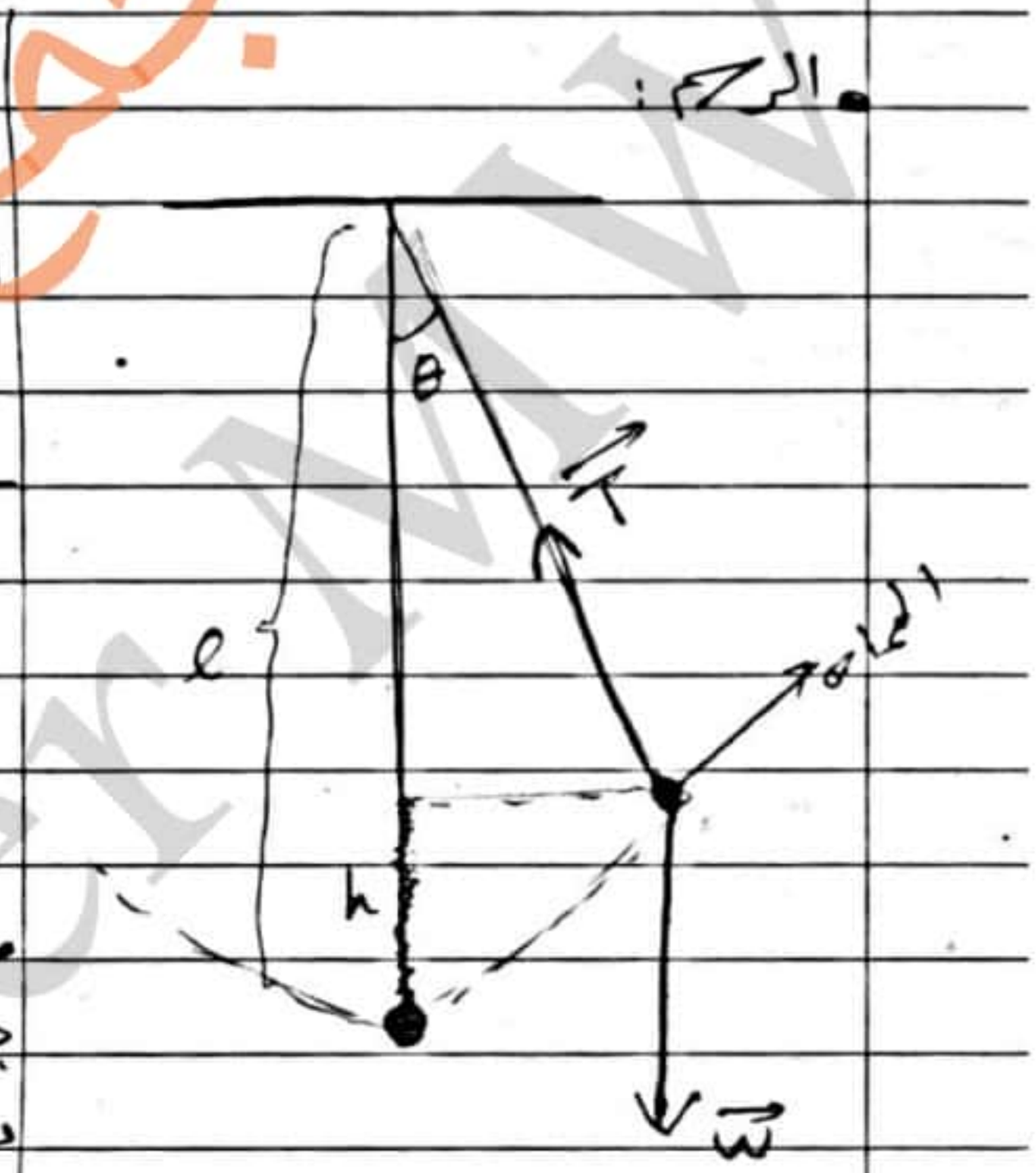
دراسة حركة النواس الثقلي البسيط

1- تعريف النواس الثقلي البسيط نظرياً وعملياً:

نظرياً: نقطة مادية تهتز تحت تأثير ثقالها على بعد ثابت l من محور أفقي ثابت.

عملياً: كرة صغيرة كتلتها m كثافتها الخطية كبيرة معلقة بخيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله l كبير بالنسبة لنصف قطر الكرة.



- الرسم:

لا تقبل $\sin\theta$ جيباً لأنها تحوي θ وليس θ لحركة النواس الثقلي البسيط في حالة العلة الكبيرة حركة اهتزازية غير توافقية.

من أجل العلة الزاوية الصغيرة: $\theta \leq 0{,}26\,rad$

$$\Rightarrow \sin\theta \simeq \theta$$

$$\boxed{(\theta)''_t = \frac{-g}{l}.\theta} \quad (1)$$

معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل: $\theta = \theta_{max}.\cos(w_0 t + \varphi)$

نشتق مرتين بالنسبة للزمن:

$$(\theta)'_t = -w_0.\theta_{max}\sin(w_0 t + \varphi)$$

$$(\theta)''_t = -w_0^2.\theta_{max}.\cos(w_0 t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \boxed{(\theta)''_t = -w_0^2.\theta} \quad (2)$$

بالمقارنة بين (1) و (2) نجد:

$$-w_0^2.\theta = \frac{-g}{l}.\theta \Rightarrow w_0^2 = \frac{g}{l}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$ وهذا ممكن لأن w_0 موجبة

فحركة النواس الثقلي البسيط من أجل الزاوية الصغيرة هي حركة جيبية دورانية نبضها الخاص w_0

2- استطاعة من العلاقة $(\theta)''_t = \frac{-g}{l}\sin\theta$ في النواس الثقلي البسيط بين طبيعة الحركة في هذه الحالة، ثم كيف تصبح في حالة العلة الزاوية الصغيرة.

الحل:

$$(\theta)''_t = \frac{-g}{l}.\sin\theta$$

معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية

٢- استنتاج الدور الخاص للنواس الثقلي البسيط :

في حالة الزوايا الصغيرة، نستنتج بالرموز العلاقة المحددة لدور النواس الثقلي البسيط.

في إطار العلاقة العامة للدور الخاص للنواس الثقلي المركب في حالة الزوايا الصغيرة، نستنتج بالرموز العلاقة المحددة لدور النواس الثقلي البسيط.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$I_\Delta = mr^2 = ml^2$$

$$d = l$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}}$$

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

دلالة الرموز والوحدات لـ ق د ب:

T_0: الدور الخاص (S)

l: طول الخيط (m)

g: شدة الجاذبية الأرضية $m.s^{-2}$

٣- استنتاج الدور الخاص للنواس الثقلي البسيط :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

٤- ماذا نلاحظ من علاقة الدور في النواس الثقلي البسيط :

١- لا يتعلق دور النواس الثقلي البسيط بكتلته ولا بنوع مادة كرته.

٢- يتناسب دور النواس الثقلي البسيط من أجل السعات الزاوية الصغيرة :

- طرداً مع الجذر التربيعي لطول الخيط l.
- عكساً مع الجذر التربيعي لشدة الجاذبية الأرضية g.

٣- النواسات صغيرة السعة لها الدور نفسه (متوافقة فيما بينها).

نواس ثقلي بسيط:

① حساب التوتر الخاص في حالة الكتلة الصغيرة:

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ (التوتر الخاص S)

l: طول الخيط (m) — cm — $\times 10^{-2}$ m

g: تابع الجاذبية الأرضية ($m.s^{-2}$)

② حساب السرعة الخطية v / الزاوية θ_{max}:

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

الوضع الأول: $\theta_1 = \theta_{max}$

الوضع الثاني: $\theta_2 = 0$

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}(1 \to 2)$

$E_{k2} - E_{k1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$

$W_{\vec{T}} = 0$ (لأن حامل $\vec{T}$ عمودي على كل انتقال جزئي)

$E_{k2} - 0 = W_{\vec{w}} + 0$

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ (وذهب الطرفين بـ 2)

$\boxed{v^2 = 2gh}$

بدو سرعة خطية v	بدو θ_{max}:
معك h: $v = \sqrt{2gh}$	$v^2 = 2gh$
معك l و θ_{max}: $v = \sqrt{2gl(1-\cos\theta_{max})}$	$v^2 = 2gl(1-\cos\theta_{max})$
وعوض ($m.s^{-1}$)	عوض ونزل Cos θ_{max} وطلع θ_{max} (°/rad)

مع التعليم
Teacher

③ حساب شدة قوة توتر الخيط T، (استنتاج)

الحل: + القوى الخارجية المؤثرة:
- قوة الثقل $\vec{w}$
- قوة توتر الخيط $\vec{T}$

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$
$$\vec{w} + \vec{T} = m.\vec{a}$$

بالإسقاط على الناظم:

$$-w + T = m a_c$$
$$T = m a_c + w \quad ; \quad a_c = \frac{v^2}{\ell}$$
$$T = m\frac{v^2}{\ell} + mg$$
$$T = m\left(\frac{v^2}{\ell} + g\right)$$

مفروض: N

④ حساب التسارع الخطي a_t: (استنتاج)

الحل: القوى الخارجية المؤثرة:
- قوة الثقل $\vec{w}$
- قوة توتر الخيط $\vec{T}$

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$$
$$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المماس:

$$-w.\sin\theta + 0 = m a_t$$
$$-mg\sin\theta = m a_t$$
$$a_t = -g\sin\theta$$

مفروض: $m.s^{-2}$

ملاحظات:

① إذا بدو θ_{max} وهي: h و ℓ فقم $h = \ell(1 - \cos\theta_{max})$

② إذا بدو الدور في حالة السعات الكبيرة:
$$T_0' = T_0\left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}\right]$$

③ إذا بدو التسارع الزاوي (زنكة)
$$\alpha = \frac{a_t}{\ell} \quad rad.s^{-2}$$

مسائل نواس ثقلي بسيط :

المسألة الأول (= المسألة الثانية ص 39) :

نعلق جسم صلب نقطة مادية كتلتها $m = 100g$ والمطلوب :

1- نحرف الخيط عن وضع التوازن بزاوية θ_{max} ونترك الكرة بدون سرعة ابتدائية فتكون سرعتها لحظة مرورها بالشاقول $v = 2m.s^{-1}$ استنتج قيمة الزاوة θ_{max}.

2- استنتج بالرموز العلاقة المحددة لتوتر خيط النواس لحظة مروره بوضع الشاقول ثم احسب قيمته.

المسألة الثانية (= المسألة الثالثة ص 39) :

نعلق كرة صغيرة نقطة مادية، كتلتها $m = 0.5Kg$ بخيط مهمل الكتلة لا يمتد، طوله $l = 1.6m$، لتؤلف نواساً ثقلياً بسيطاً، ثم نزيح الكرة إلى مستوى أفقي يرتفع $h = 0.8m$ عن المستوى الأفقي المار منها وهي في موضع توازنها الشاقولي، ليصنع خيط النواس مع الشاقول زاوية β، ونتركها دون سرعة ابتدائية، المطلوب :

1- استنتج بالرموز العلاقة المحددة لسرعة الكرة عند مرورها بالشاقول ثم احسب قيمتها.

2- استنتج قيمة الزاوة θ_{max} ثم احسب قيمتها.

3- احسب دور هذا النواس.

4- استنتج بالرموز العلاقة المحددة لشدة قوة توتر الخيط عند المرور بالشاقول ثم احسب قيمتها

المسألة الثالثة:

يتألف نواس ثقلي بسيط من خيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله $l=1.6m$ ونعلق في نهايته كرة صغيرة نعدها نقطة مادية كتلتها $m=200g$ والمطلوب:

① احسب الدور الخاص لهذا النواس في حالة السعات الصغيرة.

② نحرف الخيط عن الشاقول بزاوية θ_{max} ونترك الكرة بدون سرعة ابتدائية لتكون السرعة الخطية عند المرور بالشاقول $V=\frac{13}{\pi} m.s^{-1}$ استنتج قيمة θ_{max}.

③ استنتج العلاقة المحددة لتوتر الخيط ثم احسب قيمتها

المسألة الرابعة:

نواس ثقلي بسيط مكون من خيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله $l=225m$ معلق في نهايته كرة صغيرة نعدها نقطة مادية كتلتها $m=100g$ المطلوب:

① احسب دور النواس في حالة السعات الصغيرة.

② احسب دور النواس لو ناس بسعة زاوية $\theta_{max}=0.6rad$.

③ نزيح الكتلة عن وضع توازنها السابق بزاوية $\theta_{max}=60°$ ونتركها دون سرعة ابتدائية. استنتج بالرموز العلاقة المحددة للسرعة الخطية للكرة عند المرور بالشاقول ثم احسب قيمتها.

④ استنتج علاقة توتر الخيط عند المرور بالشاقول ثم احسب قيمتها.

⑤ استنتج بالرموز العلاقة المحددة للمستوى الهاسي ثم احسب قيمتها عندما يصنع الخيط مع الشاقول زاوية $\theta=\frac{\pi}{6}rad$.

المسألة الكاملة:

يتألف نواس ثقلي بسيط من خيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله $l=90cm$ يحمل في نهايته كرة صغيرة كتلتها $m=0.1kg$ والمطلوب:

1- يحرف الخيط عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية $60°$ ونترك الكرة بدون سرعة ابتدائية، استنتج العلاقة المحددة لسرعة الكرة لحظة مرورها بالشاقول ثم احسب قيمتها.

2- استنتج بالرموز العلاقة المحددة لتوتر الخيط لحظة مرور النواس بوضع توازنه الشاقولي ثم احسب قيمته.

3- استنتج العلاقة المحددة للتسارع المماسي لكرة النواس عندما يصنع الخيط مع الشاقول زاوية $\theta=30°$ ثم احسب قيمته.

4- احسب التسارع الزاوي للنواس عندما يصنع الخيط مع الشاقول $\theta=30°$.

المسألة الثانية:

يتألف نواس ثقلي بسيط من خيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله $l=1m$ يحمل في نهايته كرة صغيرة كتلتها $m=0.1kg$ والمطلوب: احسب دور النواس من أجل سعة $\theta_{max}=60°$.

المسألة الثالثة: (دورة 2013)

يتألف نواس ثقلي بسيط من كرة صغيرة نعدها نقطة كتلتها $m=100g$ معلقة بخيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله $l=1m$ المطلوب:

1- احسب الدور الخاص لهذا النواس في حالة السعات الصغيرة.

2- يحرف الخيط عن وضع التوازن الشاقولي بزاوية $\theta_{max}=60°$ وتترك الكرة من دون سرعة ابتدائية:

a) استنتج بالرموز العلاقة المحددة للسرعة الخطية لكرة النواس لحظة مرور النواس بوضع توازنه الشاقولي ثم احسب قيمتها.

b) استنتج بالرموز علاقة توتر الخيط لحظة مرور النواس بوضع توازنه الشاقولي ثم احسب قيمته.

المسألة الثامنة: (دورة 2015 دورة ثانية)

- يتألف نواس ثقلي بسيط من خيط مهمل الكتلة لا يمتد طوله $l=60cm$ يحمل في نهايته كرة نعدها نقطة مادية كتلتها $m=100g$ والمطلوب:

1- نحرف الخيط عن وضع التوازن الشاقولي بزاوية كبيرة θ_{max} ونترك الكرة بدون سرعة ابتدائية فتكون سرعتها لحظة مرورها بالشاقول $V=2m.s^{-1}$ استنتج قيمة الزاوية θ_{max} بدلالة احدى نسب المثلثية ثم احسب قيمتها.

2- استنتج بالرموز العلاقة المحددة لتوتر الخيط لحظة مروره بالشاقول ثم احسب قيمته

3- استنتج بالرموز العلاقة المحددة للتسارع المماسي لكرة النواس عندما يصنع الخيط مع الشاقول زاوية $\theta=30°$ ثم احسب قيمته.

المسألة التاسعة: (دورة 2020 دورة أولى):

- يتألف نواس ثقلي بسيط من كرة صغيرة نعدها نقطة مادية كتلتها $m=150g$ معلقة بخيط خفيف لا يمتد طوله $l=1.44m$ والمطلوب:

1- احسب الدور الخاص لهذا النواس عندما يهتز بسعة زاوية $\theta_{max}=0.6rad$

2- نزيح النواس عن وضع التوازن بزاوية $\theta_{max}=0.2rad$ ونترك دون سرعة ابتدائية فتكون السرعة الخطية لكرة النواس لحظة مرورها بالشاقول $V=\frac{12}{\pi}m.s^{-1}$ احسب قيمة θ_{max}

3- استنتج بالرموز علاقة توتر خيط النواس لحظة مروره بالشاقول ثم احسب قيمتها.

المسألة العاشرة:

يتألف نواس ثقلي بسيط من كرة صغيرة كتلتها $m=0.05kg$ معلقة بطرف حر لخيط مهمل الكتلة ولا يمتد طوله $1m$ والمطلوب:

1- احسب الدور الخاص للنواس من أجل نوسات صغيرة السعة؟

2- نحرف النواس عن وضع توازنه بسعة زاوية كبيرة θ_{max} ونترك الكرة دون سرعة ابتدائية فتكون سرعتها عند المرور بالشاقول $V=1.5m.s^{-1}$ والمطلوب:

a. اصعب قيمة الزاوية θmax باعتبار $\theta max > 0.24$

b. استنتج بالرجوع علاقة دوتر الخيط لحظة المرور بوضع التوازن الثاقولي
اصعب قيمة.

c. استنتج العلاقة العددية للتسارع الماس عندما يصنع الخيط مع الثاقول
زاوية $0.1 rad$ ثم احسب قيمته.

مجمع التعليمي
Teacher NW