الفصل الثاني

فهرس الدروس /

زوايا المضلع

المستطيل

متوازي الأضلاع

المعين والمستطيل

تميز متواز الأضلاع

شبه المنحرف والطائرة الورقية

@zip2n @AL_JOUD_10

سبحان الله وبحمده، سبحان الله العظيم

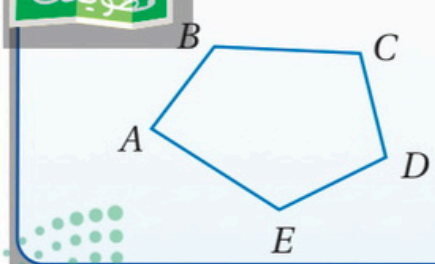
زوايا المضلع

النظرية

نظرية 5.1 مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع

أضف إلى مطويتك

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدّب عدد أضلاعه n يساوي $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$.



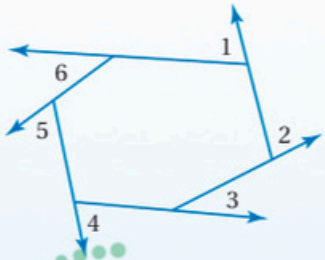
مثال:

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D + m\angle E = (5 - 2) \cdot 180^\circ$$
$$= 540^\circ$$

نظرية 5.2 مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع

أضف إلى مطويتك

مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للمضلع المحدّب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360°.



مثال:

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360^\circ$$

المفردات الاساسية

قطر المضلع هو قطعه مستقيمة تصل بين أي رأسين غير متتالين فيه

متوازي الأضلاع

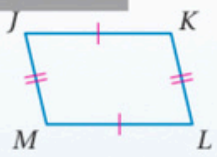
النظرية

نظريات

أضف إلى مطويتك

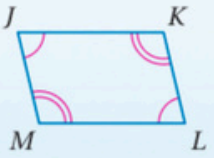
خصائص متوازي الأضلاع

5.3 كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان.



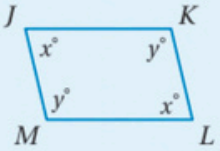
مثال: $\overline{JK} \cong \overline{ML}$, $\overline{JM} \cong \overline{KL}$

5.4 كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقتان.



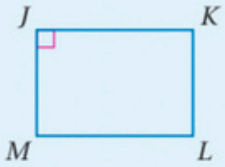
مثال: $\angle J \cong \angle L$, $\angle K \cong \angle M$

5.5 كل زاويتين متحالفتين في متوازي الأضلاع متكاملتان.



مثال: $x^\circ + y^\circ = 180^\circ$

5.6 إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن زواياه الأربع قوائم.



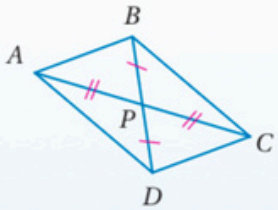
مثال: في $\square JKLM$ ، إذا كانت $\angle J$ قائمة، فإنّ : $\angle K, \angle L, \angle M$ قوائم أيضًا.

نظريات

أضف إلى مطويتك

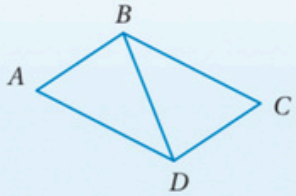
قطرا متوازي الأضلاع

5.7 قطرا متوازي الأضلاع ينصّف كل منهما الآخر.



مثال: $\overline{AP} \cong \overline{PC}$, $\overline{DP} \cong \overline{PB}$.

5.8 قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين.



مثال: $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.

المفردات الاساسية

متوازي الاضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين

البرهان

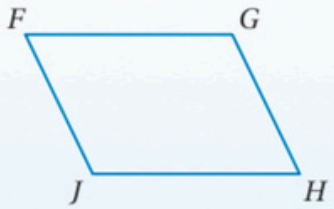
برهان **نظريّة 5.4**

اكتب برهانًا ذا عمودين للنظريّة 5.4.

المعطيات: $\square FGHJ$

المطلوب: $\angle F \cong \angle H, \angle J \cong \angle G$

البرهان:



العبارات	المبررات
1) $\square FGHJ$	1) معطى.
2) $\overline{FG} \parallel \overline{JH}, \overline{FJ} \parallel \overline{GH}$	2) تعريف متوازي الأضلاع.
3) $\angle F, \angle J$ متكاملتان.	3) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.
$\angle J, \angle H$ متكاملتان.	
$\angle H, \angle G$ متكاملتان.	
4) $\angle F \cong \angle H, \angle J \cong \angle G$	4) الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها تكونان متطابقتين.

تميز متوازي الاضلاع

ملخص المفهوم

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

إثبات أنّ شكلًا رباعيًا يمثّل متوازي أضلاع

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا حقّق أيًّا من الشروط الآتية:

1) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين. (التعريف)

2) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين. (النظرية 5.9)

3) إذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين. (النظرية 5.10)

4) إذا كان قطراه ينصّف كل منهما الآخر. (النظرية 5.11)

5) إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين. (النظرية 5.12)

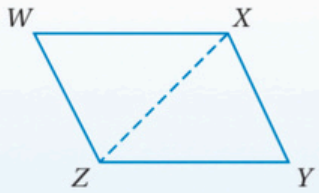
وزارة التعليم

برهان

برهان

نظريّة 5.9

اكتب برهاناً حرًّا للنظريّة 5.9



المعطيات: $\overline{WX} \cong \overline{ZY}, \overline{WZ} \cong \overline{XY}$

المطلوب: $WXYZ$ متوازي أضلاع.

البرهان:

ارسم قطعة مستقيمة مساعدة $\overline{ZX}$ (قطر $\square WXYZ$) لتشكيل $\triangle XYZ, \triangle ZWX$. ومن المعطيات $\overline{WX} \cong \overline{ZY}, \overline{WZ} \cong \overline{XY}$. وكذلك $\overline{ZX} \cong \overline{XZ}$ بحسب خاصيّة الانعكاس للتطابق؛ إذن $\triangle ZWX \cong \triangle XYZ$ بحسب SSS. وبما أن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة، فإنّ $\angle WXZ \cong \angle YZX, \angle WZX \cong \angle YXZ$. وهذا يعني أنّ $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}, \overline{WZ} \parallel \overline{XY}$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًّا. وبما أن الأضلاع المتقابلة في $WXYZ$ متوازية، فإنه متوازي أضلاع بحسب التعريف.

تميز متوازي الاضلاع

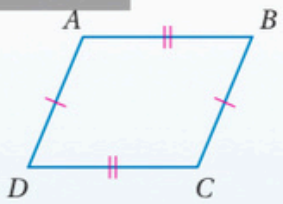
النظرية

أضف إلى مطويتك

نظريات

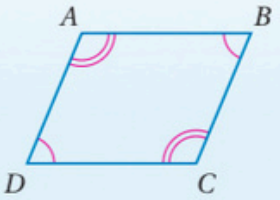
شروط متوازي الأضلاع

5.9 في الشكل الرباعي، إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



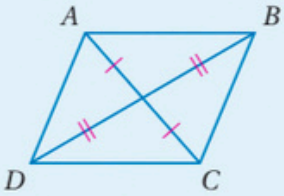
مثال: إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DC}, \overline{AD} \cong \overline{BC}$،
فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

5.10 في الشكل الرباعي، إذا كانت كل زاويتين متقابلتين متطابقتين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



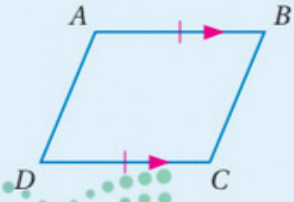
مثال: إذا كانت $\angle A \cong \angle C, \angle B \cong \angle D$ ،
فإنّ $ABCD$ متوازي أضلاع.

5.11 إذا كان قطرا شكل رباعي ينصّف كل منهما الآخر، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



مثال: إذا كان $\overline{AC}, \overline{DB}$ ينصّف كل منهما الآخر،
فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

5.12 في الشكل الرباعي، إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



مثال: إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AB} \cong \overline{DC}$ ،
فإنّ $ABCD$ متوازي أضلاع.

المستطيل

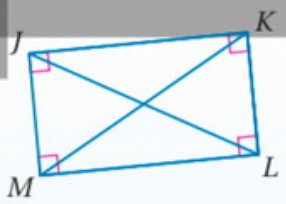
النظرية

نظرية 5.13 قطرا المستطيل

أضف إلى مطويتك

إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلًا، فإن قطريه متطابقان.

مثال: إذا كان $\square JKLM$ مستطيلًا ، فإنّ $\overline{JL} \cong \overline{MK}$.

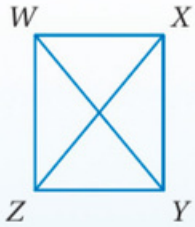


نظرية 5.14

أضف إلى مطويتك

إذا كان قطرا متوازي أضلاع متطابقين فإنّه مستطيل.

مثال: في $\square WXYZ$ ، إذا كان $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$،
فإنّ $\square WXYZ$ مستطيل.



المفردات الاساسية

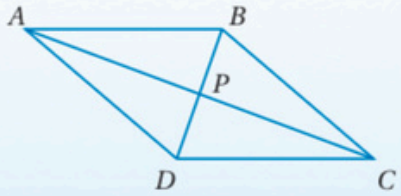
المستطيل هو متوازي اضلاع زواياه الاربع قوائم

المعين و المربع

البرهان

برهان نظريّة 5.15

أكتب برهانًا حرًّا للنظرية 5.15



المعطيات: $ABCD$ معيّن.

المطلوب: $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

البرهان:

بما أنّ $ABCD$ معيّن، فإنّ $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ بحسب التعريف.

وبما أن المعيّن متوازي أضلاع، وقطري متوازي الأضلاع ينصّف كل منهما الآخر، فإنّ $\overline{BD}$ ينصّف $\overline{AC}$ عند P؛ لذا فإن $\overline{AP} \cong \overline{PC}$. وكذلك $\overline{BP} \cong \overline{BP}$ بحسب خاصية الانعكاس؛ إذن $\triangle APB \cong \triangle CPB$ بحسب SSS.

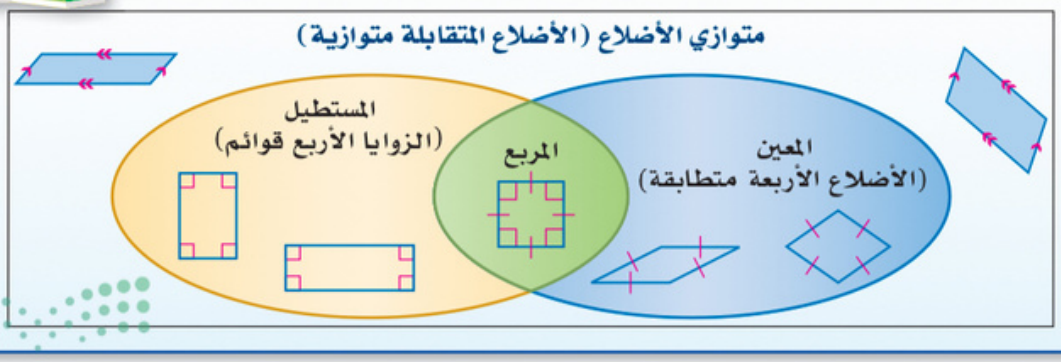
وبما أن العناصر المتناظرة في المثلثات المتطابقة تكون متطابقة، فإنّ $\angle APB \cong \angle CPB$.

وكذلك $\angle APB$, $\angle CPB$ متجاورتان على مستقيم، والزاويتان المتطابقتان المتجاورتان على مستقيم تكونان قائمتين. وبما أن $\angle APB$ قائمة، فإن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ بحسب تعريف المستقيمين المتعامدين.

ملخص المفهوم

ملخص المفهوم أضف إلى مطويتك

متوازي الأضلاع



المفردات الاساسية

المعين هو متوازي اضلاع جميع اضلاعه متطابقة

المربع هو متوازي اضلاع جميع اضلاعه متطابقة و جميع زواياه قوائم

الشبة المنحرف و شكل الطائرة الورقية

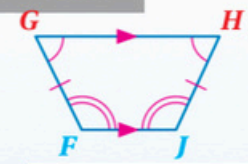
النظرية

نظريات

أضف إلى مطويتك

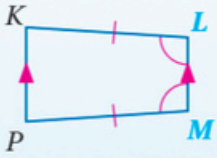
شبه المنحرف المتطابق الساقين

5.21 إذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين، فإنّ زاويتي كل قاعدة متطابقتان.



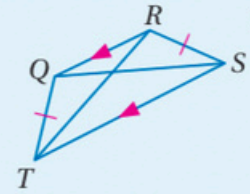
مثال: إذا كان شبه المنحرف $FGHJ$ متطابق الساقين،
فإنّ $\angle F \cong \angle J$, $\angle G \cong \angle H$.

5.22 إذا كانت زاويتا قاعدة في شبه المنحرف متطابقتين، فإنّه متطابق الساقين.



مثال: إذا كان $KLMP$ شبه منحرف، فيه $\angle L \cong \angle M$
فإنه متطابق الساقين.

5.23 يكون شبه المنحرف متطابق الساقين، إذا وفقط إذا كان قطراه متطابقين.

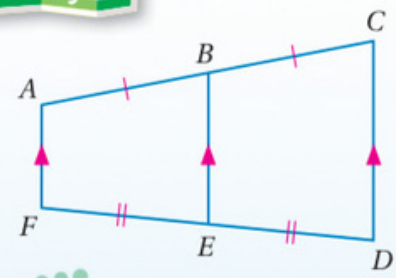


مثال: إذا كان شبه المنحرف $QRST$ متطابق الساقين،
فإنّ $\overline{QS} \cong \overline{RT}$. وكذلك إذا كان $QRST$ شبه منحرف،
فيه $\overline{QS} \cong \overline{RT}$ فإنّه متطابق الساقين.

نظرية 5.24

أضف إلى مطويتك

نظريّة القطعة المتوسطة لشبه المنحرف



القطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلًّا من القاعدتين، وطولها يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين.

مثال: إذا كانت $\overline{BE}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $ACDF$،
فإنّ $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$, $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ،
$BE = \frac{1}{2}(AF + CD)$.

الشبة المنحرف و شكل الطائرة الورقية

النظرية

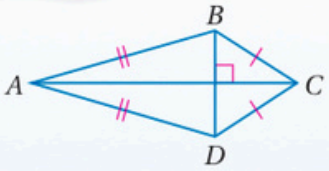
نظريات

أضف إلى مطويتك

شكل الطائرة الورقيّة

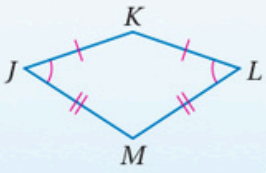
5.25 قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان.

مثال: بما أن $ABCD$ شكل طائرة ورقيّة ،
فإنّ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.



5.26 يوجد في شكل الطائرة الورقية زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة، هما الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين غير متطابقين.

مثال: بما أن $JKLM$ شكل طائرة ورقيّة، فإنّ $\angle K \ncong \angle M$, $\angle J \cong \angle L$.



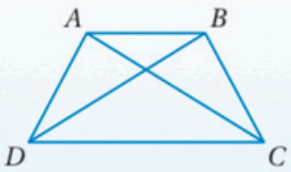
البرهان

برهان

الحالة الأولى من النظريّة 5.23

المعطيات: $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين.

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$



$ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين. (معطى)

- $\angle ADC \cong \angle BCD$ — زاويتا قاعدة شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقتان.
- $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ — تعريف شبه المنحرف المتطابق الساقين
- $\overline{DC} \cong \overline{CD}$ — خاصية الانعكاس للتطابق

$\triangle ADC \cong \triangle BCD$ — SAS

$\overline{AC} \cong \overline{BD}$ — ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين

شبة المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان

قاعدتي شبة المنحرف يسمى الضلعان غير متوازيان

ساقي شبة المنحرف و زاويتا القاعده مكون كل منهما من قاعده و احد ضلعي الساقين

شبة منحرف متطابق الساقين اذا كان ساقاً شبة المنحرف متطابقين

القطعه المترسطة لشبة المنحرف هي قطعه مستقيمة تصل بين منتصفي ساقيه

شكل الطائرة الورقية هو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الاضلاع المتجاورة المتطابقة