها مقدماً مع سداد القرض ، وباقى الفوائد على أقساط متساوية :

يفضل الدائن استخدام هذه الطريقة فى السداد رغبة منه فى تحقيق معدل فائدة على القروض الممنوحة يزيد عن معدل القروض المتفق عليها. لذلك يخصم الدائن مقدما من القرض الفوائد المستحقة على القرض كلها أو بعضها عن المدة المتفق عليها ويقوم المدين بسداد قيمة القرض أو قيمة القرض مضافا إليها الباقى من الفوائد على أقساط متساوية. والأمثلة التالية توضح كيفية تطبيق هذه الطريقة:

مثال (22)

يقدم بنك دبى الوطنى قروض للعملاء بالشروط التالية :

١ -تحسب الفوائد بمعدل فائدة 6% سنويا.

٢ -تخصم الفوائد على القروض مقدما ويحصل العميل على القيمة الإضافية.

٣ -يسدد القرض على ثمانية أقساط ربع سنوية من اصل القرض.

والمطلوب : حساب معدل الفائدة الفعلى الذى حققه البنك من هذه العملية بفرض أن البنك كلا لا يستثمر الاقساط المسددة بالمرة.

الحل

بفرض أن قيمة القرض 2400000 جنية ومدته 24 شهرا.

فائدة القرض = $2400\ 000 \times \frac{24}{12} \times \frac{6}{100} = 288000$ جنيه

صافى ما يتسلمه العميل من البنك فى بداية المدة.

= 2 400 000 – 288000 = 2112000 جنيه

مقدار القسط الربع سنوى = 2400000 ÷ 8 = 300000 جنيه

مجموع الاقساط التى يحصل عليها البنك = 300000 × 8 = 2400000 جنيه

مجموع الفوائد التى حققها البنك = 24000000 – 2112000

= 288000 جنيه

بفرض أن معدل الفائدة الذى حققه البنك ع

$$288000 = 2112000 \times ع \times \frac{24}{12}$$

$$ع = \frac{288000}{2112000} \times \frac{12}{24} = 6,8\%$$

مثال(23)

بفرض أن البنك فى المثال السابق كان يستثمر الأقساط المحصلة بمجرد استلامها بمعدل 8% سنويا احسب المعدل الذي حققه البنك من هذه العملية.

<u>فوائد استثمار الأقساط المحصلة</u>

$$= 300000 \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{8}{2}\,(21 + \text{صفر})$$

= 168000 جنيه

مجموع الفوائد التى حققها البنك

= (2400000 + 168000) – 2112000 = 456000 جنيه

نفرض أن معدل الفائدة الذى حققه البنك ع

$$456000 = 2112000 \times ع \times \frac{24}{12}$$

$$ع = \frac{456000}{2112000} \times \frac{12}{24} \times 100 = 10,8\%$$

مثال (24)

يمنح البنك التجارى الدولى قروض للعملاء بالشروط التالية :

١ -لا يزيد قيمة القرض عن 000 000 6 جنيه .

٢ -معدل الفائدة 6% سنويا.

٣ -تخصم نصف الفوائد المستحقة عن القرض مقدما ، ونصف الفوائد المستحقة عن مدة القرض.

٤ -يسدد القرض على أقساط شهرية متساوية من أصل القرض.

٥ -تحسب فوائد تأخير بمعدل 8% سنويا.

٦ -يستثمر البنك الاقساط المحصلة بمعدل 7% سنويا.

ففى ضوء الشروط السابقة اقترض تاجر 000 000 4 جنيه لمدة سنة. وقام بسداد الأقساط المستحقة فى مواعيدها ثم توقف عن السداد بعد سداد القسط السادس مباشرة وطلب من البنك تأجيل السداد حتى نهاية مدة القرض.

والمطلوب حساب.

(أ) المستحق على التاجر للبنك فى نهاية المدة.

(ب)معدل الفائدة الذى حققه البنك من هذه العملية.

الحل

فائدة القرض = $4\,000\,000 \times \frac{6}{100} \times 1 = 240000$ جنيه

نصف الفوائد المستحقة = $240000 \div 2 = 120000$ جنيه

ما يتسلمه التاجر من البنك فى بداية مدة القرض.

= $4\,000\,000 - 120000 = 3880000$ جنيه

القسط الشهرى = $\left(\frac{4\,000\,000}{12}\right) = 333333{,}33$ جنية

مجموع الاقساط المدفوعة = $333333{,}33 \times 6 = 2\,000\,000$ جنيه

جملة المستحق على التاجر للبنك فى نهاية المدة.

= الاقساط المتأخرة + فوائد تأخيرها

$$= 333333,33 \times 6 + 333333,33 \times \frac{8}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{2} \times (5 + \text{صفر}) = 2033333,33$$

جنيه

فوائد استثمار الأقساط المسددة :

$$= 333333,33 \times \frac{7}{100} \times \frac{1}{12} \times \frac{6}{2} \,(11 + 6)$$

= 99166,666 جنيه

مجموع الفوائد التى حققها البنك من هذه العملية :

= مجموع المبالغ التى حصل عليها البنك من هذه العملية – ما تسلمه التاجر من البنك

$$= (2000000 + 2033333,33 + 99166,666) - 3880000$$

= 252499,99 جنيه

بفرض أن معدل الفائدة الذى حققه البنك ع

$$252499,99 = 3380000 \times \text{ع} \times 1$$

$$\text{ع} = \frac{252499,99}{3880000} \times 100 = 7,5\%$$

تمارين الفصل الرابع

1- اقترض شخص 2000جنية لمدة 18شهرا بفائدة بسيطة 8% سنويا والمطلوب حساب مقدار الفوائد التى يتحملها والمبالغ التى يدفعها لو أنه قام بسداد الدين وفوائده بكل من الطرق الآتية:

(أ) سداد القرض وفوائده مرة واحدة فى نهاية مدة الدين.

(ب) يدفع أقساطا ربع سنوية من الأصل فقط مع سداد الفوائد على الأرصدة.

(ج) سداد الفوائد بصفة دورية كل ثلاثة شهور.

2- اقترض تاجر من بنك 3000 جنية وأتفق على سداد هذا المبلغ خلال سنة بمعدل 6% سنويا بالطريقة التالية.

1000 جنية تدفع فوائدها الدورية آخر كل شهر من أشهر السنة ثم تسدد للبنك آخر السنة.

1000 جنية على 12 قسط شهريا متساوى من الأصل والفوائد معا يدفع القسط آخر كل شهر خلال السنة.

1000 جنية على 12 قسطا شهريا متساويا من الأصل فقط وتدفع فائدة الرصيد أخر كل شهر مع القسط المتساوى من الأصل. والمطلوب حساب معدل الفائدة الذى حققه البنك فى هذه العملية إذا كان البنك يستثمر الاموال التى يحصل عليها من التاجر خلال فترة السداد أول بأول بمعدل 4% سنويا.

3- اقترض تاجر من بنك 10000 جنية لمدة 18 شهرا بمعدل 6% سنويا وقد ترك له البنك حرية اختيار أحد الطرق التالية للسداد:

(أولا) السداد على أقساط شهرية متساوية من الأصل والفوائد معا خلال مدة القرض.

(ثانيا) سداد الفوائد الدورية آخر كل شهر.

(ثالثا) سداد القرض على ستة أقساط ربع سنوية يدفع القسط آخر كل 3 شهور أما الفوائد فتدفع على الأرصدة.

(رابعا) أن يكتب سندا اذنيا بقيمة اسمية معينة تستحق فى نهاية مدة الدين إذا خصم بمعدل خصم 6% كانت قيمته الحالية مساوية لقيمة الدين الأصلى.

4- اقترض شخص مبلغا من المال وتعهد بسداده على ثمانية أقساط متساوية من الأصل فقط يدفع القسط آخر كل ثلاثة شهور وتدفع الفوائد على الأرصدة بمعدل 6% سنويا. فاذا كان المبلغ الذى دفعه المدين فى أول مرة 1400جنية من أصل وفائدة. فما هو المبلغ الأصلى للقرض.

وما هو مجموع الفوائد التى تحملها المدين ومتوسط القسط الربع سنوى.

5- اقترض تاجر مبلغا من المال بفائدة بسيطة 6% سنويا على أن يسدده على اثنى عشر قسطا متساويا من رأس المال والفوائد معا يدفع كل منها فى نهاية كل شهر من الشهور التالية لعقد القرض. فاذا كان مجموع الفوائد التى دفعها المدين بلغت 468 جنية.

فما هو القرض الاصلى والقسط المتساوى.

6- اقترض شخص مبلغ 2000 جنية لمدة 21 شهرا بمعدل 6% سنويا على أن تقوم بسداد القرض وفوائده على أقساط ربع سنوية متساوية من الأصل والفوائد. وبفرض أن المدين أراد أن يسدد الرصيد الباقى عليه مرة واحدة بعد سداد القسط الثالث مباشرة فكم يكون المبلغ المطلوب سداده.
أما اذا فرض أن المدين أراد أن يسدد الرصيد السابق ذكره فى نهاية مدة القرض مع سداد الفوائد بصفة دورية كل شهرين.
فما هى الفوائد التى تحملها المدين عن هذه العملية فى ضوء الغرض اذا علمت أنه قام بسداد الفوائد الدورية الثلاثة الأولى فى مواعيدها وطلب تأجيل الباقى على أن تسدد مع الرصيد مع حساب فوائد التأخير بمعدل 8% سنويا.

٧- بنك يقرض العملاء بالشروط التالية :
(أ) معدل الفائدة 6%سنويا.
(ب) مدة القرض سنة.
(ج) تخصم نصف الفوائد مقدما ويعطى العميل الباقى.
(د) يسدد قيمة القسط $\frac{1}{12}$ من القرض ونصف الفوائد . فاذا علمت أن المدين سدد الأقساط الثلاثة الاولى فى مواعيدها وطلب تأجيل باقى الأقساط إلى ما بعد نهاية مدة القرض بثلاثة شهور مع حساب فوائد تأخير بمعدل 8% سنويا. وتمكن الدائن من استثمار الأقساط المسددة بمجرد الاستلام بمعدل 4% سنويا.

والمطلوب إيجاد ما يلى :

(أولا) المستحق على المدين فى نهاية المدة.

(ثانيا) مجموع الفوائد التى تحملها المدين.

(ثالثا) مجموع الفوائد التى حققها الدائن.

(رابعا) معدل الفوائد الذى حققه البنك.

٨ -أودع شخص مبلغ 20 جنية آخر كل شهر لمدة سنتين. وقد اشترى بعد سداد آخر دفعة للبنك بستة أشهر آله تدر دخلا 150 جنية آخر كل 3شهور قدر لها الخبراء أن تظل مصدرا لهذا الإيراد لمدة 30 شهرا ثم تؤول إلى خردة بمبلغ 550 جنبة ويستحق الإيراد الأول للاله بعد شرائها بثلاثة شهور. وقد قام المودع بسحب نصف ثمن الاله من حسابه بالبنك فى تاريخ الشراء أما النصف الآخر فقد اتفق البائع والمشترى أن يدفع البنك نيابة عن المشترى اثنى عشر قسطا شهريا متساويا يستحق أولها بعد شهر من تاريخ الشراء والمطلوب تحديد :

(أ) القسط الشهرى المتساوى.

(ب) رصيد المودع لدى البنك عقب سداد القسط الشهرى الأخير مباشرة اذا كان معدل فائدة الاستثمار 4% سنويا واشترط البائع حساب فوائد تأخير بمعدل 8% على الجزء الباقى من ثمن الشراء.

9- اقترض تاجر من بنك آخر مارس 2015 مبلغ 1000 جنيه واتفق على سداده على أربعة أقساط متساوية يدفع القسط آخر كل 3 شهور وبعد سداد القسط الأول والثانى اتفق التاجر مع البنك على تحرير كمبيالة بالقسط الثالث وتستحق فى آخر ابريل 2016 وسند أذنى بالقسط الرابع ويستحق فى آخر يونيو 2016 بحيث لو خصم كل منهما فى تاريخ استحقاق القسط يحصل الدائن على قيمة القسط فكم تكون القيمة الاسمية لكل منهما اذا كان معدل الفائدة = معدل الخصم 6% سنويا.

10 – اقترض شخص مبلغ 1200 جنية لمدة سنة بمعدل 6% سنويا. واتفق مع الدائن على سداد القرض على 12 قسطا شهريا متساويا من الأصل. وسداد فائدة رصيد القرض آخر كل شهر أيضا مع القسط المتساوى.

والمطلوب حساب القسط الشهرى الأول من أصل وفوائد. وكذلك القسط الشهرى السادس والقسط الشهرى الاخير. أحسب أيضا مجموع الفوائد التى سددها المدين فى هذه العملية.

11- اقترض مزارع من بنك التسليف مبلغ 2000 جنية لمدة سنة بمعدل 4% سنويا، وكان البنك يحسب فوائد استثمار على المبالغ التى يسددها المزارعون قبل تاريخ الاستحقاق بمعدل 3% سنويا. وقد قام المزارع بسداد 500 جنية بعد عقد القرض بشهرين ومبلغ 800 جنية قبل نهاية السنة بأربعة شهور. والمطلوب حساب المبلغ الواجب على المزارع سداده عند الاستحقاق ، ومجموع الفوائد التى سددها للبنك .

12- بنك يقرض عملائه حسب شروط موضوعه كالتالى :

(1) تحسب الفوائد البسيطة بمعدل 6% سنويا.

(ب) تحسب الفوائد من مدة القرض ثم تخصم من أصل القرض.

(ج) يسدد أصل القرض فى نهاية المدة.

(د) تحسب المدة على أساس وحدات زمنية أصغرها نصف سنة.

والمطلوب حساب معدل الفائدة الذى حققه البنك فى العمليات التالية :

أولا : عملية اقراض لمدة سنة.

ثانيا : عملية اقراض لمدة ستة شهور.

ثالثا : عملية اقراض لمدة سبعة شهور.

رابعا: عملية اقراض لمدة خمسة شهور.

خامسا: عملية اقراض لمدة شهر واحد.

بين سبب هذا الاختلاف فى المعدلات المحققة.

13- اقترض شخص مبلغ 6000جنية من بنك واتفق على سداده فى نهاية سنة كاملة على أساس معدل فائدة بسيطة قدره 6% سنويا. وقد قام المدين بسداد مبلغا ما فى نهاية شهر يونيو وضعف هذا المبلغ فى نهاية شهر نوفمبر وكان البنك يحسب له فوائد استثمار على ما يسدده قبل الميعاد بمعدل 2%. وعند تاريخ الاستحقاق أظهرت الحسابات الخاصة بالقرض أن المدين قام بسداد نصف المستحق عليه خلال المدة. احسب قيمة كل من المبلغين المسددين خلال العام - ثم احسب المستحق عليه فى نهاية مدة القرض.

14- اقترض شخص ما مبلغ 2000 جنية لمدة 15 شهر بفائدة بسيطة بمعدل 6% سنويا. وقد استشارك المدين بصفتك خبيرا فى الرياضة المالية أن تحسب له مجموع المبالغ التى يسددها للدائن والفوائد التى يتحملها لو أنه قام باستهلاك الدين وفوائده باحدى الطرق التالية:

1- يسدد الفوائد بصفة دورية مرة كل ثلاثة شهور ويسدد الأصل فى نهاية المدة.

2- يسدد أقساطا متساوية من الأصل فقط عددها خمسة أقساط ويدفع فوائد على الأرصدة مع هذه الأقساط كل ثلاثة شهور.

3- يسدد 500 جنية بعد سته شهور، 500 جنية أخرى بعد 12 شهرا ويسدد الرصيد فى نهاية مدة القرض.

15- شخص مدين بالمبالغ التالية :

2500 جنية تستحق بعد شهرين من الان.

3000 جنية تستحق بعد 3 شهور من الان.

4000 جنية تستحق بعد 4 شهور من الان.

وقد اتفق مع الدائن على ان يسدد جميع هذه الديون كالاتى :

-2350 جنية تدفع فورا.

-2000 جنبة تسدد هى وفوائدها على 12 قسطا شهريا متساويا تدفع فى آخر كل شهر ويدفع القسط الأول بعد شهر.

-الباقى يسدد بموجب كمبيالتين ذات قيم اسمية متساوية تدفع الأولى بعد 3 شهور وتدفع الثانية بعد 4 شهور.

فاذا كان معدل الفائدة والخصم التجارى فى جميع الحالات هو 6% سنويا.
المطلوب حساب كل من القسط والقيمة الاسمية لكل من الكمبيالتين.

16- اقترض شخص من جمعية تعاونية للاسكان مبلغ 6000 جنية لمدة 36شهرا وتعهد بسداد الدين على اقساط ربع سنوية متساوي من الاصل والفوائد معا خلال مدة القرض ويستحق أولها بعد 6 شهور من تاريخ الحصول على القرض وبمعدل فائدة 6% سنويا. وقد طلب المقترض من بنك مصر سداد الأقساط المستحقة فى مواعيدها للجمعية نيابة عنه.
فاحسب جملة المستحق على هذا الشخص للبنك فى نهاية المدة والفوائد التى تحملها فى سبيل الحصول على هذا القرض اذا كان البنك يحسب فوائد بمعدل 8% سنويا.

الجزء الثانى

الفائدة المركبة

سوف نتناول في هذا الجزء دراسة الموضوعات التالية باستخدام الفائدة المركبة :

- **معادلة الفائدة المركبة.**
- **القيمة الحالية والخصم .**
- **تسوية الديون .**
- **الدفعات السنوية المتساوية ، والمتغيرة والدفعات المجزأة.**

الفصل الخامس

معادلة الفائدة المركبة

عناصر الفائدة :-

1/ رأس المال : هو المبلغ المستثمر أو المقترض ونرمز له بالرمز " أ".

2/ المدة : وهي الفترة الزمنية المحسوب عنها الفائدة ، وعادة تقاس بالسنوات ونرمز لها بالرمز " ن " .

3/ معدل الفائدة : هو عائد وحدة النقود عن وحدة الزمن ، ونرمز له بالرمز " ع " .

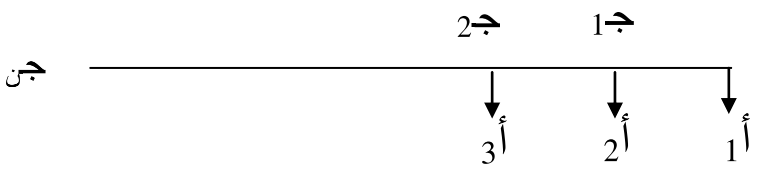
ويمكن استنتاج معادلة الجملة بفائدة مركبة اعتماداً علي إضافة الفائدة آخر كل فترة زمنية واعتبار مجموعهما أصلاً تحسب عنه فائدة ، وتعتمد دراسة الفائدة المركبة علي تطبيق قوانين المتوالية الهندسية ، حيث :

$$\boxed{ج = أ \times \frac{ر^{ن} - 1}{ر - 1} \qquad 1 < ر} \quad \mathbf{1}$$

$$ج = أ \times \frac{1 - ر^{ن}}{1 - ر} \qquad ر < 1$$

$$ج_{\infty} = \frac{أ}{1 - ر} \qquad ر < 1 \ ، \ ن \to \infty$$

معادلة الجملة:



$ف_1 = أ \times ع \times 1$

$ج_1 = أ + أ ع = أ (1 + ع)$

$ف_2 = ج_1 \times ع \times 1$

$ج_2 = ج_1 + ف_2$

$= أ (1 + ع) \times ع$

$= أ (1 + ع) + أ (1 + ع) ع$

$ف = ج - أ$

$= أ (1 + ع)^2$

$= أ (1 + ع)^{ن} - أ$

$$\boxed{ف = أ [(1 + ع)^{ن} - 1]}$$

$$\boxed{ج_ن = أ (1 + ع)^{ن}}$$

وإذا كانت (ع) تعبر عن معدل الفائدة وهي عائد وحدة النقود عن وحدة الزمن ، فإن المقدار (1 + ع) هو جملة وحدة النقود .

ولقد أسهمت المخترعات والبرمجيات الحديثة في الحصول علي النتائج المستهدفة بسرعة ودقة ، غير أن الأسس العلمية تظل هي الأساس وفهمها واستيعابها هو الركيزة في تقدم التطبيق العملي .

ومع بداية التركيز علي الأسس العلمية لتطبيق رياضيات التمويل والاستثمار فقد أسهمت الجداول المالية بدور بارز في سرعة الأداء والوصول إلي النتائج ، وظل دورها رائداً بالرغم من توظيف الأدوات الحديثة في البرمجيات العلمية .

وتعد الجداول المالية لتطويع نظرية الفائدة المركبة واستخدامها ، بمعدلات فائدة متفاوته يمكن أن تبدأ من (1٪) وتتدرج حتي (20٪) ويمكن أن تتضمن الكسور أيضاً .

<u>**الجدول الأول :**</u> وهو جدول جملة الجنيه الواحد المستثمر بفائدة مركبة بمعدل ع ٪ سنوياً ولمدة قد تصل إلي 20 سنة أو 50 سنة أو 100 سنة ، حيث :

$$ج = أ (1 + ع)^{ن}$$

<u>**الجدول الثاني :**</u> جدول القيمة الحالية للجنيه الواحد المستحق بعد (ن) من السنوات بفائدة مركبة بمعدل ع ٪ سنوياً ، ونرمز للقيمة الحالية للجنيه بالرمز (ح) وهي مقلوب قيمة الجملة حيث :

$$ح = \frac{1}{1 + ع}$$

ومنها نجد أن :

ق.ح = القيمة الحالية لمبلغ معين قيمته الأسمية ق.س ويستحق بعد مدة ن من السنوات .

$$ق.ح = ق.س \times ح^{ن}_{ع٪}$$

<u>الجدول الثالث</u> :ويستخدم لإيجاد جملة دفعة عادية عاجلة محدودة مبلغها السنوي جنيه واحد و مدتها ن سنة .

$$\text{ج}_{\overline{\text{ن}|}} = \frac{(1 + \text{ع})^{\text{ن}} - 1}{\text{ع}}$$

<u>الجدول الرابع :</u> ويستخدم لإيجاد القيمة الحالية لدفعة عادية عاجلة محدودة مبلغها جنيه واحد و مدتها ن سنة .

$$\text{د}_{\overline{\text{ن}|}} = \frac{1 - \text{ح}^{\text{ن}}}{\text{ع}}$$

<u>الجدول الخامس:</u> ويستخدم لتحديد قسط استهلاك سلفة أو قرض مبلغه جنيه واحد ويسدد بأقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً ونرمز له بالرمز (ط) ، حيث :–

$$\text{ط} = \text{أ} \times \frac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ن}|}}}$$

$\dfrac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ن}|}}}$

وقد تعارف الكتاب علي تخصيص الجدول ـ ، وعموماً يمكن إعداد الجداول علي أساس دفعات عادية تدفع آخر كل سنة ، غير أن ذلك لايمنع من إمكانية إعداد جداول مالية علي أساس دفعات فورية تدفع أول كل سنة ، وتوفيراً للوقت والمجهود يمكن الاستفادة من العلاقة بين جملة الدفعات العادية وجملة الدفعات الفورية ، وأيضاً العلاقة بين القيمة الحالية للدفعات العادية والقيمة الحالية للدفعات الفورية ، وهذا ما سوف نوضح كل منها في حينه .

حيث :

$$\boxed{\ddot{\text{ج}}_{\overline{\text{ن}|}} = \text{ج}_{\overline{\text{ن}+1|}} - 1}$$

$$\boxed{= (1 + \text{ع})\ \text{ج}_{\overline{\text{ن}|}}}$$

$$\boxed{\ddot{\text{د}}_{\overline{\text{ن}|}} = \text{د}_{\overline{\text{ن}-1|}} + 1}$$

$$\boxed{= (1 + \text{ع})\ \text{د}_{\overline{\text{ن}|}}}$$

<u>مثال (1)</u> :

اقترض تاجر مبلغ 15000 ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 11 ٪ سنوياً ، وفي نهاية 18 سنة بلغت جملة المستحق عليه :

أ - 15398.592 ب - 85321.959 ج - 35891.529 د - 98153.295

الحل

ملاحظة هامة :

يحتاج تطبيق الفائدة المركبة إلي حتمية الإلمام بالأسس الرياضية ومنها المتواليات العددية والمتواليات الهندسية وقواعد اللوغاريتمات ، ونظرية ذات الحدين ، وقواعد الأسس .

جـ = أ (1 + ع)^{ن}

= 15000 (1.11)^{18} من جدول (1)

= 15000 × 6.543553 = 98153.295 ج

مثال (2) :

أودع شخص مبلغ 35000 ج في بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 12 ٪ سنوياً وفي نهاية 15 سنة بلغت جملة المستحق له في البنك :

أ - 171459.81 ب -518914.17 ج -157419.81 د - 191574.81

الحل

جـ = أ (1 + ع)^{ن}

= 35000 (1.12)^{15} من جدول (1)

= 35000 × 5.473566 = 191574.81 ج

يجب أن يتدرب الطالب علي الوصول للنتائج بأكثر من أسلوب وأكثر من طريقة ، وهذا يدعم ثقته في فهم المنهج والاستفادة منه عملياً .

مثال (3) :

اقترض تاجر مبلغ 40000 ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 12٪ سنوياً ، وفي نهاية 8 سنوات بلغت جملة المستحق عليه :

أ - 99038.52 ب -93098.52 ج -25993.08 د - 85993.02

الحل

جـ = أ (1 + ع)^{ن}

= 40000 (1.12)^{8} من جدول (1)

= 40000 × 2.475963 = 99038.52 ج

مثال (4) :

اقترض تاجر مبلغ 50000 ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 6 ٪ سنوياً بشرط إضافة الفائدة مرة كل سنتين ، وفي نهاية 10 سنوات بلغت جملة المستحق عليه :

أ - 17188.1 ب -71818.1 ج -88117.1 د -81811.7

الحل

المدة = 10 سنوات

شرط إضافة الفائدة مرة كل سنتين

المدة = 10 ÷ 2 = 5 فترات زمنية كل منها سنتين

ع = 6٪ سنوياً

ولتطبيق شرط الإضافة

ع = 6 × 2 = 12٪ كل سنتين

جـ = أ (1 + ع)^{ن}

= 50000 (1.12)^5 من جدول (1)

= 1.762342×50000 = 88117.1 ج

<u>مثال (5)</u> :

اقترض تاجر مبلغاً ما من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 12 ٪ سنوياً ، وفي نهاية 5 سنوات بلغت جملة المستحق عليه 21757.293 جنيهاً ، قيمة القرض هي :

أ – 76543.21 ب –12345.67 ج –23457.16 د – 13345.67

الحل

جـ = أ (1 + ع)^{ن}

21757.293 = أ (1.12)^5

أ = 21757.293 ÷ 1.762342 = 12345.67 جنيهاً

-إيجاد الجملة إذا كانت المدة أكبر من نطاق الجدول :

مثال (6) :

اقترضت إحدي الشركات مبلغ 80000ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 12 ٪ سنوياً ، ولمدة 20 سنة ، في حين أن الجداول المتاحة لمدة 10 سنوات فقط فإن جملة المستحق هي :

أ - 137403.7 ب -747413.7 ج -771703.344 د - 474710.3

(يراعي تقسيم المدة إلي فترات تقع كل منها في نطاق الجدول)

الحل

جـ = أ (1 + ع)^{ن}

$$= 80000 \ (1.12)^{20}$$

فإذا كان الجدول المتاح لمدة 10 سنوات فقط يمكن تجزئة المدة كما يلي وفقاً لقواعد الأسس .

جـ = $80000 \ (1.12)^{10} \ (1.12)^{10}$

$= 80000 \times 3.105848 \times 3.105848 = 771703.344$ج

أو

جـ = $80000 \ [(1.12)^{10}]^{2}$

$= 80000 \times (3.105848)^2$

= 771703.344 ج

<u>مثال (7) :</u>

اقترضت إحدي الشركات مبلغاً ما من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 12٪ سنوياً وفي نهاية 5 سنوات وجدت أن جملة المستحق عليها بلغت 2175.729 جنيهاً وبذلك فإن المبلغ المقترض هو :

أ – 3214.567 ب –5476.123 ج –7654.321 د – 1234.567

الحل

جـ = أ (1 + ع)^{ن}

2175.729 = أ (1.12)^{5}

= أ × 1.762342

أ = 1234.567 جنيهاً

<u>مثال (8) :</u>

اقترضت إحدي الشركات مبلغ 15000 ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ما وفي نهاية 5 سنوات بلغت جملة المستحق عليها 26435.13 جنيهاً ، وبذلك فإن المعدل المستخدم هو :

أ - 12٪ ب -21٪ ج -13٪ د -14٪

الحل

جـ = أ $(1 + ع)^{ن}$

$26435.13 = 15000 (1 + ع)^{5}$

$(1 + ع)^{5} = 1.762342$

$ع = \sqrt[5]{1.762342} - 1 = 12\%$

توضيح لإيجاد المعدل :

جـ = أ $(1 + ع)^{ن}$

$\therefore (1 + ع)^{ن} = \frac{جـ}{أ}$ وبأخذ الجذر ن للطرفين :

$$(1 + ع) = \sqrt[ن]{\frac{ج}{أ}}$$

$$\boxed{ع = \sqrt[ن]{\frac{ج}{أ}} - 1}$$

وبإستخدام اللوغاريتمات يمكن الوصول إلي قيمة ع .

حل آخر :

يمكن البحث في الجدول الأول أمام المدة 5 سنوات نجد أن القيمة تقع تحت المعدل 12٪ ، وقد نصادف أن القيمة تقع بين معدلين 13 ٪ ، 14٪، ويمكن استخدام التناسب للوصول إلي المعدل .

<u>مثال (9)</u> :

أودع تاجر مبلغ 40000 ج في بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 12 ٪ سنوياً، وفي نهاية 5.3 سنة بلغت جملة المستحق له في البنك :

أ – 14370.532 ب – 25303.741 ج – 73031.452 د – 30371.254

الحل

جـ = أ (1 + ع) ن = 40000 (1.12) $^{5.3}$

(1.12)^{6} = 1.973823

(1.12)^{5}= 1.762342

فرق سنة = 0.211481 × 0.3

فرق 0.3 سنة = 0.0634443

لكن   بالجمع

(1.12)^{5} = 1.7623420

(1.12)$^{5.3}$ = 1.8257863

∴ الجملة المطلوبة = 40000× 1.825786
= 73031.44 جنيهاً.

مثال (10) :

اقترضت إحدي الشركات مبلغ 40000 ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 12٪ سنوياً وفي نهاية 8.6 سنة بلغت جملة المستحق عليها :

أ – 106169.28   ب –161609.82   ج –626118.95   د – 191866.02

الحل

جـ = أ (1 + ع) ^{ن} = 40000 (1.12) $^{8.6}$

$(1.12)^{9} = 2.773079$

بالطرح

$(1.12)^{8} = 2.475963$

فرق سنة = 0.297116×0.6

فرق 0.6 سنة = 0.178269

$(1.12)^{8} = 2.475963$

$(1.12)^{8.6} = 2.654232$

∴ الجملة = $40000 \times 2.654232 = 106169.28$ جنيهاً.

مثال (11) :

اقترض تاجر مبلغ 25000ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 5.7٪ سنوياً وفي نهاية 10 سنوات بلغت جملة المستحق عليه :

أ – 55556.43 ب – 45356.55 ج – 54535.65 د – 43556.55

الحل

جـ = أ (1 + ع) ^{ن} = 25000 (1.057) ^{10}

(1.06)^{10} = 1.790848

(1.05)^{10} = 1.628895

بالطرح

فرق 1 ٪ = 0.161953× 0.7

فرق 0.7٪= 0.1133671

(1.05)^{10} = 1.628895

بالجمع

(1.057)^{10}= 1.7422621

∴ جملة المستحق = 25000 ×1.742262 = 43556.55 جنيهاً.

<u>مثال (12)</u> :

أودع تاجر مبلغ 10000ج في بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 6.2٪ سنوياً وفي نهاية 5 سنوات وجد أن جملة المستحق له :

أ – 33151.069 ب –15130.963 ج –13510.936 د – 11035.369

الحل

جـ = أ (1 + ع) ^{ن} = 10000 (1,062) ^{5}

(1.07)^{5} = 1,402552

$(1.06)^5 = 1,338226$

فرق 1 ٪ = $0,064326 \times 0,2$

فرق 0.2٪ = $0,0128646$

$(1.06)^5 = 1,3382260$

$(1.062)^5 = 1,351091$

∴ جملة المستحق له =$10000 \times 1,351091 = 13510,91$جنيهاً

الفصل السادس

القيمة الحالية والخصم

تعتمد دراسة الفائدة المركبة علي استنتاج جميع القوانين من قانون الجملة وحسب طبيعة المبلغ أو المبالغ المطلوب معالجتها .

وعموماً فإن القيمة الحالية بفائدة مركبة تعتمد علي ايجاد القيمة الحالية للجنيه ونرمز لها بالرمز ($ح^{ن}$) ويطلق علي جملة المبلغ المسجل في ورقة تجارية مصطلح القيمة الأسمية ونرمز له بالرمز (ق.س) ، وعلي ذلك إذا كانت :

جـ = أ (1 + ع) ^{ن} فإن :

$$أ = جـ \times \frac{1}{(1 + ع)^{ن}} = جـ \times ح^{ن}_{ع\%}$$

لكن :-

جـ = ق.س ، أ = ق.ح

$$حيث \quad ح = \frac{1}{1 + ع} \quad وأيضاً : \quad ح^{ن} = \frac{1}{(1 + ع)^{ن}}$$

$$\boxed{ق.ح = ق.س \times ح^{ن}_{ع\%}}$$

ويمكن الحصول علي قيمة $ح^{ن}_{ع\%}$ من الجدول الثاني بمعدلات مختلفة ولمدة تصل إلي أي عدد من السنوات .

<u>مثال (1)</u> :

كمبيالة قيمتها الأسمية 30000 جنيه تستحق الدفع في نهاية 10 سنوات تم حساب القيمة الحالية لها بفائدة مركبة بمعدل 12٪ سنوياً فوجد مقدارها:

أ – 1596,99   ب –9195,96   ج –5969,19   د – 9659,19

الحل

ق.ح = ق.س × $ح^{ن}_{ع٪}$

= 30000 × $ح^{10}_{12٪}$

= 30000 × 0,321973 = 9659.19 جنيهاً .

مثال (2) :–

اشتري تاجر بضاعة ودفع مقدم الثمن نقداً 20000ج وحرر للبائع كمبيالة قيمتها الأسمية 30000ج تستحق السداد بعد 3 سنوات بفائدة مركبة بمعدل 12٪ سنوياً.

ثمن شراء البضاعة نقداً هو :

أ – 41353.4   ب –34345.1   ج –54343.1   د – 13454.3

الحل

القيمة الحالية للكمبيالة = 30000 ×$ح^{3}_{12٪}$

= 30000 × 0.711780 = 21353.4 جنيهاً .

ثمن البضاعة نقداً = مقدم الثمن + القيمة الحالية للكمبيالة

= 20000 + 21353.4 = 41353.4 جنيهاً

<u>مثال (3)</u> :

كمبيالة قيمتها الأسمية 50000 جنيه تستحق الدفع بعد 5.7 سنة خصمت في أحد البنوك بفائدة مركبة بمعدل 12 ٪ سنوياً ، وجدت القيمة الحالية للكمبيالة هي :

أ - 22465.8 ب -26243.5 ج -24256.8 د - 86542.2

الحل

ق.ح = 50000 ×$ح^{5.7}_{12٪}$

$ح^{5}_{12٪}$ = 0,567427

$ح^{6}_{12٪}$= 0,506631

فرق سنة = 0,060796 × 0.7

فرق 0,7 = 0,0425572

$ح^{5}_{12٪}$ = 0,567427 (-)

فرق 0.7 = 0,0425572

$ح^{5.7}_{12\%}$ = 0,524870

∴ ق.ح = 50000 × 0,524870= 26243,5 جنيهاً.

وبفرض أن مدة الكمبيالة أكبر من نطاق الجدول فإنه يمكن تقسيم المدة إلي فترات تقع كل منها في نطاق الجدول .

ومثال ذلك إذا كانت $ح^{60}$ مثلاً فإن يمكن تقسيمها كما يلي :

$ح^{60}$ = $ح^{20}$ × $ح^{20}$ × $ح^{20}$ = $ح^{30}$ × $ح^{30}$ =

$ح^{15}$ × $ح^{15}$ × $ح^{15}$ × $ح^{15}$ وهكذا ، أو إستخدام الطرق الأخري وجميعها تؤدي إلي نفس النتائج مع إختلاف طفيف نتيجة التقريب .

<u>مثال (4)</u> :

كمبيالة قيمتها الأسمية 40000 جنيه تستحق الدفع بعد 50 سنة حسبت القيمة الحالية لها بفائدة مركبة بمعدل 12 ٪ سنوياً ، وبفرض أن الجداول المتاحة لمدة 20 سنة فقط ، حيث نجد أن القيمة الحالية للكمبيالة هي :

أ - 341.81 ب -114.38 ج -138.41 د - 141.38

الحل

∴ ق٠ح = 40000 × $ح^{50}_{12\%}$

= 40000 × $ح^{20}_{12\%}$ × $ح^{20}_{12\%}$ × $ح^{10}_{12\%}$

ق٠ح = 40000 × 0.103667 × 0.103667 × 0.321973

= 138,41 جنيهاً.

ويمكن تجزئة المدة إلي فئات أخري كما يلي :-

∴ ق٠ح = ق.س × $ح^{ن}_{ع\%}$

= 40000 × $ح^{15}_{12\%}$ × $ح^{15}_{12\%}$ × $ح^{20}_{12\%}$ وهكذا

- وتجدر الإشارة أن تقسيم المدة يخضع لقواعد الأسس أما إذا كان المعدل أكبر من نطاق الجدول فإنه (لا يمكن) تقسيم المعدل ويتم إزاء ذلك استخدام أي طرق رياضية أخري غير الجداول المالية .

مثال (5) :

كمبيالة تستحق قيمتها الأسمية بعد 5 سنوات حسبت القيمة الحالية لها بفائدة مركبة بمعدل 12 ٪ سنوياً فبلغت 34045.62 جنيهاً القيمة الأسمية هي :

أ - 50000 ب -60000 ج -40000 د - 35000

الحل

ق٠ح = ق.س × $ح^{ن}_{ع\%}$

$34045,62 =$ ق.س × $ح^{5}_{12٪}$

= ق.س × 0.567427

ق.س = 60000

<u>مثال (6)</u> :

كمبيالة تستحق قيمتها الأسمية بعد 7 سنوات حسبت القيمة الحالية لها بفائدة مركبة بمعدل 12 ٪ سنوياً فوجد مقدارها 5584.555 جنيهاً ، وبذلك تكون القيمة الأسمية للكمبيالة هي :

أ - 65432.178   ب -15234.86   ج -21354.78   د - 12345.678

الحل

ق.ح = ق.س × $ح^{ن}_{ع٪}$

5584.555 = ق.س × $ح^{7}_{12٪}$

= ق.س × 0.452349

ق.س = 5584.555 ÷ 0.452349 = 12345.678 جنيهاً

مثال (7) :

كمبيالة قيمتها الأسمية 87654.321 جنيهاً تستحق الدفع بعد 5.3 سنة حسبت القيمة الحالية لها بفائدة مركبة بمعدل 5 ٪ سنوياً فوجدت :

أ - 66789.235 ب - 67698.325 ج - 23566.789 د - 65369.278

الحل

ق.ح = ق.س × $ح^{ن}_{ع٪}$

= 87654.321 × $ح^{5.3}_{5٪}$

ومن جدول (2) :

$ح^{5}_{5٪}$ = 0,783526

$ح^{6}_{5٪}$ = 0,746215

فرق سنة = 0,037311 × 0,3

فرق 0.3 = 0,0111933

$ح^{5}_{5٪}$ = 0,783526

فرق 0.3 = 0,0111933 (-)

$ح^{5.3}_{5٪}$ = 0,772333

ق.ح = 87654.321 × 0.772333 =67698.325 ج

مثال (8) :

كمبيالة قيمتها الأسمية 50000 جنيهاً تستحق الدفع بعد 10 سنوات ، حسبت القيمة الحالية لها بفائدة مركبة بمعدل 5.8 ٪ سنوياً فوجدت أنها :

أ - 28474.95 ب -24478.95 ج -24578.94 د - 47489.25

الحل

ق.ح = ق.س ×ح^{ن} ع ٪

= 50000 ×ح^{10} 5.8٪

ح^{10} 5٪ = 0,613913

ح^{10} 6٪= 0,558395

فرق 1٪ = 0,055518 × 0,8

فرق 0.8 = 0,044414

ح^{10} 5٪ = 0,613913
فرق 0.8 = 0,044414 (-)

ح^{10} 5.8٪ = 0,569499

ق.ح = 50000 ×0,569499 = 28474.95 جنيهاً .

ملاحظة :-

تتزايد جملة الجنيه بزيادة العناصر المكونة لها سواء المدة أو المعدل ، ومن ثم يقال أن العلاقة طردية بين الجملة والمدة والمعدل ، وتأسيساً علي ذلك تضاف الفروق عند استخدام التناسب للمدة أو المعدل .

أما القيمة الحالية فهي عكس الجملة ولذلك تتناقص القيمة الحالية بزيادة المدة أو المعدل ولذلك فإن العلاقة بين القيمة الحالية والمدة أو المعدل هي علاقة عكسية ولذلك تطرح الفروق .

<u>مثال (9)</u> :

كمبيالة قيمتها الأسمية 35000 جنيهاً تستحق الدفع بعد 10.3 سنة ، حسبت القيمة الحالية لها بفائدة مركبة بمعدل 6 ٪ سنوياً فوجد مقدارها :

أ - 15129.559 ب - 21915.195 ج - 12195.195 د - 19211.955

الحل

ق.ح = 35000 × $ح^{10.3}_{6٪}$

$ح^{10}_{6٪}$ = 0,558395

$ح^{11}_{6٪}$ = 0,526788

فرق سنة = 0,031607 × 0,3

فرق 0.3 = 0,0094821

$ح^{10}_{6}٪ = 0,558395$ (-)

فرق $0.3 = 0,0094821$

$ح^{10.3}_{6}٪ = 0,548913$

ق.ح = $35000 \times 0,548913 = 19211,955$ جنيهاً .

<u>مثال (10)</u> :

كمبيالة قيمتها الأسمية 60000 جنيهاً تستحق الدفع بعد 7 سنوات و3 شهور، حسبت القيمة الحالية لها بفائدة مركبة بمعدل 14٪ سنوياً فوجدت:

أ - 32420.22 ب -23242.02 ج -43220.22 د - 34222.02

الحل

3 شهور = $\frac{3}{12}$ سنة = 0.25 سنة ، يمكن إعتبار المدة 7.25 سنة ويستخدم التناسب كما سبق .

ق.ح = ق.س × $ح^{ن}_{ع٪}$

= 60000 × $ح^{7.25}_{14٪}$

$ح^{7}_{14}٪ = 0.399637$

$ح^{8}_{14}٪ = 0,350559$

فرق سنة = $0.049078 \times 0,25$

فرق 0.25 = 0,012270

ح^{7} ٪14 = 0,399637

فرق 0.25 = 0.012270 (-)

ح$^{7.25}$ ٪14 = 0.387367

ق.ح = $60000 \times 0,387367$ = 23242,02 جنيهاً

الفصل السابع
تسوية الديون

تعتبر عملية تسوية الديون تطبيقاً عملياً علي ما سبق دراسته في موضوع الجملة وموضوع القيمة الحالية ،

وتعتمد علي تحديد تاريخ التسوية ، ومحاولة تحقيق التعادل بين الالتزامات والحقوق في هذا التاريخ ،

وتستخدم المعادلات في حالتين :-

- الاعتماد علي معادلة القيمة الحالية للديون ،
- الاعتماد علي معادلة جملة الديون ،

<u>مثال (1)</u> :

في أول يناير 2016 كان أحد التجار مديناً بالديون الآتية :

9000 جنيه تستحق بعد 5 سنوات

10000 جنيه تستحق بعد 7 سنوات

12000 جنيه تستحق بعد 8 سنوات

وفي أول يناير 2017 اتفق مع الدائن علي سداد مبلغ 5000 ج نقداً وتحرير كمبيالتين مقابل الباقي ، تستحق الأولي بعد سنتين وتستحق الثانية بعد 10سنوات، فإذا كانت القيمة الأسمية للكمبيالة الأولي نصف القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية ، وتستخدم التسوية بفائدة مركبة بمعدل 12٪ سنوياً ،

١. القيمة الأسمية للكمبيالة الأولي هي :-

أ - 7781,451 ب -1787,451 ج -4157,871 د - 7854,171

٢. القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية هي :-

هـ- 16955,202 و- 16529,250 ز- 12565,92 ح- 15562,902

الحل

9000 ح $^{4}{}_{12}$٪+ 10000 ح $^{6}{}_{12}$٪ + 12000 ح $^{7}{}_{12}$٪

- 5000 = س ح $^{2}{}_{12}$٪ + 2س ح $^{10}{}_{12}$٪

9000 × 0,635518 + 10000 × 0,506631+12000× 0,452349 −5000

= 0,797194 س + 2س × 0,321973

11214,16 = 1,44114 س

س = 7781,451 ج = ق1

ق2 = 15562,902 ج

مثال (2) :

في أول يناير 2016 كان أحد التجار مديناً بالديون الآتية :

7000 جنيه تستحق بعد 5 سنوات

23000 جنيه تستحق بعد 7 سنوات

20000 جنيه تستحق بعد 10 سنوات

وفي أول يناير 2017 اتفق مع الدائن علي سداد 10000 ج نقداً وتحرير ثلاث كمبيالات مقابل الباقي ، تستحق السداد بعد سنتين ، وخمس سنوات ، وسبعة سنوات علي التوالي ،

فإذا كانت نسبة القيمة الأسمية للكمبيالة الأولي إلي القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية كنسبة 6 : 11 ، ونسبة القيمة الأسمية للكمبيالة الثالثة إلي القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية كنسبة 5 : 8 ، وتستخدم عملية التسوية بفائدة مركبة بمعدل 10٪ سنوياً ،

١. القيمة الأسمية للكمبيالة الأولي هي :-

أ –6569,339 ب –6969,335 ج – 3636,599 د – 6363,748

٢. القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية هي :-

أ – 12346,716 ب –16167,423 ج –11666,87 د – 67611,324

٣. القيمة الأسمية للكمبيالة الثالثة هي :-

أ 2927,077 ب –7291,794 ج –7772,29 د – 9272,707

الحل

(1)	(2)	(3)
6	11	
	8	5
48	88	55

القيمة الحالية للديون قبل التسوية – المبلغ المسدد نقداً

= القيمة الحالية للديون بعد التسوية

7000ح $^{4}_{10}$٪ + 23000ح $^{6}_{10}$٪ + 20000ح $^{9}_{10}$٪ –10000

= 48 س ح $^{2}_{10}$٪+ 88 س ح $^{5}_{10}$٪ + 55 س ح $^{7}_{10}$٪

7000 × 0,683013 + 23000 × 0,564474 + 20000 × 0,424098 –10000 = 48 س × 0,826446 + 88 س ×0,620921 + 55 س × 0,513158

س =132,578073

القيمة الأسمية للكمبيالة الأولي = 48 × 132,578073 = 6363,748ج

القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية = 88 × 132,578073 = 11666,870 ج

القيمة الأسمية للكمبيالة الثالثة = 55 × 132,578073 = 7291,794 ج

مثال (3) :

تاجر مدين بالديون الآتية :

5000 جنيه تستحق بعد 4 سنوات

3000 جنيه تستحق بعد 6 سنوات

8000 جنيه تستحق بعد 7 سنوات

4000 جنيه تستحق الدفع بعد 10 سنوات

واتفق مع الدائن علي سداد 2500 نقداً وتحرير ثلاث كمبيالات مقابل الباقي ، نسبة القيمة الأسمية للأولي إلي القيمة الأسمية للثانية كنسبة 1: 5 ، ونسبة القيمة

الأسمية للثانية إلي القيمة الأسمية للثالثة كنسبة 7 : 9 ، وتستحق الكمبيالات الثلاث بعد 3 ، 5 ، 8 سنوات علي التوالي، وتستخدم فائدة مركبة بمعدل 15٪ سنوياً ،

١. القيمة الأسمية للكمبيالة الأولي هي :-

أ - 2314,962 ب -1234,269 ج -4321,926 د - 2629,143

٢. القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية هي :-

أ 4131,505 ب -4501,315 ج -5141,305 د - 1130,45

٣. القيمة الأسمية للكمبيالة الثالثة هي :-

أ -7755,408 ب -40577,58 ج -7585,704 د - 5787,405

الحل

(3)	(2)	(1)
	5	2
7	9	
35	45	18

5000ح $_{15}^{4}$٪ + 3000ح $_{15}^{6}$٪ + 8000ح $_{15}^{7}$٪+ 4000ح $_{15}^{10}$٪-2500

= 18 س ح $_{15}^{3}$٪+ 35 س ح $_{15}^{5}$٪ + 45 س ح $_{15}^{8}$٪

4000 +0,375937×8000 + 0,432328× 3000 + 0,571753×5000
2500− 0,247185 ×

= 18س × 0,657516 + 35 س ×0,497177 + 45 س × 0,326902

س = 128,609

القيمة الأسمية للكمبيالة الأولي = 18 × 128,609 = 2314,962ج

القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية = 35 × 128,609= 4501,315 ج

القيمة الأسمية للكمبيالة الثالثة = 45 × 128,609 = 5787,405 ج

مثال (4) :

تاجر مدين بالديون الآتية في أول يناير 2017 :

10000 جنيه تستحق بعد 8 سنوات

15000 جنيه تستحق بعد 10 سنوات

18000 جنيه تستحق بعد 12 سنة

أراد تعديلها بحيث يسدد نصف القيمة الحالية نقداً ، ويسدد الباقي بكمبيالة واحدة تستحق الدفع بعد 5 سنوات ، علي أن تتم عملية التسوية بفائدة مركبة بمعدل 12٪ سنوياً ،

١. القيمة الحالية للديون القديمة في تاريخ التسوية هي :-

أ - 58587,413 ب -18384,755

ج -57588,431 د - 13488,575

٢. الجزء الباقي = القيمة الحالية للكمبيالة الجديدة في تاريخ التسوية هو:-

أ - 8484,267   ب -4848,627

ج -6744,288   د - 4488,267

٣. القيمة الأسمية للكمبيالة الجديدة هي :-

أ - 11885,742   ب -18182,457

ج -81814,257   د - 15187,428

الحل

ق،ح للديون القديمة = 10000 ح ^{8} ٪12 + 15000 ح ^{10} ٪12 + 18000 ح ^{12} ٪12

$= 10000 \times 0,403883 + 15000 \times 0,321973 + 18000 \times 0,256675$

$= 13488,575$

الجزء المسدد = الجزء الباقي = $\frac{13488.575}{2}$ = 6744,288 جنيهاً

القيمة الأسمية للكمبيالة = جملة المبلغ الباقي

$= 6744,288\ (1,12)^{5}$

$= 6744,288 \times 1,762342 = 11885,742$ جنيهاً

مثال (5) :

في أول يناير 2017 كان أحد التجار مديناً بالديون الآتية :

8000 جنيه تستحق بعد 5 سنوات

12000 جنيه تستحق بعد 3 سنوات

وأتفق مع الدائن علي أن يسدد 2543 نقداً في أول يناير 2017 ويسدد الباقي بكمبيالتين ، القيمة الأسمية للأولي نصف القيمة الأسمية للثانية ، وتستحق الأولي بعد سنتين والثانية بعد 4 سنوات ، وتتم عملية التسوية بفائدة مركبة بمعدل 12٪ سنوياً ،

١. القيمة الحالية للكمبيالات الجديدة هي :-

أ - 10537,776 ب -76751,307

ج -76570,173 د - 35671,77

٢. القيمة الأسمية للكمبيالة الأولي الجديدة هي :-

أ - 9050,57 ب -5095,07

ج -9750,05 د - 5500,97

٣. القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية الجديدة هي :-

أ - 11109,04 ب -10049,11

ج -10190,14 د - 19100,41

الحل

ق،ح للديون القديمة = 8000ح $^{5}_{12\%}$ + 12000 ح $^{3}_{12\%}$

= 8000 × 0,567427 + 12000 × 0,711780

= 4539,416 + 8541,36 = 13080,776 جنيهاً

القيمة الحالية للكمبيالات الجديدة = 13080,776 – 2543

= 10537,776 جنيهاً

بفرض القيمة الأسمية للكمبيالة الأولي = س

∴ القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية = 2س

10537,776 = س × ح $^{2}_{12\%}$ + 2س × ح $^{4}_{12\%}$

= 0,797194 س + 2س × 0,635518

= 2,06823 س

القيمة الأسمية للكمبيالة الأولي = س = 5095,07 جنيهاً

القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية = 2س = 10190,14جنيهاً

مثال (6) :

في أول يناير 2016 كانت أحدي الشركات مدينة بالديون الآتية :

15000 جنيه تستحق بعد 4 سنوات

35000 جنيه تستحق بعد 6 سنوات

50000 جنيه تستحق بعد 7 سنوات

وفي أول يناير 2017 اتفقت مع الدائن علي سداد 20000ج نقداً ، وتحرير ثلاث كمبيالات مقابل الباقي ، نسبة القيمة الأسمية للأولي إلي الثانية كنسبة 4 : 11 ، ونسبة القيمة الأسمية للثالثة إلي الثانية كنسبة 5 : 9،

وتستحق الكمبيالات الثلاثة بعد 4 سنوات ، 8 سنوات ، 10 سنوات علي التوالي بفائدة مركبة بمعدل 12٪ سنوياً ،

١. القيمة الحالية للديون القديمة في تاريخ التسوية هي :-

أ - 15956,858 ب -95858,651

ج -85856,951 د - 55868,195

٢. المبلغ الباقي في تاريخ التسوية بعد سداد جزء نقداً هو :-

أ - 58583,169 ب -81839,655

ج -35868,195 د - 86835,195

٣. القيمة الحالية للكمبيالات الجديدة في تاريخ التسوية هي :-

أ - 65859,138 ب -35868,195

ج -85863,915 د - 19588,356

٤. القيمة الأسمية للكمبيالة الأولي الجديدة هي :-

أ - 16026,192 ب -19201,626

ج -11660,292 د - 21219,606

٥. القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية الجديدة هي :-

أ - 28024,407 ب -44072,028

ج -2424,078 د - 42420,87

٦. القيمة الأسمية للكمبيالة الثالثة الجديدة هي :-

أ - 44442,86 ب -64842,44

ج -24484,46 د - 46424,84

الحل

أولاً : القيمة الحالية للديون القديمة في تاريخ التسوية :-

= 15000ح $^{3}_{12}$٪ + 35000ح $^{5}_{12}$٪ + 50000 ح ^{6} 12٪

= 15000 × 0,711780 + 35000 × 0,567427

+ 50000 × 0,506631 = 55868,195 جنيهاً

ثانياً : القيمة الحالية للكمبيالات الجديدة :-

= 55868,195 – 20000= 35868,195 جنيهاً

ثالثاً : تحديد التناسب بين الكمبيالات :-

(3)	(2)	(1)
	11	4
5	9	
55	99	36

القيمة الحالية للكمبيالات الجديدة :-

35868,195 = 36 س × $ح^{4}_{12\%}$ + 99 س × $ح^{8}_{12\%}$

+ 55 س × $ح^{10}_{12\%}$

35868,195 =36 س × 0,635518 + 99 س × 0,403883

+ 55 س × 0,321973

س =445,172

القيمة الأسمية للكمبيالة الأولي = 36 × 445,172 = 16026,192ج

القيمة الأسمية للكمبيالة الثانية = 99 × 445,172 = 44072,028 ج

القيمة الأسمية للكمبيالة الثالثة = 55 × 445,172 = 24484,46 ج

الفصل الثامن

الدفعات السنوية المتساوية

الدفعات السنوية المتساوية هي مبالغ متساوية تدفع علي فترات سنوية منتظمة أول أو آخر كل سنة .

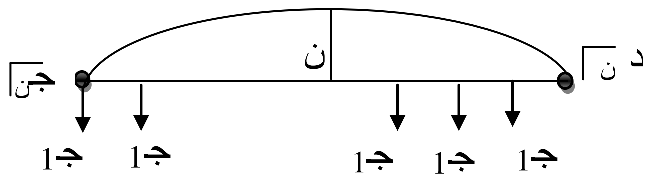
وتختلف دراسة الدفعات في الفائدة المركبة عن الفائدة البسيطة نظراً لأن الفائدة المركبة تتطرق إلي فترات زمنية طويلة نسبياً ، وقد يستمر سداد الدفعات إلي ما لا نهاية وتسمي الدفعات الدائمة أو اللانهائية .

وعموماً فإن الدفعات الدائمة أو اللانهائية تكون جملتها مالانهاية سواء كانت عادية أو فورية ، عاجلة أو مؤجلة ، غير أنه يمكن ايجاد القيمة الحالية لها .

وتعتبر دراسة الدفعات السنوية أو الدفعات التي تدفع علي فترات أكبر أو أقل من السنة سواء كانت مبالغ الدفعات ثابتة أو متغيرة بالتناقص أو بالزيادة فإنها أهم ما يمكن إلمام طلاب التجارة بدراستها ، لأنها تميزه عن غيره وخاصة أنها تمثل غالبية المعاملات المالية والاقتصادية .

وتقتصر الدراسة في هذا الفصل علي الدفعات السنوية المتساوية ، ونوضحها فيما يلي :-

أولاً :- الدفعات العادية العاجلة المحدودة :-



$ج_{\overline{ن|}}$ = **جملة دفعة عادية عاجلة مبلغها السنوي جنيه واحد ومدتها ن من السنوات .**

$= 1 + (1 + ع) + (1 + ع)^{2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + (1 + ع)^{ن-1}$

= مجموع متوالية هندسية حدها الأول (1) وأساسها (1 + ع) وعدد حدودها (ن) .

$$= 1 \times \frac{(1 + ع)^{ن} - 1}{1 + ع - 1}$$

$$\boxed{ج_{\overline{ن|}} = \frac{(1 + ع)^{ن} - 1}{ع}}$$

ويمكن الحصول على قيمة $ج_{\overline{ن|}}$ من الجدول الثالث مباشرة.

$د_{\overline{ن|}}$ = **القيمة الحالية لدفعة عادية عاجلة مبلغها السنوي جنيه واحد ومدتها ن من السنوات .**

$= ح + ح^{2} + ح^{3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + ح^{ن}$

= مجموع متوالية هندسية حدها الأول (ح) وأساسها (ح) وعدد حدودها (ن) .

$$= ح \times \frac{1 - ح^{ن}}{1 - ح} \quad \text{لكن} \quad ح = \frac{1}{1 + ع}$$

$$= ح \times \frac{1 - ح^{ن}}{1 - \frac{1}{1 + ع}} = ح\,(1 + ع) \times \frac{1 - ح^{ن}}{1 + ع - 1}$$

$$\text{د}_{\overline{\text{ن}|}} = \frac{1 - \text{ح}^{\text{ن}}}{\text{ع}}$$

ويمكن الحصول علي قيمة $\text{د}_{\overline{\text{ن}|}}$ من الجدول الرابع مباشرة .

<u>تذكر أن :-</u>

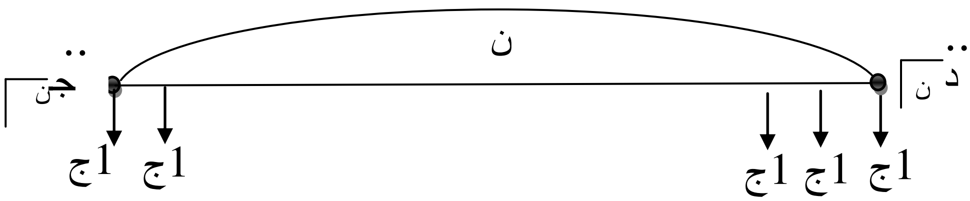
مجموع المتوالية الهندسية هو :

$$\text{جـ} = \text{أ} \times \frac{\text{ر}^{\text{ن}} - 1}{\text{ر} - 1}$$ **حيث أ = الحد الأول ، ر = الأساس ، ر > 1**

$$\text{جـ} = \text{أ} \times \frac{1 - \text{ر}^{\text{ن}}}{1 - \text{ر}}$$ **حيث ر < 1**

$$\text{جـ}_{\infty} = \frac{\text{أ}}{1 - \text{ر}}$$

<u>ثانياً :- الدفعات الفورية العاجلة المحدودة :-</u>



$\ddot{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}|}}$ = جملة دفعة فورية عاجلة محدودة مدتها ن من السنوات ومبلغها السنوي جنيه واحد يدفع أول كل سنة .

$$\ddot{ج}_{\overline{ن|}} = (1+ع) + (1+ع)^2 + (1+ع)^3 + ... + (1+ع)^{ن}$$

$$= (1+ع) \times \frac{(1+ع)^{ن}-1}{1+ع-1} = (1+ع)\, ج_{\overline{ن|}}$$

$$\boxed{\ddot{ج}_{\overline{ن|}} = (1+ع)\, ج_{\overline{ن|}}}$$

ويمكن الحصول علي قيمة $\ddot{ج}_{\overline{ن|}}$ بطريقة أخري كما يلي :-

$$= 1 + (1+ع) + (1+ع)^2 + ... + (1+ع)^{ن} - 1$$

وذلك بإضافة (1) وطرحة مرة أخري .

= مجموع متوالية هندسية حدها الأول = 1 وأساسها = (1 + ع) وعدد حدودها (ن +1) ثم نطرح الرقم (1) كما هو :

$$\therefore \ddot{ج}_{\overline{ن|}} = \frac{(1+ع)^{ن+1}-1}{1+ع-1} - 1$$

$$\boxed{\ddot{ج}_{\overline{ن|}} = ج_{\overline{ن+1|}} - 1}$$

ملاحظة :-

يمكن الحصول علي جملة الدفعات الفورية من الجدول الثالث باستخدام العلاقة بين جملة الدفعات الفورية وجملة الدفعات العادية في أي من الصورتين السابقتين .

$$\ddot{\text{د}}_{\overline{\text{ن}}|} = 1 + \text{ح} + \text{ح}^{2} + \text{ح}^{3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \text{ح}^{\text{ن}-1}$$

= مجموع متوالية هندسية حدها الأول (1) وأساسها (ح) وعدد حدودها (ن) .

$$= 1 \times \frac{1 - \text{ح}^{\text{ن}}}{1 - \text{ح}} \qquad \text{لكن } \text{ح} = \frac{1}{1 + \text{ع}}$$

$$\ddot{\text{د}}_{\overline{\text{ن}}|} = \frac{1 - \text{ح}^{\text{ن}}}{1 - \frac{1}{1 + \text{ع}}} = (1 + \text{ع}) \times \frac{1 - \text{ح}^{\text{ن}}}{1 + \text{ع} - 1}$$

$$\boxed{\ddot{\text{د}}_{\overline{\text{ن}}|} = (1 + \text{ع})\ \text{د}_{\overline{\text{ن}}|}}$$

أو بطريقة أخري كما يلي :-

$$\ddot{\text{د}}_{\overline{\text{ن}}|} = 1 + (\text{ح} + \text{ح}^{2} + \text{ح}^{3} + \ldots\ldots + \text{ح}^{\text{ن}})$$

$$\ddot{\text{د}}_{\overline{\text{ن}}|} = 1 + \text{ح} \times \frac{1 - \text{ح}^{\text{ن}-1}}{1 - \text{ح}}$$

$$= 1 + \text{ح}\,(1 + \text{ع}) \times \frac{1 - \text{ح}^{\text{ن}-1}}{1 + \text{ع} - 1}$$

$$\ddot{\text{د}}_{\overline{\text{ن}|}} = 1 + \text{د}_{\overline{\text{ن}-1|}}$$

ويمكن الحصول علي القيمة الحالية للدفعات الفورية من الجدول الرابع باستخدام أي من العلاقتين السابقتين .

<u>مثال (1)</u> :

دفعة عادية مبلغها السنوي 500 جنيه تدفع آخر كل سنة ولمدة 20 سنة لتستثمر بفائدة مركبة بمعدل 12 ٪ سنوياً .

١. جملة الدفعات في نهاية المدة هي :

أ - 23260.621	ب -62063.221
ج -26036.221	د - 36026.221

الحل

جملة الدفعات = مبلغ الدفعة السنوى × $\text{جـ}_{\overline{\text{ن}|}\text{ع٪}}$

$= 500$ $\text{جـ}_{\overline{20|}12٪}$ ومن جدول (3)

$= 500 \times 72.052442 = 36026.221$ جنيهاً

٢. القيمة الحالية للدفعات في أول المدة هي :

أ - 3734.722	ب -4337.272
ج -2324.732	د - 2724.233

الحل

القيمة الحاليةللدفعات = مبلغ الدفعة السنوي × د ن⌐ ع٪

= 500 × د 20⌐ 12٪

= 500 × 7.469444 = 3734.722 جنيهاً

<u>مثال (2)</u> :

أودع شخص مبلغ 800 ج أول كل سنة في بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 12٪ سنوياً ، ولمدة 10 سنوات .

١. جملة المستحق له في نهاية المدة هي :

أ - 15723.666	ب -16567.236
ج -26365.76	د - 32616.576

٢. القيمة الحالية للدفعات المستثمرة في أول المدة هي :

أ - 6052.6	ب -5062.6
ج -2560.6	د - 2660.5

الحل

جملة الدفعات = مبلغ الدفعة السنوى × جـ̈ ن⌐ ع٪

= 800 × جـ̈ 10⌐ 12٪

= 800 × (جـ 11⌐ 12٪ − 1)

= 800 ×19.654583 = 15723.666جنيهاً

أو

جملة الدفعات = مبلغ الدفعة السنوي × $\ddot{ج}_{\overline{ن}|ع\%}$

$= 800 \times \ddot{ج}_{\overline{10}|12\%}$

$= 800 \times (1.12) \times ج_{\overline{10}|12\%}$

= 800 ×1.12× 17.548735 = 15723.666 جنيهاً

(يلاحظ أننا نصل إلي نفس النتيجة)

القيمة الحالية للدفعات = مبلغ الدفعة السنوي × $\ddot{د}_{\overline{ن}|ع\%}$

$= 800 \times \ddot{د}_{\overline{10}|12\%}$

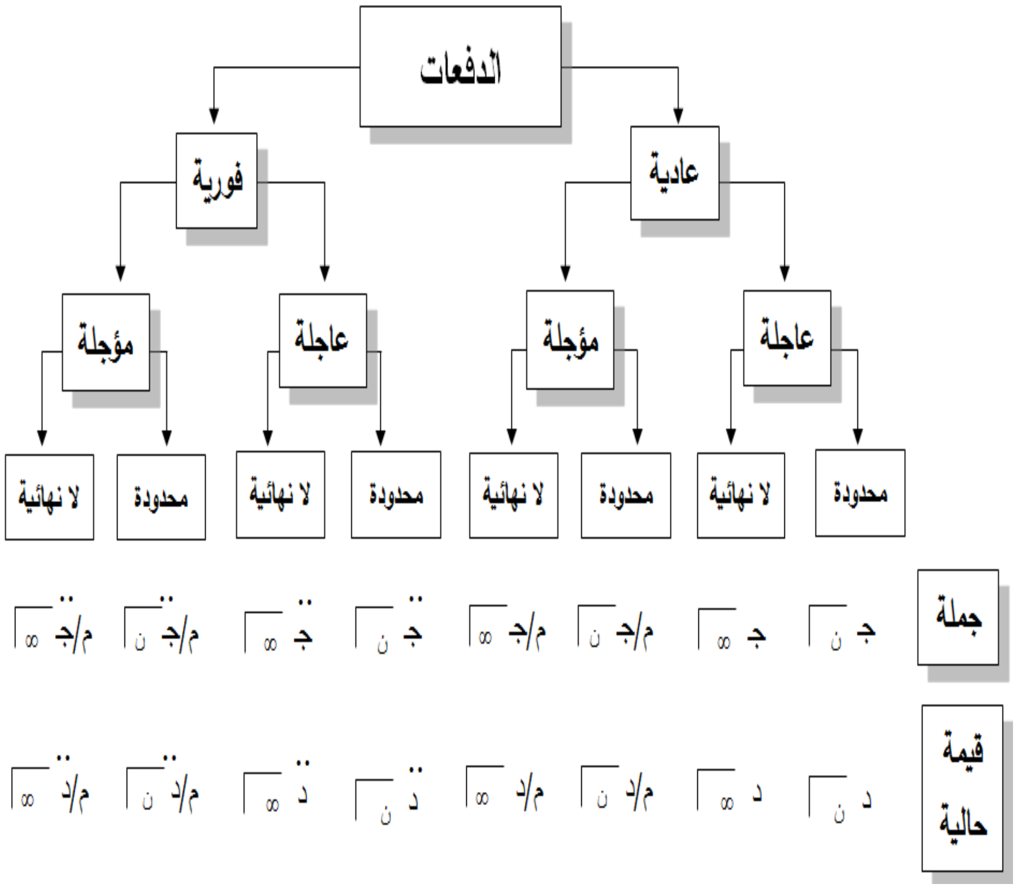
$= 800 \times (د_{\overline{10-1}} + 1)$

= 800 ×6.328250 = 5062.6 جنيهاً

أو

$= 800 \times (1.12) \times د_{\overline{10}|12\%}$

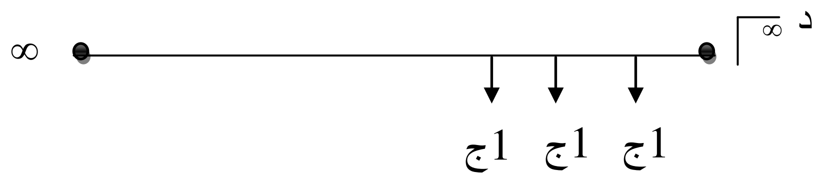
= 800 × (1.12) × 5.650223 = 5062.6 جنيهاً


الدفعات
عادية
فورية
عاجلة
مؤجلة
عاجلة
مؤجلة
محدودة
لا نهائية
محدودة
لا نهائية
محدودة
لا نهائية
محدودة
لا نهائية
جملة
قيمة حالية

ملاحظات :-

- جملة الدفعات اللانهائية تساوي مالانهاية ، عاجلة أو مؤجلة ، عادية أو فورية .
- التأجيل في بداية المدة لا يؤثر علي جملة الدفعات العادية أو الفورية.

$$\text{م/جـ}_{\overline{\text{ن}}|} = \text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|} \quad ، \quad \text{م/}\ddot{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|} = \ddot{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}}|}$$

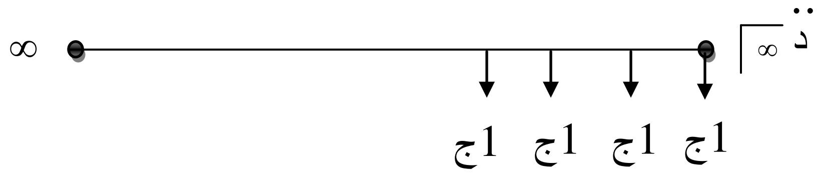


$$\text{د}_{\overline{\infty}|} = \text{ح} + \text{ح}^{2} + \text{ح}^{3} + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= \frac{\text{ح}}{1 - \text{ح}}$$

$$= (1 + \text{ع}) \times \frac{\text{ح}}{1 + \text{ع} - 1}$$

$$\boxed{\text{د}_{\overline{\infty}|} = \frac{1}{\text{ع}}}$$



$$\ddot{د}_{\overline{\infty}} = 1 + ح + ح^{2} + ح^{3} + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$= \frac{1}{1 - ح}$$

$$= (1 + ع) \times \frac{1}{1 + ع - 1}$$

$$\boxed{\ddot{د}_{\overline{\infty}} = (1 + ع)\ د_{\overline{\infty}}}$$

<u>**أو**</u>

$$\boxed{\ddot{د}_{\overline{\infty}} = د_{\overline{\infty}} + 1}$$

مثال (3) :

قطعة أرض زراعية إيرادها السنوي 3000ج تدفع آخر كل سنة ، إذا أراد شخص ما أن يستثمر أمواله بمعدل 8٪ سنوياً ، فإن الثمن الذي يجب دفعه لشراء هذه الأرض هو :

أ - 50307 ب - 30705

ج - 30075 د - 37500

الحل

ثمن الأرض = الايراد السنوي × د $_{\overline{\infty}|}$ع ٪

$$= 3000 \times \frac{1}{0.08} = 37500$$ جنيه

مثال (4) :

إذا كان الايراد السنوي يحصل أول كل سنة في المثال السابق ، فإن ثمن شراء الأرض هو :

أ - 40050 ب - 50040

ج - 40500 د - 50400

الحل

ثمن الشراء = 3000 × $\ddot{د}_{\overline{\infty}|}$8٪

$$= 3000 \times \left(1 + \frac{1}{0.08} \right) = 40500$$ جنيها

$_{م/}د_{\overline{ن|}}$ = القيمة الحالية لدفعة عادية مؤجلة م من السنوات ومدتها ن من السنوات ومبلغها السنوي جنيه واحد .

$$_{م/}د_{\overline{ن|}} = ح^{م} \times د_{\overline{ن|}}$$

<u>أو</u>

$$_{م/}د_{\overline{ن|}} = د_{\overline{م+ن|}} - د_{\overline{م|}}$$

$_{م/}\ddot{د}_{\overline{ن|}}$ = القيمة الحالية لدفعة فورية مؤجلة م من السنوات ومدتها ن من السنوات ومبلغها السنوي جنيه واحد .

$$_{م/}\ddot{د}_{\overline{ن|}} = ح^{م} \times \ddot{د}_{\overline{ن|}}$$

<u>أو</u>

$$_{م/}\ddot{د}_{\overline{ن|}} = \ddot{د}_{\overline{م+ن|}} - \ddot{د}_{\overline{م|}}$$

<u>مثال (5)</u> :

اشتري شخص عقاراً ودفع مقدم الثمن 15000 ج نقداً ، واتفق مع البائع علي فترة سماح 5 سنوات ثم يسدد بعدها 10000 ج آخر كل سنة بعد ذلك لمدة 10 سنوات ، وبفرض معدل الفائدة المركبة 12 ٪ سنوياً :

١. القيمة الحالية للدفعات المدفوعة هي :

أ - 32060.88 ب -28306.8

ج -80603.26 د - 60803.26

٢. ثمن شراء الأرض نقداً هو :

أ - 60704.88 ب -80807.64

ج -47060.88 د - 70806.48

الحل

القيمة الحالية للدفعات = 10000 × 5/د $\overline{10|}12\%$ ٪

= 10000 (د $\overline{15|}12\%$ - د $\overline{5|}12\%$)

= 10000 (6.810864 - 3.604776) = 32060.88 جنيها

ثمن شراء الأرض نقداً = مقدم الثمن + القيمة الحالية للدفعات

= 15000 + 32060.88 = 47060.88 جنيهاً

مثال (6) :

قطعة أرض يقدر الخبراء أن فترة استصلاحها وإعدادها للزراعة تستغرق 5 سنوات ، تحقق بعدها إيراداً 18000 ج تدفع أول كل سنة ، فإذا أراد أحد الأشخاص استثمار أمواله بمعدل 12٪ سنوياً ، فإن ثمن شراء الأرض نقداً هو:-

أ - 77591.223 ب -72729.135

ج -23579.127 د - 95327.712

الحل

$$\text{ثمن الأرض} = 18000 \times {}_{5/}\ddot{\text{د}}_{\overline{\infty}|}$$

$$= 18000\left(\ddot{\text{د}}_{\overline{\infty}|12\%} - \ddot{\text{د}}_{\overline{5}|12\%}\right)$$

$$= 18000\left(\text{د}_{\overline{\infty}|12\%} - \text{د}_{\overline{4}|12\%}\right)$$

$$= 18000\left(\frac{1}{0.12} - 3{,}037349\right)$$

$$= 18000 \times 5{,}295984 = 95327{,}712 \text{ جنيها}$$

<u>**مثال (7)**</u> :

اشتري شخص عقاراً ودفع مقدم الثمن 25000 ج نقداً ، واتفق علي فترة سماح 3 سنوات يسدد بعدها 7500 ج آخر كل سنة لمدة 10 سنوات ، بفائدة مركبة بمعدل 14 ٪ سنوياً .

١. ثمن العقار نقداً هو :

أ - 51405.475	ب - 45457.105
ج - 47450.55	د - 74541.55

٢. القيمة الحالية للدفعات السنوية هي :

أ - 42605.475	ب - 26405.475
ج - 55467.04	د - 24567.54

٣. بفرض أن البائع يستثمر أي أموال يحصل عليها بمعدل 14٪ سنوياً ، فإن جملة الأموال التي حصل عليها هي :

أ - 26899.332 ب -93938.226

ج -282339.996 د - 39392.682

الحل

القيمة الحالية للدفعات = 7500 × $_{3/}د_{\overline{10|}}$ 14٪

= 7500 (د $_{\overline{13|}}$ 14٪ - د $_{\overline{3|}}$ 14٪)

= 7500 (5.842362 - 2.321632) = 26405.475جنيها

ثمن العقار نقداً = مقدم الثمن + القيمة الحالية للدفعات

= 25000 + 26405.475 = 51405.475 جنيها

جملة الأموال التي حصل عليها = 51405.475 $(1.14)^{13}$

= 51405.475 × 5.492411

= 282339.996 جنيها

<u>مثال (8)</u> :

أودع شخص مبلغ 1500 ج أول كل سنة في بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 14٪ سنوياً ، وبعد 5 سنوات أخذ يودع ضعف هذا المبلغ لمدة 5 سنوات أخري ، وبذلك :

١. جملة الدفعات الأولي في نهاية المدة هي :

أ - 32526.701 ب -12256.703

ج -21763.502 د - 12367.502

٢. جملة الدفعات الثانية في نهاية المدة هي :

أ - 65652.72 ب -52527.66

ج -25256.607 د - 22606.557

٣. جملة المستحق للعميل في نهاية المدة هي :

أ - 37459.500 ب -44370.059

ج -43475.009 د - 34547.009

الحل

جملة الدفعات الأولي في نهاية مدة الدفعات الثانية =

$$1500 \times \ddot{\text{ج}}_{\overline{5}|14\%} \ (1.14)^5$$

= 1500 × 7.535519 × 1.925415 = 21763.502 جنيهاً

جملة الدفعات الثانية = $3000 \times \ddot{\text{ج}}_{\overline{5}|14\%}$

= 3000 × 7.535519 = 22606.557 جنيهاً

جملة المستحق للعميل = 21763.502 + 22606.557

= 44370.059 جنيها

حل آخر

جملة الدفعات الأولي = $1500 \ (\ddot{\text{ج}}_{\overline{10}|14\%} - \ddot{\text{ج}}_{\overline{5}|14\%})$

= 1500 (22.044516 - 7.535519)

= 21763.5 جنيهاً (وهي نفس النتيجة السابقة)

ويمكن إيجاد جملة المستحقة للعمل كما يلي :

$$\text{الجملة} = 1500\ \ddot{\text{جـ}}_{\overline{10}|14\%} + 1500\ \ddot{\text{جـ}}_{\overline{5}|14\%}$$

$$= 1500 \times 22.044516 + 1500 \times 7.535519$$

$$= 33066.774 + 11303.279 = 44370.053 \text{ جنيها}$$

<u>مثال (9) :</u>

قطعة أرض يقدر الخبراء أن فترة استصلاحها واعدادها للزراعة تستغرق 5 سنوات ، تحقق بعدها ايراداً سنوياً عشرة آلاف جنيه تدفع أول كل سنة ، فإذا أراد شخص استثمار أمواله بمعدل 10٪ سنوياً ، فإن ثمن شراء الأرض هو :-

أ - 68301.35 ب -38631.05

ج -83630.15 د - 13358.06

الحل

$$\text{ثمن الأرض} = 10000 \times {}_{\text{م}/}\ddot{\text{د}}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$$

$$= \mathbf{10000} \times {}_{5/}\ddot{\text{د}}_{\overline{\infty}|10\%}$$

$$= 10000\ (\ddot{\text{د}}_{\overline{\infty}|10\%} - \ddot{\text{د}}_{\overline{5}|10\%})$$

$$= 10000\ (\text{د}_{\overline{\infty}|12\%} - \text{د}_{\overline{4}|12\%})$$

$$= 10000 \left(\frac{1}{0.10} - 3.169865 \right)$$

$$= 68301.35$$ جنيها

حل آخر

ثمن شراء الأرض $= 10000 \times {}_{5/}\ddot{د}_{\overline{\infty}|10\%}$

$$= 10000 \times ح^{5}_{10\%} \times \ddot{د}_{\overline{\infty}|10\%}$$

$$= 10000 \times 0.620921 \left(\frac{1}{0.10} + 1 \right)$$

$$= 68301.31$$ جنيها

<u>مثال (10)</u> :

أراد شخص بناء مستشفي والإنفاق عليه كمشروع خيري ، فإذا قدر الخبراء المبالغ اللازمة كالآتي :

30000 ج ثمن الأرض تدفع مرة واحدة عند بداية المشروع

20000 ج تدفع أول كل سنة ولمدة 5 سنوات لعمليات البناء

25000ج تدفع مرة واحدة بعد 5 سنوات للتأثيث

10000ج تدفع آخر كل سنة ابتداء من نهاية السنة السادسة ولمدة 10 سنوات مقابل المعدات والأجهزة

8000ج تدفع آخر كل سنة للإنفاق علي المستشفي من مرتبات وصيانة وتدفع آخر كل سنة ابتداء من نهاية السنة الخامسة

فإذا كان معدل الفائدة السائد في السوق 13٪ سنوياً .

١. المبلغ اللازم لعمليات البناء هو :

أ – 79489.42 ب – 94798.24

ج – 24479.89 د – 48979.42

٢. المبلغ اللازم لعمليات التأثيث هو :

أ – 15396 ب – 13569

ج – 19365 د – 16935

٣. المبلغ اللازم لشراء المعدات والأجهزة هو :

أ – 41452.98 ب – 44158.29

ج – 29451.48 د – 48954.12

٤. المبلغ اللازم للأجور والمرتبات والصيانة هو :

أ – 79764.623 ب – 67673.942

ج – 73742.966 د – 37742.696

٥. المبلغ اللازم لتنفيذ المشروع هو :

أ – 190252.596 ب – 252190.596

ج – 21259.096 د – 12259.069

الحل

أولاً :- ثمن الأرض = 30000 ج

ثانياً :- تكاليف البناء = 20000 × د̈ $\overline{5|}$ 13٪

= 20000 × 3.974471 = 79489.42ج

ثالثاً : تكاليف التأثيث = 25000 ×ح^{5} 13٪

= 25000 × 0.542760 = 13569 ج

رابعاً :- تكاليف الأجهزة والمعدات = 10000 × 5/د $\overline{10٪|}$ 13%

= 10000 (د $\overline{15|}$ 13٪ - د $\overline{5|}$ 13%)

= 10000 (6,462379 - 3,517231) = 29451,48ج

خامساً :- تكاليف الأجور والمرتبات والصيانة = 8000 × 4/د $\overline{\infty|}$ 13٪

= 8000 (د $\overline{\infty|}$ 13٪ - د $\overline{4|}$ 13٪)

= 8000 ($\frac{1}{0.13}$ - 2.974471) = 37742.696ج

سادساً :- المبلغ اللازم للمشروع = مجموع البنود السابقة

المبلغ اللازم = 30000 + 79489.42 + 13569 + 29451.48

+ 37742.696 = 190252.596 جنيها

مثال (11) :

أراد شخص بناء مدرسة كمشروع خيري والإنفاق ، وقدر الخبراء المبالغ اللازمة للمشروع كما يلي :

18000 ج ثمن الأرض يدفع 50٪ مقدماً والباقي بعد 3 سنوات

20000 ج تكاليف الأساسات تدفع مرة واحدة عند بداية العمل

25000ج تدفع آخر كل سنة ولمدة 5 سنوات تكاليف المباني

50000ج تدفع مرة واحدة بعد 6 سنوات للتشطيب وتجهيز المعامل

15000ج تدفع أول كل سنة ابتداء من أول السنة السادسة للمرتبات والأجور والمصاريف الدورية

3000ج تدفع آخر كل سنة ابتداء من نهاية السنة العاشرة للصيانة

وحتي يضمن استمرارية المشروع قرر شراء قطعة أرض تحقق إيراداً سنوياً يدفع آخر كل سنة للإنفاق علي المشروع ، وبفرض أن معدل الفائدة المركبة السائدة في السوق 10٪ سنوياً .

١. القيمة الحالية لثمن الأرض التي يقام عليها المشروع هي :

أ - 15761.835 ب -11567.358

ج -1615.385 د - 13185.675

٢. القيمة الحالية للمبلغ اللازم لعمليات البناء هي :

أ - 99467.675 ب -94769.675

ج -79796.546 د - 45679.679

٣. القيمة الحالية للمبلغ اللازم للتشطيب والتجهيز هي :

أ - 27283.2 ب -23283.7

ج -28223.7 د - 22283.7

٤. القيمة الحالية لتكلفة الأجور والمرتبات هي :

أ - 122455.02 ب -252524.01

ج -154225.02 د - 102452.25

٥. القيمة الحالية للمبلغ اللازم للصيانة هي :

أ - 12722.928 ب -82921.722

ج -27282.912 د - 78922.21

٦. المبلغ اللازم وقفه للمشروع = ثمن شراء الأرض الزراعية هو :

أ - 332709.361 ب -273930.163

ج -373936.012 د - 736393.012

٧. الإيراد السنوي للأرض الزراعية هو :

أ - 13230.796 ب -32391.067

ج -27393.016 د - 12367.093

الحل

-القيمة الحالية لتكلفة الأرض = 9000 + 9000 ×$ح^{3}_{10\%}$

= 9000 + 9000 × 0.751315 = 15761.835 جنيها

- المبلغ اللازم للتأسيس = 20000 جنيها

- القيمة الحالية للمبلغ اللازم للبناء = 25000 × د $\overline{5}|$ 10٪

= 25000 × 3.790787 = 94769.675 جنيها

- القيمة الحالية للمبلغ اللازم للتشطيب = 50000 ×ح^{6} 10٪

= 50000 ×0.564474 = 28223.7 جنيها

- القيمة الحالية للمبلغ اللازم للأجور والمرتبات

= 15000 × 4/ د $\overline{\infty}|$10٪

$$= 15000 \left(\frac{1}{0,10} - 3,169865 \right) = 102452,025 \text{ ج}$$

- القيمة الحالية لتكاليف الصيانة = 3000 × 9/ د $\overline{\infty}|$ 10%

$$= 3000 \left(\frac{1}{0,10} - 5,759024 \right) 12722,828 \text{ ج}$$

- المبلغ اللازم وقفه للمشروع = مجموع البنود السابقة

= 15761.835 + 20000 + 94769.675 + 28223.7 +
102452.025 + 12722.928 = 273930.163 جنيها

<u>لكن :-</u>

ثمن شراء الأرض الزراعية = القيمة الحالية للإيراد المنتظر الحصول عليه

273930.163 = الإيراد السنوي × د $\overline{\infty}|$ 10٪

الإيراد السنوي = 273930.163 × 0.10 = 27393.016 جنيها

الفصل التاسع
الحالات الخاصة فى الدفعات

تعتبر دراسة الدفعات من الموضوعات الهامة لطلاب التجارة، لتغلغلها في الحياة الأقتصادية والتمويل ، وتشمل إيجاد الجملة والقيمة الحالية للدفعات التي تدفع أكثر من مرة في السنة أو الدفعات التي تدفع على فترات أكبر من السنة، كما تتطرق الدراسة إلى الدفعات العادية والدفعات الفورية المحدودة والدائمة العاجلة والمؤجلة .

وتتناول الدراسة الدفعات المتغيرة : المتزايدة والمتناقصة ، وقد حرص المؤلف على أن يكون العرض شيقا حتى يمكن اجتذاب الطلاب لفهم هذه الموضوعات وكيفية تطبيقها، وحاولت أن تكون الأمثلة متدرجة بأسلوب سهل يمكن استيعابه وفهمه .

قبل البدء في الدفعات يجب تذكر المتواليه الهندسية وهي : مجموعة حدود (أعداد) خارج قسمة أي عددين متتاليين ثابت ويسمى الأساس .

مثال :

أ ، أر ، أر^{٢} ، أر^{٣} ، أر^{٤} ، .... ، أر$^{ن-١}$

الحد العام = ح$_{ر}$ = أر$^{ن-١}$

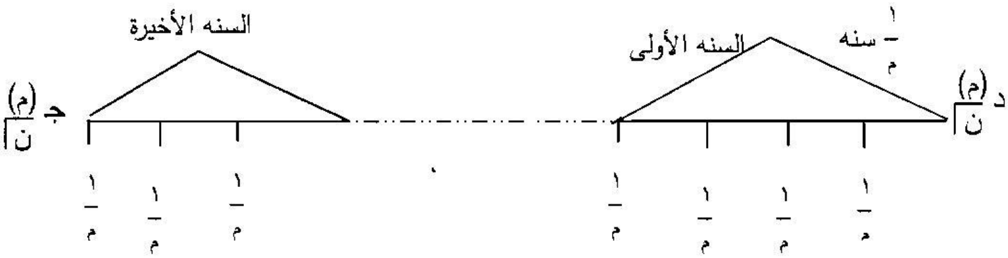
$$ج = أ \times \frac{ر^{ن} - ١}{ر - ١} \qquad ر > ١$$

$$ج = أ \times \frac{١ - ر^{ن}}{١ - ر} \qquad ر < ١$$

$$ج = \frac{أ}{١ - ر} \qquad \text{حيث } ن \longrightarrow \infty \text{ ، } ر < ١$$

<u>أولا : الدفعات التي تدفع على فترات أقل من السنة :</u>

<u>الدفعات العادية العاجلة المحدودة التي تدفع (م) من المرات سنويا:</u>



$ج_{\overline{ن|}}^{(م)}$ = جملة دفعة عادية عاجلة محدودة مدتها (ن) من السنوات، وتدفع

(م) من المرات سنويا كل فترة طولها ($\frac{١}{م}$) سنة ومبلغ الدفعة ($\frac{١}{م}$) جنيه.

$$= \frac{١}{م} + \frac{١}{م}(١+ع)^{\frac{١}{م}} + \frac{١}{م}(١+ع)^{\frac{٢}{م}} + \dots\dots\dots + \frac{١}{م}(١+ع)^{ن-\frac{١}{م}}$$

$$= \frac{\text{١}}{\text{م}} \left[\text{١} + (\text{١}+\text{ع})^{\frac{\text{١}}{\text{م}}} + (\text{١}+\text{ع})^{\frac{\text{٢}}{\text{م}}} + \ldots\ldots\ldots + (\text{١}+\text{ع})^{\text{ن} - \frac{\text{١}}{\text{م}}} \right]$$

$= \frac{\text{١}}{\text{م}}$ × مجموع متوالية هندسية حدها الأول ١ وأساسها $(\text{١}+\text{ع})^{\frac{\text{١}}{\text{م}}}$

وعدد حدودها ن × م

$$\text{ج}_{\overline{\text{ن}}|}^{(\text{م})} = \frac{\text{١}}{\text{م}} \times \frac{\left[(\text{١}+\text{ع})^{\frac{\text{١}}{\text{م}}}\right]^{\text{ن} \times \text{م}}}{(\text{١}+\text{ع})^{\frac{\text{١}}{\text{م}}} - \text{١}} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}}$$

$$\text{ج}_{\overline{\text{ن}}|}^{(\text{م})} = \frac{(\text{١}+\text{ع})^{\text{ن}} - \text{١}}{\text{ع}} \times \frac{\text{ع}}{\text{م}\left[(\text{١}+\text{ع})^{\frac{\text{١}}{\text{م}}} - \text{١}\right]}$$

$$\boxed{\text{ج}_{\overline{\text{ن}}|}^{(\text{م})} = \text{ج}_{\overline{\text{ن}}|} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}_{\text{م}}}} \quad (\text{١})$$

$\text{د}_{\overline{\text{ن}}|}^{(\text{م})}$ = القيمة الحالية لدفعة عادية عاجلة محدودة مدتها (ن) من السنوات

تدفع (م) من المرات سنويا.

$$= \frac{\text{١}}{\text{م}} \times \text{ح}^{\frac{\text{١}}{\text{م}}} + \frac{\text{١}}{\text{م}} \times \text{ح}^{\frac{\text{٢}}{\text{م}}} + \frac{\text{١}}{\text{م}} \times \text{ح}^{\frac{\text{٣}}{\text{م}}} + \ldots\ldots + \frac{\text{١}}{\text{م}} \times \text{ح}^{\text{ن}}$$

$$= \frac{1}{\text{م}} \left[\text{ح}^{\frac{1}{\text{م}}} + \text{ح}^{\frac{2}{\text{م}}} + \text{ح}^{\frac{3}{\text{م}}} + \ldots\ldots + \text{ح}^{\text{ن}} \right]$$

$$= \frac{1}{\text{م}} \times \text{ح}^{\frac{1}{\text{م}}} \times \frac{1 - \left(\text{ح}^{\frac{1}{\text{م}}}\right)^{\text{ن}/\text{م}}}{1 - \text{ح}^{\frac{1}{\text{م}}}}$$

$$= \frac{1}{\text{م}} \times (1+\text{ع})^{\frac{1}{\text{م}}} \times \text{ح}^{\frac{1}{\text{م}}} \times \frac{1 - \text{ح}^{\text{ن}}}{1 - (1+\text{ع})^{\frac{1}{\text{م}}}} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}}$$

$$\text{د}_{\overline{\text{ن}|}}^{(\text{م})} = \frac{1 - \text{ح}^{\text{ن}}}{\text{ع}} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}_{\text{م}}}$$

$$\boxed{\text{د}_{\overline{\text{ن}|}}^{(\text{م})} = \text{د}_{\overline{\text{ن}|}} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}_{\text{م}}}} \qquad (٢)$$

مثال (١) :-

دفعة عادية مبلغها ٥٠٠ جنيه تدفع آخر كل ٣ شهور ولمدة ٥

سنوات بفائدة مركبة بمعدل ١٢٪ سنويا:

١/ جملة الدفعات في نهاية المدة :

أ= ١٣٢٦٣,٩٧ ب = ٣١٦٩٣,٧٢

جـ = ١٢٣٣٧,٦٩ د= ١٩٣٦٢,٣٧

٢/ القيمة الحالية للدفعات هي :

أ= ٣٧٣٥,٣٢٦ ب = ٧٥٢٦,٣٣٣

جـ = ٣٢٣٥,٣٢٧ د= ٣٣٢٥,٢٧٦

الحل

١/ جملة الدفعات = مبلغ الدفعة السنوي × $\text{جـ}^{(\text{م})}_{\overline{\text{ن}}|}$

$= ٥٠٠ \times ٤ \times \text{جـ}^{(٤)}_{\overline{٥}|\,١٢٪}$

$= ٢٠٠٠ \times \text{جـ}_{\overline{٥}|\,١٢٪} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}_٤}$

$= ٢٠٠٠ \times ١٦,٣٥٢٨٤٧ \times ١,٠٤٣٩٣٩ = ١٣٢٦٣,٩٧$ ج

٢/ القيمة الحالية للدفعات = المبلغ السنوي للدفعة × $د^{(م)}_{\overline{ن|}}$

$$= ٥٠٠ \times ٤ \times د^{(٤)}_{\overline{٥|}١٢\%}$$

$$= ٢٠٠٠ \times د_{\overline{٥|}١٢\%} \times \frac{ع}{ع_٤}$$

القيمة الحالية للدفعات= ٢٠٠٠ × ٣,٦٠٤٧٧٦ × ١,٠٤٣٩٣٩

= 7526,333 جنيهاً

<u>حل آخر :</u>

بعد الحصول على جملة الدفعات يمكن اعتبارها مبلغا واحدا نوجد قيمته الحالية حيث:

$ق_ح = ق_س \times ح^{ن}_{ع\%}$

$= ١٣٢٦٣,٩٧ \times ح^{٥}_{١٢\%}$

= ١٣٢٦٣,٩٧ × ٠,٥٦٧٤٢٧ = ٧٥٢٦,٣٣٥ جنيها.

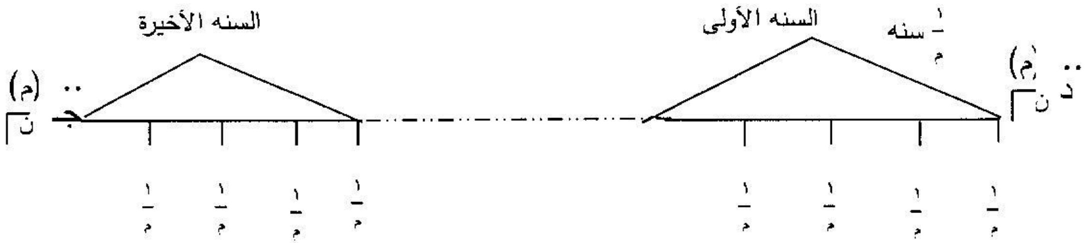
أو يمكن الحصول على القيمة الحالية للدفعات أولاً ثم إيجاد جملتها على أنها جملة مبلغ حيث :

الجمله = ٧٥٢٦,٣٣٣ × $(١,١٢)^{٥}$

= ٧٥٢٦,٣٣٣ × ١,٧٦٢٣٤٢ = ١٣٢٦٣,٩٧ جنيها.

يلاحظ وجود فروق طفيفه في الكسر نتيجة التقريب، ويمكن استخدام هذه البدائل للتأكد من صحه الحل

<u>الدفعات الفورية العاجلة المحدودة التي تدفع (م) من المرات سنويا :-</u>



$\ddot{ج}_{\overline{ن}|}^{(م)}$ = جملة دفعة فورية عاجلة محدودة مبلغها($\frac{١}{م}$) جنيه تدفع أول كل فترة طولها ($\frac{١}{م}$) من السنة (م من المرات سنويا) ولمدة ن من السنوات.

$$= \frac{١}{م}\,(١+ع)^{\frac{١}{م}} + \frac{١}{م}\,(١+ع)^{\frac{٢}{م}} + \dots\dots + \frac{١}{م}\,(١+ع)^{ن}$$

$$= \frac{١}{م}\,\left[\,(١+ع)^{\frac{١}{م}} + (١+ع)^{\frac{٢}{م}} + \dots\dots + (١+ع)^{ن}\,\right]$$

$$= (١+ع)^{\frac{١}{م}} \times \frac{\left[(١+ع)^{\frac{١}{م}}\right]^{ن \times م} - ١}{م\left[(١+ع)^{\frac{١}{م}} - ١\right]} \times \frac{ع}{ع}$$

$$\therefore \ \ddot{\text{جـ}}^{(م)}_{\overline{ن|}} = (١+ع)^{\frac{١}{م}} \times \text{جـ}_{\overline{ن|}} \times \frac{ع}{ع_م} \qquad (٣)$$

$\therefore \ \ddot{د}^{(م)}_{\overline{ن|}}$ = القيمة الحالية لدفعة فورية عاجلة محدودة مبلغها($\frac{١}{م}$) جنيه تدفع أول كل فترة طولها ($\frac{١}{م}$) من السنة (م من المرات سنويا) ولمدة ن من السنوات .

$$= \frac{١}{م} + \frac{١}{م} \times ح^{\frac{١}{م}} + \frac{١}{م} \times ح^{\frac{٢}{م}} + \frac{١}{م} \times ح^{\frac{٣}{م}} + ... + \frac{١}{م} \times ح^{ن - \frac{١}{م}}$$

$$= \frac{١}{م} \left[١ + ح^{\frac{١}{م}} + ح^{\frac{٢}{م}} + ح^{\frac{٣}{م}} + ... + ح^{ن - \frac{١}{م}} \right]$$

$$= \frac{١}{م} \times ١ \times \frac{١ - (ح^{\frac{١}{م}})^{ن \times م}}{١ - ح^{\frac{١}{م}}}$$

$$= (١+ع)^{\frac{١}{م}} \times \frac{١ - ح^{ن}}{م \left[(١+ع)^{\frac{١}{م}} - ١ \right]} \times \frac{ع}{ع}$$

$$\therefore \ \ddot{د}^{(م)}_{\overline{ن|}} = (١+ع)^{\frac{١}{م}} \times د_{\overline{ن|}\,ع\%} \times \frac{ع}{ع_م} \qquad (٤)$$

<u>مثال (٢) :-</u>

أودع شخص مبلغ ٥٠٠ ج أول كل ٣ شهور في بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ١٢٪ سنويا ولمدة ٥ سنوات :

١/ جملة الدفعات هي :

أ= ١٤٥٦٣,٦١٣ ب= ١٦١٦٥,٣٤٣

ج= ١٣٦٤٥,١٣٦ د= ١٥٦٣٤,٦١٣

٢/ القيمة الحالية للدفعات هي:

أ= ٧١٧٢,٧٤٦ ب= ١٧٤٧,٦١٧

ج= ٢٧٤٧,١٧٦ د= ٧٧٤٢,٦١٧

الحل

١/ جملة الدفعات = مبلغ الدفعة السنوي × $\ddot{ج}^{(م)}_{\overline{ن|}ع٪}$

= ٥٠٠ × ٤ × $(١,١٢)^{\frac{١}{٤}}$ × $ج_{\overline{٥|}١٢٪}$ × $\frac{ع}{ع_٤}$

= ٢٠٠٠ × ١,٠٢٨٧٣٧ × ٦,٣٥٢٨٤٧ × ١,٠٤٣٩٣٩

= ١٣٦٤٥,١٣٦ جنيها.

٢/ القيمة الحالية للدفعات = المبلغ السنوي للدفعة × $\ddot{\text{د}}^{(\text{م})}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$

= ٥٠٠ × ٤ × $(١,١٢)^{\frac{١}{٤}}$ ∴ $\text{د}_{\overline{٥}|١٢\%}$ × $\frac{\text{ع}}{\text{ع}_٤}$

= ١٢٠٠٠ × ١.٠٢٨٧٣٧ × ٣,٦٠٤٧٧٦ × ١,٠٤٣٩٣٩

= ٧٧٤٢,٦١٧ جنيها.

يلاحظ أنه يمكن تطبيق الطريقة السابق استخدامها للاسترشاد بدقة الحل، كما أنها تؤكد ثقة الطالب في فهم ما درسه وإمكانية الحصول على النتائج بأكثر من طريقة.

<u>مثال (٣) :-</u>

دفعة مبلغها ١٥٠ج كل شهرين تستثمر في بنك بفائدة مركبة بمعدل ١٢٪ سنوياً، ولمدة ٨ سنوات.

- إذا كانت الدفعات عادية تدفع آخر كل شهرين:

١/ جملة الدفعات هي:

أ= ١١٦١١,٠٣٣ ب= ٦١١١١.٠٣٣

ج= ١٣١٣٦,١٠١ د= ٣١٣١٠,٦١١

٢/ القيمة الحالية للدفعات هي :

أ= ٥٩٨٦,٤ ب= ٤٦٨٩,٥

ج= ٨٦٥٤,٩ د= ٤٥٦٨,٩

- إذا كانت الدفعات فورية تدفع أول كل شهرين:

٣/ جملة الدفعات الفورية هي:

أ= ١٢٣٤٨,٢١٢ ب= ٢١٢١٣,٨٣٤

ج= ١١٨٣٢,٤٣٢ د= ٢٣٤٢١,١٨٣

٤/ القيمة الحالية للدفعات الفورية هي :

أ= ١٩٨٧,٧٢٤ ب= ١٢٧٤,٧٨٩

ج= ٧٤٧٨,١٢٩ د= ٤٧٧٨,٩٢١

الحل

- الدفعات العادية:

١/ جملة الدفعات = مبلغ الدفعة السنوي × $\text{جـ}^{(م)}_{\overline{ن}|\,ع\%}$

$$= ١٥٠ \times ٦ \times \text{جـ}^{(٦)}_{\overline{٨}|\,١٢\%}$$

$$= ٩٠٠ \times \text{جـ}_{\overline{٨}|\,١٢\%} \times \frac{ع}{ع_{٦}}$$

$$= ٩٠٠ \times ١٢,٢٩٩٦٩٣ \times ١,٠٤٨٩ = ١١٦١١,٠٣٣ \text{ ج}$$

٢/ القيمة الحالية للدفعات = المبلغ السنوي للدفعه × $\text{د}^{(م)}_{\overline{ن}|}$

$$= ١٥٠ \times ٦ \times \text{د}^{(٦)}_{\overline{٨}|\,١٢\%}$$

$$= ٩٠٠ \times \text{د}_{\overline{٨}|\,١٢\%} \times \frac{ع}{ع_{٦}}$$

$$= ٩٠٠ \times ٤.٩٦٧٦٤٠ \times ١.٠٤٨٩ = ٤٦٨٩.٥٠٢$$

ويمكن الحصول على القيمة الحالية لجملة الدفعات كما يلي :

القيمة الحالية = ١١٦١١,٠٣٣ × $\text{ح}^{٨}_{١٢\%}$

$$= ١١٦١١,٠٣٣ \times ٠,٤٠٣٨٨٣$$

القيمة الحالية =٤٦٨٩,٤٩٩جنيها ≅ ٤٦٨٩,٥ جنيهاً

ويمكن الحصول على القيمة الحالية للدفعات أولاً ثم استخدامها لإيجاد

الجملة كما يلي :

جملة الدفعات = $٤٦٨٩,٥ \times (١,١٢)^{٨}$

= $٤٦٨٩,٥ \times ٢,٤٧٥٩٦٣$

= ١١٦١١,٠٢٨ ≅ ١١٦١١,٠٣ جنيهاً

- إذا كانت الدفعات فورية (تدفع أول كل شهرين) :

٣/ جملة الدفعات = مبلغ الدفعة السنوي × $\ddot{\text{جـ}}^{(\text{م})}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$

$$= ١٥٠ \times ٦ \times (١,١٢)^{\frac{١}{٦}} \times \ddot{\text{جـ}}_{\overline{٨}|١٢\%} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}_{٠}}$$

$$= ٩٠٠ \times ١,٠١٩٠٦٨ \times ١٢,٢٩٩٦٩٣ \times ١,٠٤٨٩$$

= ١١٨٣٢,٤٣٢جنيهاً.

٤/ القيمة الحالية للدفعات = المبلغ السنوي للدفعة × $\ddot{\text{د}}^{(\text{م})}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$

$$= ١٥٠ \times ٦ \times (١,١٢)^{\frac{١}{٦}} \times \ddot{\text{د}}_{\overline{٨}|١٢\%} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}_{٠}}$$

$$= ٩٠٠ \times ١,٠١٩٠٦٨ \times ٤,٩٦٧٦٤٠ \times ١,٠٤٨٩$$

=٤٧٧٨,٩٢١ جنيها.

أو القيمة الحالية = جملة الدفعات × ح^ ١٢٪

= ١١٨٣٢,٤٣٢ × ٠,٤٠٣٨٨٣ = ٤٧٧٨,٩١٨

كما يمكن الحصول على القيمة الحالية للدفعات ثم إيجاد جملتها باعتبارها مبلغ واحد مستثمر بفائدة مركبة بنفس المعدل ونفس المدة كما يلي:

جملة الدفعات = ٤٧٧٨,٩٢١ × (١,١٢)^

= ٤٧٧٨,٩٢ × ٢,٤٧٥٩٦٣١ = ١١٨٣٢,٤٣٢ج

ويمكن اللجوء لهذه العمليات للتأكد من صحة الحل.

مثال (٤) :-

منزل ايراده الشهري ١٥٠٠ ج ، ويقدر الخبراء أن العمر الافتراضي للمنزل ١٥ سنة، تباع بعدها الأرض والأنقاض بمبلغ ١٢٥٠٠٠ ج، فإذا كان معدل الفائدة المركبة السائد هو ١٢٪ سنوياً فإن :

- إذا كان الايراد يحصل آخر كل شهر فإن:

١/ جملة الإيرادات بما فيها ثمن الأرض والانقاض هي:

أ= ٢١٣٦٨٨,٢٠٣ ب= ١٦٨٣٨٢,٣٠٢

ج= ١٢٣٨٦٨,٣٠٢ د= ٨٣٢١٨٦,٢٠٣

٢/ القيمة الحالية للإيرادات (ثمن شراء المنزل) هي :

أ= ٣٢٢٥٦٧,٠١٥ ب= ٢٢١٠٧٥,٦٥٣

ج= ١٥٢٠٣٧,٢٦٥ د= ١٢٠٣٥٧,٢٥٦

- إذا كان الايراد يحصل أول كل شهر فإن:

٣/ جملة الإيرادات بما فيها ثمن الأرض والانقاض هي:

أ= ٣٩٨٨٦٨,٦٦٩ ب= ٨٣٨٨٩٦,٦٩٣

ج= ٦٨٦٨٣٩,٣٨ د= ٣٣٨٨٨٩,٩٦٦

٤/ ثمن شراء المنزل هو:

أ= ١٥٣٢٦٣,٢٤٦ ب= ٢٦٣١٥٣,٦٤٢

ج= ٢٤٦٢٦٣,١٥٣ د= ٢٢٣٣٥١,٤٦٦

الحل

الايراد السنوي = ١٥٠٠ × ١٢ = ١٨٠٠٠ ج

أولاً: الايراد آخر كل شهر :

١/ جملة الايراد مضافا اليها ثمن الأرض والأنقاض:

$$= ١٨٠٠٠ \times \text{جـ}^{(م)}_{\overline{ن|}\,٤\%} + ١٢٥٠٠٠$$

$$= ١٨٠٠٠ \times \text{جـ}_{\overline{١٥|}\,١٢\%} \times \frac{ع}{ع_{١٢}} + ١٢٥٠٠٠$$

= ١٨٠٠٠ × ٣٧,٢٧٩٧١٥ × ١,٠٥٣٨٧٤ + ١٢٥٠٠٠

= ٨٣٢١٨٦,٢٠٣ جنيهاً

٢/ القيمة الحالية للايرادات مضافا إليها القيمة الحالية للأرض والأنقاض:

$$= ١٨٠٠٠ \times \text{د}^{(١٢)}_{\overline{١٥|}\,١٢\%} + ١٢٥٠٠٠ \times \text{ح}^{١٥}_{١٢\%}$$

= ١٨٠٠٠ × ٦,٨١٠٨٦٤ × ١,٠٥٣٨٧٤ + ١٢٥٠٠٠ × ٠,١٨٢٦٩٦

= ١٥٢٠٣٧,٢٦٥ جنيهاً

<u>للتأكد من الحل :</u>

القيمة الحالية = ٨٣٢١٨٦,٢٠٣ × ٠,١٨٢٦٩٦ = ١٥٢٠٣٧,٠٩١ ج

ويمكن الحصول على القيمة الحالية للدفعات أولاً ثم إيجاد جملة المبلغ والتأكد من صحة الحل.

جملة الدفعات = ١٥٢٠٣٧,٢٦٥ × ٥,٤٧٣٥٦٦ = ٨٣٢١٨٦,٠٠٤ ج

ثانياً: إذا كان الايراد أول كل شهر:

٣/ جملة الايراد مضافا اليها ثمن الأرض والأنقاض:

$$= ١٨٠٠٠ \times \ddot{\text{جـ}}^{(١٢)}_{\overline{١٥}|١٢\%} + ١٢٥٠٠٠$$

$$= ١٨٠٠٠ \times (١,١٢)^{\frac{١}{١٢}} \times \text{جـ}_{\overline{١٥}|١٢\%} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}_{١٢}} + ١٢٥٠٠٠$$

$$= ١٨٠٠٠ \times ١.٠٠٩٤٨٩ \times ٣٧.٢٧٩٧١٥ \times ١.٠٥٣٨٧٤ + ١٢٥٠٠٠$$

= ٨٣٨٨٩٦,٦٩٣ جنيهاً

٤/ القيمة الحالية للايرادات :

$$= ١٨٠٠٠ \times \ddot{\text{د}}^{(\text{م})}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%} + ١٢٥٠٠٠ \times \text{ح}^{١٥}_{١٢\%}$$

$$= ١٨٠٠٠ \times (١,١٢)^{\frac{١}{١٢}} \times \text{د}_{\overline{١٥}|١٢\%} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}_{١٢}}$$

$$+ ١٢٥٠٠٠ \times ٠,١٨٢٦٩٦$$

القيمة الحالية = ١٨٠٠٠ ×١.٠٠٩٤٨٩ × ٦.٨١٠٨٦٤ × ١.٠٠٥٣٨٧٤ +٢٢٨٣٧

= ١٥٣٢٦٣,٢٤٦ جنيهاً

للتأكد من صحة الحل يمكن إيجاد القيمة الحالية لجملة الدفعات كما يلي:

القيمة الحالية = ٨٣٨٨٩٦,٦٩٣ × $ح^{١٥}_{١٢٪}$

= ٨٣٨٨٩٦,٦٩٣×٠,١٨٢٦٩٦

= ١٥٣٢٦٣,٠٧٠جنيها (وهي نفس النتيجة تقريباً)

<u>مثال (٥) :-</u>

اشترى شخص عقاراً يستغرق بناؤه ٥ سنوات، ويقدر الخبراء العمر الافتراضي للعقار ٢٠ سنة تباع بعدها الأرض والأنقاض بمبلغ ٥٠٠٠٠ج، ويحقق ايراد شهري ٤٠٠٠ ج بفائدة مركبة بمعدل ١٢٪ سنوياً :

- إذا كان الايراد يحصل آخر كل شهر :

١/ جملة الايراد الشهري بدون ثمن الأرض والأنقاض:

أ= ٣٦٤٤٨٤١,٣٧٢ ب= ٢٧٣١٤٨٤,٣٦٤

ج= ٤٣٤٦٤٨١,٣٧٢ د= ٣٤٦٤١٨,٣٧٢

٢/ جملة الايراد الشهري مضافاً اليه ثمن الأرض والأنقاض:

أ= ٢٧٣١٤٨٤,٦٩٣ ب= ٣٦٩٤٨٤١,٣٧٢

ج= ٤٣٤٦٩٨١,٣٣٧ د= ٣٤٣٤٧٨٩,١٦٣

٣/ القيمة الحالية للايراد الدوري بدون ثمن الأرض والأنقاض:

أ= ٥٠٤٠٤١,٠٢٤ ب= ٤٠٤٠١٢,٥٠٤

ج= ٢١٤٤٠٠,٥٠٤ د= ٤٠٥٠٤٠,١٢٤

٤/ القيمة الحالية للايراد الدوري مضافا اليها القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض:

أ= ١٤٧٦٥٤.٣٣١ ب= ١٢٣٤٥٦.٧٤١

ج= ٢١٧٣٤١.٦٥٤ د= ٤٥٦١٤٣.٧١٢

٥/ القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض فقط هي :

أ= ١٥٩٠٥,١٢٤ ب= ١٢٤٠٥,١٥٩

ج= ١٥٠٩,٤١٢ د= ٢٩٤١,١٥٠

- إذا كان الايراد يحصل أول كل شهر :

٦/ جملة الموارد الدورية بدون إضافة الأرض والأنقاض:

أ= ٣٦٧٩٤٢٧,٢٧٢ ب= ٢٧٢٧٢٤٩,٣٦٧

ج= ٢٣٢٤٢٦٧,٧٧٩ د= ٧٢٧٢٧٣٢,٤٦٩

٧/ جملة الموارد المالية مضافاً إليها قيمة الأرض والأنقاض هي :

أ= ٢٧٢٧٢٤٢.٩٣٧ ب= ٣٧٢٩٤٢٧.٢٧٢

ج= ٣٢٧٩٢٢٤.٢٧٢ د= ٢٣٢٤٢٧٩.٢٧٧

٨/ القيمة الحالية للإيراد الدوري بدون قيمة الأرض والأنقاض هي :

أ= ٢١٤٦٣٦.٤١٦ ب= ٢١٦٣٦٤.١٦٤

ج= ٢٤٦١٣٦.٦١٤ د= ٢١٦٤٣٦.١٤٦

٩/ القيمة الحالية للموارد المالية مضافا إليها القيمة الحالية لقيمة الأرض والأنقاض هي:

أ= ٢٨٢٩١,١٠٨ ب= ٩١٢٩١,٠٢٨

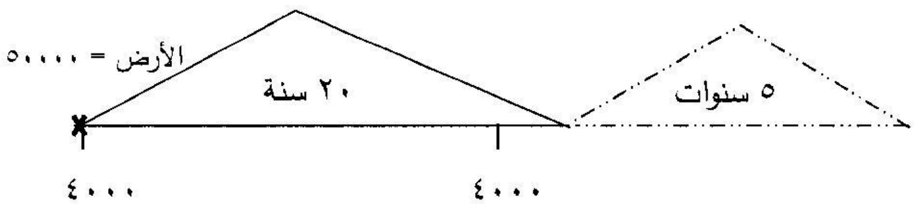
ج= ١٢١٢٠,٩٨٩ د= ٢١٩٢٩,٠١٨

١٠/ القيمة الحالية لقيمة الأرض والأنقاض هي :

أ= ٢٩٤١,١٥ ب= ٥١١٤,٢٩

ج= ١٥١٤,٢٩ د= ١٩١٥,٢٤

الحل



- الايراد آخر كل شهر :

١/ جملة الإيراد الدوري بدون ثمن الأرض والأنقاض :

= الايراد السنوي × $جـ^{(م)}_{ن┐ع٪}$

= ٤٠٠٠ × ١٢ × $جـ_{٢٠┐١٢٪}$ × $\frac{ع}{ع_{١٢}}$

= ٤٨٠٠٠ × ٧٢,٠٥٢٤٤٢ × ١.٠٥٣٨٧٤

= ٣٦٤٤٨٤١,٣٧٢ جنيهاً

٢/ جملة الإيراد الدوري مضافا اليه قيمة الأرض والأنقاض :

= ٣٦٤٤٨٤١,٣٧٢ + ٥٠٠٠٠ = ٣٦٩٤٨٤١,٣٧٢ جنيها.

٣/ القيمة الحالية للايراد الشهري بدون ثمن الأرض والأنقاض:

= ٣٦٤٤٨٤١,٣٧٢ × $ح^{٢٥}_{١٢\%}$

= ٣٦٤٤٨٤١,٣٧٢ × ٠,٠٥٨٨٢٣ = ٢١٤٤٠٠,٥٠٤ جنيها

أ،

القيمة الحالية = ٤٠٠٠ × ١٢ × ($د_{\overline{٢٥}|١١\%}$ − $د_{\overline{٥}|١٢\%}$) × $\frac{ع}{ع_{١٢}}$

= ٤٨٠٠٠ × (٧,٨٤٣١٣٩ − ٣,٦٠٤٧٧٦) × ١,٠٥٣٨٧٤

= ٢١٤٤٠١,٦٢٧ جنيها

٤/ القيمة الحالية للإيراد الدوري مضافا إليه القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض :

= ٢١٤٤٠٠,٥٠٤ + ٥٠٠٠٠ × $ح^{٢٥}_{١٢\%}$

= ٢١٤٤٠٠,٥٠٤ + ٥٠٠٠٠ × ٠,٠٥٨٨٢٣

= ٢١٧٣٤١,٦٥٤ جنيها

٥/ القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض فقط :

= ٥٠٠٠٠ × $ح^{٢٥}_{١٢٪}$ = ٥٠٠٠٠ × ٠,٠٥٨٨٢٣

= ٢٩٤١,١٥٠ جنيها.

- إذا كان الايراد أول كل شهر :

٦/ جملة الايراد الدوري بدون ثمن الأرض والأنقاض:

= الايراد السنوي × $\ddot{جـ}^{(م)}_{\overline{ن}|ع٪}$

= ٤٠٠٠ × ١٢ × $(١,١٢)^{\frac{١}{١٢}}$ × $جـ_{\overline{٢٠}|١٢٪}$ × $\frac{ع}{ع١٢}$

= ٤٨٠٠٠ × ١,٠٠٩٤٨٩ × ٧٢,٠٥٢٤٤٢ × ١,٠٥٣٨٧٤

= ٣٦٧٩٤٢٧,٢٧٢ جنيهاً

<u>أي</u>

الجملة الفورية = $(١,١٢)^{\frac{١}{١٢}}$ × الجملة العادية

= ١,٠٠٩٤٨٩ × ٣٦٤٤٨٤١,٣٧٢

= ٣٦٧٩٤٢٧,٢٧٢ جنيها

٧/ جملة الموارد المالية مضافا إليها قيمة الأرض و الأنقاض :

= ٣٦٧٩٤٢٧,٢٧٢ + ٥٠٠٠٠ = ٣٧٢٩٤٢٧,٢٧٢ جنيهاً

٨/ القيمة الحالية للايراد الدوري (الفوري) بدون إضافة ثمن الأرض والأنقاض:

$$= ٤٨٠٠٠ \times (١,١٢)^{\frac{١}{١٢}} \times \text{د}_{\overline{٢٠}|١٢\%} \times \text{ح}^{٥}_{١٢\%} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}_{١٢}}$$

= ٤٨٠٠٠ × ١.٠٠٩٤٨٩ × ٧.٤٦٩٤٤٤ × ٠.٥٦٧٤٢٧ ×

١.٠٥٣٨٧٤ = ٢١٦٤٣٦,١٤٦ جنيهاً

أ،

$$\text{القيمة الحالية للايراد الفوري الدوري} = \text{الجملة الفورية} \times \text{ح}^{٢٥}_{١٢\%}$$

= ٣٦٧٩٤٢٧,٢٧٢ × ٠,٠٥٨٨٢٣ = ٢١٦٤٣٤,٩٥ جنيها

الفروق ١,١٩٥٥٨ ناتج التقريب.

٩/ القيمة الحالية للموارد المالية مضافا إليها القيمة الحالية لقيمة الأرض والأنقاض :

= القيمة الحالية للايرادات + القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض

$= ١٨٩٨٧.٨٦٨ + ٥٠٠٠٠ \times ح^{٢٥}_{١٢٪}$

$= ١٨٩٨٧.٨٦٨ + ٥٠٠٠٠ \times ٠,٠٥٨٨٢٣$

= ٢١٩٢٩.٠١٨ جنيهاً

١٠/ القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض :

$= ٥٠٠٠٠ \times ح^{٢٥}_{١٢٪}$ = ٢٩٤١,١٥ جنيها

<u>مثال (٦) :-</u>

اشترى شخص عقاراً في بداية مرحلة الإنشاء والتي تستغرق ٥ سنوات، يحقق بعدها إيرادا ٢٥٠٠ ج تدفع كل ٣ شهور، ولمدة ١٥ سنة تباع بعدها الأرض والأنقاض بمبلغ ٣٠٠٠٠ ج، فإذا كان معدل الفائدة السائد هو ١٢٪ سنويا فإن :

- إذا كان الإيراد يحصل آخر كل ٣ شهور :

١/ جملة الإيراد المحصل هي :

أ= ٣٨٩١٧٧,٤٨٤	ب= ٤٨٤٧٧١,٩٨٣
ج= ٤٧٤٧٨١,٩٣٨	د=٧٤٧٤١٨,٣٨٩

٢/ جملة الايراد المحصل بالإضافة لثمن الأرض والأنقاض :

أ= ١٧١٧٤٨,٤٩٤	ب= ٤١٩١٧٧,٤٨٤
ج= ٧١٧١٤٨,٤٤٩	د=٩١٧٤١٧,٨٤٤

٣/ القيمة الحالية للايراد الدوري فقط هي :

أ= ٣٤٠٤٤,٨٧٧	ب= ٤٧٣٠٤,٧٨٤
ج= ٤٠٣٤٤,٧٧٨	د=٤٨٧٧٤,٣٠٤

٤/ القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض فقط هي :

أ= ١٣٠٠,١	ب= ١٠١٠,٣١
ج= ١٠٠١,١٣	د=٣١١٠,٠١

٥/ القيمة الحالية للايراد الدوري مضافا إليها القيمة الحالية للأرض والأنقاض هي:

أ= ٤٣٤٥٤,٧٨٨ ب= ٣٤٤٥٨,٤٧٨

ج= ٨٤٨٤٥,٣٧٤ د=٣٤٥٧٨,٤٤٨

- إذا كان الإيراد يحصل أول كل ٣ شهور :

٦/ جملة الايراد الفوري المحصل هي:

أ= ٢٧٧١٦٣,٠٠٤ ب= ٤٠٠٣٦١,٢٧٧

ج= ٧٠٧٠١٣,٤٦٢ د=٧٧٢٤٠٠,١٦٣

٧/ جملة الايراد الفوري المحصل مضافا إليها قيمة الأرض والأنقاض هي:

أ= ٢٣٣٧٧٠,٤١٦ ب= ٧٣٧٣٠١,٦٤٢

ج= ٤٣٠٣٦١,٢٧٧ د=٣٤٣٦٧١,٧٠٢

٨/ القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض هي :

أ= ٥٤٠٨,٨٨ ب= ٥٨٤٠,٨٨

ج= ٥٨٠٤,٨٨ د=٥٤٨٠,٨٨

٩/ القيمة الحالية للايراد الدوري الفوري هي :

أ= ١٤٦١٤,٦٠٥ ب= ١٦١٦٥,٤٠٤

ج= ٤٤٥٠٦,١١٦ د=٤١٥٠٤,١٦٦

١٠/ القيمة الحالية للايراد الدوري وثمن الأرض والأنقاض هي:

أ= ٤٤١٦٤,١٧ ب= ٤٤٤١٦,١٧

ج= ٤٤١٤٦,١٧ د=٤٤٦١٤,١٧

الحل

الايراد السنوي= ٢٥٠٠ × ٤ = ١٠٠٠٠ ج

- الايراد يحصل آخر كل ٣ شهور :

١/ جملة الايراد المحصل = المبلغ السنوي للدفعة × $\text{جـ}_{\overline{ن}|ع\%}^{(م)}$

$$= ١٠٠٠٠ \times \text{جـ}_{\overline{١٥}|١٢\%} \times \frac{ع}{ع_{٤}}$$

جملة الإيراد = ١٠٠٠٠ × ٣٧,٢٧٩٧١٥ × ١,٠٤٣٩٣٩

= ٣٨٩١٧٧,٤٨٤ جنيها

٢/ جملة الايراد المحصل مضافا إليه ثمن الأرض والأنقاض:

= ٣٨٩١٧٧,٤٨٤ + ٣٠٠٠٠ = ٤١٩١٧٧,٤٨٤ جنيها

٣/ القيمة الحالية للايراد الدوري فقط = الايراد السنوي × $\text{د}^{(\text{م})}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}٪}$

$= ١٠٠٠٠ \times \text{د}_{\overline{١٥}|١٢٪} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}_{٤}} \times \text{ح}^{٥}_{١٢٪}$

= ١٠٠٠٠ × ٦,٨١٠٨٦٤ × ١,٠٤٣٩٣٩ × ٠,٥٦٧٤٢٧

= ٤٠٣٤٤,٧٧٨ جنيهاً

٤/ القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض فقط = ٣٠٠٠٠ × $\text{ح}^{٢٠}_{١٢٪}$

= ٣٠٠٠٠ × ٠,١٠٣٦٦٧ = ٣١١٠,٠١ جنيهاً

٥/ القيمة الحالية للايراد الدوري مضافا إليه القيمة الحالية للأنقاض :

= ٤٠٣٤٤,٧٧٨ × ٣١١٠,٠١ = ٤٣٤٥٤,٧٨٨ جنيها

٦/ جملة الايراد الفوري المحصل = الايراد السنوي × $\ddot{\text{جـ}}^{(\text{م})}_{\overline{\text{ن}}|\,\text{ع}\%}$

= ١٠٠٠٠ × $(١,١٢)^{\frac{١}{٤}}$ > $\text{جـ}_{\overline{١٥}|\,١٢\%}$ × $\frac{\text{ع}}{\text{ع}_{٤}}$

= ١٠٠٠٠ × ١.٠٢٨٧٣٧ × ٣٧.٢٧٩٧١٥ × ١.٠٤٣٩٣٩

=٤٠٠٣٦١,٢٧٧ جنيهاً.

٧/ جملة الايراد الفوري المحصل مضافا إليه قيمة الأرض والأنقاض :

= جملة الايراد + قيمة الأرض والأنقاض

= ٤٠٠٣٦١,٢٧٧ + ٣٠٠٠٠ = ٤٣٠٣٦١,٢٧٧ جنيهاً.

٨/ القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض :

= ٣٠٠٠٠ × $\text{ح}^{١٥}_{١٢\%}$

= ٣٠٠٠٠ × ٠,١٨٢٦٩٦ = ٥٤٨٠,٨٨ جنيهاً.

٩/ القيمة الحالية للايراد الفوري الدوري :

= الايراد السنوي × $\ddot{د}^{(م)}_{\overline{ن}|ع\%} \times ح^{ه}_{١٢\%}$

= $١٠٠٠٠ \times (١,١٢)^{\frac{١}{٤}} \times د_{\overline{١٥}|١٢\%} \times \frac{ع}{ع_{٤}} \times ح^{ه}_{١٢\%}$

= ١٠٠٠٠ × ١.٠٢٨٧٣٧ × ٦.٨١٠٨٦٤ × ١.٠٤٣٩٣٩ ×

٠.٥٦٧٤٢٧ = ٤١٥٠٤,١٦٦ جنيهاً.

١٠/ القيمة الحالية للايراد الفوري الدوري مضافاً إليه القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض:

=٤١٥٠٤,١٦٦ +٣١١٠,٠١ = ٤٤٦١٤,١٧٦ جنيهاً.

<u>مثال (٧) :-</u>

قطعة أرض زراعية ايرادها الشهري ٢٠٠ جنيه، فإذا كان معدل الفائدة المركبة ١٠٪ سنوياً.

أولا: الايراد يحصل آخر كل شهر:

ثمن الشراء هو :

أ=٢٥٠٨١,٢ ب=٢٠٢١٥,٨

ج=٨١٢٥٠,٢ د=١٢٢٥٠,٨

ثانيا: الايراد يحصل أول كل شهر:

ثمن الشراء هو :

أ=١٢١٢٥,٧٩٨ ب=٢٥٢٨١,١٩٧

ج=٧٢٥٢٨,٩١١ د=١٩٧٢٥,٢١٨

الحل

- الايراد آخر كل شهر:

ثمن الشراء = الايراد السنوي × $د^{(م)}_{\overline{\infty|}\,ع\%}$

$$= ٢٤٠٠ \times د_{\overline{\infty}|ع\%} \times \frac{ع}{ع^{(١٢)}}$$

$$= ٢٤٠٠ \times \frac{١}{٠,١} \times ١,٠٤٥٠٥٠ = ٢٥٠٨١,٢ \text{ جنيهاً}$$

- الايراد أول كل شهر:

$$\text{ثمن الشراء} = \text{الايراد السنوي} \times \ddot{د}^{(م)}_{\overline{\infty}|ع\%}$$

$$= ٢٤٠٠ \times (١,١)^{\frac{١}{١٢}} \times \frac{١}{٠,١} \times \frac{ع}{ع^{(١٢)}}$$

$$= ٢٤٠٠ \times ١,٠٠٧٩٧٤ \times ١٠ \times ١,٠٤٥٠٥$$

$$= ٢٥٢٨١,١٩٧ \text{ جنيهاً.}$$

الدفعات المؤجلة العادية الدائمة (اللانهائية) والتي تدفع (م) من المرات في السنة :

$$\text{القيمة الحالية} = \text{الإيراد السنوي} \times ه/ د^{(م)}_{\overline{\infty}|}$$

حيث:

$$\text{ه}/\text{د}^{(\text{م})}_{\overline{\infty}|} = \left(\text{د}_{\overline{\infty}|} - \text{د}_{\overline{\text{ه}}|}\right) \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}^{\text{م}}} \qquad (٧)$$

$$\text{أ، ه}/\ \text{د}^{(\text{م})}_{\overline{\infty}|} = \text{د}^{(\text{م})}_{\overline{\infty}|} - \text{د}^{(\text{م})}_{\overline{\text{ه}}|} \qquad (٨)$$

الدفعات المؤجلة الفورية الدائمة (اللانهائية) والتي تدفع (م) من المرات في السنة:

القيمة الحالية = الإيراد السنوي × $\text{ه}/\ \ddot{\text{د}}^{(\text{م})}_{\overline{\infty}|}$

حيث:

$$\text{ه}/\ \ddot{\text{د}}^{(\text{م})}_{\overline{\infty}|} = (\text{١} + \text{ع})^{\frac{\text{١}}{\text{م}}} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}^{\text{م}}} \left(\text{د}_{\overline{\infty}|} - \text{د}_{\overline{\text{ه}}|}\right) \qquad (٩)$$

$$\text{أ، ه}/\ \text{د}^{(\text{م})}_{\overline{\infty}|} = \ddot{\text{د}}^{(\text{م})}_{\overline{\infty}|} - \ddot{\text{د}}^{(\text{م})}_{\overline{\text{ه}}|} \qquad (١٠)$$

$$\text{أ، ه}/\ \ddot{\text{د}}^{(\text{م})}_{\overline{\infty}|} = (\text{١}+\text{ع})^{\frac{\text{١}}{\text{م}}} \times \text{ه}/\ \text{د}^{(\text{م})}_{\overline{\infty}|} \qquad (١١)$$

مثال (٨) :-

قطعة أرض يقدر الخبراء أن فترة استصلاحها وإعدادها للزراعة تستغرق ٥ سنوات، تحقق بعدها إيراداً يبلغ ٥٠٠ جنيه كل ٣ شهور، ويفرض أن معدل الفائدة ١٢٪ سنوياً، فإن :

- إذا كان الإيراد يحصل آخر كل ٣ شهور:

١) ثمن شراء الأرض هو:

أ = ٥٦٧٨,٩١٢ ب= ١٢٨٧,٥٦٩

ج= ٧٥٨٦,٩١٢ د= ٩٨٧٢,٦٥١

- إذا كان الإيراد يحصل أول كل ٣ شهور:

٢) ثمن شراء الأرض هو:

أ= ١٠١٥٦,٣٦١ ب= ٥٦٣٦١,١٠١

ج= ١٦١٦٠,١٥٣ د= ٣٥٠٦٦,١١١

الحل

الإيراد السنوي = ٥٠٠ × ٤ = ٢٠٠٠ ج سنوياً.

- الإيراد يحصل آخر كل ٣ شهور:

ثمن الشراء = ٢٠٠٠ × هـ/ $\text{د}^{(\text{م})}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$ = ٢٠٠٠ × ٥/ $\text{د}^{(٤)}_{\overline{\infty}|١٢\%}$

$$= ٢٠٠٠\ (\text{د}_{\overline{\infty}|} - \text{د}_{\overline{\text{هـ}}|}) \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}^{(\text{م})}}$$

$$= ٢٠٠٠\ (\frac{١}{٠,١٢} - \text{د}_{\overline{٥}|}) \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}^{(٤)}}$$

$$= ٢٠٠٠\ (\frac{١}{٠,١٢} - ٣,٦٠٤٧٧٦) \times ١,٠٤٣٩٣٩$$

= ٩٨٧٢,٦٥١ جنيهاً

الإيراد يحصل أول كل ٣ شهور:

ثمن الشراء = ٢٠٠٠ × هـ/ $\ddot{\text{د}}^{(\text{م})}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$ = ٢٠٠٠ × ٥/ $\ddot{\text{د}}^{(٤)}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%}$

$$= ٢٠٠٠\ (١,١٢)^{\frac{١}{٤}} (\text{د}_{\overline{\infty}|} - \text{د}_{\overline{٥}|}) \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}^{(٤)}}$$

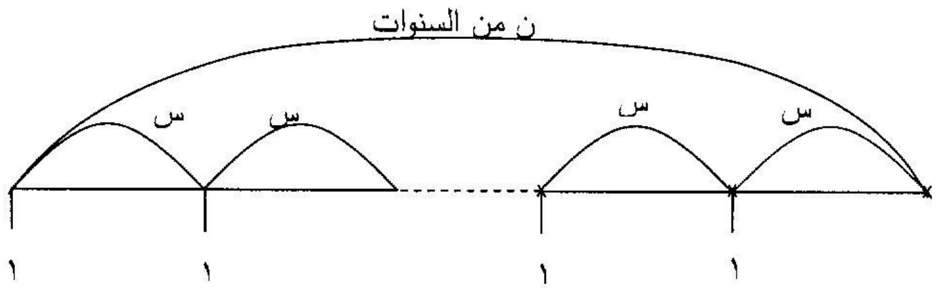
$$= ٢٠٠٠ \times ١,٠٢٨٧٣٧\ (\frac{١}{٠,١٢} - ٣,٦٠٤٧٧٦) \times ١,٠٤٣٩٣٩$$

= ١٠١٥٦,٣٦٣ جنيهاً

الدفعات التي تدفع على فترات أكبر من السنة

هي عبارة عن دفعات متساوية غير أنها تدفع على فترات أكبر من السنة، كأن تدفع مرة كل سنتين أو كل ٣ سنوات .... وهكذا .... وعموماً يمكن القول أن الدفعات تدفع مرة كل فترة طولها (س) من السنوات خلال مدة محدودة (ن) من السنوات.

الدفعات العادية العاجلة المحدودة التي تدفع كل فترة طولها (س) من السنوات



جملة الدفعات= $١ + (١ + ع)^{س} + (١ + ع)^{٢س} + \dots + (١ + ع)^{ن - س}$

= مجموع متوالية هندسية حدها الأول (١) وأساسها $(١ + ع)^{س}$ وعدد حدودها $(\frac{ن}{س})$

$$\text{جملة الدفعات} = ١ \times \frac{\left[(١ + \text{ع})^{\text{س}}\right]^{\frac{\text{ن}}{\text{س}}} - ١}{(١ + \text{ع})^{\text{س}} - ١} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}}$$

$$= \frac{(١ + \text{ع})^{\text{ن}} - ١}{\text{ع}} \div \frac{(١ + \text{ع})^{\text{س}} - ١}{\text{ع}}$$

$$\boxed{\textbf{جملة الدفعات} = \text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|} \div \text{جـ}_{\overline{\text{س}}|}} \qquad (١٢)$$

القيمة الحالية للدفعات العادية العاجلة المحدودة التي تدفع كل فترة طولها س من السنوات خلال مدة (ن) من السنوات

القيمة الحالية للدفعات$= \text{ح}^{\text{س}} + \text{ح}^{٢\text{س}} + \text{ح}^{٣\text{س}} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \text{ح}^{\text{ن}}$

= مجموع متوالية هندسية حدها الأول $\text{ح}^{\text{س}}$ وأساسها $\text{ح}^{\text{س}}$ وعدد حدودها يساوي $\left(\frac{\text{ن}}{\text{س}}\right)$

$$= \text{ح}^{\text{س}} \times \frac{١ - \left(\text{ح}^{\text{س}}\right)^{\frac{\text{ن}}{\text{س}}}}{١ - \text{ح}^{\text{س}}} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}}$$

القيمة الحالية للدفعات =

$$\text{ح}^{\text{س}}\ (1 + \text{ع})^{\text{س}} \times \frac{1 - \text{ح}^{\text{ن}}}{\text{ع}} \div \frac{(1 + \text{ع})^{\text{س}} - 1}{\text{ع}}$$

$$\boxed{\textbf{القيمة الحالية الدفعات} = \text{د}_{\overline{\text{ن}}|} \div \text{ج}_{\overline{\text{س}}|}} \qquad (١٣)$$

<u>**مثال (٩) :-**</u>

عمارة إيرادها 12000 ج تدفع مرة واحدة كل 4 سنوات ، ويقدر الخبراء أن
العمر الافتراضي للعمارة ٢٠ سنة تباع بعدها الأرض والأنقاض بمبلغ ٦٠٠٠٠ج، وبفرض أن الفائدة المركبة بمعدل ١٢٪ سنوياً فإن :

- إذا كانت الدفعات تدفع آخر كل ٤ سنوات :

١/ جملة الدفعات بدون ثمن الأرض هي :

أ= ١٨٠٩١٠,٢٢٥   ب= ٥٢٢٠١٩,٠٨١

ج= ٢١٢١٥٠,٩٠٨   د= ٨٠٩٠٥١,٢١٢

٢/ جملة الدفعات مضاف إليها ثمن الأرض والأنقاض هي:

أ= ٢٢٥٩١٠,٢٤٠ ب= ٢٤٠٩١٠,٢٢٥

ج= ٢٠٤٠٢٩,٢١٥ د= ٥٢٤٢٩١,٠٠٢

٣/ القيمة الحالية للدفعات الدورية العادية هي:

أ= ٧٨٣٤٧,٥١٩ ب= ١٥٩٧٤,٣٨٧

ج= ١٨٧٥٤,٣٧٩ د= ٩٧٣٤٥,٧٨١

٤/ القيمة الحالية للموارد المالية بما فيها ثمن الأرض والأنقاض هي:

أ= ٩٤٩٤٩,٧٢٣ ب= ٩٩٣٤٧,٩٤٢

ج= ٧٢٣٤٩,٤٩٩ د= ٢٤٩٧٤,٣٩٩

- إذا كان الإيراد الدوري يسدد أول كل فترة طولها ٤ سنوات:

٥/ جملة الدفعات الدورية في نهاية المدة هي:

أ= ٢٨٤٦٦٥,٦٧٦ ب= ٦٢٦٤٦٥,٨٧٦

ج= ٢٦٤٦٥٦,٧٦٨ د= ٨٦٧٦٥٦,٤٢٦

٦/ جملة الدفعات الدورية في نهاية المدة مضافاً إليها قيمة الأرض والأنقاض هي:

أ= ٤٦٤٦٥٦.٧٣٦ ب= ٣٤٤٦٦٥.٦٧٦

ج= ٦٤٦٤٦٥.٧٣٦ د= ٦٣٧٥٦٤.٦٤٦

٧/ القيمة الحالية للموارد الدورية التي تدفع أول كل فترة هي:

أ= ١٢١٥٩,٣٠٧ ب= ٧٠٣٥٩,١٢١

ج= ٢٩٥١٠,٣٧١ د= ١٧٣٠١,٥٩٢

٨/ القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض هي:

أ= ٢٢٠٢,٠٦ ب= ٢٦٢٠,٠٢

ج= ٢٠٢٦,٢٠ د= ٦٢٢٠,٠٢

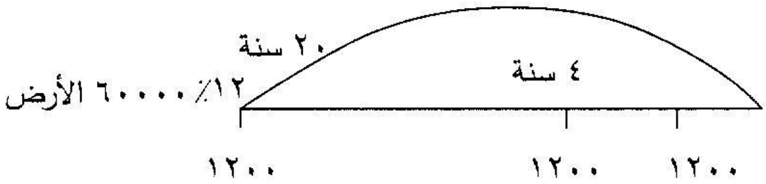
٩/ القيمة الحالية للموارد (ثمن شراء العمارة) بما فيها ثمن الأرض.

أ= ٣٥٧٣٠,٣٩١ ب= ١٩٣٠٣,٧٥٣

ج= ٣١٣٥٣,٧٠٩٣ د= ١٣٥٣٠,٩٣٧

الحل

أولاً: الدفعات عادية:



١/ جملة الدفعات = ١٢٠٠٠ (جـ $\overline{٢٠|}_{١٢٪}$ ÷ جـ $\overline{٤|}_{١٢٪}$)

= ١٢٠٠٠ (٧٢,٠٥٢٤٤٢ ÷ ٤,٧٧٩٣٢٨)

= ١٨٠٩١٠,٢٢٥ جنيهاً

٢/ جملة الدفعات مضاف إليها ثمن الأرض والأنقاض

= ١٨٠٩١٠,٢٢٥ + ٦٠٠٠٠ = ٢٤٠٩١٠,٢٢٥ جنيها

٣/ القيمة الحالية للدفعات الدورية العادية = المبلغ [د $\overline{ن|}$ ÷ جـ $\overline{س|}$]

= ١٢٠٠٠ [د $\overline{٢٠|}_{١٢٪}$ ÷ جـ $\overline{٤|}_{١٢٪}$)

= ١٢٠٠٠ (٧,٤٦٩٤٤٤ ÷ ٤,٧٧٩٣٢٨)

= ١٨٧٥٤,٣٧٩ جنيهاً

٤/ القيمة الحالية للموارد الدورية مضافا إليها ثمن الأرض والأنقاض :

= ١٨٧٥٤,٣٧٩ + ٦٠٠٠٠ × ح$^{٢٠}_{١٢٪}$

= ١٨٧٥٤,٣٧٩ + ٦٠٠٠٠ × ٠,١٠٣٦٦٧

= ٢٤٩٧٤,٣٩٩ جنيهاً

٥/ جملة الدفعات الدورية الفورية= المبلغ (١+ع)^{س} (جـ ن⌉ ÷ جـ س⌉)

= ١٢٠٠٠ (١,١٢)^{٤} (جـ ٢٠⌉١٢٪ ÷ جـ ٤⌉١٢٪)

= ١٢٠٠٠ × ١,٥٧٣٥١٩ (٧٢,٠٥٢٤٤٢ ÷ ٤,٧٧٩٣٢٨)

= ٢٨٤٦٦٥,٦٧٦ جنيهاً

٦/ جملة الموارد المالية مضافاً إليها ثمن الأرض والأنقاض

= ٢٨٤٦٦٥,٦٧٦ + ٦٠٠٠٠ = ٣٤٤٦٦٥,٦٧٦ جنيها

٧/ القيمة الحالية للدفعات الفورية الدورية

= المبلغ الدوري (١ + ع)^{س} [د ن⌉ع٪ ÷ جـ س⌉ع٪]

= ١٢٠٠٠ (١,١٢)^{٤} (د ٢٠⌉١٢٪ ÷ جـ ٤⌉١٢٪)

= ١٢٠٠٠ × ١,٥٧٣٥١٩ (٧,٤٦٩٤٤٤ ÷ ٤,٧٧٩٣٢٨)

= ٢٩٥١٠,٣٧١ جنيها

٨/ القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض :

= ٦٠٠٠٠ × $ح^{٢٠}_{١٢٪}$

= ٦٠٠٠٠ × ٠,١٠٣٦٦٧ = ٦٢٢٠,٠٢ جنيهاً

٩/ ثمن شراء العمارة= القيمة الحالة للدفعات الفورية الدورية + القيمة الحالية لثمن الأرض والأنقاض

= [٢٩٥١٠,٣٧ + ٦٢٢٠,٠٢] = ٣٥٧٣٠,٣٩١ جنيهاً

<u>مثال (١٠) :-</u>

أراد شخص شراء عمارة تدر إيراداً مبلغه ٤٠٠ ج تدفع أول كل ٣ سنوات ولمدة ٢١ سنة، تباع بعدها الأرض والأنقاض بمبلغ ٣٥٠٠٠ ج، علما بأن معدل الفائدة المركبة السائد في السوق هو ١٢٪ سنوياً.

١/ جملة الإيرادات المنتظر الحصول عليها هي:

أ= ٨٦٧٠٦,٤٠٤ ب= ٤٨٦٠٦,٠٧٤

ج= ٤٦٤٦٨,٠٠٧ د= ٦٤٦٤٧,٠٨٠

٢/ ثمن شراء العمارة هو:

أ= ٤٤٩٨,٩٧٣ ب= ٤٩٤٩,٨٧٣

ج= ٣٤٧٤,٩٨٣ د= ٣٨٩٧,٤٤٩

الحل

١ –جملة الإيرادات المنتظرة :

= 400 × 1,4040928 (81,698736 ÷ 3,374400) + 35000

= 13606,074 + 35000 = 48606,074 جنيهاً

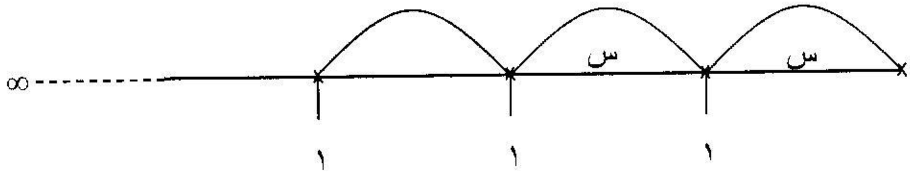
٢ –ثمن شراء العمارة :

= 400 $(1,12)^{3}$ (د $\overline{21|}$ %12 ÷ جـ $\overline{3|}$ %12) + 35000 × ح $^{21}_{\%12}$

ثمن شراء العمارة = 400 × 1,404928 (7,562003 ÷ 3,374400)

+ 35000 × 0,092560 = 4498,973 جنيهاً

<u>الدفعات العادية الدائمة (اللانهائية) التي تدفع على فترات أكبر من السنة :-</u>



القيمة الحالية للدفعات $= \text{ح}^{\text{س}} + \text{ح}^{\text{٢س}} + \text{ح}^{\text{٣س}} + ...$

$$= \text{ح}^{\text{س}} \times \frac{\text{١} - (\text{ح}^{\text{س}})^{\infty/\text{س}}}{\text{١} - \text{ح}^{\text{س}}}$$

= القيمة الحالية لدفعة عادية عاجلة لانهائية تدفع آخر كل فترة طولها (س) سنة

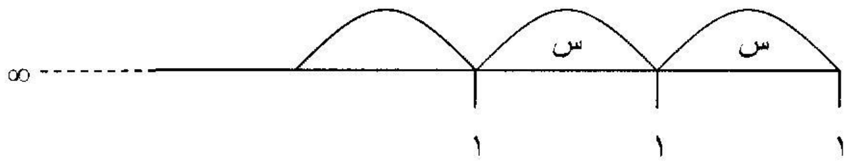
$$= \text{ح}^{\text{س}} \, (\text{١} + \text{ع})^{\text{س}} \times \frac{\text{١ - صفر}}{(\text{١} + \text{ع})^{\text{س}} - \text{١}} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}}$$

$$= \frac{\text{١}}{\text{ع}} \div \frac{(\text{١} + \text{ع})^{\text{س}} - \text{١}}{\text{ع}}$$

القيمة الحالية للدفعات $= \text{د}_{\overline{\infty}|\text{ع٪}} \div \text{جـ}_{\overline{\text{س}}|\text{ع٪}}$	(١٤)

<u>الدفعات الفورية الدائمة (اللانهائية) العاجلة التي تدفع مرة كل فترة</u>

<u>(س) من السنوات :-</u>



القيمة الحالية للدفعات = $١ + \text{ح}^{\text{س}} + \text{ح}^{٢\text{س}} + \text{ح}^{٣\text{س}} + ...$

$$= \frac{١}{١ - \text{ح}^{\text{س}}}$$

$$= (١ + \text{ع})^{\text{س}} \times \frac{١}{(١ + \text{ع})^{\text{س}} - ١} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}}$$

$$= (١ + \text{ع})^{\text{س}} \left[\frac{١}{\text{ع}} \div \frac{(١ + \text{ع})^{\text{س}} - ١}{\text{ع}} \right]$$

$$\boxed{\text{القيمة الحالية للدفعات الفورية} = (١ + \text{ع})^{\text{س}} \left[\text{د}_{\overline{\infty|}} \div \text{جـ}_{\overline{\text{س}|}} \right]} \qquad (١٥)$$

<u>مثال (١١) :-</u>

أرض زراعية تحقق إيراداً ٨٠٠٠ جنيه كل ٤ سنوات فإذا أراد شخص استثمار أمواله بفائدة مركبة بمعدل ١٢% سنوياً، وقرر شراء هذه الأرض.

- بفرض الإيراد يحصل آخر كل ٤ سنوات :

١)ثمن شراء الأرض هو :

أ= ١٣٩٤٨,٩٦٢ ب= ٩٦٢٨٤,٩٣١

ج= ١٩٣٩٤,٦٨٢ د= ٢٦٩٨٤,٩٣١

- بفرض الإيراد يحصل أول كل ٤ سنوات:

٢) ثمن شراء الأرض هو :

أ= ٩٢٩١٥,٤٨٧ ب= ٢٩١٩٥,٧٨٤

ج= ٧٤٩٨٥,٩١٢ د= ٢١٩٤٨,٩٥٧

الحل

أولا: الإيراد يحصل آخر كل ٤ سنوات (دفعات عادية) :

ثمن شراء الأرض = مبلغ الإيراد $\left(\text{د}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} \div \text{جـ}_{\overline{٤}|\text{ع}\%}\right)$

= ٨٠٠٠ $\left(\frac{١}{٠,١٢} \div ٤,٧٧٩٣٢٨ \right)$ = ١٣٩٤٨,٩٦٢ جنيهاً

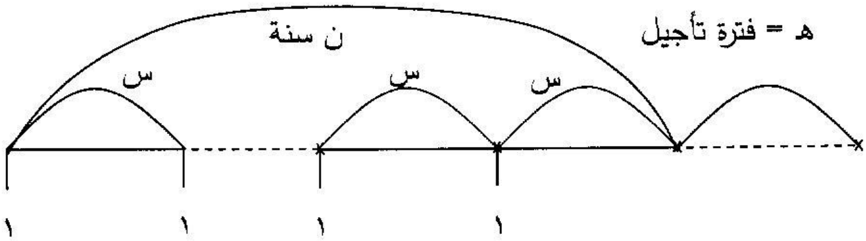
ثانياً: الإيراد يحصل أول كل ٤ سنوات (دفعة فورية) :

ثمن الشراء = مبلغ الإيراد $(١ + \text{ع})^{\text{س}} \left(\text{د}_{\overline{\infty}|\text{ع}\%} \div \text{جـ}_{\overline{\text{س}}|\text{ع}\%}\right)$

= ٨٠٠٠ × ١,٥٧٣٥١٩ $\left(\frac{١}{٠,١٢} \div ٤,٧٧٩٣٢٨ \right)$

= ٢١٩٤٨,٩٥٧ جنيهاً

الدفعات المؤجلة (هـ) العادية المحدودة التي تدفع على فترات أكبر من السنة كل منها (س) ولمدة (ن) من السنوات :-



$$\text{جملة الدفعات} = \text{ج}_{\overline{\text{ن}}|} \div \text{ج}_{\overline{\text{س}}|} \qquad (١٦)$$

حيث:

$$\text{جملة الدفعات} = ١ + (١+\text{ع})^{\text{س}} + (١+\text{ع})^{٢\text{س}} + \ldots\ldots + (١+\text{ع})^{\text{ن}-\text{س}}$$

$$= ١ \times \frac{[(١+\text{ع})^{\text{س}}]^{\text{ن}/\text{س}}}{(١+\text{ع})^{\text{س}} - ١} = \frac{(١+\text{ع})^{\text{ن}} - ١}{\text{ع}} \div \frac{(١+\text{ع})^{\text{س}} - ١}{\text{ع}}$$

$$= \text{ج}_{\overline{\text{ن}}|} \div \text{ج}_{\overline{\text{س}}|}$$

$$\text{القيمة الحالية للدفعات} = \text{ح}^{\text{هـ}+\text{س}} + \text{ح}^{\text{هـ}+٢\text{س}} + \text{ح}^{\text{هـ}+٣\text{س}} + \ldots + \text{ح}^{\text{هـ}+\text{ن}}$$

$$= [(\text{ح}^{\text{س}} + \text{ح}^{٢\text{س}} + \ldots + \text{ح}^{\text{هـ}}) + \text{ح}^{\text{هـ}+\text{س}} + \ldots + \text{ح}^{\text{هـ}+\text{ن}}] -$$

$$(\text{ح}^{\text{س}} + \text{ح}^{٢\text{س}} + \ldots + \text{ح}^{\text{هـ}})$$

$$= \text{ح}^{\text{س}} \times \frac{١ - (\text{ح}^{\text{س}})^{(\text{هـ}+\text{ن})/\text{س}}}{١ - \text{ح}^{\text{س}}} - \text{ح}^{\text{س}} \times \frac{١ - (\text{ح}^{\text{س}})^{\text{هـ}/\text{س}}}{١ - \text{ح}^{\text{س}}}$$

$$= \text{ح}^{\text{س}}\,(١ + \text{ع})^{\text{س}} \times \frac{١ - \text{ح}^{\text{هـ}+\text{ن}}}{١ - \text{ح}^{\text{س}}} - \text{ح}^{\text{س}}\,(١ + \text{ع})^{\text{س}} \times \frac{١ - (\text{ح}^{\text{س}})^{\text{هـ}/\text{س}}}{١ - \text{ح}^{\text{س}}}$$

$$= (\text{د}_{\overline{\text{هـ}+\text{ن}}|} \div \text{جـ}_{\overline{\text{س}}|}) - (\text{د}_{\overline{\text{هـ}}|} \div \text{جـ}_{\overline{\text{س}}|})$$

$$\boxed{\text{القيمة الحالية للدفعات} = \frac{\text{د}_{\overline{\text{هـ}+\text{ن}}|} - \text{د}_{\overline{\text{هـ}}|}}{\text{جـ}_{\overline{\text{س}}|}}} \qquad (١٧)$$

الدفعات الفورية المؤجلة (هـ) من السنوات المحدودة لمدة (ن) من السنوات والتي تدفع أول كل فترة طولها (س) أكبر من السنة :-

$$\text{جملة الدفعات الفورية} = (١ + ع)^{س} \left[جـ_{ن\rceil} \div جـ_{س\rceil} \right] \qquad (١٨)$$

$$\text{القيمة الحالية للدفعات الفورية} = (١ + ع)^{س} \times \frac{د_{هـ + ن\rceil} - د_{هـ\rceil}}{جـ_{س\rceil}} \qquad (١٩)$$

مثال (١٢) :-

دفعة مبلغها ٣٠٠٠ ج مؤجلة ٦ سنوات وتدفع كل ٣ سنوات، ولمدة ١٨ سنة، بفائدة مركبة بمعدل ١٢٪ سنوياً.

- إذا كانت الدفعة عادية تدفع آخر كل فترة:

١/ جملة الدفعات هي :

أ= ٤٩٥٦٤,١١٤ ب= ١٤١٤٥,٦٩٤

ج= ٤١٤١٦,٥٩٤ د= ٤٥٦٩٤,١١٤

٢/ القيمة الحالية للدفعات هي :

أ= ٣٢٦٢,٧٢١ ب= ٣٢٦٥,٧٢١

ج= ١٢٧٢,٦٢٣ د= ٢١٢٣٢,١٧٦

- إذا كانت الدفعات فورية تدفع أول كل فترة :

٣/ جملة الدفعات هي :

أ= ١٦١٦٠,٩٣٤   ب= ٦٩٦٣٤,٠١٢

ج= ٦١٦١٩,٤٠٣   د= ٣١٤١,٩٠٦

٤/ القيمة الحالية للدفعات هي :

أ= ٧٨٦٥,٦٣٤   ب=٣٦٣٤,٥٨٧

ج=٤٥٨٧,٦٣٦   د= ٦٣٦٤,٥٨٧

الحل

أولاً: الدفعات عادية تدفع آخر كل فترة :

١/ جملة الدفعات = مبلغ الدفعة (جـ ن⌉ ÷ جـ س⌉)

= ٣٠٠٠ (جـ ١٨⌉١٢٪ ÷ جـ ٣⌉١٢٪)

= ٣٠٠٠ (٥٥,٧٤٩٧١٥ ÷ ٣,٣٧٤٤٠٠) = ٤٩٥٦٤,١١٤ جنيهاً

٢/القيمة الحالية للدفعات = مبلغ الدفعة × $\frac{د_{\overline{ن+هـ}|} - د_{\overline{هـ}|}}{جـ_{\overline{س}|}}$

= ٣٠٠٠ × $\frac{د_{\overline{٢٤}|١٢\%} - د_{\overline{٦}|١٢\%}}{جـ_{\overline{٣}|١٢\%}}$

= ٣٠٠٠ × $\frac{٧,٧٨٤٣١٦ - ٤,١١١٤٠٧}{٣,٣٧٤٤٠٠}$ = ٣٢٦٥,٧٢١ جنيها

- إذا كانت الدفعات فورية تدفع أول كل فترة:

٣/ جملة الدفعات = مبلغ الدفعة (١ + ع)^{س} (جـ$_{\overline{ن}|}$ ÷ جـ$_{\overline{س}|}$)

= ٣٠٠٠ (١,١٢)^{٣} (جـ$_{\overline{١٨}|١٢\%}$ ÷ جـ$_{\overline{٣}|١٢\%}$)

= ٣٠٠٠ × ١,٤٠٤٩٢٨ (٥٥,٧٤٩٧١٥ ÷ ٣,٣٧٤٤٠٠)

= ٦٩٦٣٤,٠١٢ جنيهاً

٤/ القيمة الحالية للدفعات الفورية

$$= \text{مبلغ الدفعة } (1 + \text{ع})^{\text{س}} \times \frac{\text{د}_{\overline{\text{هـ+ن}}|} - \text{د}_{\overline{\text{هـ}}|}}{\text{جـ}_{\overline{\text{س}}|}}$$

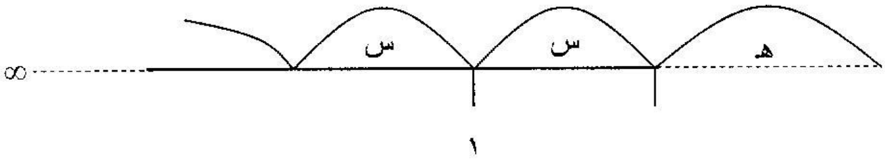
$$= ٣٠٠٠ \; (١,١٢)^{٣} \times \frac{\text{د}_{\overline{٢٤}|١٢\%} - \text{د}_{\overline{٦}|١٢\%}}{\text{جـ}_{\overline{٣}|١٢\%}}$$

$$= ٣٠٠٠ \times ١,٤٠٤٩٢٨ \times \frac{٧,٧٨٤٣١٦ - ٤,١١١٤٠٧}{٣,٣٧٤٤٠٠}$$

= ٤٥٨٧,٦٣٦ جنيهاً .

الدفعات المؤجلة (هـ) العادية الدائمة(اللانهائية) التي تدفع على فترات

(س) أكبر من السنة :-



القيمة الحالية للدفعات = $\dfrac{\overline{\infty|}^{\text{د}} - \overline{\text{هـ}|}^{\text{د}}}{\overline{\text{س}|}^{\text{جـ}}}$ (٢٠)

تذكر : جملة الدفعات اللانهائية = ∞

الدفعات المؤجلة (هـ) الفورية الدائمة (اللانهائية) التي تدفع على فترات

(س) أكبر من السنة :-

القيمة الحالية للدفعات = $(\text{١} + \text{ع})^{\text{س}} \times \dfrac{\overline{\infty|}^{\text{د}} - \overline{\text{هـ}|}^{\text{د}}}{\overline{\text{س}|}^{\text{جـ}}}$ (٢١)

<u>مثال (١٣) :-</u>

قطعة أرض تستغرق فترة استصلاحها ٨ سنوات ومن المتوقع أن تحقق إيراداً ١٠٠٠٠ج كل ٤ سنوات، فإذا كان معدل الفائدة المركبة ١٠٪ سنوياً.

- بفرض الإيراد يحصل آخر كل ٤ سنوات :

١/ ثمن شراء الأرض هو :

أ= ١٢٥٧٨,٠٠١	ب= ١٠٠٥١,٨٧٢
ج= ١٠١٠٢,٥٨٧	د= ٢٠٨٠٧,٥١١

بفرض الإيراد يحصل أول كل ٤ سنوات :

٢/ ثمن شراء الأرض هو:

أ= ٤١٤١٦,٦٩٣	ب= ١٩١٧٦,٦٤٤
ج= ١٦١٦٤,٧٩٤	د= ١٤٧١٦,٩٤٦

الحل

- الإيراد آخر كل ٤ سنوات:

١/ ثمن الشراء = المبلغ النقدي للإيراد × $\dfrac{\text{د}_{\overline{\infty}} - \text{د}_{\overline{\text{هـ}}}}{\text{جـ}_{\overline{\text{س}}}}$

$$= ١٠٠٠٠ \times \frac{\dfrac{١}{٠,١} - \text{د}_{\overline{٨}|١٠\%}}{\text{جـ}_{\overline{٤}|١٠\%}}$$

ثمن الشراء = $١٠٠٠٠ \times \dfrac{١٠ - ٥,٣٣٤٩٢٦}{٤,٦٤١} = ١٠٠٥١,٨٧٢$ جنيهاً

- الإيراد يحصل أول كل ٤ سنوات :

٢/ ثمن الشراء = المبلغ الدوري × $(١ + \text{ع})^{\text{س}} \times \dfrac{\text{د}_{\overline{\infty}} - \text{د}_{\overline{\text{هـ}}}}{\text{جـ}_{\overline{\text{س}}}}$

$$= ١٠٠٠٠ \; (١,١٠)^{٤} \times \frac{١٠ - ٥,٣٣٤٩٢٦}{٤,٦٤١} = ١٤٧١٦,٩٤٦$$ جنيهاً

الدفعات المتغيرة

تأخذ الدفعات المتغيرة أشكالاً متعددة غير أن تغيرها إما أن يكون متجهاً للتزايد أو متجهاً للتناقص، وفي جميع الأحوال تقتصر الدراسة في هذا المجال على أن يكون التزايد والتناقص يخضع لنظام ثابت يندرج تحت أي نوع من أنواع المتسلسلات وتقتصر الدراسة في هذا الجزء على الدفعات المتغيرة في شكل متوالية عددية:

أولاً: الدفعات العادية العاجلة المحدودة المتزايدة :

حيث:

(ز د)$_{\overline{ن|}}$ = القيمة الحالية للدفعة.

(ز جـ)$_{\overline{ن|}}$ = جملة الدفعات.

(ز جـ)$_{\overline{ن|}}$ = جملة دفعة عادية عاجلة متزايدة محدودة مبلغها الأول (١) وأساسها (١) وعدد حدودها (ن).

$$(\text{ز جـ})_{\overline{\text{ن}|}} = (\text{١} + \text{ع})^{\text{ن}-\text{١}} + \text{٢}\,(\text{١} + \text{ع})^{\text{ن}-\text{٢}} + \dots\dots$$

$$+ (\text{ن} - \text{١})\,(\text{١} + \text{ع}) + \text{ن} \qquad (\text{١})$$

وبضرب طرفي المعادلة في $(\text{١} + \text{ع})$:

$$(\text{١} + \text{ع})\,(\text{ز جـ})_{\overline{\text{ن}|}} = (\text{١} + \text{ع})^{\text{ن}} + \text{٢}\,(\text{١} + \text{ع})^{\text{ن}-\text{١}} + \dots\dots +$$

$$(\text{ن} - \text{١})\,(\text{١} + \text{ع})^{\text{٢}} + \text{ن}\,(\text{١} + \text{ع}) \qquad (\text{٢})$$

وبطرح طرفي المعادلة (١) من طرفي المعادلة (٢) :

$$(\text{١} + \text{ع})\,(\text{ز جـ})_{\overline{\text{ن}|}} - (\text{ز جـ})_{\overline{\text{ن}|}} = (\text{١} + \text{ع})^{\text{ن}} + (\text{١} + \text{ع})^{\text{ن}-\text{١}} + \dots$$

$$+ \dots\dots + (\text{١} + \text{ع}) - \text{ن}$$

$$\text{ع}\,(\text{ز جـ})_{\overline{\text{ن}|}} = [\,(\text{١}+\text{ع}) + (\text{١}+\text{ع})^{\text{٢}} + \dots\dots + (\text{١}+\text{ع})^{\text{ن}}\,] - \text{ن}$$

$$\text{ع}\,(\text{ز جـ})_{\overline{\text{ن}|}} = (\text{١} + \text{ع}) \times \frac{(\text{١} + \text{ع})^{\text{ن}} - \text{١}}{(\text{١} + \text{ع}) - \text{١}} - \text{ن}$$

$$\text{ع}\,(\text{ز جـ})_{\overline{\text{ن}|}} = \ddot{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}|}} - \text{ن}$$

$$\boxed{(\text{ز جـ})_{\overline{\text{ن}|}} = \frac{\ddot{\text{جـ}}_{\overline{\text{ن}|}} - \text{ن}}{\text{ع}}} \qquad (\text{٢٢})$$

$(ز\ د)_{\overline{ن|}}$ = القيمة الحالية لدفعة عادية عاجلة محدودة متزايدة

مبلغها الأول (١) وأساسها (١) وعدد حدودها (ن)

$$(ز\ د)_{\overline{ن|}} = ح + ٢\ ح^{٢} + ٣\ ح^{٣} + \ldots\ldots + ن\ ح^{ن} \qquad (١)$$

وبضرب طرفي المعادلة في (١ + ع):

$$(١ + ع)\ (ز\ د)_{\overline{ن|}} = ١ + ٢\ ح + ٣\ ح^{٢} + \ldots\ldots + ن\ ح^{ن-١} \qquad (٢)$$

وبطرح طرفي المعادلة (١) من طرفي المعادلة (٢):

$$ع\ (ز\ د)_{\overline{ن|}} = ١ + ح + ح^{٢} + ح^{٣} + \ldots\ldots + ح^{ن-١} - ن\ ح^{ن}$$

$$= \ddot{د}_{\overline{ن|}} - ن\ ح^{ن}$$

$$\boxed{(ز\ د)_{\overline{ن|}} = \frac{\ddot{د}_{\overline{ن|}} - ن\ ح^{ن}}{ع}} \qquad (٢٣)$$

<u>مثال (١٤) :-</u>

اشترى شخص عقاراً واتفق مع البائع على أن يسدد ٥٠٠ ج آخر السنة الأولى، ١٠٠٠ج آخر السنة الثانية، وهكذا يزيد المبلغ سنوياً بمقدار ٥٠٠ج لمدة ١٠ سنوات، وبفائدة مركبة بمعدل ١٢٪ سنوياً .

١/ جملة ما سدده المشتري هي :

أ= ٢٠٤٢٩,٢٤٧ ب= ٤٠٢٢٧,٤٢٩

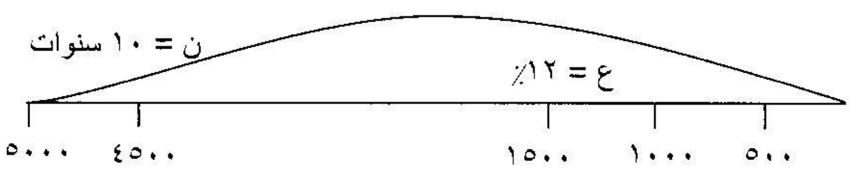
ج= ٢٤٢٤٠,٧٩٢ د= ٢٩٢٧٤,٠٢٤

٢/ الثمن الفوري للعقار هو :

أ= ٥٢٥٢١,١٨٩ ب= ٢١٢١٥,٥٨٩

ج= ٢١٢٩٥,٨٥١ د= ١٢٩٥٢,١٥٨

الحل



١/ جملة ما سدده المشتري = ٥٠٠ (ز جـ) $_{\overline{ن|}ع\%}$

$$= ٥٠٠ \times \frac{\ddot{جـ}\ _{\overline{١٠|}١٢\%} - ١٠}{٠.١٢}$$

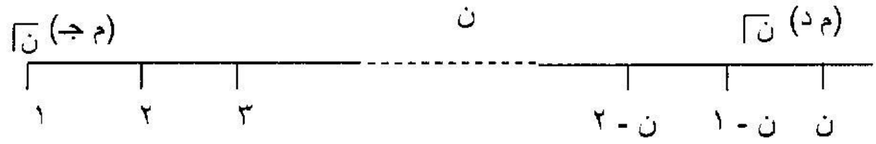
$$= ٥٠٠ \times \frac{١٩,٦٥٤٥٨٣ - ١٠}{٠,١٢} = ٤٠٢٢٧,٤٢٩ \text{ جنيهاً}$$

٢/ ثمن الشراء الفوري للعقار = ٥٠٠ (ز د) $_{\overline{ن|}ع\%}$

$$= ٥٠٠ \times \frac{\ddot{د}\ _{\overline{١٠|}١٢\%} - ١٠ح^{١٠}_{١٢\%}}{٠,١٢}$$

$$= ٥٠٠ \times \frac{٦,٣٢٨٢٥٠ - ١٠ \times ٠,٣٢١٩٧٣}{٠,١٢}$$

= ١٢٩٥٢,١٥٨ جنيهاً.



(م جـ)$_{\overline{ن|}}$ = جملة دفعة عادية عاجلة متناقصة مبلغها الأول (ن) من الجنيهات وأساسها (−١) وعدد حدودها (ن) .

(م جـ)$_{\overline{ن|}}$ = ن (١ + ع)$^{ن-١}$ + (ن − ١) (١ + ع)$^{ن-٢}$ + ... + ٢ (١ + ع) + ١ (١)

وبضرب طرفي المعادلة في (١ + ع) :

(١ + ع) (م جـ)$_{\overline{ن|}}$ = ن (١ + ع)^{ن} + (ن − ١) (١ + ع)$^{ن-١}$ + ... + ٢ (١ + ع)^{٢} + (١ + ع) (٢)

وبطرح طرفي المعادلة (١) من طرفي المعادلة (٢) :

$$\text{ع}\,(\text{م جـ})_{\overline{\text{ن}}|} = \text{ن}\,(١ + \text{ع})^{\text{ن}} - (١ + \text{ع})^{\text{ن}-١} - (١ + \text{ع})^{\text{ن}-٢} - \ldots\ldots - (١ + \text{ع}) - ١$$

$$= \text{ن}\,(١ + \text{ع})^{\text{ن}} - [١ + (١ + \text{ع}) + (١ + \text{ع})^{٢} + \ldots\ldots + (١ + \text{ع})^{\text{ن}-١}]$$

$$\text{ع}\,(\text{م جـ}_{\overline{\text{ن}}|}) = \text{ن}\,(١ + \text{ع})^{\text{ن}} - \text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}$$

$$\boxed{(\text{م جـ})_{\overline{\text{ن}}|} = \frac{\text{ن}\,(١ + \text{ع})^{\text{ن}} - \text{جـ}_{\overline{\text{ن}}|}}{\text{ع}}} \qquad (٢٤)$$

$(\text{م د})_{\overline{\text{ن}}|}$ = القيمة الحالية لدفعة عادية عاجلة محدودة متناقصة مبلغها الأول (ن) من الجنيهات وأساسها (−١) وعدد حدودها (ن).

$$(\text{م د})_{\overline{\text{ن}}|} = \text{ن ح} + (\text{ن} - ١)\,\text{ح}^{٢} + (\text{ن} - ٢)\,\text{ح}^{٣} + \ldots + \ldots + ٢\,\text{ح}^{\text{ن}-١} + \text{ح}^{\text{ن}} \qquad (١)$$

وبضرب طرفي المعادلة (١) في (١ + ع) نجد أن:

$$(١+\text{ع})\,(\text{م د})_{\overline{\text{ن}}|} = \text{ن} + (\text{ن} - ١)\text{ح} + (\text{ن} - ٢)\text{ح}^{٢} + \ldots. + \ldots. + ٢\text{ح}^{\text{ن}-٢} + \text{ح}^{\text{ن}-١} \qquad (٢)$$

وبطرح طرفي المعادلة (١) من طرفي المعادلة (٢) :

$$ع\ (م\ د)_{\overline{ن|}} = ن - ح - ح^{٢} - ح^{٣} - \ldots\ldots - ح^{ن}$$

$$= ن - (ح + ح^{٢} + ح^{٣} + \ldots\ldots\ldots + ح^{ن}) = ن - د_{\overline{ن|}}$$

$$\boxed{(م\ د)_{\overline{ن|}} = \frac{ن - د_{\overline{ن|}}}{ع}} \qquad (٢٥)$$

<u>مثال (١٥) :-</u>

اشترى شخص عقارا واتفق مع البائع على سداد الثمن بدفعات متناقصة في شكل متوالية عددية أول مبالغها ١٠٠٠٠ جنيه وأساسها ٥٠٠ جنيه ولمدة ٢٠ سنة ، بفائدة مركبة بمعدل ١٤٪ سنوياً. تدفع الدفعات آخر كل سنة .

١/ جملة المبالغ المسددة ثمناً للعقار هي :

أ= ٦٥٦٥٨٨,٨٢٩ ب= ٩٦٥٦٥٨,٨٨٢

ج= ٥٨٥٨٩٨,٢٦٦ د= ٨٥٨٩٨٥,٦

٢/ ثمن الشراء الفوري العقار هو:

أ= ٧٢٧٣٧,٥٤٤   ب= ٧٤٧٤٧,٢٣٥

ج= ٤٧٤٧٣,٥٧٢   د= ٤٧٧٧٤,٥٣٢

الحل

١/ جملة المبالغ المسددة = ٥٠٠ $(\text{م ج})_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}$

$$= ٥٠٠ \times \frac{\text{ن}\ (١ + \text{ع})^{\text{ن}} - \text{ج}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}}{\text{ع}}$$

$$= ٥٠٠ \times \frac{٢٠ \times (١,١٤)^{٢٠} - \text{ج}_{\overline{٢٠}|١٤\%}}{٠,١٤}$$

$$= ٥٠٠ \times \frac{٢٠ \times ١٣,٧٤٣٤٩٠ - ٩١,٠٢٤٩٢٩}{٠,١٤}$$

= ٦٥٦٥٨٨,٨٢٩ جنيهاً

٢/ ثمن الشراء الفوري للعقار = ٥٠٠ (م د) $_{\overline{ن|}ع٪}$

$$= ٥٠٠ \times \frac{ن - د_{\overline{٢٠|}١٤٪}}{ع}$$

$$= ٥٠٠ \times \frac{٢٠ - ٦,٦٢٣١٣١}{٠,١٤} = ٤٧٧٧٤,٥٣٢$$ جنيهاً

الفصل العاشر

إستهلاك القروض العادية

تلعب القروض دوراً أساسياً في التنمية الاقتصادية ولعل تنشيط ودعم النشاط التجاري والصناعي والخدمي مرتهن بعمليات التمويل والاستثمار ، وتحاول الإدارة الخروج من مأزق المفاضلة بين مصادر التمويل المتعددة وفق تكلفة كل منها ومدي ما يمكن أن تسهم به من أموال تكفي لتلبية إنشاء المشروعات أو التوسع في المشروعات القائمة .

وتتعرض الدراسة في هذا المجال إلي عرض مجموعة من الطرق المختلفة لسداد القروض العادية طويلة الأجل ، وتحديد تكلفة الحصول عليها .

١) سداد القرض وفوائده مرة واحدة في نهاية المدة :-

مثال (1) :

اقترض تاجر مبلغ 20000 ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 14٪ سنوياً ، واتفق علي سداد القرض وفوائده في نهاية 10 سنوات .

١. مجموع الفوائد التي تحملها المدين هو :

أ- ٥٤١٤٤.٤٢ ب- ٤٤٥٤١.٤٢

ج- ١٤٢٤٥.٤٤ د- ١٢٥٤٤.٤٤

٢. جملة ما سدده المدين هي :

أ- ٤٤١٤٢.٧٤ ب- ٧٤١٤٤.٤٢

ج- ٤٧٤١٤.٢٤ د- ١٤٢٤٧.٤٤

الحل

جملة القرض = أ (١ + ع)^{ن} = ٢٠٠٠٠ (١.١٤)^{١٠}

= ٢٠٠٠٠ × ٣.٧٠٧٢٢١ = ٧٤١٤٤.٤٢ جنيهاً

الفوائد التي تحملها المدين = ٧٤١٤٤.٤٢ – ٢٠٠٠٠

= ٥٤١٤٤.٤٢ جنيهاً

٢)سداد القرض وفوائده بأقساط غير متساوية وغير منتظمة :-

تعتمد هذه الطريقة علي إتاحة الفرصة للمدين لاستثمار أية أموال يمكنه تحقيقها وفق المعدلات السائدة في السوق وعمل تسوية بين استثماراته وجملة المستحق عليه في نهاية المدة ، غير أن هذه الطريقة قد تسبب مشاكل للمشروع بسبب سوء التقدير وعدم دقة الحسابات .

مثال (٢) :-

اقترض تاجر مبلغ ٣٠٠٠٠ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ١٤٪ سنوياً ، وذلك في أول يناير ٢٠١٤ ، ثم قام باستثمار الأموال الآتية لخدمة القرض بفائدة مركبة بمعدل ١٢٪ سنوياً :

٨٠٠٠ ج في أول يناير ٢٠١٥

١٢٠٠٠ ج في أول يناير ٢٠١٦

وفي أول يناير ٢٠١٧ تمت عملية التسوية .

١. جملة القرض هي :

أ- ٤٤٤٤٦.٣٢ ب- ٢٤٣٤٦.٤٤

ج- ٦٤٣٤٢.٤٤ د- ٢٣٤٤٦.٤٤

٢. جملة المبالغ المستثمرة لخدمة القرض هي :

أ- ٥٤٧٣٢.٤ ب- ٢٣٤٧٥.٢

ج- ٢٥٧٤٢.٣ د- ٣٤٥٢٧.٤

٣. الرصيد المستحق عليه في تاريخ التسوية هو :

أ- ٢١٠١٧.٩٢ ب- ١١٠٢٩.٢٧

ج- ١٠٢٢٩.٧١ د- ٢٠٩٧١.١٢

الحل

مدة القرض = ٣ سنوات

١. جملة القرض = ٣٠٠٠٠ $(١.١٤)^{٣}$

= ٣٠٠٠٠ × ١.٤٨١٥٤٤ = ٤٤٤٤٦.٣٢ جنيهاً

مدة المبلغ الأول المستثمر = سنتين

مدة المبلغ الثاني المستثمر = سنة واحدة

٢. جملة المبالغ المستثمرة = ٨٠٠٠ $(١.١٢)^{٢}$ + ١٢٠٠٠ × ١.١٢

= ٨٠٠٠ × ١.٢٥٤٤ + ١٢٠٠٠ × ١.١٢

= ١٠٠٣٥.٢ + ١٣٤٤٠ = ٢٣٤٧٥.٢ جنيهاً

٣. الرصيد المستحق علي المدين = جملة القرض – جملة المبالغ المستثمرة

= ٤٤٤٤٦.٣٢ – ٢٣٤٧٥.٢ = ٢٠٩٧١.١٢ جنيهاً

٣) <u>سداد القرض بأقساط متساوية من الأصل فقط مع سداد فوائد علي الأرصدة :-</u>

وهذه الطريقة لا تختلف عما سبق دراسته في الفائدة البسيطة ، وهي تتيح للدائن إعادة استثمار ما يحصل عليه من أقساط وتحقيق معدل أفضل وخاصة في حالة ارتفاع معدل الفائدة في السوق .

<u>مثال (٣) :-</u>

اقترض تاجر مبلغ ٥٠٠٠٠ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ١٤٪ سنوياً ، واتفق علي سداد أصل القرض بخمسة أقساط سنوية متساوية من الأصل فقط ، يدفع القسط في نهاية كل سنة ، مع سداد فوائد علي الأرصدة .

١. قيمة القسط الثابت من الأصل هي :

أ- ١٠٠٠٠   ب- ٩٥٠٠

ج- ١٠٥٠٠   د- ١١٠٠٠

٢. مجموع الفوائد التي تحملها المدين هي :

أ- ١٠٠٢٠ ب- ٢١٠٠٠

ج- ١٢٠٠٠ د- ٢٠١٠٠

٣. رصيد القرض آخر السنة الثانية وبعد دفع القسط الثاني هو :

أ- ٣٥٠٠٠ ب- ٢٥٠٠٠

ج- ٣٠٠٠٠ د- ٣٠٥٠٠

٤. قيمة القسط الثالث المدفوع هي :

أ- ١٠٢٠٤ ب- ١٢٠٤٠

ج- ١٢٤٠٠ د- ١٤٢٠٠

الحل

قيمة القسط الثابت = ٥٠٠٠٠ ÷ ٥ = ١٠٠٠٠ ج

جدول استهلاك القرض

ن	رصيد أول السنة	الفائدة	القسط الثابت	القسط المدفوع	رصيد آخر السنة
١	٥٠٠٠٠	٧٠٠٠	١٠٠٠٠	١٧٠٠٠	٤٠٠٠٠
٢	٤٠٠٠٠	٥٦٠٠	١٠٠٠٠	١٥٦٠٠	٣٠٠٠٠
٣	٣٠٠٠٠	٤٢٠٠	١٠٠٠٠	١٤٢٠٠	٢٠٠٠٠
٤	٢٠٠٠٠	٢٨٠٠	١٠٠٠٠	١٢٨٠٠	١٠٠٠٠
٥	١٠٠٠٠	١٤٠٠	١٠٠٠٠	١١٤٠٠	صفر
مجموع		٢١٠٠٠	٥٠٠٠٠	٧١٠٠٠	—

$$ف_{١} = ٥٠٠٠٠ \times \frac{١٤}{١٠٠} \times ١ = ٧٠٠٠$$

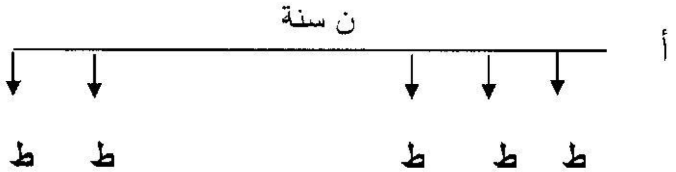
٤) سداد القرض وفوائده بأقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً :-

وتعتمد هذه الطريقة علي تحديد قيمة القسط الثابت المدفوع بفائدة مركبة ، ونرمز له بالرمز (ط) ، وهذا القسط يكون مكوناً من جزئين : أولهما فائدة علي الرصيد (ف) ، وثانيهما استهلاك من أصل القرض (ك) ولذلك :

ط = ك + ف

ويجب ملاحظة أن رصيد القرض يتناقص بمقدار الاستهلاك السنوي المدفوع ، ومن ثم فإن الفائدة المحسوبة علي الأرصدة تكون متناقصة ، ومن ناحية أخري فإن الاستهلاك السنوي يتزايد ، لأن القسط الثابت هو مجموع الاستهلاك مضافاً إليه الفائدة عن نفس السنة .

ونرمز لمدة القرض بالرمز (ن) ، والقرض الأصلي بالرمز (أ) .



أصل القرض = القيمة الحالية للأقساط المدفوعة

أ = ط ح + ط ح^{٢} + ط ح^{٣} + ... + ط ح^{ن}

= ط (ح + ح^{٢} + ح^{٣} + ... + ح^{ن})

= ط × د$_{\overline{ن|}}$

∴ ط = أ × $\frac{١}{د_{\overline{ن|}ع\%}}$

وأمكن اعداد جدول يحدد قيمة $\frac{١}{د_{\overline{ن|}}}$ بفائدة مركبة بمعدلات مختلفة ولمدة ٢٠ أو ٥٠ سنة ، ويمكن الاعتماد علي جدول القيمة الحالية لدفعة عادية عاجلة محدودة (د$_{\overline{ن|}}$) وايجاد مقلوب القيمة نصل إلي القسط السنوي لقرض قيمته جنيه واحد .

طبيعة الاستهلاكات :-

ك$_{٢}$ = ك$_{١}$ (١ + ع)

ك$_{٣}$ = ك$_{٢}$ (١ + ع) = ك$_{١}$ (١ + ع)^{٢}

$ك_{٤} = ك_{٣} (١ + ع) = ك_{١} (١ + ع)^{٣}$

نخلص من ذلك إي ان العلاقة بين الاستهلاكات تحدد إمكانية الحصول علي قيمة الاستهلاك في أي سنة بضرب الاستهلاك السابق في (١ + ع) ، ويمكن الحصول علي قيمة الاستهلاك بدلالة استهلاك السنة الأولي .

<u>تحديد رصيد القرض :-</u>

يمكن تحديد رصيد القرض في أي وقت خلال مدة القرض وبعد سداد عدد من الأقساط ، وتستخدم مجموعة من الطرق الرياضية للوصول إلي تحديد قيمة الرصيد .

١) $\boxed{\textbf{رصيد القرض} = أ (١ + ع)^{ر} - ط \; جـ_{\overline{ر|}ع٪}}$

٢) يمكن الحصول علي مجموع الاستهلاكات التي تم سدادها ثم يطرح من أصل القرض نحصل علي الرصيد ، حيث :

$\boxed{\textbf{الرصيد} = أ - ك_{١} \; جـ_{\overline{ر|}ع٪}}$

٣) $\boxed{\text{الرصيد} = \text{ط} \times \text{د}_{\overline{\text{ن - ر}|}\text{ع٪}}}$

مثال (٤) :-

اقترض تاجر مبلغ ٥٠٠٠٠ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ١٢٪ سنوياً ، واتفق علي سداد القرض وفوائده بأقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً خلال ٥ سنوات ، بحيث يسدد القسط آخر كل سنة .

١. القسط السنوي الثابت هو :

أ- ١٣٨٧٠.٥ ب- ٥٠٧٨٣.١

ج- ١٥٧٨٠.٣ د- ٣٧٨٥٠.١

٢. الاستهلاك الأول هو :

أ- ٥٠٧٨.٧ ب- ٧٨٧٠.٥

ج- ٨٥٠٧.٧ د- ٧٧٥٠.٨

٣. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الثالثة هي :

أ- ٥٢٥٦٥.٢١٨ ب- ٢٥٢٥٦.٨١٥

ج- ٢٦٥٥٨.٢١٥ د- ٥١٢٨٦.٥٢٥

٤. رصيد آخر السنة الثالثة هو :

أ- ٤٣٤٢١.٨٧٥ ب- ١٨٤٤٢.٥٧٣

ج- ٤٢٤٣٧.١٨٥ د- ٢٣٤٤١.٧٨٥

٥. الاستهلاك الرابع هو :

أ- ١١٠٥٧.٤٨٦ ب- ٦٨٤٧٥.١٠١

ج- ١٥١٠٦.٧٤٨ د- ١٨١٧٦.٥٠٤

٦. رصيد أول السنة الثالثة هو :

أ- ٤٣٤٣١.٥٣ ب- ٣٣٣١٤.٥٤

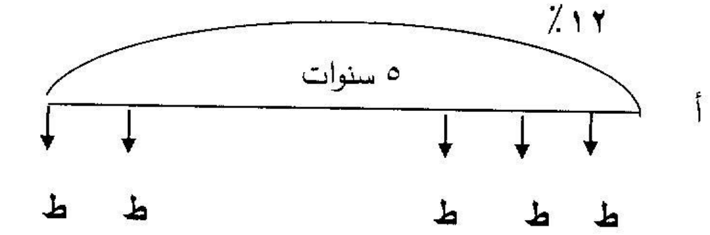
ج- ٣٤٣٤٣.١٥ د- ٥٤٣٣٤.١٣

٧. الاستهلاك الخامس هو :

أ- ٨٤٣٨٤.٣٢١ ب- ٤٨٣٤٨.١٢٣

ج- ١٢٣٨٤.٣٨٤ د- ٤٤٣٣٨.٨٢١

الحل



١) ط = أ × $\frac{1}{د_{\overline{ن}|ع\%}}$ = ٥٠٠٠٠ × $\frac{1}{د_{\overline{٥}|١٢\%}}$

= ٥٠٠٠٠ × ٠.٢٧٧٤١ = ١٣٨٧٠.٥ **جنيهاً**

ف$_1$ = أ × ع = ٥٠٠٠٠ × ٠.١٢ = ٦٠٠٠ جنيهاً

٢) ك$_1$ = ط − ف$_1$

= ١٣٨٧٠.٥ − ٦٠٠٠ = ٧٨٧٠.٥ جنيهاً

ك$_2$ = ك$_1$ (١ + ع) = ٧٨٧٠.٥ (١.١٢) = ٨٨١٤.٩٦ جنيهاً

جدول استهلاك القرض

ن	رصيد أول السنة	ف	ك	مجـ ك	ط	رصيد آخر السنة
١	٥٠٠٠٠	٦٠٠٠	٧٨٧٠.٥	٧٨٧٠.٥	١٣٨٧٠.٥	٤٢١٢٩.٥
٢	٤٢١٢٩.٥	٥٠٥٥.٥٤	٨٨١٤.٩٦	١٦٦٨٥.٤٦	١٣٨٧٠.٥	٣٣٣١٤.٥٤
٣	٣٣٣١٤.٥٤	٣٩٩٧.٧٤٥	٩٨٧٢.٧٥٥	٢٦٥٥٨.٢١٥	١٣٨٧٠.٥	٢٣٤٤١.٧٨٥
٤	٢٣٤٤١.٧٨٥	٢٨١٣.٠١٤	١١٠٥٧.٤٨٦	٣٧٦١٥.٧٠١	١٣٨٧٠.٥	١٢٣٨٤.٢٩٩
٥	١٢٣٨٤.٢٩٩	١٤٨٦.١١٦	١٢٣٨٤.٣٨٤	٥٠٠٠٠	١٣٨٧٠.٥	صفر
مجموع	ــــ	١٩٣٥٢.٥	٥٠٠٠٠	ــــ	٦٩٣٥٢.٥	ــــ

<u>إرشـــادات :</u>

١. يمكن تحديد الاستهلاك عن أي سنة إما بدلالة استهلاك السنة السابقة (إن وجد) أو من الاستهلاك الأول .

٢. يمكن تحديد الفائدة إما عن طريق الرصيد أول السنة أو بطرح الاستهلاك من القسط الثابت .

٣. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الأخيرة يساوي القرض الأصلي .

٤. مجموع الأقساط المدفوعة = مجموع الفوائد + مجموع الاستهلاكات

= مجموع الفوائد + القرض الأصلي

٥. وعموماً يمكن استخدام أكثر من طريقة في الحل .

مثال (٥) :-

اقترضت إحدي الهيئات قرضاً طويل الأجل مبلغه ٨٠٠٠٠ ج ، واتفقت **على سداد القرض** وفوائده بأقساط متساوية من الأصل والفوائد معاً يسدد القسط آخر كل سنة لمدة ٢٠ سنة بفائدة مركبة بمعدل ١٤٪ سنوياً .

١. قيمة القسط المتساوي هو :

أ- ١٢٠٧٨.٨٨ ب- ١٨٢٨٠.٨٧

ج- ٨٧٨٢٠.٨١ د- ١٨٧٢٨.٠٨

٢. الاستهلاك الأول هو :

أ- ٨٨٧.٨٨ ب- ٨٧٨.٨٨

ج- ٧٧٨.٧٨ د- ٧٨٧.١٨

٣. رصيد آخر السنة الأولي هو :

أ- ١١٢٢٩.٧١ ب- ١٢١٢٧.٩١

ج- ٧٩١٢١.١٢ د- ٢١٢١٩.٧١

٤. الاستهلاك الثاني هو :

أ- ١٢٣٠.٠٩٢ ب- ٣٢٠١.١٠٩

ج- ٩٠١٠.٢٣ د- ١٠٠١.٩٢٣

٥. رصيد أول السنة الخامسة هو :

أ- ٧٥٦٧٤.٧٠٣ ب- ٣٧٥٧٦.٧٠٤

ج- ٧٠٧٥٧.٦٤٣ د- ٣٤٦٧٥.٧٠٧

٦. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الخامسة هو :

أ- ٤٥٨٨.٠٩٨ ب- ٥٨٠٩.٤٨٨

ج- ٨٥٨٤.٠٩٨ د- ٨٠٩٨.٥٤٨

٧. الفائدة عن رصيد أول السنة الخامسة هي :

أ- ٥١٩٨٤.٠٤٥ ب- ٤٥٠٨٤.٩١٥

ج- ١٠٥٩٤.٤٥٨ د- ٨٥٤١٠.٩٥٤

٨. الاستهلاك الخامس هو :

أ- ٤٣٤٣.١٨٩ ب- ٩١٤٣.٤٣٨

ج- ٣٤٣٤.٨١٩ د- ١٤٨٤.٣٩٣

٩. رصيد أول السنة العاشرة هو :

أ- ٦٥٨٦٢.٩١ ب- ١٩٢٦٨.٥٦

ج- ٦٨٦٩١.٥٢ د- ٢٥١٩٦.٨٦

١٠. الفائدة عن الرصيد أول السنة العاشرة هو :

أ- ٧٠٢٠.٩٢٨ ب- ٩٢٢٠.٨٠٧

ج- ٧٢٨٢.٩٠٠ د- ٨٠٢٠.٧٩٢

١١. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة العاشرة هو :

أ- ٦٩٦٩١.١٥٢ ب- ٩١٩١٥.٦٢٦

ج- ١٦٩٩٥.١٦٢ د- ١٩١٩٦.٦٢٥

١٢. الاستهلاك في نهاية السنة العاشرة هو :

أ- ٢٠٨٧.٨ ب- ٣٨٥٨.٧٠٢

ج- ٨٢٨٥.٧٠٣ د- ٢٨٥٨.٠٧٣

١٣. الرصيد آخر السنة العاشرة هو :

أ- ٦٣٠٠٤.٨١٤ ب- ٣٠٦٠١.٤٨٤

ج- ٣٤٦٤١.٠٠٨ د- ٨٤٣٤٠.٦٠١

١٤. الرصيد أول السنة ٢٠ هو :

أ- ٥١٥٩٠.٠٥١ ب- ١٠٥٩٥.٥٠٩

ج- ٥٩٠٥٩.١٠٥ د- ١٠٠٥٩.٥٥٩

١٥. الفائدة عن الرصيد أول السنة ٢٠ هي :

أ- ٤٨٤٧.٣١٣ ب- ٣٤٣٧.١٤٨

ج- ١٤٨٣.٣٧١ د- ١٧١٤.٣٨٣

١٦. استهلاك السنة العشرين هو :

أ- ٥١٥٠٩.٥٠٩ ب- ٩٥٩٠٥.١٠٥

ج- ٥٠٥٠١.٩٥٩ د- ١٠٥٩٥.٥٠٩

الحل

ط = أ × ١ / (د ن┐ع%) = ٨٠٠٠٠ × ١ / (د ٢٠┐١٤%)

= ٨٠٠٠٠ × ٠.١٥٠٩٨٦ = ١٢٠٧٨.٨٨ **جنيهاً**

ف١ = أ × ع = ٨٠٠٠٠ × ٠.١٤ = ١١٢٠٠ جنيهاً

ك١ = ط − ف١

= ١٢٠٧٨.٨٨ − ١١٢٠٠ = ٨٧٨.٨٨ **جنيهاً**

جدول استهلاك القرض

ن	رصيد أول السنة	ف	ك	مجـ ك	ط	رصيد آخر السنة
١	٨٠٠٠٠	١١٢٠٠	٨٧٨.٨٨	٨٧٨.٨٨	١٢٠٧٨.٨٨	٧٩١٢١.١٢
٢	٧٩١٢١.١٢	١١٠٧٦.٩٥٧	١٠٠١.٩٢٣	١٨٨٠.٨٠٣	١٢٠٧٨.٨٨	٧٨١١٩.١٩٦
٥	٧٥٦٧٤.٧٠٣	١٠٥٩٤.٤٥٨	١٤٨٤.٣٩٣	٥٨٠٩.٤٨٨	١٢٠٧٨.٨٨	٧٤١٩٠.٥١٢
١٠	٦٥٨٦٢.٩١	٩٢٢٠.٨٠٧	٢٨٥٨.٠٧٣	١٦٩٩٥.١٦٢	١٢٠٧٨.٨٨	٦٣٠٠٤.٨١٤
١٥					١٢٠٧٨.٨٨	
٢٠	١٠٥٩٥.٠٩	١٤٨٣.٣٧١	١٠٥٩٥.٠٩	٨٠٠٠٠	١٢٠٧٨.٨٨	صفر

رصيد أول السنة الخامسة = القيمة الحالية للأقساط الباقية

= ط × د ١٦| ١٤٪

= ١٢٠٧٨.٨٨ × ٦.٢٦٥٠٤٣ = ٧٥٦٧٤.٧٠٣ ج

أو

رصيد آخر السنة الرابعة = أ − $\text{مجـ}_{١}^{٤}$ ك

= ٨٠٠٠٠ − $ك_{١}$ $\text{جـ}_{\overline{٤|}\,١٤٪}$

= ٨٠٠٠٠ − ٨٧٨.٨٨ × ٤.٩٢١١٤٤ = ٧٥٦٧٤.٧٠٣

= الرصيد أول السنة الخامسة

فائدة السنة الخامسة = ٧٥٦٧٤.٧٠٣ × ٠.١٤ = ١٠٥٩٤.٤٥٨ ج

$ك_{٥}$ = ط − $ف_{٥}$

= ١٢٠٧٨.٨٨ − ١٠٥٩٤.٤٥٨ = ١٤٨٤.٤٢٢ ج

أو يمكن الحصول علي $ك_{٥}$ كما يلي :

$ك_{٥}$ = $ك_{١}$ $(١ + ع)^{٤}$ = ٨٧٨.٨٨ $(١.١٤)^{٤}$

= ٨٧٨.٨٨ × ١.٦٨٨٩٦٠ = ١٤٨٤.٣٩٣ ج

$\overset{٥}{\underset{١}{\text{مجـ ك}}}$ = ك$_{١}$ جـ $\overline{٥|}$ ١٤٪

= ٨٧٨.٨٨ × ٦.٦١٠١٠٤ = ٥٨٠٩.٤٨٨ ج

رصيد آخر السنة الخامسة = أ − $\overset{٥}{\underset{١}{\text{مجـ ك}}}$

= ٨٠٠٠٠ − ٥٨٠٩.٤٨٨ = ٧٤١٩٠.٥١٢ ج

<u>أو</u>

رصيد آخر السنة الخامسة = أ (١ + ع)^{٥} − ط × جـ $\overline{٥|}$ ١٤٪

= ٨٠٠٠٠ (١.١٤)^{٥} − ١٢٠٧٨.٨٨ × ٦.٦١٠١٠٤

= ٨٠٠٠٠ × ١.٩٢٥٤١٥ − ٧٩٨٤٢.٦٥٣

= ٧٤١٩٠.٥١٢ ج

رصيد أول السنة العاشرة = أ − $\overset{٩}{\underset{١}{\text{مجـ ك}}}$

= ٨٠٠٠٠ − ك$_{١}$ جـ $\overline{٩|}$ ١٤٪

= ٨٠٠٠٠ − ٨٧٨.٨٨ × ١٦.٠٨٥٣٤٧

= ٨٠٠٠٠ − ١٤١٣٧.٠٩ = ٦٥٨٦٢.٩١ ج

<u>أو</u>

رصيد أول السنة العاشرة = ط × د ١١⌉ ١٤٪

= ١٢٠٧٨.٨٨ × ٥.٤٥٢٧٣٣ = ٦٥٨٦٢.٩١ ج

ف١٠ = ٦٥٨٦٢.٩١ × ٠.١٤ = ٩٢٢٠.٨٠٧ ج

ك١٠ = ط − ف١٠

= ١٢٠٧٨.٨٨ − ٩٢٢٠.٨٠٧ = ٢٨٥٨.٠٧٣ ج

مجـك $^{١٠}_{١}$ = ك١ جـ ١٠⌉ ١٤٪

= ٨٧٨.٨٨ × ١٩.٣٣٧٢٩٥ = ١٦٩٩٥.١٦٢ ج

رصيد آخر السنة العاشرة = أ − مجـك $^{١٠}_{١}$

= ٨٠٠٠٠ − ١٦٩٩٥.١٦٢ = ٦٣٠٠١.٨٣٨ ج

<u>أو</u>

رصيد آخر السنة العاشرة = أ (١ + ع)^{١٠} – ط × جـ ١٠⌉ ١٤٪

= ٨٠٠٠٠ × ٣.٧٠٧٢٢١ – ١٢٠٧٨.٨٨ × ١٩.٣٣٧٢٩٥

= ٦٣٠٠٤.٨١٤ ج

" تترك بيانات السنة رقم (١٥) لمحاولات الطالب "

رصيد أول السنة العشرين = ط × د ١⌉ ١٤٪

= ١٢٠٧٨.٨٨ × ٠.٨٧٧١٩٣ = ١٠٥٩٥.٥٠٩ ج

ف$_{٢٠}$ = ١٠٥٩٥.٥٠٩ × ٠.١٤ = ١٤٨٣.٣٧١ ج

ك$_{٢٠}$ = ط – ف$_{٢٠}$

= ١٢٠٧٨.٨٨ – ١٤٨٣.٣٧١ = ١٠٥٩٥.٥٠٩ ج

مجـ ك$_{١}^{٢٠}$ = ك$_{١}$ جـ ٢٠⌉ ١٤٪

= ٨٧٨.٨٨ × ٩١.٠٢٤٩٢٨ = ٧٩٩٩٩.٩٨٨ ج

= ٨٠٠٠٠ ج

مثال (٦) :-

اقترض تاجر مبلغاً من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ١٤٪ سنوياً ، واتفق علي سداد القرض وفوائده بأقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً خلال ١٥ سنة ، فإذا علمت أن الفرق بين الاستهلاك العاشر والاستهلاك التاسع ٤٧٨.١٩ جنيهاً فإن :

١. الاستهلاك العاشر هو :

أ- ٤٤٦٣.١٠٧	ب- ٧٠١٣.٦٤٤
ج- ٤٣٤٦.٧٠١	د- ١٤٣٤.٦٠٧

٢. الاستهلاك التاسع هو :

أ- ١٧٨٩.٩٤٨	ب- ٣٩٨٤.٩١٧
ج- ٧١٩٤.٣٩٨	د- ٤٩٣٩.١٧٨

٣. الاستهلاك الأول هو :

أ- ٤١٤١.٩٦٠	ب- ١٤١٤.٦٠٩
ج- ١٦٠٩.٤٤١	د- ١١٩٠.٦٤٤

٤. قيمة القرض هي :

أ- ٥٠٠٠٠ ب- ٦٥٠٠٠

ج- ٥٦٠٠٠ د- ٦٠٠٠٠

٥. القسط المتساوي هو :

أ- ٨٨٠٩.٤٤ ب- ٨٠٨٤.٩٤

ج- ٤٨٤٩.٠٨ د- ٨٤٨٤.٠٩

٦. فائدة السنة الأولي هي :

أ- ٢٠٠٧ ب- ٧٢٠٠

ج- ٧٠٠٢ د- ٢٧٠٠

٧. الرصيد أول السنة الثالثة هو :

أ- ٧٨٩٦٥.٥٧٦ ب- ٦٥٦٥٧.٧٨٩

ج- ٥٦٥٨٧.٩٧٦ د- ٧٥٧٥٦.٦٨٩

٨. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الخامسة هو :

أ- ١٤٠٢٢.٥٦٩ ب- ٢٥٢٦٩.٠٤١

ج- ٢١٢٠٤.٩٦٥ د- ١٠٢٢٤.٥٦٩

٩. الرصيد أول السنة الخامسة هو :

أ- ٥٢٣٠٧.٨٠٣
ب- ٣٥٣٢٠.٧٨٠
ج- ٧٠٨٠٢.٣٥٣
د- ٣٠٣٠٥.٧٨٢

١٠. فائدة السنة الخامسة هي :

أ- ٣٦٢٦.٧٩٦
ب- ٦٢٧٦.٩٣٦
ج- ٩٦٧٦.٢٣٦
د- ٦٦٦٧.٩٣٢

١١. الرصيد آخر السنة الخامسة هو :

أ- ٩٧٤٧١.٣٥٤
ب- ٧٤٧٤٥.٣١٩
ج- ٤٧٤٧٩.١٣٥
د- ٤٩٧٧٥.٤٣١

١٢. الرصيد أول السنة العاشرة هو :

أ- ٣٦٢١٩.٤٤١
ب- ١٤١٤٣.٦٢٩
ج- ٤١٤١٩.٦٢٣
د- ١١٤٤٢.٣٦٩

١٣. الاستهلاك العاشر هو :

أ- ٣١٠٤.٧٤٦
ب- ٤٤٦٣.١٠٧
ج- ٦٤٧٤.١٠٣
د- ٣٤٧٤.١٠٦

١٤. فائدة الرصيد أول السنة العاشرة هي :

أ- ٣٤٦٣.٤٣٣ ب- ٣٦٤٤.٣٣٣

ج- ٤٣٤٦.٣٣٣ د- ٣٤٣٤.٣٦٣

١٥. مجموع الاستهلاكات العشرة الأولي هو :

أ- ٤٦٣٦٨.٢٢٦ ب- ٣٢٦٢٦.٤٦٨

ج- ٢٦٢٦٤.٣٦٨ د- ٢٨٢٤٣.٦٦٦

١٦. الرصيد أول السنة الرابعة عشر هو :

أ- ١٤٨٨٨.٤٠٦ ب- ٨١٨٤٨.٦٠٤

ج- ٨٤٨٨٠.١٤٦ د- ١٤٦٨٨.٨٤٠

١٧. الرصيد آخر السنة الرابعة عشر هو :

أ- ٦٥٦٧.٨١٨ ب- ٧٨٦٥.٦١٨

ج- ٨٦٨٦.٥١٧ د- ٧١٥٨.٨٦٦

١٨. قيمة الاستهلاك الرابع عشر هي :

أ- ٧٢٧٢.٨٠٥ ب- ٢٧٢٧.٥٨٠

ج- ٧٠٢٢.٧٨٥ د- ٧٨٥٠.٢٢٧

١٩. الرصيد أول السنة الخامسة عشر هو :

أ- ٥٥٦٧.١٨٩ ب- ٩٨٧٦.٥١٥

ج- ٥٦٧٥.١٩٨ د- ٧٨٦٥.٥١٩

٢٠. الاستهلاك الخامس عشر هو :

أ- ٧٨٦٥.٥١٩ ب- ٩١٥٥.٦٨٧

ج- ٥٦٥٧.٩٨١ د- ١٨٩٧.٥٦٥

الحل

$ك_{١٠}$ = $ك_{٩}$ (١ + ع)

$ك_{١٠}$ − $ك_{٩}$ = $ك_{٩}$ (١ + ع) − $ك_{٩}$

= $ك_{٩}$ (١ + ع − ١)

٤٧٨.١٩ = $ك_{٩}$ × ٠.١٢

$ك_{٩}$ = ٤٧٨.١٩ ÷ ٠.١٢ = ٣٩٨٤.٩١٧ ج

$ك_{١٠}$ = $ك_{٩}$ + الفرق

= ٣٩٨٤.٩١٧ + ٤٧٨.١٩ = ٤٤٦٣.١٠٧ ج

لكن :

ك$_{١٠}$ = ك$_{١}$ (١ + ع)^{٩}

٤٤٦٣.١٠٧ = ك$_{١}$ (١.١٢)^{٩} = ك$_{١}$ × ٢.٧٧٣٠٧٩

ك$_{١}$ = ٤٤٦٣.١٠٧ ÷ ٢.٧٧٣٠٧٩ = ١٦٠٩.٤٤١ ج

القرض = مجموع الاستهلاكات = مجـ$_{١}^{١٥}$ ك = ك$_{١}$ جـ $\overline{١٥}|$ ١٢٪

= ١٦٠٩.٤٤١ × ٣٧.٢٧٩٧١٥ = ٥٩٩٩٩.٥ ج

= ٦٠٠٠٠ ج تقريباً

ك$_{٢}$ = ك$_{١}$ (١ + ع) = ١٦٠٩.٤٤١ × ١.١٢

= ١٨٠٢.٥٧٤ج

ط = أ × $\frac{١}{د\ \overline{ن}|ع٪}$ = ٦٠٠٠٠ × $\frac{١}{د\ \overline{١٥}|١٢٪}$

= ٦٠٠٠٠ × ٠.١٤٦٨٢٤ = ٨٨٠٩.٤٤ **جنيهاً**

ف١ = ٦٠٠٠٠ × ٠.١٢ = ٧٢٠٠ **جنيهاً**

$$\text{مجـ ك}_1^{14} = \text{ك}_1 \; \text{جـ} \, \overline{14}| \, 12\%$$

= ١٦٠٩.٤٤١ × ٣٢.٣٩٢٦٠٢ = ٥٢١٣٣.٩٨٢ ج

$$\text{ك}_{14} = \text{ك}_1 \left(1 + \text{ع}\right)^{13}$$

= ١٦٠٩.٤٤١ × ٤.٣٦٣٤٩٣ = ٧٠٢٢.٧٨٥ ج

$$\text{ك}_{15} = \text{ك}_{14} \left(1 + \text{ع}\right)$$

= ٧٠٢٢.٧٨٥ × ١.١٢ = ٧٨٦٥.٥١٩ ج

رصيد القرض أول السنة الرابعة عشر = ط × د $\overline{2}|$ ١٢٪

= ٨٨٠٩.٤٤ × ١.٦٩٠٠٥١ = ١٤٨٨٨.٤٠٣ ج

جدول استهلاك القرض

ن	رصيد أول السنة	ف	ك	مجـ ك	ط	رصيد آخر السنة
١	٦٠٠٠٠	٧٢٠٠	١٦٠٩.٤٤١	١٦٠٩.٤٤١	٨٨٠٩.٤٤	٥٨٣٩٠.٥٥٩
٢	٥٨٣٩٠.٥٥	٧٠٠٦.٨٦٦	١٨٠٢.٥٧٤	٣٤١٢.٠٢٤	٨٨٠٩.٤٤	٥٦٥٨٧.٩٧٦
٩	٤٠٢٠٤.٣٥٨	٤٨٢٤.٥٢٣	٣٩٨٤.٩١٧	٢٣٧٨٠.٥٥٩	٨٨٠٩.٤٤	٣٦٢١٩.٤٤١
١٠	٣٦٢١٩.٤٤١	٤٣٤٦.٣٣٣	٤٤٦٣.١٠٧	٢٨٢٤٣.٦٦٦	٨٨٠٩.٤٤	٣١٧٥٦.٣٣٤
١٤	١٤٨٨٨.٤٠٣	١٧٨٦.٦٠٨	٧٠٢٢.٧٨٥	٥٢١٣٣.٩٨٢	٨٨٠٩.٤٤	٧٨٦٥.٥١٩
١٥	٧٨٦٥.٥١٩	٩٤٣.٨٦٢	٧٨٦٥.٥١٩	٦٠٠٠٠	٨٨٠٩.٤٤	صفر

مجـ$_{١}^{٥}$ ك = ك$_{١}$ جـ $\overline{٥|}$ ١٢٪

= ١٦٠٩.٤٤١ × ٦.٣٥٢٨٤٧ = ١٠٢٢٤.٥٦٩

الرصيد أول السنة الخامسة = ط × د $\overline{١١|}$ ١٢٪

= ٨٨٠٩.٤٤ × ٥.٩٣٧٦٩٩ = ٥٢٣٠٧.٨٠٣ ج

فـه = الرصيد أول السنة × ع

= ٥٢٣٠٧.٨٠٣ × ٠.١٢ = ٦٢٧٦.٩٣٦ ج

رصيد آخر السنة الخامسة = أ − مجـ$_{١}^{٥}$ ك

= ٦٠٠٠٠ − ١٠٢٢٤.٥٦٩ = ٤٩٧٧٥.٤٣١ ج

مثال (٧) :-

اقترضت إحدي الشركات مبلغ ١٥٠٠٠٠ ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ١٤٪ سنوياً ، واتفقت عي سداد القرض وفوائده بأقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً خلال ١٠ سنوات .

١. قيمة القسط المتساوي هي :

أ- ٢٨٧٥٧.١ ب- ٧٢٧٥٨.١

ج- ١٧٥٧٨.٢ د- ٧٧٨٥١.٢

٢. قيمة الاستهلاك الأول هي :

أ- ٧١٧٥.٧ ب- ٧٧٥٧.١

ج- ١٧٥٧.٧ د- ١٥٧٧.٧

٣. الرصيد أول السنة الخامسة هو :

أ- ١٢١٦١٧.٨٦٨ ب- ٦١٧١٨١.٦٨٢

ج- ١٦١٦١٧.٨٢٨ د- ١١١٨٢٦.٧٨٦

٤. فائدة الرصيد أول السنة الخامسة هي :

أ- ٥٥١٦٥.٧٥ ب- ٥٧٥٦٥.١٥

ج- ١٥٦٥٥.٧٥ د- ٥١٥٦٥.٧٥

٥. الاستهلاك الخامس هو :

أ- ١٣١٠١.٣٥ ب- ١١٠٣١.٣٥

ج- ٥٣١٠١.١٣ د- ١١١٥٠.٣٣

٦. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الخامسة هو :

أ- ١٢٣٢٥.٧٥٨ ب- ٥١٢٧٥.٢٣٨

ج- ٥٥١٧٢.٣٢٨ د- ٨٢٥٣٥.٢٧١

٧. الرصيد آخر السنة الخامسة هو :

أ- ٢٤٢٦٧.٧٨٩ ب- ٧٨٩٢٢.٤٦٧

ج- ٩٨٧٢٤.٧٦٢ د- ٢٦٧٤٢.٧٨٩

٨. الرصيد أول السنة العاشرة هو :

أ- ٢٤٥٦٢.٥٥٩ ب- ٥٥٢٢٤.٦٩٢

ج- ٥٢٥٢٦.٢٤٩ د- ٢٥٢٢٥.٦٩٤

٩. فائدة السنة العاشرة هي :

أ- ٣٥٣١.٥٩٧ ب- ١٥٣٣.٩٥٧

ج- ٣٣٥٥.١٧٩ د- ٥٥٣٣.٩١٧

١٠. الاستهلاك العاشر هو :

أ- ٣٢٥٢٥.٥٠٢ ب- ٢٥٢٢٥.٥٠٣

ج- ٥٢٥٢٥.٣٠٢ د- ٥٥٢٢٥.٢٠٣

١١. مجموع الاستهلاك في نهاية السنة الثامنة هو :

أ- ٦٤٦١٨٠.٢٢ ب- ١٠٢٦٤٦.٨٢

ج- ٤٦٢٦٨٢.٠١ د- ٢٨٦٤٦٢.١٠

الحل

$$ط = أ \times \frac{1}{د_{\overline{ن|}}ع\%} \qquad ١٥٠٠٠٠ \times \frac{1}{د_{\overline{١٠|}}١٤\%}$$

= ١٥٠٠٠٠ × ٠.١٩١٧١٤ = ٢٨٧٥٧.١ **جنيهاً**

ف$_{١}$ = ١٥٠٠٠٠ × ٠.١٤ = ٢١٠٠٠ جنيهاً

ك$_{١}$ = ط - ف$_{١}$

= ٢٨٧٥٧.١ − ٢١٠٠٠ = ٧٧٥٧.١ **جنيهاً**

٦. الرصيد أول السنة الخامسة = القيمة الحالية للأقساط الباقية

= ط × د ٦⌉ ١٤٪

= ٢٨٧٥٧.١ × ٣.٨٨٨٦٦٧ = ١١١٨٢٦.٧٨٦ ج

<u>أو</u>

الرصيد أول السنة الخامسة = رصيد آخر السنة الرابعة = أ − مج$_{١}^{٤}$ ك

= ١٥٠٠٠٠ − ك١ جـ ٤⌉ ١٤٪

٧. فـه = الرصيد × ع

= ١١١٨٢٦.٧٨٦ × ٠.١٤ = ١٥٦٥٥.٧٥ ج

جدول استهلاك القرض

ن	رصيد أول السنة	ف	ك	مجـ ك	ط	رصيد آخر السنة
١	١٥٠٠٠٠	٢١٠٠٠	٧٧٥٧.١	٧٧٥٧.١	٢٨٧٥٧.١	١٤٢٢٤٢.٩
٥	١١١٨٢٦.٧٨٦	١٥٦٥٥.٧٥	١٣١٠١.٣٥	٥١٢٧٥.٢٣٨	٢٨٧٥٧.١	٩٨٧٢٤.٧٦٢
٨	٦٦٧٦٣.٤٠٤	٩٣٤٦.٨٧٧	١٩٤١٠.٢٢٣	١٠٢٦٤٦.٨٢	٢٨٧٥٧.١	٤٧٣٥٣.١٨١
١٠	٢٥٢٢٥.٦٩٤	٣٥٣١.٥٩٧	٢٥٢٢٥.٥٠٣	١٥٠٠٠٠	٢٨٧٥٧.١	

$$\overset{\text{٥}}{\underset{\text{١}}{\text{مجـ}}}\ \text{ك} = \text{ك}_{\text{١}}\ \text{جـ}_{\overline{\text{٥}|}}\ \text{١٤٪}$$

= ٧٧٥٧.١ × ٦.٦١٠١٠٤ = ٥١٢٧٥.٢٣٨ ج

$$\text{الرصيد آخر السنة الخامسة} = \text{أ} - \overset{\text{٥}}{\underset{\text{١}}{\text{مجـ}}}\ \text{ك}$$

= ١٥٠٠٠٠ − ٥١٢٧٥.٢٣٨ = ٩٨٧٢٤.٧٦٢ ج

أو

الرصيد آخر السنة الخامسة = الرصيد أول السنة الخامسة – ك٥

= ١١١٨٢٦.٧٨٦ – ١٣١٠١.٣٥ = ٩٨٧٢٥.٤٣٦ ج

" ملاحظة الفروق الناتجة عن التقريب (٠.٦٧٤) وهي لا تؤثر كثيراً "

الرصيد أول السنة الخامسة = ١٥٠٠٠٠ – ٧٧٥٧.١ × ٤.٩٢١١٤٤

= ١٥٠٠٠٠ – ٣٨١٧٣.٨٠٦

= ١١١٨٢٦.١٩٤ جنيهاً

الرصيد أول السنة الثامنة = ط × د ٣⌉١٤٪

= ٢٨٧٥٧.١ × ٢.٣٢١٦٣٢ = ٦٦٧٦٣.٤٠٤ ج

الرصيد آخر السنة الثامنة = الرصيد أول السنة الثامنة – ك٨

= ٦٦٧٦٣.٤٠٤ – ١٩٤١٠.٢٢٣ = ٤٧٣٥٣.١٨١

مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الثامنة =

القرض − الرصيد آخر السنة الثامنة

= ١٥٠٠٠٠ − ٤٧٣٥٣.١٨١ = ١٠٢٦٤٦.٨١٩ ج

<u>أو</u>

مجموع الاستهلاكات = ك$_{١}$ جـ $_{\overline{٨}|}$ ١٤٪ " وتحقق نفس النتيجة "

= ٧٧٥٧.١ × ١٣.٢٣٢٧٦٠ = ١٠٢٦٤٧.٨٤٣

الفرق = ١.٠٢٣

الرصيد أول السنة العاشرة = الرصيد آخر السنة التاسعة

= أ − مجـ$_{١}^{٩}$ ك

= أ − ك$_{١}$ جـ $_{\overline{٩}|}$ ١٤٪

= ١٥٠٠٠٠ − ٧٧٥٧.١ × ١٦.٠٨٥٣٤٦

= ٢٥٢٢٤.٣٦٣ ج

أو

الرصيد أول السنة العاشرة = $ك_{١٠}$ = $ك_{١}$ $(١.١٤)^{٩}$

= ٧٧٥٧.١ × ٣.٢٥١٩٤٩ = ٢٥٢٢٥.٦٩٤ جنيهاً

الفروق = ١.٣٣١

المهم يمكن الحصول علي النتائج بأكثر من طريقة وإهمال الفروق ....

وعموماً سيكون من بين الاختيارات الاجابة الصحيحة في حين أن الإجابات الأخري فروقها كبيرة .

$ف_{١٠}$ = الرصيد أول السنة × المعدل

= ٢٥٢٢٥.٦٩٤ × ٠.١٤ = ٣٥٣١.٥٩٧ ج

$ك_{١٠}$ = ط − $ف_{١٠}$

= ٢٨٧٥٧.١ − ٣٥٣١.٥٩٧ = ٢٥٢٢٥.٥٠٣ ج

مثال (٨) :-

اقترضت إحدي الشركات مبلغاً ما من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل معين ، واتفقت علي سداد القرض وفوائده بخمسة أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً ، فإذا علمت أن الفرق بين الاستهلاكين الخامس والثالث = ٧٥٩٠.٩٠٢ جنيهاً ، وأن نسبة الاستهلاك الرابع إلي الاستهلاك الثاني = ١.٣٢٢٥ فإن :

١. الاستهلاك الثالث هو :

أ- ٢٣٥٣٧.٦٨١ ب- ٣٢٣٥١.٦٧٨

ج- ١٨٦٧٣.٢٥٣ د- ٣٣٢١٥.٦٧٨

٢. الاستهلاك الخامس هو :

أ- ٥٨٨١١.٣٢٣ ب- ٣١١٢٨.٥٨٣

ج- ١٣١٣٢.٨٥٨ د- ٨١٨١٢.٣١٣

٣. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الثالثة هو :

أ- ٧٠٨٠٩.١٦٣ ب- ١٠٦٠٣.٧٨٩

ج- ٦١٨٠٣.٠٩٧ د- ٧٩٠٦١.٨٠٣

٤. الفائدة عن رصيد أول السنة الثالثة هي :

أ- ٢٨٢٨١.٠٦١ ب- ١٨١٨٢.٢٠٦

ج- ٨٢٨٢٠.١١٦ د- ١٢٢٦٠.١٨٨

٥. رصيد أول السنة الرابعة هو :

أ- ٥٨١٩٦.٩٠٣ ب- ٣٠٩٦٩.١٨٥

ج- ٩١٩٥٠.٨٦٣ د- ١٣٥٦٨.٩٠٩

٦. الرصيد آخر السنة الثالثة هو :

أ- ١٣٨٥٩.٦٠٩ ب- ٥٨١٩٦.٩٠٣

ج- ٣٠٥١٦.٨٩٩ د- ٩٨٩١٠.٣٥٦

٧. الرصيد آخر السنة الرابعة هو :

أ- ٧١٥١٣.٨٢ ب- ٨٧٥٣١.١٢

ج- ٣١١٢٨.٥٧ د- ١٢١٣٥.٧٨

٨. الرصيد أول السنة الخامسة هو :

أ- ٧١٨١٥.٢٣ ب- ٣٢١١٥.٧٨

ج- ١٢٣١٥.٨٧ د- ٣١١٢٨.٧٥

٩. الفائدة عن الرصيد أول السنة الخامسة هي :

أ- ٤٦٦٩.٢٨٦ ب- ٦٨٢٩.٦٤٦

ج- ٦٤٦٨.٦٢٩ د- ٩٨٦٦.٤٢٦

١٠. مجموع الفوائد التي تحملها المدين هي :

أ- ٣٤٩٨٩.٥٨ ب- ٥٨٩٨٩.٣٤

ج- ٩٨٩٨٥.٣٤ د- ٨٩٨٩٣.٤٥

الحل

$$\frac{ك_٤}{ك_٢} = \frac{ك_٢ (١ + ع)^٢}{ك_٢} = ١.٣٢٢٥$$

$$١ + ع = \sqrt{١.٣٢٢٥} = ١.١٥$$

$$ع = ١٥\%$$

$$ك_٥ - ك_٣ = ك_٣ \{ (١ + ع)^٢ - ١ \}$$

$$= ك_٣ \times ٠.٣٢٢٥$$

$$= ٧٥٩٠.٩٠٢$$

٨. $ك_{٣}$ = ٢٣٥٣٧.٦٨١ جنيهاً

٩. $ك_{٥}$ = $ك_{٣}$ + الفرق = ٣١١٢٨.٥٨٣ جنيهاً

١٠. $ك_{٤}$ = $ك_{٥}$ ÷ (١ + ع) = ٢٧٠٦٨.٣٣٣

١١. رصيد أول السنة الرابعة = رصيد آخر السنة الثالثة

= ط × $د_{\overline{٢}|}$ ١٥٪

= ٣٥٧٩٧.٨٦٨ × ١.٦٢٥٧٠٩

= ٥٨١٩٦.٩١٦ جنيهاً

جدول استـهلاك القرض

ن	رصيد أول السنة	ف	ك	مجـ ك	ط	رصيد آخر السنة
١	١٢٠٠٠٠	١٨٠٠٠	١٧٧٩٧.٨٦٨	١٧٧٩٧.٨٦٨	٣٥٧٩٧.٦٨٦	١٠٢٢٠٢.١٣٢
٢	١٠٢٢٠٢.١٣٢	١٥٣٣٠.٣٢	٢٠٤٦٧.٥٤٨	٣٨٢٦٥.٤١٦	٣٥٧٩٧.٦٨٦	٨١٧٣٤.٥٨٤
٣	٨١٧٣٤.٥٨٤	١٢٢٦٠.١٨٨	٢٣٥٣٧.٦٨١	٦١٨٠٣.٠٩٧	٣٥٧٩٧.٦٨٦	٥٨١٩٦.٩٠٣
٤	٥٨١٩٦.٩٠٣	٨٧٢٩.٥٣٥	٢٧٠٦٨.٣٣٣	٨٨٨٧١.٤٣٠	٣٥٧٩٧.٦٨٦	٣١١٢٨.٥٧٠
٥	٣١١٢٨.٥٧	٤٦٦٩.٢٨٦	٣١١٢٨.٥٨٣	١٢٠٠٠٠	٣٥٧٩٧.٦٨٦	صفر
مجـ	—	٥٨٩٨٩.٣٤	١٢٠٠٠٠	—	١٧٨٩٨٩.٣٤	—

رصيد آخر السنة الرابعة = الرصيد أول السنة − ك٤

<u>أو</u>

= ط × د ١⌉ ١٥٪

<u>أو</u>

٤
= أ − مجـ ك
١

.............وهكذا يمكن الوصول للحل بأكثر من طريقة .

مثال (٩) :-

اقترضت إحدي الشركات مبلغ ١٨٠٠٠٠ ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ١٤٪ سنوياً ، واتفقت علي سداد القرض وفوائده بعشرة أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد .

١. القسط السنوي الثابت هو :

أ- ٣٤٥٠٨.٥٢ ب- ٢٥٠٨٥.٣٤

ج- ٥٢٥٣٠.٨٤ د- ٤٨٥٥٠.٣٢

٢. الاستهلاك الأول هو :

أ- ٢٣٥٢.٨٩ ب- ٩٣٠٨.٥٢

ج- ٩٨٥٣.٢٢ د- ٢٥٢٣.٨٩

٣. الرصيد أول السنة الثالثة هو :

أ- ١١٠٣٣٠.٦٨ ب- ١٠٦٠٣٠.٨١

ج- ١٦٠٠٨٠.٣٣١ د- ٣١٣٠١٠.٦٨٠

٤. الرصيد آخر السنة الرابعة هو :

أ- ٣٣١١٤٤.٩١٢ ب- ١١١٢٣٤.٩٤٣

ج- ٣١٤١٢١.٩٤٣ د- ١٣٤١٩٢.١٤٣

٥. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الخامسة هو :

أ- ٥٥٦٠٨.١٢٣ ب- ٢٣١٠٨.٥٦٥

ج- ٦١٥٣٠.٢٨٥ د- ١٢٣٠٥.٥٦٨

٦. الاستهلاك الثامن هو :

أ- ١٢٣٢٤.٢٩٢ ب- ٢٣٢٩٢.٤٢١

ج- ٢٩٢٤٣.١٢٢ د- ٢٢٣١٢.٢٤٩

٧. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الثامنة هو :

أ- ١٢٣١٧٧.٤١١ ب- ١١١١٧٧.٤٢٣

ج- ١٤٣٢١١.٧٧١ د- ٢٣٤١١١.١٧٧

٨. الفائدة عن الرصيد أول السنة الثامنة هي :

أ- ٢١٥٢١.٦١٢ ب- ١١٢١٦.٢٥٢

ج- ٢١٢١٢.١٦٥ د- ١٥٢١٦.٢١٢

٩. الاستهلاك التاسع هو :

أ- ٢٣٥٣٥.٥٤٦ ب- ٣٥٣٥٤.٦٥٢

ج- ٥٢٥٤٥.٦٣٣ د- ٢٦٥٥٣.٣٥٤

١٠. الاستهلاك العاشر هو :

أ- ٧٨٤٠٠.٢٢٣ ب- ٢٠٣٠٢.٤٧٨

ج- ٣٠٢٧٠.٨٢٤ د- ٣٤٢٠٠.٢٧٨

الحل

١. ط = أ × $\frac{1}{\text{د}\ \overline{\text{ن}|}\ \text{ع}\%}$ = ١٨٠٠٠٠ × $\frac{1}{\text{د}\ \overline{10|}\ 14\%}$

= ١٨٠٠٠٠ × ٠.١٩١٧١٤ = ٣٤٥٠٨.٥٢ جنيهاً

ف١ = ١٨٠٠٠٠ × ٠.١٤ = ٢٥٢٠٠ جنيهاً

٢. ك١ = ط - ف١

= ٣٤٥٠٨.٥٢ − ٢٥٢٠٠ = ٩٣٠٨.٥٢ جنيهاً

٣. الرصيد أول السنة الثالثة = ط × $\text{د}\ \overline{8|}\ 14\%$

= ٣٤٥٠٨.٥٢ × ٤.٦٣٨٨٦٤ = ١٦٠٠٨٠.٣٣١ ج

٤. الرصيد آخر السنة الرابعة = ط : د ٦ ١٤٪

= ٣٤٥٠٨.٥٢ × ٣.٨٨٨٦٦٧ = ١٣٤١٩٢.١٤٣ ج

٥. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الخامسة = ك١ جـ ٥ ١٤٪

= ٩٣٠٨.٥٢ × ٦.٦١٠١٠٤ = ٦١٥٣٠.٢٨٥ ج

٦. ك٨ = ك١ (١ + ع)^٧ = ٩٣٠٨.٥٢ (١.١٤)^٧

= ٩٣٠٨.٥٢ × ٢.٥٠٢٢٦٩ = ٢٣٢٩٢.٤٢١ ج

٧. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الثامنة = ك جـ ٨ ١٤٪

= ٩٣٠٨.٥٢ × ١٣.٢٣٢٧٦ = ١٢٣١٧٧.٤١١ ج

الرصيد أول السنة الثامنة = ط × د ٣ ١٤٪

= ٣٤٥٠٨.٥٢ × ٢.٣٢١٦٣٢ = ٨٠١١٦.٠٨٤ ج

٨. ف٨ = ٨٠١١٦.٠٨٤ × ٠.١٤ = ١١٢١٦.٢٥٢ ج

٩. $ك_٩ = ك_١ (١ + ع)^٨$

= ٩٣٠٨.٥٢ x ٢.٨٥٢٥٨٦ = ٢٦٥٥٣.٣٥٤ ج

١٠. $ك_{١٠} = ك_٩ (١ + ع)$

= ٢٦٥٥٣.٣٥٤ x ١.١٤ = ٣٠٢٧٠.٨٢٤ ج

مثال (١٠) :-

اقترض تاجر مبلغ ٤٠٠٠٠ ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ١٤٪ سنوياً ، واتفق علي سداد القرض في نهاية ١٠ سنوات ، ثم قام باستثمار المبالغ الآتية لخدمة الدين :

٨٠٠٠ ج لمدة ٧ سنوات

١٢٠٠٠ ج لمدة ٤ سنوات

٢٠٠٠٠ ج لمدة سنتين

فإذا كان البنك يحسب فوائد علي المبالغ المودعة بمعدل ١١.٥٪ سنوياً ، فإن :-

١. جملة المبلغ الأول المستثمر في نهاية المدة هي :

أ- ١٧١٤٠.١٢٨ ب- ١٢٨٤٠.١٧١

ج- ١٤١٢٠.٨٧١ د- ١١٢١٤.٠٧٨

2. جملة المبالغ المستثمرة لخدمة الدين هي :

أ - 55061.249   ب -60551.924

ج -56541.092   د - 12456.905

3. جملة القرض الأصلي في نهاية المدة هي :

أ - 818284.84   ب -481828.48

ج -148288.84   د - 182848.48

٤. الرصيد المستحق علي المدين في نهاية المدة هو :

أ - 81366.779   ب -67679.138

ج -76768.319   د - 87736.916

الحل

- جملة المبلغ الأول المستثمر في نهاية المدة

$= 8000\ (1.115)^7$

$= 8000 \times 2.142516 = 17140.128$ ج

- جملة المبالغ المستثمرة لخدمة الدين

$= 8000\ (1.115)^7 + 12000\ (1.115)^4$

$+ 20000\ (1.115)^2$

$= 17140.128 + 12000 \times 1.545608$

$+ 20000 \times 1.243225$

$= 17140.128 + 18547.296 + 24864.5$

$= 60551.924$ ج

جملة القرض الأصلي في نهاية المدة $= 40000 (1.14)^{10}$

$= 40000 \times 3.707221 = 148288.84$ ج

الرصيد المستحق علي المدين في نهاية المدة

= جملة القرض – جملة المبالغ المستثمرة

$= 148288.84 - 60551.924 = 87736.916$ ج

<u>مثال (11) :-</u>

اقترضت إحدي الهيئات مبلغاً من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل ما ، واتفقت علي سداد القرض وفوائده بثمانية أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً، فإذا علمت أن الفرق بين الاستهلاكين الثامن والثاني بلغ 4015.274 جنيهاً ونسبة الاستهلاك الثامن إلي الاستهلاك الثاني 1.6771 فإن :

١. الاستهلاك الثاني هو :

أ - 5930.105 ب - 5010.395

ج - 5359.001 د - 1090.535

٢. الاستهلاك الثامن هو :

أ - 3459.799 ب - 9945.379

ج - 9495.973 د - 4959.397

٣. معدل الفائدة المستخدم هو :

أ - 12٪ ب - 10٪

ج - 9٪ د - 11٪

٤. الاستهلاك الأول هو :

أ - 5944.450 ب -4945.405

ج -4540.495 د - 5440.463

٥. أصل القرض هو :

أ - 60000 ب -80000

ج -50000 د - 70000

٦. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الرابعة هو :

أ - 20997.842 ب -24879.939

ج -29297.408 د - 92920.748

٧. الرصيد أول السنة الرابعة هو :

أ - 65432.162 ب -12345.626

ج -42165.618 د - 26123.654

٨. فائدة السنة الرابعة هي :

أ - 7934.709 ب -3409.797

ج -7094.973 د - 3794.907

٩. الرصيد آخر السنة الرابعة هو :

أ - 10203.85 ب -80021.53

ج -35120.08 د - 12305.80

١٠. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة السابعة هو :

أ - 50505.468 ب - 50054.586

ج - 48600.555 د - 45658.050

الحل

$$\text{ك}_8 - \text{ك}_2 = 4015.274$$

$$= \text{ك}_2 \; (1 + \text{ع})^6 - \text{ك}_2$$

$$= \text{ك}_2 \{ (1 + \text{ع})^6 - 1 \} \qquad (1)$$

$$\frac{\text{ك}_8}{\text{ك}_2} = \frac{\text{ك}_2 \, (1 + \text{ع})^6}{\text{ك}_2} = (1 + \text{ع})^6$$

$$= 1.6771 \qquad (2)$$

بالتعويض في (1) نجد أن :

$$\text{ك}_2 \, (1.6771 - 1) = 4015.274$$

ومنها :

١) $\text{ك}_2 = \dfrac{4015.274}{0.6771} = 5930.105$ ج

٢) $\text{ك}_8 = \text{ك}_2 +$ الفرق

$= 5930.105 + 4015.274 = 9945.379$ ج

لكن :

(1 + ع)^{6} = 1.6771

لو (1 + ع)^{6} = لو 1.6771

6 لو (1 + ع) = لو 1.6771

لو (1 + ع) = $\frac{1}{6}$ لو 1.6771 = $\frac{0.517066}{6}$

= 0.086178

وبإيجاد المقابل للوغاريتم نجد أن :

(1 + ع) = 1.09

ع = 9٪

– الاستهلاك الأول = ك$_{2}$ ÷ (1 + ع)

= 5930.105 ÷ 1.09 = 5440.463

– أصل القرض = ك1 جـ$_{8}$ $\overline{9|}$ ٪

= 5440.463 × 11.028474 = 60000ج

– مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الرابعة

= ك$_{1}$ جـ$_{4}$ $\overline{9|}$٪

$= 5440.463 \times 4.573129 = 24879.939$ ج

- الرصيد أول السنة الرابعة = ط × د $\overline{5|}$ 9٪

$= 10840.463 \times 3.889651 = 42165.618$ ج

- ط = ك1 + ف1

$= 5440.463 + 5400 = 10840.463$ ج

أو

- الرصيد أول السنة الرابعة = أ − مجـ ك $\frac{1}{3}$

= 60000 − ك1 جـ$\overline{3|}$ 9٪

$= 60000 - 5440,463 \times 3,2781$

= 42165,618 "نفس الناتج"

جدول استهلاك القرض

ن	رصيد أول السنة	ف	ك	مجـ ك	ط	رصيد آخر السنة
1	60000	5400	5440.459	5440.459	10840.459	54559.541
2	54559.541	4910.359	5930.100	11370.559	10840.459	48629.441
3	48629.441	4376.650	6463.809	17834.368	10840.459	42165.632
4	42165.632	3794.907	7045.552	24879.92	10840.459	35120.080
5	35120.080	3160.807	7679.652	32559.572	10840.459	27440.428
6	27440.428	2469.639	8370.821	40930.392	10840.459	19069.608
7	19069.608	1716.265	9124.195	50054.586	10840.459	9945.414
8	9945.414	895.087	9945.373	60000	10840.459	صفر

مثال (12) :-

اقترض تاجر مبلغاً من أحد البنوك ، واتفق علي سداده بخمسة أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً بفائدة مركبة بمعدل 14٪ سنوياً ، فإذا كان الفرق بين الاستهلاكين الرابع والثالث 495.452جنيهاً فإن :

١. الاستهلاك الثالث هو :

أ - 3538.943 ب -3435.389

ج -3489.353 د - 4538.933

٢. الاستهلاك الرابع هو :

أ - 5934.403 ب -4034.395

ج -3450.349 د - 3954.340

٣. الاستهلاك الأول هو :

أ - 1022.237 ب -2123.207

ج -2723.102 د - 7321.202

٤. القسط الثابت هو :

أ - 5021.234 ب -2123.405

ج -1025.234 د - 5243.102

٥. الرصيد أول السنة الثالثة هو :

أ - 72625.211   ب -22211.567

ج -12172.562   د - 11225.267

٦. الرصيد آخر السنة الثالثة هو :

أ - 6193.863   ب -8633.619

ج -3638.916   د - 9166.338

٧. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الثالثة هو :

أ - 9366.381   ب -6369.831

ج -1338.966   د - 1836.639

٨. الرصيد أول السنة الرابعة هو :

أ - 3938.166   ب -3836.169

ج -8633.619   د - 6363.198

٩. الاستهلاك الخامس هو :

أ - 9129.145   ب -5421.919

ج -1919.245   د - 4599.211

١٠. مجموع الفوائد التي تحملها المدين هو :

أ - 5851.12   ب -8215.51

ج -1255.81   د - 8152.51

الحل

ك$_4$ – ك$_3$= ك$_3$ (1 + ع) – ك$_3$

= ك$_3$ (1.14 – 1) = 0.14 ك$_3$ = 495.452

ك$_3$ = 495.452 ÷ 0.14 = 3538.943 جنيهاً

ك4 = ك3 + الفرق

= 3538.943 + 495.452 = 4034.395 جنيهاً

ك1 = ك3 ÷ (1.14)2

= 3538.943 ÷ 1.2996= 2723.102 جنيهاً

أصل القرض = ك1 جـ 5 | **14** ٪

= 2723.102 × 6.610104 = 18000ج

<u>**ملاحظة:**</u>

يمكن استكمال الاستهلاكات ومنها نحصل علي القرض

ك2 = ك1(1 + ع) = 2723.10 × 1.14 = 3104.336 ج

ك5 = ك4 (1 + ع) = 4034.395× 1.14 = 4599.21 ج

القرض = ك$_1$ + ك$_2$ + ... + ك$_5$

= 17999.99 = 18000 ج

جدول استهلاك القرض

ن	رصيد أول السنة	ف	ك	مج ك	ط	رصيد آخر السنة
1	18000	2520	2723.102	2723.102	5243.102	15276.898
2	15276.898	2138.766	3104.336	5827.348	5243.102	12172.562
3	12172.562	1704.159	3538.943	9366.381	5243.102	8633.619
4	8633.619	1208.707	4034.395	13400.776	5243.102	4599.224
5	4599.224	643.891	4599.211	18000	5243.102	صفر

تحديد القسط :

ف$_1$ = أ × ع

= 18000 × 0.14 = 2520 ج

ط = ك$_1$ + ف$_1$

= 2723.102 + 2520 = 5243.102 ج

<u>أو</u>

ط = 18000 × $\frac{1}{\text{د } \overline{5|}\ 14\,\%}$

= 18000 × 0.291284 = 5243.112 ج

مجموع الفوائد =8215,523

مثال (13) :-

اقترض تاجر مبلغ 50000 ج من بنك يحسب فائدة مركبة بمعدل 14٪ سنوياً ، واتفق علي سداد القرض وفوائده بعشرة أقساط سنوية متساوية من الأصل والفوائد معاً .

١. قيمة القسط المتساوي هي :

أ - 9585.7 ب -7585.9

ج -5789.5 د - 5578.9

٢. قيمة الاستهلاك الأول هي :

أ - 7852.5 ب -2585.7

ج -7585.2 د - 5587.2

٣. الاستهلاك الخامس هو :

أ - 7464.341 ب -1434.467

ج -4367.144 د - 3446.471

٤. مجموع الاستهلاكات في نهاية السنة الخامسة هو :

أ - 77694.110 ب -14167.097

ج -11097.467 د - 17091.746

٥. الرصيد أول السنة الخامسة هو :

أ - 37275.398
ب - 59557.237
ج - 23557.759
د - 77555.239

٦. الرصيد آخر السنة الخامسة هو :

أ - 32908.254
ب - 45280.239
ج - 89054.322
د - 22345.089

٧. الرصيد أول السنة الثامنة هو :

أ - 86542.422
ب - 22254.468
ج - 44225.268
د - 24245.268

٨. استهلاك السنة الثامنة هو :

أ - 1717.406
ب - 7711.064
ج - 6470.117
د - 1177.604

٩. فائدة السنة الثامنة هي :

أ - 8513.133
ب - 5813.133
ج - 1313.358
د - 3115.583

الحل

القسط = ط = $\text{أ} \times \dfrac{1}{\text{د}_{\overline{\text{ن}}|\text{ع}\%}} = 50000 \times \dfrac{1}{\text{د}_{\overline{10}|14\%}}$

= 50000 × 0.191714 = 9585.7جنيهاً

ف$_1$ = 50000 × 0.14 = 7000جنيهاً

ك$_1$ = ط − ف$_1$

= 9585.7 − 7000 = 2585.7جنيهاً

ك$_5$ = ك1 (1 + ع)^4

= 2585.7 (1.14)^4

= 2585.7 × 1.68896 = 4367.144 ج

الرصيد أول السنة الخامسة = ط × د $\overline{6|}$ 14٪

= 9585,7 × 3,888667 = 37275,595 ج

الرصيد آخر السنة الخامسة = أ − مجـ$_1^5$ك

= 50000 – 17091.746 = 32908.254 ج

حل آخر

الرصيد آخر السنة الخامسة = الرصيد أول السنة − ك$_5$

= 37275.595 − 4367.144 = 32908.453ج

حل آخر

الرصيد آخر السنة الخامسة = الرصيد أول السنة السادسة

= ط × د $\overline{5|}$ 14٪

= 9585.7 × 3.433081 = 32908.485 ج

الرصيد أول السنة الثامنة = ط × د $\overline{3|}$ 14٪

= 9585.7×2.321632 = 22254.468ج

ف$_8$ = ط − ك$_8$= 9585.7 − 6470.117

=3115.583ج

ف$_8$ = الرصيد أول السنة × المعدل

=22254.468 × 0.14 = 3115.626ج

فهرس المحتويات