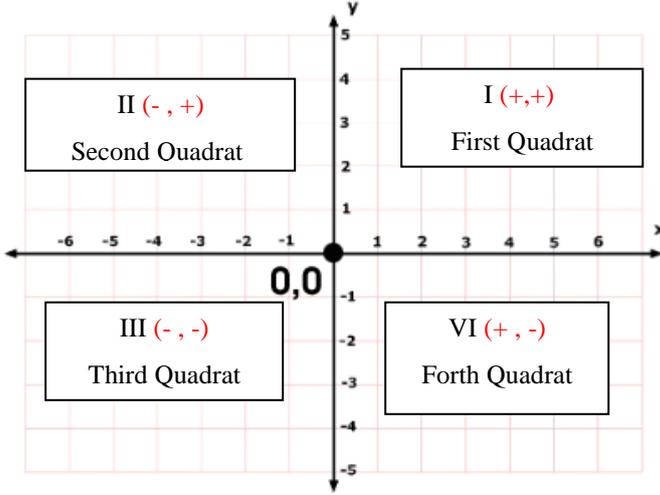


Fundamental of Math

Week 3

Telegram : @azizhelp

Introduction to Graphing مقدمه في الرسم :



طريقة فهم سياسة الرسم

الخط الأفقي خاص بالـ x

من اليمين الأعداد الموجبه

للمعامل x

ومن اليسار الأعداد السالبه

للمعامل x

الخط العمودي خاص بـ y

فوق الأعداد الموجبه .

تحت الأعداد السالبه

*في أغلب الرسم يكون الـ x هو خط الأعداد الأفقي والـ y هو خط الأعداد العمودي ، ولكن في بعضها قد يتغير الرمز أي قد يكون a, b لذا في هذه الحالة يكون a هو خط الأعداد الأفقي و b هو خط الأعداد العمودي (بما أن a قبل b

(و x تسبق y)

مثال على ذلك:

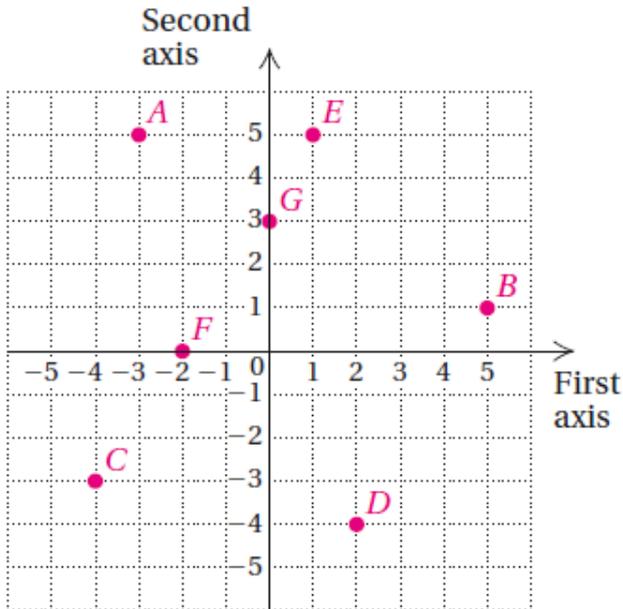
Find the coordinates of a point on a

Graph

المطلوب في السؤال إيجاد إحداثيات النقاط

الموجوده في الرسم البياني (x,y) :

$a = (-3,5)$



وذلك لأننا نبدأ بـ x ثم الـ y

$$b = (5, 1)$$

$$c = (-4, -3) \text{ وهكذا.}$$

إذا قمنا بتصنيف النقاط على حسب أماكنها (in which Quadrant)

ف سوف نلاحظ بأن (E, B) **in the First Quadrant I**

و (A) **in the Second Quadrant II**

(C) **in the third Quadrant III**

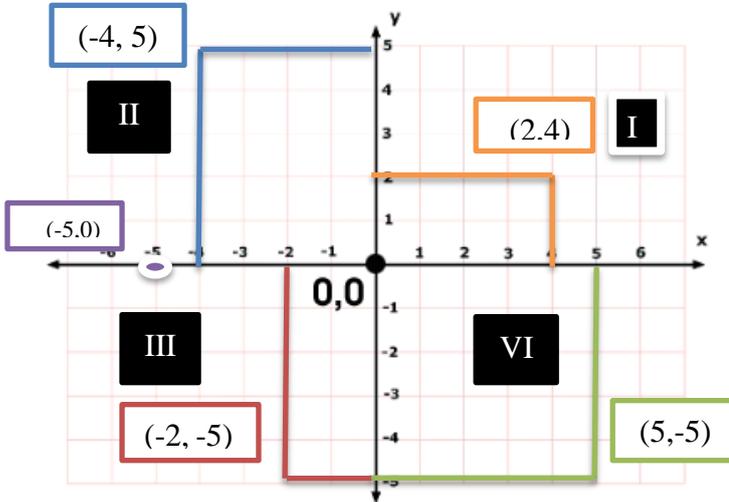
(D) **in the fourth Quadrant VI**

بالنسبة للـ (F,G) يطلق عليهم **Not in any Quadrant**

مثال آخر:

In which quadrant, if any are the points:

$(-4, 5)$, $(5, -5)$, $(2, 4)$, $(-2, -5)$ and $(-5, 0)$ located?



لمعرفة الجواب نقوم بالرسم البياني وتمثيل

كل رقم بداخله :

من خلال الرسم البياني تم الإستنتاج :

$(2, 4)$ in the First Q

$(-4, 5)$ in the 2nd Q

$(-2, -5)$ in the 3rd Q

$(5, -5)$ in the 4th Q

And $(-5, 0)$ not in any Q

كيفية حل معادلات (ذو المجهولين) في الرسم : the Solution of an order pair of

Equation

مما يعني كيف يخدم الرسم البياني في حل أي معادله ذات متغيرين (أو مجهولين)

مثال على ذلك :

Determine whether each of the following pairs is a solution of

$$4q-3p=22; (2,7) \text{ and } (-1,6)$$

في هذه المعادله يوجد مجهولين (q, p) ولكن يوجد تعويض لهما $(2,7)$ $(-1,6)$

إذن فإن المطلوب التعويض لمعرفة ما إذا كانت الأعداد المتوافره صحيحه ،

ملاحظه مهمه : P جاء في الأحرف الهجائيه قبل q إذن فإن الترتيب الصحيح للمعادله هو

(p,q)

نقوم بالتعويض :

$$4q-3p=22$$

$$4(7) - 3(2) = 22$$

$$28-6=22$$

إذن فإن زوج العددين الأول صحيح.

نعوض باستخدام الزوجين الآخرين $(-1,6)$:

$$4q-3p=22$$

$$4(6) - 3(-1) = 22$$

$$24+3 \neq 22$$

إذن فإن $(2,7)$ هو حل المعادله

$(2,7)$ is the solution of the equation

رسم المعادلات الخطية : Graph linear equations

هناك نوعان من المعادلات الخطية البيانية وهما:

معادله الميل **Slop intercepts form**

مثال:

$$y = -3x + 1$$

أو معادله الخط المستقيم **Standard form**

وهي المعادله التي يكون المتغير أو (المجهول) في طرف واحد والمعلوم في الطرف الآخر.

مثال:

$$4x+5y= 20$$

لحل المعادلات ذو المتغيرين ورسمها بيانياً نتبع الخطوات كما في المثال التالي:

Graph: $y = -3x + 1$

أولاً : **Choose x** نفترض معامل لـ x

ثانياً: نقوم بحل المعادله وإيجاد قيمة Y

ثالثاً: نقوم بوضع الزوجين بين قوسين (x,y)

رابعاً: نرسم الأزواج بيانياً .

نفترض بداية لـ x ثلاث فرضيات **(0, 2, -1)**

#ملاحظه: نقوم باختيار الصفر كأحد الفرضيات وعدد سالب وعدد موجب ، ولتسهيل المعادله

نقوم باختيار عدد صغير كما ذكر.

الآن نقوم بحل المعادله وإيجاد قيمة y بالتعويض عن x

الفرضيه الأولى **$x= 0$**

$$y = -3x + 1$$

$$y = -3(0) + 1$$

$$y = 1$$

الفرضيه الثانيه $x = 2$

$$y = -3x + 1$$

$$y = -3(2) + 1$$

$$y = -6 + 1$$

$$y = -5$$

الفرضيه الثالثه $x = -1$

$$y = -3x + 1$$

$$y = -3(-1) + 1$$

$$y = 3 + 1$$

$$y = 4$$

نقوم الآن بتطبيق الخطوه الثالثه وهي وضع الزوجين بين قوسين:

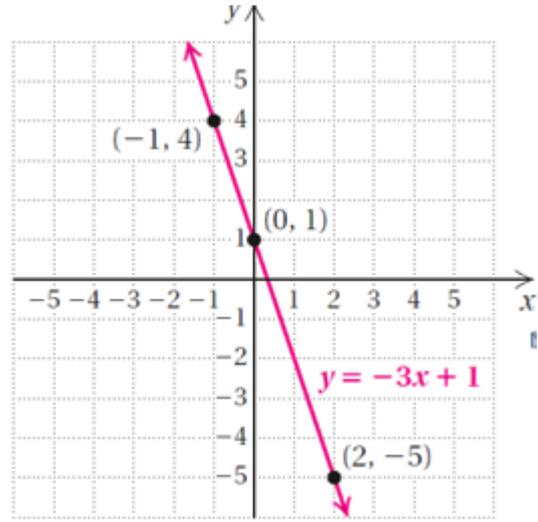
(x,y)

في المعادله أوجدنا ثلاث حلول لـ x وثلاثه لـ y على الصيغه التاليه :

x	y	(x, y)
	$y = -3x + 1$	
2	-5	(2, -5)
0	1	(0, 1)
-1	4	(-1, 4)

- (1) Choose x .
- (2) Compute y .
- (3) Form the pair (x, y) .

الخطوة الأخيرة وهي الرسم البياني:



Y intercept:

إذا طلب في معادله (Y intercept) نقوم باتباع الخطوات كما في المثال السابق وذلك

بافتراض قيم ل x

مثال على ذلك:

$$\text{Graph } y = \frac{2}{5}x + 4$$

نختار ثلاث فرضيات لـ x ألا وهي (0, 5, -5)

#قمنا باختيار 5, -5 لتسهيل عملية ضربها بالكسر $\frac{2}{5}$

والآن نعوض عن الـ x لإيجاد قيمة الـ Y

$$y = \frac{2}{5}x + 4$$

$$y = \frac{2}{5}(0) + 4$$

$$y = 4$$

إذن فالنقطة الأولى هي (0,4)

$$y = \frac{2}{5}x + 4$$

$$y = \frac{2}{5}(5) + 4$$

$$y = \frac{10}{5} + 4$$

$$y = 2 + 4$$

$$y = 6$$

إذن فإن النقطة الثانية هي (5,6)

$$y = \frac{2}{5}x + 4$$

$$y = \frac{2}{5}(-5) + 4$$

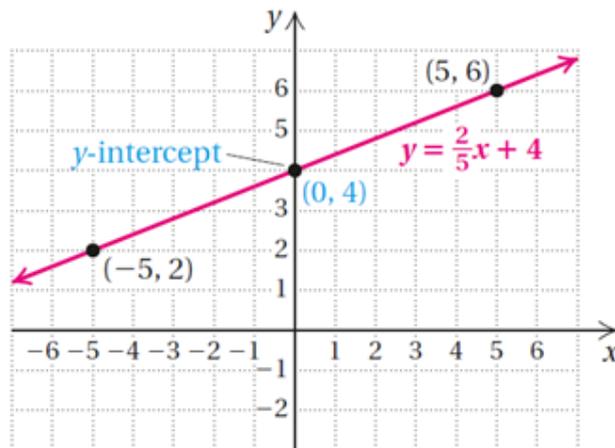
$$y = \frac{-10}{5} + 4$$

$$y = -2 + 4$$

$$y = 2$$

إذن فإن النقطة الثالثة هي (-5,2)

الآن نقوم بالرسم البياني (مروراً بالنقاط الثلاث):



مثال آخر:

Graph $3y + 5x = 0$ and identify the y -intercept

المطلوب في هذه المعادلة **y intercept**

لذا يجب في البدايه ترتيب المعادله بجعل الـ y في طرف وبقية المعادله في الطرف الآخر

$$3y = 0 - 5x$$

$$3y = -5x$$

نتخلص من معامل الـ y (3) بقسمته على الطرفين

$$Y = \frac{5}{3} X$$

أصبحت معادله واضحة ويمكن اتباع خطوات المعادله (للرسم البياني في حلها):

الخطوات هي:

أولاً : Choose x نختار معامل للـ x

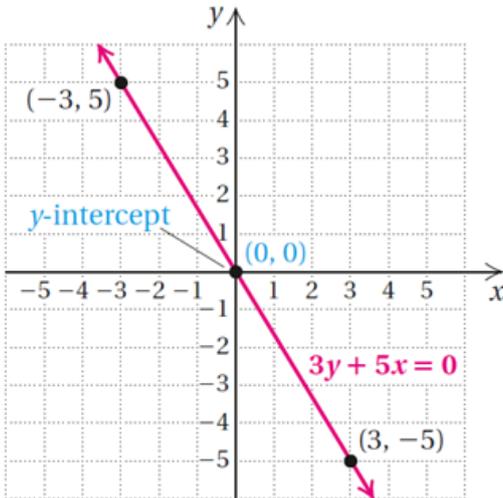
ثانياً: نقوم بحل المعادله وإيجاد قيمة Y

ثالثاً: نقوم بوضع الزوجين بين قوسين (x,y)

رابعاً: نرسم الأزواج بيانياً.

بالتعويض النهائي (قومي بحل هذه المسأله ورسم البياني لها) : يجب أن تكون الرسم البياني

للمعادله بعد اتباع الخطوات هو:



مثال لمسأله كلاميه (دائماً تجي في البراكتس) :

The world population, in billions, is estimated and projected by:

$$y = 0.072x + 4.593$$

Where x is the number of years since 1980.

a-Determine the world population in 1980, in 2005, and in 2030 , then Graph.

لو لاحظنا فإنه على الرغم من طول المسأله إلا أن المعطيات واضحه ، والمعادله جاهزه :

$$y = 0.072x + 4.593$$

مع توضيح أن الـ x هي عدد السنوات منذ 1980.

مما يعني أن بداية العد كانت في سنة 1980.

المطلوب في السؤال:

الكثافه السكانيه في عام 1980, 2005, 2039

كيف نقوم بالتعويض عن x إذا كان بداية حسابهم للسكان في عام 1980

$$1980 = 0$$

$$2005 - 1980 = 25$$

$$2030 - 1980 = 50$$

الرقم المظلل بالأصفر يمثل عدد السنوات مما يعني أننا

يجب أن نعوض عن x في عام 1980 بـ 0

ومره أخرى في عام 2005 نعوض عن الـ $x = 25$

ومره أخيره في عام 2030

$$x=50$$

الآن يتم التعويض عن x في المعادله : $y = 0.072x + 4.593$

$$y = 0.072(0) + 4.593 = 0 + 4.593 = 4.593;$$

$$y = 0.072(25) + 4.593 = 1.8 + 4.593 = 6.393;$$

$$y = 0.072(50) + 4.593 = 3.6 + 4.593 = 8.193.$$

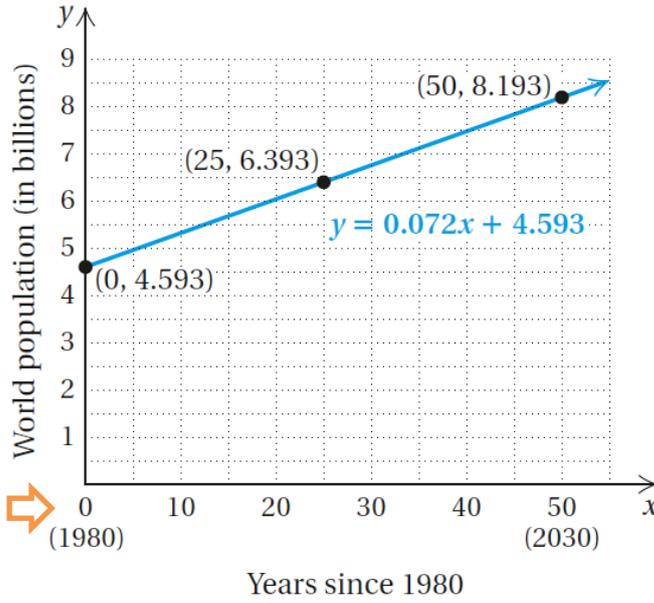
أي أن الكثافة السكانية في عام

$$1980 = 4.593$$

$$\text{in } 2005 = 6.393$$

$$\text{in } 2030 = 8.193$$

Graph:



1st Q لو لاحظنا بالرسم البياني فإننا قمنا برسم فقط لأنه يتضمن الأعداد الموجبة وحل المسألة كان بالأعداد الموجبة .

خط الأعداد x تضمن عدد السنوات

وخط الأعداد y تضمن عدد السكان.

الأرقام في عدد السكان (y) بدأت بـ 1,2,3,... وتعتني ١ بليون ٢ بليون ... الخ .

في سنة 1980 بدأنا من الـ 0 صعوداً إلى عدد السكان في تلك السنة والذي كان 4593 وهكذا مع السنوات الأخرى يتزايد العدد أي أن السهم يجب أن يكون إلى الأعلى.

Intercepts:

Y intercept is (0,b)

X intercept is (b,0)

دائماً ، مما يعني إذا كان المطلوب هو الـ **y intercept** نقوم بالتعويض عن **x=0**

وإذا كان المطلوب هو الـ **x intercept** نعوض عن **y=0**

مثال على ذلك:

Find the intercepts of a linear equation and graph using the

$$\text{intercept: } 4x + 3y = 12.$$

المطلوب في السؤال:

إيجاد كلا الـ intercept ثم الرسم باستخدامهم.

إذن : نقوم بالتعويض عن $x = 0$ لإيجاد قيمة الـ y و $y = 0$ لإيجاد قيمة الـ x

$$4x + 3y = 12$$

$$4(0) + 3y = 12$$

$$3y = 12$$

نقسم الطرفين على 3 للتخلص من معامل الـ y

$$Y = 4.$$

إذن فإن النقطة الأولى هي $(0, 4)$ لإيجاد النقطة الثانية نقوم بالتعويض عن $y =$

$$0$$

$$4x + 3y = 12$$

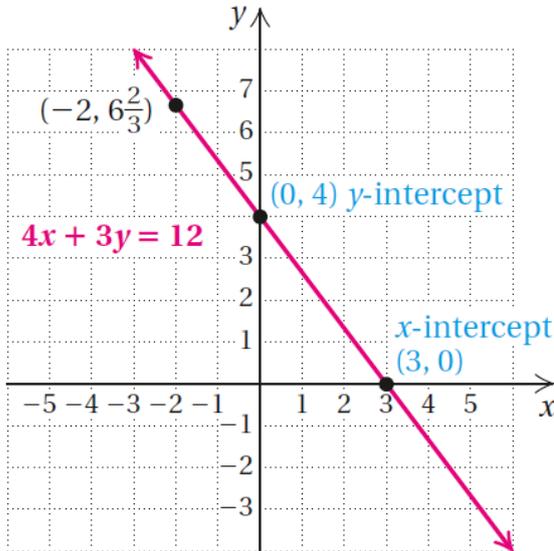
$$4x + 3(0) = 12$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

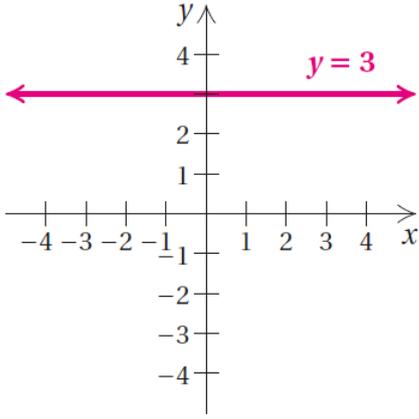
إذن النقطة الثانية هي $(3, 0)$ ملاحظة مهمة : يجب أن نركز بأن ترتيب النقاط هو (x, y) وليس العكس.

Graph:



النقطة الثالثة وُجِدت للتأكد وذلك بعد

التعويض عن $x = -2$



كيف نقوم برسم المعادله إذا كانت ذا نقطه واحده ، مما

يعنى أن $y = b$

$Y = 3$, then $x=0$

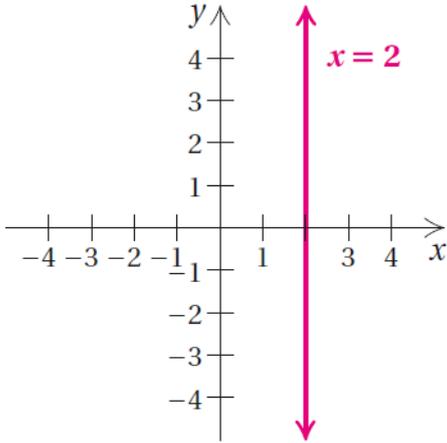
$(0, b)$

إذا كانت $x = 0$

$Y = b$

ترسم بشكل أفقي موازي لمحور x (Horizontal line)

أما إذا كانت $x = b$, $y = 0$ فإن المعادله تُرسم بالشكل العمودي موازي لمحور y (Vertical line)



How to find the slop? كيفية إيجاد الميل؟

$$\text{Slop} = \frac{\text{change in } y}{\text{change in } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

قانون يجب حفظه أنه لإيجاد الميل نقوم بإيجاد فرق الصادات y على فرق السينات x

فمثلاً لو أخذنا حل لمعادله سابقه لإيجاد قيمة الميل *slop*

$$4x + 3y = 12$$

كانت النقطة الأولى: (0,4)

النقطة الثانيه: (3,0)

الآن نقوم بالتعويض بالقانون لإيجاد قيمة الميل:

$$\frac{\text{change in } y}{\text{change in } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 4}{3 - 0} = \frac{-4}{3}$$

$$\text{Slop} = \frac{-4}{3}$$

ويطلق على قانون الـ *slop* أيضاً:

$$\text{slop} = \frac{\text{Rise}}{\text{Run}}$$

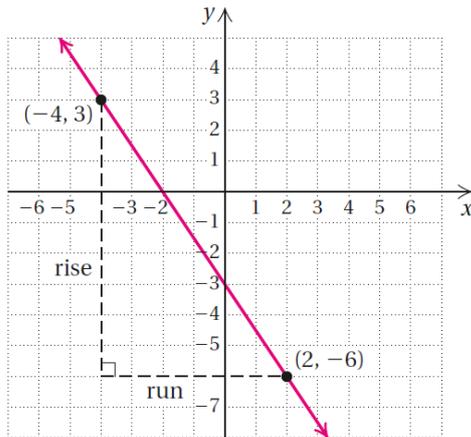
ملاحظه : أسأله الـ *slop* لا تخلو من أي امتحان .

وتأتي على شكل صيغتين : --- OR find the rate of the change ? --- OR find the *slop*?

مثال آخر للميل *slop* :

Graph the line containing the points (-4,3) and (2,-6) and find the *slop*?

الرسم البياني مع الممارسه يصبح سهل جداً :



$$\frac{\text{change in } y}{\text{change in } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} =$$

$$\frac{-6 - 3}{2 - (-4)} =$$

$$-\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$$

مع تبسيط الكسر :

$$\text{Slop} = -\frac{3}{2}$$

Exponent and base : الأسس الرقمية

$$3^2$$

في هذا العدد الرقم 3 يطلق عليه *base* والرقم 2 هو *Exponent*

دائماً إذا كانت قوى العدد 1 فإن الناتج هو العدد نفسه ، وإذا كانت قوى العدد 0 فإن الناتج هو 1 ، مثال على ذلك :

$$3^1 = 3$$

$$3^0 = 1$$

Negative integers as exponent:الأسس السالبة:

$$3^{-5} = \frac{1}{3^5}$$

نحول القوى السالبة إلى قوى موجبة بوضعها في كسر بسطه : 1

قواعد هامه للتعامل مع الأسس:

- في عملية الضرب نقوم بجمع الأسس للأرقام المتشابهه .
- في عملية القسمة نقوم بطرح الأسس للأرقام المتشابهه .

مثال على ذلك :

$$4^2 * 3^2 * 4^4 = ?$$

بما أن العملية الموجوده بينهم هي الضرب فإننا نقوم بجمع الأسس للأرقام المتشابهه فقط:

$$4^2 * 3^2 * 4^4 = 4^{2+4} * 3^2$$

أما مثال القسمة :

$$\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2}$$

لفك الأقواس مع وجود الأسس :

For any real number a and any integers m and n ,

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

(To raise a power to a power, multiply the exponents.)

مثال على ذلك :

$$(3^2)^4 = 3^{2*4}$$

مثال آخر:

$$(3 * 4)^2 = 3^2 * 4^2$$

مثال آخر:

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2}$$

مما يعني إذا كان الكسر ذو أس بالإشارة السالبة فإنه لحل هذا الكسر نقوم بقلبه مع تحويل الإشارة إلى الموجب.

ثم نقوم بحل المسألة بتوزيع الأس على كل من البسط والمقام .

Convert to Scientific notation: تحويل العدد الى صيغه علميه :

بالقانون التالي : $1 < m < 10$

مثال على ذلك : $48\ 000\ 000\ 000$

أولاً يجب أن نلاحظ أنه لتحويل العدد إلى صيغه علميه يجب أن يكون العدد في البدايه أكثر من ١ وأقل من ١٠ :

$$4.8 * 10^{10}$$

كانت قوى (أس ، $exponent$) الـ 10 هي الـ 10 لأننا حين حولنا العدد الأول إلى عدد أقل من ١٠ وأكبر من واحد أصبح 4.8 ثم أحتجنا إلى تحريك الفاصله عشر مرات لإيجاد القيمه الصحيحه للعدد .

مثال آخر:

.0000057

نلاحظ أن العدد صغير جدا (أقل من ١) إذن فإن الأس سيكون بالسالب :
نتبع القانون :

$$1 < m < 10$$

أكثر من ١ وأقل من ١٠ للرقم الموجود هو :

$$5.7 * 10^{-6}$$

لأننا أحتجنا إلى تحريك الفاصله ٦ خانات .

من أسئلة الإمتحان للـ Quiz

Solve and Check the following equation for x :

$$5x - 4 = 6$$

Solve:

$$5x = 6+4$$

$$5x = 10$$

نتخلص من معامل x بقسمة الطرفين على 5

$$X = 2$$

Check:

نعوض عن الـ x

$$5x - 4 = 6$$

$$5(2) - 4 = 6$$

$$10 - 4 = 6$$

Find the intercepts and slope of the following equation:

$$4x + 2y = 20$$

بما أنه طلب كلا الـ intercepts

نعوض عن الـ x = 0

ونحل المعادله لإيجاد النقطة الأولى ،

ثم نعوض عن الـ y = 0

ونحل المعادله لإيجاد قيمة الـ x

$$4(0) + 2y = 20$$

$$2y = 20$$

$$y = 10$$

$$(0, 10)$$

$$4x + 2(0) = 20$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

$$(5, 0)$$

To find the slope: (0,10) , (5,0)

$$\text{Slop} = \frac{0-10}{5-0} = -\frac{10}{5} = -2$$

abdulaziz

Telegram : @azizhelp

Fundamental of Math

Week 4

Telegram : @azizhelp

Polynomial كثيرات الحدود:

- يقصد بكثيرة الحدود هو أي تركيب جبري يتكون من واحد أو أكثر من العوامل و المتغيرات يربط بينهما أحد العمليات الجبريه (+ , - , × , ÷) .

- **مصطلحات يجب حفظها (تأتي على صيغة أختاري في الامتحانات):**

Monomials: هي التي تحتوي على حد واحد:

مثال:

$$7 \text{ أو } X \text{ أو } 7x \text{ أو } 7x^2 \text{ أو } 7m^2y$$

مما يعني أن عملية الضرب لا تؤثر في عدد الحدود وكل الأرقام التي تربط بينها عملية الضرب تعتبر حد واحد.

Binomials: وهي التي تحتوي على حدين مثل:

$$x+7$$

$$5x^2 + 2$$

متى نعتبرهم حدين؟! إذا كان الفاصل بين الحدين عملية (+ أو -) أي أنه إذا كان الفاصل بين

الحدين عملية ضرب فإنهم يعتبر حد واحد أما بالنسبة للجمع والطرح فإنه يزيد من عدد الحدود.

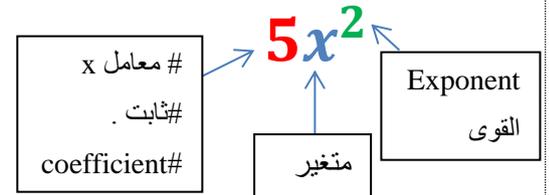
Trinomials: وهي التي تحتوي على ثلاثة حدود .

مثال:

$$x^2 + 2x - 4$$

أما إذا كانت عدد الحدود أكثر من ثلاثة فإنها تعتبر **Polynomials**

مصطلحات أخرى **يجب** معرفتها:



متى نعتبر الحدين متشابهين؟

#الحدود المتشابهة هي التي يكون لها المتغير نفسه بنفس القوى بغض النظر عن الثابت. مثلاً:

$$2x^2 \text{ مشابه لـ } 5x^2$$

لأنهم أشاركوا بنفس المتغير x ونفس القوى (الأس) ²

$$9x^2 \text{ و } 9x^3$$

غير متشابهتين لأن القوى مختلفة ، ومن جانب آخر فإن

$$5x^3 \text{ و } 5y^3$$

حدود غير متشابهة لأن المتغير مختلف

كيف نرتب كثيرة الحدود؟؟

Order Polynomials ??

لترتيب كثيرة الحدود ننظر للقوى ، مثلاً :

١- عندما نريد ترتيبها تنازلياً (من الكبير للصغير) **Descending order** نبدأ بالأس الأكبر، مثل :

$$9x^4 + 10x^3 - 15x^2 + 3x + 3$$

تعتبر كثيرة الحدود هذه مرتبة تنازلياً .

٢- الترتيب التصاعدي (من الأصغر إلى الأكبر) **Ascending Order** نبدأ بالأس الأصغر :

$$3 + 3x - 15x^2 + 10x^3 + 9x^4$$

تعتبر كثيرة الحدود هذه مرتبة ترتيب صاعدياً .

كيف نحدد درجة كثيرة الحدود؟؟

Degree of Polynomials

هناك حالتين لتحديد درجة كثيرة الحدود ، إذا كانت ذات متغير واحد

ننظر إلى القوى (الأس) الموجوده فيها ، الأس الأكبر يعتبر درجة كثيره الحدود.

$$9x^4 + 2x^2 + 3$$

كثيرة الحدود هذه تعتبر من الدرجة الرابعه

مثال آخر:

$$2x^2 + x + 1$$

كثيره الحدود هذه تعتبر من الدرجة الثانيه

إذا كانت ذات متغيرين (x, y) نقوم بجمع الأسس :

مثلا

$$15x^2y^3$$

تكون درجة كثيرة الحدود 5 وذلك مجموع الأسس .

جمع كثيرات الحدود:

Collect the like terms:

عند جمع كثيرات الحدود ، نقوم بجمع الحدود المتشابهه مع بعضها مثال :

$$-6x^2 + x - 5x + 7x^2 + 1$$

نبدأ بجمع الحدود المتشابهه

$$-6x^2 + 7x^2$$

لأن لهم نفس المتغير والقوى

ونقوم بجمع:

$$x - 5x$$

ثم إنزال +1 كما هو لأن ليس له حد شبيهه

فيكون الناتج كالتالي:

$$1x^2 - 4x + 1$$

أي:

$$x^2 - 4x + 1$$

مثال آخر:

$$-2x + 4x^3 - 2x + 9x^3 + 8$$

نقوم بجمع الأطراف المتشابهة :

$$-2x - 2x$$

$$4x^3 + 9x^3$$

وإنزال الأطراف المتبقية:

$$8$$

$$13x^3 - 4x + 8$$

مثال آخر:

$$(9x^8 - 7x^4 + 2x^2 + 5) + (8x^7 + 4x^4 - 2x) + (-3x^4 + 6x^2 + 2x - 1)$$

كيف نقوم بحل هذه المسألة ؟

أولاً : نعيد كتابتها بتجاهل الأقواس :

$$9x^8 - 7x^4 + 2x^2 + 5 + 8x^7 + 4x^4 - 2x - 3x^4 + 6x^2 + 2x - 1$$

نقوم بتجميع الأطراف المتشابهة مع بعضها البعض ، ثم ننزل الأطراف الذي لا شبيهه كما هو.

$$9x^8 + 8x^7 - 6x^4 + 8x^2 + 4$$

ضرب كثيرات الحدود:

- في حالة الضرب نقوم بضرب المتشابهات مع بعضها ، (المعلوم مع المعلوم) و (المجهول مع المجهول) وتجمع القوى (الأسس)

مثال على ذلك :

$$(10a^2) (2a^2)$$

نقوم بضرب (المعلوم مع المعلوم) (10 . 2)

والمجهول مع المجهول ($a^2 . a^2$)

*في الضرب نجمع الأسس

ليصبح الناتج

$$20a^4$$

مثال آخر :

$$(-2y^5) (10 y^4)(-3y^3)$$

نضرب (-2 . 10 . -3)

ونجمع الأسس (5+4+3)

ليصبح الناتج = $60y^{12}$

مثال آخر :

$$3x(4x-6)$$

في هذا المثال نقوم بضرب $3x$ بما في داخل القوس

$$12x^2 - 18x$$

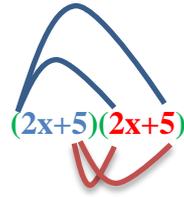
طريقه فويل Foil Method

تستخدم نظرية فويل لحل مثل هذه العمليات $(2x+5)(2x+5)$

ماهي طريقة فويل؟

نقوم بضرب ما بداخل القوس الأول بما بداخل القوس الثاني مع مراعاة تبسيط الناتج بجمع الأطراف المتشابهه

مثال على ذلك :



مما يعني أننا نضرب العدد الأول والذي بداخل القوس الأول بكل العددين اللذان بالقوس الثاني

ونضرب العدد الثاني والذي بداخل القوس الأول بكل العددين اللذان بداخل القوس الثاني

فتصبح النتيجة :

$$4x^2 + 10x + 10x + 25$$

والآن نقوم بجمع الأطراف المتشابهه

$$4x^2 + 20x + 25$$

مثال آخر :

$$(x-8)(x+8)$$

أيضا نقوم بحلها بطريقة فويل :

$$x^2 + 8x - 8x - 64$$

عند جمع المتشابهين بتروح مع بعض فتصبح النتيجة

$$x^2 - 64$$

للاختصار:

عندما يكون لدينا مثل هذا الصيغه (قوسين

متشابهين والفرق بينهما إشاره كما في

المثال السابق $(x-8)(x+8)$

نقوم مباشرةً بتربيع الطرف الأول x

ونضع الإشارة السالبه ثم نضرب $8 \cdot 8$

ملاحظه : أكثر ما ينقص الدرجات في الإمتحانات عدم التركيز على الإشارات

مثال آخر:

$$(x+7)(x-4)$$

أيضاً نطبق طريقة فويل :

$$x^2 - 4x + 7x - 28$$

نجمع الأطراف المتشابهه ليصبح الناتج:

Collect the like Terms:

$$x^2 + 3x - 28$$

ممكن يجي السؤال أكتبي بطريقه أخرى :

Write in different way:

$$(2m+3)(2m+3)$$

لو نلاحظ بالمثل السابق فإن ما بداخل الأقواس متشابه تماماً (حتى الإشارات) :

$$(2m+3)^2$$

ولكتابتها بطريقه مختلفه تكون :

مثال آخر :

$$(6x^5 - 5) (6x^5 + 5)$$

نكتبها بطريقه أخرى:

$$36x^{10} - 25$$

مثال آخر (مثل هذه المسائل تعوض مباشرة هكذا)

$$(2x-1)^2$$

نكتبها بطريقة أخرى :

$$(2x-1)(2x+1)$$

ملاحظه:

يمكن يجي سوال مثل كذا بالإمتحان :

Multiply

$$(7x^6 + 6)^2$$

Type the term in descending order

ببساطه نقوم بفك التربيع أولاً:

$$(7x^6 + 6)(7x^6 + 6)$$

ثم نقوم بحلها بطريقة فويل فتصبح النتيجة النهائيه :

$$49x^{12} + 84x^6 + 36$$

قسمة كثيرة الحدود:

مثال:

$$\frac{24x^4 - 4x^3 + x^2 - 16}{8}$$

نقوم بتفكيك الكسر إلى عدة كسور وذلك بقسمه كل عدد في البسط على 8

$$\frac{24x^4}{8} - \frac{4x^3}{8} + \frac{x^2}{8} - \frac{16}{8}$$

$$3x^4 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{8}x^2 - 2$$

مثال آخر :

$$\frac{12x^3 + 26x^2 + 8x}{2x}$$

أيضاً نقوم بقسمة كل عدد في البسط على المقام :

ليصبح الناتج :

$$6x^2 + 13x + 4$$

ملاحظه مهمه جداً : في القسمة نقوم بطرح الأسس

abdulaziz

Telegram : @azizhelp

Fundamental of Math

Week 1

قواعد عامه:

القاعده الأولى: قاعدة الإشارات : (مهمه جداً)

<p style="text-align: center;">في الطرح</p> <p>نفس قاعدة الجمع يعني: $(-)-(+)=$ إشارة الأكبر ونطرح العددين . $(+)-(+)=$</p> <p style="text-align: center;">الحاله الخاصه مع الطرح :</p> <p>$(-)-(-)=$ إذا سبق العدد السالب إشارة الطرح فإنه يتحول إلى عدد موجب ثم نقوم بإتمام العملية. مثال : $(-2)-(-4) = -2+4=2$ لأن سالب ٤ سُبقت بـ إشارة الطرح (-) قمنا بتغيير إشارة مداخل القوس ثم أتممنا العملية. مثال آخر : $(-7)-(-2) = -7+2= -5$ إشارة الأكبر وطرح العددين .</p>	<p style="text-align: center;">في الجمع</p> <p style="text-align: center;">$- = (-) + (-)$</p> <p>مثال: $-2-3= -5$ *وكأنك لما تنطقها تقول ناقص ٢ ناقص ٣ يعني الجواب منطقياً ناقص ٥ وأسهل طريقه هي ربط الأرقام بأشياء معينه مثال: - 2 تفاحه -3 تفاحه = - 5 تفاحه.</p> <p style="text-align: center;">$+ = (+) + (+)$</p> <p>مثال: $2+3=5$ العدد بدون أشاره يعني شي طبيعي موجب</p> <p style="text-align: center;">$+ = (+) + (-)$</p> <p>مثال: $8-9= -1$ 8 علامتها موجب 9 سالب نطرح الـ ٩ من الـ ٨ ونضع إشارة العدد الأكبر (-). مثال آخر: $12-4= 8$ الـ 12 هي إشارة العدد الأكبر يعني (+) ولا نحتاج إلى إضافة الإشاره إذا كانت موجب.</p>
<p style="text-align: center;">في الضرب والقسمه : ملاحظه: * تعني ×</p> <p style="text-align: center;">$+ = (-) * (-)$</p> <p>مثال : $-4 * -3 = 12$</p> <p style="text-align: center;">$+ = (+) * (+)$</p> <p>مثال: $3 * 4 = 12$</p> <p style="text-align: center;">$- = (+) * (-)$</p> <p>مثال: $-2 * 3 = -6$</p>	

التعويض عن متغير:

ما هو المتغير؟ كل حرف داخل المسألة يسمى متغير .

مثال على ذلك :

حلي : عندما تكون الـ $x = 2$, $y = 4$

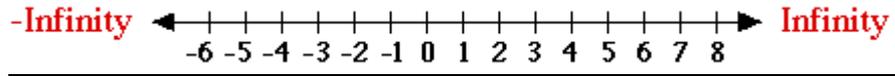
$$X+Y=?$$

Evaluate when $x=2$, $y=4$.

ما هو المطلوب في المسألة : التعويض بقيمة x وقيمة y وإيجاد الناتج .

$$2+4=6$$

خط الأعداد:



الأعداد يمين الصفر دائماً موجبه .، الأعداد يسار الصفر دائماً سالبه

كلما أتجهنا إلى اليسار قلت قيمت العدد وكلما اتجهنا إلى اليمين كبرت قيمة العدد

مثال على ذلك :

$$-1 \text{ أكبر من } -7$$

القيمة المطلقة:

ويرمز لها بهذه الأقواس $|x|$ ودائماً يخرج العدد منها موجب

مثال:

$$|-18|= 18$$

لماذا؟ لأن السالب كانت خارج قوس القيمة المطلقة.

مثال آخر :

$$-|-5|= -5$$

مصطلحات رياضيه مفيده:

Less than → تعني أصغر من (<)

Greater than → تعني أكبر من (>)

Less than or equal to → تعني أصغر من أو يساوي (\leq)

Greater than or equal to → تعني أكبر من أو يساوي (\geq)

جمع أو طرح الكسور:

في حالة جمع أو طرح الكسور يجب علينا **أولا توحيد المقامات** :

$$\frac{-3}{8} + \frac{5}{12} =$$

نقوم بتوحيد المقامات بإيجاد العامل المشترك الأصغر :

وهو : ٢٤ . بضرب الكسر الأول بـ ٣ والكسر الثاني بـ ٢

$$\frac{-3 * 3}{8 * 3} + \frac{5 * 2}{12 * 2} =$$

$$\frac{-9}{24} + \frac{10}{24} = \frac{-9 + 10}{24} = \frac{1}{24}$$

ملاحظه : الناتج يجب أن يكون على أبسط صورته . (**Simplify the fraction**)

والناتج الموجود مسبقاً : بسيط .

ضرب الكسور:

لاحتاج إلى توحيد المقامات في ضرب الكسور

$$\frac{2}{3} * \frac{5}{2} = \frac{10}{6}$$

قسمة الكسور:

القسمة هي عملية ضرب بالأصل ، لقسمة كسرين كل ما نحتاجه هو قلب الكسر الثاني مع تغيير الإشارة إلى الضرب .

مثال على ذلك :

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{2} = \frac{2}{3} * \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$$

القوى (الأسس): Exponents

$$7^3 = 7.7.7$$

مانضرب الـ 7 في 3 ولكن الـ 7 مضروبه في نفسها 3 مرات .

قاعده عامه وهامه 😊

دائماً حينما يكون أس العدد السالب عدد زوجي تخرج القيمة موجبه .
وحيثما يكون عدد فردي تخرج القيمة سالبه .

مثال على ذلك:

$$-4^2 = -4. -4 = 16$$

مثال آخر

$$-4^3 = -4. -4. -4 =$$

$$-4. -4 =$$

$$16. -4 = -64$$

حل التعبيرات وفك الأقواس:

عند حل مسأله تحتوي على أكثر من شكل للقوس نبدأ بحل ما بداخل القوس () ثم { } ثم {}

مثال :

$$4\{ [8(x-3)+9] - [4(3x-2)+6] \}$$

نبدأ بحل القوس الأخضر بتوزيع الضرب على الطرح

$$4\{ [8x-24+9] - [12x-8+6] \}$$

$$4\{ [8x-15] - [12x-2] \}$$

تسبق القوس [] إشاره سالبه لذا **يجب** علينا عكس الإشاره داخل القوس على جميع الأطراف. (إذا كانت سالبه تصبح موجبه وإذا كانت موجبه تصبح سالبه) .

$$4\{ 8x-15-12x+2 \} =$$

$$4\{ -4x-13 \} =$$

$$-16x-52$$

مثال لحل التعبيرات :

عند حل مسأله تحتوي على قوى (أس) نقوم بفك القوى ومن ثم إجراء العمليات :

$$-4^2 + 6 =$$

$$16+6= 22$$

بعض العبارات الجبريه تكتب بأكثر من طريقه وكلها ترمز الى معنى واحد مثلاً

٧ مضروب في y

$$7.y \text{ or } 7(y) \text{ or } 7y \text{ or } 7 \times y$$

وفي حال القسمة

٧ مقسومه في y

$$7 \div y \text{ or } 7 \setminus y \text{ or } \frac{7}{y} \text{ or } 7 \cdot \frac{1}{y}$$

تطبيقات على Week 1

Evaluate معناها (حلّي)

$$\frac{6z}{y} \text{ for } z = 25 \text{ and } y = 5$$

(Simplify your answer)

نقوم بالتعويض عن Z و y بالقيم المذكوره :

$$\frac{6 * 25}{5} =$$

أولاً: نقوم بتبسيط الكسر (كما طلب في السؤال (Simplify)

نبسط الـ 25 لتصبح 5 وفي المقابل 5 لتصبح 1

$$\frac{6 * 5}{1} = 30$$

Translate to an algebraic expression**18 less than d**

المطلوب في هذا السؤال تحويل الصيغه المكتوبه إلى معادله جبريه

١٨ أصغر من d يعني :

d - 18

ملاحظه: هذه النوعيه من الأسئلة مهمه جداً وتكرر في الامتحانات بصيغه إختياري.

Translate to an algebraic expression**C more than D**

يعني الـ C أكبر من الـ D

D+C

Translate to an algebraic expression

Three less than four times a number

معنى العبارة أن الـ ٣ أقل من أربع مرات لرقم معين

لنفرض أن الرقم المعين x

$$4x-3$$

لأن الـ ٣ هي الأقل نبدأ بـ ٤ x

Find decimal notation for $-\frac{3}{4}$

المطلوب إيجاد الصيغة العشرية للربع .. الواحد = ١٠٠ . إذاً فإن الربع = ٧٥ .

لأزم نركز مع الإشارات والاشارة الموجوده –

$$-75. =$$

أي عدد يُقسم على صفر يكون الناتج صفر .:

$$\frac{7}{0} = 0$$

$$-36+36=0$$

موجب العدد مع سالب العدد الناتج = صفر

Evaluate $(-5c^2)$ and $-5c^2$

When $c = 8$

الفرق بين العمليه الأولى والثانيه : أن العمليه اللي بين الأقواس تعني أنه يجب أن نقوم بضرب

- في قيمة الـ $c = 8$ ثم نضرب الناتج بنفسه $-40 * -40 = 1600$

بينما في العمليه الثانيه يجب أولاً استخراج قيمة الأس ثم ضربها ببقية العدد مما يعني :

$$8 * 8 = 64$$

$$64 * -5 = -320$$

Fundamental of Math

Week 2

Telegram : @azizhelp

Solving Equation:

حل المعادلات:

ملاحظات عامه:

* أول خطوات حل المعادله هو ترتيبها ، بجعل المجهول بطرف (X, Y) والمعلوم بطرف آخر.

* عند نقل أطراف المعادله نقوم بتغيير الإشاره .

مثال :

عند نقل الـ M إلى الجانب الآخر قمنا بتغيير إشارتها.

$$\begin{cases} M+18=-13 \\ M= -18-13 \end{cases}$$

$$M= -31$$

الخطوه الأخيره في المعادله هي : التأكد من صحة الحل .

وذلك عن طريق التعويض M بالنتائج:

$$-31+18=13$$

إذاً المعادله صحيحه.

مثال آخر :

$$-9.7=-4.7+y$$

$$-9.7+4.7=y$$

$$Y= -5$$

ونفس الطريقه للتأكد من الحل نعوض عن Y بـ -5

مثال آخر:

$$63=9x$$

ملاحظه: $9x$ تعني 9 مضروبه في x

ولحل مثل هذه المعادلات نقوم بقسمة الطرفين على معامل x

$$\frac{63}{9} = \frac{9x}{9}$$

$$X=7$$

وللتأكد من الحل نقوم بضرب $9*7$

مثال آخر:

$$53= -x$$

في هذه المعادله $-x$ تعني $-1x$

ولحل هذه المعادله نقوم بقسمة الطرفين على معامل x وهو -1

$$\frac{53}{-1} = \frac{-x}{-1}$$

$$x= 53$$

مثال آخر:

$$\frac{-3}{8}x = -\frac{15}{16}$$

للتخلص من معامل x الكسري نقوم بالضرب بمقلوب الكسر...

مما يعني أنه للتخلص من أي كسر نقوم بضربه بمقلوبه ..

$$\frac{8}{-3} * \frac{-3}{8}x = -\frac{15}{16} * \frac{8}{-3}$$

$$x = \frac{-120}{-48}$$

$$x=2.5$$

ملاحظه مهمه جداا:

$$\frac{-3}{8} + x \text{ تختلف تماماً عن } \frac{-3}{8}x$$

الأولى تعني أن الكسر مضروب بـ x

والثانيه تعني أن الكسر مجموع مع الـ x

إذا كان الكسر مضروب بـ x نقوم بحل المعادله كما تم بالمثال السابق وذلك عن طريق قلب الكسر وضربه بالطرفين .

أما إذا كان الكسر مجموع مع الـ x نقوم بـ طرحه من كلا الطرفين للتخلص من معامل الـ x

مثال آخر:

$$\frac{m}{-8} = 4$$

للتخلص من -8 نقوم بضرب كلا الطرفين بـ $\frac{-8}{1}$

$$\frac{\cancel{8}}{1} * \frac{m}{\cancel{-8}} = 4 * \frac{-8}{1}$$

$$m = 4 * -8 = -32$$

مثال آخر :

$$5y-2=28-y$$

نقوم بترتيب الأطراف المتشابهه في جانب :

$$5y+y = 28+2$$

$$6y = 30$$

وللتخلص من معامل الـ Y نقسم الطرفين على 6

$$Y = 5$$

حل المعادلات بتوزيع الضرب على الجمع:

$$2\left(\frac{7}{2}x + \frac{1}{2}x = 3x + \frac{3}{2} + \frac{5}{2}x\right)$$

لحل مثل هذه المعادلات نقوم من التخلص من القوس بضرب 2 في كل ما بداخل القوس

$$2 * \frac{7}{2}x + \frac{1}{2}x * 2 = 3x * 2 + \frac{3}{2} * 2 + \frac{5}{2}x * 2$$

#تم اختصار الـ 2 من كل كسر مقامه 2 وذلك لتبسيط الرقم:

$$7x + 1x = 6x + 3 + 5x$$

الآن أصبحت المعادلة سهله : نقوم بجمع المتشابهات مع بعضها

$$8x - 11x = 3$$

$$-3x = 3$$

نقسم الطرفين على معامل x

$$X = -1$$

من أسئلة الإمتحان المتكرره دائماً :

Solve for x

وتعني: أوجدني قيمة x

$$Ax + By = C$$

نقوم بإجراء خطوات المعادله:

$$Ax = -By - C$$

نقسم الطرفين على معامل x

$$X = \frac{-By - C}{A}$$

النسبه المنويه:

*النسبة المئوية أيضا من الأسئلة المهم وجودها في أي امتحان :

كيفية أستخراج النسبة المئوية بترجمه المسائل كالتالي :

عبارة "Of" تترجم إلى "ضرب"

عبارة "is" تترجم إلى "يساوي".

عبارة "What number" أو "What percent" تترجم إلى أي متغير. "x"

عبارة "%" تترجم إلى "ضرب في $\frac{1}{100}$ "

مثال على ذلك:

7 is 175% of what number?

ترجمة السؤال:

$$7 = 175.1 \cdot 100 x$$

ومن ثم نقوم باستخراج الناتج بالالة الحاسبه

والناتج = 4

مثال آخر:

What number is 40% of 2?

مثال آخر:

What percent of 60 is 75?

$$60x=75$$

الناتج هو 1.25

نقوم بالضرب ب ١٠٠ لان المطلوب النسبه

سيصبح الناتج النهائي ١٢٥%

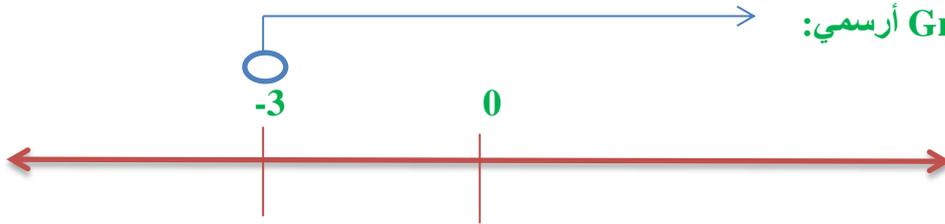
Solving inequalities : حل المتباينات

لحل المتباينات يجب أن نعرف العلامات (\leq , \geq , $<$, $>$)

مثال:

$$x > -3$$

Graph. أرسمي:



لأن معنى المعادله هو أن x أكبر من -3

لذا تكون الدائره المرسومه فارغه \circ لان العلامه $<$ او $>$ بدون علامه المساواه واذا وجدت

علامه المساواه \geq او \leq تكون الدائره ممتلئه \bullet

مثال آخر:

$$3x+ 18 \leq 2x + 16$$

Graph

طبعاً لرسم هذه المعادله نقوم أولاً بحلها وذلك كما تعلمنا سابقاً (بترتيب المجهول في طرف و المعلوم في الطرف الآخر .

(قومي بحل هذه المسأله كـ تمرين)

الجواب النهائي : $x \leq -2$

ملاحظه مهمه :

$$-2x < 6$$

للتخلص من معامل x نقسم الطرفين على -2 ولأن معامل الـ x عدد سالب نقوم بقلب الإشاره من أصغر إلى أكبر. أو من أكبر إلى أصغر

$$x > -3$$

مثال آخر:

$$-12x > -36$$

نقسم الطرفين على معامل x الـ 12 ونقلب الأشاره

$$x < 3$$

abdulaziz

Telegram : @azizhelp

Fundamental of Math

Week 5

Telegram : @azizhelp

Factoring Polynomials

تحليل كثيرات الحدود

لتحليل كثيرات الحدود هناك عدة طرق :

أولاً : بإيجاد العامل المشترك الأكبر. (GCF) (Great Common Factors)

كيف نحلل الرقم إلى عوامله الأولية ؟

لتحليل الرقم إلى عوامله الأولية نقوم بقسمته على الأعداد (٢ أو ٣ أو ٥)

ملاحظه:

أي عدد أحاده زوجي يقبل القسمة على ٢ مثل (٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ...)

أي عدد ناتج مجموع أعضائه عدد من جدول ضرب الـ ٣ يقبل القسمة على ٣ مثل (١٥ ، ٢١ ، ٣٣ ، ٣٦ ..)

أي عدد أحاده صفر أو خمسة إذن يقبل القسمة على ٥ (٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ..)

لذا فإنه عند تحليل أي عدد إلى عوامله الأولية نختبر قابلية قسمته على ٢ فإن لم يكن يقبل القسمة على ٢

ننتقل إلى الـ ٣ ثم إلى الـ ٥ وهكذا حتى يصل العدد إلى ١ .

مثال :

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

إذاً

Prime Factorization ويسمى ناتج التحليل $24 = 2^3 \cdot 3$

أولاً: التحليل باستخدام (GCF) (العامل المشترك الأكبر) :

مثال:

Find GCF

$16p^6q^4$, $32p^3q^3$, $48pq^2$

المطلوب بالسؤال:

إيجاد العامل المشترك الأكبر

أولاً : لأيجاد العامل المشترك الأكبر نقوم بتحليل الأرقام الموجودة في المسألة باستخدام الطريقة السابقة

ثم من خلال ذلك نبحت عن العامل المشترك الأكبر بين تلك الأرقام .:

نلاحظ أن العامل المشترك الأكبر في	2 16
هذه الأرقام الثلاثة هو الـ 16	2 8
أما بالنسبة للمتغيرات فإنه لاستخراج	2 4
العامل المشترك الأكبر نبحت عن	2 2
العامل الذي يحمل الأس الأصغر :	1
$16p^6q^4$,	2 32
$32p^3q^3$, $48pq^2$	2 16
إذن فإن لتحليل هذه المتغيره تكون	2 8
النتيجه :	2 4
$16pq^2$	2 2
	1
	2 48
	2 24
	2 12
	2 6
	3 3
	1

ثانياً : التحليل عن طريق التوزيع :

Factoring By Distribution :

للحل عن طريق التوزيع نوجد أولاً العامل المشترك الأكبر ثم نقوم بإدراج ماتبقى من كثيرة الحدود بين قوسين.

مثال على ذلك :

$$x^2 + 5x$$

العامل المشترك الأكبر هو x إذاً نضع الـ x بالخارج وماتبقى من المسألة نضعه بين قوسين فيصبح الناتج

هكذا :

$$x(x+5)$$

للتأكد من النتيجة نقوم بحل المسألة بضرب الـ x بكل المعاملين اللذان داخل القوس وستعود المسألة لتصبح

$$x^2 + 5x \quad \text{هكذا}$$

مثال آخر :

$$3x^4 - x^2$$

العامل المشترك الأكبر في هذه المسألة هو x^2 لذا نكتبه خارج القوس ونكتب ما تبقى من المسألة داخل القوس

$$x^2(3x^2 - 1)$$

ملاحظه مهمه : يجب إدراج 1- في المسألة كي لا يختفي الجزء الآخر منها ف لو أكتفينا بـ $x^2(3x^2)$ لأصبح الناتج حينما نعوض $3x^4$ فقط .

مثال آخر

$$2x^7 - 2x^6 - 64x^5 + 4x^3$$

نختار 2 كعامل مشترك أكبر لأن جميع الحدود تقبل القسمة عليه

ونختار ال X ذات الاس الأصغر (x^3) لأن جميع الحدود تحتوي عليه

إذا العامل المشترك الأكبر (GCF) هو عبارته عن $2x^3$

لإيجاد الناتج النهائي نقوم بقسمة $2x^3$ على اطراف كثيره الحدود

$$2x^3(x^4 - x^3 - 32x^2 + 2)$$

✓ **تذكير :-** في القسمة نقوم بطرح الاس

ثالثا :- التحليل باستخدام المجموعات

Factor by grouping

عندما يكون لدينا كثيره حدود تتكون من 4 أطرف أو أكثر وتلك الأطراف لا يجمع بين جميع أطرافهم عامل مشترك .. لذا نقوم بأخذ الاطراف التي بينها اشياء مشتركه وجعلها مع بعضها وتحليل كل حدين على حدى مع مراعاة ان يكون ناتج التحليل لكل حد مطابق للآخر .

مثال للتوضيح :-

$$10x^3 - 25x^2 + 4x - 10$$

نقوم بأخذ الاطراف التي بينها عوامل مشتركه

نلاحظ في هذا المثال ان هناك أكثر من طريقه للتقسيم مثلا

$$(-25x^2 + 4x)(10x^3 - 10)$$

$$X(-25x+4)10(x^3 - 1)$$

هذا التقسيم خاطئ لأن ناتج التحليل مابين القوسين مختلف ودائما في عملية التحليل باستخدام القروبينج يكون مابين القوسين متشابهة تماما .
وان لم يكن كذلك يجب ان نستخدم طريقة اخرى للتحليل .
التحليل الصحيح هو

$$(10x^3 - 25x^2)(4x - 10)$$

$$5x^2(2x - 5) + 2(2x - 5)$$

والان لكتابه التحليل الناتج بصورة نهائيه نقوم بوضع العوامل المشتركة في قوس مضروب في ناتج التحليل

$$(2x-5)(5x^2 + 2)$$

وللتأكد من الحل نقوم بعمل طريقه فويل .. (تأكداي ك تمرين)

مثال آخر :

$$3x^3 + 2x^2 + 3x + 2$$

في المثال المكتوب نجد أنه يمكننا اختيار أكثر من عاملين مشتركين .،

$$3x^3 + 3x$$

بينهما عامل مشترك ، وهو الـ $3x$ ونفس الشيء مع

$$2x^2 + 2$$

بينهما عامل مشترك ألا وهو الـ 2

إذا قمنا باختيارهم فإن النتيجة ستكون :

$$3x(x^2 + 1) \quad 2(x^2 + 1)$$

الحل هو :

$$(3x+2)(x^2 + 1)$$

***ملاحظته:** مع كثرة الحدود نقوم باختيار أي زوجين بينهما عامل مشترك ثم نقوم بالتحليل .، فإذا ظهر أن العامل المشترك الأكبر لكلا الطرفين نفسه فإن العملية التي قمنا بها صحيحة ، وأذا ظهر أن العامل المشترك الأكبر مختلف في أحد الأطراف فإن العملية التي قمنا بها خاطئة. وللتأكد من صحة تحليلنا النهائي نقوم بحل المسألة بطريقة فويل فإذا أصبح الناتج هو نفسه كثيرة الحدود قبل التحليل فإن ما قمنا به صحيح.

مثال آخر:

$$2x^3 - 8x^2 - 9x + 36$$

من الواضح في المثال السابق أن $2x^3 - 8x^2$ بينهما عامل مشترك و $-9x + 36$ بينهما عامل مشترك .. لذا نبدأ بالتحليل:

$$2x^3 - 8x^2 = 2x^2(x - 4)$$

$$-9x + 36 = -9(x - 4)$$

العامل المشترك الأكبر للحد الثاني هو -9 لأن $-9 \cdot -2 = 36$.

تشابه العامل المشترك الأكبر في كلا الطرفين لذا فإن العملية التي قمنا بها صحيحة والحل هو :

$$(x - 4)(2x^2 - 9)$$

رابعاً: تحليل كثيرة الحدود ذات الثلاث أطراف (*Trinomials*) والتي تحمل صيغة

$$x^2 + bx + c$$

هذه الصيغة هي ببساطة نتيجة ضرب الطرفين في الوسطين (طريقة فويل) لذا كما تعلمنا

كيف نقوم بضرب المعادله ($x+3$) ($x+5$) مثلاً .. ليصبح الناتج $x^2 + 8x + 15$

فإننا نقوم بالعملية بالعكس .

مثال على ذلك:

$$x^2 + 8x + 15$$

لحل كثيرة الحدود هذه نفتح قوسين بداخل كل منهما x وهي ناتج تحليلنا لـ x^2

$$(x \quad) (x \quad)$$

الخطوة الثانية هي التفكير في عددين ناتج ضربهما يساوي 15 وناتج جمعهما يساوي 8 وذلك بالبحث في جدول ضرب الـ 15

وبعد التفكير نجد أن

$$3 * 5 = 15$$

$$3 + 5 = 8$$

لذا فإن العددين المطلوبين هنا هما 3 & 5

وتحليل كثيرة الحدود هو : $(x+3) (x+5)$

*وللتأكد نقوم بالضرب باستخدام طريقة فويل..

مثال آخر:

$$x^2 - 4x - 21$$

نقوم كما فعلنا في المثال السابق ،

نفتح قوسين بداخل كل منهما x

$$(x \quad) (x \quad)$$

الخطوة الثانية : نبحث عن عددين ناتج ضربهما -21 وناتج جمعهما -4

بما أن العدد يجب أن يكون سالب نقوم بتذكر قاعدة الأشارات والتي تنص على أن العدد الموجب إذا ضرب في العدد السالب يكون الناتج عدداً سالباً :

$$-21 = 3 * 7 \quad \text{ولكن} \quad -4 \neq 7 - 3$$

لذا نقوم بالعكس وهو $-21 = -7 * 3$ لأن $-4 = 3 - 7$

لذا فإن حل كثيرة الحدود هذه هو : $(x-7)(x+3)$

(x+3)(x-7) هل بإمكانك التأكد بالتعويض واستخدام طريقة فويل؟!

إذا ظهر لك الناتج هو نفسه كثيرة الحدود الأصليه فإنك تتقدم .، وإذا لا ((راجع اي الفصل

الرابع))

حل كثيرات الحدود ذات الثلاث أطراف والتي تحتوي على x^3 or y^3 (أي أن

القوى لعاملها هي 3

مثال على ذلك:

$$y^3 - 4y^2 - 45y$$

لو نلاحظ في كثيرة الحدود هذه تحتوي على المعامل **Y** في جميع أطرافها كما أنها من الدرجة الثالثه ولتحليلها نقوم بالخطوات التاليه:

أولاً نقوم بالبحث عن العامل المشترك الأكبر ولو لاحظنا فإن الـ **y** هو العامل المشترك الوحيد الموجود فيها ..

ثانياً ندرجه خارج القوس ونقوم بكتابة ماتبقى من كثيرة الحدود بالداخل ((مع مراعاة الإشارات))

لتصبح هكذا:

$$y (y^2 - 4y - 45)$$

الآن نقوم بتحليل كثيرة الحدود الموجوده بين قوسين كما تعودنا ، أن نفتح قوسين بداخل كل منهما y

$$(y \quad) (y \quad)$$

والآن نبدأ بالتفكير بالعددين اللذان مجموع ضربهما يساوي -45- ومجموع جمعهما يساوي -4-

وبما أن العدد -45- فهذا يعني أنه مضروب بعدد سالب وعدد موجب : -9 و 5

$$\text{لنتأكد من جمع العددين : } -4 = -9 + 5$$

لذا كان حل كثيرة الحدود :

$$(y-9) (y+5)$$

ولا ننسى إدراج الـ y التي حللناها من قبل ليصبح الحل النهائي:

$$y(y-9) (y+5)$$

هل بإمكانك التأكد من المسأله على طريقة فويل؟؟



مثال آخر:

$$x^3 - x^2 - 42x$$

~ نأخذ العامل المشترك في كثيرة الحدود وكما نلاحظ أنه x

$$x (x^2 - x - 42)$$

والآن الخطوه الثانيه نجد عددين ضربهم يساوي -42- وجمعها -1- بعد أن نفتح قوسين للـ x

وهما -7 و 6

لذا فإن حل المسأله هو :

$$x (x-7)(x+7)$$

قومي بالتأكد!!

ملاحظه : هذه النوعيه من التمارين لا تخلو أبداً من أي أمتحان شهري أو نهائي .

متى نقول عن كثيرة حدود أنها Prime؟

إذا كانت لا تتحلل مثل :

$$x^2 + x + 1$$

هل نستطيع تحليل كثيرة الحدود هذه؟

لو فرضنا أننا سنقول أن تحليلها هو $(x+1)(x-1)$

فهل عندما نتأكد من ذلك سيكون جوابنا صحيح؟ بالتأكيد لا ..

لأنه حين نحل ما أفترضناه ستكون النتيجة $x^2 - 1$

Factoring Trinomials of the type $ax^2 + bx + c$

تحليل كثيرة الحدود من فئة : $ax^2 + bx + c$

لتحليل كثيرة الحدود هذه فإننا نستخدم طريقة فويل

مثال على ذلك :



$$3x^2 - x - 4$$

لماذا نستخدم طريقة فويل في كثيره الحدود من تلك النوع؟

لأنه لا يوجد أي عامل مشترك بين أطرافها فلا يمكننا اختيار عامل مشترك وجعل الباقي بقوس ، ولا يمكننا حلها بطريقة Grouping لأنها تحتوي على ٣ أطراف فقط وطريقة قروبنج يجب أن تكون ٤ أطراف أو أكثر ، لذا نستخدم هنا طريقة فويل ، وهي عن طريق فتح قوسين :

بما أن كان للـ x معامل وهو 3
فإن أحد أطراف التحليل هو -4
والطرف الآخر هو -1 = 3-4

$$(x \quad) (x \quad)$$

وبما أن كثيرة الحدود بدأت بـ $3x^2$ أي أنها لم تخلو من معامل x نقوم بإدراج 3 مع الـ x في أحد الأقواس لتصبح :

$$(3x \quad) (x \quad)$$

والآن اختلف الوضع ،، أي أنه لا نستطيع البحث عن عددين مضروبهم يساوي 4- ومجموعهم يساوي 1-

لماذا؟!!

لوجود الـ 3 ك معامل للـ x في بدايه كثيره الحدود ،،

لذا كان حل المسأله :

$$(3x-4) (x+1)$$

مثال آخر:

$$14y^2+35y +14$$

كما نلاحظ في المثال السابق:

يوجد عامل مشترك بينهم وهو الـ 7

لذا نقوم بوضعه خارج القوس وإدراج باقي العمليه داخل القوس:

$$7 (2y^2 + 5y + 2)$$

الآن نقوم بتحليل ما بداخل القوس

ولو لاحظنا فإنه :

لا يوجد عامل مشترك .

لا يمكننا حلها عن طريق Grouping لأنها أقل من ٤ أطراف .

لذا نستخدم طريقة فويل وهي فتح قوسين ((ملاحظه مهمه : يتم فتح القوسين لأن القصد منه y^2 أي أن y مكرره مرتين .

$$(y \quad) (y \quad)$$

ولا ننسى الـ 7 التي تم تحليلها من قبل لتصبح المسأله :

$$7 (y \quad) (y \quad)$$

وبما أن انه كان لك y معامل وهو الـ 2 وهي غير قابله لتحليل أكثر لذا ستصبح المسألة هكذا:

$$7(2y + 1)(y + 2)$$

كان هناك حد واضح نستطيع أدراجه في المسألة بعد التحليل : $7(2y^2 + 5y + 2)$ وهو الـ 2

لذا أصبحت هكذا:

$$7(2y + 1)(y+2)$$

ولكتشف العامل الأخير نقوم بجمع $2+2=4$ وبقي لدينا 1 لكي تصبح 5 لذا فإن العامل هو 1

$$7(2y+1)(y+2)$$

مثال آخر للتمرين :

Factor:

$$2x^2 + 3x + 1$$

((ملاحظه : الحل النهائي للمسألة في نهاية الملخص))

تحليل كثيرة الحدود من فئة : $ax^2 + bx + c$ باستخدام ac- Method

يمكننا حل كثيرة الحدود بطريقة قد تكون أسهل من طريقة فويل .:

مثال على ذلك :

$$15x^2 + 19x - 10$$

لحل كثيرة الحدود هذه نقوم أولاً:

$$\text{ضرب } 15 * -10 = -150$$

ثانياً نبحث عن عددين ضربهم يساوي 150- وجمعهم يساوي 19

ولتسهيل المهمة نستخدم الآله الحاسبه ونقوم بقسمة 150- في الأعداد الفرديه التي تخطر ببالنا .، وبعد

البحث سنكتشف أن :

$$6*25= 150$$

ولأننا نحتاج أن تكون 150- و نحتاج أن يكون مجموع العددين 19 لذا سنجعلها 6- 25

الآن نقوم بكتابة كثيرة الحدود بعد تحليلها لتصبح هكذا:

$$15x^2 - 6x + 25x - 10$$

وكما نلاحظ أصبحت كثيرة الحدود هذه مكونة من أربعة أطراف

#لذا نستطيع حلها عن طريق Grouping

$$15x^2 - 6x + 25x - 10$$

نبحث عن العامل المشترك لكل حدين على حده:

$$3x(5x-2) + 5(5x-2)$$

تطابق بقية ما بداخل الحدود لذا الحل صحيح:

$$(3x+5)(5x-2)$$

Factoring Trinomial Squares: تحليل كثيرة الحدود المربعة:

ما معنى ذلك؟

هي كثيرات الحدود التي يحتوي طرفها الأول على عدد مربع وطرفها الأخير على عدد مربع ولها قاعده وشكل محدد وهو :

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$$

أو

$$A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$$

ملاحظه: يجب ويجب ويجب حفظ هذه الصيغه لأنها ستسهل عليك عملية التعويض .

مثال على ذلك :

$$x^2 - 20x + 100$$

أولاً نشاهد هل أستوفت كثيره الحدود شرط أن يكون طرفها الأول مربع وطرفها الأخير مربع؟

$$\sqrt{x^2} = x$$

$$\sqrt{100} = 10$$

مما يعني أنها أستوفت الشروط ، الآن نعوض بالقانون :

$$x^2 - 20x + 100$$

$$A^2 - 2AB + B^2 =$$

$$(A - B)^2$$

$$(x-10)^2$$

مثال آخر :

$$46+16a^2 + a^4$$

كثيرة الحدود أستوفت الشروط لأن $٦٤ = ٨ \times ٨$

$$a^4 = a^2 * a^2$$

الآن نعوض بالقانون:

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$$

$$(8+a^2)^2$$

ملاحظه: تم تربيعها مرتين لأنها كانت بالأساس a^4

مثال للتمرين والحل نهاية الملخص:

Factor:

$$16a^2 - 9$$

بالإمتحان راح تجي بدايه الأسنله من هذا النوع : Factor

مثال آخر:

$$8x^2 - 98$$

نجد العامل المشترك ونكتب ماتبقى داخل القوس:

$$2(4x^2 - 49)$$

الآن نقوم بتحليل ما بداخل القوس لأنها من فئه Trinomial Squares

$$2(2x-7)(2x+7)$$

قواعد رئيسيه لتخليص الفصل والتمكن من تحليل كثيرة الحدود:

- ١- دائماً نبحث عن العامل المشترك الاكبر داخل كثيرة الحدود.
- ٢- نركز على إشارات السالب والموجب فكثيراً ما يقع الطلاب في خطأ كبير بسبب الإشارة.
- ٣- إذا كانت كثيرة الحدود تحتوي على ٤ حدود أو أكثر نقوم بتحليلها باستخدام طريقة Grouping
- ٤- دائماً نتأكد من الحل باستخدام طريقة الضرب.

أمثله للتمرين تجدين حلها نهاية الملخص:

Factor:

$$5t^4 - 80$$

Solve equations (already factored) using the principle of zero products:

حل كثيرات الحدود التي تم تفكيكها باستخدام العامل صفر

سهله جداً ::

مثال :

Solve :

$$(x+3)(x-2)$$

أولا نفترض أن كلا القيمتين تساوي صفر

$$(x+3)(x-2)=0$$

الآن نحل المعادلتين كل على حده:

$$x+3=0$$

$$x= -3$$

or

$$x-2= 0$$

$$x=2$$

والآن نعوض بقيمة x مره ب ٢ ومره ب -٣ للتأكد من الحل.

حل التمارين :

$$2x^2 + 3x + 1$$

$$=(2x+1)(x+1)$$

$$16a^2 - 9$$

$$=(4a+3)(4a-3)$$

$$5t^4 - 80$$

$$=5 (t^2 + 4) (t + 2) (t - 2)$$

abdulaziz

Telegram : @azizhelp

Fundamental of Math

Week 6

Telegram : @azizhelp

Solving quadratic equation by factoring

حل المعادلات التربيعيه باستخدام التحليل:

ملاحظه: إذا كان لدينا معادله بمتغيرين (x, y) وهذه المعادله مساويه للصفر من المؤكد أنه أما أن $x=0$ والـ y تساوي أي رقم أو العكس . أو أن الـ x و y تساوي صفر.

مثال:

$$xy=0$$

الحاله الأولى $x=0$ نقوم بالتعويض

$$0*y=0$$

الحاله الثانيه $y=0$

الحاله الثالثه أن كلا المتغيرين يساويان 0

كيف نحل معادله مكونه من قوسين؟

مثال:

$$(13x+14)(6x-5)=0$$

لحل مثل هذه المعادله فإنه أما أن

$$13x+14=0$$

أو

$$6x-5=0$$

والآن نقوم بحل المعادله بشكل عادي..

$$13x+14=0$$

$$13x=-14$$

نقسم كلا الطرفين على معامل x { $x = \frac{-14}{13}$ }

$$6x-5=0 \text{ أو أن}$$

$$6x=5$$

$$x=\frac{5}{6}$$

$$\text{لذا فإن : } x = \frac{-14}{13} \text{ OR } x = \frac{5}{6}$$

مثال آخر :

$$x^2 + 7x + 6 = 0$$

نقوم أولاً بتحليل كثيرة الحدود أولاً ثم نحل المعادلة:

$$(x+6)(x+1)$$

* عددين مضروبهم 6 مجموعهم 7

والآن نقوم بحل المعادلة :

$$(x+6)(x+1)=0$$

$$\text{أما أن } x = -6 \text{ أو أن } x = -1$$

مثال آخر :

$$x^2 - 3x = 0$$

نقوم بالتحليل بأخذ عامل مشترك

$$X(x-3)$$

ومن ثم نقول أما

$$X=0$$

OR

$$X-3=0$$

$$X=3$$

ضرب وقسمة الصيغ الكسرية

- لضرب أو قسمة الصيغ الكسرية "معادله على شكل كسر" نقوم بالنظر إلى البسط والمقام وتحليلهم إن أستخدم الأمر .
- هناك دائما قيم مستبعده للمقام وهي "أصفار المقام" أي قيمة تجعل من المقام = 0
- في الكسور التالية :

$$\frac{x + 2}{4y}$$

- من المستبعد أن تكون قيمة الـ $y = 0$ لأن $4 \cdot 0 = 0$ وإذا كان مقام الكسر صفر ستكون قيمة غير معرفه،
- مثال آخر :

$$\frac{x^2 + 2}{9xy}$$

- من المتسبعد أن تكون قيمة $x, y = 0$ لأن ذلك سيجعل المقام صفر مما يجعل القيمة غير معرفه،
- مثال آخر :

$$\frac{x + 2}{x - 4}$$

من المستبعد أن تكون قيمة $x = +4$

$$\text{لأن } +4 - 4 = 0$$

طريقة حل صيغة كسريه:

Rational Expression:

طريقة حل صيغة كسريه :

مثال:

$$\frac{48p^7q^5}{18p^5q^4}$$

تذكري : في القسمة نطرح الأسس ،

الكسر هو عملية قسمة بالأساس،

لحل هذه المعادلة نقوم أولاً بتبسيط الكسر وذلك بإيجاد قاسم للـ 48 و 18

$$\frac{8p^7q^5}{3p^5q^4}$$

بعد التبسيط سيصبح الكسر:

والآن نطرح الأسس لتصبح النتيجة :

$$\frac{8}{3}p^2q$$

مثال آخر:

$$\frac{x^2 + 8x + 16}{x^2 - 16}$$

لحل مثل هذه المعادلة نقوم بتحليل البسط والمقام كالتالي :

$$\frac{(x + 4)(x + 4)}{(x - 4)(x + 4)}$$

* حللنا كثيرة الحدود أولاً

$$\frac{(x+4)}{(x-4)}$$

النتيجة الأخيرة:

ضرب الصيغ الكسرية :

$$\frac{a^2 - 9}{a^2} * \frac{(a^2 - 3a)}{(a^2 + a + 12)}$$

نرى في هذا المثال أن هناك صيغتين كسريتين مضروبتين في بعضهم ، نضرب البسط في البسط والمقام بالمقام ، لكن قبل ذلك بتحليل كل كسر على حده :

تحليل الكسر الأول :

$$\frac{a^2 - a}{a^2} = \frac{(a - 3)(a + 3)}{a * a}$$

لتحليل الكسر الثاني:

$$\frac{(a^2 - 3a)}{(a^2 + a + 12)} = \frac{a(a - 3)}{(a - 3)(a + 4)}$$

ملاحظه: إذا لم تتمكني من تحليل كثيرات الحدود السابقه راجعي ويك 5

الآن نضرب الكسور:

$$\frac{(a - 3)(a + 3)}{\cancel{a} * a} * \frac{\cancel{a}(a - 3)}{(a - 3)(a + 4)}$$

الحل النهائي:

$$\frac{(a - 3)(a + 3)}{a(a + 4)}$$

قسمة الصيغ الكسريه:

$$\frac{x^2 - 1}{4x + 4} \div \frac{2x^2 - 4x + 2}{8x + 8} =$$

اولا : يجب علينا تحويل \div إلى \times وذلك بقلب الكسر الثاني

$$\frac{x^2 - 1}{4x + 4} * \frac{8x + 8}{2x^2 - 4x + 2} =$$

ثم نقوم بتحليل الكسور والإختصار

$$\frac{(x - 1)(x + 1)}{4(x + 1)} * \frac{8(x + 1)}{2(x - 1)(x - 1)} =$$

$$\frac{8(x + 1)}{4 \cdot 2(x - 1)} = \frac{8(x + 1)}{8(x - 1)}$$

تروح ال ٨

$$\frac{(x + 1)}{(x - 1)}$$

LCM المضاعف المشترك الأصغر مهم جداً: (يجب بالإمتحان)

لإيجاد العامل المشترك الأصغر لعددین نقوم بتحليلهم ثم نختار التالي :

- إذا وجدت عوامل مشتركة نختار صاحبه الأس الأكبر
- ندرج العوامل الغير مشتركة ايضاً

مثال :-

$$8a^9b^3 \quad , \quad 2a^2b$$

التحليل

$$2a^2b = 2 * a^2 * b$$

$$8a^9b^3 = 2^3 * a * b^3$$

نختار العوامل المشتركة ذات الاس الاكبر

$$\text{LCM} = 2^3 * a * b^3$$

مثال آخر:

$$x^2 - 4 \quad , \quad x^2 - 5x + 6$$

نقوم بالتحليل:

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

$$x^2 - 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

نقوم بإيجاد LCM :

وذلك بكتابة العناصر المشتركة والغير مشتركة :

$$(x-2)(x+2)(x+3)$$

abdulaziz

Telegram : @azizhelp

Fundamental of Math

Week 9

Telegram : @azizhelp

Finding Equations of lines:

إيجاد المعادله الخطيه:

نتذكر القاعده السابقه والتي تنص على أن :

$$y = mx + b$$

بحيث أن $m = \text{slope}$ $b = \text{y-intercepts}$

مثال على ذلك:

Slope = $-\frac{7}{8}$ y - intercepts $(0, -\frac{7}{11})$. Write the liner equation.

أكتبي المعادله الخطيه :

نعوض بالقانون السابق:

$$y = mx + b$$

$$y = \frac{-7}{8} x + -\frac{7}{11}$$

مثال آخر :

Find "b" if $m = -2$. (2, 8)

المطلوب بالسؤال إيجاد y-intercepts

نعوض بالقانون:

$$y = mx + b$$

$$8 = -2 (2) + b$$

$$8 = -4 + b$$

$$b = 12$$

مثال آخر:

(2,5) (4, 7)

Find the slope and write the equation line?

المطلوب بالسؤال إيجاد قيمة الميل وكتابة المعادلة الخطية..

$$\text{Slope} = \frac{\text{changing in } y}{\text{changing in } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 5}{4 - 2} = \frac{2}{2} = 1$$

لكتابة المعادلة الخطية :

$$y = mx + b$$

نعوض بأحد النقاط المعروفة لـ x & y

$$7 = 4 + b$$

$$b = 3$$

إذاً فإن المعادلة الخطية هي:

$$y = 1x + 3$$

ملاحظه : لو عوضنا بالنقاط الأخرى فالنتيجة ستكون نفسها ،، جرباي ذلك.

مثال آخر:

(-2, -3) (-4, -6)

Find the slope and line equation

$$\text{Slope} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - (-3)}{-1 - (-2)} = \frac{3}{2}$$

$$m = \frac{3}{2}$$

لكتابة المعادلة الخطية نعوض بالقانون :

$$y = mx + b$$

نختار أحد النقاط المذكوره أعلاه للتعويض عن قيمة x وقيمة y

$$-3 = \frac{3}{2} (-2) + b$$

$$b = +3 - 3 = 0$$

المعادله الخطيه هي : $y = \frac{3}{2}x$

متى نقول أن النقاط في المعادله الخطيه متوازيان ؟ **parallel ?**

If their slope are equal

إذا كان لهما نفس الميل ..

مثال على ذلك:

$$(0, 3)$$

$$-2x - y = 7$$

كيف نقرر أنهما متوازيان ،

أولاً: نقوم بإيجاد الميل ((Slope)) من خلال التعويض بالقانون بما وُجد بالنقاط ..

$$y = mx + b$$

نعوض:

$$3 = 2(0) + b$$

$$3 = 0 + b$$

$$b = 3$$

إذن المعادله الخطيه الأولى هي :

$$y = 2x + 3$$

الميل الأول هو " 2 "

بالنسبة للمعادله الخطيه الثانيه :

$$2x - y = 7$$

نرتب المعادله بالصيغه الخطيه لتصبح

$$-y = -2x + 7$$

نتخلص من معامل y

$$y = 2x - 7$$

الميل الثاني هو " ٢ "

تساوي الميل يعني أن المعادله **Parallel**

((مثل هذه الإسنلة دائما تجي بالامتحان على شكل خيارات))

Write an equation of a line that is "perpendicular"

كيف نقوم بكتابة معادله خطيه بحيث تكون عموديه في الرسم؟؟

هناك شرطين وهما:

- ١- أن يكون الميل ((slope)) مقلوب الكسر فإذا كان 4 يصبح $-\frac{1}{4}$ - وإذا كان 5- يصبح $\frac{1}{5}$
- ٢- وأن نعكس الإشارات عند القلب .. فالسالب تصبح موجب والموجب سالب.

مثال على ذلك:

$$(4, 1) \quad x - 3y = 9$$

نقوم بالتعويض باستخدام القانون :

$$y = mx + b$$

$$-3y = -x + 9$$

نتخلص من معامل y

$$y = \frac{1}{3}x - 3$$

الآن نطبق الشرطين كي تصبح المعادله عمودية الرسم

$$M = -3 \quad \{ \text{بعد تطبيق الشرطين} \}$$

الآن نكتب المعادلة الخطيه بالإستعانه بالنقاط : (4, 1)

$$y = mx + b$$

$$1 = (-3)(4) + b$$

$$1 = -12 + b$$

$$b = 13$$

أصبحت المعادله الخطية بعد أستخراج أطرافها : $y = -3x + 13$

■ ملاحظات هامه جداً:

" تأتي بالإمتحان على شكل خيارات " " مصطلحات ضروريه "

١- إذا كانت المعادلتين الخطيتين تلتقيا بنقطه واحده بعد الرسم فهما " **Consistent and**

Independent "

٢- إذا كان للمعادلة الخطية عدة حلول فهي إذاً " **Consistent and dependent** ". وعند

رسم المعادلتين سنلاحظ أن لهما نفس الرسم "فوق بعض"

٣- إذا كان لمعادلتين خطيتين نفس الميل ((Slope)) أي أنهما متوازيتان فهما "

Inconsistent and independent "

أمثله للتوضيح :

$$3x + y = 5 \quad x - 2y = 4$$

Solve for y and graph:

لحل المعادلتين نقوم أولاً بترتيبهم كمعادلة خطية :

$$y = mx + b$$

$$y = -3x + 5$$

والمعادلة الثانية:

$$x - 2y = 4$$

$$-2y = -x + 4$$

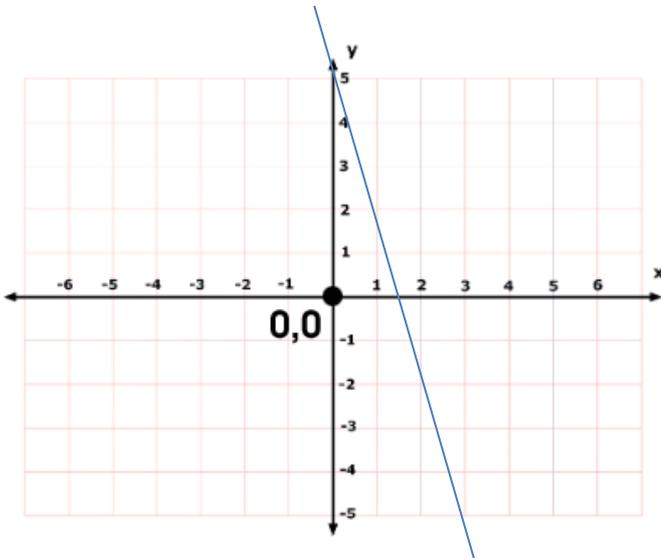
نتخلص من معامل y

$$y = \frac{1}{2}x - 2$$

المعادلتين بعد ترتيبهم :

$$y = -3x + 5$$

$$y = \frac{1}{2}x - 2$$



كيف نرسم المعادلة الخطية؟؟

المعادلة الأولى :

$$y = -3x + 5$$

نفرض أن $x = 0$ مره ونعوض ، ثم

نفرض أن $x = 1$ ونعوض :

بعد التعويض ستصبح النقطة الأولى (0, 5)

والنقطة الثانية : (1, 2)

المعادلة الثانية :

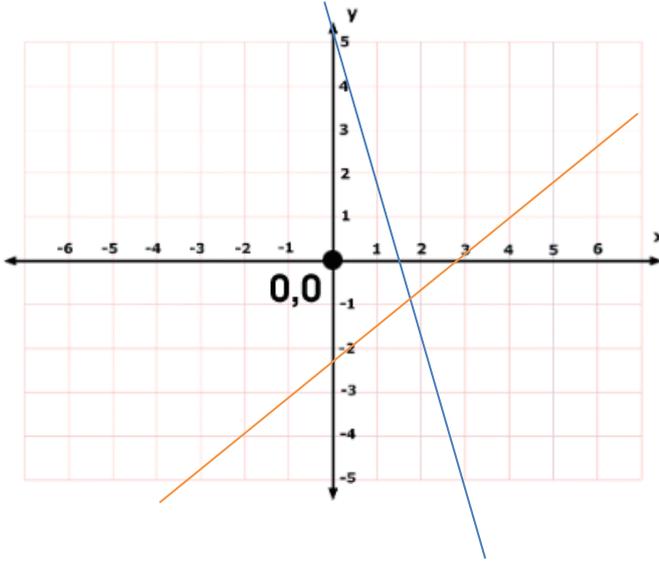
نفس الشيء نفرض أن الـ x مره صفر

ونعوض ومره واحد ونعوض :

بعد التعويض ستظهر النقاط :

(1, -1.5) (0, -2)

نكمل الرسم :



بعد الرسم نلاحظ أن نقاط الإلتقاء هم : (2, -1)

لذا هناك حل واحد لكلا المعادلتين الخطيتين :

إذا فهي : **Consistent and Independent**

مثال آخر :

$$6x - 2y = 2$$

$$9x - 3y = 1$$

بعد ترتيب المعادلات بالطريقه الخطيه :

$$y = -3x - 1$$

$$y = -3x - \frac{1}{3}$$

كما نلاحظ : تساوى الميل ((Slope)) يعني أن الخطين متوازيان ((There is no solution))

Inconsistent and Independent

مثال آخر :

$$2x - 3y = 6$$

$$3y - 2x = -6$$

بعد ترتيب المعادلتين بالطريقه الخطيه :

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

تشابه المعادلتين : " Consistent and Dependent " " there are many solutions "

Solving by Substitution:

حل المعادلات بمتغيرين عن طريق التعويض :

مثال على ذلك :

$$x = 8 - 4y \quad 3x + 5y = 3$$

الأصل في حل معادلتين بمتغيرين هو جعل أحد المتغيرات لأحد المعادلتين في طرف وبقية المعادلة في الطرف الآخر ، وكما نلاحظ في المثال السابق فإن أحد المعادلتين قد تم بالفعل جعل أحد متغيراتها في طرف وبقية أطرافها بالطرف الآخر ..

لذا فإن الخطوة الثانية هي التعويض بما رتبناه في الخطوه السابقه في المعادله الثانيه ..

أي أن نقوم بالتعويض عن قيمة x في المعادله الثانيه بـ $8 - 4y$

$$3(8 - 4y) + 5y = 3$$

نوزع الضرب على الجمع :

$$24 - 12y + 5y = 3$$

$$Y = 3$$

الآن تم استخلاص أن $y = 3$

لذا نقوم بالتعويض عن قيمة y في أي معادله ..، لتظهر بعد ذلك قيمة x وهي -4

لذا فإن النقاط : (-4 , 3)

مثال آخر :

$$5x + 6y = 14$$

$$-3y + x = 7$$

نرتب أحد المعادلات بجعل أحد المتغيرات بطرف وبقية المعادله في الطرف الآخر ،

وهنا نختار المعادله الأسهل :

$$-3y + x = 7$$

$$x = 7 + 3y$$

الآن نعوض بالمعادله الثانيه :

$$5(7 + 3y) + 6y = 14$$

بعد توزيع الضرب على الجمع وحل المعادله :

$$y = -1$$

الآن نعوض عن قيمة $y = -1$ في أحد المعادلات لتصبح نتيجة $x = 4$

$$(4, -1)$$

Solving by Elimination:

حل المعادلات عن طريق إزالة أحد المتغيرات :

مثال على ذلك :

$$2x - 3y = 18$$

$$2x + 3y = -6$$

نتخلص من أحد المعاملات عن طريق جمع المعادلتين :

$$2x - 3y = 18$$

+

$$2x + 3y = -6$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

الآن نقوم بالتعويض لتظهر نتيجة $y = -4$

$$(3, -4)$$

*ملاحظه: أنا لا أجزيت بتاتا توزيع ملخصاتي أو بيعها في المكاتب دون إذن مني ، والله حسيب المؤمنين .

Fundamental of Math

Week 10

Telegram : @azizhelp

System of equation in three variables

طريقة حل معادلات بثلاث متغيرات ..

مثال:

$$١ \quad 2x - y - 4z = -12$$

$$٢ \quad 2x + y + z = 1$$

$$٣ \quad x + 2y + 4z = 10$$

كيف نقوم بحل هذه المعادلات؟

عن طريق تقليص عدد المتغيرات بالتدرج إلى أن نصل إلى الحل ، وذلك باختيار أي معادلتين حين نقوم بجمعهم مع بعضهم سنتمكن من التخلص من أحد المتغيرات ..

ملاحظه: آلية اختيار أي معادلتين لجمعهم هو أن يكون أحد المتغيرات في المعادله + والآخر - مع تشابه المعامل حتى نتمكن من حذفه.

لحل مثل هذه الإنظمه أولاً: يجب علينا التفكير في طريقة تجعل المعادله بمتغيرين ولعمل ذلك نقوم بجمع المعادله الأولى مع المعادله الثانيه :

$$2x - y - 4z = -12$$

+

$$2x + y + z = 1$$

$$٤ \quad 4x \quad -3z = -11$$

الآن سنقوم بعملية أخرى للتخلص من متغير آخر بجمع المعادلتين الأولى والثالثه

$$2x - y - 4z = -12$$

$$x + 2y + 4z = 10$$

ولأتمام عملية الجمع يجب أن نجعل أحد المتغيرات بالسالب والآخر بالموجب مع تشابه المعامل ..

لذا نحتاج إلى ضرب المعادله الأولى بـ 2 للتخلص من المتغير y

$$(2x - y - 4z = -12) \cdot 2$$

لتصبح:

$$4x - 2y - 8z = -24$$

الآن نقوم بعملية الجمع :

$$4x - 2y - 8z = -24$$

+

$$x + 2y + 4z = 10$$

$$5x - 4z = -14$$

الآن نقوم بجمع المعادلتين ٤ و ٥ لحذف أحد المتغيرات حتى يصبح لدينا متغير واحد :

$$5x - 4z = -14$$

+

$$4x - 3z = -11$$

لأتمام هذه العملية نحتاج أن نضرب المعادله الأولى بـ 4- والثانيه بـ 5

حتى يصبح الـ x $20x$ & $-20x$

$$4 \cdot -20x + 15z = 55$$

$$5 \cdot 20x - 16z = -56$$

$$-1z = -1$$

$$z = 1$$

الآن نقوم بأخذ x بالتعويض في المعادله الرابعه لتصبح نتيجة x

$$x = -2$$

والآن أصبح من السهل التعويض في أي معادله لأستنتاج قيمة الـ y

وبعد التعويض: $y = -2$

النتيجه : $(x, y, z) (-2, 4, 1)$

مثال آخر :

$$١ \quad 4x - y - z = 6$$

$$٢ \quad 2x + y + z = -3$$

$$٣ \quad 6x - 3y - 2z = 9$$

كيف نقوم بحل هذه المعادلات؟

عن طريق تقلبص عدد المتغيرات بالتدريج إلى أن نصل إلى الحل ، وذلك باختيار أي معادلتين حين نقوم بجمعهم مع بعضهم سنتمكن من التخلص من أحد المتغيرات ..

ومن الملاحظ في المعادلات السابقه أنه إذا أخترنا المعادله الأولى وجمعناها مع المعادله الثانيه سنتمكن من التخلص من المعامل z والمعامل y أيضا

$$4x - y - z = 6$$

+

$$2x + y + z = -3$$

$$6x \quad \quad = 3$$

الآن ظهرت لنا معادله رابعه وهي : $6x = 3$

ذات متغير واحد وهو x ويمكننا حلها بحيث أن

$$6x = 3$$

$$x = \frac{1}{2}$$

الآن كشفنا أحد المتغيرات وهو الـ $x = \frac{1}{2}$

نقوم بالتعويض عن الـ x في أحد المعادلات السابقه

في المعادله الثانيه :

$$2x + y + z = -3$$

نعوض عن قيمة x

$$2\left(\frac{1}{2}\right) + y + z = -3$$

$$1 + y + z = -3$$

$$y + z = -4$$

وفي المعادله الثالثه :

$$6\left(\frac{1}{2}\right) - 3y - 2z = 9$$

$$3 - 3y - 2z = 9$$

$$-3y - 2z = 9 - 3$$

$$-3y - 2z = 6$$

الآن أصبحت لدينا معادلات جديده وهي :

$$y + z = -4$$

$$-3y - 2z = 6$$

وللتخلص من أحد المتغيرات نقوم أولاً بضرب المعادله الأولى بـ 3 حتى نتمكن من التخلص من المتغير y

ونتذكر أن ما نقوم بضربه بأحد أطراف المعادله يجب أن يتم في جميع أطراف المعادله :

$$(3) \quad y + z = -4$$

لتصبح:

$$3y + 3z = -12$$

الآن نقوم بجمع المعادله السادسه مع المعادله الخامسه للتخلص من المتغير y:

$$-3y - 2z = 6$$

+

$$3y + 3z = -12$$

$$z = -6$$

الآن عرفنا أن

$$x = \frac{1}{2}$$

$$z = -6$$

بقي أن نعوض عنهم في أحد المعادلات لنستنتج ماهي قيمة y

$$y + z = -4$$

المعادله الرابعه تبدو الأسهل في التعويض:

$$y - 6 = -4$$

$$y = -4 + 6$$

$$y = 2$$

إذن فإن الحل الأخير للمعادله هو :

$$\left(\frac{1}{2}, 2, -6\right)$$

يجب مراعاة ترتيب الحل بالأبجدي $x y z$

لا تخلو الإمتحانات من مثل هذه المعادلات ..

لذا يجب مراعاة مايلي:

- ١- إذا تخلصنا من أحد المتغيرات في المعادله تظهر لنا معادله رابعه تساعد جدا في الحل .
- ٢- إذا ضربنا أحد أطراف المعادله يجب ويجب ضرب الطرف الآخر .
- ٣- يجب مراعاة الإشارات وأخذ بالإعتبار علامة المتغير.

Week 12

Radical Expressions and Functions:

Telegram : @azizhelp

التعبيرات الجذرية وتبسيطها:

أولاً:

يجب أن نعلم أن :

$\sqrt{5}$	المقصود هنا الجذر التربيعي (الثاني) للخمسة ويساوي: $5^{\frac{1}{2}}$ "خمسة أس نص"
$\sqrt[3]{5}$	المقصود هنا الجذر الثالث للخمسة ويساوي: $5^{\frac{1}{3}}$ خمسة أس ثلث.
$\sqrt[4]{5}$	المقصود هنا الجذر الرابع للخمسة ويساوي: $5^{\frac{1}{4}}$ وهكذا

مثال: أوجداي قيمة مايلي:

$$\sqrt{9^2} = 9$$

لماذا؟ لأن الجذر التربيعي يلغي تربيع العدد .

مثال آخر:

$$\sqrt[4]{156^4} = 156$$

لأن الجذر الرابع يلغي "أس أربعه"

مثال آخر:

أكتبني بشكل آخر: Rewrite the Radical

$$144^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{144^2}$$

لماذا؟ دائماً تكون قيمة البسط= الأس الداخلي للجذر وقيمة ما بالمقام هي درجة الجذر.

مثال آخر:

$$69^{\frac{7}{4}} = \sqrt[4]{69^7}$$

إيجاد قيمة الجذر:

مثال:

$$f(x) = \sqrt{5x - 10}$$

Find $f(6)$, $f(-1)$

نعوض:

$$\begin{aligned} f(6) &= \sqrt{5(6) - 10} \\ &= \sqrt{30 - 10} \\ &= \sqrt{20} \end{aligned}$$

ملاحظه نستطيع إيجاد قيمة الجذر النهائية بالآله الحاسبه.

$$\begin{aligned} f(-1) &= \sqrt{5(-1) - 10} \\ &= \sqrt{-5 - 10} \\ &= \sqrt{-15} \end{aligned}$$

هذه القيمة لا نستطيع إخراجها من الجذر : Does not exist

مما يعني أن أي عدد سالب تحت الجذر التربيعي لا نستطيع إيجاد قيمته

مثال آخر:

$$f(x) = \sqrt[3]{x + 1}$$

$f(7)$, $f(-9)$

نعوض:

$$f(7) = \sqrt[3]{7 + 1}$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$f(-9) = \sqrt[3]{-9 + 1}$$

$$2 = \sqrt[3]{-8}$$

أوجد قيمة :

$$= \sqrt[3]{40y^3} = \text{نقوم بتحليل 40 إلى عوامله الأولية :}$$

$$\sqrt[3]{2^3 * 5y^3} = 2y\sqrt[3]{5}$$

مثال:

$$\frac{\sqrt{56xy^3}}{\sqrt{8x}}$$

نقوم بعمل جذر تربيعي كبير يشمل البسط والمقام:

$$\sqrt{\frac{56xy^3}{8x}}$$

نقوم بقسمة البسط على المقام :

$$\sqrt{7y^3}$$

نحاول إخراج الناتج من الجذر:

$$\sqrt{7 * y^2 * y}$$

نلغي تربيع الـ y مع الجذر لتصبح النتيجة النهائية:

$$y\sqrt{7y}$$

طريقة حل معادله جذريه:

مثال:

حل اي المعادله Evaluate:

$$(\sqrt{5x + 2} = 7)$$

أولا : نقوم بالتخلص من الجذر التربيعي بتربيع طرفي المعادله :

$$(\sqrt{5x + 2})^2 = (7)^2$$

$$5x + 2 = 49$$

$$5x = 47$$

$$x = \frac{47}{5}$$

مثال آخر:

$$\sqrt[3]{6x + 9} + 8 = 5$$

نقوم بنقل الـ 8 إلى الطرف الآخر :

$$\sqrt[3]{6x + 9} = -3$$

وللتخلص من التكعيب نقوم بتكعيب كلا طرفي المعادله:

$$(\sqrt[3]{6x + 9})^3 = (-3)^3$$

$$6x + 9 = -27$$

$$6x = -36$$

$$x = -6$$

Fundamental of Math

Week 7

Telegram : @azizhelp

Adding Rational Expressions:

جمع التعبيرات الكسرية:

لجمع التعبيرات الكسرية نقوم أولاً بتوحيد المقامات، ثم نقوم بعملية الجمع .. هناك عدة صيغ للتعبيرات الكسرية .. ومنها:

١- التعبير الكسري الذي يحتوي على مقام يحتاج إلى إيجاد العامل المشترك الأصغر لتوحيد المقامات LCD .

بدايةً: ماهو الفرق بين LCD و LCM ؟

كلاهما يعني إيجاد العامل المشترك الأصغر ولكن بالنسبة لـ LCD فإنها تختص بإيجاد العامل

المشترك الأصغر للمقام " Least Common Denominator "

أما LCM فيعني الأرقام والتعبيرات العادية " Least Common Multipliy "

مثال على جمع التعبيرات الكسرية:

$$\frac{4}{xy^2} + \frac{6}{x^2y}$$

هذا المثال يحتوي على مقام يحتاج إلى إيجاد عامل مشترك أصغر للمقام ،

$$xy^2 = x \cdot y \cdot y$$

بالنسبة للمقام الأول:

$$x^2y = x \cdot x \cdot y$$

بالنسبة للمقام الثاني:

نلاحظ بعد التحليل أن العامل المشترك هو : x . y

لذا فإنه لتوحيد المقامات نحتاج لضرب الكسر الأول بما تبقى من مقام الكسر الثاني x والكسر الثاني بما تبقى من مقام الكسر الأول :

$$(x) \frac{4}{xy^2} + \frac{6}{x^2y} (y)$$

$$\frac{4x}{x^2y^2} + \frac{6y}{x^2y^2} = \frac{4x + 6y}{x^2y^2}$$

***تنبيه:** عند توحيد المقامات لا تغفل أبداً عن البسط ، فما يتم ضربه بالمقام يجب ويجب ضربه في البسط .

*ملاحظه: أن المثال المذكور في البسط تم جمع $4x + 6y$ نركز أن العملية الموجوده بينهم هي الجمع لذا من الخطأ أن تكون النتيجة $4x6y$

٢- التعبير الكسري الذي يحتوي على مقامات مبسطه ولا تحتاج إلى التحليل أو إيجاد العامل المشترك الأصغر ولتوحيد المقامات نقوم بضرب مقام الكسر الأول بالكسر الثاني ، ومقام الكسر الثاني بالكسر الأول.

مثال على ذلك:

$$\frac{4}{5y} + \frac{7}{y-2}$$

لتوحيد المقام هنا نقوم بضرب مقام الكسر الأول $5y$ بالكسر الثاني ، ومقام الكسر الثاني $y-2$ بالكسر الأول:

$$(y-2) \frac{4}{5y} + \frac{7}{y-2} (5y)$$

ليصبح الكسر بعد توحيد مقاماته :

$$\frac{4y-8}{5y(y-2)} + \frac{35y}{5y(y-2)} = \frac{39y}{5y(y-2)}$$

٣-التعبيرات الكسريه التي يحتاج مقامها إلى التحليل لتوحيد المقامات (Factoring)

مثال على ذلك :

$$\frac{t}{t-3} + \frac{5}{4t-12}$$

نلاحظ في المثال أن المقامات مختلفه ، وأن مقام الكسر الأول مبسط بينما يحتاج مقام الكسر الثاني إلى Factor وتحليل مقام الكسر الثاني:

$$4t-12 = 4(t-3)$$

قمنا بأخذ العامل المشترك للـ polynomial ثم أدرجنا ما تبقى منها داخل القوس ((من ويك ه))

بعد تحليل مقام الكسر الثاني أصبح من الواضح الآن أنه لتوحيد المقامات نحتاج إلى ضرب الكسر الأول بـ 4

$$(4) \frac{t}{t-3} + \frac{5}{4(t-3)}$$

$$\frac{4t}{4(t-3)} + \frac{5}{4(t-3)} = \frac{4t+5}{4(t-3)}$$

٤- التعبيرات الكسرية التي تبدو مقاماتها موحده من النظره الأولى ولكنها غير كذلك ، لتوحيد المقام نضرب أحد الكسور بـ 1-

مثال على ذلك:

$$\frac{2x - 7}{5x - 8} + \frac{6 + 10x}{8 - 5x}$$

قد تبدو المقامات موحده ولكن في الحقيقة :

$$5x - 8 \neq 8 - 5x$$

*عملية الطرح ليست عملية إبدالیه لأن :

$$5 - 3 \neq 3 - 5$$

لذا لتوحيد المقامات في مثل هذه التعبيرات الكسرية نقوم بضرب أحد الكسرين بـ 1-

$$(-1) \frac{2x - 7}{5x - 8} + \frac{6 + 10x}{8 - 5x}$$

لتصبح هكذا:

$$\frac{-2x + 7}{8 - 5x} + \frac{6 + 10x}{8 - 5x}$$

الآن نقوم بجمع الأطراف المتشابهه الموجوده بالبسط "Collect the like Terms" لتصبح النتيجة:

$$\frac{13 + 8x}{8 - 5x}$$

أحياناً لا تنتهي عملية الجمع بتوحيد المقامات وجمع ما هو بالبسط ، لأنه يجب إخراج الكسر بأبسط صورته ممكنه . ، فممكن أسأله الإمتحان تكون Add & Simplify يعني إجمعي وبسطي، لذا نركز أن الناتج الأخير ظهر لنا بأبسط صورته (لا يمكننا تحليله، ولا تبسيطه، ولا إيجاد عامل مشترك بين أطرافه)

مثال على ذلك:

$$\frac{y^2}{y - 3} + \frac{9}{3 - y}$$

في هذا المثال المقام يبدو موحداً ولكنه ليس كذلك لذا نقوم بضرب أحد الكسرين بـ 1-

$$\frac{y^2}{y - 3} + \frac{9}{3 - y} (-1)$$

لتصبح النتيجة:

$$\frac{y^2 - 9}{y - 3}$$

النتيجة هنا ليست في أبسط صورته ، فالبسط يحتاج إلى Factoring

وبعد تحليل البسط تصبح النتيجة هكذا:

$$\frac{(y - 3)(y + 3)}{y - 3}$$

لتصبح النتيجة الأخيرة: $y+3$

Subtracting Rational Expressions:

طرح التعبيرات الكسرية :

العملية مشابهة تماماً لجمع التعبيرات الكسرية ولكن المختلف هنا هو الإشارات،

مثال على ذلك:

$$\frac{11}{x^2 - 4} - \frac{8}{x + 2}$$

لتوحيد المقامات هنا يجب أن نقوم أولاً بعملية Factoring لمقام الكسر الأول لتصبح النتيجة بعد التحليل :

$$\frac{11}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{8}{x + 2}$$

وأصبح من الواضح الآن أنه لتوحيد المقامات نقوم بضرب الكسر الثاني بـ $x-2$

لتصبح النتيجة:

$$\frac{11}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{8(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)}$$
$$\frac{11}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{8x - 16}{(x - 2)(x + 2)}$$

الآن نقوم بـ : Collect the like Terms :

$$11 - (-16) = 27$$

$$\frac{8x + 27}{(x - 2)(x + 2)}$$

مثال آخر:

$$\frac{4-x}{x-9} - \frac{3x-8}{9-x}$$

نكرر: كما نلاحظ أن المقامات قد تبدو متشابهة ولكنها ليست كذلك لذا نقوم بضرب أحد الكسور بـ 1-

لتصبح النتيجة الأخيرة:

$$\frac{-4+x}{9-x} - \frac{3x-8}{9-x} = \frac{2x-4}{9-x}$$

مثال آخر:

$$\frac{x}{x^2+5x+6} - \frac{2}{x^2+3x+2}$$

نلاحظ في المثال أننا نحتاج أولاً إلى Factoring لكلا المقامين قبل عملية توحيد المقامات :

$$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

$$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$$

أصبح شكل الكسرين بعد تحليل المقامات:

$$\frac{x}{(x+2)(x+3)} - \frac{2}{(x+1)(x+2)}$$

أصبح من الواضح الآن أننا يجب أن نضرب الكسر الأول بـ (x+1) والكسر الثاني بـ (x+3) لتوحيد المقامات

لتصبح النتيجة:

$$\frac{x(x+1)}{(x+1)(x+2)(x+3)} - \frac{2(x+3)}{(x+1)(x+2)(x+3)} =$$

$$\frac{x^2+x}{(x+1)(x+2)(x+3)} - \frac{2x+6}{(x+1)(x+2)(x+3)} =$$

الآن نطرح المتشابهات في البسط لتصبح النتيجة:

$$\frac{x^2 - x - 6}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

الآن يجب أن نحلل البسط لتبسيط الكسر : Factoring

$$\frac{(x+2)(x-3)}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{(x-3)}{(x+1)(x+3)}$$

Solving Rational Equations:

حل التعبيرات الكسرية وإيجاد قيمة المتغير:

مثال على ذلك:

$$\frac{t+2}{5} - \frac{t-2}{4} = 1$$

لحل مثل هذه التعبيرات نقوم بإيجاد العامل المشترك الأصغر بين جميع أطراف المعادلة (1,4,5)

العامل المشترك الأصغر هو 20 لذا نقوم بضرب جميع الأطراف بـ 20 وذلك للتخلص من المقامات وتبسيط العملية :

$$\boxed{4} \frac{t+2}{5} - \frac{t-2}{4} \boxed{5} = 1(20)$$

لتصبح المعادلة:

$$4(t+2) - 5(t-2) = 20$$

نوزع الضرب لتصبح النتيجة:

$$4t-8-5t+10 = 20$$

نحل المعادلة كما درسنا في ويك ٢

$$-t + 18 = 20$$

$$-t = 20-18$$

$$-t = 2$$

$$t = -2$$

مثال آخر:

$$\frac{x-2}{x-3} = \frac{x-1}{x+1}$$

لأن العملية الموجودة بينهم هي =

نقوم بطريقة المقص للتخلص من المقامات:

$$\frac{x-2}{x-3} \times \frac{x-1}{x+1}$$

لتصبح العملية :

$$(x-3)(x-1) = (x+1)(x-2)$$

الآن نحل المسألة على طريقة فويل:

$$x^2 - x - 3x + 3 = x^2 - 2x + x - 2$$

$$x^2 - 4x + 3 = x^2 - x - 2$$

$$\cancel{x^2} - \cancel{x^2}$$

$$-4x + 3 = -x - 2$$

$$3 = 3x - 2$$

$$3x = 5$$

$$x = \frac{5}{3}$$

abdulaziz

Telegram : @azizhelp

Fundamental of Math

Week 8

Function and Graph:

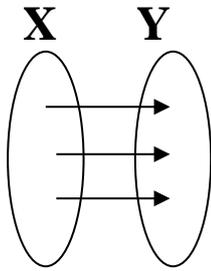
Telegram : @azizhelp

الدوال ورسمها:

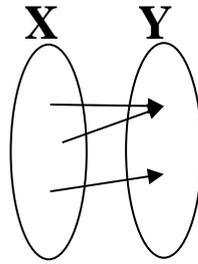
متى نقول عن أي علاقة أنها تمثل دالة؟

عندما يرتبط كل عنصر في المجال Domain بعنصر واحد في المجال المقابل (المدى Range)

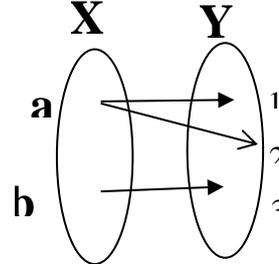
*يجب حفظ المصطلحات في هذا الويك،



Function



Function



Not a function

ملاحظة: يجب أن ينطلق من كل عنصر في المجال سهم واحد فقط ، لنقول عن العلاقة أنها تمثل دالة.

يرمز للدالة بالرمز $y = f(x)$

ونقول x متغير مستقل ، y متغير تابع. وتسمى المجموعة X (Domain) والمجموعة Y بالنطاق

المصاحب (co-domain)

كيفية إيجاد قيمة الدالة :

Find the x when $x=0,2$

مثال على ذلك:

$$f(x)=2x^2 - 3x$$

Find the x when $x=0,2$

$$\text{Function بالنعوض } f(0)=2(0^2) - 3(0)$$

$$f(0)=0$$

$$f(2) = 2(2)^2 - 3(2) = 8 - 6 = 2$$

مثال آخر:

$$g(x) = |x-7|$$

find the function when $x = 4$, $a+1$

$$g(4) = |4-7| = |-3| = 3$$

$$g(a+1) = |a+1-7| = |a-6|$$

كيف نرسم داله:

هناك أنواع عديدة من الدوال : الخطيه ، والكسريه ، والقيمة المطلقه ، التربيعيه ، الجذريه

أمثلة على أنواع الدوال:

(١) الدالة الخطية:

$$y = f(x) = mx + c$$

مثال:

$$y = x - 3$$

تمثل معادلة خط مستقيم ميله m (الميل هو معامل x) ويقطع جزء من محور الصادات c

لرسم الداله نوجد قيمة y - intercepts ثم x -intercepts كما تم شرحه في ويك (٣)

بافتراض أن الـ $x = 0$ ثم حل المعادله ، ثم نفترض أن الـ $y=0$ ونحل المعادله

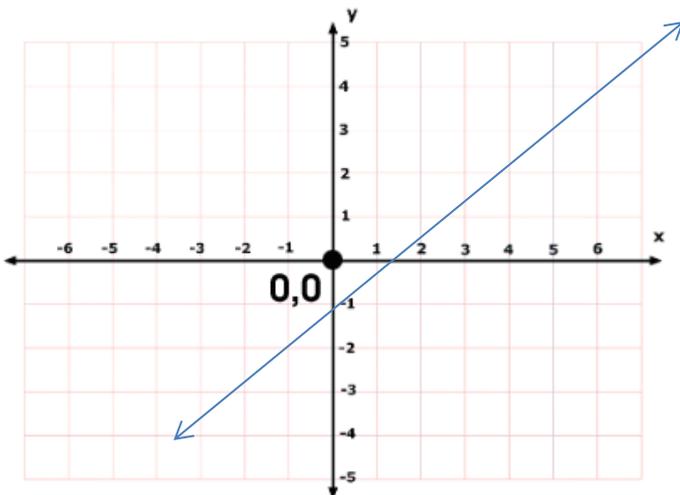
$$(0, -3)$$

النقطه الثانيه

$$(3,0)$$

ملاحظه: دائما الداله الخطيه يكون شكلها

خط مستقيم،،

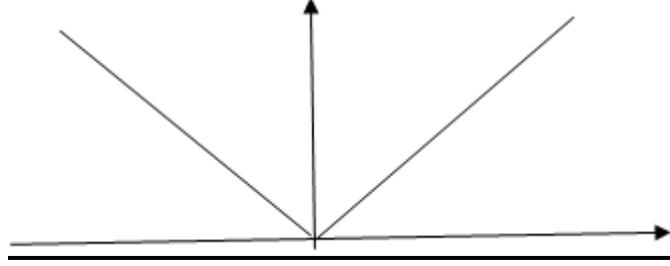


رسم داله القيمه المطلقه :

$$y = f(x) = |x|$$

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

دائما تأتي داله القيمه المطلقه على شكل سبعه



ارسمي الداله

$$g(x) = |x-3|$$

نقوم بالتعويض بقيمه X

نقاط متعدده حتى نصل لشكل الداله

مثلا

$$g(-7) = 4$$

$$(-7,4)$$

$$g(0) = 3$$

$$(0,3)$$

$$g(7)=10$$

$$(7,10)$$

$$g(-3)=0$$

$$(-3,0)$$

ثم نقوم بالرسم

Finding domain and range

إيجاد المجال والمجال المقابل (المدى)

دائما المجال domain تعبر عنه قيم X

والمجال المقابل Range تعبر عنه قيم y

ملاحظه :

دائما في الداله الخطيه يكون ال domain يساوي كل الاعداد الحقيقيه all real number

وفي الداله الكسريه يكون ال domain يساوي كل الاعداد الحقيقيه ما عدا اصفار المقام

مثال :-

Find the domain :-

$$F(x) = 4 - 5x$$

$$D \{x|x \text{ is all real} \}$$

Find the domain

$$F(x) = \frac{8}{5x-14}$$

لايجاد ال domain نوجد قيم صفر المقام

$$5x-14=0$$

$$5x=+14$$

$$X = \frac{14}{5}$$

الان نقول ان domain يساوي كل الاعداد الحقيقيه ما عدا $\frac{14}{5}$

$$D \{x|x \text{ is all real and } x \neq \frac{14}{5} \}$$

كيفية إيجاد الميل بدلالة المعادله الخطيه:

صيغة المعادله الخطيه:

$$y = mx + b \text{ ((يجب حفظ هذه الصيغه))}$$

m هي الميل ، والـ b هي الـ Y intercepts

مثال:

If the slope equal 5 and Y-intercepts equal 3 . Write the liner equation

$$\text{الحل هو: } y=5x+3$$

((هذه النوعيه من الأسئلة داالنا تجي بالامتحانات وخصوصاً بشكل خيارى))

مثال آخر:

$$Y = -5x+10$$

Find the slope and y-intercepts

$$\text{Slope} = -5$$

$$\text{y-intercepts} = 10$$

مثال آخر:

$$5y = -15 + 3x$$

Find the slope and y-intercepts

أولا نتخلص من معامل y حتى نعيد صياغة المسألة على صورة المعادله الخطيه:

لتصبح هكذا:

$$Y = -3 + \frac{3}{5}x$$

الآن أصبح من الواضح أن :

$$\text{Slope} = \frac{3}{5}$$

$$\text{y-intercepts} = -3$$

تذكير مهم جداً : متى تكون الرسمه (Vertical) عموديه ، ومتى تكون (Horizontal) أفقيه ،

عندما تكون y تساوي أي عدد حقيقي ، نقوم برسم المعادله على شكل خط مستقيم موازي لمحور x

حينها سيكون الميل slope يساوي صفر

وحينما تكون x أي عدد حقيقي ، نقوم برسم المعادله على شكل خط مستقيم موازي لمحور y حينها سيكون

الميل undefined

حينما يكون لمعادلتين الميل نفسه ، إذا هما تمثلان خطان متوازيان:

مثال:

$$-2x+y=5$$

$$Y+8= -6x$$

كيف نعرف أن ناتج رسم المعادلتين خطين متوازيين **parallel**:

نقوم أولاً بإيجاد الميل slope لكل معادله :

$$-2x+y=5$$

نرتب المعادله أولاً: $y=2x+5$

$$\text{لذا } slope = 2$$

المعادله الثانيه :

$$Y+8= -6x$$

نقوم بترتيبها على صيغة المعادله الخطيه :

$$Y= -6x-8$$

$$\text{Slope}=-6$$

الإستنتاج: الخطين غير متوازيين لأن ليس لهم الميل نفسه.

#كيف نعرف أن الخطين عموديين :

إذا كان مضروب ميلهم يساوي -1

مثال:

$$y = \frac{3}{4}x - 8$$

$$y = -\frac{4}{3}x + 7$$

Slope the first equation = $\frac{3}{4}$ ميل المعادله الأولى

Slope the second equation: $-\frac{4}{3}$ ميل المعادله الثانيه

مضروب الكسرين يساوي -1 لذا فإن الخطين متعامدين

Fundamental of Math

Week 11

Telegram : @azizhelp

: فهمنا لهذا الويك مرتبط تماماً بالويك الأول والثاني..

مصطلحات ضرورية:

Less Than	$<$	نرمز بالحل هكذا:
Greater than	$>$	()
Less than or Equal	\leq	نرمز بالحل هكذا:
Greater than or Equal	\geq	[]

الأقواس () نستخدمها دائماً إذا كان الجواب إلى ما لا نهاية ∞

مثال على ذلك:

$$x - 8 \leq 17$$

نحل المتراجحه كما تعلمنا بالسابق :

النتيجة النهائية هي:

$$x \leq 25$$

Graph: طريقة كتابة النتيجة:

$$\{ x | x \leq 25 \}$$

Interval Notation

$$(-\infty, 25]$$

مثال آخر:

$$\left(\frac{3}{5}\right)x > -3$$

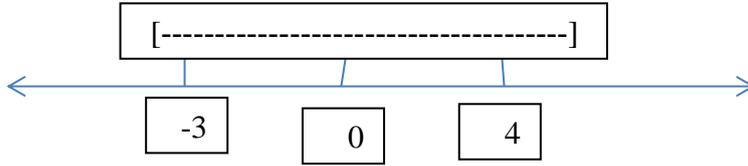


نتخلص من معامل x لتصبح النتيجة: $x > -5$. بحيث يكون بالرسم على شكل (إلى

مالانهايه: $(-5, \infty)$

Intersections, Unions and Compound Inequalities:

*أحياناً تكون قيمة المتغير محصوره بين حلين ،



مثال على ذلك:

$$-3 \leq y \leq 4$$

كيفية الرسم:

$$\text{Set Notation: } \{ y \mid -3 \leq y \leq 4 \}$$

$$\text{Interval notation: } [-3, 4]$$

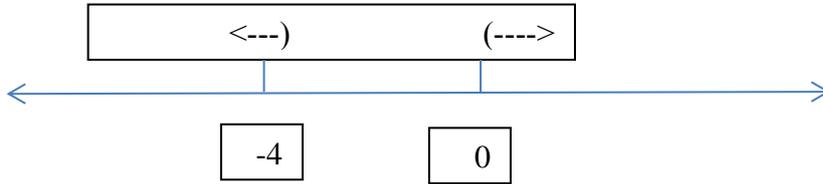
أي أن قيمة المتغير كانت محصوره بين هذين العددين لذا نستخدم [...] للتعبير عن القيمة.

*ملاحظه: ليس هناك داعي لرسم مربعات حول الأرقام في الرسم ولكن تم رسمها هنا لترتيب العرض لا أكثر ..

مثال آخر:

$$x < -4 \text{ or } x > 0$$

ونرمز لها بـ U



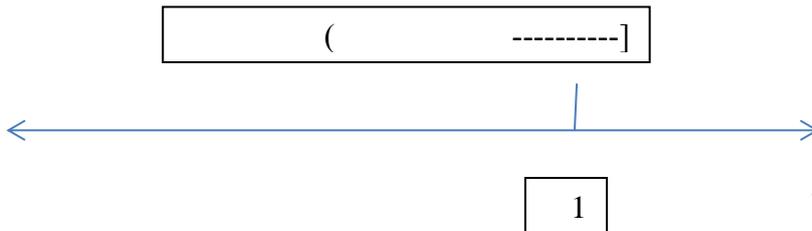
طريقة رسمها:

$$\text{Interval notation:}$$

$$(-\infty, -4) \cup (0, \infty)$$

$$\text{Set notation: } \{ x \mid x < -4 \text{ or } x > 0 \}$$

*أحياناً يكون حل المتباينه يبدأ في نقطه معينه إلى ما لانهايه:



مثال:

$$I \geq x$$

أي فتره مغلقة إلى فتره مفتوحة.

Absolute- Value Equations and Inequalities

القيمة المطلقة :

$$|x| = 5$$

$$x = -5, 5$$

من المعروف أن القيمة المطلقة أي قيمة منها تطلع موجب ، فإذا كانت $|x| = 5$ فإن قيمة x أما 5 أو -5 لأنه بالنهاية ما سيخرج من القيمة المطلقة سيكون موجب ..

مثال على ذلك :

$$|5x + 2| = 3$$

لحل هذه المعادلة نفتح الأقواس ف تصبح المعادلة :

$$5x + 2 = 3 \quad \text{or} \quad 5x + 3 = -3$$

وبعدها نحل المعادلة عادي لتظهر قيمة x أما $\frac{1}{5}$ أو -5

مثال آخر:

$$|t-7| - 5 = 4$$

أولاً: نرتب المعادلة :

$$|t-7| = 4+5$$

$$|t-7| = 9$$

الآن نلغي القيمة المطلقة لتصبح المعادلة :

$$t-7 = -9 \quad \text{or} \quad t-7 = 9$$

ثم نحل المعادلة لتصبح النتيجة :

$$t = 16 \quad \text{or} \quad -2$$