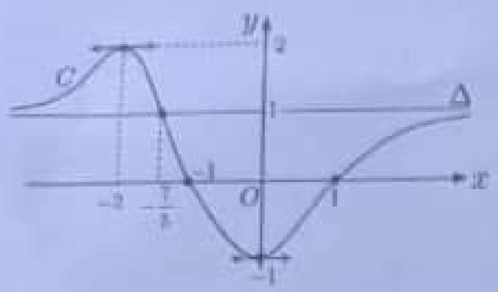
الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية
الرياضيات

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة الفرع العلمي
دورة أولى لعام 2024
"الصفحة الأولى"

الاسم: محمد فؤاد عرابي
الرقم: ٧٦٨١
المدة: ثلاث ساعات.
الدرجة: ستمئة.

أولاً: أجب عن الأسئلة الثمانية الآتية: (50 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في الشكل المجاور، C الخط البياني للتابع f المعرّف على $D = \mathbb{R}$، و Δ مقارب أفقي للخط C.



[1] جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

[2] جد حل المعادلة $f(x) = 1$.

[3] ما حلول المتراجحة $f'(x) < 0$؟

[4] جد $f(D)$ مجموعة قيم التابع f.

[5] ما حلول المتراجحة $f(x) \geq 1$؟

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(2,0,3)$.

[1] جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB).

[2] جد معادلة للكرة S التي مركزها O وتمر بالنقطة A.

[3] استنتج إحداثيات نقطتي تقاطع المستقيم (AB) مع الكرة S.

السؤال الثالث: لتكن المعادلة التفاضلية $(E): y' - 2y = -4x + 6$.

[1] عيّن عددين a و b ليكون التابع f المعرف وفق $f(x) = ax + b$ حلاً للمعادلة التفاضلية (E).

[2] عيّن جميع حلول المعادلة التفاضلية $(F): y' - 2y = 0$.

[3] ليكن التابع h المعرّف وفق $h(x) = 2x - 2 + ke^{2x}$، و k عدد حقيقي. بيّن أنّ h حلاً للمعادلة التفاضلية (E).

السؤال الرابع: في الشكل المجاور، نتأمل ثلاث مجموعات من المستقيمات المتوازية.
ما عدد متوازيات الأضلاع المرسومة في هذا الشكل؟

السؤال الخامس: نتأمل كلاً من المتتاليتين $(s_n)_{n\geq0}$ و $(t_n)_{n\geq0}$ حيث $t_n \leq s_n$ المعرفتين تدريجياً وفق:

$$t_0 = 1 \text{ و } s_0 = 10 \text{ و } t_{n+1} = \frac{t_n + 4s_n}{5} \text{ و } s_{n+1} = \frac{t_n + s_n}{2}.$$

[1] أثبت أنّ المتتالية $(w_n)_{n\geq0}$ المعرّفة وفق $w_n = s_n - t_n$ هندسيّة، واحسب نهايتها.

[2] أثبت أنّ المتتاليتين $(s_n)_{n\geq0}$ و $(t_n)_{n\geq0}$ متجاورتان.

السؤال السادس: في معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، ليكن العدد العقدي $w = 8$، والأعداد العقدية a و b و c التي تمثّل النقاط A و B و C بالترتيب.

[1] اكتب w بالشكل الأسي.

[2] إذا كانت a و b و c جذور المعادلة $z^3 = 8$، اكتب كلاً منها بالشكل الأسي.

[3] أثبت أنّ $a + b + c = 0$.

[4] أثبت أنّ النقاط A و B و C تقع على دائرة مركزها O، وما نصف قطر هذه الدائرة.

يتبع في الصفحة الثانية

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية
الرياضيات

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة الفرع العلمي
دورة أولى لعام 2024
"الصفحة الثانية"

الاسم: محمد فؤاد فراس شتيط
الرقم: ٧٦٨١
المدة: ثلاث ساعات.
الدرجة: ستمئة.

السؤال السابع: نتأمل صندوقين، يحتوي الصندوق الأول على كرتين حمراوين وكرة سوداء واحدة، ويحتوي الصندوق الثاني على ثلاث كرات حمراء وكرة سوداء واحدة، نسحب عشوائياً من الصندوق الأول كرة ونضعها في الصندوق الثاني، ثم نسحب عشوائياً كرةً من الصندوق الثاني.

[1] أعطِ تمثيلاً شجرياً لهذه التجربة.

[2] ما احتمال أنْ تكون الكرة المسحوبة في المرّة الثانية حمراء؟

[3] إذا علمت أنّ الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء فما احتمال أنْ تكون الكرة المسحوبة أولاً سوداء؟

السؤال الثامن: ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=e^{-x}\ln(1+e^{x})$.

[1] احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

[2] جد $f'(x)$، ثمّ أثبت أنّ $f'(x)+f(x)=\dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$.

[3] جد تابعاً أصلياً للتابع h المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $h(x)=\dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$، واستنتج تابعاً أصلياً للتابع f.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نتأمل المستويين:

$$P: 2x-y+z-2=0$$
$$Q: x+y+2z-1=0$$

[1] أثبت أنّ المستويين Q و P متقاطعان بفصل مشترك d، ثمّ أعطِ تمثيلاً وسيطياً له.

[2] جد معادلة للمستوي R المار بالنقطة $B(0,2,1)$ ويعامد كلاً من المستويين Q و P.

[3] أثبت أنّ $I(1,0,0)$ هي نقطة تقاطع المستويات الثلاثة Q و P و R.

[4] احسب بعد النقطة $A(4,0,0)$ عن المستقيم d.

[5] اكتب معادلة للأسطوانة المحدودة بالقاعدتين اللتين لهما المركزين A و I، ونصف قطر قاعدتها 3.

المسألة الثانية: ليكن التابع g المعرّف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $g(x)=x^2-1+\ln x$.

[1] ادرس تغيرات التابع g ونظّم جدولاً بها. واستنتج أنّ للمعادلة $g(x)=0$ جذراً وحيداً هو $\alpha=1$.

[2] ليكن C خط التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=x-1-\dfrac{\ln x}{x}$. أثبت أنّ $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

[3] ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها.

[4] أثبت أنّ المستقيم الذي معادلته $d: y=x-1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$.

[5] ادرس وضع الخط C بالنسبة إلى المقارب d.

[6] ارسم المقارب d، ثمّ ارسم الخط C في معلم متجانس.

– انتهت الأسئلة –

حل أسئلة امتحان الثالث الثانوي العلمي
مادة الرياضيات دورة 2024 أولى

السؤال الأول:

1) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$

2) $f(x) = 1 \Rightarrow x = \frac{-3}{2}$

3) $f'(x) < 0 \Rightarrow x \in]-2, 0[$

4) $f(D) = f(]-\infty, +\infty[) = [-1, 2]$

5) $f(x) \geq 1 \Rightarrow x \in]-\infty, -\frac{3}{2}]$

السؤال الثاني:

1) $\left.\begin{array}{l} A(1,1,1) \\ B(2,0,3) \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{u} = \overrightarrow{AB}(1,-1,2)$

$(AB) \begin{cases} x = t+1 \\ y = -t+1 \\ z = 2t+1 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

2) $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

$R = OA = \sqrt{(1)^2+(1)^2+(1)^2} = \sqrt{3}$

$S : x^2 + y^2 + z^2 = 3$

3) نحل الحل المشترك (AB) مع الكرة S

$(t+1)^2 + (-t+1)^2 + (2t+1)^2 = 3$

$t^2+2t+1 + t^2-2t+1 + 4t^2+4t+1 = 3$

$6t^2 + 4t = 0 \Rightarrow t(6t+4) = 0$

إما $t = 0 \rightarrow \left.\begin{array}{l} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{array}\right\} \Rightarrow A(1,1,1)$ نقطة التقاطع الأولى

أو $t = -\frac{4}{6} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = -\frac{4}{6}+1 = \frac{2}{6} \\ y = \frac{4}{6}+1 = \frac{10}{6} \\ z = \frac{-8}{6}+1 = \frac{-2}{6} \end{array}\right\} \Rightarrow N\left(\frac{2}{6}, \frac{10}{6}, \frac{-2}{6}\right)$ نقطة التقاطع الثانية

المدرس: [illegible] 0945953765

السؤال الثالث:

$E: y' - 2y = -4x + 6$

① $\left.\begin{array}{l} f(x) = ax + b \\ f'(x) = a \end{array}\right\} \Rightarrow a - 2ax - 2b = -4x + 6$

$-2a = -4 \Rightarrow \boxed{a = 2}$

$a - 2b = 6 \Rightarrow 2 - 2b = 6$

$-2b = 4 \Rightarrow \boxed{b = -2}$

$f(x) = 2x - 2$

② $F: y' - 2y = 0 \Rightarrow y' = 2y \Rightarrow \boxed{y = ke^{2x}}$

③ $h(x) = 2x - 2 + ke^{2x}$

$h'(x) = 2 + 2ke^{2x}$

نعوض في E

$2 + 2ke^{2x} - 2(2x - 2 + ke^{2x}) \overset{?}{=} -4x + 6$

$\Rightarrow 2 + \cancel{2ke^{2x}} - 4x + 4 - \cancel{2ke^{2x}} \overset{?}{=} -4x + 6$

$-4x + 6 = -4x + 6$ محققة

ومنه $h(x)$ حل للمعادلة التفاضلية E.

السؤال الرابع:

عدد متوازيات الأضلاع $= \binom{4}{2} \times \binom{3}{2} + \binom{4}{2} \times \binom{2}{2} + \binom{3}{2} \times \binom{2}{2}$

$= 6 \times 3 + 6 \times 1 + 3 \times 1 = 18 + 6 + 3 = 27$

المدرس: المسيف رشيد

0945953765

السؤال الخامس:

$$S_{n+1}=\frac{t_n+S_n}{2}\ ,\quad t_{n+1}=\frac{t_n+4S_n}{5}$$

$$S_0=10\ ,\quad t_0=1\ ,\quad t_n\le S_n$$

$$W_n=S_n-t_n$$

$$W_{n+1}=S_{n+1}-t_{n+1}=\frac{t_n+S_n}{2}-\frac{t_n+4S_n}{5}$$

$$=\frac{5t_n+5S_n-2t_n-8S_n}{10}=\frac{1}{10}(3t_n-3S_n)$$

$$=-\frac{3}{10}(-t_n+S_n)$$

$$\frac{W_{n+1}}{W_n}=\frac{-\frac{3}{10}(-t_n+S_n)}{S_n-t_n}=-\frac{3}{10}=q$$

المتتالية W_n هندسية أساسها $q=-\frac{3}{10}$

$$W_n=W_0\cdot q^{n-0}\ ;\ W_0=S_0-t_0=10-1=9$$

$$W_n=9\left(-\frac{3}{10}\right)^n\Rightarrow\lim_{n\to+\infty}W_n=0\quad\left(-1<q=-\frac{3}{10}<1\ \text{لأن}\right)$$

② $$S_{n+1}-S_n=\frac{t_n+S_n}{2}-S_n=\frac{t_n+S_n-S_n}{2}$$

$$=\frac{1}{2}(t_n-S_n)\le 0\quad\left(t_n\le S_n\ \text{لأن}\right)$$

ومنه S_n متناقصة

$$t_{n+1}-t_n=\frac{t_n+4S_n}{5}-t_n=\frac{t_n+4S_n-5t_n}{5}$$

$$=\frac{4}{5}(S_n-t_n)\ge 0$$

ومنه t_n متزايدة

وبما أن $\lim_{n\to+\infty}S_n-t_n=\lim_{n\to+\infty}W_n=0$ فإن S_n,t_n متجاورتان

$\boxed{3}$

السؤال السادس:

$z^3 = 8 \Rightarrow z^3 - 8 = 0$

نلاحظ أن $z=2$ جذر للمعادلة

(1) $z^3 - 8 = (z-2)(Q(z)) \Rightarrow Q(z) = \frac{z^3-8}{z-2}$

$$\begin{array}{r|l} & z^2+2z+4 \\ z-2 & z^3-8 \\ & \underline{z^3-2z^2} \\ & 2z^2-8 \\ & \underline{2z^2-4z} \\ & 4z-8 \\ & \underline{4z-8} \\ & 0 \end{array}$$

$\Rightarrow (z-2)(z^2+2z+4) = 0$

إما $z=2 \Rightarrow \boxed{a=2} \Rightarrow a = 2 \cdot e^{i(0)}$

أو $z^2+2z+4=0$

$\Delta = 4 - 4(1)(4) = -12 < 0$

للمعادلة حلان مركبان مترافقان

$z_1 = \frac{-2+2\sqrt{3}}{2} = -1+\sqrt{3}i \Rightarrow \boxed{b=-1+\sqrt{3}i}$

$r = \sqrt{4} = 2$

$\cos\theta = -\frac{1}{2}$

$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\theta = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow b = 2 \cdot e^{i\frac{2\pi}{3}}$

$z_2 = -1-\sqrt{3}i \Rightarrow \boxed{c=-1-\sqrt{3}i}$

$r = 2$

$\theta = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow c = 2 \cdot e^{i\frac{4\pi}{3}}$

(2) $a+b+c = 2 - 1 + \sqrt{3}i - 1 - \sqrt{3}i = 0$

(3) $OA = |a-0| = |2| = 2$

$OB = |b-0| = 2$

$OC = |c-0| = 2$ $\therefore$

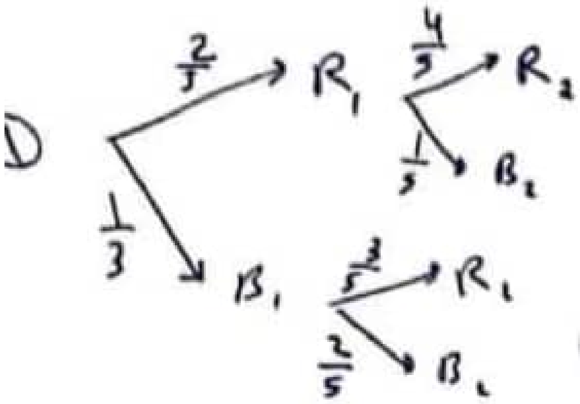
ومنه النقاط ABC تقع على دائرة واحدة مركزها O

ونصف قطرها $R=2$

6

السؤال السابع:

U_1: 2R, 1B U_2: 3R, 1B

1) 

2) $$P(R_2) = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{11}{15}$$

3) إذا علمت أن الكرة الثانية حمراء فما احتمال أن تكون الأولى سوداء

$$P(B_1|R_2) = \frac{P(B_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}}{\frac{11}{15}} = \frac{3}{11}$$

السؤال الثامن:

1) $$f(x) = e^{-x} \ln(1+e^{x})$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty (0)$$ حالة عدم التعيين

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\ln(1+e^{x})}{e^{x}}$$

نفرض $u = e^{x}$

$x \to -\infty$

$u \to 0$

$$= \lim_{u \to 0} \frac{\ln(1+u)}{u} = 1$$

2) $$f'(x) = -e^{-x} \ln(1+e^{x}) + \frac{e^{x}}{1+e^{x}} \cdot e^{-x}$$

$$= -e^{-x} \ln(1+e^{x}) + \frac{1}{1+e^{x}}$$

$$f'(x) + f(x) = -e^{-x} \ln(1+e^{x}) + \frac{1}{1+e^{x}} + e^{-x} \ln(1+e^{x})$$

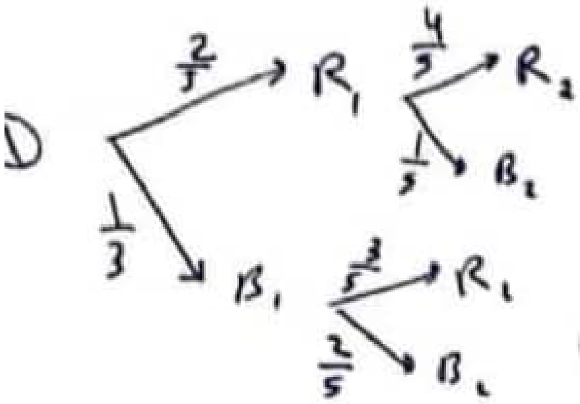
$$= \frac{1}{1+e^{x}} = \frac{e^{-x}}{e^{-x}+1} = \ell_2$$

$\boxed{5}$

السؤال السابع:

$$\underbrace{2R \quad 1B}_{U_1} \qquad \underbrace{3R \quad 1B}_{U_2}$$

(1)



(2) $P(R_2) = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{11}{15}$

(3) إذا علمت أن الكرة الثانية حمراء فما احتمال أن تكون الأولى سوداء

$$P(B_1|R_2) = \frac{P(B_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}}{\frac{11}{15}} = \frac{3}{11}$$

السؤال الثامن:

(1) $f(x) = e^{-x} \ln(1+e^{x})$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty(0)$ حالة عدم التعيين

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\ln(1+e^{x})}{e^{x}}$$

نفرض $u = e^{x}$

$x \to -\infty$

$u \to 0$

$$= \lim_{u \to 0} \frac{\ln(1+u)}{u} = 1$$

(2) $f'(x) = -e^{-x} \ln(1+e^{x}) + \frac{e^{x}}{1+e^{x}} \cdot e^{-x}$

$$= -e^{-x} \ln(1+e^{x}) + \frac{1}{1+e^{x}}$$

$f'(x) + f(x) = -e^{-x}\ln(1+e^{x}) + \frac{1}{1+e^{x}} + e^{-x}\ln(1+e^{x})$

$$= \frac{1}{1+e^{x}} = \frac{e^{-x}}{e^{-x}+1} = l_2$$

تكملة السؤال الثامن :

$$h(x)=\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} \Rightarrow H(x)=-\ln|1+e^{-x}|=-\ln(1+e^{-x})$$

$$f'(x)+f(x)=\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} \Rightarrow f(x)+F(x)=H(x)$$

$$\Rightarrow F(x)=H(x)-f(x)=-\ln(1+e^{-x})-e^{-x}\ln(1+e^{x}$$

المسألة الأولى :

$$P:\ 2x-y+z-2=0$$

$$Q:\ x+y+2z-1=0$$

① $\vec{n}_P(2,-1,1)$

$\vec{n}_Q(1,1,2) \Rightarrow \frac{2}{1}\neq\frac{-1}{1}$

المركبات غير متناسبة فالناظمان غير مرتبطان خطياً فالمستويان P و Q متقاطعان بفصل مشترك d :

$$P+Q \Rightarrow 3x+3z-3=0 \Rightarrow x+z-1=0$$

بفرض $\boxed{x=t}$ ومنه

$$t+z-1=0 \Rightarrow \boxed{z=-t+1}$$

نعوض في Q

$$t+y-2t+2-1=0 \Rightarrow \boxed{y=t-1}$$

$$(d)\begin{cases} x=t \\ y=t-1 \\ z=-t+1 \end{cases} \quad t\in R$$

②

بما أن R يعامد P و Q فهو يعامد d

$\vec{n}_R=\vec{u}_d(1,1,-1) \quad B(0,2,1)$

$$1(x-0)+1(y-2)-1(z-1)=0$$

$$x+y-2-z+1=0$$

$$R:\ \boxed{x+y-z-1=0}$$

المسألة الثانية

$$g(x) = x^2 - 1 + \ln x \quad]0,+\infty[$$

① لدينا g معرفة مستمرة واشتقاقية على $]0,+\infty[$

$$\lim_{x \to 0^+} g(x) = 0 - 1 - \infty = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty + \infty = +\infty$$

$$g'(x) = 2x + \frac{1}{x} = \frac{2x^2+1}{x} > 0$$

g متزايدة تماما.

x	0		$+\infty$
g'	$\|\|$	$+$	
g	$\|\|$	$-\infty \nearrow$	$+\infty$

لدينا g مستمرة ومتزايدة تماما على $]0,+\infty[$

$$0 \in g(]0,+\infty[) =]-\infty,+\infty[$$

للمعادلة $g(x)=0$ حل وحيد في $]0,+\infty[$

$$g(1) = 1 - 1 + \ln(1) = 0 \Rightarrow \alpha = 1$$

حل للمعادلة $g(x)=0$

② $$f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x} \quad]0,+\infty[$$

لدينا f معرفة مستمرة واشتقاقية على $]0,+\infty[$

$$f'(x) = 1 - \frac{\frac{1}{x}\cdot x - 1\ln x}{x^2} = \frac{x^2 - 1 + \ln x}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2}$$

③ $$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty - 1 - 0 = +\infty$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0 - 1 - (-\infty) = +\infty$$

$x=0$ مقارب شاقولي منطبق على yy'

(3)

تتمة السؤال الأول: نحل الحل مشترك d مع R

$t + t - 1 + t - 1 - 1 = 0 \Rightarrow 3t = 3 \Rightarrow \boxed{t = 1}$

نعوض في d

$\left.\begin{array}{l} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow I(1, 0, 0)$ نقطة التقاطع.

(4)

لإيجاد بعد $A(4,0,0)$ عن المستقيم d

نوجد A' المسقط القائم لـ A على المستقيم d

نوجد معادلة مستوي S مار من A ويعامد d

$\vec{n} = \vec{u_d}(1, 1, -1)$

$1(x-4) + 1(y-0) - 1(z-0) = 0$

$x - 4 + y - z = 0 \Rightarrow \boxed{S: x + y - z - 4 = 0}$

نحل الحل مشترك d مع S

$t + t - 1 + t - 1 - 4 = 0 \Rightarrow 3t = 6 \Rightarrow \boxed{t = 2}$

نعوض في d

$\left.\begin{array}{l} x = 2 \\ y = 1 \\ z = -1 \end{array}\right\} \Rightarrow A'(2, 1, -1)$

$AA' = \sqrt{4 + 1 + 1} = \sqrt{6}$

(5)

$A(4,0,0)$
$I(1,0,0)$ $\quad R = 3$

معادلة الاسطوانة

$y^2 + z^2 = 9$

$1 \le x \le 4$

المدرس: الحسين رشيد
0945953765

7