حل دورة 2021
(دورة أولى)

أولاً:

السؤال الأول:

1)
$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$$
$$\lim_{x\to 1} f(x)=+\infty$$
$$\lim_{x\to 0} f(x)=-\infty$$

2)
$x=0$ مقارب شاقولي في جوار $(-\infty)$

$x=1$ مقارب شاقولي في جوار $(+\infty)$

$y=1$ مقارب أفقي في جوار $(+\infty)$

3) $f'(x)<0 \Rightarrow x\in\,]-\infty,0[$

4) $f(x)=0 \Rightarrow x=-2$

السؤال الثاني:

$$\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^{12}$$

$$T_r=\binom{n}{r}.(a)^{n-r}.(b)^r$$

$a=x \qquad b=\frac{1}{x^2}=x^{-2} \qquad n=12$

$$T_r=\binom{12}{r}.(x)^{12-r}.(x^{-2})^r$$
$$=\binom{12}{r}.(x)^{12-r}.(x)^{-2r}=\binom{12}{r}(x)^{12-3r}$$

الحد الثابت هو:

$12-3r=0 \Rightarrow \boxed{r=4}$

$$T_4=\binom{12}{4}.x^0=\frac{12\times11\times10\times9}{4\times3\times2\times1}=495$$

المدرس: عبد الرحمن عبطيني

0934321238

السؤال الثالث:

$$I=\int_0^3(2-|2-x|)dx$$

$$I=\int_0^2[2-(2-x)]dx+\int_2^3[2+(2-x)]dx$$
$$=\int_0^2 x\,dx+\int_2^3(4-x)dx$$
$$=\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^2+\left[4x-\frac{x^2}{2}\right]_2^3$$
$$=2-0+\left(12-\frac{9}{2}\right)-(8-2)=\frac{7}{2}$$

السؤال الرابع:

$A(2,0,1)$

$B(1,-2,1)$

$C(5,0,5)$

$D(6,2,5)$

1)
$\overrightarrow{AB}(-1,-2,0)$

$\overrightarrow{AC}(3,0,4)$

$\overrightarrow{AD}(4,2,4)$

$$\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{AC}}=\frac{-1}{3}\neq\frac{-2}{0}\neq\frac{0}{4}$$

الشعاعين مستقلين خطياً.

2)
$$\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$$

$$\begin{pmatrix}4\\2\\4\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}-1\\-2\\0\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}3\\0\\4\end{pmatrix}$$

$4=-\alpha+3\beta \quad ---(1)$

$2=-2\alpha+0 \quad ---(2)$

$4=0+4\beta \quad ---(3)$

من (2): $\boxed{\alpha=-1}$ ، من (3): $\boxed{\beta=1}$

نعوض في (1): $4=1+3$ محققة

$$\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$$

ومنه الأشعة مرتبطة خطياً والنقاط على استقامة واحدة

السؤال الخامس:

$$f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x-1} \qquad x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$f(-1)=0 \Rightarrow \frac{a-b+1}{-2} = 0$$

$$\boxed{a-b=-1} \quad ---(1)$$

$f'(-1)=0$

f معرف ومستمر واشتقاقي

$$f'(x) = \frac{(2ax+b)(x-1)-(ax^2+bx+1)}{(x-1)^2}$$

$$f'(-1)=0 \Rightarrow \frac{(-2a+b)(-2)-(a-b+1)}{4} = 0$$

$$4a-2b-a+b-1=0$$

$$\boxed{3a-b=1} \quad ---(2)$$

من (1):

$$a = b-1$$

نعوض في (2):

$$3b-3-b=1$$

$$2b=4 \Rightarrow \boxed{b=2} \Rightarrow \boxed{a=1}$$

$$f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x-1}$$

السؤال السادس:

$n=5$

1) $X=\{0,1,2,3,4,5\}$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

$k=0$

$n=5$

$$p = P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$q = 1-p = 1-\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$P(X=0) = \binom{5}{0} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{243}$$

2) $E(X) = n.p = 5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$

$$V(X) = np(1-p) = 5 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(1-\frac{2}{3}\right) = \frac{10}{9}$$

ثانياً:

التمرين الأول:

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3 \qquad u_0 = 2$$

$$v_n = u_n + 6$$

1) $v_{n+1} = q\, v_n$

$$v_{n+1} = u_{n+1} + 6 = \frac{1}{2}u_n - 3 + 6$$

$$= \frac{1}{2}u_n + 3 = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{3}{\frac{1}{2}}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(u_n+6) \Rightarrow v_{n+1} = \frac{1}{2} v_n$$

v_n هندسية أساسها $\boxed{q=\frac{1}{2}}$

$$v_0 = u_0 + 6 = 2 + 6 = 8$$

$$v_n = v_0 \cdot (q)^n$$

$$\boxed{v_n = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

2) $w_n = \ln(v_n)$

$$w_{n+1} - w_n = r$$

$$w_{n+1} - w_n = \ln(v_{n+1}) - \ln(v_n)$$

$$= \ln\left(\frac{v_{n+1}}{v_n}\right) = \ln(q) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2$$

w_n متتالية حسابية أساسها $\boxed{r=-\ln 2}$

$$w_0 = \ln(v_0) = \ln(8)$$

$$S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$$

$$S = \frac{n(a+l)}{2}$$

$n = 5-0+1 = 6$

$a = w_0 = \ln 8$

$l = w_5 = \ln(v_5)$

$= \ln\left(8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5\right)$

$= \ln\frac{1}{4} = -\ln 4$

$$S = \frac{6(\ln(8) - \ln(4))}{2}$$

$$= 3 \cdot \ln\frac{8}{4} = 3 \cdot \ln(2)$$

التمرين الثاني:

$a=8 \quad b=-4+4i \quad c=-4i$

(1

$$\frac{b-c}{a-c}=\frac{-4+4i+4i}{8+4i}=\frac{-4+8i}{8+4i}$$

$$=\frac{-1+2i}{2+i}=\frac{(-1+2i)(2-i)}{4+1}$$

$$=\frac{-2+i+4i+2}{5}=\frac{5i}{5}=i$$

$$\frac{b-c}{a-c}=\frac{Z_{\vec{CB}}}{Z_{\vec{CA}}}=i$$

$$(\vec{CA},\vec{CB})=\arg\left(\frac{Z_{\vec{CB}}}{Z_{\vec{CA}}}\right)=\arg(i)=\frac{\pi}{2}$$

$(CA)\perp(CB)$ المثلث ABC قائم في نقطة C

$$\frac{|Z_{\vec{CB}}|}{|Z_{\vec{CA}}|}=|i|=1 \Rightarrow |Z_{\vec{CB}}|=|Z_{\vec{CA}}|$$

$CB=CA$

المثلث قائم ومتساوي الساقين

(2

$$z'-w=e^{\theta i}(z-w)$$

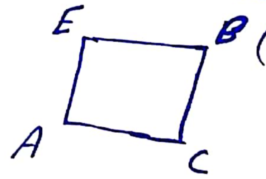
$z'=d \quad z=a \quad \theta=\frac{\pi}{4} \quad w=0$

$$d-0=e^{\frac{\pi}{4}i}(a-0)$$

$$d=e^{\frac{\pi}{4}i}\times 8=8\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$d=8\left(\frac{\sqrt2}{2}+\frac{\sqrt2}{2}i\right)\Rightarrow \boxed{d=4\sqrt2+4\sqrt2\, i}$$

(3



$$Z_{\vec{BE}}=Z_{\vec{CA}}$$

$e-b=a-c$

$e=a-c+b$

$e=8+4i-4+4i$

$$\boxed{e=4+8i}$$

التمرين الثالث:

$$f(x)=x-4+\ln\left(\frac{x}{x+1}\right) \quad I=]0,+\infty[$$

(1

$$f(x)=x-4+\ln(x)-\ln(x+1)$$

f معرف ومستمر واشتقاقي على $]0,+\infty[$

$$f'(x)=1+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{x(x+1)+x+1-x}{x(x+1)}$$

$$=\frac{x^2+x+1}{x(x+1)}>0$$

f متزايد تماما على $]0,+\infty[$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=0-4+\ln(0)=-\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x)=\infty-4+\ln(1)=+\infty$$

$$f(I)=f(]0,+\infty[)=]-\infty,+\infty[$$

(2

$d: y=x-4$

$$f(x)-y_d=x-4+\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)-(x-4)$$

$$f(x)-y_d=\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

$$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_d)=\ln(1)=0$$

d مقارب مائل في جوار $(+\infty)$.

(3

$$f(x)-y_d=\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)=0$$

$$\frac{x}{x+1}=1 \Rightarrow x=x+1 \Rightarrow 1\neq 0$$

x	0	$+\infty$
$f(x)-y_d$	$\|\|$	$-$
الوضع	$\|\|$	C تحت d دوما

$f(x)-y_d<0$

C تحت d دوما.

ثالثاً:

المسألة الأولى:

$A(-1,2,3)$

$B(2,1,1)$

$C(-3,4,-1)$

$D(3,1,1)$

1) $\vec{AC}(-2,2,-4)$

$\vec{AB}(3,-1,-2)$

$\vec{AC}.\vec{AB}=-6-2+8=0$

$(AC)\perp(AB)$

2) $\vec{n}(2,4,1)$

$\vec{n}.\vec{AB}=6-4-2=0$

$\vec{n}.\vec{AC}=-4+8-4=0$

ومنه الشعاع $\vec{n}$ يعامد المستوي (ABC)

$\vec{n}(2,4,1)$

$B(2,1,1)$

$2(x-2)+4(y-1)+1.(z-1)=0$

$2x-4+4y-4+z-1=0$

$P_{ABC}: 2x+4y+z-9=0$

3) $d\perp(ABC)\Rightarrow \vec{u}=\vec{n}(2,4,1)$ $\quad D(3,1,1)$

$$d\begin{cases} x=2t+3 \\ y=4t+1 \\ z=t+1 \end{cases} ;t\in R$$

4) $dist(D,(ABC))=\dfrac{|6+4+1-9|}{\sqrt{4+16+1}}$

$=\dfrac{2}{\sqrt{21}}$

$V=\frac{1}{3}S.h \quad ;h=dist(D,(ABC))=\dfrac{2}{\sqrt{21}}$

$S_{ABC}=\dfrac{\|AB\|.\|AC\|}{2} \quad ;\|AB\|=\sqrt{9+1+4}=\sqrt{14}$

$;\|AC\|=\sqrt{4+4+16}=\sqrt{24}$

$S=\dfrac{\sqrt{14}.\sqrt{24}}{2}=\dfrac{\sqrt{14}.2\sqrt{6}}{2}$

$=\sqrt{14\times6}=\sqrt{7\times2\times3\times2}$

$=2\sqrt{21}$

$V=\frac{1}{3}S.h=\frac{1}{3}.2\sqrt{21}.\dfrac{2}{\sqrt{21}}=\dfrac{4}{3}$

5) G م.أ.م للنقاط $(A,1)(B,-1)(C,2)$

$A_1(-1,2,3)$

$B_{-1}(2,1,1)$

$C_2(-3,4,-1)$

$G(x,y,z)$

$x=\dfrac{-1-2-6}{1-1+2}=\dfrac{-9}{2}$

$y=\dfrac{2-1+8}{1-1+2}=\dfrac{9}{2}$

$z=\dfrac{3-1-2}{1-1+2}=0$

$G(\frac{-9}{2},\frac{9}{2},0)$

$\vec{AB}(3,-1,-2)$

$\vec{CG}(-\frac{3}{2},\frac{1}{2},1)$

$\dfrac{\vec{AB}}{\vec{CG}}=\dfrac{3}{\frac{-3}{2}}=\dfrac{-1}{\frac{1}{2}}=\dfrac{-2}{1}=-2$

الشعاعين مرتبطين خطياً وبالتالي فإن المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

المدرس: عبد الرحمن عجليني

0934321238

المسألة الثانية:

$f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ $\quad x\in\mathbb{R}$

1)

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \frac{+\infty}{0^+}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty}$ حالة عدم تعيين

$f(x)=\frac{x^2+2x+1}{e^x}=\frac{x^2}{e^x}+\frac{2x}{e^x}+\frac{1}{e^x}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{e^x}+2\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}+\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x}$

$=0+2\times0+0=0$

$y=0$ مقارب أفقي في جوار $(+\infty)$.

2) f معرف ومستمر واشتقاقي على $\mathbb{R}$ $\quad f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$

$f(x)=(x+1)^2 e^{-x}$

$f'(x)=2(x+1)e^{-x}-e^{-x}(x+1)^2$

$=e^{-x}(2x+2-x^2-2x-1)$

$=(1-x^2)e^{-x}$

3) $f'(x)=0\Rightarrow 1-x^2=0$ ؛ e^{-x}

$x_1=1$ $\quad x_2=-1$

$f(1)=\frac{4}{e}$ $\quad f(-1)=0$

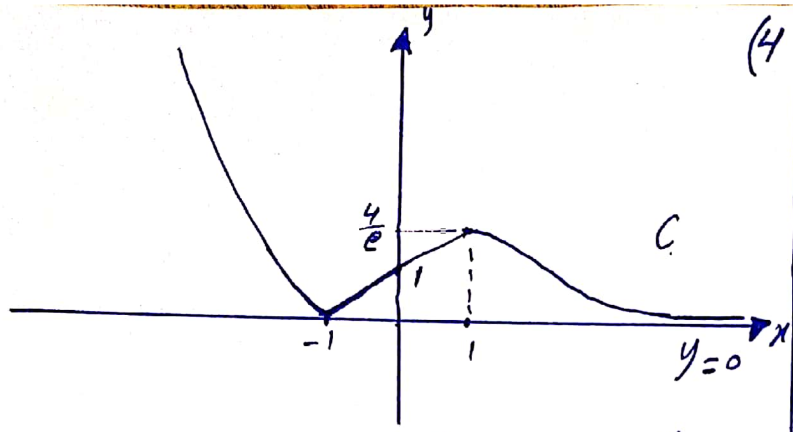
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{4}{e}$	$\searrow$	0

$f(-1)=0$ قيمة حدية صغرى

$f(1)=\frac{4}{e}$ قيمة حدية كبرى

$f(0)=1$ $\quad (0,1)$

4)

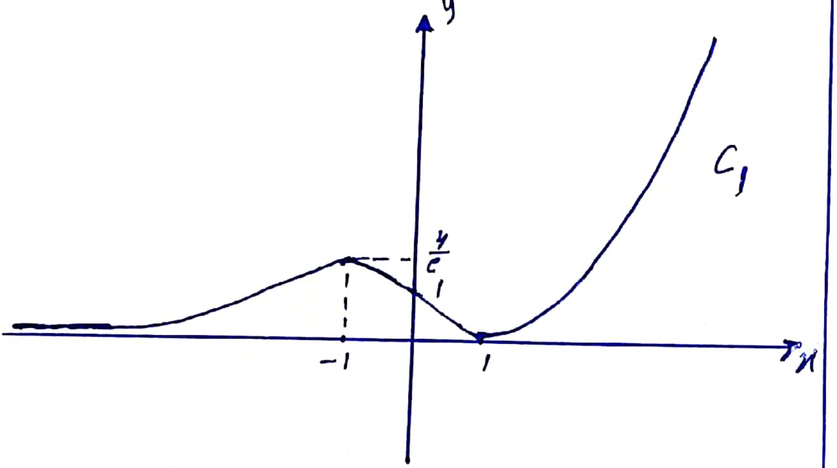


5) $g(x)=(x-1)^2 e^x$

$g(x)=\frac{(x-1)^2}{e^{-x}}=\frac{(-(-x+1))^2}{e^{-x}}$

$=\frac{(-x+1)^2}{e^{-x}}=f(-x)$

C_1 ينتج عن C بتناظر بالنسبة لمحور التراتيب



6) $h(x)=\ln(f(x))$

معرف عندما $f(x)>0$

$\Rightarrow \frac{(x+1)^2}{e^x}>0 \Rightarrow x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$D_h=]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$

المدرس: عبد الرحمن عبطيني
0934321238