الثالث الثانوي العلمي

المدة : 3 ساعات.

"مركز أونلاين التعليمي"

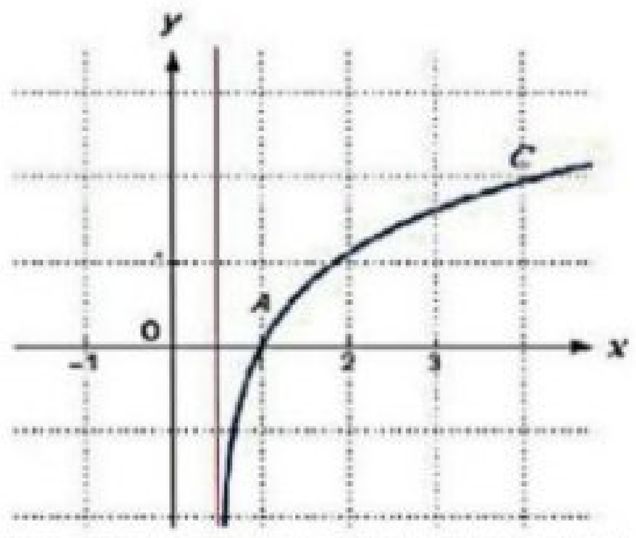
Online center
مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (1)

رياضيات 2019

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : في الشكل المجاور لدينا الخط البياني للتابع f .. المطلوب :



1. أوجد مجموعة التعريف
2. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x)$
3. أوجد حلول المعادلة $f(x) = 0$
4. اكتب معادلة المستقيم المقارب الشاقولي

السؤال الثاني : في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من عشرة أسئلة ..والمطلوب :

1. بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة
2. بكم طريقة يمكنه الاختيار إذاكان السؤال الأول و السؤال الأخير اجباريان

السؤال الثالث : ليكن $f(x) = e^x - 3$ ..المطلوب :

أوجد $f(ln3)$ ثم أوجد $f'(x)$ ثم أوجد $f'(ln3)$ ثم استنتج : $\lim_{x\to ln3} \frac{e^x-3}{x-ln3}$

السؤال الرابع : حل المعادلة الآتية :

$$e^{3x+1} + 4e^{2x+1} - 5e^{x+1} = 0$$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : لتكن النقاط $A\,(2\,,-1\,,3)\,,\,B\,(5\,,0\,,5)\,,\,C\,(-3,2,4)\,,\,D\,(0,3,6)$

1. أوجد احداثيات منتصف $[BC]$
2. اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$
3. اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB)

التمرين الثاني : ليكن لدينا المتتاليتان $(\mathrm{u_n})_{n\geq0}$ و $(\mathrm{v_n})_{n\geq0}$ حيث $\mathrm{u_0} = 1$ و $\mathrm{u_{n+1}} = \frac{1}{3}\mathrm{u_n} - 2$ و $\mathrm{v_n} = \mathrm{u_n} + 3$

1. برهن $\mathrm{v_n}$ متتالية هندسية وعين أساسها
2. اكتب عبارة $\mathrm{v_n}$ بدلالة n ثم استنتج $\mathrm{u_n}$ بدلالة n
3. إذاكانت $\mathrm{s_n} = \mathrm{v_0} + \mathrm{v_1} + \cdots + \mathrm{v_n}$ احسب $\lim_{n\to+\infty} s_n$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : يحوي مغلف اربع بطاقات مرقمة بالأرقام 1 ,1 ,1 ,0 نسحب من المغلف بطاقتين على التتالي مع إعادة ، ليكن X متغير عشوائي يدل على مجموع البطاقتين ، عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم احسب توقعه الرياضي و تباينه و انحرافه المعياري

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\backslash\{-1,1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x^3-x+2}{x^2-1}$ .. المطلوب :

1. اكتب f بالشكل : $f(x) = x + \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$
2. جد تابعاً أصلياً F للتابع f على المجال $]1,+\infty[$
3. أثبت أن المستقيم $d: y = x$ مقارب للخط C

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : لتكن النقاط $A(3,0,3)$, $B(1,4,-3)$, $C(1,0,3)$, $D(1,0,-3)$

1. احسب $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{DC}$ ثم استنتج نوع المثلث BCD واحسب مساحته
2. أثبت أن الشعاع $\overrightarrow{AC}$ ناظم على المستوي (BCD)
3. أوجد معادلة المستوي (BCD)
4. احسب حجم رباعي الوجوه $(ABCD)$
5. جد إحداثيات النقطة M التي تحقق : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f وفق : $f(x) = \frac{x}{\ln x} - e$ و المطلوب :

1. أوجد مجموعة تعريف التابع f و أوجد معادلة كل مستقيم مقارب للخط C يوازي المحور yy'
2. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ثم دل على القيمة الصغرى محلياً و استنتج حلول المتراجحة $x > e \ln x$
3. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم الخط C

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم تصحيح امتحان نهائي (1)

أولاً: السؤال الأول:

1) $]\frac{1}{2}, +\infty[$ — 10

2) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \ldots$, $\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x) = -\infty$ — 5+5

2,1 أو 2,2

3) $x = 1$ — 10

4) $x = \frac{1}{2}$ — 10

السؤال الثاني:

1) 10 $\binom{10}{5} = \frac{10!}{5!\,(10-5)!} = \frac{10!}{5!\,5!}$

10 $= 252$ طريقة

2) 10 $\binom{8}{3}\times\binom{2}{2} = \frac{8!}{3!\,5!}\times 1 = 56$ طريقة

10

السؤال الثالث:

$f(x) = e^x - 3$

5+5+5 $f(\ln 3) = e^{\ln 3} - 3 = 3 - 3 = 0$

10 $f'(x) = e^x$

5+5 $f'(\ln 3) = e^{\ln 3} = 3$

3 $f'(a) = \lim_{x\to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

2 $\Rightarrow \lim_{x\to \ln 3} \frac{e^x - 3}{x - \ln 3} = 3$

السؤال الرابع:

$e^{3x+1} + 4e^{2x+1} - 5e^{x+1} = 0$

$e\,(e^{3x} + 4e^{2x} - 5e^x) = 0$

نفرض: $e^x = t$

$e\,(t^3 + 4t^2 - 5t) = 0$

5+5 $e\,t\,(t^2 + 4t - 5) = 0 \Rightarrow e\,t\,(t+5)(t-1) = 0$

5+5 إما $t = 0 \Rightarrow e^x = 0$ مستحيلة

5+5 أو $t = -5 \Rightarrow e^x = -5$ مستحيلة

5+5 أو $t = 1 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

ثانياً: التمرين الأول:

1) لتكن I منتصف $[BC]$:

$I(1, 1, \frac{9}{2}) \to 15$ (10)

2) $I(1, 1, \frac{9}{2})$, $\vec{BC}(-8, 2, -1)$

$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

$-8(x-1) + 2(y-1) - 1(z - \frac{9}{2}) = 0 \to 5$

$\Rightarrow -8x + 8 + 2y - 2 - z + \frac{9}{2} = 0$

$\Rightarrow -8x + 2y - z + \frac{21}{2} = 0$ (5)

وهي معادلة المستوي المحوري

3) $A(2, -1, 3)$, $\vec{AB}(3, 1, 2)$ (8)

$$\left.\begin{aligned} (5)\ & x = 2 + 3t \\ (5)\ & y = -1 + t \\ (5)\ & z = 3 + 2t \end{aligned}\right\} ; t \in R \to (2)$$

التمرين الثاني:

(5) (5)

1) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} + 3}{u_n + 3} = \frac{\frac{1}{3}u_n - 2 + 3}{u_n + 3}$

(5) $\frac{\frac{1}{3}u_n + 1}{u_n + 3} = \frac{\frac{1}{3}(u_n + 3)}{u_n + 3} = \frac{1}{3} = q$ (5) (5)

$\Leftarrow v_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$

2) (5) $v_0 = 4 \Leftarrow v_0 = u_0 + 3$ (5) حيث $v_n = q^n \cdot v_0$ (5)

$v_n = 4\cdot(\frac{1}{3})^n = \frac{4}{3^n}$ 5

$u_n = v_n - 3 \Rightarrow u_n = \frac{4}{3^n} - 3 \to$ (5)

3) S_n هي مجموع متتالية هندسية حدها الأول v_0 و أساسها $q = \frac{1}{3}$ وعدد حدودها $n+1$.

$S = a\,\frac{1 - q^n}{1 - q} = 4\,\frac{1 - (\frac{1}{3})^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}}$ (3+2)

(2) $\Leftarrow = 6 - \frac{2}{3^n}$

بما أن $q = 3$ $\Leftarrow \lim_{n\to+\infty} (3)^n = +\infty$ $\longleftarrow$! 1+

$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty} S_n = 6 - 0 = 6 \to$ 1

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$\Rightarrow f(x) = x + \frac{1}{x-1} + \frac{-1}{x+1}$ → 10

2 $\Rightarrow F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln(x-1) - \ln(x+1) + K \; ; K \in \mathbb{R}$

3 $f(x) - y_\Delta = x + \frac{2}{x^2-1} - x$ 5

$f(x) - y_\Delta = \frac{2}{x^2-1}$ 5

$\lim_{x \to \mp\infty} [f(x) - y_\Delta] = 0$ 5

5 $\Leftarrow y = x$ مقارب للخط C عند $+\infty$ و $-\infty$

ثالثاً: المسألة الأولى:

1 $\overrightarrow{BD}(0,-4,0)$, $\overrightarrow{DC}(0,0,6)$ 3+3

$\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{DC} = 0+0+0 = 0$ 3+3

$\Leftarrow \overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{DC}$ فالمثلث BCD قائم في D 3+3

$\|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{16} = 4$ 2+2 , $\|\overrightarrow{DC}\| = \sqrt{36} = 6$ 2+2

$S_{BCD} = \frac{4 \times 6}{2} = \frac{24}{2} = 12$ 2+2

2 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC} = 0+0+0 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AC} = 0+0+0 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{DC} \perp \overrightarrow{AC}$ 8 × 3 + 1

و $\overrightarrow{BD}$ و $\overrightarrow{DC}$ غير مرتبطا خطياً لعدم تناسب المركبات

$\Leftarrow \overrightarrow{AC} \perp (BCD)$

ومنه $\overrightarrow{AC}$ ناظم للمستوي (BCD)

3 $C(1,0,3)$, $\overrightarrow{AC}(-2,0,0)$

$-2(x-1) + 0(y-0) + 0(z-3) = 0$ 5

$\Rightarrow \boxed{-2x + 2 = 0}$ 5 وهي معادلة المستوي

4 5 $V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot h$

$h = d[A,(BCD)] = \frac{|-2(3) + 2|}{\sqrt{4}} = \frac{4}{\sqrt{4}}$ 5

$= \frac{4\sqrt{4}}{4} = \sqrt{4}$ → 5

$\Rightarrow V = \underbrace{\frac{1}{3} \cdot 12 \cdot \sqrt{4}}_{3} = 4\sqrt{4} = 8$ → 2

20

التمرين الثالث:

1 10 $X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$

5+5 $P(X=0) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

5+5 $P(X=1) = \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\right) \times 2 = \frac{6}{16}$

5+5 $P(X=2) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

10 5

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{9}{16}$
x_i^2	0	1	4

2 $E(X) = 0 + \frac{6}{16} + \frac{18}{16} = \frac{24}{16}$

$E(X^2) = 0 + \frac{6}{16} + \frac{36}{16} = \frac{42}{16}$

3 $V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

2+1 $= \frac{42}{16} - \frac{576}{256} = \frac{96}{256}$

1 $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{96}{256}} = \frac{4\sqrt{6}}{16}$

1 $= \frac{\sqrt{6}}{4}$

التمرين الرابع:

1

$$\begin{array}{r|l} x^3 - x + 2 & x^2 - 1 \\ \mp x^3 \pm x & x \\ \hline 2 & \end{array}$$

10 $\Rightarrow f(x) = x + \frac{2}{x^2-1} = x + \frac{2}{(x-1)(x+1)}$

2 $\frac{2}{x^2-1} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x+1)}$

$\frac{2}{x^2-1} = \frac{Ax + A + Bx - B}{(x-1)(x+1)}$

بالمطابقة:

$(A+B) = 0$ ①

$A - B = 2$ ② $\Rightarrow A = 1$, $B = -1$

5 نفرض $M(x, y, z)$:

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$\begin{bmatrix} x-3 \\ y \\ z-3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ 6 \end{bmatrix} \quad 5+5$$

5

$$\left.\begin{array}{l} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ y=\frac{-4}{3} \\ z-3=2 \Rightarrow z=5 \end{array}\right\} \Rightarrow M\left(3, \frac{-4}{3}, 5\right)$$

المسألة الثانية:

1

10 $D_f =]0,1[\cup]1, +\infty[$

5 $\lim_{x\to 0^+} f(x) = = 0 - e = -e$

5 $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{\ln 1} - e =$

5 $= -\infty - e = -\infty$

5 $x = 1$ مقارب // $y'y$ في جوار $-\infty$

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \frac{1}{\ln(1)} - e = \frac{1}{0^+} - e$

5 $= +\infty - e = +\infty$

5 $x = 1$ مقارب // $y'y$ في جوار $+\infty$

5 $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty - e = +\infty$

2

5 $f'(x) = \frac{\ln x - \frac{1}{x}(x)}{\ln^2 x} = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$

5 $f'(x) = 0 \Rightarrow \ln x - 1 = 0 \Rightarrow \ln x = 1$

5 $\Rightarrow x = e$

3×5

x	0		1		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $-e$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

$f(e) = \frac{e}{\ln e} - e = e - e = 0$ (5)

(5) وهي قيمة صغرى محلية

- استنتاج حلول المتراجحة $x > e\ln x$

(5) $\Rightarrow \frac{x}{\ln x} > e \Rightarrow f(x) > 0$

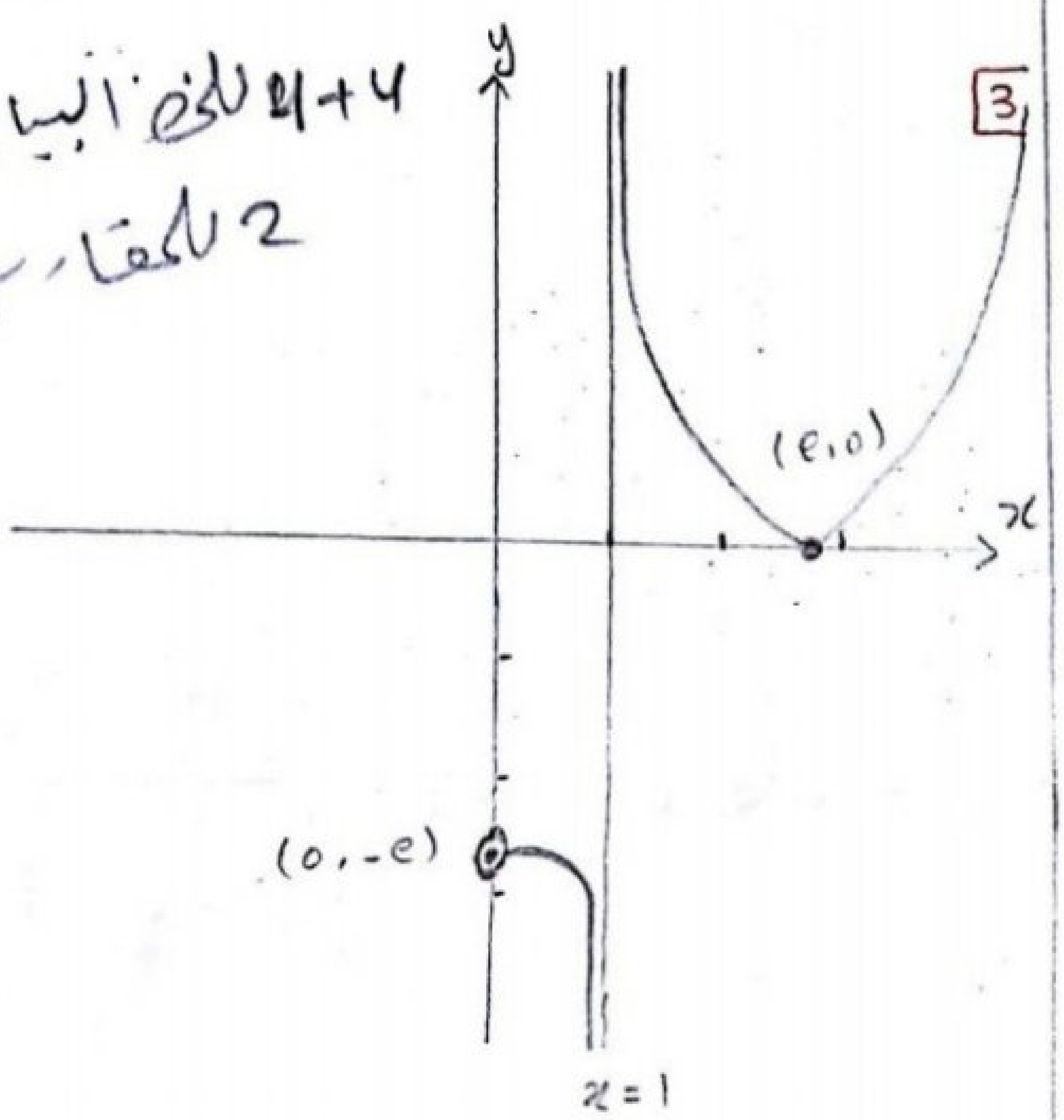
من الجدول: $\Rightarrow S =]1, e[\cup]e, +\infty[$

(5)

3

4+4 للخط البياني

2 للمقارب



الثالث الثانوي العلمي

مدة الأختبار: $\lim_{x\to1}\frac{sin(3x-3)}{x-1}$

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي (2)

رياضيات 2019

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل الجدول المرسوم جانباً ثم أجب عما يلي :

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↗	1	↘	$-\infty$

① أوجد مجموعة تعريف التابع .

② أوجد معادلة المماس عند $x=5$ و $x=3$

③ أوجد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

④ أوجد القيم الحدية

السؤال الثاني : يحوي صندوق 5 كرات سوداء و ثلاث كرات بيضاء ، عند سحب كرة سوداء يخسر اللاعب نقطة و عند سحب كرة بيضاء ينال نقطتين ، يسحب اللاعب 3 كرات على التتالي دون إعادة ..ما احتمال أن لا يحصّل اللاعب أيّة نقطة في هذه اللعبة ؟

السؤال الثالث : حل المعادلة التفاضلية $2y+y'-1=0$ ثم عين حلّها f الذي يحقّق $f(0)=1$

السؤال الرابع : أثبت أن للمعادلة $x^3+x+1=0$ حلاً وحيداً α في Rثم بين أن $\alpha\in]-1,0[$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ بحيث : $\begin{cases} u_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n} \\ v_n=u_n+\frac{1}{4n}\end{cases}$

أثبت أن هاتين المتتاليتين متجاورتان .

التمرين الثاني : أوجد نهاية التابع f المعيَّن بالعلاقة $f(x)=\frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$ ، ثم أعطِ عدداً حقيقياً α يحقق الشرط إذاكان $x>\alpha$ كان $f(x)\in]2.9,3.1[$

التمرين الثالث : في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ لتكن النقطتان A,B الممثلتان بالعددين العقديين $z_A=(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)i$ و $z_B=\overline{z_A}$ بين أن $\frac{z_A}{z_B}=e^{\frac{\pi}{6}i}$ واستنتج زاوية العدد العقدي z_A ثم استنتج $\cos\frac{\pi}{12}$, $\sin\frac{\pi}{12}$

التمرين الرابع : في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,-1,0)$ و المستوي P الذي معادلته : $2x+y-2z-9=0$ و المطلوب :

1. اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P
2. المستقيمان L, L' معرفان وسيطيا وفق : $L:\begin{cases}x=-1\\y=1-t\\z=1-2t\end{cases};t\in R,\quad L':\begin{cases}x=4-5s\\y=3-2s\\z=-1+2s\end{cases};s\in R$

a. أثبت أن L و L' متقاطعان ثم أوجد إحداثيات نقطة التقاطع

b. أوجد معادلة المستوي المحدّد بالمستقيمين L, L'

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين :   (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$

1. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ، واستنتج المقارب الموازي لمحور الفواصل وادرس وضع C بالنسبة إليه
2. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C
3. بين أنّ للمعادلة $f(x) = 2$ حل وحيد α في المجال $[-2, -1]$ و استنتج أن α تحقّق المعادلة $\alpha = -1 - \sqrt{2}\, e^{\frac{\alpha}{2}}$
4. استنتج مجموعة تعريف التابع $x \to g(x) = \ln(f(x))$ ثم حلّ المعادلة $g(x) = -x$

المسألة الثانية : نتأمل في معلم متجانس النقاط : $A\left(-\frac{1}{2}, 3, 1\right)$, $B(-1, 0, 2), C(2, 1, 1), D(-3, 3, -1)$

-1 a) أثبت أن النقاط B, C, D تمثّل مستو أوجد معادلته .

b) استنتج طبيعة المثلث BCD واحسب مساحته .

-2 a) أثبت أن النقطة A تقع خارج المستوي (BCD)

b) احسب بعد النقطة A عن المستوي (BCD)

-3 احسب حجم رباعي الوجوه $(ABCD)$

-4 a) أثبت أن النقاط B, C, D تقع على كرة مركزها A

b) احسب نصف قطر الكرة السابقة واكتب معادلتها

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم تصحيح امتحان نهائي (2)

أولاً:

السؤال الأول:

$\boxed{1}$ $D =]-\infty , +\infty[$ 10

$\boxed{2}$ معادلة المماس عند $x=5$ هي $y=1$ 5

معادلة المماس عند $x=3$ هي $x=3$ 5

$\boxed{3}$ $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$ 5+5

$\boxed{4}$ $f(5)=1$

السؤال الثاني:

$P = 3 \cdot \left(\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6}\right) = \frac{180}{336} = \frac{15}{28}$ 20+10+10

السؤال الثالث:

$y' = 1 - 2y$ 5

الحل هو $y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$

$y = ke^{-2x} + \frac{1}{2}$ 10

لحساب k:

$1 = ke^{-2(0)} + \frac{1}{2}$ 10

$\frac{1}{2} = k \Rightarrow y = \frac{1}{2} e^{-2x} + \frac{1}{2}$ 5+10

السؤال الرابع:

$f(x) = x^3 + x + 1$ 5

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$ 5+5

التابع مستمر واشتقاقي على $]-\infty , +\infty[$

$f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$ 5+5

فالتابع متزايد تماماً.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

5

$0 \in f(\mathbb{R}) = \mathbb{R} \Rightarrow$ للمعادلة حل وحيد

التابع مستمر ومتزايد تماماً على $\mathbb{R}$ فهو مستمر ومتزايد تماماً على $]-1 , 0[$ 2+2+2+2

$f(0) = 1$, $f(-1) = -1$

$f(0) \cdot f(-1) = -1 < 0 \Rightarrow$ للمعادلة حل وحيد 1+1+2

ثانياً:

التمرين الأول:

$u_{n+1} = \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2}$

$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(2n+2)(2n+1)} > 0$ 5+5+5

فالمتتالية u_n متزايدة تماماً

$v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{1}{4(n+1)}$ 5

$v_{n+1} - v_n = \frac{-2(n+1)}{4n(n+1)(2n+1)(2n+2)} < 0$

فالمتتالية v_n متناقصة تماماً 5+5+5

$\lim\limits_{n\to\infty} (v_n - u_n) = \lim\limits_{n\to +\infty} \frac{1}{4n} = 0$ 5+5

فالمتتاليتان متجاورتان.

التمرين الثاني:

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 3$ 10

$|f(x) - 3| < 0{,}1$ 10

$\left|\frac{3x+4}{x+1} - 3\right| < \frac{1}{10}$ 10

$\left|\frac{3x+4-3x-3}{x+1}\right| < \frac{1}{10}$

$\left|\frac{1}{x+1}\right| < \frac{1}{10}$ 10

$|x+1| > 10$ 5

$x+1 > 10 \Rightarrow x > 9$ 5+10

التمرين الثالث:

$|z_A| = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2} = 2\sqrt{2}$ 5

$(z_A)^2 = ((\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i)^2$ 5

$= (\sqrt{3}+1)^2 + 2(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)i + ((\sqrt{3}-1)i)^2$

$= 4 + 2\sqrt{3} + 4i - 4 + 2\sqrt{3}$

$(z_A)^2 = 4\sqrt{3} + 4i$ 5

$$\frac{Z_A}{Z_B}=\frac{Z_A}{\overline{Z_A}}=\frac{(Z_A)^2}{Z_A\cdot\overline{Z_A}}=\frac{4\sqrt{3}+4i}{8}$$

20 $=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i \Rightarrow \frac{Z_A}{Z_B}=e^{\frac{\pi}{6}i}$

وجدنا أن $\frac{(Z_A)^2}{|Z_A|^2}=e^{\frac{\pi}{6}i}$

5 $\Rightarrow (Z_A)^2=|Z_A|^2 e^{\frac{\pi}{6}i}$

5+5 $\Rightarrow Z_A=\sqrt{|Z_A|^2 e^{\frac{\pi}{6}i}} \Rightarrow Z_A=|Z_A| e^{\frac{\pi}{12}i}$

5 $\Rightarrow \theta=\frac{\pi}{12}$

5 $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{a}{r}=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

5 $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{b}{r}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

التمرين الرابع:

5 I $R=dist(A,P)=\frac{|2(2)+1(-1)-2(0)-9|}{\sqrt{2^2+(1)^2+(2)^2}}$

5 $=\frac{|4-1-9|}{\sqrt{9}}=\frac{6}{3}=2$

5 $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-0)^2=4$

2 $-1=4-5s$ ①

5 $1-t=3-2s$ ②

$1-2t=-1+2s$ ③

من ① نجد: $\boxed{s=1}$

5 $1-t=3-2 \Rightarrow \boxed{t=0}$

نعوض بـ③:

$1-2(0)=-1+2(1)$

$1=1$ محققة

⇐ المستقيمان L', L متقاطعان.

5 نقطة التقاطع $I(-1,1,1)$

5+5 $\vec{u}_{L'}(-5,-2,2),\ \vec{u}_L(0,-1,-2)$

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

5+5 $\vec{n}\perp\vec{u}_L \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{u}_L=0$

$(a,b,c)\cdot(0,-1,-2)=0$

$-b-2c=0$ ①

$\vec{n}\perp\vec{u}_{L'} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{u}_{L'}=0$

$(a,b,c)(-5,-2,2)=0$

$-5a-2b+2c=0$ ②

نفرض $c=1$ ونعوض:

$-b-2=0 \Rightarrow b=-2$

$-5a-2b+2=0 \Rightarrow a=\frac{6}{5}$

5 $\Rightarrow \vec{n}\left(\frac{6}{5},-2,1\right)$

$\frac{6}{5}(x+1)-2(y-1)+(z-1)=0$

5 $\boxed{\frac{6}{5}x-2y+z+\frac{11}{5}=0}$ معادلة المستوي

ثالثاً: المسألة الأولى: $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$

I التابع مستمر واشتقاقي على $]-\infty,+\infty[$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+1)^2}{e^x}$

10 $=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2}{e^x}+\frac{2x}{e^x}+\frac{1}{e^x}\right)=0$

ومنه $y=0$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$.

5

الوضع النسبي: C فوق Δ لأن

5 $f(x)-0=(x+1)^2 e^{-x}>0$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\infty$

5 $f'(x)=\frac{1-x^2}{e^x}$

20 $f'(x)=0 \Rightarrow 1-x^2=0 \Rightarrow x=\pm1$

10 $f(-1)=0,\ f(+1)=\frac{4}{e}$

15

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$\frac{4}{e}$	↘	0

$$\text{dist}(A,(BCD)) = \frac{|0(-\frac{1}{2})+1(3)+1(1)-2|}{\sqrt{0+1+1}}$$ (b

5 $$= \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot h$$ 3

10

$$h = \text{dist}(A,(BCD)) = \sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{242}}{2} \times \sqrt{2} = \frac{11}{3}$$

(a 4

5 $$AB = \sqrt{\frac{41}{4}}, \ AC = \sqrt{\frac{41}{4}}, \ AD = \sqrt{\frac{41}{4}}$$

$$\Rightarrow AB = AC = AD$$

$\Leftarrow$ النقاط B, C, D تقع على كرة مركزها

$A(-\frac{1}{2}, 3, 1)$.

3 $$R = \sqrt{\frac{41}{4}}$$

(b

معادلة الكرة هي:

5 $$(x+\frac{1}{2})^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{41}{4}$$

انتهى السلم ....

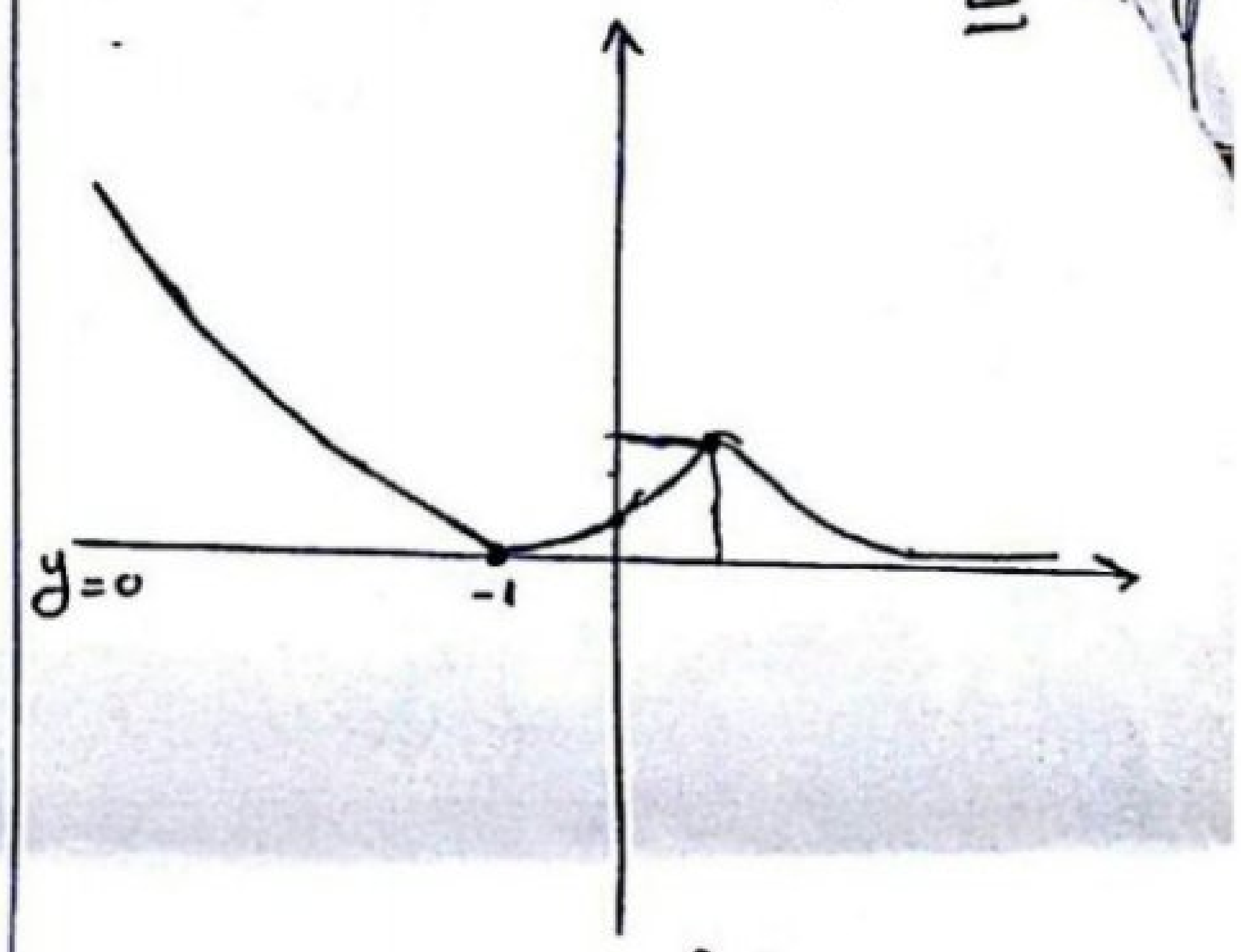
أ. فارس جمل،

أ. نجوى العلي.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

[2]



5

[3] التابع مستمر ومتناقص تماماً على $]-\infty,-1]$ فهو مستمر ومتناقص تماماً على المجال $[-2,-1]$

$2\in f([-2,-1])=[0,e^2]$

$f(\alpha)=2 \Rightarrow (\alpha+1)^2 e^{-\alpha}=2$

$(\alpha+1)^2=2e^{\alpha} \Rightarrow |\alpha+1|=\sqrt{2}\, e^{\frac{\alpha}{2}}$

$-\alpha-1=\sqrt{2}\, e^{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \alpha=-1-\sqrt{2}\, e^{\frac{\alpha}{2}}$

2 + 2 + 1 + 1 + 1

[4] التابع $g(x)=\ln(f(x))$ معرف عندما $f(x)>0$ وحسب الجدول للتابع f تتحقق هذه المتراجحة في حال $x\neq -1$ أي مجموعة تعريف g هي $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

ويكتب بالشكل:

$g(x)=\ln[(x+1)^2e^{-x}]$

$=\ln(x+1)^2+\ln e^{-x}$

$=\ln(x+1)^2-x$

$g(x)=-x \Rightarrow \ln(x+1)^2-x=-x$

$\Rightarrow \ln(x+1)^2=0$

$\Rightarrow (x+1)^2=1$

10 إما: $x_1=0$ أو: $x_2=-2$

المسألة الثانية:

5+5 [1] a) $\vec{BC}(3,1,-1)$, $\vec{BD}(-2,3,-3)$

$\frac{3}{-2}\neq\frac{1}{3}\neq\frac{-1}{-3}$

المركبات غير متناسبة فالشعاعان $\vec{BD}, \vec{BC}$ غير مرتبطان خطياً $\Rightarrow$ النقاط B, C, D تمثل مستو

5 نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n}\perp\vec{BC} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{BC}=0$

$(a,b,c)(3,1,-1)=0$

5 $\Rightarrow 3a+b-c=0$ —— (1)

$\vec{n}\perp\vec{BD} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{BD}=0$

$(a,b,c)(-2,3,-3)=0$

5 $-2a+3b-3c=0$ —— (2)

نفرض $c=1$ ونعوض في (1), (2):

$3a+b-1=0$ —— (3)

$-2a+3b-3=0$ —— (4)

5 $a=0,\ b=1 \Rightarrow \vec{n}(0,1,1)$

5 معادلة المستوي: $\boxed{y+z-2=0}$

$\|\vec{BC}\|=\sqrt{11}$, $\|\vec{CD}\|=\sqrt{33}$, $\|\vec{BD}\|=\sqrt{22}$

4×5 $\Rightarrow$ حسب عكس فيثاغورث

$(\sqrt{22})^2+(\sqrt{11})^2=(\sqrt{33})^2$

1+1 $\Rightarrow 33=33 \Rightarrow$ المثلث قائم في B

$S=\frac{\sqrt{11}\times\sqrt{22}}{2}=\frac{\sqrt{242}}{2}$

[2] a) نعوض A في معادلة المستوي:

5 $3+1-2=0 \Rightarrow 2\neq 0$

النقطة تقع خارج المستوي.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الثالث الثانوي العلمي

مـركـز أونـلايـن الـتعـليـمـي

مدة الاختبار: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{sin(3x-3)}{x-1}$

امتحان نهائي (3)

رياضيات 2019

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية علماً أن Y, X مستقلان احتمالياً.

Y \ X	0	1	2	قانون X
0				0.4
1				
2		0.2		
قانون Y	0.3		0.2	

السؤال الثاني : ادرس تقارب المتتالية (u_n) حيث : $u_n=\frac{2^n-3^n}{3^n-1}$

السؤال الثالث : ليكن f تابع معرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=(x^3+4-4cosx)x^{-2}$

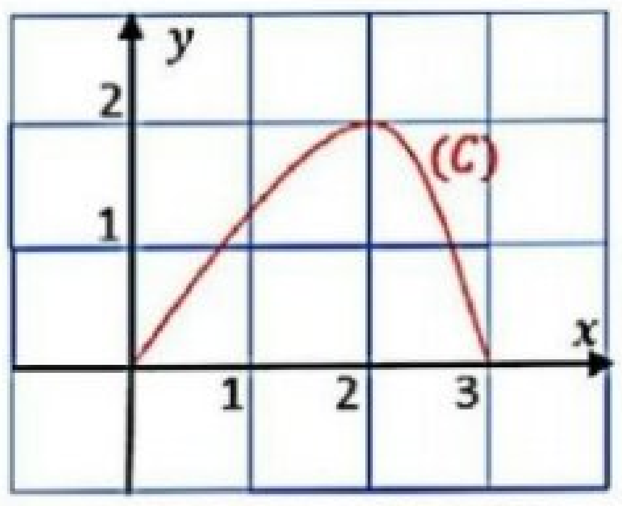
1. أوجد $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$
2. أثبت أن المستقيم $\Delta: y=x$ مقارب للخط C

السؤال الرابع : في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط :

$A(1,5,1)$, $B(10,4,3)$, $C(4,3,5)$, $D(0,4,5)$

1. أثبت أن A, B, C تعين مستو
2. بيّن هل النقاط A, B, C, D تقع في مستو واحد

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)



التمرين الأول : في الشكل المجاور (C) هو الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[0,3]$ بالصيغة : $f(x)=x\sqrt{3-x}$ ..عندما يدور C دورة كاملة حول محور الفواصل يولّد مجسماً دورانياً S

1) ما طبيعة مقطع هذا المجسم بمستوٍ عمودي على محور الفواصل ويمر بالنقطة $I(x,0)$ في حالة $x\in]0,3[$ ؟
2) عيّن $A(x)$ ، مساحة هذا المقطع بدلالة x ، ثم استنتج V حجم المجسم S

1) **التمرين الثاني :** حل في C المعادلة : $(\bar{z}-4+i)(z^2-4z+5)=0$
2) اكتب بالشكل الجبري العدد العقدي $(4+i)^2$ ثم استنتج في C حلول المعادلة $z^2+(2-3i)z-5(1+i)=0$
3) اكتب $(i)^{2019}$ بالشكل الجبري

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : في قاعة الاستقبال في المطار ، نسبة 40% من المسافرين نساء ، و واحدة من كل أربعة نساء تضع نظارات ، و واحد من كل ثلاثة رجال يضع نظارات أيضاً ، تم اختيار شخص بشكل عشوائي و **المطلوب :**

1) ارسم مخطط شجري و زوّد الفروع بالاحتمالات
2) ما احتمال أن يكون الشخص المختار يضع نظارة
3) إذا علمت أن الشخص الذي وقع عليه الاختيار يضع نظارة ، احسب احتمال أن يكون رجل

التمرين الرابع : $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها $r = 3$ و فيها $u_0 = 2$ و المطلوب :

احسب u_3 ثم احسب المجموع : $S = u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

① في معلم متجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا $A(3,-1,2)$ والمستويان : $\begin{cases} Q : x + y + 2z - 5 = 0 \\ P : x - 2y + z - 4 = 0 \end{cases}$

أثبت تقاطع المستويين P , Q و تحقق من تعامدهما ثم أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d الذي يمثل فصلهما المشترك

②أوجد معادلة المستوي W الذي يعامد المستويين P , Q و يمر من A

③أوجد إحداثيات A' نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي W

④أثبت أن مركبات ناظم المستوي W تؤلف حدود متتالية حسابية

⑤أوجد معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AA']$

⑥بيّن أن طبيعة مجموعة النقاط : $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ هي كرة عيّن مركزها و نصف قطرها

المسألة الثانية : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{1}{2}(e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{-x}{2}})$ وخطه البياني C و **المطلوب :**

① أثبت أن التابع f زوجي و استنتج الصفة التناظرية للخط C .

② ادرس تغيرات f و نظم جدولاً بها .

③ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين $x = 1 , x = -1$

④ اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها 0 ثم ارسمه .

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم امتحان نهائي (3)

2109

أولاً:

السؤال الأول:

3 × 11 + 7

X \ Y	0	1	2	قانون X
0	0,12	0,2	0,8	0,4
1	0,06	0,1	0,04	0,2
2	0,12	0,2	0,08	0,4
قانون Y	0,3	0,5	0,2	

السؤال الثاني:

5 × 6 + 10

$$\lim_{n\to\infty} U_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2^n - 3^n}{3^n - 1}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3^n\left(\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1\right)}{3^n\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1}{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n}$$

بما أن $\left(\frac{2}{3}\right)^n$ متتالية هندسية أساسها $q<1 \Leftarrow \lim_{n\to\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$

و $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ متتالية هندسية $q<1$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1}{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n} = -1$$

⇐ المتتالية (U_n) متقاربة من الـ $\boxed{-1}$.

السؤال الثالث:

5 × 5

$\boxed{1}$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{x^3+4-4\cos x}{x^2}$$

$$\lim_{x\to 0^+} x + \frac{4-4\cos x}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} x + \frac{4(1-\cos x)}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} x + \frac{4\left(2\sin^2\frac{x}{2}\right)}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} x + \frac{8\sin\frac{x}{2}\cdot\sin\frac{x}{2}}{2\cdot\frac{x}{2}\cdot 2\frac{x}{2}} = +2$$

$$\lim_{x\to\infty}(f(x)-x) = \lim_{x\to\infty}\frac{4-4\cos x}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to\infty}\frac{4(1-\cos x)}{x^2}$$

3 × 5

حسب الإحاطة:

$$-1 \le \cos x \le +1$$

$$+1 \ge -\cos x \ge -1$$

$$2 \ge 1-\cos x \ge 0$$

$$4 \ge 4(1-\cos x) \ge 0$$

نقسم على x^2 الموجب:

$$\frac{8}{x^2} \ge \frac{4(1-\cos x)}{x^2} \ge 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{8}{x^2} = \lim_{x\to\infty} 0 = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to\infty}\frac{4(1-\cos x)}{x^2} = 0$$

⇐ المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب مائل.

السؤال الرابع:

5 + 5 + 5

$\boxed{1}$ $\overrightarrow{AB}(9,-1,2)$ ، $\overrightarrow{AC}(3,-2,4)$

$\overrightarrow{AD}(-1,-1,4)$

$$\frac{9}{3} \ne \frac{-1}{-2}$$

5 + 10

نلاحظ ... الشعاعان غير مرتبطان خطياً ⇐ النقاط A, B, C تعين مستوٍ.

$\boxed{2}$

$$\overrightarrow{AB} = \alpha\overrightarrow{AC} + \beta\overrightarrow{AD}$$

$$\begin{pmatrix}9\\-1\\2\end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix}3\\-2\\4\end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix}-1\\-1\\4\end{pmatrix}$$

10

$9 = 3\alpha - \beta$ — ①

$-1 = -2\alpha - \beta$ — ②

$2 = 4\alpha + 4\beta$ — ③

من ① و ② نجد: $\alpha = 2, \beta = -3$

غير محققة $2 = 8 - 12 \Rightarrow 2 \ne -4$

⇐ النقاط لا تقع في مستوٍ واحد.

التمرين الأول:

5+5 1) دائرة نصف قطرها $x\sqrt{3-x}$

5 2) $A(x) = \pi\left(x\sqrt{3-x}\right)^2$

5+5 $= \pi x^2(3-x) = \pi(3x^2 - x^3)$

5 $V = \int_0^3 A(x)\,dx$

5 $= \pi\int_0^3 (3x^2 - x^3)\,dx$

5+5 $= \pi\left[\frac{3x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]_0^3$

5+5+5 $= \pi\left[\left(27 - \frac{81}{4}\right) - 0\right] = \frac{27}{4}\pi$

التمرين الثاني:

1) $(\bar{Z} - 4 + i)(Z^2 - 4Z + 5) = 0$

إما:

5 $\bar{Z} - 4 + i = 0 \Rightarrow \bar{Z} = 4 - i$

5 $\Rightarrow \boxed{Z_1 = 4 + i}$

أو:

$Z^2 - 4Z + 5 = 0$

5 $\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(1)(5) = -4$

$= 4i^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2i$

5 $\Rightarrow Z_2 = \frac{4+2i}{2} = \boxed{2+i}$

5 $\Rightarrow Z_3 = \frac{4-2i}{2} = \boxed{2-i}$

2) 5 $(4+i)^2 = 16 + 8i - 1 = 15 + 8i$

$Z^2 + (2-3i)Z - 5(1+i) = 0$

$\Delta = (2-3i)^2 - 4(1)(-5-5i)$

5 $= 4 - 12i - 9 + 20 + 20i = 15 + 8i$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = (4+i)$ من الطلب السابق

10 $Z_1 = \frac{-2+3i-4-i}{2} = -3 + i$

10 $Z_2 = \quad 1 + 2i$

---

3) $i^{2019} = i^{(2016+3)} = i^{(4n+3)}$

5 $= -i$

التمرين الثالث:

1)

$\frac{40}{100}$ نساء: $\frac{1}{4}$ يصنع، $\frac{3}{4}$ لا يصنع

$\frac{60}{100}$ رجال: $\frac{1}{3}$ يصنع، $\frac{2}{3}$ لا يصنع

10

2) 5+5 $P(A) = \frac{40}{100}\times\frac{1}{4} + \frac{60}{100}\times\frac{1}{3}$

$= \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$

3) 10 $P(B \setminus A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

5 × 5 $= \dfrac{\frac{60}{100}\times\frac{1}{3}}{\frac{40}{100}\times\frac{1}{4} + \frac{60}{100}\times\frac{1}{3}} = \frac{2}{10}\times\frac{10}{3}$

$= \boxed{\frac{2}{3}}$

التمرين الرابع:

10 $U_n = U_p + r(n-p)$

10 $U_3 = U_0 + 3(3-0) = 2 + 9 = 11$

5 $U_7 = U_0 + 3(7-0) = 2 + 21 = 23$

5 عدد الحدود $n = 5$

10 $S = n \cdot \frac{a+l}{2}$

10 $= 5 \cdot \frac{11+23}{2} = 5\times\frac{34}{2} = 85$

المسألة الأولى:

1) $\vec{n}_P(1,-2,1)$ ، $\vec{n}_Q(1,1,2)$

5 × 5 $\frac{1}{1} \neq \frac{-2}{1} \neq \frac{1}{2}$

المركبات غير متناسبة $\Rightarrow$ الناظمين غير مرتبطين خطياً $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ المستويان متقاطعان.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$\vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0$

$(1,-2,1)(1,1,2)=0$

5+5 $1-2+2=0 \Rightarrow 1 \neq 0$

$\Rightarrow$ الناظمان غير متعامدان $\Rightarrow$ المستويان غير متعامدان .

التمثيل الوسيطي :

$x+y+2z-5=0$ — ①

$x-2y+z-4=0$ — ②

بالطرح :

$3y+z-1=0$

$\Rightarrow 3y=1-z \Rightarrow \boxed{y=\frac{1}{3}-\frac{z}{3}}$

نعوض y في ① :

$x+\frac{1}{3}-\frac{z}{3}+2z-5=0$

$\Rightarrow \boxed{x=-\frac{5}{3}z-\frac{14}{3}}$

نفرض $\boxed{z=t}$

15 $d: \begin{cases} x=+\frac{14}{3}-\frac{5}{3}t \\ y=\frac{1}{3}-\frac{t}{3} \quad ; t\in R \\ z=t \end{cases}$

② المستقيم d يعامد المستوي $W \Leftrightarrow$ شعاع توجيه المستقيم d يصلح ناظماً للمستوي المطلوب W .

$\vec{n}_W\left(-\frac{5}{3},-\frac{1}{3},1\right)$

معادلة المستوي :

$W: -\frac{5}{3}(x-3)-\frac{1}{3}(y+1)+z-2=0$

$-\frac{5}{3}x+5-\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}+z-2=0$

10 $\boxed{5x+y-3z-8=0}$

③ نعوض المستقيم في المستوي :

$5\left(\frac{14}{3}-\frac{5}{3}t\right)+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}t-3t-8=0$

$\frac{70}{3}-\frac{25}{3}t+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}t-3t-8=0$

$-35t+47=0 \Rightarrow t=\frac{47}{35}$

$x=\frac{17}{7}$, $y=-\frac{4}{35}$, $\frac{47}{35})$

10 $\Rightarrow A'\left(\frac{17}{7},-\frac{4}{35},\frac{47}{35}\right)$

4) $\vec{n}(5,1,-3)$

$1-5=-4$

$-3-1=-4$

5 $\Rightarrow$ تؤلف حدود متتالية حسابية -4

5) $\vec{AA'}\left(-\frac{4}{7},\frac{31}{35},-\frac{23}{35}\right)$

$X_I=\frac{\frac{17}{7}+\frac{21}{7}}{2}=\frac{38}{14}$

$Y_I=\frac{-\frac{4}{35}-1}{2}=-\frac{39}{70}$

$Z_I=\frac{\frac{47}{35}+2}{2}=\frac{117}{70}$

$\Rightarrow I\left(\frac{38}{14},-\frac{39}{70},\frac{117}{70}\right)$

معادلة المستوي المحوري :

20 $-\frac{4}{7}\left(x-\frac{38}{14}\right)+\frac{31}{35}\left(y+\frac{39}{70}\right)-\frac{23}{35}\left(z-\frac{117}{70}\right)=0$

10 $-\frac{4}{7}x+\frac{31}{35}y-\frac{23}{35}z+\frac{220}{70}=0$

6) $x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$

$x^2-2x+y^2+z^2+2z+1=0$

$x^2-2x+1-1+y^2+z^2+2z+1-1+1=0$

$(x-1)^2+y^2+(z+1)^2-1=0$

5 $(x-1)^2+(y-0)^2+(z+1)^2=1$

وهي معادلة كرة مركزها $(1,0,-1)$

5+5 ونصف قطرها $\boxed{1}$.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الثانية:

1) نلاحظ أن $x\in]-\infty,+\infty[$

5 يحقق $\Rightarrow -x\in]-\infty,+\infty[$

5 $f(-x)=\frac{1}{2}\left(e^{-\frac{x}{2}}+e^{\frac{x}{2}}\right)=f(x)$

5 $\Leftarrow$ التابع f زوجي وخطه البياني متناظر بالنسبة لمحور التراتيب yy'.

(2

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

5 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

5 $f'(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}-\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}\right)$

$=\frac{1}{4}\left(e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}\right)=0$

5 $e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}=0 \Rightarrow e^{\frac{x}{2}}=e^{-\frac{x}{2}}$

5+5 $\frac{x}{2}=-\frac{x}{2} \Rightarrow 2x=0 \Rightarrow x=0$

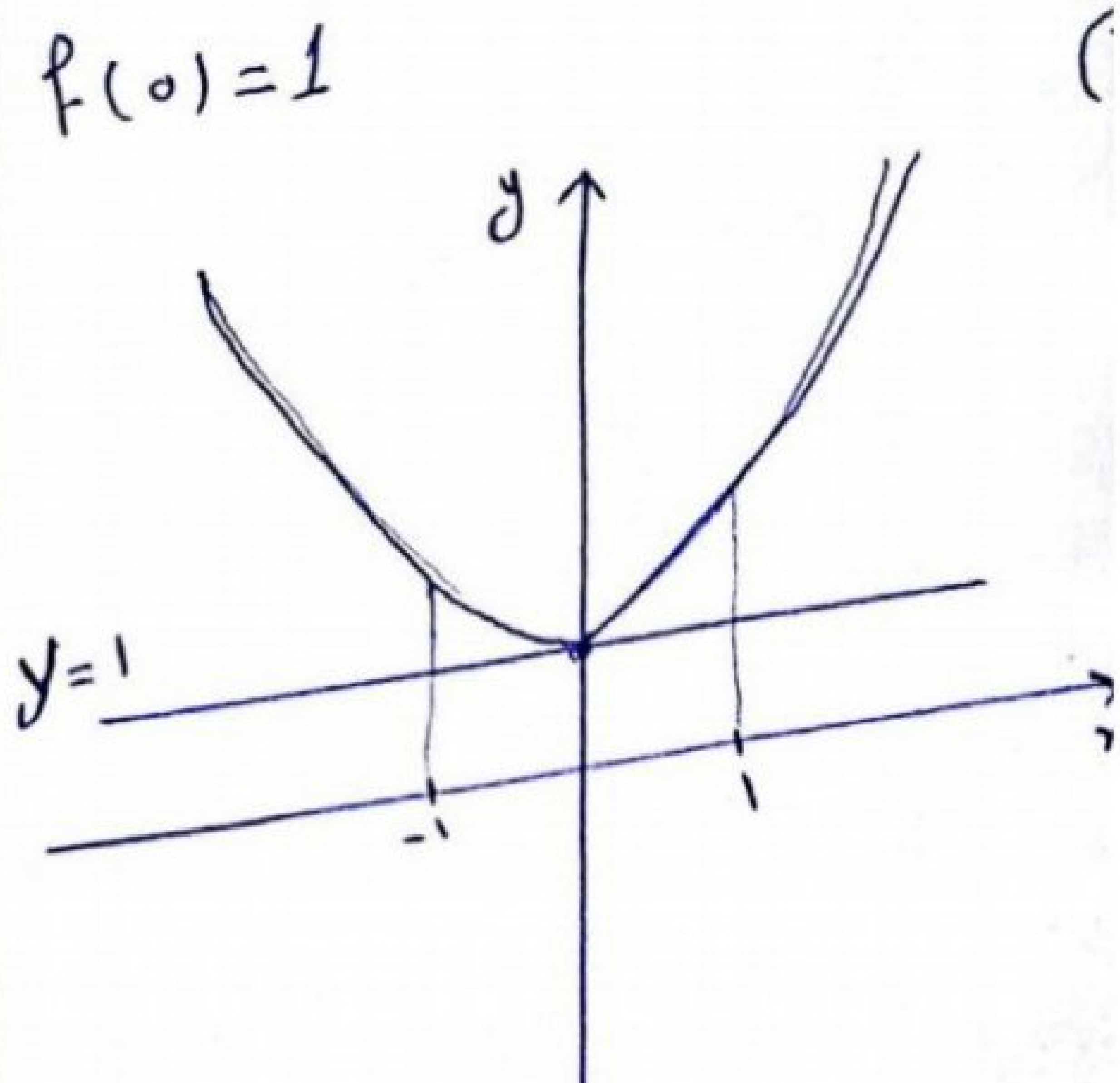
15

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

(3

$f(0)=1$

5+5



بما أن التابع زوجي فمساحة السطح تساوي ضعفي مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمان $x=1$ ، $x=0$.

$A=2\int_0^1 f(x)\,dx$

$=2\int_0^1 \frac{1}{2}\left(e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}}\right)dx$

7 × 5

$=\int_0^1 \left(e^{\frac{x}{2}}+e^{-\frac{x}{2}}\right)dx$

$=\left[2e^{\frac{x}{2}}-2e^{-\frac{x}{2}}\right]_0^1$

$=\left(2e^{\frac{1}{2}}-2e^{-\frac{1}{2}}-2e^{0}+2e^{0}\right]$

$=2\sqrt{e}-\frac{2}{\sqrt{e}}=\frac{2e-2}{\sqrt{e}}$

(4

$f(0)=1 \quad , \quad f'(0)=m=0$

5 $\Rightarrow T: y=1$

مماس أفقي.

أ. فارس جقل / أ. نجوى العلي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الثالث الثانوي العلمي
مدة الاختبار: 3 ساعات.

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (4)

رياضيات2019

Online center
مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أحسب كلاً مما يأتي :

1) $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x}}$ 2) $\int_0^{ln2} e^x(1-e^x)^4\,dx$

السؤال الثاني : عيّن العددين العقديين z , w المحققان لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} 2z-w+3=0 \\ 2\bar{z}+\bar{w}=-3+2\sqrt{3}i \end{cases}$$

السؤال الثالث : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,0)$

والمستوي P الذي معادلته $2x+y-2z+9=0$ والمطلوب :

1) اكتب معادلة الكرة التي مركزها A و تمس المستوي P .
2) اكتب معادلات وسيطية للمستقيم d المار من النقطة A و يعامد المستوي P .

السؤال الرابع : ماهي أمثال الحد x^2y في منشور $\left(\frac{x}{y}+\frac{y^2}{x}\right)^8$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماماً ، حدودها موجبة تماماً ، حدّها الأول u_0 و أساسها q

حيث : $\begin{cases} \ln(u_1)+\ln(u_2)=11 \\ u_1+u_2=e^4(1+e^3) \end{cases}$

① احسب u_1 و u_2 ثم استنتج قيمة الأساس q

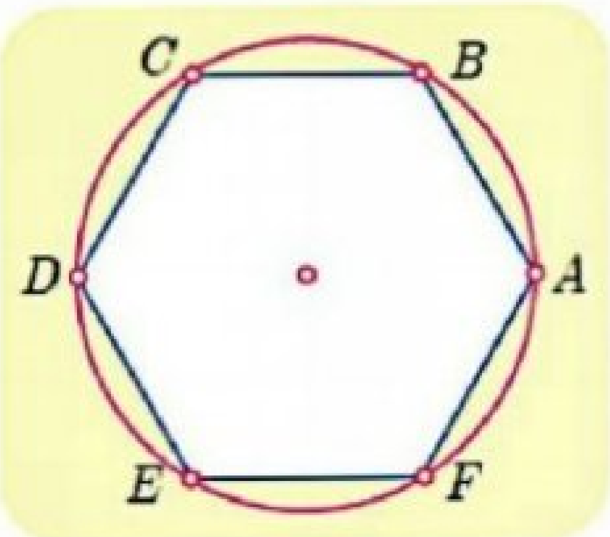
② بفرض $u_1=e^4$ و $q=e^3$

a) عبّر عن u_n بدلالة n

b) بفرض $S_n=ln(u_0)+ln(u_1)+ln(u_2)+\cdots+ln(u_n)$ احسب S_n بدلالة n

---

التمرين الثاني : في الشكل المرسوم جانباً مسدس منتظم تمر من رؤوسه دائرة .. **المطلوب :**



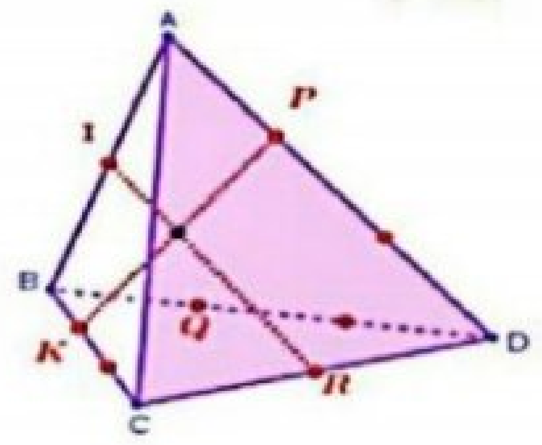
1. احسب عدد أقطار المسدس .
2. أحسب عدد نقاط تقاطع أقطار المسدس .
3. احسب عدد المثلثات التي يمكن أن تصل بين رؤوس المسدس .
4. احسب عدد المثلثات القائمة التي يمكن أن تصل بين رؤوس المسدس .
5. احسب عدد المثلثات المنفرجة التي يمكن تصل بين رؤوس المسدس .

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $R\backslash\{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

أوجد $f'(x)$ ثمّ استنتج مشتق التابع $f(\ln x)$ و مشتق التابع $g(x) = \frac{2\sin x}{\sin x+1}$

التمرين الرابع : $ABCD$ رباعي وجوه النقاط P, Q, R, K, I تحقق :



I منتصف $[AB]$ ، $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ ، R منتصف $[CD]$ ، $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ ، $\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$

G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(B,2)$, $(D,1)$, $(A;2)$, $(C;1)$ **المطلوب :**

1) أثبت أن المستقيمان (IR) و (PK) متقاطعان .
2) عيّن موضع النقطة J مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(A;2)$, $(C;1)$.
3) عيّن مجموعة النقاط M التي تحقق : $\|2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM}\| = \|2\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DM}\|$.

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : يضم مصنع ثلاث آلات A و B و C لتصنيع أجهزة الهاتف . تنتج هذه الآلات على التوالي 60% و 30% و 10 % من الإنتاج الكلي للمعمل ، نفترض أن نسبة أجهزة الهاتف المعيبة التي تنتجها هذه الآلات هي على التوالي 2% , 3% , 0.5%

اختير جهاز بطريقة عشوائية و **المطلوب :**

① أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة .

② إذا كان الجهاز معيب فما احتمال أن يكون هذا الجهاز من إنتاج الآلة A

③ نسحب عشوائياً من الأجهزة التي صنعتها الآلة B جهازين على التتالي مع الإعادة وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثّل عدد الأجهزة المعيبة المسحوبة ..عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ونظّم جدول القانون الاحتمالي .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = -x + \frac{3+2\ln x}{x}$

① ادرس النهايات عند أطراف مجموعة التعريف .

② احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x) + x]$ ثم فسّر النتيجة هندسياً .

③ ادرس الوضع النسبي ل C مع مستقيمه المقارب المائل Δ .

④ أوجد معادلة المماس T الموازي ل Δ

⑤ أوجد مساحة السطح المحصور بالخط C و المستقيم Δ و المستقيمين $x = 1$, $x = e$

⑥ ليكن التابع $g(x)$ المعرف على المجال $]0,+\infty[$ وفق : $g(x) = 1 + x^2 + 2\ln x$

بيّن أن $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

انتهت الأسئلة ..

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم امتحان نهائي (4)

أولاً: السؤال الأول:

1) نفرض: $\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} \Rightarrow$

$(1+t)^{\frac{2}{t}+\frac{1}{2}} \Leftarrow t=\frac{4}{x-1}$

$\Rightarrow \lim_{t\to 0}\left[(1+t)^{\frac{1}{t}}\right]^2 \cdot \sqrt{1+t}$

$= e^2(1) = e^2$

2) $\int_0^{\ln 2} e^x(1-e^x)^4\,dx$

5 $= -\left[\frac{(1-e^x)^5}{5}\right]_0^{\ln 2}$

5+5 $= -\left(\frac{[1-e^{\ln 2}]^5}{5} - \frac{(1-e^0)^5}{5}\right)$

5 $= -\left(-\frac{1}{5}\right) - 0 = +\frac{1}{5}$

السؤال الثاني:

نأخذ مرافق المعادلة ① ونجمع مع ②:

10 $2\bar{z} - \bar{w} + 3 = 0$

$2\bar{z} + \bar{w} = -3 + 2\sqrt{3}i$

$4\bar{z} + 3 = -3 + 2\sqrt{3}i$ — ③

$\bar{z} = \frac{-6}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{4}i$

15 $\Rightarrow \boxed{z = -\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i}$

نعوض في ①:

$2\left(\frac{-3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) - w + 3 = 0$

$-3 - \sqrt{3}i - w + 3 = 0$

15 $\Rightarrow \boxed{w = -\sqrt{3}i}$

السؤال الثالث:

5+5 ① $dist(A,P) = \frac{|4+1+0+9|}{\sqrt{4+1+4}}$

5 $= \frac{14}{3} = R$

5 $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{196}{9}$

2) بما أن $d \perp P \Leftarrow$ شعاع توجيه d مرتبط خطياً مع الناظم

$\vec{u} = \vec{n}_p = (2, 1, -2)$

20 $d: \begin{cases} x = 2t+2 \\ y = t+1 \quad ; t \in R \\ z = -2t \end{cases}$

السؤال الرابع:

10 $T_r = \binom{8}{r}\left(\frac{y^2}{x}\right)^{8-r} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^r$

1 $= \binom{8}{r} \frac{y^{16-2r}}{x^{8-r}} \cdot \frac{x^r}{y^r}$

$= \binom{8}{r} y^{16-2r} \cdot y^{-r} \cdot x^{r-8} \cdot x^r$

10 $= \binom{8}{r} y^{16-3r} \cdot x^{2r-8}$ نحصل على x^2y عندما

5 $16 - 3r = 1 \Rightarrow r = 5$

$2r - 8 = 2 \Rightarrow r = 5$

15 $T_5 = \binom{8}{5} x^2 y \Rightarrow 56 \rightarrow$ الأمثال

طريقة 2: $T_r = \binom{8}{r}\left(\frac{x}{y}\right)^{8-r}\left(\frac{y^2}{x}\right)^r$

ثانياً: التمرين الأول:

5 ① من ① لدينا $\ln(u_1 \cdot u_2) = 11$

5 $\Rightarrow u_1 u_2 = e^{11} \Rightarrow u_1 = \frac{e^{11}}{u_2}$

بالحل المشترك

$u_1^2 - (e^4 + e^7)u_1 + e^{11} = 0$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$(u_1-e^4)(u_1-e^7)=0$

5+5 إما: $u_1=e^4 \Rightarrow u_2=e^7$ مقبول

أو: $u_1=e^7 \Rightarrow u_2=e^4$ مرفوض

لأن التابع متزايد تماماً

5 $u_2=q\cdot u_1 \Rightarrow q=e^3$

10 (a (2 $u_n=u_1 q^{n-1}$

5 $\Rightarrow u_n=e^4(e^3)^{n-1}=e^{3n+1}$

5 (b $1+4+7+\dots+(3n+1)$

مجموع حدود متتالية حسابية أساسها $r=3$

5 $S_n=n\frac{a+l}{2}$

$=\frac{(n+1)}{2}\cdot(1+3n+1)$

$=\frac{(n+1)(3n+2)}{2}=\frac{3n^2+3n+2n+2}{2}$

5 $\Rightarrow S=\frac{3n^2+5n+2}{2}$

التمرين الثاني:

(1 $\binom{6}{2}-6=15-6=9$

12 (2 $\binom{6}{4}+6=15+6=21$

× (3 $\binom{6}{3}=20$

5 (4 $4\times3=12$

= 60 (5 $6\times1=6$

التمرين الثالث:

20 $f'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}$

20 $f'(\ln x)=\frac{2}{x(\ln x+1)^2}$ $\Rightarrow (\ln x)' f'(\ln x)$

20 $g'(x)=\frac{2\cos x}{(\sin x+1)^2}$

التمرين الرابع:

(1 $\vec{AP}=\frac{1}{3}\vec{AD}$

إذاً (P,3) مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (A,2) (D,1)

$\vec{CK}=\frac{2}{3}\vec{CB}$

إذاً (K,3) مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (B,2) (C,1)

5 × 7

بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,2),(B,2),(C,1),(D,1)
وحسب الخاصة التجميعية تكون G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (P,3) (K,3) إذاً G تقع على المستقيم (PK).

R منتصف [CD] إذاً R مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (C,1),(D,1)

I منتصف [AB] إذاً I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (A,2)(B,2)

بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,2),(B,2),(C,1),(D,1)
وحسب الخاصة التجميعية تكون G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (I,3),(R,3)
إذاً G تقع على المستقيم (IR)

$\Leftarrow$ المستقيمان (PK),(IR) متقاطعان في G

2) حسب تعريف مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلتين:

10 $\vec{AJ}=\frac{1}{3}\vec{AC}$

إذاً النقطة J تقع على القطعة المستقيمة [AC] بحيث $\vec{AJ}=\frac{1}{3}\vec{AC}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$2\vec{AM} + \vec{CM} = 3\vec{JM}$ (3

لأن J مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط

$(A,2)\ (C,1)$

$2\vec{BM} + \vec{DM} = 3\vec{QM}$

لأن Q مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط : $(B,2),(D,1)$

5 $\Rightarrow \|3\vec{JM}\| = \|3\vec{QM}\|$

$\Rightarrow 3\|\vec{JM}\| = 3\|\vec{QM}\|$

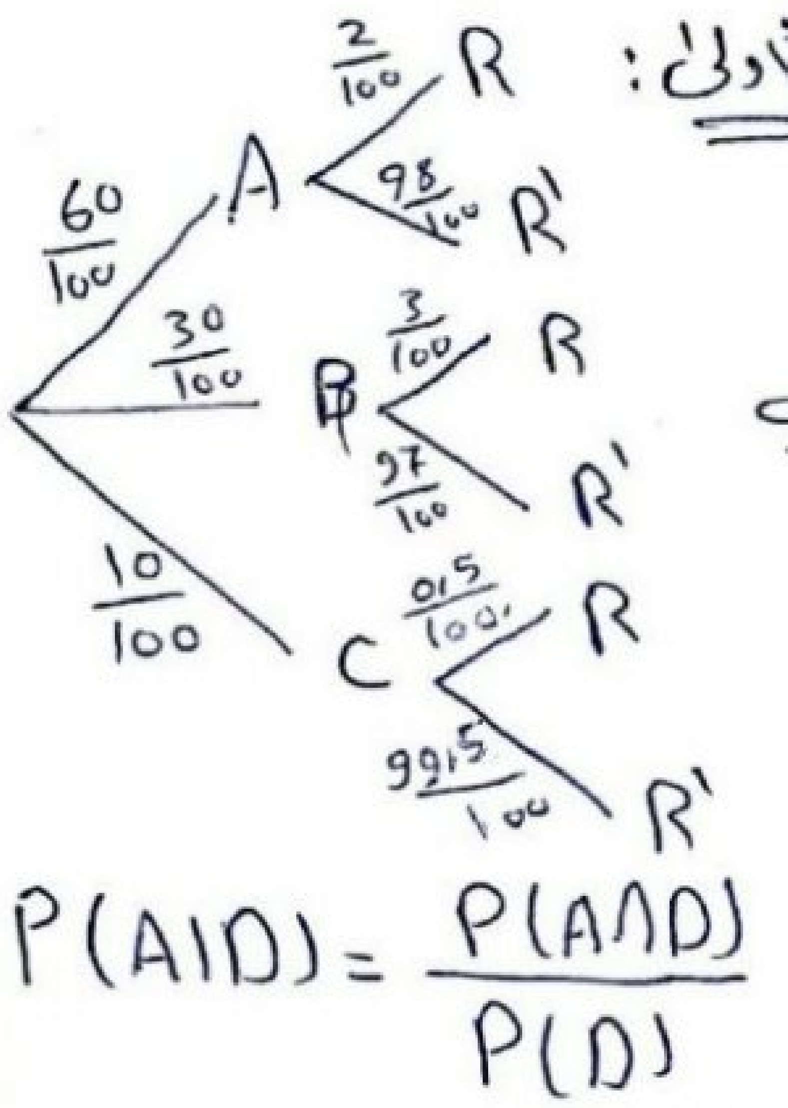
5 $JM = QM$

5 إذاً M تمثل المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[JQ]$.

ثالثاً:

المسألة الأولى:

5 × 9



R: معيب

R': غير معيب

5 $P(A|D) = \dfrac{P(A\cap D)}{P(D)}$

10 $= \dfrac{\frac{60}{100}\times\frac{2}{100}}{\frac{60}{100}\times\frac{2}{100}+\frac{30}{100}\times\frac{3}{100}+\frac{10}{100}\times\frac{0,5}{100}}$

5 $= \dfrac{\frac{12}{1000}}{\frac{21,5}{1000}} = \dfrac{120}{215}$

$n=2$ (3

5 $X(\Omega) = \{0,1,2\}$

$p = \frac{3}{100}$, $q = \frac{97}{100}$

5 $P(X=0) = \binom{2}{0}\left(\frac{3}{100}\right)^0\cdot\left(\frac{97}{100}\right)^2$

$= \frac{9409}{10000}$

5 $P(X=1) = \binom{2}{1}\left(\frac{3}{100}\right)\left(\frac{97}{100}\right)$

$= \frac{582}{10000}$

5 $P(X=2) = \binom{2}{2}\left(\frac{3}{100}\right)^2 = \frac{9}{10000}$

15

x	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{9409}{10000}$	$\frac{582}{10000}$	$\frac{9}{10000}$

المسألة الثانية:

20 ① $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

② $\lim_{x\to+\infty} [f(x)+x]$

10 + 10 $\lim_{x\to\infty} \frac{3+2\ln x}{x} = 0$

نلاحظ أن $y=-x$ مقارب مائل.

3) ندرس إشارة الفرق

$3+2\ln x = 0 \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{e^3}}$

10

x	0		$\sqrt{\frac{1}{e^3}}$		$+\infty$
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	
الوضع		C تحت Δ		C فوق Δ	

4) بما أن المماس يوازي Δ $\Rightarrow m_\Delta = -1 = m_T$

5 $\Rightarrow f'(x) = -1$

$\frac{-1-x^2-2\ln x}{x^2} = -1 \Rightarrow \ln x^2 = -1$

$\Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{e}}$

$f\left(\sqrt{\frac{1}{e}}\right) = \frac{-1+2e}{e\sqrt{\frac{1}{e}}} \Rightarrow \left(\sqrt{\frac{1}{e}}, \frac{2e-1}{e\sqrt{\frac{1}{e}}}\right)$

نقطة التماس

10 $\Rightarrow T: y = -x + \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{e}}}$

(5

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(5

5 $A = \int_1^e (f(x) - y_\Delta)\,dx$

+5 $= \int_1^e \left(\frac{3}{x} + \frac{2\ln x}{x}\right) dx$

+5 $= \left[3\ln x + \ln^2 x\right]_1^e$

+5 $= \boxed{4}$

$f'(x) = \frac{-(1+x^2+2\ln x)}{x^2} = L_1$ (6

15 $L_2 = \frac{-(1+x^2+2\ln x)}{x^2}$

$\Rightarrow L_1 = L_2$

التمنى السّلم

أ. فارس جقل

أ. نجوى العلي

(4)

Scanned by CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اسم الطالب/ة:.............................

مدة الأختبار: 3 ساعات.

مركـز أونـلاين التعليـمـي

امتحان نهائي (5)

بكالوريا رياضيات

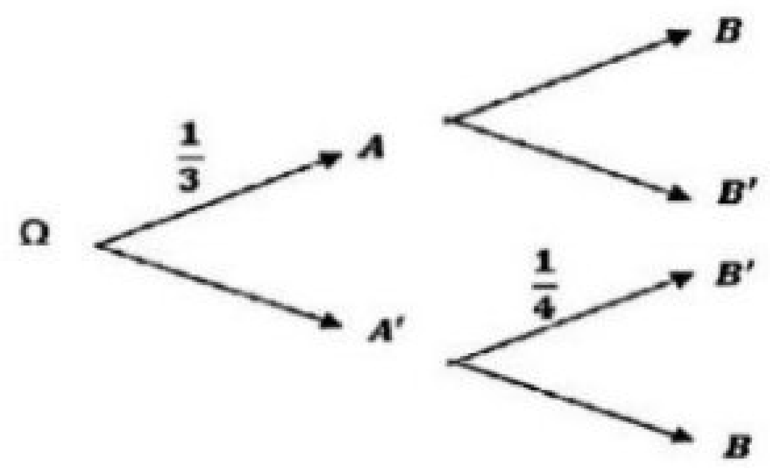
Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : حمّل فروع المخطط الشجري المجاور بالاحتمالات المناسبة

إذا علمت أن A , B مستقلين احتمالياً .



السؤال الثاني : لتكن النقاط $A(1,0,-1), B(2,2,3)$, $C(3,1,-2), D(-4,2,1)$ بيّن مع التعليل صحة أو خطأ المقولات الآتية :

① المثلث ABC قائم

② النقاط A , B , C ليست على استقامة واحدة .

③ المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC)

السؤال الثالث : اثبت أن $\frac{x^2+1}{x^2+1} \le \frac{x^2+cose^x}{x^2+1} \le \frac{x^2-1}{x^2+1}$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+cose^x}{x^2+1}$

السؤال الرابع : ليكن التابع $x \to f(x) = x - lnx$ المعرف على $I =]0,+\infty[$ و المطلوب :

① جد $f(1)$ و احسب $f'(x)$ على هذا المجال ثم $f'(1)$

② ما نهاية $\lim\limits_{x\to1} \frac{x-lnx-1}{x-1}$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول :

1) حل في R جملة المعادلتين : $\begin{cases} x-3y = 2\ln 2 \\ x+y = 4\ln 2 \end{cases}$

2) إذا كان $I = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x+3}{e^x+4}\, dx$, $J = \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x+4}\, dx$ .. احسب $J+I, I-3J$ واستنتج قيمة كل من J , I

التمرين الثاني : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط M , C , B A التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $a=-i$, $b=1-i$, $d=2i$, $m=-1+i$ و المطلوب :

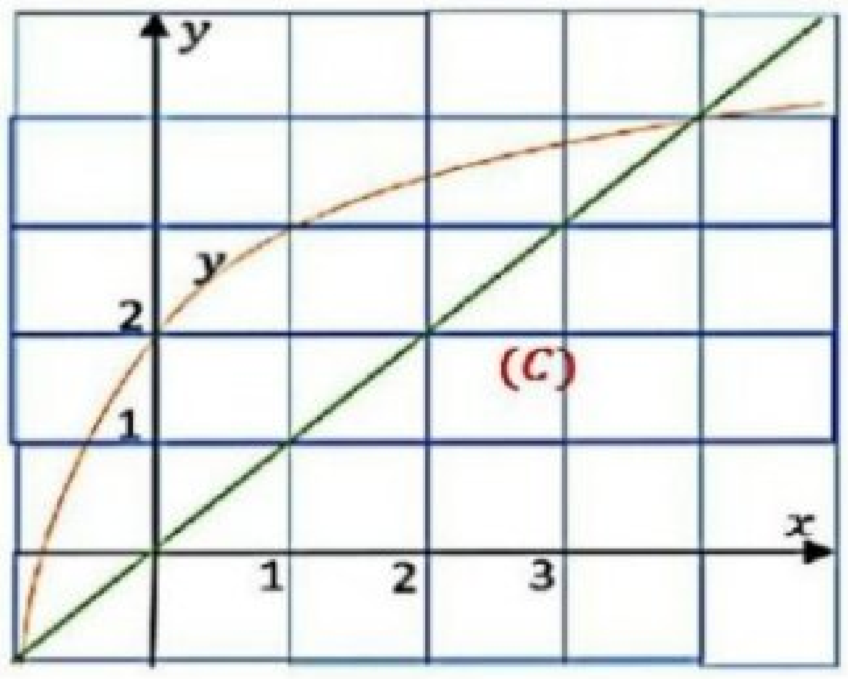
1) مثّل الأعداد $a=-i$, $b=1-i$, $d=2i$, $m=-1+i$ في المستوي .

2) احسب العدد العقدي c الممثل للنقطة C صورة النقطة D وفق دوران مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

3) أثبت أن النقاط M , O , B تقع على استقامة واحدة .

4) احسب $arg\frac{d-c}{m}$ و استنتج أن (OM) و (DC) متعامدان

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517



التمرين الثالث : نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ كما يأتي $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n+4}{u_n+2}$

1) باستعمال الرسم ، مثل على محور الفواصل و دون حساب الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 .
2) ضع تخميناً حول اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ و تقاربها .
3) نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $v_n = \frac{u_n - 4}{u_n + 1}$

A. بيّن أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية ، و عيّن أساسها و حدها الأول .

B. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n ، و عين نهاية المتتالية (u_n)

التمرين الرابع : صندوق يحوي 11 كرة متماثلة فيها 7 كرات خضراء و واحدة بيضاء و 3 كرات حمراء .. نسحب عشوائياً من الصندوق كرتين على التتالي مع إعادة و نتأمل المتحول العشوائي X الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة .. والمطلوب :

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ثم نظم جدول قانونه الاحتمالي و احسب توقعه الرياضي .

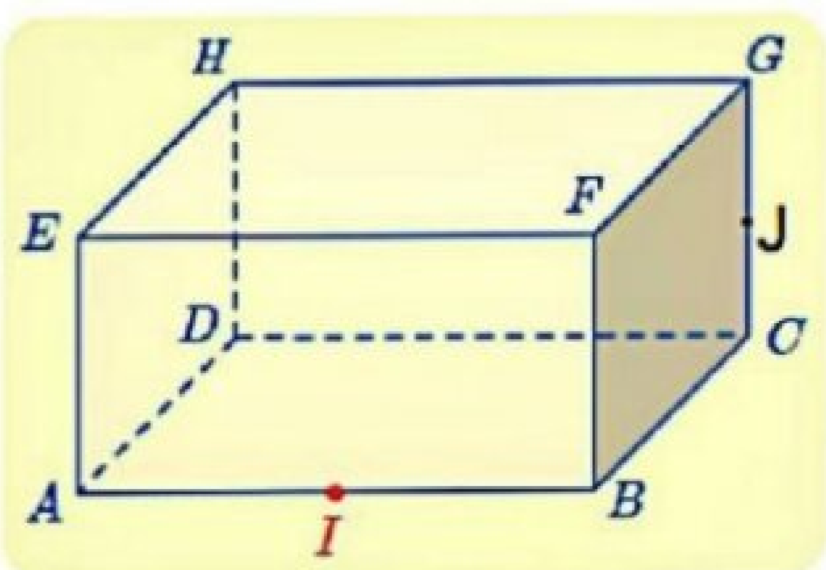
ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسالة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\setminus\{-2,2\}$ وفق : $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2-4}$ و المطلوب :

1. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ، و دل على القيمة الكبرى محلياً ، و أوجد معادلة كل مستقيم مقارب للخط C يوازي المحور xx' أو يوازي المحور yy'
2. ارسم كل مقارب وجدته للخط C ثم ارسم C
3. احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C و المحور xx' و المستقيمين $x = 1 , x = -1$

المسألة الثانية : $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $BC = 2 , CG = 2 , AB = 4$

و النقطة I هي منتصف AB و النقطة J منتصف CG



و لدينا المعلم المتجانس : $(A , \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} , \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} , \frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$ المطلوب :

1. اكتب معادلة المستوي (IFH)
2. هل المستقيمان $(IJ), (DJ)$ متعامدان .. احسب $\cos I\hat{J}D$
3. برهن أن الأشعة $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{AH} , \overrightarrow{AF}$ مرتبطة خطياً .
4. جد إحداثيات M التي تحقق $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$
5. احسب بعد G عن المستوي (IFH) ثم أوجد مسقطه القائم على المستوي (IFH) .

انتهت الأسئلة .. 🙂

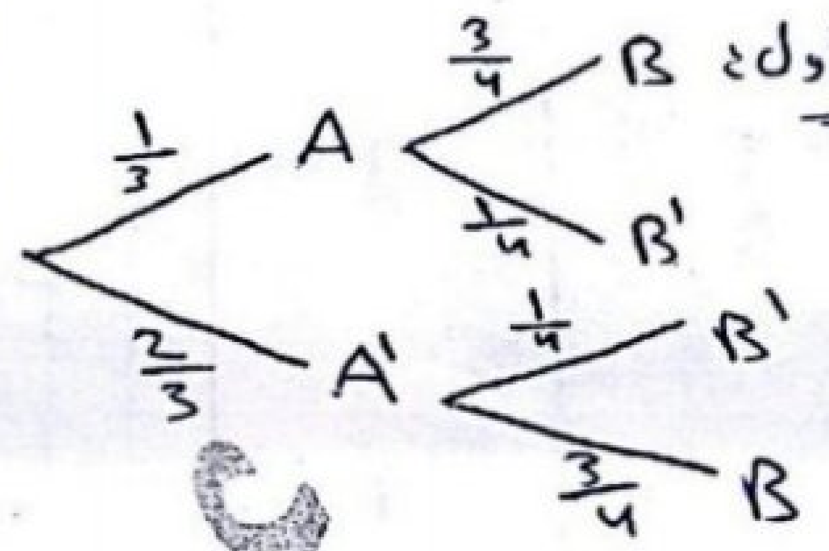
مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم امتحان نهائي (5)

أولاً:

السؤال الأول:



10 + 10 + 10 + 10

السؤال الثاني:

1) صحيحة، $\overrightarrow{AB}(1,2,4)$، $\overrightarrow{AC}(2,1,-1)$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 2+2-4=0 \Rightarrow \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$ 10

$\Leftarrow$ المثلث ABC قائم

2) صحيحة، $\frac{1}{2} \neq \frac{2}{1}$

$\Leftarrow$ $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً $\Leftarrow$ النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة. 10

3) غلط، $\overrightarrow{AD}(-5,2,2)$

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB} = (-5,2,2)(1,2,4)$ 10

$= -5+4+8 \neq 0$ + 10 التعليل صحيح

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC} = (-5,2,2)(2,1,-1)$

$= -5+4-2 \neq 0$

$\Leftarrow$ $\overrightarrow{AD}$ لا يعامد المستوي ABC.

السؤال الثالث:

$-1 \leq \cos e^x \leq +1$ 10

$x^2-1 \leq \cos e^x + x^2 \leq x^2+1$ 10

$\frac{x^2-1}{x^2+1} \leq \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} \leq \frac{x^2+1}{x^2+1}$ 10

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^2+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+1}{x^2+1} = 1$ 10

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1} = 1$

السؤال الرابع:

10 $f(1) = 1 - \ln(1) = 1$

10 $f'(x) = 1 - \frac{1}{x}$

10 $\Rightarrow f'(1) = 0$

$f'(1) = \lim\limits_{x\to1} \frac{x - \ln x - 1}{x-1}$

10 $0 = \lim\limits_{x\to1} \frac{x-\ln x-1}{x-1}$

ثانياً:

العرين الأول:

$x - 3y = 2\ln 2$ ①

$x + y = 4\ln 2$ ②

نضرب ① ب (-1) ونجمع مع ②:

5+5 $-x+3y = -2\ln 2$

5 $\Rightarrow \boxed{y = \frac{\ln 2}{2}} \Rightarrow \boxed{x = \frac{7\ln 2}{2}}$

$J + I = \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x+4}\,dx + \int_0^{\ln 16} \frac{e^x+3}{e^x+4}\,dx$

5+5 $= \int_0^{\ln 16} \frac{e^x+4}{e^x+4}\,dx = \int_0^{\ln 16} 1 = [x]_0^{\ln 16}$

5 $= \ln 16$

5 $I - 3J = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x+3}{e^x+4}\,dx - \int_0^{\ln 16} \frac{3}{e^x+4}\,dx$

20 $= \int_0^{\ln 16} \frac{e^x}{e^x+4}\,dx = \left[\ln(e^x+4)\right]_0^{\ln 16}$

$= \ln(e^{\ln 16}+4) - \ln(e^0+4)$

$= \ln 4$

لدينا

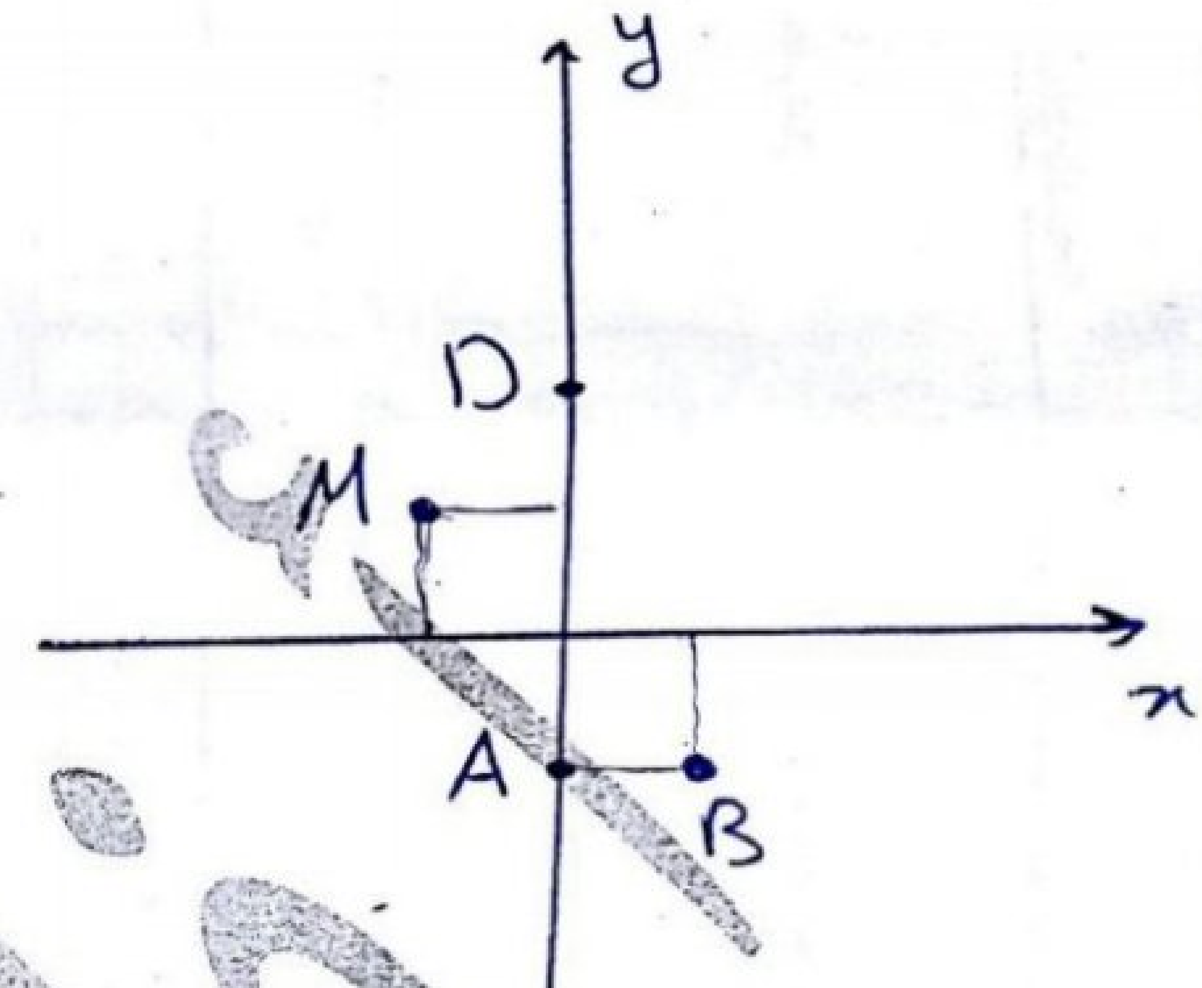
5 $I + J = 2\ln 4$

$I - 3J = \ln 4$

بالحل المشترك: $J = \frac{\ln 4}{4}$ ، $I = \frac{7\ln 4}{4}$

التمرين الثاني:

1) $A(0,-1)$, $B(1,-1)$, $D(0,2)$, $M(-1,1)$



2) $c - 0 = e^{i\frac{\pi}{2}}(d - 0)$

$\Rightarrow c = i(2i) = -2$

3) $\overrightarrow{OB}(1,-1)$, $\overrightarrow{OM}(-1,1)$

$\frac{1}{-1} = \frac{-1}{1}$

$\Leftarrow$ الشعاعان $\overrightarrow{OM}$ و $\overrightarrow{OB}$ مرتبطان خطياً

$\Leftarrow$ النقاط B, O, M على استقامة واحدة.

4) بفرض $Z = \frac{d-c}{m}$

$\Rightarrow Z = \frac{(2i+2)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)}$

$Z = \frac{-4i}{2} = -2i$

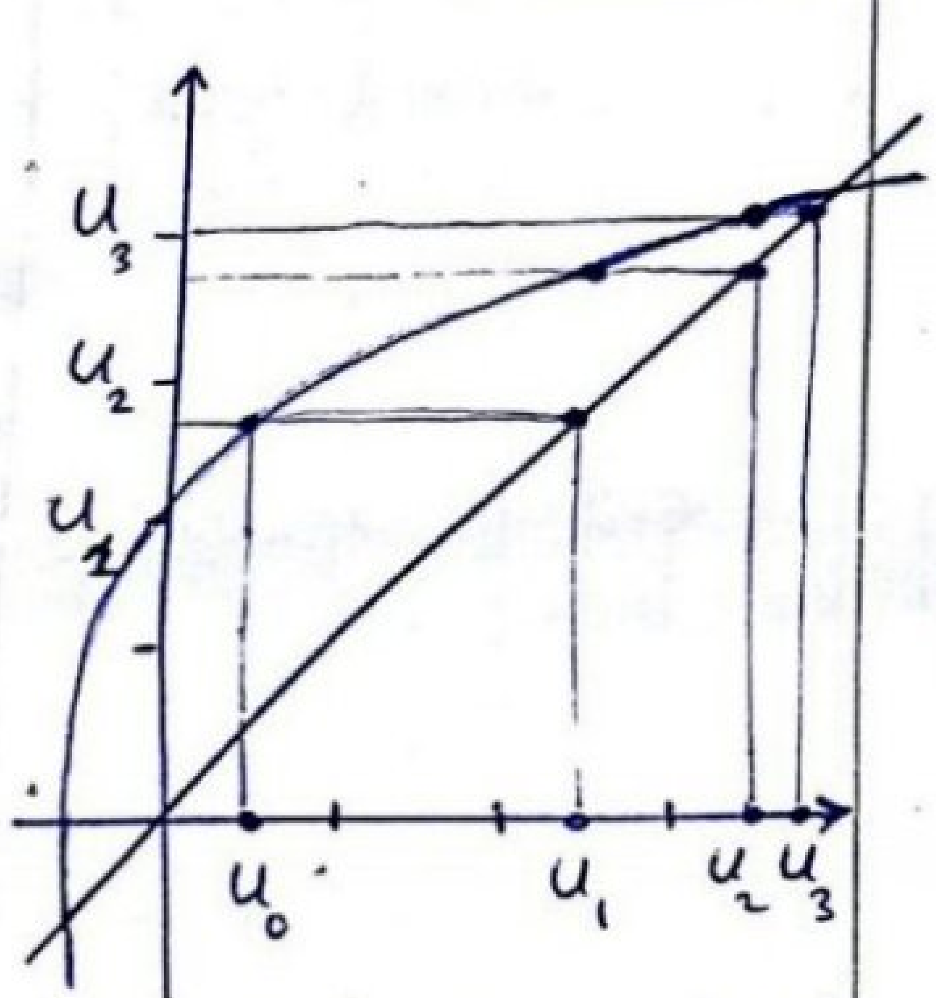
$\left(\frac{d-c}{m}\right) = 2e^{-\frac{\pi}{2}i}$

$\arg\left(\frac{d-c}{m}\right) = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$

$\Leftarrow$ المستقيمان (DC) و (OM) متعامدان

أو $\frac{3\pi}{2} + 2\pi k$

التمرين الثالث:



2) متزايدة ومتقاربة للعدد 4.

3) $v_n = \frac{u_n - 4}{u_n + 1}$

$\Rightarrow v_{n+1} = \frac{u_{n+1} - 4}{u_{n+1} + 1}$

$= \frac{\frac{5u_n+4}{u_n+2} - 4}{\frac{5u_n+4}{u_n+2} + 1} = \frac{u_n - 4}{6u_n + 6}$

$= \frac{u_n - 4}{6(u_n+1)} = \frac{1}{6} v_n$

أي المتتالية v_n هندسية أساسها $\frac{1}{6}$ وحدها الأول:

$v_0 = -\frac{7}{3}$

$v_n = -\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n$

$v_n = \frac{u_n - 4}{u_n + 1} = 1 - \frac{5}{u_n + 1}$

$v_n - 1 = -\frac{5}{u_n + 1}$

$u_n = \frac{5}{1 - v_n} - 1$

$u_n = \frac{5}{1 - \left(-\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n\right)} - 1$

$$U_n=\frac{5}{1+\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n}-1$$

$$\lim_{n\to\infty} U_n=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{5}{1+\frac{7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n}-1\right)$$

5 $= \frac{5}{1+0}-1=4$

حيث $\lim_{n\to\infty} q^n=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{6}\right)^n=0$ لأنها هندسية أساسها $\frac{1}{6}$

التمرين الرابع:

10 $X(\Omega)=\{0,1,2\}$

5+5 $P(X=0)=\frac{10}{11}\times\frac{10}{11}=\frac{100}{121}$

5+5 $P(X=1)=\frac{10}{11}\times\frac{1}{11}\times 2=\frac{20}{121}$

5+5 $P(X=2)=\frac{1}{11}\times\frac{1}{11}=\frac{1}{121}$

5+5

$X=x_i$	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{100}{121}$	$\frac{20}{121}$	$\frac{1}{121}$

10 $E(X)=\left(0\cdot\frac{100}{121}\right)+\left(1\cdot\frac{20}{121}\right)+\left(2\cdot\frac{1}{121}\right)$

$=\frac{20+2}{121}=\frac{2}{11}$

ثالثاً: المسألة الأولى:

3 التابع مستمر واشتقاقي على المجال $R\setminus\{-2,2\}$

2 $\lim_{x\to-\infty} f(x)=1$

3 $y=1$ مقارب أفقي للخط C بجوار $-\infty$

2 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$

3 $y=1$ مقارب أفقي للخط C بجوار $+\infty$

2 $\lim_{x\to-2^+} f(x)=-\infty$

$x=-2$ مقارب شاقولي بجوار $-\infty$ والخط على يمينه

3 $\lim_{x\to-2^-} f(x)=+\infty$

2 $x=-2$ مقارب شاقولي بجوار $+\infty$ والخط على يساره.

3 $\lim_{x\to 2^-} f(x)=-\infty$

2 $x=2$ مقارب شاقولي بجوار $-\infty$ والخط على يساره.

$\lim_{x\to 2^+} f(x)=+\infty$

2+3 $x=2$ مقارب شاقولي بجوار $+\infty$ والخط على يمينه.

10 $f'(x)=\frac{-2x}{(x^2-4)^2} \Rightarrow f'(x)=0$

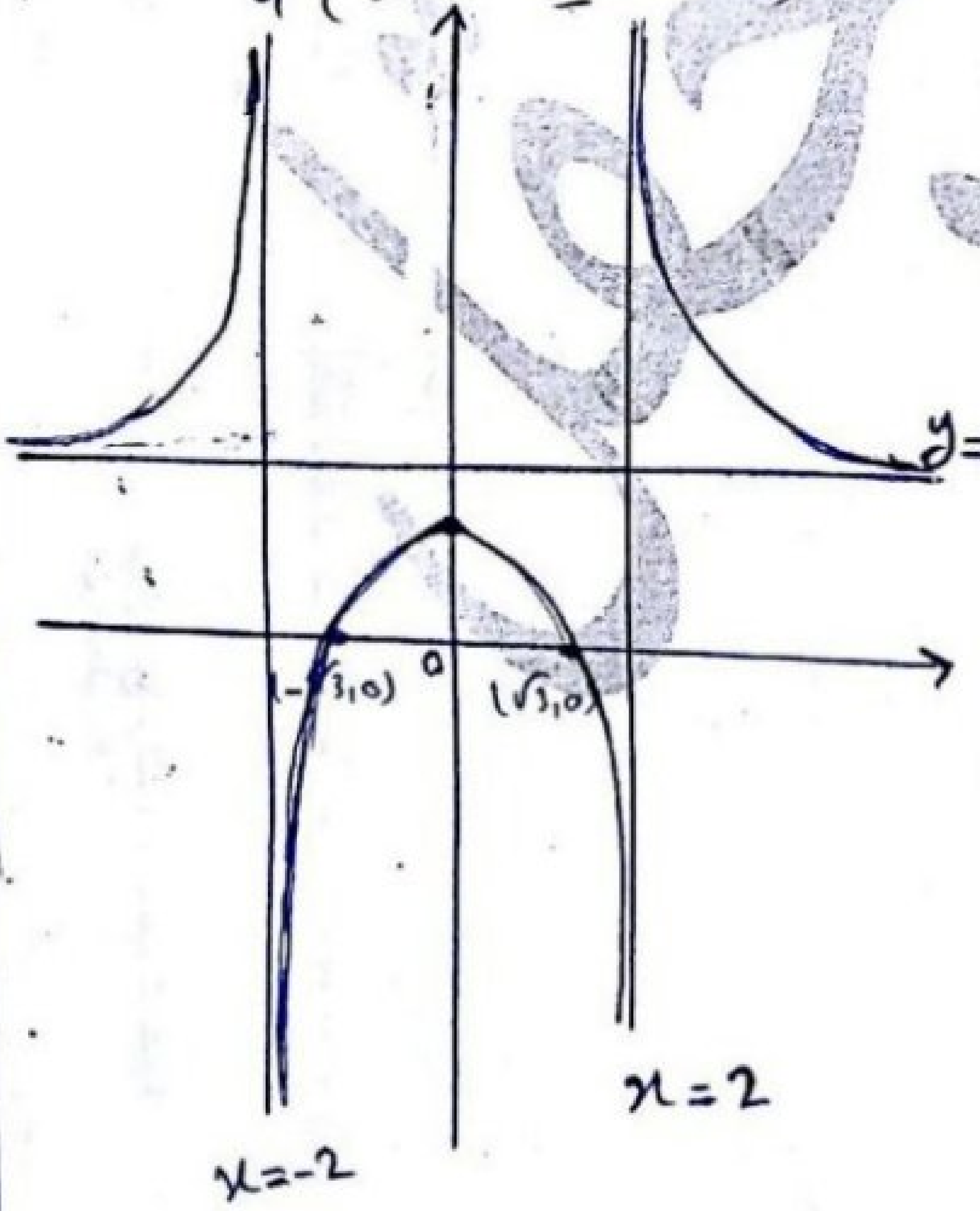
5 $-2x=0 \Rightarrow x=0$

15

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$\frac{3}{4}$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1

10 $f(0)=\frac{3}{4}$ (قيمة محلية كبرى)

3+2



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\Rightarrow -x-2y+z+2=0$$
وهي معادلة المستوي IFH

$\overrightarrow{IJ}(2,2,1), \overrightarrow{DJ}(4,0,1)$

$\overrightarrow{IJ}\cdot\overrightarrow{DJ} = 8+0+1 = 9 \neq 0$

المستقيمان $(IJ), (DJ)$ غير متعامدان $\Leftarrow$

$\|\overrightarrow{DJ}\| = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$

$\|\overrightarrow{JI}\| = \sqrt{4+4+1} = 3$

$\Rightarrow \|\overrightarrow{DJ}\|\cdot\|\overrightarrow{JI}\|\cdot\cos \widehat{IJD} = \overrightarrow{JI}\cdot\overrightarrow{JD}$

$\overrightarrow{JI}(-2,-2,-1), \overrightarrow{JD}(-4,0,-1)$

$\overrightarrow{JI}\cdot\overrightarrow{JD} = 8+0+1 = 9$

$\Rightarrow 3\times\sqrt{17}\times\cos(\widehat{IJD}) = 9$

$\Rightarrow \cos\widehat{IJD} = \frac{3}{\sqrt{17}}$

3) $\overrightarrow{AH}(0,2,2), \overrightarrow{AF}(4,0,2)$

$\overrightarrow{DB}(4,-2,0)$

$\overrightarrow{DB} = \alpha\overrightarrow{AF} + \beta\overrightarrow{AH}$

$$\begin{pmatrix}4\\-2\\0\end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix}4\\0\\2\end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$$

$4 = 4\alpha \Rightarrow \boxed{\alpha = 1}$

$-2 = 2\beta \Rightarrow \boxed{\beta = -1}$

$0 = 2\alpha + 2\beta$

$0=0 \Leftarrow 0 = 2-2 \Leftarrow$ محققة

$\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AH}$

الأشعة مرتبطة خطياً $\Leftarrow$

4) نفرض $M(x,y,z)$ ، $\overrightarrow{EC}(4,2,-2)$

$\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC} \Rightarrow (x,y,z-2) = \frac{1}{3}(4,2,-2)$

$\Rightarrow M\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$

(3

$$\frac{1}{x^2-4} = \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x+2)}$$

$1 = A(x-2) + B(x+2)$

$B = \frac{1}{4}, A = -\frac{1}{4}$

$$f(x) = 1 + \frac{1}{4(x-2)} - \frac{1}{4(x+2)}$$

$$A = \int_{-1}^{1} f(x)\,dx$$

$$= \int_{-1}^{1}\left(1 + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{x-2} - \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{x+2}\right)dx$$

$$= \left[x + \frac{1}{4}\ln|x-2| - \frac{1}{4}\ln|x+2|\right]_{-1}^{1}$$

$$= \left[1 + \frac{1}{4}\ln(1) - \frac{1}{4}\ln(3)\right] + 1 - \frac{1}{4}\ln(3) - \frac{1}{4}\ln(1)$$

$$= 2 - \frac{2}{4}\ln 3 = 2 - \frac{1}{2}\ln 3 > 0$$

المسألة الثانية:

$A(0,0,0), B(4,0,0)$

$C(4,2,0), D(0,2,0)$

$E(0,0,2), F(4,0,2)$

$G(4,2,2), H(0,2,2)$

$I(2,0,0), J(4,2,1)$

1) $\overrightarrow{IF}(2,0,2), \overrightarrow{FH}(-4,2,0)$

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n}\perp\overrightarrow{IF} \Rightarrow (a,b,c)(2,0,2)$

$2a + 2c = 0$ —— ①

$\vec{n}\perp\overrightarrow{FH} \Rightarrow (a,b,c)(-4,2,0)$

$-4a + 2b = 0$ —— ②

نفرض $c = 1$

وبالحل المشترك

$\Rightarrow \vec{n}(-1,-2,1)$

5+5+5

(5 $dist(G,P) = \frac{|4+4-2-2|}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{4}{\sqrt{6}}$

نفرض $G'(x,y,z)$ مسقط G القائم على P

فإن $GG' \perp P \Leftarrow GG'$ مرتبط خطياً مع الناظم $\Leftarrow \vec{n} = \overrightarrow{GG'}$

$$(GG'): \begin{cases} x = t+4 \\ y = 2t+2 \\ z = -t+2 \end{cases} ;\ t \in R$$

نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة P :

$\Rightarrow t+4+4t+4+t-2-2=0$

$6t = -4 \Rightarrow t = \frac{-2}{3}$

$\Rightarrow G'\left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right)$

3

انتهى السلم ...

أ. فارس حقل .

أ. جنى العلي .

اسم الطالب/ة:..............................

مدة الاختبار: 3 ساعات.

مـركـز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي

امتحان نهائي (1)

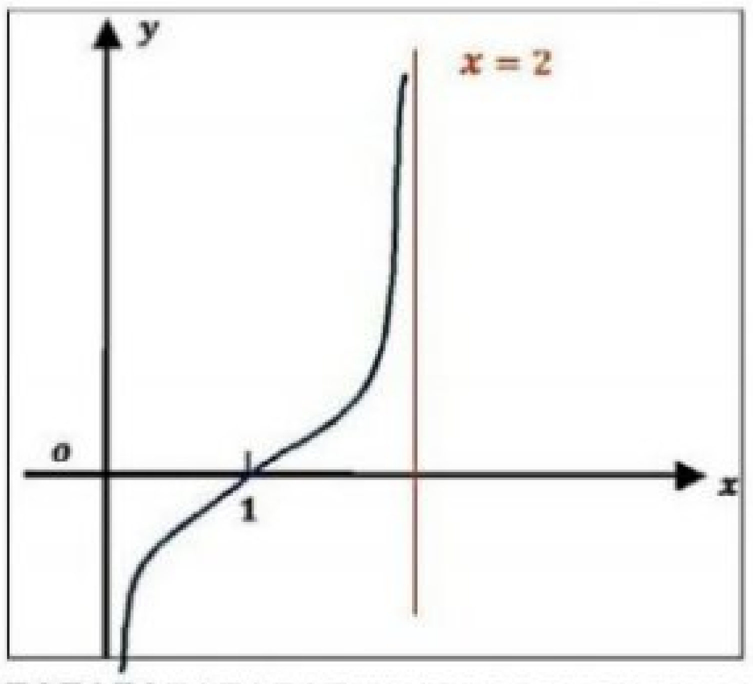
بكالوريا رياضيات (تكميلي 2019)

Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول :



الشكل المرسوم جانباً هو الخط البياني C لتابع f..والمطلوب :

① أوجد $\lim_{x\to 0} f(x)$ و $\lim_{x\to 2} f(x)$

② اكتب معادلات المقاربات الشاقولية و الأفقية .

③ أوجد حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$

④ أوجد $f(1)$

السؤال الثاني : لدينا النقاط الآتية : $C(3,3,1)$ $B(2,1,2)$ $A(1,2,3)$

① أثبت أن النقاط A, B, C تعيّن مستو .

② عيّن متجه ناظم على المستوي (ABC) .

③ اكتب معادلة للمستوي (ABC) .

السؤال الثالث : ليكن : $|f(x) - 1| < \frac{\sin x}{x^2+3}$ و المطلوب :

① أوجد $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sin x}{x^2+3}$

② استنتج نهاية $f(x)$

السؤال الرابع : احسب قيمة r إذا علمت أن : $\frac{1}{\binom{4}{r}} = \frac{1}{\binom{5}{r}} + \frac{1}{\binom{6}{r}}$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن التابع المعرف على $R\backslash\{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

1. أوجد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
2. أعط عدداً حقيقياً A يحقق : إذا كان $x > A$ فإن $f(x) \in]1.9, 2.1[$
3. احسب $\int_2^4 f(x)\ dx$

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $u_{n+1} = {u_n}^2 - 2u_n + 2$ و $u_0 = \frac{3}{2}$

1. أثبت أن $1 \leq u_n \leq 2$
2. أثبت أن (u_n) متناقصة و استنتج أنها متقاربة و احسب نهايتها

التمرين الثالث : لتكن الأعداد العقدية : $a = \sqrt{3} + i \ , b = \sqrt{3} - i \ , c = 3\sqrt{3} + i$

1. احسب $\frac{c-a}{b-a}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC
2. عين العدد العقدي s الممثّل للنقطة S صورة النقطة B وفق دوران مركزه (A) و زاويته $\frac{\pi}{3}$ و ماطبيعة المثلث ABS
3. عيّن العدد العقدي n الممثّل للنقطة N منتصف $[AC]$

التمرين الرابع : لدينا التابع المعرف على R وفق : $f(x) = ln(e^x + 1)$ و المطلوب :

1. احسب $f'(0), f'(x), f(0)$
2. استنتج $\lim_{x \to 0} \frac{ln(e^x+1) - ln2}{x}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : يحوي مغلف 5 بطاقات متماثلة و مرقمة $(1, 1, 2, 2, 3)$ نسحب من المغلف ثلاث بطاقات على التتالي مع إعادة
و المطلوب :

1) احسب احتمال أن يكون مجموع البطاقات المسحوبة زوجي .
2) احسب احتمال أن يكون مجموع البطاقات المسحوبة فردي .
3) ليكن X متحول عشوائي يدل على عدد مرات ظهور عدد فردي ، عيّن قيم المتحول العشوائي X ثم احسب توقعه الرياضي وتباينه و انحرافه المعياري .

المسألة الثانية : ليكن التابع المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ و المطلوب :

1) ادرس تغيرات التابع موضحاً القيم الحدية و المقاربات .
2) ارسم C الخط البياني للتابع ثم استنتج الخط البياني للتابع $f_1(x) = x^2 e^x$
3) ليكن التابع $F(x) = (-x^2 - 2x - 2)e^{-x}$ أثبت أن F هو تابع أصلي للتابع f
4) استنتج مساحة السطح المحصور بين C و محور الفواصل و المستقيمين $x = 1 , x = 0$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

سلم امتحان نهائي (1) تكميلي

السؤال الأول:

1) $\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty \ , \ \lim_{x\to 2} f(x) = +\infty$ — 5+5

2) $x = 2 \ , \ x = 0$ — 5+5

3) $[1, 2[$ — 10

4) $f(1) = 0$ — 10

السؤال الثاني:

① $\overrightarrow{AB}(1,-1,-1) \ , \ \overrightarrow{BC}(1,2,-1)$ — 5+5

$\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-1}$ الشعاعان غير مرتبطان خطياً — 5+5

لعدم تناسب مركباتهما ⇐ النقاط A, B, C تعين مستو.

2) لنفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\overrightarrow{AB} \perp \vec{n} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0$

$(1,-1,-1)(a,b,c) = 0$

$a - b - c = 0$ —① — 5

$\overrightarrow{BC} \perp \vec{n} \Rightarrow \overrightarrow{BC} \cdot \vec{n} = 0$

$(1,2,-1)(a,b,c) = 0$

$a + 2b - c = 0$ —② — 5

لنفرض $c = 1$ وبالحل المشترك نجد أن:

$b = 0 \ , \ a = 1$

$\Rightarrow \vec{n}(1,0,1)$ — 5

3) $\boxed{x + z - 4 = 0}$ — 5

وهي معادلة المستوي (ABC).

السؤال الثالث:

1) حسب الإحاطة: $-1 \leq \sin x \leq 1$ — 5

$\frac{-1}{x^2+3} \leq \frac{\sin x}{x^2+3} \leq \frac{1}{x^2+3}$ — 5

$\lim_{x\to+\infty} \frac{-1}{x^2+3} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x^2+3} = 0$ — 5+5

$\Rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{\sin x}{x^2+3} = 0$ — 5

2) بما أن $\lim_{x\to\infty} \frac{\sin x}{x^2+3} = 0 \Leftarrow \lim_{x\to\infty} f(x) = 1$ — 10+5

السؤال الرابع:

الشرط $0 \leq r \leq 4$ — 5

$$\frac{1}{\frac{4!}{r!(4-r)!}} = \frac{1}{\frac{5!}{r!(5-r)!}} + \frac{1}{\frac{6!}{r!(6-r)!}}$$ — 5+5+5

$$\frac{r!(4-r)!}{(4-r)\ 4!} = \frac{r!(5-r)!}{5!} + \frac{r!(6-r)!}{6!}$$ — 10

$$1 = \frac{(5-r)}{5} + \frac{(6-r)(5-r)}{30}$$ — 10

$30 = 6(5-r) + (6-r)(5-r)$

$r^2 - 17r + 30 = 0$ — 5

$(r-15)(r-2) = 0$ — 5+5

$r = 15 \ , \ r = 2$ مقبول — 5+5

ثانياً: التمرين الأول:

1) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ — 5

2) طريقة 1

$f(x) = 2 - \frac{2}{x+1}$

$1.9 < 2 - \frac{2}{x+1} < 2.1$ — 5

$-0.1 < -\frac{2}{x+1} < 0.1$ — 5

$0.1 > \frac{2}{x+1} > -0.1$ — 5

$\frac{5}{100} > \frac{1}{x+1}$ — 5

$20 < x + 1$

$x > 19 \Rightarrow \boxed{A = 19}$ — 5

طريقة 2

$|f(x) - \ell| < r$

$\left|2 - \frac{2}{x+1} - 2\right| < 0.1$ — 5

$\left|-\frac{2}{x+1}\right| < \frac{1}{10}$ — 5

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\frac{2}{x+1} < \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{x+1} < \frac{1}{20}$$

5 $x+1 > 20 \Rightarrow x > 19$

5 $\boxed{A = 19}$

(3 $\int_2^4 f(x)dx$

5 $\int_2^4 2 - \frac{2}{x+1}\, dx$

5+5 $\left[2x - 2\ln|x+1| \right]_2^4$

5+5 $= (8 - 2\ln 5) - (4 - 2\ln 3)$

5 $= 4 - 2\ln 5 - 2\ln 3$

التمرين الثاني :

نفرض $E(n): 1 \leq U_n \leq 2$

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $E(0)$:

5 محققة $1 \leq U_0 = \frac{3}{2} \leq 2$

* نفرض صحة العلاقة من أجل n :

5 $E(n): 1 \leq U_n \leq 2$

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $E(n+1)$:

نفرض $f(x) = x^2 - 2x + 2$

5 $f'(x) = 2x - 2 \Rightarrow f'(x) = 0$

$x = 1 \quad , f(1) = 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	1	$\nearrow$

5 التابع متزايد على المجال $[1, +\infty[$

لدينا بالفرض $1 \leq U_n \leq 2$

5 $f(1) \leq f(U_n) \leq f(2)$

5 $1 \leq U_{n+1} \leq 2$

العلاقة صحيحة.

2) برهان متناقصة $E(n): U_{n+1} \leq U_n$

* نبرهن صحة العلاقة من أجل :

5 $E(0): U_1 = \frac{5}{4} \leq U_0 = \frac{3}{2}$

* نفرض صحة العلاقة من أجل $E(n)$:

5 $E(n): U_{n+1} \leq U_n$

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $E(n+1)$:

لدينا بالفرض $U_{n+1} \leq U_n$

5 $f(U_{n+1}) \leq f(U_n)$

5 العلاقة صحيحة $U_{n+2} \leq U_{n+1}$

5 كون المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى فهي متقاربة.

5 $f(x) = x \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = x$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$(x-2)(x-1) = 0$

2.5 إما $x = 2$ أو $x = 1$

×2 $\Rightarrow \lim_{n \to \infty} U_n = 1$

التمرين الثالث :

5×3 (1 $\frac{c-a}{b-a} = \frac{3\sqrt{3}+i-\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i-\sqrt{3}-i} = \frac{2\sqrt{3}}{-2i}$

5 $= \sqrt{3}i \Rightarrow \arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) = \frac{\pi}{2}$

5 فالمثلث قائم

5 (2 $s - a = e^{\frac{\pi}{3}i}(b-a)$

$s - \sqrt{3} - i = e^{\frac{\pi}{3}i}(\sqrt{3} - i - \sqrt{3} - i)$

$s - \sqrt{3} - i = e^{\frac{\pi}{3}i}(-2i)$

$s = \left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)(-2i) + \sqrt{3} + i$

$s = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(-2i) + \sqrt{3} + i$

5 $s = 2\sqrt{3}$

بما أن s صورة B وفق دوران مركزه (A)

5 زاويته $\frac{\pi}{3}$ فالمثلث ABS متساوي الأضلاع

2

Scanned by CamScanner

(3

5+5 $n = \frac{a+c}{2} = \frac{\sqrt{3}+i+3\sqrt{3}+i}{2}$

10 $= 2\sqrt{3} + i$

التمرين الرابع:

(1

15 $f(0) = \ln 2$

15 $f'(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$

15 $f'(0) = \frac{1}{2}$

(2

15 $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(e^x+1) - \ln 2}{x} = \frac{1}{2}$

ثالثاً: المسألة الأولى:

1) نفرض الحدث A أن يكون مجموع البطاقات زوجي

$P(A) = \left(\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\right) + 3\left(\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5}\right)$

5×3 $= \frac{8}{125} + \frac{54}{125} = \frac{62}{125}$

2) نفرض الحدث B أن يكون مجموع البطاقات فردي

$P(B) = \left(\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\right) + 3\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\right)$

5×3 $= \frac{27}{125} + \frac{36}{125} = \frac{63}{125}$

(3

5 $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$

5+5 $P(X=0) = \frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5} = \frac{8}{125}$

5+5 $P(X=1) = 3\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\right) = \frac{36}{125}$

5+5 $P(X=2) = 3\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\right) = \frac{54}{125}$

5+5 $P(X=3) = \frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5} = \frac{27}{125}$

5

x_i	0	1	2	3
$p(x_i)$	$\frac{8}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{27}{125}$
x_i^2	0	1	4	9

10 $E(X) = \frac{9}{5}$

5 $V(X) = \frac{18}{25}$

5 $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \frac{3\sqrt{2}}{5}$

المسألة الثانية:

التابع مستمر و اشتقاقي $]-\infty, +\infty[$

5 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

5 $y=0$ مقارب أفقي يوازي xx'.

5 $f'(x) = \frac{2xe^x - x^2e^x}{e^{2x}} = \frac{2x}{e^x} - \frac{x^2}{e^x}$

5+5+5 $f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - x^2 = 0$

$(2-x)x = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = 2$

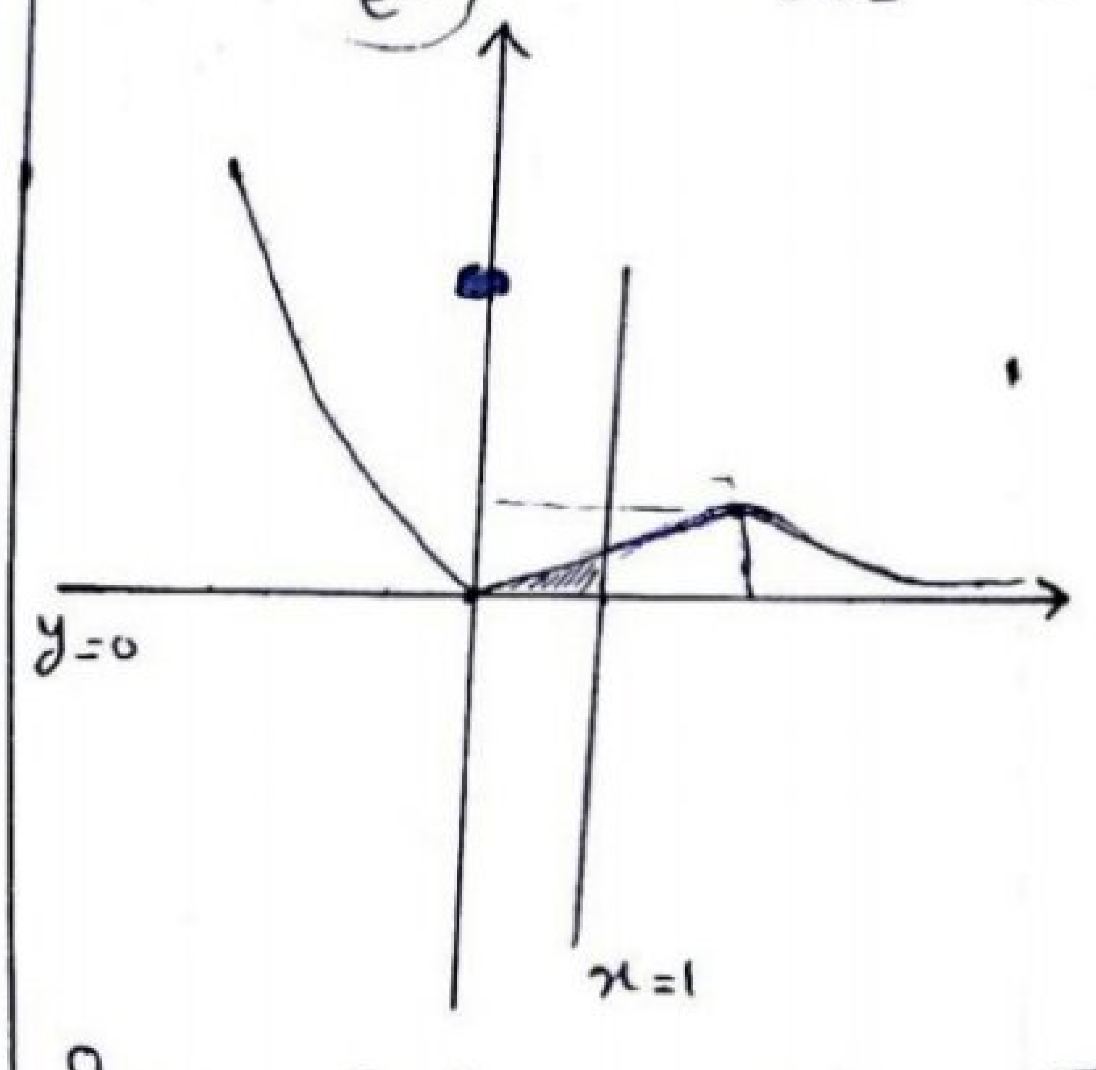
5

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{4}{e^2}$	$\searrow$	0

5+5 $f(0) = 0$ قيمة حدية صغرى.

5+5 $f(2) = \frac{4}{e^2}$ قيمة حدية كبرى.

5



2] $f_1(x) = x^2e^x$

$f_1(-x) = (-x)^2e^{-x} = x^2e^{-x} = f(x)$

5 C_1 نظير C بالنسبة لمحور التراتيب.

3) ليكون F تابعاً أصلياً للتابع f يجب:

$F'(x) = f(x)$

F اشتقاقي على R لأنه جداء تابعين اشتقاقيين على R

$-x^2-2x-2$ و e^{-x}

5 $F'(x) = (-2x-2)(e^{-x}) + (-e^{-x})(-x^2-2x-2)$

$= -2xe^{-x} - 2e^{-x} + x^2e^{-x} + 2xe^{-x} + 2e^{-x}$

5 $= x^2e^{-x} = f(x)$

4) $S = \int_0^1 f(x)\,dx$

2 $= \int_0^1 x^2 e^{-x}\,dx$

1 $= [F(x)]_0^1 = [(-x^2-2x-2)e^{-x}]_0^1$

1 $= (-1-2-2)e^{-1} - (0-0-2)e^0$

1 $S = \frac{-5}{e} + 2$

انتهى السلم....

أ. فارس جقل

أ. نجوى العلي

(3) ← R اشتقاقي على R بجداء وطرحاً اشتقاقيين على R

(4)

اسم الطالب/ة:..............................
مدة الاختبار: 3 ساعات

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (2)

بكالوريا رياضيات

(تكميلي 2019)

Online center
مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل الجدول المرسوم جانباً ثم أجب عما يلي :

x	0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

1. أوجد مجموعة التعريف
2. أوجد $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
3. ما هي القيمة الحدية ، حدد نوعها
4. ما حلول المتراجحة $f(x) > 1$
5. أوجد المقارب الشاقولي

السؤال الثاني : لتكن النقطتان $A(2,1,2)$ و $B(-2,0,2,)$ و النقطة M في الفراغ التي تحقق : $\varepsilon : \overrightarrow{MA}\,.\,\overrightarrow{MB} = 0$

عيّن طبيعة مجموعة النقاط ε

السؤال الثالث : لتكن المجموعة $S = \{1,2,7,8,9\}$ و المطلوب :

1. بكم طريقة يمكن تشكيل مجموعة جزئية مؤلفة من ثلاث أعداد
2. بكم طريقة يمكن تشكيل مجموعة جزئية مؤلفة من عددين بحيث مجموعهما زوجي

السؤال الرابع : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالشكل $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$ نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

1. أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية ثم عيّن أساسها و حدها الأول
2. أكتب v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن التابعان : $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$ و $g(x) = \frac{x}{x+1}$

1) احسب $f'(x)$ ثم استنتج $g'(x)$
2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$

التمرين الثاني : لدى عائلة ثلاثة أطفال ، احتمال ولادة الذكر يساوي احتمال ولادة الأنثى وليكن :

A : حدث الأطفال الثلاثة من نفس الجنس B: حدث الطفل الثالث ذكر ..المطلوب :

1) احسب $P(B|A)$
2) ليكن X متحول عشوائي يدل على عدد الذكور ، عيّن قيم المتحول العشوائي X و نظم جدول قانون احتمالي ، ثم احسب توقعه الرياضي

التمرين الثالث : f هو التابع المعرف على المجال R وفق : $f(x) = -2x + xe^{-x}$ وليكن $\Delta: y = -2x$ والمطلوب :

1) أثبت أن Δ مقارب مائل في جوار $+\infty$
2) احسب $\int_1^{ln2}(f(x) - y_\Delta)\ dx$

التمرين الرابع : لتكن الأعداد العقدية : $a = 2 + i \quad , \ c = 2i \ , b = 1 - i$

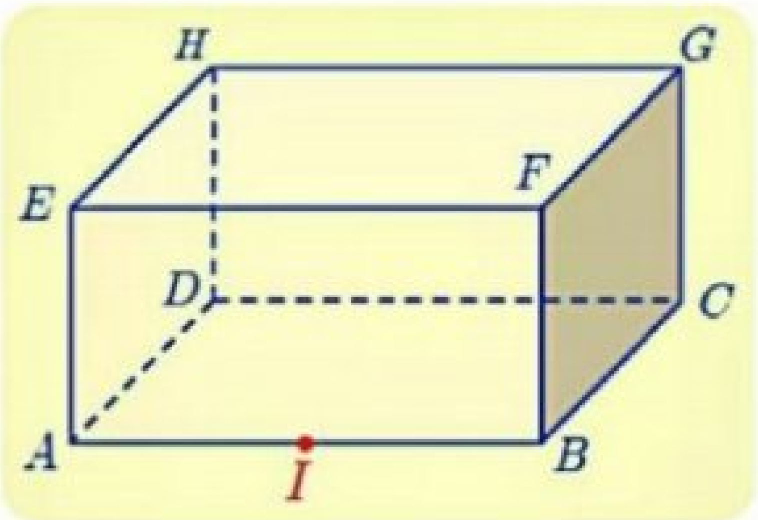
1) مثّل a , b , c في مستوٍ عقدي
2) احسب $\frac{c-a}{b-a}$ ثم استنتج طبيعة المثلث (ABC)
3) احسب العدد العقدي e الممثّل للنقطة E بحيث يكون $ABCE$ مربع

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على$]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x+lnx}{x}$ و المطلوب :

① ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها
② أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذر وحيد x بحيث $\frac{1}{2} < x < 1$
③ ارسم الخط البياني C
④ احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور ox و $x = 1 \quad , \quad x = e$
⑤ استنتج رسم الخط البياني للتابع : $f_1(x) = -1 + \frac{1}{x} ln\frac{1}{x}$

المسألة الثانية : $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه : $AB = 2 \ , BC = CG = 1$ ولتكن I منتصف $[AB]$



① أعط معلماً متجانسا مبدؤه A ثم أوجد احداثيات رؤوس متوازي المستطيلات
② أوجد معادلة المستوي (IFH)
③ أوجد بعد G عن المستقيم (IH)
④ أوجد بعد G عن المستوي (IFH)
⑤ أوجد معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AD]$

انتهت الأسئلة ..

مع أطيب الامنيات لكم بالنجاح

أ. فارس جقل .. دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

سلم تصحيح امتحان نهائي (2) تكميلي..

السؤال الأول:

(10) 1) $D =]0, +\infty[$

(5+5) 2) $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty \ , \ \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

(5+5) 3) $f(\sqrt{3}) = 1$ قيمة حدية صغرى.

(5) 4) $x \in]0, \sqrt{3}[\cup]\sqrt{3}, +\infty[$

(5) 5) $x = 0$

السؤال الثاني:

(5) نفرض $M(x, y, z)$

(5) $\overrightarrow{MA}(2-x, 1-y, 2-z)$

(5) $\overrightarrow{MB}(-2-x, -y, 2-z)$

$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$

(5) $(2-x, 1-y, 2-z) \cdot (-2-x, -y, 2-z) = 0$

$-4 - 2x + 2x + x^2 - y + y^2 + 4 - 4z + z^2 = 0$

(5) $x^2 + y^2 - y + z^2 - 4z = 0$

بالإتمام إلى مربع كامل:

(5) $x^2 + y^2 - y + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + z^2 - 4z + 4 - 4 = 0$

$x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 + (z-2)^2 - \frac{1}{4} - 4 = 0$

(5) $x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 + (z-2)^2 = \frac{17}{4}$

(5) وع كرة مركزها $(0, \frac{1}{2}, 2)$ ونصف قطرها $R = \frac{\sqrt{17}}{2}$

السؤال الثالث:

(10+10) 1) طرق $\binom{5}{3} = 10$

(5+5+5+5) 2) طرق $\binom{2}{2} + \binom{3}{2} = 1 + 3 = 4$

السؤال الرابع:

(5+5) 1) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\frac{1}{u_{n+1}-3}}{\frac{1}{u_n-3}} = \frac{\frac{1}{2u_n-6}}{\frac{1}{u_n-3}}$

(5) $= \frac{u_n - 3}{2u_n - 6} = \frac{1}{2}$

(5+5) و v_n متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = -1$

2) $v_n = v_0 \cdot q^{n-0} = -1 \cdot (\frac{1}{2})^n$

(5) $v_n = -\frac{1}{2^n}$

$v_n = \frac{1}{u_n - 3} \Rightarrow u_n - 3 = \frac{1}{v_n}$

(5) $\Rightarrow u_n = \frac{1}{v_n} + 3$

(5) $\Rightarrow u_n = -2^n + 3$

(5) $\lim_{n \to +\infty} u_n = -\infty$

حيث 2^n متتالية هندسية $q = 2 > 1$

$\lim_{n \to \infty} 2^n = +\infty$

ثانياً:

التمرين الأول:

(10) 1) $g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$

$f(x) = g(e^x)$

(10) $f'(x) = (e^x)' \cdot g'(e^x)$

(10) $= \frac{e^x}{(e^x+1)^2}$

(10) 2) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$

(5+5+10) $f(\lim_{x \to +\infty} f(x)) = f(1) = \frac{e}{e+1}$

التمرين الثاني:

(5) 1) $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

(5+5) $= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}$

(5) $= \frac{1}{8} \times \frac{8}{2} = \frac{1}{2}$

(5) 2) $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$

(5) $P(X=0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

(5) $P(X=1) = (\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}) 3 = \frac{3}{8}$

(2

5+5 $\frac{c-a}{b-a} = \frac{2i-2-i}{1-i-2-i}$

$= \frac{i-2}{-2i-1} = \frac{(i-2)(-1+2i)}{(-2i-1)(-1+2i)}$

5 $= \frac{2-4i-i+2i^2}{1-4i^2} = \frac{-5i}{5} = -i$

$\arg(-i) = -\frac{\pi}{2}$

5 ⇐ المثلث ABC قائم.

(3

5 $\frac{a+c}{2} = \frac{e+b}{2}$

5 $\frac{2+i+2i}{2} = \frac{e+1-i}{2}$

10 $\Rightarrow e = 4i+1$

10

ثالثاً:

المسألة الأولى:

التابع مستمر واشتقاقي على $]0,+\infty[$

5 $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$

5 $x=0$ مقارب شاقولي

5 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

5 $y=1$ مقارب أفقي يوازي $x'x$

5 $f'(x) = \frac{(1+\frac{1}{x})x-(x+\ln x)}{x^2}$

5 $= \frac{x+1-x-\ln x}{x^2} = \frac{1-\ln x}{x^2}$

$f'(x)=0 \Rightarrow 1-\ln x = 0$

5 $x=e$

5×3 — 10+10+10

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{e+1}{e}$	$\searrow$	1

5 $f(e) = \frac{e+1}{e}$ قيمة حدية كبرى

5 $P(X=2) = 3\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}$

5 $P(X=3) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

10

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

5 $E(X) = \frac{0+3+6+3}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

التمرين الثالث:

(1 $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)$

5+5 $= \lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$

5 $\Delta : y=-2x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$.

(2 $\int_1^{\ln 2}(f(x)-y_\Delta)\,dx = \int_1^{\ln 2} xe^{-x}\,dx$

بالتجزئة: نفرض

5 $u=x \Rightarrow u'=1$

5 $v'=e^{-x} \Rightarrow v=-e^{-x}$

10 $\int_1^{\ln 2} xe^{-x}dx = -xe^{-x} - \int_1^{\ln 2} -e^{-x}dx$

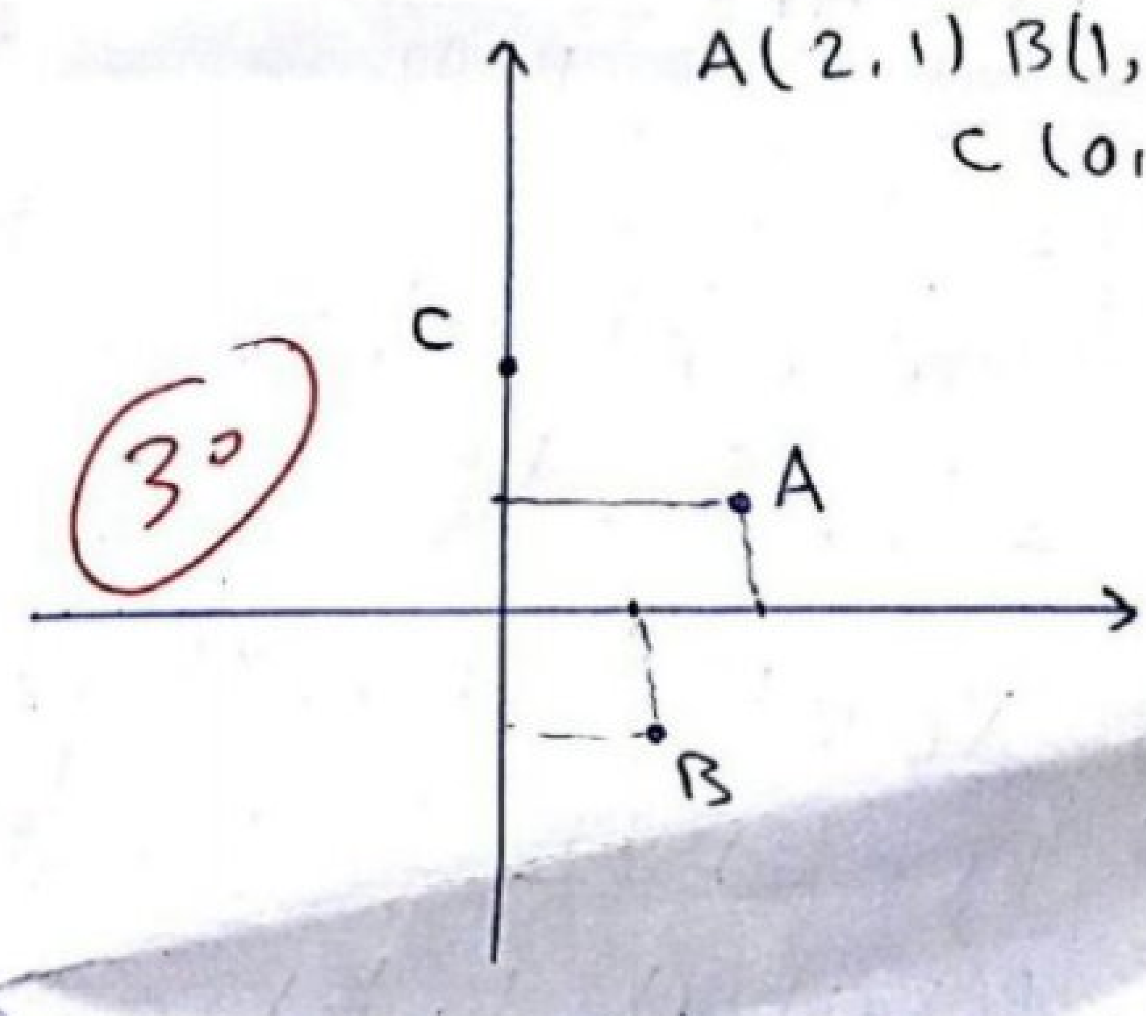
10 $= \left[-xe^{-x} - e^{-x}\right]_1^{\ln 2}$

5 $= (-\ln 2\, e^{-\ln 2} - e^{-\ln 2}) - (-e^{-1} - e^{-1})$

5 $= -\frac{\ln 2}{2} - \frac{1}{2} + \frac{2}{e}$

التمرين الرابع:

(1 $A(2,1)$ $B(1,-1)$ $C(0,2)$



30

المسألة الثانية : نفرض $(A, \frac{1}{2}\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$

$A(0,0,0)$ $B(2,0,0)$ $C(2,1,0)$

$D(0,1,0)$ $E(0,0,1)$ $F(2,0,1)$

$G(2,1,1)$ $H(0,1,1)$ $I(1,0,0)$

2) نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{IF}(1,0,1)$ $\vec{IH}(-1,1,1)$

$\vec{n} \perp \vec{IF} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{IF} = 0$

$(a,b,c)(1,0,1) =$

$a + c = 0 \Rightarrow a = -c$

$\vec{n} \perp \vec{IH} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{IH} = 0$

$(a,b,c)(-1,1,1) = 0$

$-a + b + c = 0$ — نفرض $c = 1$

$\Rightarrow a = -1 \ , \ b = -2$

$\Leftarrow \vec{n}(-1,-2,1)$

$-x - 2y + z + 1 = 0$

معادلة المستوي (IFH)

3) نوجد معادلة المستوي المار من G و العمودي على $\vec{IH}$

$\vec{n} = \vec{IH}(-1,1,1)$

$-x + y + z = 0$

نوجد المعادلات الوسيطية لـ $\vec{IH}$

$$\left.\begin{array}{l} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{array}\right\} ; t \in R$$

$-(-t) + 1 + t + 1 + t = 0$

$\Rightarrow 3t = -2 \Rightarrow t = -\frac{2}{3}$

$x_{G'} = \frac{2}{3} \ , \ y_{G'} = \frac{1}{3} \ , \ z_{G'} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow G'\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

$dist(G, IH) = GG'$

$= \sqrt{\left(\frac{2}{3}-2\right)^2 + \left(\frac{1}{3}-1\right)^2 + \left(\frac{1}{3}-1\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{24}{9}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

(2 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \dfrac{\frac{1}{2} + \ln\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{1}{2} - \ln 2}{\frac{1}{2}} < 0$

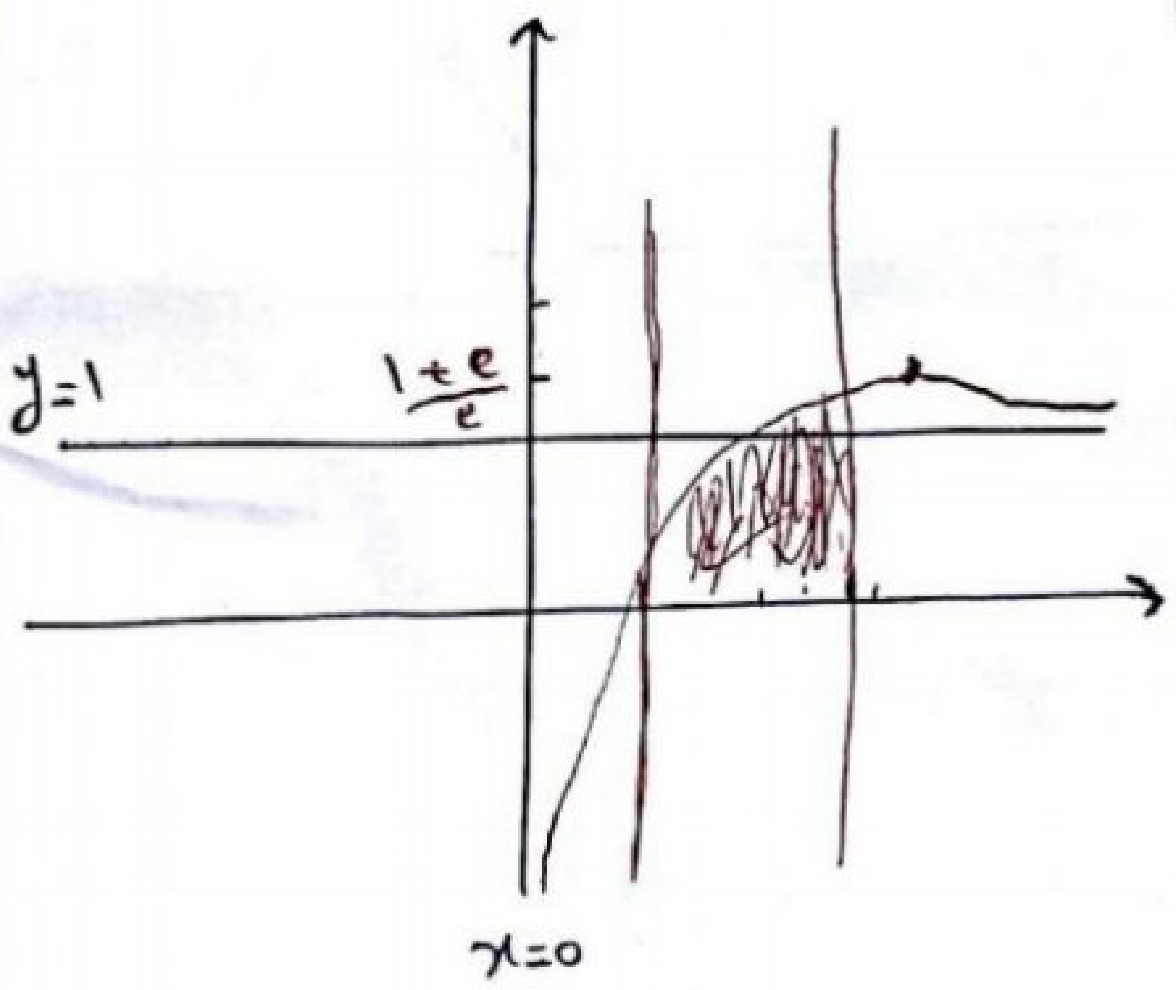
$f(1) = 1 > 0$

$f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f(1) < 0$

التابع مستمر ومتزايد تماماً على المجال $]\frac{1}{2}, 1[$

$\Leftarrow$ للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد.

(3



$$S = \int_1^e f(x)\,dx$$

$$S = \int_1^e \left(1 + \frac{1}{x}\ln x\right)dx$$

$$= \left[x + \frac{\ln^2 x}{2}\right]_1^e$$

$$= e - \frac{1}{2}$$

$f_1(x) = -f(x)$

$\Leftarrow C_1$ نتج عن C بالتناظر بالنسبة لمحور الفواصل

Scanned by CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

4) $dist(G, IFH) = \frac{|-2-2(1)+1+1 \cdot 1|}{\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+(1)^2}}$

5 $= \frac{|-2|}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

5) نفرض J منتصف القطعة المستقيمة [AD]

5+5 $J\left(0, \frac{1}{2}, 0\right)$ $\vec{n} = \vec{AD} = (0, 1, 0)$

+5 $y - \frac{1}{2} = 0$

معادلة للمستوي المحوري.

القدس السلم .... ♥

أ. فارس جقل

أ. نجوى العلي

4

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مركز أونلاين التعليمي

اسم الطالب/ة:.............................

مدة الأختبار: 3 ساعات.

امتحان نهائي (1)

بكالوريا رياضيات(2018)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية (X, Y)، علماً أن المتحولين العشوائيين Y, X مستقلان احتمالياً.

X \ Y	0	1	2	قانون X
0				0.4
1			0.04	
2				0.4
قانون Y	0.3			

السؤال الثاني : ليكن التابع f المعرّف على النحو التالي :

$$f(x) = \frac{x^2-5x+1}{x+1} \quad \text{حيث :} \quad D =]-\infty, -1[U]-1, +\infty[$$

① جد الأعداد a, b, c التي تحقق $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

② أحسب $\int_0^2 f(x)\ dx$

السؤال الثالث : نتأمّل في معلم متجانس $(\overline{0}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ النقاط الآتية.

$$A(0, 2, -2), B(-1, 2, -1), C(-2, 1, 1), D(0, 3, -3)$$

① أثبت أن النقاط A, B, C, D تقع في مستوي واحد .

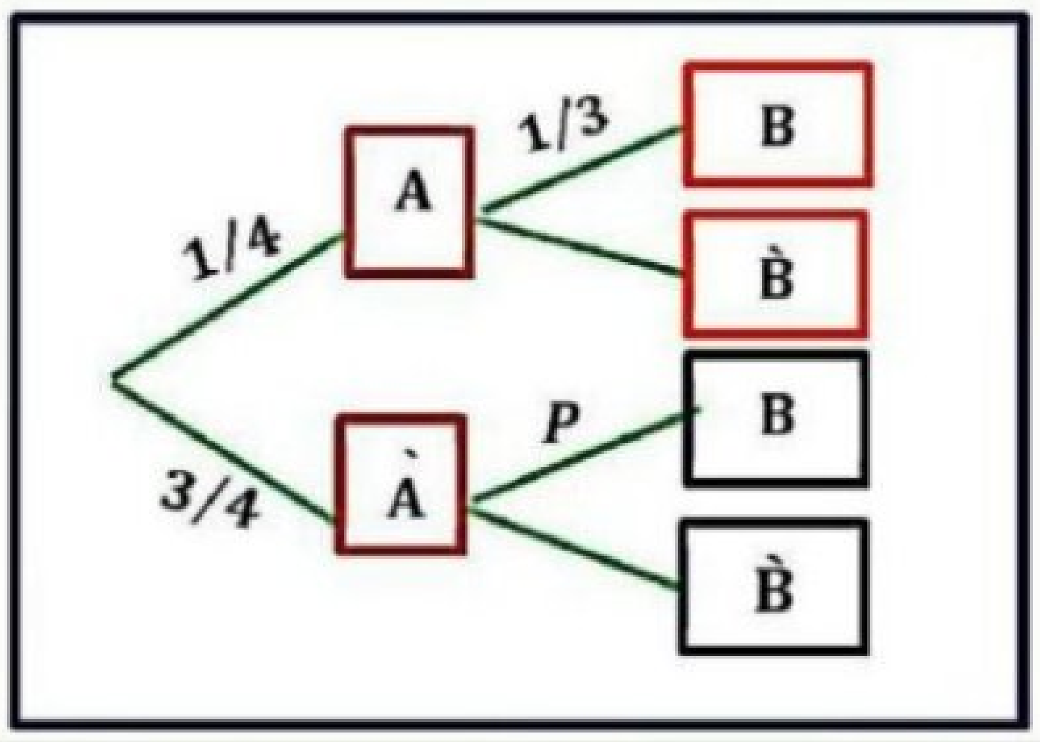
② أثبت أن النقاط D, C, B تقع على استقامة واحدة

السؤال الرابع : أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x) = \frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$ ثم أعط عدداً حقيقياً α يحقق الشرط :

أذا كان $x > \alpha$ كان $f(x) \in]2.9, 3.1[$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن A و B حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية معروضة بالمخطط الشجري المجاور ..



كيف نختار قيمة P حتى يكون الحدثان A و B مستقلين احتمالي

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n = \frac{4n+1}{2}$ والمطلوب :

① برهن أن المتتالية حسابية ، عين اساسها وحدها الاول

② أحسب المجموع $u_1 + u_2 + \cdots + u_{50}$

③ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متباعدة

التمرين الثالث : لتكن الأعدد العقدية التالية : $a = 2 + i\ , b = -1 + 4i\ , c = 1 + 2i$ ولتكن النقاط الممثلة لها في معلم متجانس $A\ , B\ , C$

أثبت أن النقاط $A\ , B\ , C$ على استقامة واحدة.

التمرين الرابع : ليكن التابع f *المعرف على R وفق :* $f(x) = xe^{-x}$

① أحسب $\int_0^{\ln 3} f(x)\ dx$

② أثبت أن التابع $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $\acute{y} + y = e^{-x}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسالة)

المسألة الأولى : C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[0\ ,2]$ بالعلاقة $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$ ليكن

و المطلوب : 1) ادرس تغيّرات f ونظّم جدولاً بها ، محدّداً قيمته الحدّية .

2) ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند 2 و 0 أكتب معادلة المماسين d_2 و d_1 في نقطتيهما .

3) ارسم المستقيمين $d_1\ , d_2$ ثم ارسم C.

4) أوجد مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل .

5) أوجد حجم المجسم الناتج عن دوران السطح السابق حول $x\acute{x}$ دورة كاملة .

المسألة الثانية : يحتوي صندوق على أربع كرات تحمل الأرقام 1 , 2 , 3 , m حيث $m \in N$ نسحب من الصندوق كرة واحدة ، احتمال سحب كل كرة حسب رقمها يساوي $P_1\ , P_2\ , P_3\ , P_m$ نفترض أن $P_1\ , P_2\ , P_3\ , P_m$ بهذا الترتيب هي أربعة حدود متتالية من متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{12}$

① أحسب كلاً $P_1\ , P_2\ , P_3\ , P_m$

② ليكن X المتغير العشوائي الدال على رقم الكرة المسحوبة ، احسب m علماً أن التوقع الرياضي للمتغير العشوائي X يساوي $\frac{53}{12}$

انتهت الأسئلة .. 🙂

إعداد المدرسين فارس جقل &براءة علي

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ.فارس جقل..دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

السؤال الأول: نموذج: 19

$x \backslash y$	0	1	2	قانون X
0	0,12	0,2	0,08	0,4
1	0,06	0,1	0,04	0,2 ⇒ 7
2	0,12	0,2	0,08	0,4
قانون Y	0,3	0,5	0,2	

40 درجة — كل ⇐ $11 \times 3 = 33$

السؤال الثاني: $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x+1}$

①

5 $\Rightarrow f(x) = x - 6 + \frac{7}{x+1}$

3×5 $a = 1 \;,\; b = -6 \;,\; c = +7$

②

$\int_0^2 f(x)\,dx$

5 $= \int_0^2 x - 6 + \frac{7}{x+1}\,dx$

2,5×3 $= \left[\frac{x^2}{2} - 6x + 7\ln(x+1)\right]_0^2$

2,5 $= (2 - 12 + 7\ln(3)) - (0 - 0 + 0)$

5 $= -10 + 7\ln(3)$

السؤال الثالث:

① $\overrightarrow{AB}(-1,0,1) \;,\; \overrightarrow{AC}(-2,-1,3)$

$\overrightarrow{AD}(0,1,-1)$

نفرض: $\vec{n}(a,b,c)$

2,5 $\vec{n} \perp \overrightarrow{AB} = -a + c = 0 \;\ldots ①$

2,5 $\vec{n} \perp \overrightarrow{AC} = -2a - b + 3c = 0 \;\ldots ②$

2,5 من ① نجد: $\boxed{a = c}$

نعوض في ② فنجد:

2,5 $\boxed{b = c}$

2,5 بفرض: $c = 1 \Leftarrow$

2,5 $\vec{n}(1,1,1)$

5 2,5 $\Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 + 1 - 1 = 0$

5 $\Leftarrow \vec{n} \perp \overrightarrow{AD} \Leftarrow$ النقاط الأربعة A, B, C, D تقع في مستوٍ واحد

②

2,5 $\overrightarrow{BD}(1,1,-2)$

2,5 $\overrightarrow{CD}(2,2,-4)$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{-2}{-4} \Rightarrow$ المركبات متناسبة فالمستقيمان مرتبطان خطياً

2,5×3 $\Leftarrow$ النقاط B, C, D تقع على استقامة واحدة.

السؤال الرابع:

10 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{3x+4}{x+1} = 3$

$f(x) \in \,]2.9 \,,\, 3.1[$ الذي مركزه 3 ونصف قطره (0.1)

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات ر ف ك هاتف: ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

2,5 $U_0 = \frac{1}{2}$ حدها الأول :

② 5 $S = n\frac{(a+l)}{2}$

2,5 $U_{50} = \frac{201}{2}$; $n = 50$

2,5+2,5 $U_1 = \frac{5}{2}$

5 $\Rightarrow S = 50 \times \frac{\left(\frac{5}{2}+\frac{201}{2}\right)}{2}$

$\Rightarrow S = \cancel{50} \times \frac{103}{\cancel{2}} = 25 \times 103$

5 $= 2575$

③ 5+5 $\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{4n+1}{2} = +\infty$

5 ليست متقاربة

التمرين الثالث :

3×2,5 $A(2,1)$ ، $B(-1,4)$ ، $C(1,2)$

1,5×2 $\vec{AB}(-3,3)$ ، $\vec{AC}(-1,1)$

5+5 $\Rightarrow \frac{-3}{-1} = \frac{3}{1}$ المركبات متناسبة $\Leftarrow$ الشعاعان $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$

2,5 مرتبطان خطياً $\Leftarrow$ النقاط الثلاثة

10 A, B, C تقع على استقامة واحدة

حل آخر للتمرين الأول : شرط الاستقلال 5

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ 10

$P(A) \cdot P(B|A) = P(A) \cdot P(B)$ 3×10

$\frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{3}{4}P \Rightarrow P = \frac{1}{3}$ 5 10

5 $|f(x) - 3| < 0.1$

5 $\Rightarrow f(x) - 3 = \frac{3x+4}{x+1} - 3 = \frac{1}{x+1}$

5+5 $\Rightarrow \left|\frac{1}{x+1}\right| < \frac{1}{10} \Rightarrow |x+1| > 10$

ولكن الحالة المطلوبة عند $+\infty$ نفرض $x > -1$

2×2,5 $x+1 > 10 \Leftarrow x > -1$

2×2,5 $\Rightarrow x > 9 \Rightarrow x = 9$

أو أي عدد أكبر من 9

ثانياً : التمرين الأول :

5 بما أن الحدثان A و B مستقلين احتمالياً فإن :

5 $P(B|A) = P(B)$

5 $P(B|A) = P(A \cap B) + P(A' \cap B)$

10×3 $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + P \times \frac{3}{4}$

5+10 $\frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{3}{4}P \Rightarrow P = \frac{1}{3}$

حل مستقل يوجد به قرابة

التمرين الثاني :

$U_n = \frac{4n+1}{2}$

① 5 $U_{n+1} = \frac{4n+5}{2}$

5 $U_{n+1} - U_n = \frac{4n+5}{2} - \frac{4n+1}{2}$

$U_{n+1} - U_n = \frac{4}{2} = 2$

5+5 $\Leftarrow$ المتتالية حسابية أساسها $r = 2$

أ. فارس جقل - اللاذقية - دورات رف ك هاتف : ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

التمرين الرابع :

① $f(x) = x e^{-x}$

5 $I = \int_0^{\ln(3)} x \cdot e^{-x} \, dx$

$u = x \Rightarrow u' = 1$

2.5x4 $v' = e^{-x} \Rightarrow v = -e^{-x}$

5+5 $\Rightarrow I = \left[-x e^{-x}\right]_0^{\ln 3} - \int_0^{\ln(3)} -e^{-x} \, dx$

5 $I = \left[-x e^{-x} - e^{-x}\right]_0^{\ln(3)}$

3x2.5 $= \left(-\ln(3) e^{-\ln(3)} - e^{-\ln(3)}\right) - (0 - 1)$

$= -\frac{\ln(3)}{3} - \frac{1}{3} + 1$

5 $= \frac{1}{3}(2 - \ln 3)$

②

5+5 $y' + y = (x e^{-x})' + (x e^{-x})$

$= e^{-x} - x e^{-x} + x e^{-x}$

2.5

5 $\Rightarrow y' + y = e^{-x}$

المسألة ١٢ علامة

$f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$

①

2.5 التابع مستمر على $[0,2]$ واشتقاقي على $]0,2[$

5 $\lim_{x \to 0} f(x) = \cancel{x\sqrt{4-x^2}} = 0$ $f(0) = 0$

2.5 $\lim_{x \to 2} f(x) = \cancel{x\sqrt{4-x^2}} = 0$ $f(2) = 0$

$f'(x) = \sqrt{4-x^2} + \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} \cdot x$

5 $f'(x) = \sqrt{4-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}$

2.5 $f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{4 - x^2 - x^2}{\sqrt{4-x^2}} = 0$

$\Rightarrow 4 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2$

2.5 $\Rightarrow \underbrace{x = -\sqrt{2}}_{\text{مرفوض}}$, $x = \sqrt{2}$

$D \notin$

3x2.5

x	0	$\sqrt{2}$	2
$f'(x)$		0	
$f(x)$	0 ↗	2	↘ 0

2.5 $f(\sqrt{2}) = 2$ قيمة كبرى محلية وشاملة

② قابلية الاشتقاق عند 0

2.5 $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} =$ نحدد

2x2.5 $\lim_{x \to 0} \frac{x\sqrt{4-x^2} - 0}{x} = \lim_{x \to 0} \sqrt{4-x^2} = 2$

أ. فارس جقل - اللاذقية - دورات رف ك هاتف : ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

③

2,5 التابع قابل للاشتقاق عند 0

* قابلية الاشتقاق عند 2

2,5 $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{f(x)-f(2)}{x-2} =$ عدد

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x\sqrt{4-x^2}-0}{x-2} = \dfrac{0}{2-2}=\dfrac{0}{0}$ عدم تعيين

2,5

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x\sqrt{4-x^2}}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x\sqrt{(2-x)(2+x)}}{-(2-x)}$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x\sqrt{2-x}\cdot\sqrt{2+x}}{-(2-x)} = \lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x\sqrt{2+x}}{-\sqrt{2-x}}$

2,5 $= \dfrac{4}{0^+} = +\infty$

2,5 التابع غير قابل للاشتقاق عند 2 .

معادلة المماس عند $x=0$

2,5 $\Rightarrow y=0 \Rightarrow$ نقطة التماس $(0,0)$

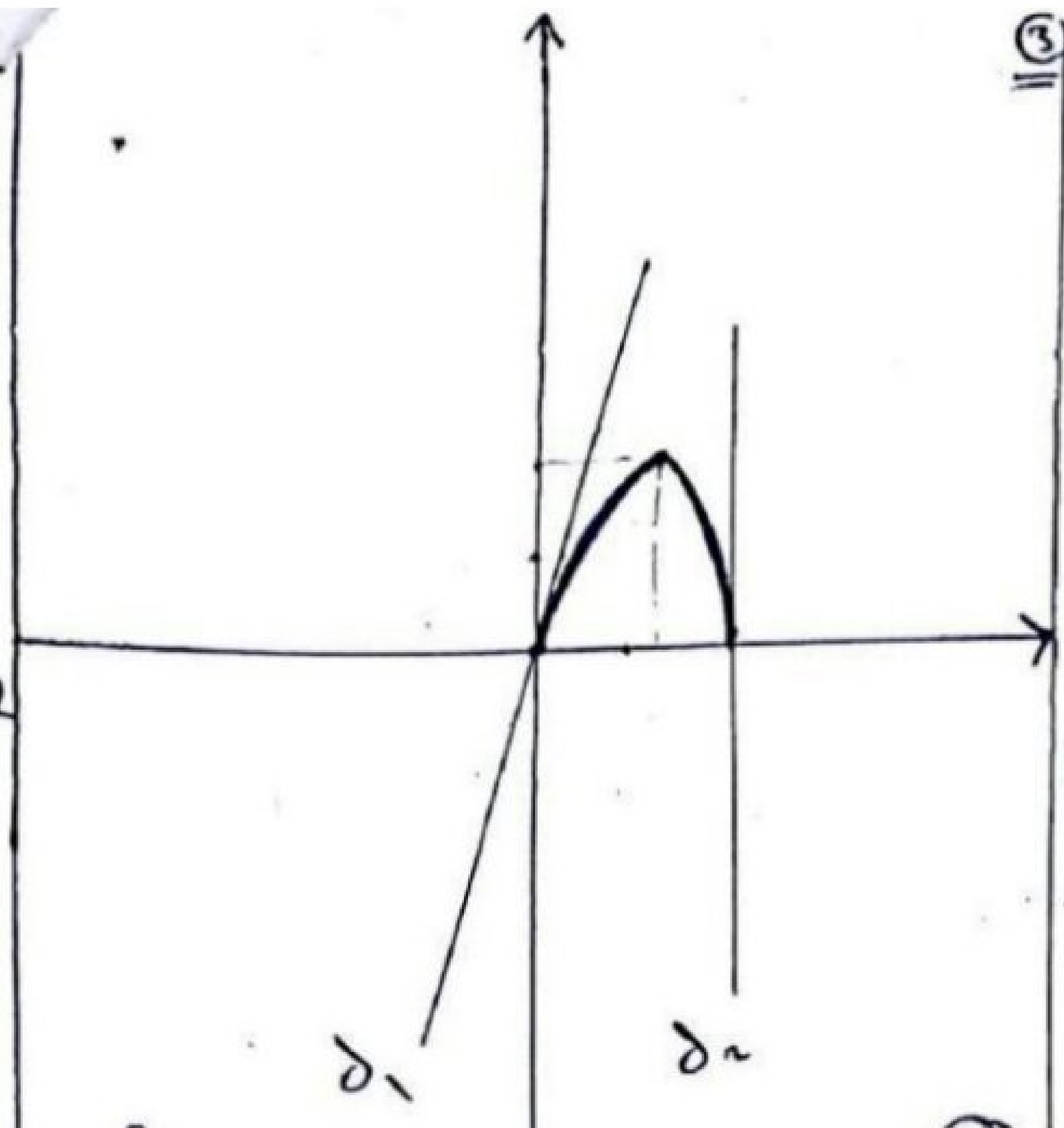
2,5 $m = f'(0) = 2$

2,5 $\Rightarrow y-y_0 = m(x-x_0)$

2,5 وهي معادلة المماس $d_1 : y = 2x$

2,5 معادلة المماس عند $d_2 : x=2$

2,5 بما أن التابع غير قابل للاشتقاق عند هذه النقطة فإنه يقبل $x=2$ مماساً شاقولياً



2 للمحاور + 3 للخط + 2,5x2 للمماسات

④

$s = \int_0^2 f(x)\,dx$

5 $= \int_0^2 x\sqrt{4-x^2}\,dx$

$= \int_0^2 x(4-x^2)^{\frac12}\,dx$

2,5 $= -\frac12\int_0^2 -2x(4-x^2)^{\frac12}\,dx$

2,5 $= -\frac12\left[\dfrac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{\frac32}\right]_0^2$

5 $= -\frac13\left[(0)-8\right] = \cancel{4}\,\frac83$

⑤

2,5 $V = \pi\int_0^2 [f(x)]^2\,dx$

2,5 $= \pi\int_0^2 \left[x\sqrt{4-x^2}\right]^2 dx$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات ر ف ك هاتف : ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

$= \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4)\,dx$

2.5 $= \pi \left[\frac{4}{3}x^3 - \frac{x^5}{5}\right]_0^2$

5 $= \pi\left[\left(\frac{32}{3} - \frac{32}{5}\right) - 0\right] = \frac{64}{15}\pi$

المسألة الثالثة:

(1) ج/ إن حدود ما متتالية حسابية

أساسها $r = \frac{1}{12}$ نفرض: الحد الأول P_1

2.5 $P_2 = P_1 + \frac{1}{12}$

2.5 $P_3 = P_2 + \frac{1}{12} = P_1 + \frac{2}{12}$

2.5 $P_m = P_3 + \frac{1}{12} = P_1 + \frac{3}{12}$

وبما أن: مجموع الاحتمالات

10 $\boxed{P_1 + P_2 + P_3 + P_m = 1} \to P(\Omega)$

10 $\Rightarrow P_1 + P_1 + \frac{1}{12} + P_1 + \frac{2}{12} + P_1 + \frac{3}{12} = 1$

2.5+2.5 $\Rightarrow 4P_1 + \frac{6}{12} = 1 \Rightarrow 4P_1 = 1 - \frac{6}{12}$

5 $\Rightarrow \boxed{P_1 = \frac{1}{8}}$

5 $P_2 = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{3+2}{24} = \frac{5}{24}$

5 $P_3 = \frac{1}{8} + \frac{2}{12} = \frac{3+4}{24} = \frac{7}{24}$

5 $P_m = \frac{1}{8} + \frac{3}{12} = \frac{3+6}{24} = \frac{9}{24}$

(2) الجدول الاحتمالي:

2.5	x_i	1	2	3	m
4×2.5	$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{9}{24}$

$E(X) = \frac{53}{12}$

5×2.5 $\Rightarrow 1\times\frac{1}{8} + 2\times\frac{5}{24} + 3\times\frac{7}{24} + m\times\frac{9}{24} = \frac{53}{12}$

$\Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{10}{24} + \frac{21}{24} + \frac{9m}{24} = \frac{53}{12}$

$\frac{34}{24} + \frac{9m}{24} = \frac{53}{12}$

$\Rightarrow \frac{9}{24}m = \frac{53}{12} - \frac{34}{24}$

5 $\frac{9}{24}m = \frac{72}{24}$

10 $\Rightarrow m = \frac{72}{24} \times \frac{24}{9} = 8$

انتهى السلم ....

إعداد المدرسان:

براءة علي و فارس جقل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اسم الطالب/ة:..............................

مـركـز أونـلايـن التـعـلـيـمـي

Online center

مركز أونلاين التعليمي

مدة الأختبار: 3 ساعات.

امتحان نهائي (2)

بكالوريا رياضيات

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل الجدول المرسوم جانباً ثم أجب عما يلي :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{4}$	↘	0

① أوجد مجموعة تعريف التابع .

② أوجد المستقر الفعلي للتابع .

③ ما عدد القيم الحدية وما هي ؟

④ أوجد معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها $x = 2$

⑤ أوجد المقاربات الأفقية والشاقولية..

السؤال الثاني : حل المعادلة التفاضلية $\acute{y} + 2y = 0$ حيث ميل المماس في النقطة التي فاصلتها 2- من منحني الحل يساوي 1

السؤال الثالث : عيّن الوسيط λ لكي يتعامد المستويان p_1 و p_2 حيث

$$\begin{cases} p_1 : 2\lambda x + y - z - 2 = 0 \\ p_2 : x - \lambda y - z + 2 = 0 \end{cases}$$

ثم احسب بعد النقطة A (1 ,1 ,1) عن فصلها المشترك .

السؤال الرابع : عيّن n في ما يلي : $p_{n+1}^3 = 2p_{n+2}^2$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_0 = \frac{1}{2}$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n}$

① أثبت أن $0 < u_n < 1$ أياكانت $n \in N$.

② نعرف المتتالية $(t_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة: $t_n = \frac{1}{u_n} - 1$.

A- أثبت أن المتتالية $(t_n)_{n\geq 0}$ هندسية ، وعيّن أساسها .

B- أكتب t_n بدلالة n ثم اكتب u_n بدلالة n وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين الثاني : ليكن العدد المركب : $z = -8 + 8\sqrt{3}\, i$

① أكتب z بالشكل الأسي

② أوجد الجذرين التربيعين للعدد z

التمرين الثالث: نجد في الجدول المجاور القانون الاحتمالي لزوج (X , Y) من المتحولات العشوائية أكمله وبين فيما إذاكان المتحولان Y و X مستقلين احتمالياً.

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

Y / X	0	1	2	X قانون
0	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	
1	$\frac{17}{60}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{24}$	
Y قانون				

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$ وفق $f(x) = -x + \sqrt{x^2+8}$

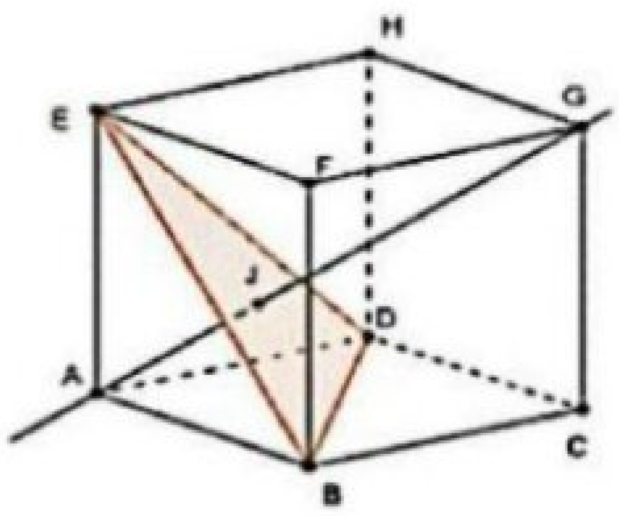
① أوجد نهاية التابع f عند $-\infty$ وكذلك عند $+\infty$ واستنتج كل مقارب للخط C يوازي المحور $x\acute{x}$

② تحقق من أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = -2x$ مستقيم مقارب للخط C عند $-\infty$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسالة)

المسألة الأولى : في الشكل المجاور $A\,B\,C\,D\,E\,F\,G\,H$ مكعب طول حرفه 3 نتأمل المعلم المتجانس

$$\overrightarrow{AE} = 3\vec{k}\,, \overrightarrow{AD} = 3\vec{j}\,, \overrightarrow{AB} = 3\vec{i} \quad ; \quad (A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$$



①عيّن إحداثيات النقاط D, B, E, G

② أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم $(A\,G)$

③ أثبت أن المستقيم (AG) ناظم للمستوي (EDB)

④ المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عيّن احداثياتها .

⑤ اثبت أن J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله .

⑥ احسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$

لمسألة الثانية :- ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $\mathcal{R}\backslash\{-1\}$ بالصيغة $f(x) = e^{-x} + \frac{1-x}{1+x}$.

① ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها .

② أوجد ما للخط C من مقاربات موازية للمحاور الإحداثية .

③ارسم ما وجدته من مقاربات للخط C ، ثم ارسم C.

④ أحسب مساحة السطح المحصور بين C والمحورين الإحداثيين والمستقيم $x = -\frac{1}{2}$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

المدرّسان : فارس جقل .. براءة علي

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

السؤال الأول :

1. $D =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ — 5

2. $E =]-\infty, \frac{1}{4}]$ — 5

3. قيمة حدية واحدة وهي : — 5+5

$f(2) = \frac{1}{4}$

4. $y = \frac{1}{4} \Leftarrow x = 2$ — 5+5

$m = 0$

$\Leftarrow$ معادلة المماس هي :

$y = \frac{1}{4}$

5. المقاربات الأفقية : $y = 0$ — 5

المقاربات الشاقولية : $x = 0$ — 5

السؤال الثاني :

$y' + 2y = 0$

5+5 $\Rightarrow y' = -2y \Rightarrow y = K e^{-2x}$

5+5 $\Rightarrow f(-2) = 1$ & $y' = -2K e^{-2x}$

5+5 $\Rightarrow 1 = -2K e^{-2(-2)} \Rightarrow K = \frac{e^{-4}}{-2}$

10 $\Rightarrow \boxed{y = \frac{e^{-4}}{-2} e^{-2x}}$

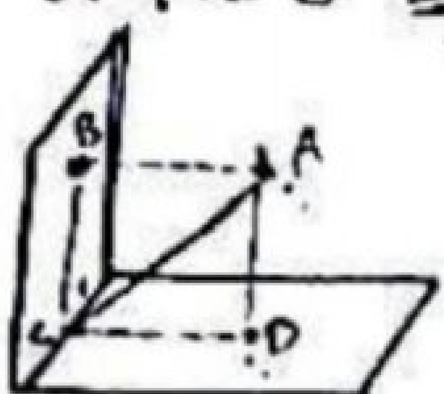
السؤال الثالث :

$\vec{n_1}(2\lambda, 1, -1)$

$\vec{n_2}(1, -\lambda, -1)$

5+5 $n_1 \cdot n_2 = 0 \Rightarrow 2\lambda - \lambda + 1 = 0$

5 $\Rightarrow \lambda + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = -1$



النموذج 2 :

2.5 $P_1 : -2x + y - z - 2 = 0$

2.5 $P_2 : x + y - z + 2 = 0$

5 $d(A, P_1) = \frac{|-2+1-1-2|}{\sqrt{4+1+1}} = \frac{4}{\sqrt{6}}$

5 $d(A, P_2) = \frac{|1+1-1+2|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

2.5+2.5 لكن B مرتسم A على P_1 و D مرتسم A على P_2 و C مرتسم مشترك لـ B, D على الفصل المشترك لأن

2.5 المستويات متعامدة فإن بعد A عن الفصل المشترك هو قطر المستطيل ABCD

2.5+5 $AC = \sqrt{(AD)^2 + (DC)^2} = \sqrt{\frac{16}{6} + 3} = \sqrt{\frac{17}{3}}$

السؤال الرابع :

$P^3_{n+1} = 2 P^2_{n+2}$

5+5 $(n+1)(n)(n-1) = 2[(n+2)(n+1)]$

$n^3 + n^2 - n^2 - n = 2[n^2 + 3n + 2]$

2.5+2.5 $n^3 - n = 2n^2 + 6n + 4$

2.5 $n^3 - 2n^2 - 7n - 4 = 0$

نقسم على $(n-4) \Leftarrow$:

2.5 $(n-4)(n^2 + 2n + 1) = 0$

2.5+2.5 $(n-4)(n+1)(n+1) = 0$

2.5+2.5 إما : $n - 4 = 0 \Rightarrow n = 4$ مقبولة

2.5 أو : $n + 1 = 0 \Rightarrow n = -1$ مرفوض

شرط الحل :

2.5 $n \geq 2 \Leftarrow n+1 \geq 3$

2.5 $n \geq 0 \Leftarrow n+2 \geq 2$

2.5 $\Leftarrow n \geq 2$

ثانياً ٦٠ التمرين الأول :

$u_0 = \frac{1}{2} \; , \; u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n}$

1 نبرهن صحة العلاقة من أجل $n=0$:

5 $0<u_0<1$

$0<\frac{1}{2}<1$ محققة

نفرض صحة العلاقة من أجل n :

5 $0<u_n<1$ ... ★

نبرهن صحة العلاقة من أجل $n+1$:

2.5 $0<u_{n+1}<1$

أي سنبرهن : 2.5 $0<-1+\frac{2}{2-u_n}<1$

ننطلق من ★

2.5 $0<u_n<1$

نضرب بـ (-1) : 2 $0>-u_n>-1$

نضيف (+2) : 2 $2>2-u_n>1$

نقلب الحدود : 2 $\frac{1}{2}<\frac{1}{2-u_n}<1$

نضرب بـ (+2) : 2 $1<\frac{2}{2-u_n}<2$

نضيف (-1) : 2 $0<-1+\frac{2}{2-u_n}<1$

محققة

2 (a) $t_n=\frac{1}{u_n}-1 \Rightarrow t_{n+1}=\frac{1}{u_{n+1}}-1$

2.5 $t_{n+1}=\frac{1}{\frac{u_n}{2-u_n}}-1 \Rightarrow t_{n+1}=\frac{2-u_n}{u_n}-1$

2.5+2.5 $\frac{t_{n+1}}{t_n} = \frac{\frac{2-u_n}{u_n}-1}{\frac{1}{u_n}-1} = \frac{\frac{2-2u_n}{u_n}}{\frac{1-u_n}{u_n}}$

2.5 $\Rightarrow \frac{2-2u_n}{u_n}\times\frac{u_n}{1-u_n}=\frac{2-2u_n}{1-u_n}$

2.5+2.5 $\Rightarrow \frac{2(1-u_n)}{(1-u_n)}=2$

5 المتتالية هندسية أساسها $q=2$

(b) $t_0=1 \Leftarrow$ 2.5 $t_n=q^n . t_0$

2.5 $t_n=2^n . 1 \Rightarrow \boxed{t_n=2^n}$

$t_n=\frac{1}{u_n}-1 \Rightarrow u_n=\frac{1}{t_n+1}=\frac{1}{2^n+1}$

2.5 $\Rightarrow \boxed{u_n=\frac{1}{2^n+1}}$

5 $\lim_{n\to+\infty} u_n=\frac{1}{2^{\infty}+1}=0$

التمرين الثاني : $Z=-8+8\sqrt{3}\, i$

1 2.5 $r=\sqrt{64+192}=\sqrt{256}=16$

5 $\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-8}{16}=-\frac{1}{2}$

5 $\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{8\sqrt{3}}{16}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

2.5 $\theta=\frac{2\pi}{3}$

2.5+5 $Z=re^{i\theta} \Rightarrow Z=16e^{\frac{2}{3}\pi i}$

2 نفرض 2.5 $w=x+yi$ جذر التربيعي لـ Z

2.5+2.5 $x^2+y^2=\sqrt{a^2+b^2} \Rightarrow x^2+y^2=16$ ...(1)

2.5+2.5 $x^2-y^2=a \Rightarrow x^2-y^2=-8$ ...(2)

أ. فارس جقل - اللاذقية - دورات ر ف ك هاتف : ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

نضرب بالمرافق :

2.5 $f(x) = \dfrac{(-x+\sqrt{x^2+8})(-x-\sqrt{x^2+8})}{(-x-\sqrt{x^2+8})}$

2.5 $= \dfrac{x^2 - x^2 + 8}{-x-\sqrt{x^2+8}} = \dfrac{-8}{-x-\sqrt{x^2+8}}$

5 $\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-8}{-x-\sqrt{x^2+8}} = \dfrac{-8}{-\infty} = 0$

5 $y=0$ مقارب $xx' //$

$\boxed{2}$

5 $\lim\limits_{x\to-\infty} (f(x) - y_\Delta) = 0$

$f(x) - y_\Delta = -x + \sqrt{x^2+8} + 2x$

5 $f(x) - y_\Delta = x + \sqrt{x^2+8}$

5 $\Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty} (x + \sqrt{x^2+8}) = -\infty + \infty$ عدم تعيين

5 $\lim\limits_{x\to-\infty} \left[\dfrac{(x+\sqrt{x^2+8})(x-\sqrt{x^2+8})}{x-\sqrt{x^2+8}}\right] = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2-x^2-8}{x-\sqrt{x^2+8}}$

5 $= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-8}{x-\sqrt{x^2+8}} = \dfrac{-8}{-\infty} = 0$

5 $\Leftarrow y_\Delta$ مقارب مائل للخط

2.5+2.5 ③ $2xy = 6 \Rightarrow 2xy = 4\sqrt{3}$

نجمع ① و ② نجد :

$2x^2 = 8$

2.5+2.5 $\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x=2}$ أو $\boxed{x=-2}$

نعوض في ③ فنجد :

2.5 $2y = 4\sqrt{3} \Rightarrow y = 2\sqrt{3}$

2.5 $-2y = 4\sqrt{3} \Rightarrow y = -2\sqrt{3}$

5 $\Rightarrow z_1 = 2 + 2\sqrt{3}\, i$

5 $z_2 = -2 - 2\sqrt{3}\, i$

التمرين الثالث :

5×5

x \ y	0	1	2	قانون x
0	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{10}$
1	$\frac{7}{60}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{7}{10}$
قانون	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	

5 الجدول

10 $P_{0,0} = P_0 \times P'_0$

10 $\frac{1}{20} \neq \frac{3}{10} \times \frac{1}{3}$

10 المتحولان Y و X غير مستقلان احتمالياً

التمرين الرابع : $\boxed{1}$

10 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty + \sqrt{+\infty+8} = +\infty$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty + \infty$ عدم تعيين

الحل المسألة الأولى :

[1]

2.5 × 4 ، $B(3,0,0)$ ، $E(0,0,3)$

$G(3,3,3)$ ، $D(0,3,0)$

[2]

2.5 $\overrightarrow{AG}(3,3,3)$ & $A(0,0,0)$

معادلة المستقيم:

4×2.5 $\Rightarrow (AG): \begin{cases} x = 3t \\ y = 3t \\ z = 3t \end{cases} \; ; t \in R$

[3]

2.5 $\overrightarrow{BD}(-3,3,0)$ ، $D(0,3,0)$

5 $\Rightarrow \overrightarrow{AG}.\overrightarrow{EB} = 9 - 0 - 9 = 0$

2.5 $\overrightarrow{EB} \perp \overrightarrow{AG} \Leftarrow$

5 $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{BD} = -9 + 9 + 0 = 0$

2.5 $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AG} \Leftarrow$

2.5 $(EBD) \perp \overrightarrow{AG} \Leftarrow$

[4]

$(EBD): ax + by + cz + d = 0$

2.5 $(3,3,3) = \vec{n} = \overrightarrow{AG}$

2.5 $\Rightarrow (EBD): 3x + 3y + 3z + d = 0$

لإيجاد d : $B \in (EBD)$

2.5 $\Rightarrow 3(3) + 0 + 0 + d = 0 \Rightarrow \boxed{d = -9}$

2.5 $\Rightarrow (EBD): 3x + 3y + 3z - 9 = 0$

نعوض المعادلات الوسيطة في معادلة المستوي

2.5×2 $9t + 9t + 9t - 9 = 0 \Rightarrow \boxed{t = \frac{1}{3}}$

نعوض t في المعادلات الوسيطة فنجد

$x = 1$ ، $y = 1$ ، $z = 1$

2.5 $\Leftarrow J(1,1,1)$ نقطة التقاطع

[5]

2.5×2 $\overrightarrow{BJ}.\overrightarrow{ED} = (2,-1,-1)(0,3,-3)$

$= 0 - 3 + 3 = 0$

2.5 $\overrightarrow{ED} \perp \overrightarrow{BJ} \Leftarrow$

2.5×2 $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{BD} = (-1,-1,2)(-3,3,0)$

$= +3 - 3 + 0 = 0$

2.5 $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{EJ} \Leftarrow$

2.5 $\Leftarrow J$ نقطة تلاقي ارتفاعين (EJ) و (BJ) فهي نقطة تلاقي الارتفاعات الثلاثة في المثلث EDB.

نفرض K مركز ثقل المثلث EDB :

2.5 $K = \left(\frac{x_E + x_D + x_B}{3}, \frac{y_E + y_D + y_B}{3}, \frac{z_E + z_D + z_B}{3}\right)$

2.5 $= \left(\frac{0+0+3}{3}, \frac{0+3+0}{3}, \frac{3+0+0}{3}\right)$

2.5 $= (1,1,1) = J$

إذن J هي مركز ثقل المثلث EDB ونقطة تلاقي ارتفاعاته

(6) إن المثلث EDB مثلث متساوي الأضلاع لأن EB , DB , ED هي أقطار لمربعات متطابقة ومنه متساوية

2.5 أي $EB = DB = ED$

أ.فارس جقل محورات (ر ف ك) اللاذقية ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

$a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

2.5 $\Rightarrow V_{AFDB} = \frac{1}{3} S_{EDB} \cdot h$

2.5 $S_{EDB} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ ؛ $a = ED = \sqrt{9+0+9} = \sqrt{18}$ 2.5

$= \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\sqrt{18}\right)^2$

2.5 $S_{EDB} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$

2.5 $h = AJ = \sqrt{(1-0)^2+(1-0)^2+(1-0)^2} = \sqrt{3}$

2.5 $V = \frac{1}{3} \times \frac{9\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{9}{2}$

ثالثاً: المسألة الثانية

$f(x) = e^{-x} + \frac{1-x}{1+x}$

التابع مستمر واشتقاقي على:

5 $]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$

5 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

5 $\lim_{x \to -1^-} f(x) = -\infty$

2.5 $x = -1$ مقارب // $y'y$

5 $\lim_{x \to -1^+} f(x) = +\infty$

2.5 $x = -1$ مقارب // $y'y$

5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -1$

2.5 $y = -1$ مقارب // $x'x$

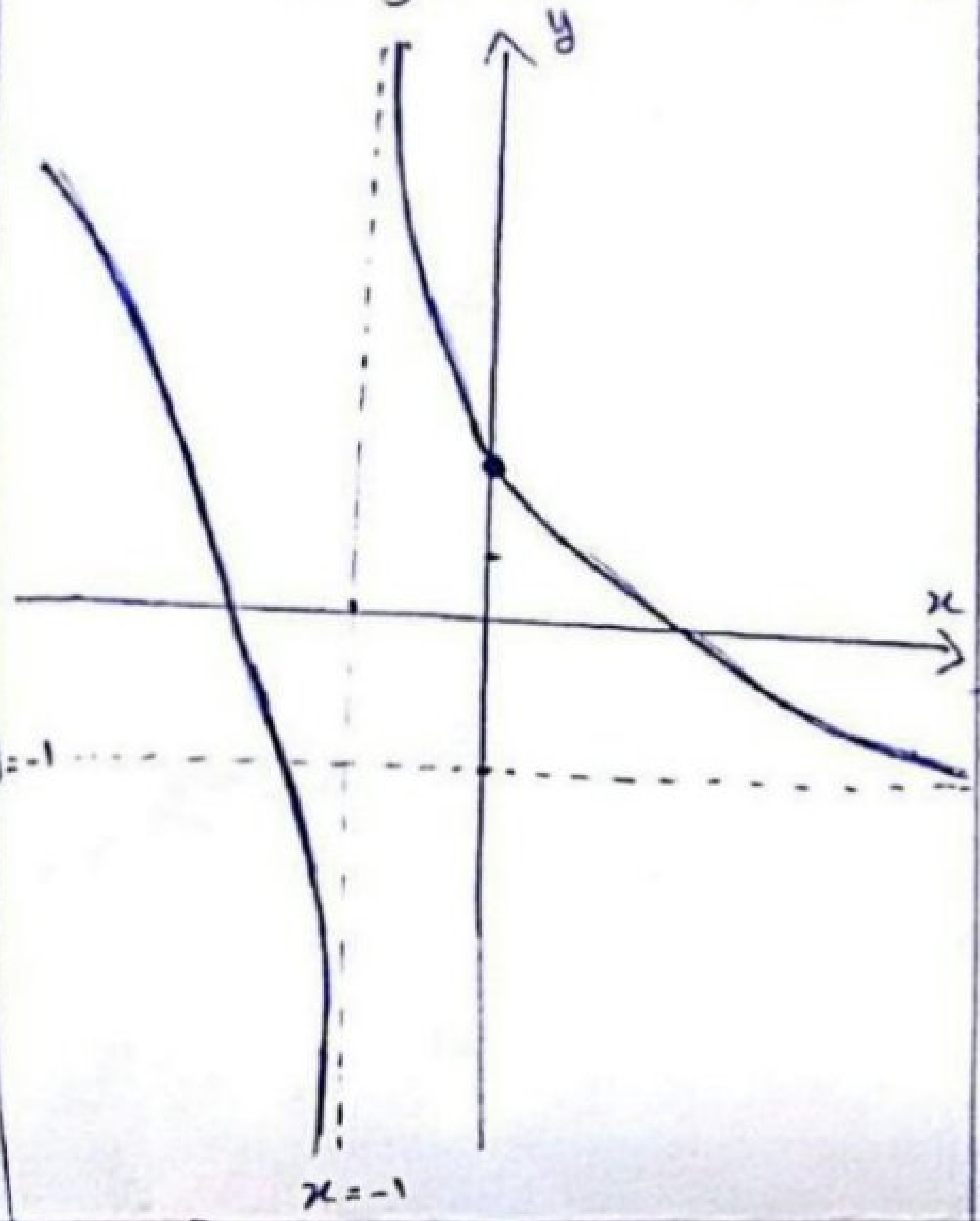
5 $f'(x) = -e^{-x} + \frac{-1(1+x)-1(1-x)}{(1+x)^2}$

2.5 $= -e^{-x} - \frac{2}{(1+x)^2} < 0$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	-1

2.5 $x = 0 \Rightarrow y = 2$

3] الرسم:



2.5 $S = \int_{-\frac{1}{2}}^{0} f(x)\,dx$

5 $= \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \left(e^{-x} + \frac{1-x}{1+x}\right)dx$

$= \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \left(e^{-x} - \frac{x-1}{x+1}\right)dx$

5 $= \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \left(e^{-x} - \left(1 - \frac{2}{x+1}\right)\right)dx$

$= \int_{-\frac{1}{2}}^{0} \left(e^{-x} - 1 + 2\frac{1}{x+1}\right)dx$

10 $= \left[-e^{-x} - x + 2\ln(x+1)\right]_{-\frac{1}{2}}^{0}$

2.5+2.5 $= [-1 - 0 + 0] - \left(-e^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} + 2\ln\frac{1}{2}\right)$

5 $= e^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} + 2\ln 2$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات رف ك هاتف: ٠٩٥٥١٨٦٥١٧

الطريقة الثانية للفصل المشترك:

نفرض $A'(a,b,c)$ نقطة من الفصل المشترك:

$A' \in P_1 : -2a+b-c-2=0$ (2,5) —— ①

$A' \in P_2 : a+b-c+2=0$ (2,5) —— ②

بالحل المشترك:

بالطرح: ② من ①

$3a+4=0 \Rightarrow a=-\frac{4}{3}$ (2,5) (2,5)

نعوض في ①

(2,5) $-2\left(-\frac{4}{3}\right)+b-c-2=0$

$+\frac{8}{3}+b-c-2=0$

$b=c-\frac{2}{3}$ (2,5)

(2,5) $\Rightarrow A'\left(-\frac{4}{3},\ c-\frac{2}{3},\ c\right)$

$AA'=\sqrt{\left(-\frac{4}{3}-1\right)^2+\left(c-\frac{2}{3}-1\right)^2+(c-1)^2}$ (2,5)

$=\sqrt{\left(-\frac{7}{3}\right)^2+\left(c-\frac{5}{3}\right)^2+(c-1)^2}$

(2,5) $=\sqrt{\frac{49}{9}+c^2-\frac{10}{3}c+\frac{25}{9}+c^2-2c+1}$

(2,5) $=\sqrt{2c^2-\frac{16}{3}c+\frac{83}{9}}$

$=\sqrt{2\left(c^2-\frac{8}{3}c\right)+\frac{83}{9}}$

$=\sqrt{2\left(c^2-\frac{8}{3}c+\frac{16}{9}-\frac{16}{9}\right)+\frac{83}{9}}$

$=\sqrt{2\left(c-\frac{4}{3}\right)^2-\frac{32}{9}+\frac{83}{9}}$

$=\sqrt{2\left(c-\frac{4}{3}\right)^2+\frac{51}{9}}$

$=\sqrt{\frac{51}{9}}=\sqrt{\frac{17}{3}}$ ⑤

"انتهى السلم"

2017/7/23

إعداد المدرسان:

فارس جقل & براءة علي

Online center مركز أونلاين التعليمي	نموذج نهائي (3) للثالث الثانوي العلمي دورة (2018/2017)	اسم الطالب /ة : ــــــــــــ المدة : 3 ساعات الدرجة النهائية : 600

أولاً : أجب عن الأسئلة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : احسب كلاً مما يأتي :

❶ $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$ ❷ $\int_0^{\pi} (x-2)\cos x \, dx$

السؤال الثاني : حل في R المعادلة : $4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$

السؤال الثالث : حلل في $\mathbb{C}$ ما يلي إلى عوامل خطية من الدرجة الأولى: $z^3 + 4z^2 + 29z$

السؤال الرابع : عين طبيعة مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ التي تحقق :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 2 = 0$$

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : عيّن في منشور : $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{12}$ الحد الذي يحوي x^{12} والحد المستقل عن x .

التمرين الثاني : أثبت بالتدريج صحة الخاصة الآتية أياً كان العدد الطبيعي n : $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ مضاعف للعدد 7 .

التمرين الثالث : يشتري أحد المحلات 70% من قطع الغيار التي يحتاجها من المصنع A و يشتري الباقي منها من المصنع B ..نفترض أن نسبة الإنتاج المعيب في المصنع A هي 5% وفي المصنع B هي 8% نختار عشوائياً قطعة غيار من المحل والمطلوب...

❶ أوجد احتمال أن تكون القطعة معيبة .

❷ إذا كانت القطعة معيبة ، فما احتمال أن تكون من انتاج المصنع B .

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للدالة f : $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$

والمطلوب : ❶ أثبت أن $f(x)$ تكتب بالشكل : $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-1}$

❷ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته : $y = x - 1$ مقارب مائل للخط C ثم أوجد المقارب الموازي للمحور $\acute{y}y$

❸ ادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة إلى كل مقارب وجدته .

أ.فارس جقل .. اللاذقية .. هاتف 0955186517

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

❶ ليكن التابع g المعرف على R بالعلاقة: $g(x) = ae^{2x} + be^{x} + 1$ حيث a, b عددان حقيقيان ..عين a, b علما أن : $g(0) = 0$ قيمة صغرى محليا للتابع g .

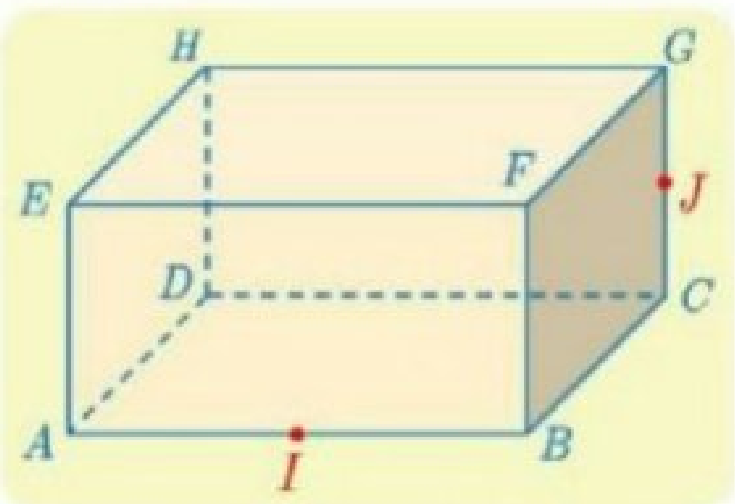
❷ بفرض C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق العلاقة : $f(x) = e^{2x} - 2e^{x} + 1$ ادرس تغيراته ونظم جدولاً بها, وعين قيمته المحلية الصغرى, وأوجد المقارب للخط C والموازي لـ $x\,x`$

❸ ارسم المقارب ثم ارسم C .

❹ احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور التراتيب والمستقيم $y = 1$.

المسألة الثانية :

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=4$ و $CG=BC=2$ والنقطة I هي منتصف AB والنقطة J منتصف CG نتأمل المعلم المتجانس $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث : $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}$, $\overrightarrow{AE} = 2\vec{K}$



❶ اكتب معادلة للمستوي (FBCG).

❷ احسب: $\|\overrightarrow{DJ}\|$, $\|\overrightarrow{IJ}\|$.

❸ أثبت أنّ المستقيمان (DI) و (IJ) متعامدان ، واحسب $\cos \widehat{IJD}$.

❹ أثبت ان الاشعة $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{AH}$,$\overrightarrow{AF}$ مرتبطة خطياً .

❺ جِد احداثيات النقطة M التي تحقق $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\,\overrightarrow{EC}$

❻ بفرض K مركز ثقل المثلث FAH أثبت أن النقاط C, E, K على استقامة واحدة .

انتهت الأسئلة

((مع تمنياتي لكم بالتوفيق))

سلم تصحيح :

اختبار نهائي (3)

/ بكالوريا /

أولاً : السؤال الأول

[1] $\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$

$\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(\frac{x-1+4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$

$= \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$

$\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x-1}{2}+\frac{1}{2}}$

$= \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{2\left(\frac{x-1}{2\times 2}\right)+\frac{1}{2}}$

$= \left[\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x-1}{4}}\right]^{2} \cdot \left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{1}{2}}$

بفرض : $t = \frac{4}{x-1}$

10 $\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}} = \lim_{t \to 0} \left[(1+t)^{\frac{1}{t}}\right]^2 \sqrt{1+t}$

5+5 $= e^2 \cdot (\sqrt{1}) = e^2$

[2] $\int_0^{\pi} (x-2)\cos x \, dx$

2 $\ast$ $u = x-2 \Rightarrow u' = 1$

2 $v' = \cos x \Rightarrow v = \sin x$

2+2 $\Rightarrow I = \left[(x-2)\sin x\right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \sin x \cdot 1 dx$

2 $I = \left[(x-2)\sin x + \cos x\right]_0^{\pi}$

6 $I = ((\pi-2)\sin(\pi) + \cos\pi)$

$- ((0-2)\sin(0) + \cos 0)$

2+2 $= (-1) - (+1) = -2$

السؤال الثاني :

$4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$

5+5 $(2^x)^2 - 2^x \cdot 2^2 + 3 = 0$

بفرض : $t = 2^x$

5 $\Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0$

5+5 $\Rightarrow (t-3)(t-1) = 0$

1.5 إما : $t - 3 = 0 \Rightarrow t = 3$

1.5 أو : $t - 1 = 0 \Rightarrow t = 1$

$\Leftarrow$ عندما : $t = 3$

3+3 $\Rightarrow 2^x = 3 \Rightarrow \boxed{x = \frac{\ln 3}{\ln 2}}$

$\Leftarrow$ عندما : $t = 1$

3+3 $\Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

40

مركز أونلاين التعليمي ..اللاذقية ..هاتف 0955186517

السؤال الثالث:

z^3+4z^2+29z

5+5 $z(z^2+4z+29)$

2 $\Rightarrow z^2+4z+29=0$

2 $\Delta=16-4(1)(29)$

2+2 $\Delta=-100 \Rightarrow \boxed{\sqrt{\Delta}=10i}$

2 $\Rightarrow z_1=\frac{-4+10i}{2}=-2+5i$

2 $z_2=\frac{-4-10i}{2}=-2-5i$

10 $\Rightarrow a(z-z_1)(z-z_2)$

2 $=z(z+2-5i)(z+2+5i)$

3+3+3

40

السؤال الرابع:

$x^2+y^2+z^2-2x+6y-2=0$

$x^2-2x+y^2+6y+z^2=2$

5+5 $(x^2-2x+1-1)+(y^2+6y+9-9)+z^2=2$

10+10 $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2+1+9$

5 $\Rightarrow (x-1)^2+(y+3)^2+z^2=12$

5 $\Leftarrow$ مجموعة النقاط كرة

مركزها: $A(1,-3,0)$

ونصف قطرها: $R=\sqrt{12}$

ثانياً: التمرين الأول

$\left(x^2-\frac{2}{x}\right)^{12}$

10 $T_r=\binom{n}{r}a^{n-r}\cdot b^r$

3×3 $=\binom{12}{r}(x^2)^{12-r}\cdot\left(\frac{-2}{x}\right)^r$

3×3 $=\binom{12}{r}x^{24-2r}\cdot(-2)^r(x^{-r})$

3 $\Rightarrow T_r=\binom{12}{r}x^{24-3r}\cdot(-2)^r$

الحد الذي يحوي x^{12}:

3 $\Rightarrow 24-3r=12$

$\Rightarrow +3r=24-12$

3 $\Rightarrow r=\frac{12}{3} \Rightarrow \boxed{r=4}$

3 $\Rightarrow T_4=\binom{12}{4}x^{12}(-2)^4$

$=\frac{\cancel{12}^{3}\times11\times\cancel{10}^{5}\times9}{\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times1}\times(16)\cdot x^{12}$

3 $\Rightarrow T_4=7920\,x^{12}$

الحد المستقل عن x:

3+3 $24-3r=0 \Rightarrow \boxed{r=8}$

3 $T_8=\binom{12}{8}(-2)^8x^0$

Online center

3 $= \frac{12!}{4! \times 8!} (256) x^0$

$= \frac{12\times 11\times 10\times 9}{4\times 3\times 2\times 1} (256).x^0$

5 $T_8 = 126720$

40

التمرين الثاني: ع

$E(n): 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ (مضاعف للـ7)

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $n=0$

5+5+5 $\Rightarrow 3^{0+1} + 2^{0+2} = 3 + 4 = 7$

محققة

* نفرض صحة العلاقة من أجل (n):

5 $\Rightarrow \boxed{E(n): 3^{2n+1} + 2^{n+2}}$ (*)

مضاعف للـ(7)

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $n+1$:

5 $E(n+1): 3^{2n+3} + 2^{n+3}$ أي لنبرهن:

مضاعف للـ(7)

5+5 $\Rightarrow 3^{2n+3} + 2^{n+3} = (3^{2n+1}\cdot 3^2) + (2^{n+2}\cdot 2)$

5 $= 9\cdot 3^{2n+1} + 2\cdot 2^{n+2}$

5 $= (7+2)3^{2n+1} + 2\cdot 2^{n+2}$

5 $= 7\cdot 3^{2n+1} + 2\cdot 3^{2n+1} + 2\cdot 2^{n+2}$

5 $= \underbrace{7\cdot 3^{2n+1}}_{\text{مضاعف للـ(7) لأنه مضروب بالعدد (7)}} + \underbrace{2(3^{2n+1} \cdot 2^{n+2})}_{\text{مضاعف للـ(7) فرضاً}}$

5 $\Leftarrow 3^{2n+3} + 2^{n+3}$ مضاعف 7

ومجموع مضاعفين للعدد 7 هو مضاعف للعدد 7 إذاً:

$E(n+1): 3^{2n+3} \cdot 2^{n+3}$

صحيحة

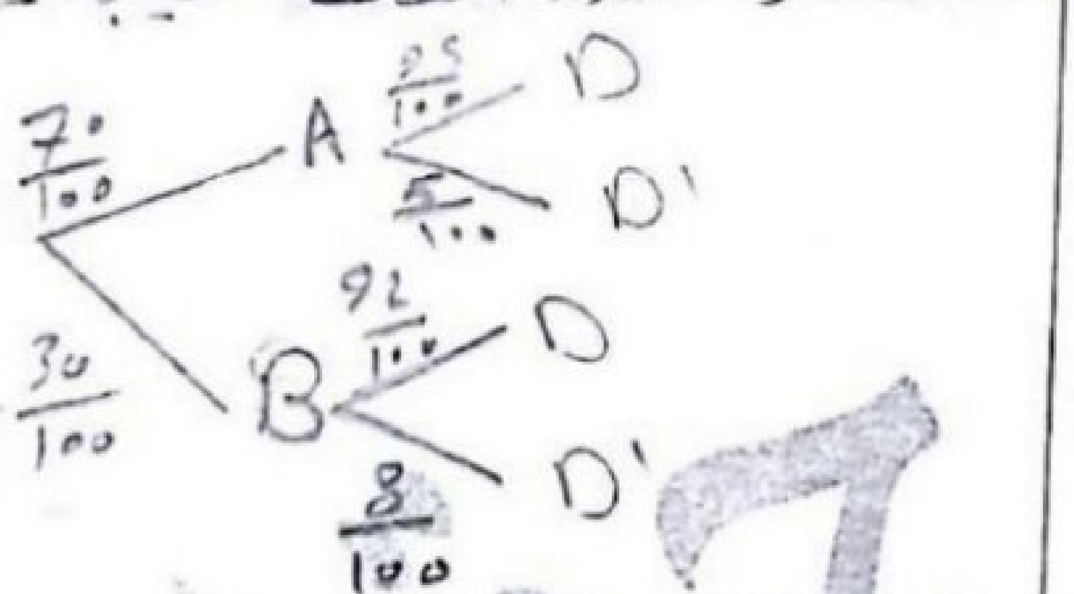
التمرين الثالث: ع

نفرض: D حدث القطعة سليمة

D' حدث القطعة معيبة.

5 لكل فرع ↑

30



5+5 [1] $P(D') = \frac{70}{100}\times\frac{5}{100} + \frac{30}{100}\times\frac{8}{100}$

$\Rightarrow P(D') = \frac{350}{10000} + \frac{240}{10000}$

5 $\Rightarrow P(D') = \frac{590}{10000}$

5 [2] $P(B|D') = \frac{P(B\cap D')}{P(D')}$

5 $P(B|D') = \frac{\frac{30}{100}\cdot\frac{8}{100}}{\frac{590}{10000}} = \frac{240/10000}{590/10000}$

5 $\Rightarrow P(B|D') = \frac{240}{590}$

التمرين الرابع:

$$f(x)=\frac{x^2-2x+2}{x-1}$$

1) عن طريق القسمة نجد: أو بالتوحيد

$$\begin{array}{r|l} x^2-2x+2 & x-1 \\ -(x^2-x) & x-1 \\ \hline -x+2 & \\ -(-x+1) & \\ \hline 1 & \end{array}$$

5 $\Rightarrow f(x)=x-1+\frac{1}{x-1}$

2)

5+5 $\Rightarrow f(x)-y_\Delta = \cancel{x-1}+\frac{1}{x-1}-\cancel{(x-1)}$

5 $\Rightarrow f(x)-y_\Delta=\frac{1}{x-1}$

3+2 $\Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty}\frac{1}{x-1}=\frac{1}{\infty}=0$

5 $\Leftarrow$ $y=x-1$ مقارب مائل للخط C

* $D_f=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

3 $\lim_{x\to1^-} f(x)=-\infty$

2 $x=1$ مقارب شاقولي $\parallel yy'$

1 و C يقع على يسار المقارب

3 $\lim_{x\to1^+} f(x)=+\infty$

2 $x=1$ مقارب شاقولي $\parallel yy'$

1 و C يقع على يمين المقارب

الوضع النسبي لـ C و Δ:

x	$-\infty$ 1	$+\infty$
$f(x)-y_\Delta$	$-$	$+$
الوضع النسبي	C_f يقع تحت Δ	C_f يقع فوق Δ

9+9

60

ثالثاً: المسألة الأولى

1) $g(x)=ae^{2x}+be^{x}+1$

ولدينا $(0,0)$ نقطة صغرى محلياً $\Leftarrow$

2 $g(0)=0$

* نعوض النقطة في التابع:

2 $\Rightarrow 0=ae^0+be^0+1$

2 $\Rightarrow \boxed{a+b+1=0}$ (1)

1 التابع اشتقاقي على R:

2 $g'(x)=2ae^{2x}+be^{x}$

2 $g'(0)=0$

2 $\Rightarrow 0=2ae^0+be^0$

2 $\Rightarrow 2a+b=0 \Rightarrow \boxed{b=-2a}$ (2)

نعوض (2) في (1) نجد:

2 $\Rightarrow a-2a+1=0 \Rightarrow \boxed{a=1}$

2 $\Rightarrow \boxed{b=-2}$

2) $f(x)=e^{2x}-2e^{x}+1$

$D=]-\infty,+\infty[$

التابع مستمر واشتقاقي على R :

2 $\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty-\infty$ عدم تعيين

5 $\Rightarrow \lim_{x\to+\infty} e^{x}\left(e^{x}-2+\frac{1}{e^{x}}\right)$

2+2 $=+\infty-2+0=+\infty$

2+2+2 $\lim_{x\to-\infty} e^{2x}-2e^{x}+1=0-0+1=1$

2 $\Rightarrow$ $y=1$ مقارب أفقي // $x'x$

2+2 $f'(x)=2e^{2x}-2e^{x}$

2 $\Rightarrow 2e^{x}(e^{x}-1)=0$

2 إما : $2e^{x}=0$ مستحيل لأن $2e^{x}>0$

2 أو : $e^{x}-1=0 \Rightarrow e^{x}=1$

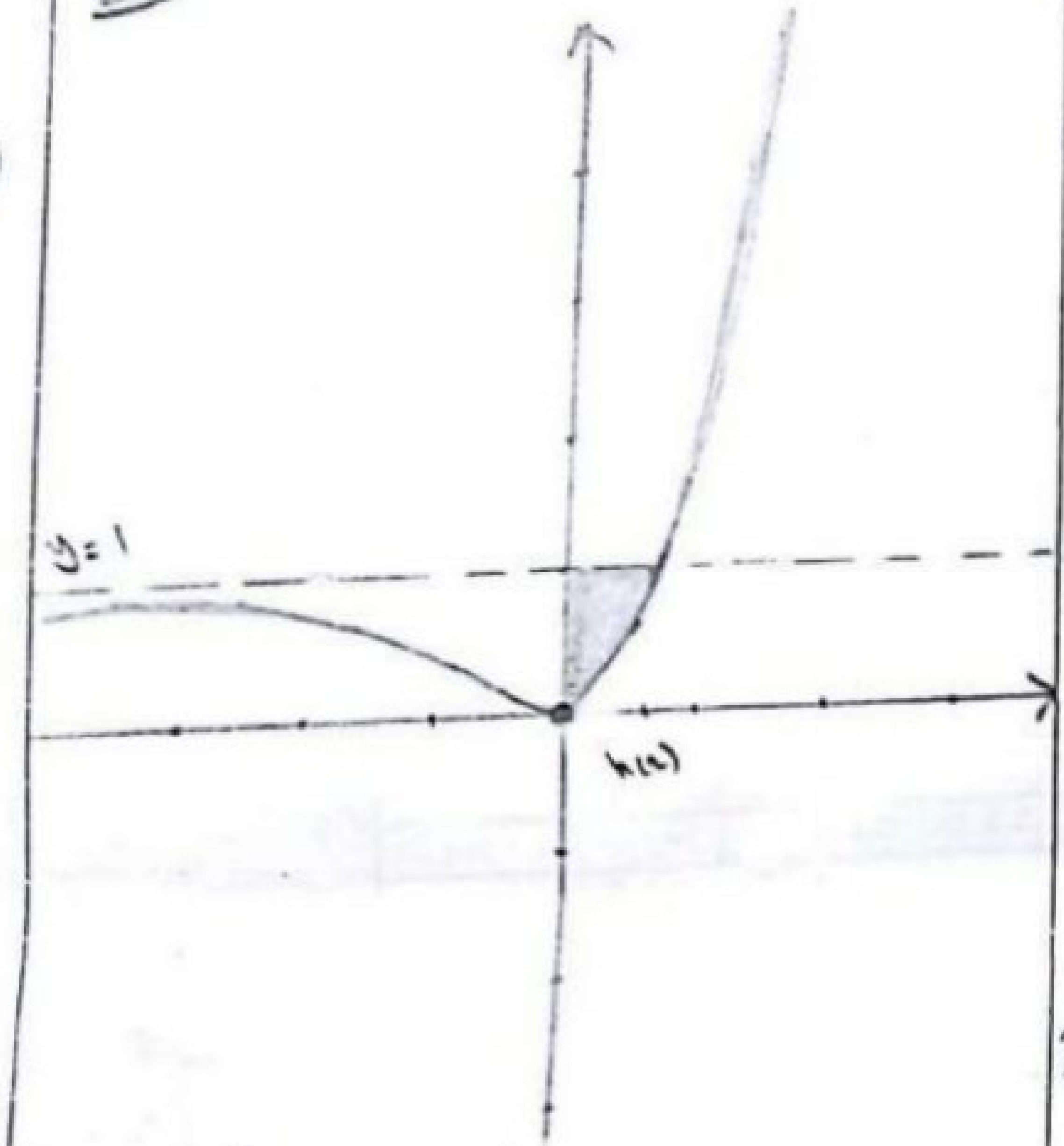
2 $\Rightarrow \boxed{x=0}$

3×5

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

2 $f(0)=0$ قيمة حدية صغرى

3)



4)

5 $S=\int_0^{\ln(2)}(y_\Delta-f(x))\,dx$

5 $=\int_0^{\ln(2)}(1-e^{2x}+2e^{x}-1)\,dx$

2 $=\int_0^{\ln(2)}(-e^{2x}+2e^{x})\,dx$

5+5 $=\left[-\frac{e^{2x}}{2}+2e^{x}\right]_0^{\ln(2)}$

3+3+2 $=(-2+4)-\left(-\frac{1}{2}+2\right)=\frac{1}{2}$

30

60

المسألة الثانية : ع

$\boxed{1}$ $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

2 $P \equiv a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$B(4,0,0)$; $\overrightarrow{BF}(0,0,2)$

$F(4,0,2)$ $\overrightarrow{BC}(0,2,0)$

$G(4,2,2)$

$C(4,2,0)$

نفرض : $\vec{n}(a,b,c)$

$\Rightarrow \vec{n} \perp \overrightarrow{BF} \Rightarrow \vec{n}\cdot\overrightarrow{BF}=0$

$\Rightarrow 0+0+2c=0 \Rightarrow \boxed{c=0}$

$\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0$

$\Rightarrow 2b=0 \Rightarrow \boxed{b=0}$

نفرض $a=1 \Leftarrow \vec{n}(1,0,0)$

10 طريقة ثانية: بما أن $\overrightarrow{AB}$ يعامد $\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{BC}$ فهو يعامد المستوي $(BFCG)$

$\Rightarrow \vec{n}=\overrightarrow{AB}=(4,0,0)$

2 $\Rightarrow P \equiv 1(x-4)+0(y-0)+0(z-0)=0$

1 $P \equiv x-4=0$ معادلة المستوي

$\boxed{2}$ $D(0,2,0)$; $H(0,2,2)$

$J(4,2,1)$; $A(0,0,0)$

$I(2,0,0)$; $E(0,0,2)$

5 $\overrightarrow{DJ}(4,0,1)$

5 $\overrightarrow{IJ}(2,2,1)$

3+2 $\|\overrightarrow{DJ}\|=\sqrt{(4)^2+0^2+(1)^2}=\sqrt{17}$

3+2 $\|\overrightarrow{IJ}\|=\sqrt{(2)^2+(2)^2+(1)^2}=\sqrt{9}=3$

$\boxed{3}$ لكي يتعامد المستقيمان $DI ; IJ$ يجب أن يتحقق الشرط :

5 $\overrightarrow{DI}\cdot\overrightarrow{IJ}=0$ حيث $\overrightarrow{DI}=(2,-2,0)$

5 $\Rightarrow (2\cdot2)+(-2\cdot2)+(0\cdot1)$

3+2 $=4-4+0=0$

2 $\overrightarrow{DI} \perp \overrightarrow{IJ} \Leftarrow$

المستقيمان DI و IJ متعامدان

$\cos \widehat{IJD} = \dfrac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

1+3 $\cos \widehat{IJD} = \dfrac{\|\overrightarrow{IJ}\|}{\|\overrightarrow{DJ}\|} = \dfrac{3}{\sqrt{17}}$

5 $\boxed{4}$ $\overrightarrow{DB}=\alpha\overrightarrow{AH}+\beta\overrightarrow{AF}$ شرط الارتباط الخطي

.×5 $\Rightarrow (4,-2,0)=\alpha(0,2,2)+\beta(4,0,2)$

2 $\Rightarrow 4\beta=4 \Rightarrow \boxed{\beta=1}$

2 $-2=2\alpha \Rightarrow \boxed{\alpha=-1}$

1 $\Rightarrow \overrightarrow{DB}=-\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{AF}$

الأشعة الثلاثة مرتبطة خطياً

5 $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$

نفرض : $M(x, y, z)$

1+1 $\Rightarrow (x, y, z-2) = \frac{1}{3}(4, 2, -2)$

1 $\Rightarrow x = \frac{4}{3}$ .. ①

1 $\Rightarrow y = \frac{2}{3}$ .. ②

1 $\Rightarrow z - 2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow z = \frac{4}{3}$ .. ③

$\Leftarrow M(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3})$

6

2 $X_K = \frac{0+4+0}{3} = \frac{4}{3}$

2 $Y_K = \frac{0+0+2}{3} = \frac{2}{3}$

2 $Z_K = \frac{0+2+2}{3} = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow K(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3})$

2 $\overrightarrow{CE}(-4, -2, 2)$

2 $\overrightarrow{CK}(\frac{-8}{3}, \frac{-4}{3}, \frac{4}{3})$

1 $\frac{3}{2} = \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

2 الشعاعان $\overrightarrow{CK}$ و $\overrightarrow{CE}$ مرتبطان

2 خطياً $\Leftarrow$ النقاط C, E, K على استقامة واحدة .

المدرسان :

أ: براءة علي و أ: فارس جبقل

اسم الطالب/ة:.............................

مدة الأختبار: 3 ساعات.

مركـز أونـلايـن الـتعـليـمـي

امتحان نهائي (4)

بكالوريا رياضيات

Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : نجد فيما يأتي جدولاً بتغيرات التابع f و الذي خطه البياني C والمطلوب :

x	$-\infty$		-2			3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$+$	1	||	-2 $-$	
$f(x)$	1 ↘		$-\infty$ || $-\infty$	↗		0	↘	-3

1) عيّن مجموعة تعريف التابع f

2) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط C

3) هل يوجد مماس أفقي للخط C في إحدى نقاطه ؟

4) هل f إشتقاقي عند 3 ؟

5) عيّن القيم الحديّة للتابع f ؟

السؤال الثاني : عيّن العددين العقديين $z\,,w$ المحقّقان لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} 2z - w = -3 \\ 2\bar{z} + \bar{w} = -3 + 2\sqrt{3}i \end{cases}$$

السؤال الثالث : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط :

$A(2,1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(4,0,0)$ و $D(0,4,0)$ و $E(1,-1,1)$

① أثبت أن النقاط C وD وE ليست واقعة على استقامة واحدة

② أثبت أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي (CDE)

السؤال الرابع : أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$$\begin{cases} e^x - \frac{1}{e}e^y = 1 \\ 2e^x + e^y = 4 + e \end{cases}$$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)n \geq 0$ المعرفة بالعلاقة $u_n = 3n + 1$

① أثبت أنها حسابية وعين أساسها ثم احسب المجموع $u_0 + u_1 + u_2 + \cdots . + u_{14}$

② برهن أن المتتالية $(u_n)n \geq 0$ متزايدة تماماً.

التمرين الثاني : نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربع وجوه ملونه بالأسود ووجهان ملونان بالأحمر نلقي الحجر خمس مرات متتالية وليكن X متغير عشوائي يقرن بنتيجة التجربة عدد الوجوه السوداء والمطلوب :

① أكتب مجموعة قيم المتغير X .

② أحسب قانون X الاحتمالي ونظم جدولاً به.

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : أحسب العدد $I = \int_0^{\pi} e^x \cos x \; dx$.

التمرين الرابع : لتكن النقطتان $B\,(\,0\,,2\,,1\,)\,,A\,(\,3\,,1\,,-2\,)$ وليكن المستوي ρ

الذي معادلته : $\rho: 2x - y + z - 2 = 0$ أثبت أن المستقيم (AB) يقطع المستوي ρ في نقطة M يطلب تعيينها

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : يضم مصنع ورشتين A وB لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب عدد من الأقلام قدره 1000 قلم ، صنّعت الورشة A منها 600 قلماً و صنعت البقية الورشة B . هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال . نسحب عشوائياً قلماً من الطلب . نرمز بالرمز A إلى الحدث "القلم مصنوع في الورشة A " و بالرمز B إلى الحدث "القلم مصنوع في *الورشة* B " وبالرمز D إلى الحدث " القلم غير صالح للاستعمال" .

① أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة .

② إذا كان القلم غير صالح للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A

③ نسحب عشوائياً من الورشة B قلمين معاً وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال عين مجموعة قيم المتحول العشوائي X ونظّم جدول القانون الاحتمالي .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على R وفق : $f(x) = (x-1)\,e^x$

① ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها و أوجد ما للخط C من مقاربات وأدرس الوضع النسبي لها .

② ارسم كل مقارب وجدته للخط C ثم ارسم C .

③ أحسب مساحة السطح المحصور بين C و المحورين الاحداثيين xx' و yy'

④ أكتب معادلة المماس للخط C في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب .

انتهت الأسئلة ..

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

سلم تصحيح الاختبار (4)

أ. فارس حقل

أ. بتول لحوش

أولاً: السؤال الأول:

1) $D =]-\infty, -2[\cup]-2, +\infty[$ — 10

2) $y = 1$ و $y = -3$ (أفقي) — 3×5

$x = -2$ (شاقولي)

3) لا يوجد. — 5

4) كلا غير اشتقاقي — 5

5) $f(3) = 0$ قيمة حدية كبرى — 5

40

السؤال الثاني:

$2z - w = -3 \quad ...(1)$

$2\bar{z} + \bar{w} = -3 + 2\sqrt{3}\,i \quad ...(2)$

نأخذ مرافق (1) فنجد:

5 — $2\bar{z} - \bar{w} = -3 \quad ...(3)$

نجمع (3) و (2) فنجد:

5 — $4\bar{z} = -6 + 2\sqrt{3}\,i$

5 — $\Rightarrow \bar{z} = \frac{-6}{4} + \frac{2}{4}\sqrt{3}\,i$

10 — $\Rightarrow z = \frac{-3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,i$

نعوض في (1) لنحسب w:

5 — $\Rightarrow -3 - \sqrt{3}\,i - w = -3$

10 — $\Rightarrow w = -\sqrt{3}\,i$

السؤال الثالث:

1) $\overrightarrow{ED}(-1, 5, -1)$ و $\overrightarrow{EC}(3, 1, -1)$ — 5+5

$\frac{-1}{3} \neq \frac{5}{1}$ أي المركبات غير متناسبة — 5

فالشعاعين $\overrightarrow{EC}$ ، $\overrightarrow{ED}$ غير مرتبطين خطياً. — 2

⇐ النقاط E ، D ، C ليست على استقامة واحدة — 2

2) $\overrightarrow{AB}(-1, -1, -4)$ — 3

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{ED} = (-1, -1, -4)(-1, 5, -1)$ — 3

$= 1 - 5 + 4 = 0$ — 2+2

⇐ $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{ED}$ — 2

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EC} = (-1, -1, -4)(3, 1, -1)$ — 3

$= -3 - 1 + 4 = 0$ — 2+2

⇐ $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{EC}$ — 2

40

وبالتالي المستقيم AB عمودي على المستوي (CDE)

السؤال الرابع:

$e^x - \frac{1}{e} e^y = 1 \quad ..(1)$

$2e^x + e^y = 4 + e \quad ..(2)$

نضرب المعادلة (1) بـ (e):

5 — $\Rightarrow e^x \cdot e - e^y = e \quad ..(3)$

نجمع (3) و (2) نجد:

5 — $2e^x + e^x \cdot e = 4 + 2e$

5 — $e^x(2 + e) = 2(2 + e)$

5+5 — $e^x = 2 \Rightarrow x = \ln(2)$

نعوض في (2) لحساب y:

5 — $\Rightarrow 2e^{\ln 2} + e^y = 4 + e$

2,5 — $4 + e^y = 4 + e \Rightarrow e^y = e$

2,5 — $\Rightarrow y = \ln(e)$

5 — $\Rightarrow y = 1$

ثانياً: التمرين الأول :

1

$U_n = 3n+1$

$U_{n+1} = 3(n+1)+1 = 3n+4$ 5

$U_{n+1} - U_n = 3n+4-3n-1 = 3$ 5+5

⇐ المتتالية حسابية أساسها $r=3$ 5

2

$U_0 = 3(0)+1 \Rightarrow U_0 = 1$ 2,5

$U_{14} = 3(14)+1 \Rightarrow U_{14} = 43$ 2,5

عدد الحدود : $n = 15$

$S = \frac{n(a+l)}{2} = \frac{15(1+43)}{2}$ 5+5

$= 15 \times 22 = 330$ 5

يجب أن يكون :

$U_{n+1} > U_n$ 5

أي : $U_{n+1} - U_n > 0$

$3n+4-3n-1 > 0$ 5

$3 > 0$ 5

⇐ المتتالية متزايدة تماماً 5

60

التمرين الثاني :

$X(\Omega) = \{0,1,2,3,4,5\}$

$P = \frac{4}{6}$, $q = \frac{2}{6}$ 2x2,5

$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k \cdot q^{n-k}$ 2,5

$P(X=0) = \binom{5}{0}\left(\frac{4}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^5$ 5

$= 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{243} = \frac{1}{243}$ 2,5

5 $P(X=1) = \binom{5}{1}\left(\frac{4}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^4$

2,5 $= 5 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{81} = \frac{10}{243}$

5 $P(X=2) = \binom{5}{2}\left(\frac{4}{6}\right)^2\left(\frac{2}{6}\right)^3$

2,5 $= 10 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{27} = \frac{40}{243}$

5 $P(X=3) = \binom{5}{3}\left(\frac{4}{6}\right)^3\left(\frac{2}{6}\right)^2$

2,5 $= 10 \times \frac{8}{27} \times \frac{1}{9} = \frac{80}{243}$

5 $P(X=4) = \binom{5}{4}\left(\frac{4}{6}\right)^4\left(\frac{2}{6}\right)^1$

2,5 $= 5 \times \frac{16}{81} \times \frac{1}{3} = \frac{80}{243}$

5 $P(X=5) = \binom{5}{5}\left(\frac{4}{6}\right)^5\left(\frac{2}{6}\right)^0$

2,5 $= \frac{32}{243}$

7,5

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{243}$	$\frac{10}{243}$	$\frac{40}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{32}{243}$

60

التمرين الثالث :

$$I = \int_0^{\pi} e^x \cos x \, dx$$

3+3 $u = \cos x \Rightarrow u' = -\sin x$

3+3 $v' = e^x \Rightarrow v = e^x$

3 $I = u.v - \int v.u' \, dx$

3+3 $= e^x \cos x - \int -e^x . \sin x \, dx$

5 $= e^x \cos x + \underbrace{\int e^x . \sin x \, dx}_{I_1}$

حساب I_1 :

3+3 $u_1 = \sin x \Rightarrow u_1' = \cos x$

3+3 $v_1' = e^x \Rightarrow v_1 = e^x$

2+2 $I_1 = e^x \sin x - \int e^x \cos x \, dx$

2 $\Rightarrow I_1 = e^x \sin x - I$

نعوض I_1 في I :

2 $I = e^x \cos x + [e^x \sin x - I]$

$I = e^x \cos x + e^x \sin x - I$

2 $2I = e^x \cos x + e^x \sin x$

2 $I = \left[\dfrac{e^x \cos x + e^x \sin x}{2}\right]_0^{\pi}$

2+2 $\Rightarrow I = \left[\dfrac{e^{\pi}\cos(\pi) + e^{\pi}\sin(\pi)}{2}\right] - \left[\dfrac{e^0 \cos(0) + e^0 \sin(0)}{2}\right]$

2+2 $= \dfrac{e^{\pi}(-1) + e^{\pi}(0)}{2} - \dfrac{1 + 1(0)}{2}$

2 $= \dfrac{-e^{\pi} - 1}{2}$

60

التمرين الرابع :

5+5 $\vec{AB}(-3,1,3)$; $\vec{n}(2,-1,1)$

2,5×2 $\vec{AB} \cdot \vec{n} = (-3)(2) + (1)(-1) + (3)(1)$

$= -4 \neq 0$

5 $\Leftarrow$ AB تقطع المستوي P في نقطة M

5×3 $AB : \begin{cases} x = -3t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases} ; t \in R$

نعوض في معادلة المستوي :

5 $\Rightarrow -6t - 2 - t + 1 + 3t - 2 = 0$

2,5 $\Rightarrow -4t - 3 = 0$

5 $\Rightarrow t = \dfrac{-3}{4}$

2,5×3 $x = \dfrac{9}{4}$, $y = \dfrac{5}{4}$, $z = \dfrac{-5}{4}$

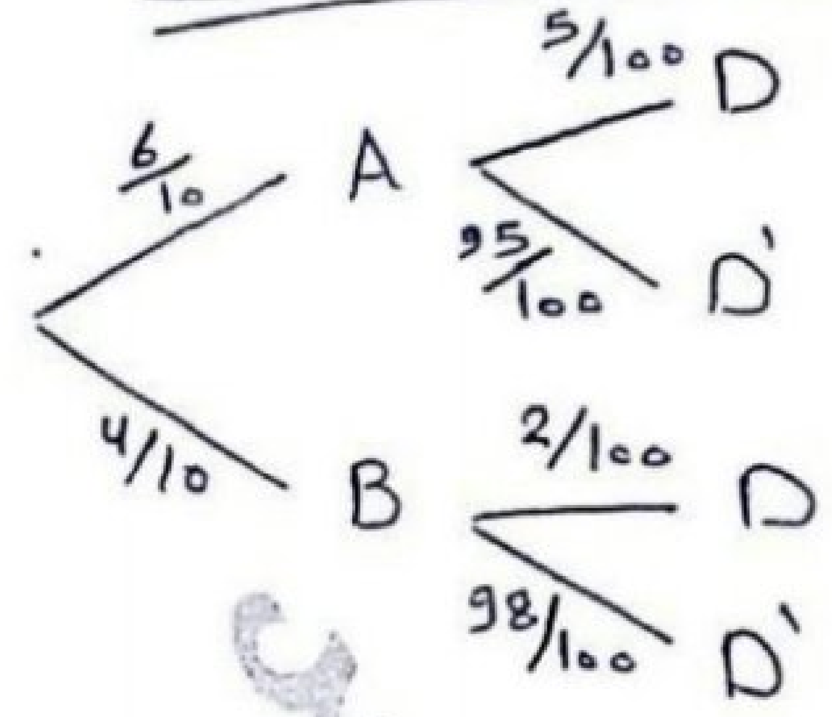
5 $\Rightarrow M\left(\dfrac{9}{4}, \dfrac{5}{4}, \dfrac{-5}{4}\right)$

60

المسألة الأولى :

[1]

كل فرع 5 × 6



5+5 $P(A \cap D) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{100} = \frac{30}{1000}$ [2]

5 + 5 $P(D) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{100} + \frac{4}{10} \times \frac{2}{100}$

$= \frac{38}{1000}$

5 $\Rightarrow P(A|D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)}$

5+5 $= \frac{\frac{30}{1000}}{\frac{38}{1000}} = \frac{30}{38}$

[3]

10 $X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$

عدد الأقلام الصالحة في المصنع B :

كل 100 ← 98

كل 400 ← x

5 $x = \frac{400 \times 98}{100} = 392$ قلم

3+2 $\underset{(D,D)}{P(X=0)} = \frac{\binom{8}{2}}{\binom{400}{2}} = \frac{28}{79800}$

3+2 $\underset{(D',D)}{P(X=1)} = \frac{\binom{392}{1}\binom{8}{1}}{\binom{400}{2}}$

$= \frac{3136}{79800}$

3+2 $\underset{(D',D')}{P(X=2)} = \frac{\binom{392}{2}}{\binom{400}{2}}$

$= \frac{76636}{79800}$

5

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{28}{79800}$	$\frac{3136}{79800}$	$\frac{76636}{79800}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

المسألة الثانية :

1 التابع مستمر واشتقاقي على R — 2.5

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = (+\infty)\, e^{+\infty} = +\infty$$ — 2.5

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = (-\infty)\, e^{-\infty} = -\infty \cdot 0$$ عدم تعيين — 2.5

$$\lim_{x\to-\infty} (x e^{x} - e^{x}) = 0 - 0 = 0$$ — 2.5

$y=0$ مقارب // xx' — 2.5

$$f'(x) = e^{x} + e^{x}(x-1)$$
$$= e^{x}(1+x-1) = x e^{x}$$ — 5

$f'(x)=0 \Rightarrow x=0 \ ,\ f(0)=(0-1)e^{0}$ — 2.5

$\Rightarrow f(0) = -1$ قيمة محلية صغرى — 2.5

2.5 x 3

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

الوضع النسبي :

5 في المجال $]-\infty, 1[$ التابع C_f تحت Δ

5 في المجال $]1, +\infty[$ التابع C_f فوق Δ

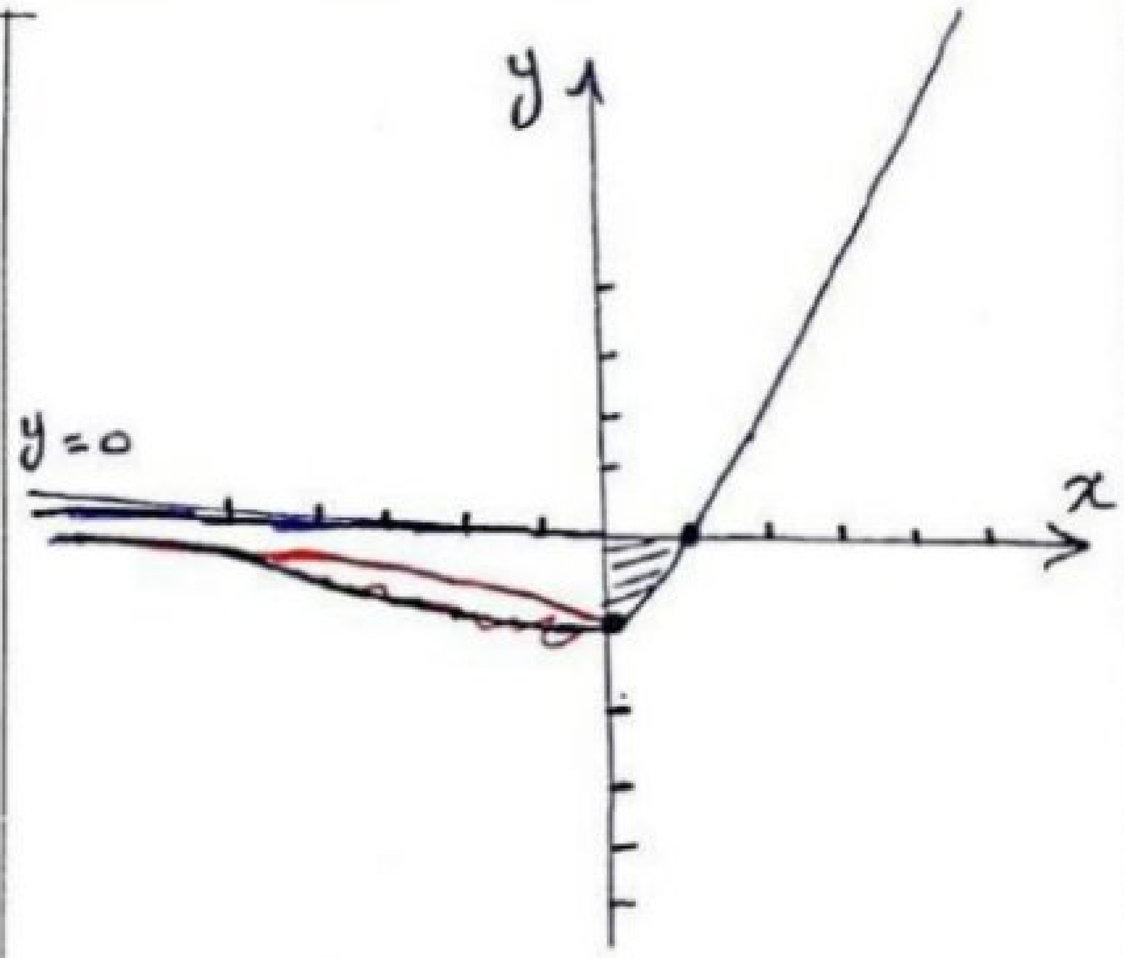
2 نقاط مساعدة :

2.5 $y=0 \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow (1,0)$

2.5 $x=0 \Rightarrow y=-1 \Rightarrow (0,-1)$

2 للمحاور

3 للخط



3

5 $$S = \int_0^1 -f(x)\, dx = \int_0^1 -(x-1)e^{x}\, dx$$

2.5X2 $u = -x+1 \Rightarrow u' = -1$

2.5X2 $v' = e^{x} \Rightarrow v = e^{x}$

2.5X2 $= (-x+1)e^{x} - \int -e^{x}\, dx$

2.5 $= \left[(-x+1)e^{x} + e^{x}\right]_0^1$

$= \left[e^{x}(-x+1+1)\right]_0^1$

$= \left[-xe^{x} + 2e^{x}\right]_0^1$

2.5 $= (-e+2e)-(0+2)$

5 $= e-2$

4 نقطة تقاطعه مع محور التراتيب

أي : $x = 0 \Rightarrow y = -1$

$(0,-1)$ نقطة التماس — 2,5

$m = f'(0) = 0$ — 5

معادلة المماس هي :

$(y - y_0) = m(x - x_0)$ — 2,5

$\boxed{y = -1}$ — 5

مركز أونلاين التعليمي

اسم الطالب/ة:.............................

امتحان نهائي (5)

بكالوريا رياضيات

مدة الأختبار: 3 ساعات.

Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أراد صف فيه عشر طلاب وخمس طالبات تأليف لجنة نشاط للصف مؤلفة من أربعة أشخاص .. بكم لجنة مختلفة يمكن تأليفها في كل من الحالات الآتية :

① اللجنة مؤلفة من ثلاثة طلاب وطالبة . ② في اللجنة طالبتان على الأكثر

السؤال الثاني :

① اكتب العدد العقدي بالشكل الأسي $z = \left(1-\sqrt{2}\right)\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

② لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z = -1 + i$ ، أوجد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق تحاكي مركزه $A(2-i)$ ونسبته -3

السؤال الثالث : اثبت أن $\ln(x) \le x - 1$ ، أيا كانت $x \in]0, +\infty[$

السؤال الرابع : حل المعادلة الآتية : $\ln(-3x) = \ln(x^2 - 4)$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول : في معلم متجانس $(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ نتأمل النقاط

$A(4, 0, -3)$ و $B(2, 2, 2)$ و $C(3, -3, -1)$

① أوجد معادلة المستوي المحوري ρ للقطعة المستقيمة $[AB]$.

② اكتب معادلة للكرة S التي مركزها C وتمس المستوى ρ .

③ اكتب معادلة للمخروط الذي رأسه O و محوره $(o, \vec{k})$ و قاعدته الدائرة التي مركزها $F(0, 0, 4)$ و نصف قطرها 3

التمرين الثاني : ليكن الخط البياني للتابع f المعرف على $D =]0, 1[\cup]1, +\infty[$

وفق : $f(x) = \frac{1}{x\ln x}$ ..والمطلوب :

① ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ثم أوجد المقاربات الموازية للمحاور الإحداثية و أوجد قيمته الكبرى محلياً

② ارسم المقاربات و ارسم الخط C .

③ احسب مساحة السطح المحصور بين C و المحور xx' و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = e$, $x = 2$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(V_n)_{n\geq1}$

المعرفتان كما يلي :

$u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}$ و $v_n = u_n + \frac{1}{4n}$ اثبت أن هاتين المتتاليتين متجاورتان.

التمرين الرابع : في معلم متجانس في الفراغ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

① أوجد معادلة الأسطوانة التي محورها ox و مركز قاعدتها $T(4,0,0)$ و نصف قطرها $\sqrt{3}$

② صف مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق إحداثياتها مايلي : $1 \leq y \leq 4 \quad : \quad x^2 + z^2 = 36$

③ $ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC..جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق :

$$\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}\|$$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسالة)

المسألة الأولى : يحتوي صندوق (10) كرات متماثلة (5 حمراء 3 سوداء 2 زرقاء) نسحب من الصندوق ثلاث كرات عشوائياً بالتتالي مع إعادة والمطلوب :

① ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة الأولى حمراء والثانية سوداء والثالثة زرقاء ؟

② ما احتمال أن تكون الكرات الثلاث من لون واحد ؟

③ ما احتمال أن تكون واحدة فقط من الكرات المسحوبة زرقاء علماً بأن كرة سوداء على الأقل وجدت بين الكرات المسحوبة.

④ نعرف متغيراً عشوائياً X يدل على عدد الكرات الزرقاء المسحوبة . اكتب قيم المتغير العشوائي X واكتب جدول توزيعه واحسب توقعه الرياضي.

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R/\{-1\}$ وفق $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$

① ادرس تغيرات الدالة f ونظم جدولاً بها واستنتج ما الخط C من مقاربات موازية للمحور xx' أو للمحور yy' ، ثم ادرس وضع C بالنسبة لكل مقارب وجدته ، وعين القيمة الحدية الكبرى محلياً في حال وجودها.

② ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .

③ احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx' المستقيم $x = 1$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

سلم التصحيح

الاختبار (5)

أ. فارس حجل

أ. بتول حموش

Online center

مركز أونلاين التعليمي

أولاً: السؤال الأول:

1

4+4 $\binom{10}{3}\binom{5}{1} = 120 \times 5$

4 $= 600$

2

4+4+4 $\binom{10}{2}\binom{5}{2} + \binom{10}{3}\binom{5}{1} + \binom{10}{4}$

4×4 $= 450 + 600 + 210 = 1260$

د40

السؤال الثاني:

د40

1

5 $z = -(-1+\sqrt{2})\, e^{\frac{\pi}{3}i}$

5 $= e^{\pi i}(\sqrt{2}-1)\, e^{\frac{\pi}{3}i}$

5 $\Rightarrow z = (\sqrt{2}-1)\, e^{\frac{4\pi}{3}i}$

2

5 $z' - \omega = k(z - \omega)$

5+5 $z' - (2-i) = \cancel{-3(\ldots)}$

$= -3[(-1+i)-(2-i)]$

5 $z' - 2 + i = +9 - 6i$

5 $\boxed{z' = 11 - 7i}$

السؤال الثالث:

د40

5 $x - 1 - \ln(x) \geq 0$

5 $f(x) = x - 1 - \ln(x)$

5 $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = 0$

5 $\Rightarrow x = 1$:f اشتقاق على المجال $]0,+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

5 $f(x) \geq 0$

5 $x - 1 - \ln(x) \geq 0$

5 $x - 1 \geq \ln(x)$

د40

السؤال الرابع:

5 $D =]-\infty,-2[$ أو $]-2,0[$

5 $-3x = x^2 - 4$

5 $x^2 + 3x - 4 = 0$

5 $(x+4)(x-1) = 0$

5+5 إما: $x = -4 \in D$ مقبول

5+5 أو: $x = 1 \notin D$ مرفوض

د60

ثانياً: التمرين الأول:

1

4 $\vec{n} = \overrightarrow{AB}(-2,2,5)$

4 $X_m = \frac{4+2}{2} = 3$

4 $Y_m = \frac{0+2}{2} = 1$

4 $Z_m = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}$

4 $M(3,1,-\frac{1}{2})$

4 $P: a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

4 $P: -2(x-3) + 2(y-1) + 5(z+\frac{1}{2}) = 0$

4 $P: -2x + 2y + 5z + \frac{13}{2} = 0$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2)

$C(3,-3,-1)$

4 $R = S = \dfrac{|P(x_0,y_0,z_0)|}{|\vec{n}|}$

4 $S = \dfrac{|-2(3)+2(-3)+5(-1)+\frac{13}{2}|}{\sqrt{33}}$

4 $= \dfrac{21}{2\sqrt{33}} = R$

4 $S \equiv (x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2 = R^2$

4 $S \equiv (x-3)^2+(y+3)^2+(z+1)^2 = \frac{147}{44}$

3) معادلة المخروط:

4+4 $x^2+y^2-\frac{9}{16}z^2 = 0 \,;\, 0 \le z \le 4$

المزين الثاني :

1) التابع مستمر واشتقاقي على المجال:

$D =]0,1[\cup]1,+\infty[$

2 $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$

2 $x=0$ مقارب للخط C منطبق على $y'y$

2 $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$

2 $x=1$ مقارب $/\!/ \; yy'$ والخط C يقع على يساره

2 $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$

2 $x=1$ مقارب $/\!/ \; yy'$ والخط C يقع على يمينه

2 $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 0$

2 $y=0$ مقارب للخط C منطبق على xx'

f مستمرة واشتقاقية على كل من المجالين:

$]0,1[\,,\,]1,+\infty[$

5 $f'(x) = \dfrac{-[\ln(x) + \frac{1}{x}\cdot x]}{x^2\ln^2 x}$

5 $= \dfrac{-[\ln(x)+1]}{x^2 \ln^2 x}$

2+2 $f'(x) = 0 \Rightarrow 1+\ln x = 0$

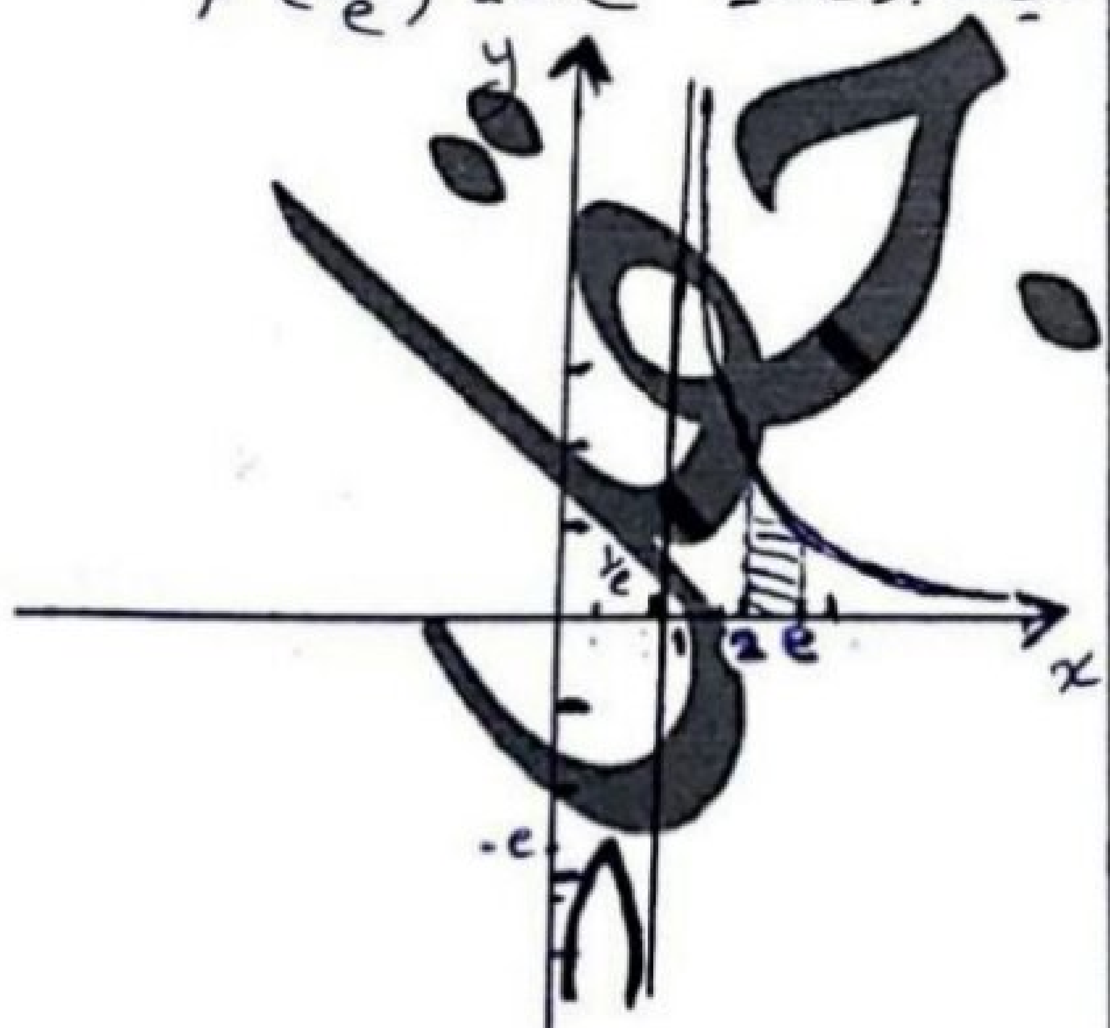
2 $\Rightarrow x = e^{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{e}$

2 $\Rightarrow f(\frac{1}{e}) = -e$

x	0		$\frac{1}{e}$		1		∞
3x2 $f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$-e$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘	0

2 $f(\frac{1}{e}) = -e$ قيمة كبرى محلياً

3x2



2 $S=\int_2^e \frac{1}{x\ln x}\,dx$

$=\int_2^e \frac{1}{x}\cdot\frac{1}{\ln x}\,dx=\int_2^e \frac{\frac{1}{x}}{\ln(x)}\,dx$

$\ln x>0$ على المجال $[2,e]$

5 $\Rightarrow S=\left[\ln(\ln x)\right]_2^e$

3+2 $=\ln(\ln e)-\ln(\ln 2)=-\ln(\ln 2)$

60

60

التمرين الثالث:

5 $U_{n+1}=\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\dots+\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2n+2}$

5 $U_{n+1}-U_n=\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2n+2}-\frac{1}{n+1}$

5+5 $=\frac{1}{(2n+1)(2n+2)}>0$

2.5 فالمتتالية متزايدة تماماً

5 $V_{n+1}=U_{n+1}+\frac{1}{n(n+1)}$

5+5 $V_{n+1}-V_n=\frac{-2(n+1)}{4n(n+1)(2n+1)(2n+2)}<0$

2.5 فالمتتالية متناقصة .

5+5 $V_n-U_n=U_n+\frac{1}{4n}-U_n=\frac{1}{4n}$

5 $\lim_{n\to+\infty}(V_n-U_n)=0$

5 فالمتتاليتان متجاورتان .

التمرين الرابع:

$\boxed{1}$ معادلة الأسطوانة:

3+3 $y^2+z^2=r^2;\ 0\le x\le h$

3+3 $y^2+z^2=3\ ;\ 0\le x\le 4$

$\boxed{2}$ مجموعة النقاط هي أسطوانة نصف قطرها $r=6$ ومحورها محور التراتيب

3+3+2+3+3

مركز قاعدتها الدنيا $(0,1,0)$

مركز قاعدتها العليا $(0,4,0)$

$\boxed{3}$

عبارات G مركز ثقل المثلث DBC

مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(B,1)$ و $(C,1)$ و $(D,1)$

10 $\vec{GB}+\vec{GC}+\vec{GD}=\vec{0}$

5 $\Rightarrow \vec{MB}+\vec{MD}+\vec{MC}=3\vec{MG}$

5 $\Rightarrow \|3\vec{MG}\|=\|3\vec{MA}-(\vec{MB}+\vec{MD}+\vec{MC})\|$

5 $\|3\vec{MG}\|=\|3\vec{MA}-3\vec{MG}\|$

5 $=\|3\vec{GA}\|$

2 $\Rightarrow \|\vec{MG}\|=\|\vec{GA}\|$

1 مجموعة النقاط M تشكل كرة مركزها G ونصف قطرها GA

Online center
مركز أونلاين التعليمي

المسألة الأولى :

1) $\left(\frac{5}{10}\times\frac{3}{10}\times\frac{2}{10}\right) = \frac{30}{1000}$ — 5+5

2) $\left(\frac{5}{10}\right)^3+\left(\frac{3}{10}\right)^3+\left(\frac{2}{10}\right)^3 = \frac{160}{1000}$ — 2,5×4

3) نفرض B حدث سحب كرة سوداء على الأقل — 2,5

نفرض A حدث سحب كرة زرقاء فقط — 2,5

$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ — 5

$= \frac{\frac{160}{1000} + 3\left(\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}\times\frac{2}{10}\right)}{\left(\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}\right)3+\left(\frac{3}{10}\cdot\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{10}\right)3+\left(\frac{3}{10}\right)^3}$ — 2,5×2 ; 2,5×3

$= \dots$ — 2,5

4) $X(\Omega) = \{0,1,2,3\}$ — 5

$P(X=0) = \left(\frac{8}{10}\right)^3 = \frac{512}{1000}$ — 5+5

$P(X=1) = \left(\frac{2\times8\times8}{1000}\right)3 = \frac{384}{1000}$ — 5+5

$P(X=2) = \left(\frac{2\times2\times8}{1000}\right)3 = \frac{96}{1000}$ — 5+5

$P(X=3) = \left(\frac{2}{10}\right)^3 = \frac{8}{1000}$ — 5+5

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{512}{1000}$	$\frac{384}{1000}$	$\frac{96}{1000}$	$\frac{8}{1000}$

2,5 + 2,5

$E(X) = \frac{384+192+18}{1000} = \frac{297}{500}$ — 2,5 + 2,5

المسألة الثانية :

1)

5 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

5 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

5 $y=0$ مقارب

5 $\lim_{x\to-1} f(x) = -\infty$

5 $x=-1$ مقارب $// yy'$

الرسم البياني :

5 الخط C يقطع على يمين ويسار المقارب.

5 القانون + 5 $f'(x) = \frac{x^2+1}{(x+1)^4}$

5 $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \mp1$

3 $f(1) = \frac{1}{4}$ قيمة كبرى

2 $x=-1 \notin D$

x	$-\infty$		-1		0	1		$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	‖	$+$		0	$-$		5
$f(x)$	0	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗		$\frac{1}{4}$	↘	0	5

(5)

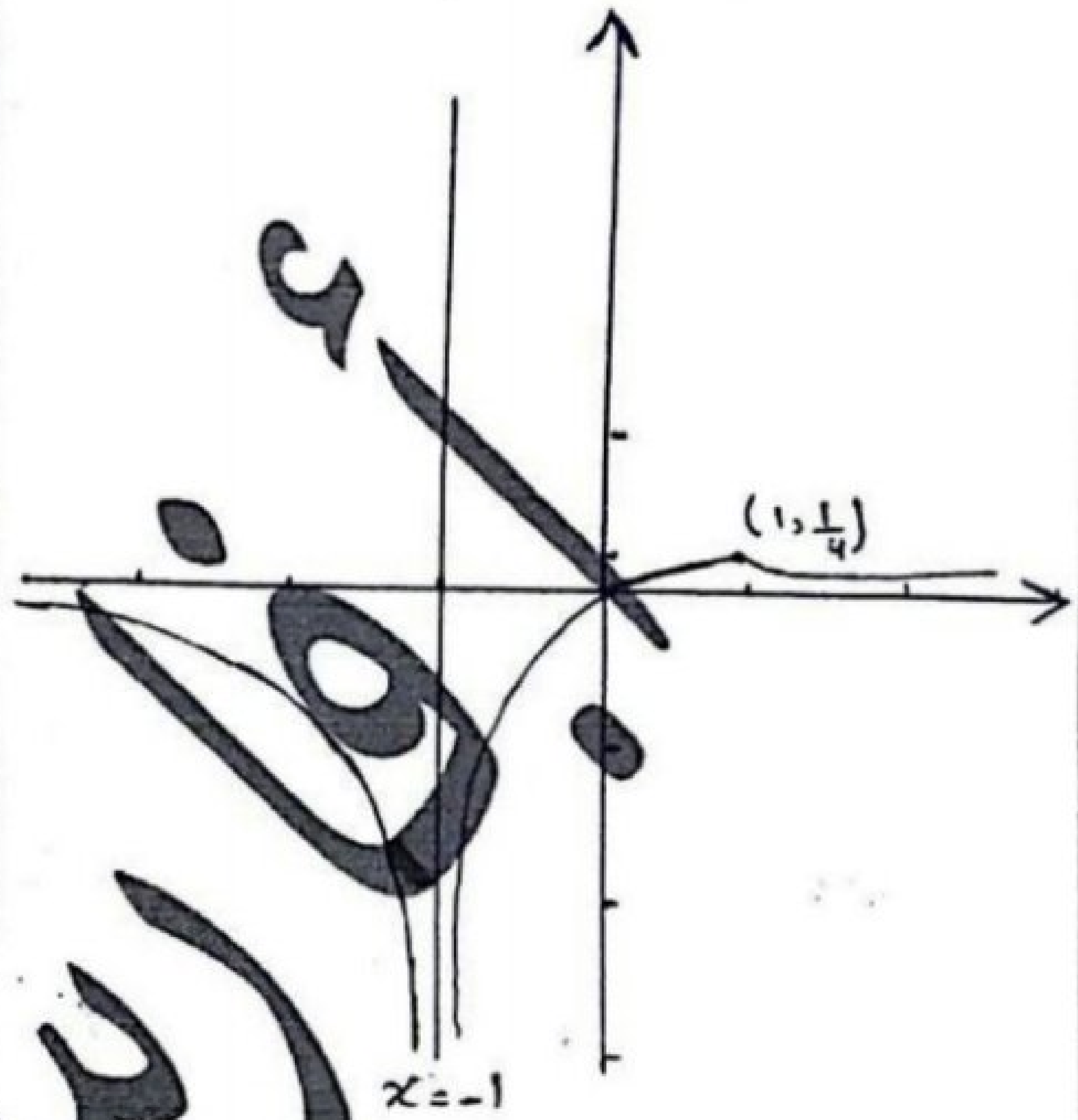
Online center

مركز أونلاين التعليمي

5 في المجال $]-\infty,-1[\ \cup\ ]-1,0[$ الخط C تحت المستقيم $y=0$

5 في المجال $]0,+\infty[$ الخط C فوق المستقيم $y=0$

3 للخط + 2 للتقارب



5 $$S=\int_0^1 \frac{x+1-1}{(x+1)^2}\,dx$$

5 $$=\int_0^1 \frac{1}{x+1}\,dx+\int_0^1 \frac{-1}{(x+1)^2}\,dx$$

3+2 $$=\left[\ln(x+1)+\frac{1}{x+1}\right]_0^1$$

5 $$\Rightarrow S=\ln(2)-\frac{1}{2}$$

السعي السلم مع أطيب التمنيات بالنجاح والتفوق ...

فارس حقل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Online center
مركز أونلاين التعليمي

اسم الطالب\ة:
المدة: 3 ساعات
الدرجة النهائية: 600

أختبار للثالث الثانوي العلمي (الرياضيات)

(امتحان الفصل الأول)

أولا: أجب عن الأسئلة التالية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الاول: تأمل جدول تغيرات التابع f

المعرف والمستمر على R وخطه البياني C

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	−1	$\nearrow$	2

والمطلوب: ① أوجد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

② أكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني c

③ماهي القيم الحدية المحلية وحدد نوعها ؟

④ ماعدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

السؤال الثاني: ليكن العدد العقدي $Z = -2\sqrt{3} + 2i$ أكتب العدد Z بالشكل الأسي ثم أوجد Z^6 .

السؤال الثالث : $GHFE$ رباعي وجوه ، M نقطة منه تحقّق : $\overrightarrow{EG} - \overrightarrow{MF} - \overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MH} = \vec{0}$

① أثبت أن M هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (H,β) ، (F,α) ، (E,γ) ثم عين α,β,γ .

② حدد موضع النقطة M .

السؤال الرابع: لتكن f الدالة المعرفة على R وفق : $f(x) = \sin x$ بافتراض أن f أشتقاقية n مرة على R

أثبت بالتدريج أنه أياً كان $n \in N^*$ فإن $f^{(n)}(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} n + x\right)$.

ثانيا : حل التمارين التالية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الاول : نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ كما يأتي: $v_0 = \frac{1}{2}$ و $v_{n+1} = \frac{5v_n+4}{v_n+2}$ والمطلوب :

❶ ادرس جهة اطراد المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$.

❷ نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ بالعلاقة $u_n = \frac{v_n-4}{v_n+1}$

Ⓐ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ هندسية ثم عيّن حدها الأول وأساسها

Ⓑ أوجد عبارة u_n بدلالة n ، ثم أستنتج عبارة v_n بدلالة n وعيّن نهاية $(v_n)_{n\geq0}$.

التمرين الثاني : A,B,C ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة من الفراغ و D و E نقطتان تحققان :
$3\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{CE}$

① أثبت أن النقاط A,B,C,D,E تقع في مستوي واحد .

② لتكن I منتصف $[CD]$ و J منتصف $[BE]$ أثبت وقوع A و I و J على استقامة واحدة .

التمرين الثالث: ليكن التابع المعرف على R كما يلي : $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 8}$ والمطلوب :

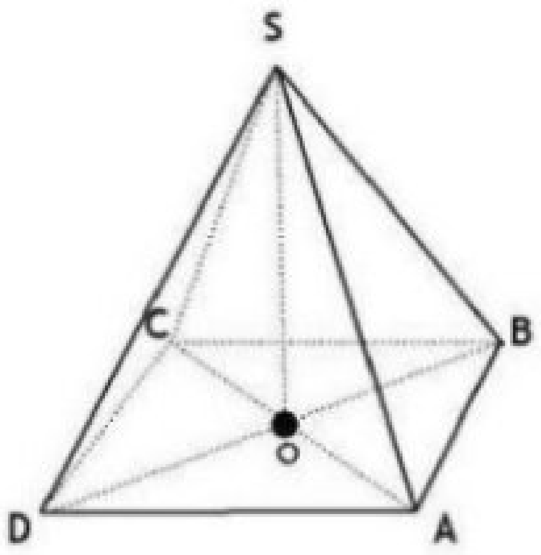
① أحسب نهاية $f(x)$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ، هل يقبل C_f مقارب أفقي .

② تحقق أن المستقيم الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للخط C_f .

التمرين الرابع: ليكن S_ABCD هرم قاعدته مربع طول ضلعه يساوي 5

وطول كل حرف من حروفه الجانبية يساوي 5 ،ولتكن O مرتسم S

القائم على القاعدة والمطلوب :



① أحسب $\overrightarrow{SD} \cdot \overrightarrow{SC}$

② أحسب طول القطر BD ،ثم أحسب $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DS}$

③ عين G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D, 2)$ و$(C, 3)$ و$(S, 1)$.

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطتان $A(2, 1, -2)$ ، $B(7, -2, 0)$ والشعاعان $\vec{u}(2, -1, 0)$ $\vec{v}(-3, 1, 2)$ والمطلوب :

① أثبت أن الأشعة $\vec{u}$ و$\vec{v}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطة خطيا .

② أكتب معادلة المستوي الذي يقبل $\vec{v}$ و$\overrightarrow{AB}$ شعاعي توجيه له .

③ أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d الذي يقبل $\vec{v}$ شعاعاً توجيها له ويمر بالنقطة B .

④ اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

المسألة الثانية : ليكن التابع f المعرفة على $R\setminus\{1\}$: $f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x-1}$ خطه البياني C والمطلوب :

① عين a,b (الحقيقيين) ليكون للتابع قيمة كبرى محليا مساوية للصفر عند $x = -1$.

② أثبت أن التابع يكتب بالشكل : $f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-1}$

③ أثبت أن المستقيم $y_\Delta = x + 3$ مقارب للخط C و ادرس الوضع النسبي لـ C مع Δ .

④ أدرس تغيرات التابع f و أوجد المقاربات الأفقية والشاقولية .

⑤ ارسم المقاربات وارسم الخط C .

انتهت الأسئلة

« سلم تصحيح »

اختبار فصل أول «بكالوريا»

أولاً: السؤال الأول

1) 5 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$

5 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$

2) 5 c مقارب أفقي للخط $y = 2$

3) 5+5 $f(-2) = 3$ قيمة محلية كبرى

5+5 $f(0) = -1$ قيمة محلية صغرى

4) 5 عدد الحلول: 2

السؤال الثاني:

$Z = -2\sqrt{3} + 2i$

5 $r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 4$

5 $\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{-2\sqrt{3}}{4} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

5 $\sin\theta = \frac{b}{r} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

5 $\Rightarrow \theta = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$ (الربع الثاني)

5 $\Rightarrow Z = r \cdot e^{i\theta} \Rightarrow Z = 4 e^{\frac{5\pi}{6} i}$

5 $Z^6 = \left(4 e^{\frac{5\pi}{6} i}\right)^6$

$\Rightarrow Z^6 = (4)^6 \, e^{6 \cdot \frac{5\pi}{6} i}$

$\Rightarrow Z^6 = (4^2)^3 \cdot e^{5\pi i}$

5 $\Rightarrow Z^6 = 4096 \cdot e^{5\pi i}$

5 $Z^6 = -4096$

السؤال الثالث:

$\overrightarrow{EG} - \overrightarrow{MF} - \overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MH} = \vec{0}$

$\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MF} - \overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MH} = \vec{0}$

$\Rightarrow -\overrightarrow{ME} - \overrightarrow{MF} - \overrightarrow{MH} = \vec{0}$

$\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{MH} = \vec{0}$

$\Leftarrow$ M مركز أبعاد

$\alpha = 1 \;,\; \beta = 1 \;,\; \gamma = 1$

On line Electronic School

مركز أونلاين التعليمي

السؤال الرابع :

نبرهن صحة العلاقة من أجل : $n=1$

$$f^{(1)}(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$$
$$=\cos(x) = f'(x)$$

محققة

نفرض صحة العلاقة من أجل n

$$f^{(n)}(x)=\sin\left[\frac{\pi}{2}n+x\right] \quad \dots \star$$

محققة

نبرهن صحة العلاقة من أجل : $(n+1)$

$$f^{(n+1)}(x)=\sin\left[\frac{\pi}{2}(n+1)+x\right]$$

لدينا :

$$f^{(n+1)}(x)=\left[f^{(n)}(x)\right]'$$
$$=\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}n+x\right)\right]'$$
$$f^{(n+1)}(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}n+x\right)$$
$$=\sin\left[\frac{\pi}{2}+\left(\frac{\pi}{2}n+x\right)\right]$$
$$=\sin\left[\frac{\pi}{2}(n+1)+x\right]$$

$\Leftarrow$ محققة وبالتالي حسب البرهان بالتدريج العلاقة $f^{(n)}(x)$ صحيحة .

ثانياً : التمرين الأول

$\boxed{1}$ $v_0=\frac{1}{2}$ ، $v_1=\frac{13}{5}$

$v_2=\frac{85}{23}$ ، $v_3=\frac{517}{131}$

نلاحظ الحدود متزايدة ..

$$v_{n+1}-v_n=\frac{5v_n+4}{v_n+2}-v_n$$
$$=\frac{5v_n+4-v_n^2-2v_n}{v_n+2} \quad = \quad \frac{4v_n+2}{v_n+2}$$

نفرض : $f(x)=\frac{4x+2}{x+2}$

$$f'(x)=\frac{6}{(x+2)^2}>0 \Rightarrow v_{n+1}-v_n>0$$

و المتتالية متزايدة تماماً .

$\boxed{2}$ A : $U_n=\frac{v_n-4}{v_n+1}$ ؛ $U_{n+1}=\frac{v_{n+1}-4}{v_{n+1}+1}$

$$U_{n+1}=\frac{5v_n+4/v_n+2 \; -4}{5v_n+4/v_n+2 \; +1}$$
$$=\frac{5v_n+4-4v_n-8}{5v_n+4+v_n+2}=\frac{v_n-4}{6(v_n+1)}$$
$$U_{n+1}=\frac{1}{6}U_n$$

$\Leftarrow (U_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{6}$ وحدها الأول

$$U_0=\frac{v_0-4}{v_0+1}=\frac{1/2-4}{1/2+1}=\frac{-7}{3}$$

B $$U_n=U_0q^n=\frac{-7}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^n$$

لدينا : $U_n=\frac{v_n-4}{v_n+1}$

⟹ $U_n(V_n+1) = V_n - 4$

⟹ $U_n \cdot V_n + U_n = V_n - 4$

$U_n + 4 = V_n - U_n \cdot V_n$

$U_n + 4 = V_n(1-U_n)$

⟹ $V_n = \frac{U_n+4}{1-U_n}$

$V_n = \frac{-7/3(\frac{1}{6})^n + 4}{1 + 7/3(\frac{1}{6})^n}$

وبما أن $-1 < \frac{1}{6} < 1$

⟹ $\lim_{n\to+\infty} (\frac{1}{6})^n = 0$

⟹ $\lim_{n\to+\infty} V_n = \frac{12}{3} = 4$

التمرين الثاني:

$\boxed{1}$ $\vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{AB}$

⟸ $\vec{AD}$ و $\vec{AB}$ مرتبطين خطياً

⟸ A,B,D على استقامة واحدة

⟸ D تقع على المستقيم (AB) المحتوى في المستوي (ABC)

$\vec{AE} = 3\vec{CE}$ ⟸ $\vec{AE}, \vec{CE}$ مرتبطان خطياً ⟸ A,C,E على استقامة واحدة

⟸ E تقع على المستقيم (AC) المحتوى في المستوي (ABC)

⟸ جميع النقاط A,B,C,D,E في مستوٍ واحد.

$\boxed{2}$

$\vec{AC} + \vec{AD} = 2\vec{AI}$

$\frac{2}{3}\vec{AE} + \frac{2}{3}\vec{AB} = 2\vec{AI}$

$\frac{2}{3}[\vec{AE} + \vec{AB}] = 2\vec{AI}$

⟹ $\frac{1}{3}[2\vec{AJ}] = \vec{AI}$ ((لأن J منتصف BE))

⟹ $\vec{AI} = \frac{2}{3}\vec{AJ}$ ⟸ $\vec{AI}, \vec{AJ}$ مرتبطان خطياً

⟸ A, I, J على استقامة واحدة.

التمرين الثالث:

$f(x) = x - \sqrt{x^2+8}$

$\boxed{1}$ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty - \infty = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty - \infty$ (عدم تعيين)

⟹ $\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{(x-\sqrt{x^2+8})(x+\sqrt{x^2+8})}{x+\sqrt{x^2+8}}\right]$

⟹ $\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{x^2-(x^2+8)}{x+\sqrt{x^2+8}}\right]$

⟹ $\lim_{x\to+\infty}\frac{-8}{x+\sqrt{x^2+8}} = 0$

⟸ $y=0$ مقارب أفقي للخط البياني C.

$\boxed{2}$ يجب أن نحقق: $\lim_{x\to\infty}(f(x)-y_D) = 0$

⟹ $f(x) - y_D = x - \sqrt{x^2+8} - 2x$
$= -x - \sqrt{x^2+8}$

$$\lim_{x \to -\infty} \left[-x - \sqrt{x^2+8}\right] = +\infty - \infty$$
(عدم تعيين)

$$\Rightarrow \frac{(-x - \sqrt{x^2+8})(-x + \sqrt{x^2+8})}{(-x + \sqrt{x^2+8})}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \left[\frac{x^2 - (x^2+8)}{\sqrt{x^2+8} - x}\right]$$

$$\lim_{x \to -\infty} \left[\frac{-8}{\sqrt{x^2+8} - x}\right] = 0$$

$\Leftarrow$ مقارب مائل للخط البياني $y = 2x$ عند $-\infty$ C

التمرين الرابع :

$\boxed{1}$ $\overrightarrow{SD} \cdot \overrightarrow{SC} = \|\overrightarrow{SD}\| \cdot \|\overrightarrow{SC}\| \cdot \cos\theta$

$= 5 \cdot 5 \cdot \cos(60)$

$= 25 \cdot \frac{1}{2}$

$\overrightarrow{SD} \cdot \overrightarrow{SC} = \frac{25}{2} = 12,5$

$\boxed{2}$ نحسب BD حسب فيثاغورث

$BD^2 = AB^2 + AD^2$

$BD^2 = 5^2 + 5^2 \Rightarrow BD^2 = 50$

$\Rightarrow [BD] = 5\sqrt{2}$

$\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DS} = \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DO}$

$\Rightarrow \|\overrightarrow{DB}\| \cdot \|\overrightarrow{DO}\| = 5\sqrt{2} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DS} = 25$

$\boxed{3}$ نوجد مركز الأبعاد المناسبة للنقاط $(C,3)$ و $(D,2)$ ولتكن H.

$\Leftarrow \overrightarrow{DH} = \frac{3}{5}\overrightarrow{DC}$

نوجد مركز الأبعاد المناسبة للنقاط $(H,5)$ و $(S,1)$ ولتكن G.

$\Leftarrow \overrightarrow{SG} = \frac{5}{6}\overrightarrow{SH}$

$\Leftarrow (G,6)$

ثالثاً : المسألة الأولى :

$\vec{v}(-3,1,2)$, $\vec{u}(2,-1,0)$, $\overrightarrow{AB}(5,-3,2)$

$A(2,1,-2)$, $B(7,-2,0)$

$\boxed{1}$ $\overrightarrow{AB} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$

$(5,-3,2) = \alpha(2,-1,0) + \beta(-3,1,2)$

$(5,-3,2) = (2\alpha,-\alpha,0) + (-3\beta,\beta,2\beta)$

$\Rightarrow 2\alpha - 3\beta = 5$ — ①

$-\alpha + \beta = -3$ — ②

$2\beta = 2$ — ③

من ③ نجد أن : $\beta = 1$ نعوض في ② :

$\Rightarrow -\alpha + 1 = -3 \Rightarrow \alpha = 4$

نعوض قيمة β و α في ① نجد :

$2(4) - 3(1) \stackrel{?}{=} 5$

$8 - 3 = 5 \Rightarrow 5 = 5$ محققة

$\Leftarrow \overrightarrow{AB} = 4\vec{u} + 1\vec{v}$ مرتبطة خطياً

من فالأشعة الثلاثة تقع في مستوٍ واحد

[2] نفرض: $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم

$\Rightarrow \vec{n} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{v}=0$

$\Rightarrow (a,b,c)(-3,1,2)=0$

$-3a+b+2c=0 \quad ...(1)$

$\vec{n} \perp \vec{AB} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{AB}=0$

$\Rightarrow (a,b,c)(5,-3,2)=0$

$5a-3b+2c=0 \quad ...(2)$

نفرض: $a=1$ ونحل (1) و(2) نجد:

$\vec{n}=(1,2,\frac{1}{2})$

معادلة المستوي:

$a(x-x_B)+b(y-y_B)+c(z-z_B)=0$

$1(x-2)+2(y-1)+\frac{1}{2}(z+2)=0$

$x+2y+\frac{1}{2}z-3=0$

[3] التمثيل الوسيطي للمستقيم d:

$$\left.\begin{aligned} x&=x_B+at\\ y&=y_B+bt\\ z&=z_B+ct\end{aligned}\right\} t\in R$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} x&=7-3t\\ y&=-2+t\\ z&=0+2t\end{aligned}\right\} t\in R$$

[4] نوجد I منتصف $[AB]$:

$x_I=\frac{7+2}{2}=\frac{9}{2}$

$y_I=\frac{1-2}{2}=\frac{-1}{2}$

$z_I=\frac{-2+0}{2}=-1$

$\Leftarrow I(\frac{9}{2},-\frac{1}{2},-1)$

$\vec{AB}(5,-3,2)$ ناظم:

معادلة المستوي المحوري:

$a(x-x_I)+b(y-y_I)+c(z-z_I)=0$

$5(x-\frac{9}{2})-3(y+\frac{1}{2})+2(z+1)=0$

$5x-3y+2z-\frac{45}{2}-\frac{3}{2}+2=0$

$5x-3y+2z-22=0$

المسألة الثانية:

[1] $f(-1)=0$ قيمة كبرى محلية

$f(-1)=0$

$\Rightarrow (-1,0)\in C$ نقطة عليه

نعوض $(-1,0)$ في التابع:

$\Rightarrow 0=\frac{a(-1)^2+b(-1)+1}{-2}$

$\Rightarrow a-b+1=0 \quad ...(1)$

$(-1,0)$ ذروة محلية عندما: $f'(-1)=0$

$\Rightarrow f'(x)=\frac{(2ax+b)(x-1)-(ax^2+bx+1)}{(x-1)^2}$

$\Rightarrow 0=\frac{(-2a+b)(-2)-(a-b+1)}{4}$

$\Rightarrow 3a-b-1=0 \quad ...(2)$

نطرح (1) من (2) فنجد:

$3a-b-1-(a-b+1)=0$

$2a-2=0 \Rightarrow 2a=2 \Rightarrow \boxed{a=1}$

نعوض في (1) فنجد: $\boxed{b=2}$

$\Rightarrow f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x-1}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$\boxed{2}$ بالقسمة المطولة نجد:

$$\begin{array}{r|l} x^2+2x+1 & x-1 \\ \hline \mp x^2 \pm x & x+3 \\ 3x+1 & \\ \mp 3x \pm 3 & \\ \hline +4 & \end{array}$$

2.5 $\Rightarrow f(x) = \text{الناتج} + \dfrac{\text{الباقي}}{\text{المقسوم عليه}}$

$\Rightarrow f(x) = x+3+\dfrac{4}{x-1}$

2.5

$\boxed{3}$ $f(x)-y_\Delta = x+3+\dfrac{4}{x-1}-(x+3)$

$f(x)-y_\Delta = \dfrac{4}{x-1}$

5 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{4}{x-1} = 0$

2.5 $\Leftarrow$ $y=x+3$ مستقيم مقارب للخط البياني C

5

2.5

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)-y_\Delta$	$-$	||	$+$
الوضع النسبي	C يقع تحت المقارب Δ	||	C يقع فوق المقارب Δ

5+5

$\boxed{4}$ التابع مستمر واشتقاقي على المجال

2.5 $]-\infty,1[\,\cup\,]1,+\infty[$

2.5 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} x = -\infty$

2.5 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$

2.5 $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \dfrac{+4}{1-1} = -\infty$

2.5 $x=1$ مقارب شاقولي $//\, yy'$

2.5 $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \dfrac{4}{1-1} = +\infty$

2.5 $x=1$ مقارب شاقولي $//\, yy'$

2.5 $f'(x) = \dfrac{(2x+2)(x-1)-(x^2+2x+1)}{(x-1)^2}$

$f'(x) = \dfrac{2x^2-2x+2x-2-x^2-2x-1}{(x-1)^2}$

2.5 $f'(x) = \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(x)=0$

2.5 $\Rightarrow \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}=0 \Rightarrow x^2-2x-3=0$

2.5 +2.5 $\Rightarrow (x-3)(x+1)=0 \Rightarrow$ إما $x-3=0 \Rightarrow x=3$
أو: $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

2.5 + 2.5 + 2.5

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$ $-\infty$	||	$+\infty$ $\searrow$	8	$\nearrow$	$+\infty$

2.5 + 2.5 $f(-1)=0$ قيمة حدية كبرى

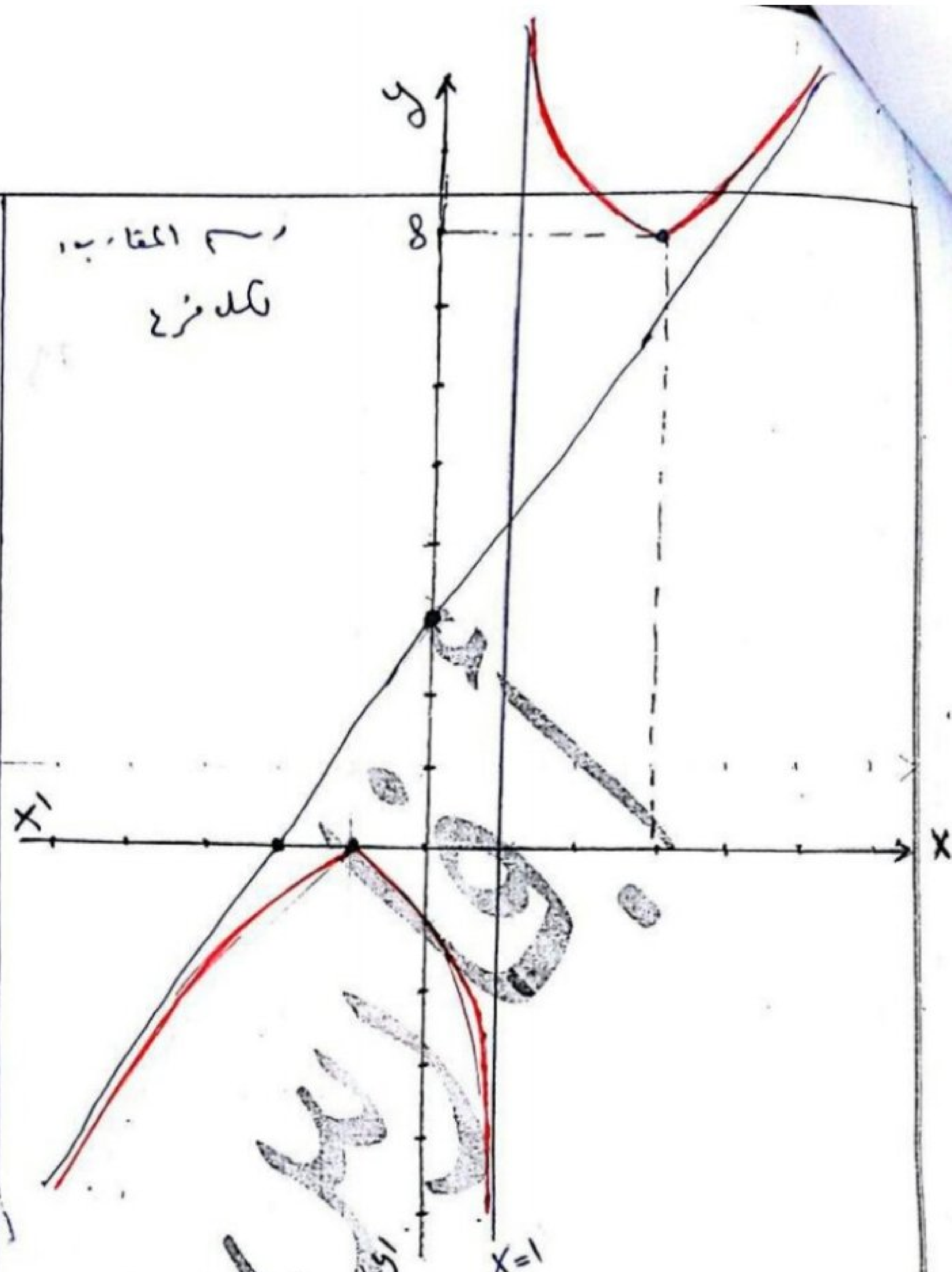
$f(3)=8$ قيمة حدية صغرى

On line Electronic School

مركز أونلاين التعليمي

2.5 + 2.5

2.5 + 2.5



انتهى الحل : 2018/3/13

إعداد المدرسان :

براءة علي و فارس حجقل

نوجد نقاط تقاطع C مع المحاور:

$x=0 \Rightarrow y=-1$

$\Rightarrow (0,-1)$

$y=0 \Rightarrow \frac{x^2+2x+1}{x-1}=0 \Rightarrow x=-1$

$\Rightarrow (-1,0)$

رسم المقارب المائل :

$(0,3)$

$(-3,0)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اسم الطالب/ة:..........................

★مـركــز أونـلايـن الـتـعـلـيـمـي★

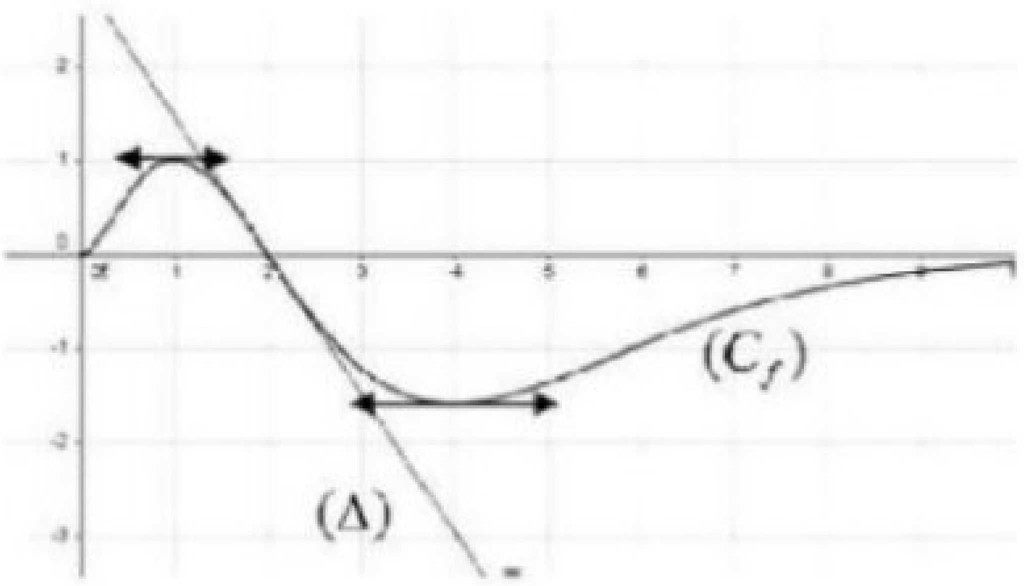
مدة الاختبار: 3 ساعات.

امتحان نهائي (1)
بكالوريا رياضيات(تكميلي 2018)

مركز أونلاين التعليمي

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول :



الشكل المرسوم جانباً هو الخط البياني C لتابع f..والمطلوب :

1) أوجد مجموعة تعريف التابع D_f
2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج معادلة المقارب
3) أوجد $f(2), f'(2)$ ثم استنتج معادلة المماس في نقطة فاصلتها 2
4) أوجد $f(1), f'(4), f'(1)$

السؤال الثاني : ليكن التابع f المعرّف على النحو التالي :

$f(x) = \frac{x^2-5x+1}{x+1}$ حيث : $D =]-\infty, -1[U]-1, +\infty[$

① جد الأعداد a , b , c التي تحقق $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

② احسب $\int_0^2 f(x) \; dx$

السؤال الثالث : نتأمل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقاط الآتية : $A(0,2,1)$ $B(-1,1,-3)$ $C(1,0,-1)$

① أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة S التي مركزها C و تمر من النقطة A

② ليكن المستقيم d المعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ $; t \in R$

a) اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يمر من النقطة C ويعامد المستقيم d

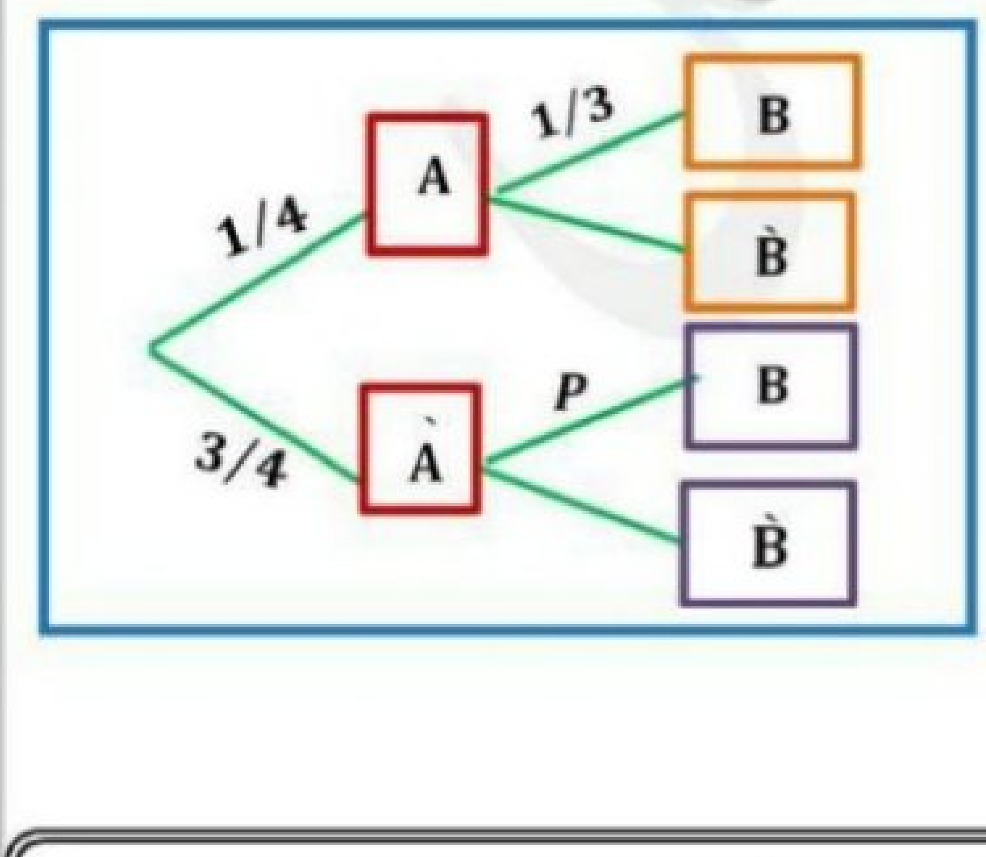
b) أحسب بعد النقطة C عن المستقيم d

السؤال الرابع : أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة $f(x) = \frac{3x+4}{x+1}$ عند $+\infty$ ثم أعط عدداً حقيقياً α يحقق الشرط :

إذا كان $x > \alpha$ كان $f(x) \in]2.9, 3.1[$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن A وB حدثين مرتبطين بتجربة عشوائية معروضة بالمخطط الشجري المجاور ..



1) كيف نختار قيمة P حتى يكون الحدثان A و B مستقلين احتمالياً
2) احسب احتمالات الأحداث الآتية : $A \cup B, A \cap B, B', B, A', A$

أ.فارس جقل..دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

التمرين الثاني : لدينا في مجموعة الأعداد العقدية C كثير الحدود $P(z)$

المعرّف كما يلي : $P(z) = 2z^4 - 2iz^3 - z^2 - 2iz + 2$

1) بيّن أنه إذا كان a جذرا لكثير الحدود $P(z)$ فإن $\frac{1}{a}$ جذر له أيضا

2) تحقق أن $1 + i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ واستنتج جذراً آخر له ثم اكتب هذا الجذر بالشكل الجبري .

3) اكتب الجذرين السابقين بالشكل الأسي .

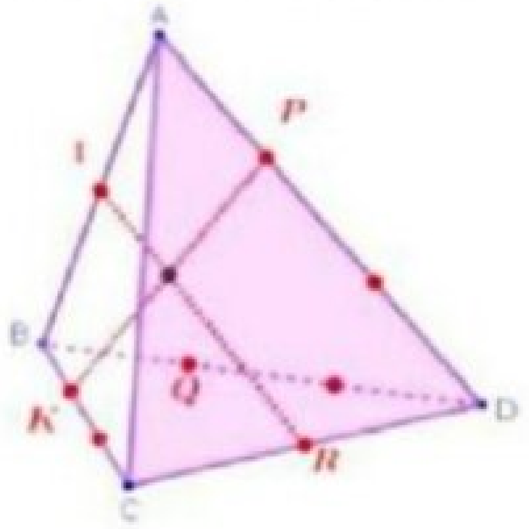
4) لتكن الأعداد العقدية التالية : $a = 1 + i \ , \ b = -1 + i \ , \ c = -\frac{m}{2} - \frac{m}{2}i \ , \ d = \frac{m}{2} - \frac{m}{2}i$

ولتكن النقاط الممثلة لها في معلم متجانس A, B, C, D حيث m عدد حقيقي ..عيّن m حتى يكون الرباعيABCD مربع

التمرين الثالث : $ABCD$ رباعي وجوه فيه النقاط P, Q, R, K, I تحقق :

$\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$ ، $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ ، R منتصف $[CD]$ ، $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ ، I منتصف $[AB]$

G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقّلة $(A; 2), (B; 2), (C; 1), (D; 1)$ ..و المطلوب :



1) أثبت أن المستقيمين (IR) و (PK) متقاطعان .

2) عيّن موضع النقطة J مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(A; 2), (C; 1)$.

3) عيّن مجموعة نقاط M التي تحقق : $\|2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM}\| = \|2\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DM}\|$

التمرين الرابع : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = xe^{-x}$

1) أحسب $\int_0^{\ln 3} f(x)\ dx$

2) أثبت أن التابع $y = f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية $y' + y = e^{-x}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]1, +\infty[$ بالعبارة : $f(x) = 3 + \sqrt{x - 1}$

المطلوب : ① احسب $\lim_{x \to 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ و فسّر النتيجة هندسيا .

② ادرس تغيرات التابع f

③ ارسم الخط C في المعلم المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ثم ارسم المستقيم d الذي معادلته $y = x$

④ نعرّف المتتالية (u_n) على المجموعة N كالآتي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

a) باستعمال $(C), (d)$ مثّل الحدود u_2, u_1, u_0 على محور الفواصل في المعلم السابق

b) ضع تخمينا حول اطراد المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ و تقاربها

⑤ a) برهن بالتدريج أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $2 \leq u_n \leq 5$ و $u_{n+1} > u_n$

b) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متقاربة ثم احسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$

المسألة الثانية : يحوي صندوق 9 كرات (2 حمراء و 3 بيضاء و 4 زرقاء) ..نسحب عشوائياً من الصندوق كرتين معاً .

أولاً : أوجد : 1) احتمال الحصول على كرتين بيضاوين

2) احتمال الحصول على كرتين من اللون نفسه

3) احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين

ثانياً : نعطي للكرة البيضاء القيمة (1) و للكرة الزرقاء القيمة (2) و للكرة الحمراء القيمة (0) ، ثم نعرّف المتحول العشوائي X الذي يدل على مجموع القيم الناتجة من سحب الكرتين معاً .

1) ماهي قيم المتحول العشوائي X ؟

2) نظم جدول القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X ثم احسب توقعه الرياضي.

انتهت الأسئلة ..

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح

أ.فارس جقل..دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

أولاً

سلم تصحيح اختبار (1) تحليل 2019/2018

السؤال الأول :

1) 5 — $D_f = [0, +\infty[$

2) 5 — $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

5 — $y=0$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$

3) 2 — $f(2) = 0$

نحدد النقاط $(2,0)$ و $(4,-3)$

$f'(2) = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-0}{4-2} = \frac{-3}{2}$

2 — $\Rightarrow f'(2) = \frac{-3}{2}$

$T : y = f'(2)(x-2) + f(2)$

1 — $\Rightarrow y = \frac{-3}{2}(x-2) + 0$

2 — $\Rightarrow T : y = \frac{-3}{2}x + 3$

4) 6x3 — $f(1) = 1 \ , \ f'(4) = 0 \ , \ f'(1) = 0$

40

السؤال الثاني :

40 — $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x+1}$

1) 5 — $f(x) = x - 6 + \frac{7}{x+1}$

3x5 — $a = 1 \ , \ b = -6 \ , \ C = +7$

2) $\int_0^2 f(x)\, dx$

5 — $= \int_0^2 x - 6 + \frac{7}{x+1}\, dx$

2,5x3 — $= \left[\frac{x^2}{2} - 6x + 7\ln|x+1|\right]_0^2$

2,5 — $= (2 - 12 + 7\ln(3)) - (0 - 0 + 0)$

5 — $= -10 + 7\ln(3)$

السؤال الثالث

1) $R = AC = \sqrt{(1-0)^2 + (0-2)^2 + (-1-1)^2}$

5 — $= \sqrt{1+4+4} = \sqrt{9} = 3$

معادلة الكرة من الشكل :

$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = R^2$

5 — $\Rightarrow (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$

2) a) 5 — $\vec{n} = \vec{u}_d = (-1, 2, 2)$

$\vec{u}_d = \vec{n}_P \Leftrightarrow$ المستوي P يعامد المستقيم d

« شعاع توجيه d يصلح ناظماً لـ P »

معادلة المستوي P :

$a(x - x_c) + b(y - y_c) + c(z - z_c) = 0$

3 — $\Rightarrow -1(x-1) + 2(y-0) + 2(z+1) = 0$

2 — $\Rightarrow P : -x + 2y + 2z + 3 = 0$

b) نوجد نقطة تقاطع المستقيم d والمستوي P، نعوض المستقيم بالمستوي :

بالحل المشترك :

3 — $1 + t - 2 + 4t - 6 + 4t + 3 = 0$

2 — $\Rightarrow t = \frac{4}{9}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$x = -1 - \frac{4}{9} = \frac{-13}{9}$

$y = -1 + \frac{8}{9} = \frac{-1}{9}$

$z = -3 + \frac{8}{9} = \frac{-19}{9}$

5 $\Rightarrow N\left(\frac{-13}{9}, \frac{-1}{9}, \frac{-19}{9}\right)$

5 $NC = \sqrt{\left(1+\frac{13}{9}\right)^2 + \left(0+\frac{1}{9}\right)^2 + \left(-1+\frac{19}{9}\right)^2}$

5 $= \frac{\sqrt{585}}{9}$

40

السؤال الرابع : }

10 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{3x+4}{x+1} = 3$

$f(x) \in]2.9, 3.1[$

الذي مركزه (3) ونصف قطره (0,1)

5 $|f(x) - 3| < 0{,}1$

5 $\Rightarrow f(x) - 3 = \frac{3x+4}{x+1} - 3 = \frac{1}{x+1}$

5 $\Rightarrow \left|\frac{1}{x+1}\right| < \frac{1}{10}$

5 $\Rightarrow |x+1| > 10$

ولما كانت الرغبة تبحث عند $(+\infty)$

2.5x2 نفرض : $x > -1 \Leftarrow x+1 > 10$

2.5x2 $\Rightarrow x > 9 \Rightarrow \alpha > 9$

أي أي عدد أكبر من (9)

40

Online center

مركز أونلاين التعليمي

60

ثانياً : التمرين الأول : }

[1] بما أن A ، B مستقلين احتمالياً

فإن :

$P(B|A) = P(B|A')$

30 $\Rightarrow P(B) = p = \frac{1}{3}$

[2]

5x2 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A') = \frac{3}{4}$

$P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$

5 $= \frac{1}{3}$

$P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{3}$

5 $= \frac{2}{3}$

5 $P(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$

5 $= \frac{1}{2}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الثاني :

1 α جذر للمعادلة : $P(z)=0$

فإن :

2 $2\alpha^4-2i\alpha^3-\alpha^2-2i\alpha+2=0$

نعوض $\frac{1}{\alpha}$ في المعادلة :

2 $2\left(\frac{1}{\alpha}\right)^4-2i\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3-\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2-2i\left(\frac{1}{\alpha}\right)+2\overset{?}{=}0$

$\Rightarrow \frac{2}{\alpha^4}-\frac{2i}{\alpha^3}-\frac{1}{\alpha^2}-\frac{2i}{\alpha}+2\overset{?}{=}0$

نضرب الطرفين بـ (α^4) :

$2-2i\alpha-\alpha^2-2i\alpha^3+2\alpha^4\overset{?}{=}0$

2 $\Rightarrow 2\alpha^4-2i\alpha^3-\alpha^2-2i\alpha+2=0$

2 $\Rightarrow 0=0$

محققة

إذاً : إذا كان α جذراً للمعادلة $P(z)=0$ فإن $\frac{1}{\alpha}$ جذراً أيضاً.

2 نعوض الجذر $(1+i)$:

4 $2(1+i)^4-2i(1+i)^3-(1+i)^2-2i(1+i)+2$

$=2[1+2i-1]^2-2i(2i)(1+i)-(2i)-2i+2+2$

$=2(-4)+4(1+i)-2i-2i+4$

8 $=-8+4+4i-4i+4=-8+8=0$

إذاً : $(1+i)$ جذراً للمعادلة $P(z)=0$

5 فالجذر الآخر : $\frac{1}{1+i}$ (حسب الطلب الأول)

الشكل الجبري (نضرب البسط والمقام بالمرافق $(1-i)$)

5 $\Rightarrow \frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$

3

5+5 $1+i=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i=\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{\pi}{4}i}$

4 قطرا المربع متناصفان

10 $\Leftarrow \frac{b+d}{2}=\frac{a+c}{2}$

$\Rightarrow b+d=a+c$

10 $-1+i+\frac{m}{2}-\frac{m}{2}i=1+i-\frac{m}{2}-\frac{m}{2}i$

$-1-1+m=0$

1 $\Rightarrow m=2$

التمرين الثالث :

1 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

3 إذاً $(P,3)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(A,2),(D,1)$

$\overrightarrow{CK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

3 إذاً $(K,3)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(C,1),(B,2)$

3 بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,2),(B,2),(C,1),(D,1)$

2 وحسب الخاصة التجميعية تكون

2 G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(K,3)$ ، $(P,3)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إذاً G تقع على المستقيم (PK) .

3 | R منتصف [CD] إذاً R مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (C,1),(D,1)

3 | I منتصف [AB] إذاً I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (A,2),(B,2)

3 | بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,2),(B,2),(C,1),(D,1) وحسب الخاصة التجميعية تكون G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (I,3),(R,3) إذاً G تقع على المستقيم (IR)

3 | ⇐ المستقيمان (IR) , (PK) متقاطعان في G

2) حسب تعريف مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين :

2 | $\vec{AJ} = \frac{1}{3}\vec{AC}$

3 | إذاً النقطة J تقع على القطعة المستقيمة [AC] بحيث $AJ = \frac{1}{3}AC$

3)

5 | $2\vec{AM} + \vec{CM} = 3\vec{JM}$

5 | لأن J مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط : (A,2) . (C,1)

5 | $2\vec{BM} + \vec{DM} = 3\vec{QM}$

5 | لأن Q مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط : (B,2) . (D,1)

2 | $\Rightarrow \|3\vec{JM}\| = \|3\vec{QM}\|$

2 | $\Rightarrow 3\|\vec{JM}\| = 3\|\vec{QM}\|$

1 | $\Rightarrow JM = QM$

5 | إذاً M تمثل المستوي المحوري للقطعة المستقيمة [JQ]

Online center
مركز أونلاين التعليمي

التمرين الرابع : $f(x) = xe^{-x}$

1)

5 | $I = \int_0^{\ln(3)} x \cdot e^{-x}\, dx$

2.5x2 | $u = x \Rightarrow u' = 1$

2.5x2 | $v' = e^{-x} \Rightarrow v = -e^{-x}$

5+5 | $\Rightarrow I = \left[-xe^{-x}\right]_0^{\ln(3)} - \int_0^{\ln(3)} -e^{-x}\, dx$

5 | $I = \left[-xe^{-x} - e^{-x}\right]_0^{\ln(3)}$

3x2.5 | $= \left(-\ln(3) \cdot e^{-\ln(3)} - e^{-\ln(3)}\right) - (0-1)$

$= \frac{-\ln(3)}{3} - \frac{1}{3} + 1$

5 | $= \frac{1}{3}(2 - \ln 3)$

2)

5+5 | $y' + y = (xe^{-x})' + (xe^{-x})$

2.5 | $= e^{-x} - xe^{-x} + xe^{-x}$

5 | $\Rightarrow y' + y = e^{-x}$

المسألة الأولى : { $f(x)=3+\sqrt{x-1}$

①

2 $f(1)=3$

$\lim_{x\to1^+}\left[\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\right]$

2 $=\lim_{x\to1^+}\left[\frac{3+\sqrt{x-1}-3}{x-1}\right]$

1 $=\lim_{x\to1^+}\left[\frac{\sqrt{x-1}}{x-1}\right]$

2+3 $=\lim_{x\to1^+}\left[\frac{1}{\sqrt{x-1}}\right]=+\infty$

5 التفسير الهندسي : وجود مماس شاقولي

أو: يوازي محور التراتيب

② 1 التابع معرف ومستمر على المجال : $[1,+\infty[$

5 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$f(1)=3$

1 f اشتقاقي على المجال $]1,+\infty[$

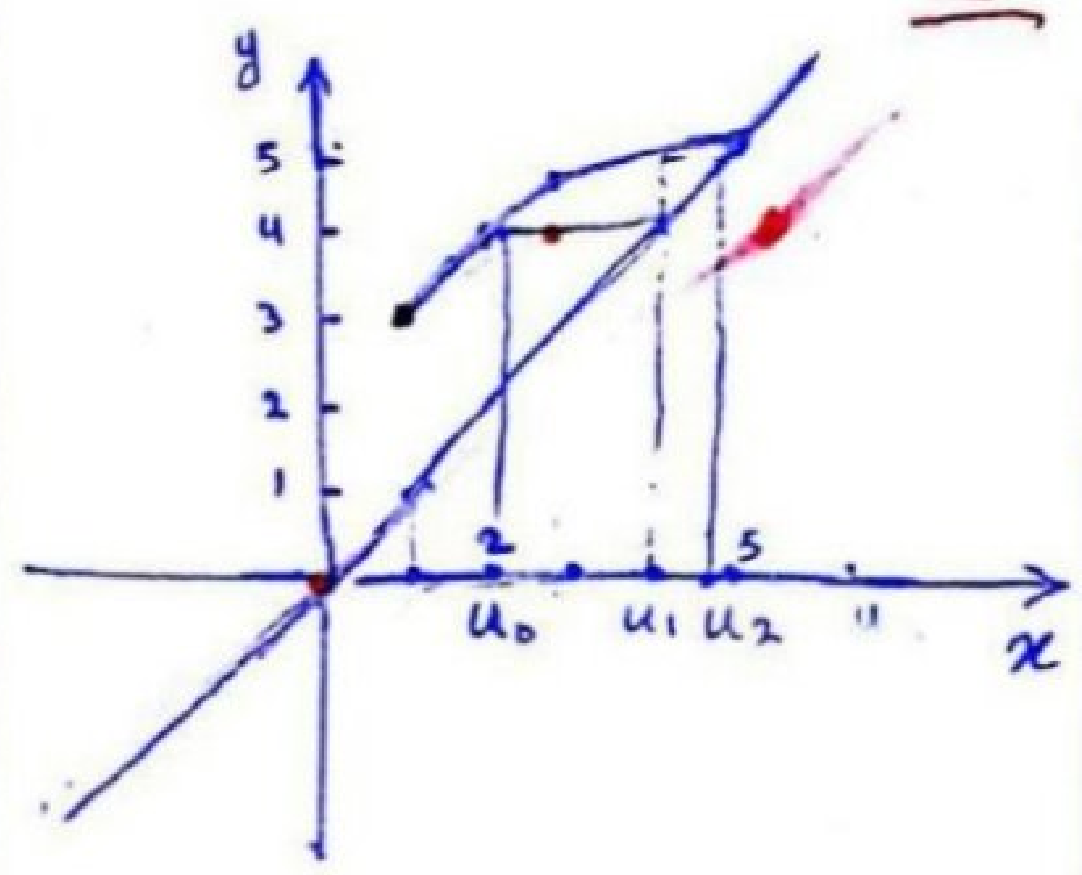
5 $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x-1}}>0$

5 ⇐ f متزايد تماماً

3	x	1	$+\infty$
3	$f'(x)$		+
3	$f(x)$	3	↗ $+\infty$

③

للرسم 5 + $x=y$ و 5



3 ④ a) على الرسم .

5 b) المتتالية متزايدة تماماً ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة نحو العدد (5)

1 ⑤ a) لتكن القضية :

$E(n)$: « $2\le u_n\le 5$ »

2 $E(0)$ صحيحة لأن :

$2\le u_0=2\le 5$

نفترض صحة $E(n)$ أي :

1 $2\le u_n\le 5$ صحيحة (*)

نبرهن صحة $E(n+1)$ أي لنبرهن :

2 $2\le u_{n+1}\le 5$

البرهان: لدينا من * :

3 $2 \le u_n \le 5$

التابع f متزايد تماماً ومنه يحافظ على الترتيب:

3 $f(2) \le f(u_n) \le f(5)$

4 $\Rightarrow 2 \le u_{n+1} \le 5$

وبالتالي: $E(n+1)$ صحيحة

⇐ $E(n)$ صحيحة أياً كان العدد الطبيعي n

ـ الرتابة: $E(n) = ((u_{n+1} > u_n))$

$E(0)$ صحيحة لأن:

$u_1 = 3 + \sqrt{u_0 - 1} = 3 + \sqrt{2-1} = 4$

$\Rightarrow u_1 = 4 > u_0 = 2$

3 نفترض صحة $E(n)$ أي: $u_{n+1} > u_n$ (*) صحيحة

3 نبرهن صحة $E(n+1)$ أي: $u_{n+2} > u_{n+1}$

البرهان:

لدينا من (*) $u_{n+1} > u_n$

بما أن f متزايد تماماً ومنه يحافظ على الترتيب

5 $\Rightarrow f(u_{n+1}) > f(u_n)$

$\Rightarrow u_{n+2} > u_{n+1}$

إذاً $E(n+1)$ صحيحة

⇐ $E(n)$ صحيحة أياً كان العدد الطبيعي n

b) بما أن المتتالية متزايدة ومحدودة

1 من الأعلى بالعدد (5) فهي متقاربة

ونهاية المتتالية هي ℓ حل للمعادلة:

2 $f(x) = x$

والتابع مستمر عند هذه النهاية

$f(x) = x$

2 $\Rightarrow 3 + \sqrt{x-1} = x$

$\Rightarrow \sqrt{x-1} = x - 3 \Rightarrow x - 1 = (x-3)^2$

$\Rightarrow x - 1 = x^2 - 6x + 9$

$\Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$

$\Delta = 49 - 4(1)(10) = 9$

2 $x_1 = \frac{7-3}{2} = 2$

2 $x_2 = \frac{7+3}{2} = 5$

4 ⇐ حسب التخمين $\boxed{\ell = 5}$

المسألة الثانية }

أولاً : 1

1. لتكن A حدث الحصول على كرتين سماويتين

5+5 $P(A) = \dfrac{\binom{3}{2}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{3}{36}$

2. لتكن B حدث الحصول على كرتين من اللون نفسه

5 $P(B) = \dfrac{\binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{9}{2}}$

5+5 $= \dfrac{1+3+6}{36} = \dfrac{10}{36}$

3. لتكن C حدث الحصول على كرتين من لونين مختلفين

$P(C) = 1 - P(B) = 1 - \dfrac{10}{36} = \dfrac{26}{36}$

10 $\Rightarrow P(C) = \dfrac{26}{36}$

ثانياً : 1

5 $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

10 $P(X=0) = \dfrac{\binom{2}{2}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{1}{36}$

10 $P(X=1) = \dfrac{\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{6}{36}$

10 $P(X=2) = \dfrac{\binom{3}{2} + \binom{2}{1}\binom{4}{1}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{11}{36}$

10 $P(X=3) = \dfrac{\binom{3}{1}\binom{4}{1}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{12}{36}$

10 $P(X=4) = \dfrac{\binom{4}{2}}{\binom{9}{2}} = \dfrac{6}{36}$

2

5

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{6}{36}$

2,5 $E(X) = \sum x_i p_i$

$= \dfrac{6}{36} + \dfrac{22}{36} + \dfrac{36}{36} + \dfrac{24}{36}$

2,5 $\Rightarrow E(X) = \dfrac{22}{9}$

انتهى السلم ...

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح

اسم الطالب/ة:............................ *مركز أونلاين التعليمي*

مدة الأختبار: 3 ساعات.

امتحان نهائي (2)

بكالوريا رياضيات(تكميلي2018)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : أكمل الجدول المجاور الذي يمثل القانون الاحتمالي لزوج من المتحولات العشوائية (X , Y)، علماً أن المتحولين العشوائيين X , Y مستقلان احتمالياً.

Y \ X	0	1	2	قانون X
0				0.4
1			0.04	
2				0.4
قانون Y	0.3			

السؤال الثاني : اثبت أن $\ln(x) \leq x - 1$ أيا كانت $x \in]0, +\infty[$

السؤال الثالث: أراد صف فيه عشر طلاب وخمس طالبات تأليف لجنة نشاط للصف مؤلفة من أربعة أشخاص .. بكم لجنة مختلفة يمكن تأليفها في كل من الحالات الآتية :

① اللجنة مؤلفة من ثلاثة طلاب وطالبة . ② في اللجنة طالبتان على الأكثر ③ في اللجنة طالبة واحدة على الأقل

السؤال الرابع : حل المعادلة الآتية : $\ln(-3x) = \ln(x^2 - 4)$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول :

① اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطره $R = \sqrt{3}$

② تحقق أن المستوي P الذي معادلته $P : x - y + z + 3 = 0$ يمس الكرة S

③ اكتب معادلة المستقيم d' المار من مبدأ الإحداثيات ويعامد المستوي P

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2 , u_0 = 1$

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $v_n = u_n + 3$

1) أثبت أن $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية و أوجد أساسها

2) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n

3) ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ عبر عن S_n بدلالة n واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$

أ.فارس جقل..دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الثالث : ليكن العددان العقديان $z_1 = 1 + \sqrt{3}i \;,\; z_2 = 1 + i$ والمطلوب :

① اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد $z_1, z_2 \;,\; \frac{z_1}{z_2}$

② اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ والمطلوب :

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x) \;,\; \lim_{x\to-\infty} f(x)$

2) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في الشكل المجاور $ABCDEFGH$ *مكعب طول حرفه 3 نتأمل المعلم المتجانس* $(\vec{A}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$$\overrightarrow{AE} = 3\vec{k} \;,\quad \overrightarrow{AD} = 3\vec{j} \;,\quad \overrightarrow{AB} = 3\vec{i}$$

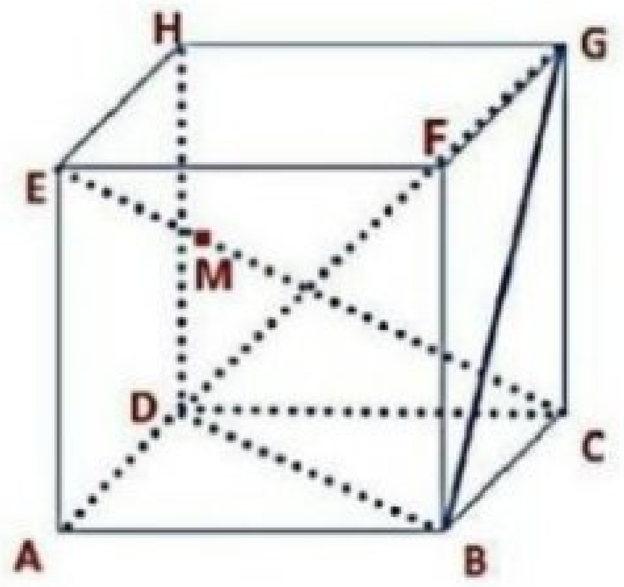
1) اكتب معادلة للمستوي (GBD)

2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC)

3) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD)

4) جد إحداثيات النقطة M التي تحقق : $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EC}$

5) تحقق من تعامد المستقيمين $(EC), (HM)$



المسألة الثانية : ليكن f, g التابعان المعرفان على R وفق : $f(x) = (2x-1)e^{-x+1} \;,\; g(x) = \frac{2x-1}{x^2-x+1}$

$(C_f), (C_g)$ تمثيلاهما البيانيان في المعلم المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها

2) بيّن أن للخطين البيانيين $(C_f), (C_g)$ مماساً مشتركاً (T) في النقطة ذات الفاصلة 1 ثم جد معادلة له

3) ارسم المماس T والخط البياني C_f

4) احسب مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين $(C_f), (C_g)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = 1 \;,\; x = 2$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح💙

أ.فارس جقل..دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

سلم تقييم
النموذج (2)
تحليل

أولاً: السؤال الأول:

Y \ X	0	1	2	قانون X
0	0,12	0,2	0,08	0,4
1	0,06	0,1	0,04	0,2
2	0,12	0,2	0,08	0,4
قانون Y	0,3	0,5	0,2	

11 × 3 = 33 + 7 (الجدول كاملاً)

/40

السؤال الثاني:

5 $x-1-\ln(x) \geq 0$

5 $f(x) = x-1-\ln(x)$

5 $f'(x) = 1-\frac{1}{x} \Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow x=1$

5 f اشتقاقية على المجال: $]0,+\infty[$

5

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	0	↗	

5 $f(x) \geq 0$

5 $x-1-\ln(x) \geq 0$

5 $x-1 \geq \ln x$

/40

السؤال الثالث:

5×2 ① $\binom{10}{3}\binom{5}{1} = 120 \times 5 = 600$

9×2 ② $\binom{10}{2}\binom{5}{2} + \binom{10}{3}\binom{5}{1} + \binom{10}{4}$
$= 450 + 600 + 210 = 1260$

5×2, 2 ③ $\binom{15}{4} - \binom{10}{4} = 1365 - 210 = 1155$

السؤال الرابع:

5 $\ln(-3x) = \ln(x^2-4)$

5 $D =]-\infty,-2[$ أو $]-\infty,0[$

5 $-3x = x^2-4$

5 $x^2+3x-4=0$

5 $(x+4)(x-1)=0$

5+2,5 إما: $x=-4 \in D$ مقبول

5+2,5 أو: $x=1 \notin D$ مرفوض

/40

ثانياً: التمرين الأول:

5 ① $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$

5 $x^2+y^2+z^2=3$

5 ② $\vec{n}_P(1,-1,1)$ النقطة $(0,0,0)$

5 $dist(O,P) = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

5×2 $= \frac{|0-0+0+3|}{\sqrt{(1)^2+(-1)^2+(1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

5 $\Rightarrow d = R = \sqrt{3}$ ⇐ المستوي مماس الكرة

5, 5 ③ $\vec{n}_P = \vec{u}_d = (1,-1,1)$ ⇐ $P \perp d$

5×3 $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = t \end{cases} ; t \in R$

/60

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Online center

التمرين الثاني : (> 60)

1) $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1}+3}{u_n+3} = \frac{\frac{1}{3}u_n-2+3}{u_n+3}$ — 5+5

$= \frac{\frac{1}{3}u_n+1}{u_n+3} = \frac{\frac{1}{3}(u_n+3)}{u_n+3} = \frac{1}{3}$ — 5+5

$v_n \Leftarrow$ هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$ — 5

2) $v_n = v_0\, q^n \Rightarrow v_0 = 4$ — 5+3

$v_n = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n$ — 5

$u_n = v_n - 3$ — 2

$\Rightarrow u_n = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n - 3$ — 5

3) $S_n = v_0\,\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ — 5

$S_n = 4 \times \frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}$ — 5

$= 6\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right] = 6 - 6\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$

$\lim_{n\to+\infty} S_n = \lim_{n\to+\infty}\left[6-6\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$ — 3

$= 6 - 0 = 6$ — 2

التمرين الثالث :

1) $r_1 = \sqrt{3+1} = 2 \quad , \quad \theta = \frac{\pi}{3}$ — 5+5

$\Rightarrow z_1 = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$ — 5

$r_2 = \sqrt{2} \quad , \quad \theta = \frac{\pi}{4}$ — 5+5

$\Rightarrow z_2 = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]$ — 5

2) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{2}{\sqrt{2}}\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)\right]$ — 5

$= \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ — 5

$\Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}\,i}{1+i}$

$= \frac{(1-i)(1+\sqrt{3}\,i)}{(1+i)(1-i)}$ — 5

$= \frac{1+\sqrt{3}+i\sqrt{3}-i}{2}$ — 5

$\Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} + \frac{i(\sqrt{3}-1)}{2}$ — 5

ومنه يكون :

$\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{12} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ — 3

$\Rightarrow \cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ — 2

(> 60)

التمرين الرابع

1) $f(x) = x + \frac{x}{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$ — 5

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim\left(x + \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}\right) = +\infty$ — 5+5

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim\left(x - \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}\right) = -\infty$ — 5+5

2

5 $f(x) - y_\Delta = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$

5+5 $\lim_{x \to +\infty} \left(f(x) - y_\Delta\right) = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1\right) = 0$

5 $\Leftarrow$ $\Delta : y = x + 1$ مقارب مائل لـ C بجوار $(+\infty)$

دراسة الوضع النسبي :

$f(x) - y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1$

5 $= \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} < 0$

5 لأن $x < \sqrt{x^2+1}$

5 $\Leftarrow$ الخط C تحت Δ

/60

ثالثاً :

المسألة الأولى :

1

4×3 $B(3,0,0) \,.\, D(0,3,0) \,.\, G(3,3,3)$

4×2 $\vec{BD}(-3,3,0) \,,\, \vec{BG}(0,3,3)$

4 نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوي

2 $\vec{n} \perp \vec{BD} \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{BD} = 0$

2 $\Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{BD} = -3a + 3b = 0 \;..\; ①$

2 $\vec{n} \perp \vec{BG} \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{BG} = 0$

2 $\Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{BG} = 3b + 3c = 0 \;..\; ②$

1 نفرض : $\boxed{c = 1}$

1 من ② نجد : $3b + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{b = -1}$

1 من ① نجد : $-3a - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{a = -1}$

3 $\Rightarrow \vec{n}(-1,-1,1)$

2 في معادلة المستوي : $P: -1(x-3) - 1(y-0) + 1(z-0) = 0$

2 $\Rightarrow P: -x - y + z + 3 = 0$

2

4+4 $E(0,0,3) \,,\, C(3,3,0)$

4 $\vec{u} = \vec{EC} = (3,3,-3)$

2×3 $EC = \begin{cases} x = 3t \\ y = 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases} ; t \in R$

3 نعوض معادلات المستقيم (EC) بمعادلة المستوي (GBD)

2×3 $\Rightarrow -(3t) - (3t) + (3-3t) + 3 = 0$

2 $\Rightarrow t = \frac{2}{3}$

نعوض t في المعادلات الوسيطية :

$\Rightarrow x = 3t = 3\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \boxed{x = 2}$

2×3 $y = 3t = 3\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \boxed{y = 2}$

$z = 3 - 3t = 3 - 3\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \boxed{z = +1}$

4) نفرض $M(x,y,z)$

$\Rightarrow \vec{EM} = \frac{1}{4}\vec{EC}$

2x3 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z-3 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} \\ \frac{-3}{4} \end{pmatrix}$

2x2 $\Rightarrow \boxed{x=\frac{3}{4}}\ ,\ \boxed{y=\frac{3}{4}}$

2 $z-3=\frac{-3}{4} \Rightarrow \boxed{z=\frac{9}{4}}$

2 $\Rightarrow M\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{9}{4}\right)$

5) 2x1 $H(0,3,3)\ ,\ \vec{HM}\left(\frac{3}{4}, \frac{-9}{4}, \frac{-3}{4}\right)$

شرط التعامد: $\vec{EC}\cdot\vec{HM}=0$

2x4 $\Rightarrow \vec{EC}\cdot\vec{HM} = 3\left(\frac{3}{4}\right)+3\left(\frac{-9}{4}\right)-3\left(\frac{-3}{4}\right)$

1 $= \frac{-9}{4} \neq 0$

1 $\Leftarrow$ المستقيمان HM ، EC غير متعامدان

100/

المسألة الثانية:

1) التابع f مستمر واشتقاقي على $]-\infty,+\infty[$

3+2 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = (-\infty)(+\infty) = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(2x-1)e^{-x+1}$

10 $= \lim_{x\to+\infty}\left(2xe^{-x}-e^{-x}\right)e$

$= [2(0)-0]\,e = 0$

$y=0$ مقارب // $x'x$ في جوار $+\infty$

5 $f'(x) = 2e^{-x+1} - e^{-x+1}(2x-1)$

$= e^{-x+1}(2-2x+1)$

5 $= e^{-x+1}(3-2x)$

1 $f'(x)=0 \Rightarrow e^{-x+1}(3-2x)=0$

Online center

لأن: $e^{-x+1}=0$ مستحيلة في R

2 أو: $3-2x=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$

3x2

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{2}{\sqrt{e}}$	$\searrow$	0

3 $f\left(\frac{3}{2}\right) = 2e^{-\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{e}}$

2)

1 $f(1) = [2(1)-1]e^{-1+1} = 1$

1 $g(1) = \frac{2(1)-1}{(1)^2-1+1} = 1$

2 $\Rightarrow f(1)=g(1)=1$

1+1 $f'(1) = e^{-1+1}[3-2(1)] = 1$

$g'(x) = \frac{2(x^2-x+1)-(2x-1)(2x-1)}{(x^2-x+1)^2}$

5 $= \frac{-2x^2+2x+1}{(x^2-x+1)^2}$

1+1 $g'(1) = \frac{-2(1)^2+2(1)+1}{[(1)^2-1+1]^2} = 1$

2 $\Rightarrow f'(1)=g'(1)=m=1$

$\Leftarrow$ للخطين (C_f) ، (C_g) مماس مشترك T في النقطة $A(1,1)$

1 معادلة المماس: $y-y_A=m(x-x_A)$

1 $\Rightarrow y-1=1(x-1)$

3 $\Rightarrow y=x$

إذاً G تقع على المستقيم (PK) .

R منتصف [CD] إذاً R مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (C,1),(D,1) — 3

I منتصف [AB] إذاً I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين (A,2),(B,2) — 3

بما أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,2),(B,2),(C,1),(D,1) وحسب الخاصة التجميعية تكون G مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين (I,3),(R,3) إذاً G تقع على المستقيم (IR) — 3

⇐ المستقيمان (PK),(IR) متقاطعان في G — 3

2) حسب تعريف مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين: $\vec{AJ}=\frac{1}{3}\vec{AC}$ — 2

إذاً النقطة J تقع على القطعة المستقيمة [AC] بحيث $AJ=\frac{1}{3}AC$ — 3

3) $2\vec{AM}+\vec{CM}=3\vec{JM}$ — 5

لأن J مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط: (A,2) , (C,1) — 5

$2\vec{BM}+\vec{DM}=3\vec{QM}$ — 5

لأن Q مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط: (B,2) , (D,1) — 5

2 $\Rightarrow \|3\vec{JM}\|=\|3\vec{QM}\|$

2 $\Rightarrow 3\|\vec{JM}\|=3\|\vec{QM}\|$

1 $\Rightarrow JM=QM$

إذاً M تمثل المستوي المحوري للقطعة المستقيمة [JQ] — 5

التمرين الرابع : $f(x)=xe^{-x}$

1)

5 $I=\int_0^{\ln(3)} x\cdot e^{-x}\,dx$

2,5x2 $u=x \Rightarrow u'=1$

2,5x2 $v'=e^{-x} \Rightarrow v=-e^{-x}$

5+5 $\Rightarrow I=\left[-xe^{-x}\right]_0^{\ln(3)}-\int_0^{\ln(3)} -e^{-x}\,dx$

5 $I=\left[-xe^{-x}-e^{-x}\right]_0^{\ln(3)}$

3x2,5 $=\left(-\ln(3)\cdot e^{-\ln(3)}-e^{-\ln(3)}\right)-(0-1)$

$=\frac{-\ln(3)}{3}-\frac{1}{3}+1$

5 $=\frac{1}{3}(2-\ln 3)$

2)

5+5 $y'+y=(xe^{-x})'+(xe^{-x})$

2,5 $=e^{-x}-xe^{-x}+xe^{-x}$

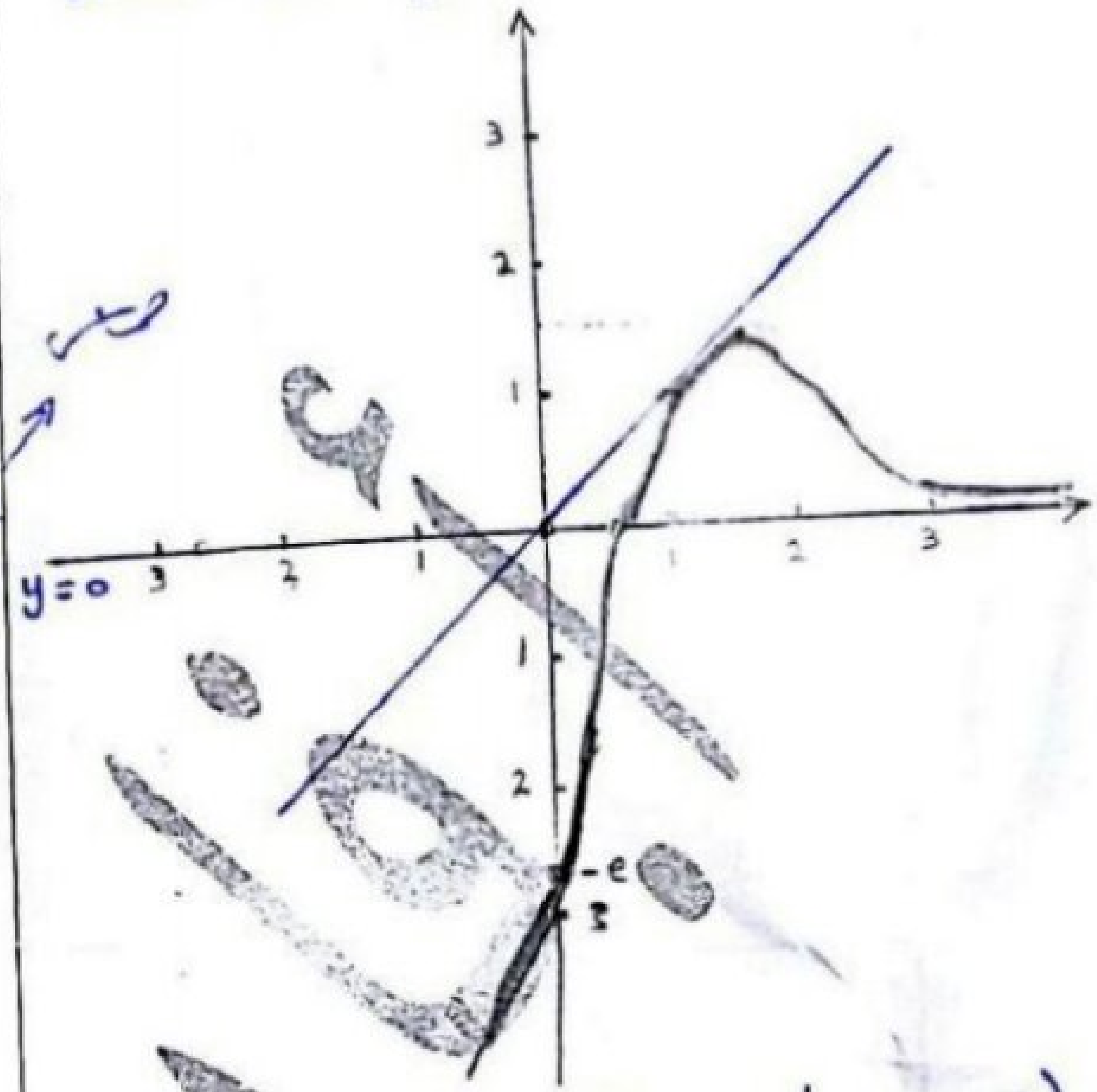
5 $\Rightarrow y'+y=e^{-x}$

Online center

3 لرسم المماس نحتاج نقاط مساعدة :

$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow (0,0)$

$x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (1,1)$



$x = 0 \Rightarrow y = -e \Rightarrow (0,-e)$

$y = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow (\frac{1}{2}, 0)$

4

5 $S = \int_1^2 [f(x) - g(x)]\, dx$

5 $= \int_1^2 (2x-1)e^{-x+1} - \frac{2x-1}{x^2-x+1}\, dx$

$= \int_1^2 (2x-1)e^{-x+1} dx - \int_1^2 \frac{2x-1}{x^2-x+1}\, dx$

2 $u = 2x-1 \Rightarrow u' = 2$

2 $v' = e^{-x+1} \Rightarrow v = -e^{-x+1}$

4 $\Rightarrow S = -(2x-1)e^{-x+1} + 2\int_1^2 e^{-x+1} dx - \int_1^2 \frac{2x-1}{x^2-x+1}$ d

2×3 $= \left[-(2x-1)e^{-x+1} - 2e^{-x+1} - \ln|x^2-x+1|\right]_1^2$

2+2 $= [-(3)e^{-1} - 2e^{-1} - \ln(3)] - [-(1)e^{0} - 2e^{0} - \ln(1)]$

2 $= \frac{-5}{e} - \ln(3) + 3$

انتهى السلّم ...

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح ...

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اسم الطالب/ة:............................
مدة الاختبار: 3 ساعات

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (3)

بكالوريا رياضيات (تكميلي 2018)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل الجدول المرسوم جانباً ثم أجب عما يلي :

x	1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	0	−	‖	+	‖	−	
$f(x)$	-1	↗	1	↘ $-\infty$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{4}$	↘	0

① أوجد مجموعة تعريف التابع .
② أوجد المستقر الفعلي للتابع
③ ماعدد القيم الحدية و ما هي ؟
④ أوجد معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها $x = 2 \;,\; x = 4$
⑤ أوجد المقاربات الأفقية و الشاقولية .

السؤال الثاني : حل المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 0$ حيث ميل المماس في النقطة التي فاصلتها 0 من منحني الحل يساوي -3

السؤال الثالث : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,1,2)$ والمستويين P, Q :

$\begin{cases} P : x+y-2z-1=0 \\ Q : x+y+z=0 \end{cases}$ ..أثبت أن المستويين P, Q متعامدان ثم احسب بعد النقطة A عن فصلهما المشترك .

السؤال الرابع : عيّن في منشور $\left(x^2-\frac{2}{x}\right)^{12}$ الحد الذي يحوي x^{12} والحد المستقل عن x

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : $EABD$ رباعي وجوه فيه ABD مثلث قائم و متساوي الساقين في A ، $[AE]$ يعامد المستوي (ABD) ونتأمل المعلم المتجانس $(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ بحيث $\overrightarrow{AE} = 2\vec{k}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}$, $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$

① أوجد معادلة المستوي (EBD)
② اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم d المار بالنقطة A ويعامد (EBD)
③ أوجد إحداثيات مركز ثقل المثلث EBD

التمرين الثاني : متتالية معرفة وفق : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{2u_n+6} \end{cases}$ عند كل $n \geq 0$

① أثبت أن التابع $f(x) = \frac{3x+2}{2x+6}$ متزايد تماماً واستنتج أن $\frac{1}{2} \leq u_n \leq 1$ أياً كان العدد الطبيعي n
② أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة تماماً

التمرين الثالث : f هو التابع المعرف على المجال $]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x^2+4x+4\sin x}{x}$ خطه البياني C

① أوجد $\lim_{x\to0} f(x)$
② برهن أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x+4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ وادرس وضع C بالنسبة لهذا المقارب

أ. فارس جقل .. دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

التمرين الرابع : لتكن الأعداد المركبة $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $z_2 = \sqrt{3} + i$, $z_3 = 1$

① اكتب كلا من العددين z_1 , z_2 بالشكل الأسي

② اكتب $\left(\frac{z_1}{2}\right)^{12}$ و $\left(\frac{z_2}{2}\right)^{12}$ بالشكل الجبري

③ اكتب العدد $z = \frac{z_1}{z_2}$ بالشكلين الجبري و الأسي واستنتج قيمة كل من $\sin\frac{\pi}{12}$, $\cos\frac{\pi}{12}$

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R/\{-2,1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)(x+2)}$ و المطلوب :

① ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها واستنتج كل مقارب للخط C يوازي المحور xx' أو يوازي yy' وادرس الوضع النسبي للخط C مع كل مقارب وجدته .

② إذا علمت أن f تكتب بالشكل $f(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x+2}$ فاحسب a , b , c

③ اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$

④ ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C

⑤ احسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمات $y = 1$, $x = -6$, $x = -4$

المسألة الثانية : يحوي صندوق 10 كرات متماثلة منها 4 بيضاء و 6 حمراء .

① نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات في آن واحد

أ- احسب احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء

ب- احسب احتمال الحصول على الأقل على كرة حمراء

② ليكن X المتغير العشوائي الذي يقرن بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المسحوبة ، نظم جدول القانون الاحتمالي لـ X واحسب توقعه الرياضي

③ نسحب من الصندوق في آن واحد 3 كرات خمس مرات على التالي مع الإعادة ، احسب احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء مرتين بالضبط

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الامنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل .. دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

أولاً: السؤال الأول:

1) $D_f = [1,3[\cup]3,+\infty[$ — 8

2) $]-\infty,1[$ — 8

3) 3 قيم حدية: ~~[illegible]~~

$f(1) = -1$ — 2, 2

$f(2) = 1$ قيمة حدية كبرى محلياً — 2

$f(4) = \frac{1}{4}$ حدية كبرى محلياً — 2

4) عندما $x=2 \Leftarrow y=1$ (مماس أفقي) — 4

عندما $x=4$ ⇐ $x=4$ (مماس شاقولي) — 4

5) $y=0$ مقارب أفقي — 4

$x=3$ مقارب شاقولي — 4

السؤال الثاني:

$y' = -3y \quad ; \quad y = k e^{-3x}$ — 5+5

$f'(0) = -3 \Rightarrow y' = -3k e^{-3x}$ — 5+5

$\Rightarrow -3 = -3k e^{-3(0)} \Rightarrow -3 = -3k(1)$ — 5

$\Rightarrow \boxed{k=1} \Rightarrow y = e^{-3x}$ — 5+10

السؤال الثالث:

$\vec{n}_P(1,1,-2) \ , \ \vec{n}_Q(1,1,1)$

$Q \perp P \Rightarrow \vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 0$ — 5

$\Rightarrow 1(1) + 1(1) - 2(1) \stackrel{?}{=} 0$ — 5

$0 = 0 \Rightarrow Q \perp P$ — 5

Online center

مركز أونلاين التعليمي

سلم تصحيح امتحان نزل (3) تجريبي 2018

بعد A عن الفصل المشترك:

2.5 — $d(A,P) = \dfrac{|2+1-4-1|}{\sqrt{(1)^2+(1)^2+(-2)^2}} = \dfrac{2}{\sqrt{6}}$

5 — $d(A,Q) = \dfrac{|2+1+2|}{\sqrt{(1)^2+(1)^2+(1)^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{3}}$

2.5+2.5 — لكن B مرتسم A على P و D مرتسم A على

2.5 — Q و C مرتسم مشترك لـ B و D على

الفصل المشترك بما أن المستويان متعامدان فإن بعد A عن الفصل المشترك هو قطر المستطيل ABCD

2.5+5 — $AC = \sqrt{\frac{25}{3} + \frac{4}{6}} = 3$

السؤال الرابع

10 — $T_r = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$

3×3 — $= \binom{12}{r} (x^2)^{12-r} \left(\frac{-2}{x}\right)^r$

3×3 — $= \binom{12}{r} x^{24-2r} (-2)^r (x)^{-r}$

3 — $\Rightarrow T_r = \binom{12}{r} x^{24-3r} (-2)^r$

الحد الذي يحوي x^{12}:

3 — $\Rightarrow 24 - 3r = 12$

3 — $\Rightarrow r = 4$

3 — $\Rightarrow T_4 = \binom{12}{4} x^{12} (-2)^4$

3 — $\Rightarrow T_4 = 7920 x^{12}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

	الحد المستقل عن x :
3+3	$24 - 3r = 0 \Rightarrow r = 8$
3	$T_8 = \binom{12}{8}(-2)^8 x^0$
3	$= \frac{12!}{4!\,8!}(256)x^0$
5	$= 126720$

ثانياً : التمرين الأول :

$\boxed{1}$

2×2	$A(0,0,0)$, $B(2,0,0)$
2×2	$D(0,2,0)$, $E(0,0,2)$
2×2	$\vec{EB}(2,0,-2)$, $\vec{BD}(-2,2,0)$
	نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوي EBD
2,5×2	$\Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{EB} = 0 \Rightarrow 2a - 2c = 0 \;..(1)$
2,5×2	$\Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{BD} = 0 \Rightarrow -2a + 2b = 0 \;..(2)$
2	نفرض $\boxed{c=1}$ ونعوض في (1)
2×2	$\Rightarrow \boxed{a=1} \Rightarrow \boxed{b=1}$
2	$\Rightarrow \boxed{\vec{n}(1,1,1)}$
	نستخدم $\vec{n}$ والنقطة B :
	$P: a(x-x_B) + b(y-y_B) + c(z-z_B) = 0$
4	$\Rightarrow P: 1(x-2) + 1(y-0) + 1(z-0) = 0$
4	$\Rightarrow P: x + y + z - 2 = 0$
	$\boxed{2}$ نستخدم النقطة A وشعاع التوجيه $\vec{EB}$
2×3	$d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 0 \\ z = -2t \end{cases} ; t \in R$

2,5×2	$x_G = \frac{x_E + x_B + x_D}{3} = \frac{2+0+0}{3} = \frac{2}{3}$ $\boxed{3}$
2,5×2	$y_G = \frac{y_E + y_B + y_D}{3} = \frac{0+2+0}{3} = \frac{2}{3}$
2,5×2	$z_G = \frac{z_E + z_B + z_D}{3} = \frac{0+0+2}{3} = \frac{2}{3}$
1	$\Rightarrow G\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

التمرين الثاني :

$\boxed{1}$

3×2	$f'(x) = \frac{12}{(2x+6)^2} > 0$
3	$\Leftarrow$ التابع متزايد تماماً .
3	نبرهن صحة العلاقة من أجل $n = 0$
3	$\frac{1}{2} \leq u_0 \leq 1$
3	$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq 1 \leq 1$ محققة
3	نفرض صحة العلاقة من أجل n
3	$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq u_n \leq 1$ (*)
3	نبرهن صحة العلاقة من أجل $(n+1)$
3	$\frac{1}{2} \leq u_{n+1} \leq 1$
	ننطلق من (*) :
4	$f(\frac{1}{2}) \leq f(u_n) \leq f(1)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

3 $\frac{3(\frac{1}{2})+2}{2(\frac{1}{2})+6} \leq u_{n+1} \leq \frac{3(1)+2}{2(1)+6}$

3 $\Rightarrow \frac{1}{2} \leq u_{n+1} \leq \frac{5}{8} \leq 1$

3 $\Rightarrow \frac{1}{2} \leq u_{n+1} \leq 1$

4 $\Rightarrow \frac{1}{2} \leq u_n \leq 1$

$\boxed{2}$

4 $u_{n+1} < u_n$

3 $\Rightarrow f(u_{n+1}) < f(u_n)$

3 $\Rightarrow u_{n+2} < u_{n+1}$

3 $\Leftarrow$ المتتالية متناقصة تماماً.

التمرين الثالث :

$\boxed{1}$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{x^2+4x+4\sin x}{x}$

3 $= \lim_{x \to 0^+} \frac{x(x+4+4\frac{\sin x}{x})}{x}$

3+3 $= 0 + 4 + 4\times 1 = 8$

$\boxed{2}$

3 $f(x) - y_\Delta = \frac{x^2+4x+4\sin x}{x} - (x+4)$

3 $= \frac{x^2+4x+4\sin x - x^2 - 4x}{x}$

3 $= \frac{4\sin x}{x}$

$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - y_\Delta]$

3 $= \lim_{x \to +\infty} \frac{4\sin x}{x}$

3 $-1 \leq \sin x \leq 1$

3 $-4 \leq 4\sin x \leq 4$ $(4\times)$

نقسم على x الموجب :

3 $\frac{-4}{x} \leq \frac{4\sin x}{x} \leq \frac{4}{x}$

3+3 $\lim_{x \to +\infty} \frac{-4}{x} = \frac{-4}{\infty} = 0$

3+3 $\lim_{x \to +\infty} \frac{4}{x} = \frac{4}{\infty} = 0$

3 حسب مبرهنة الإحاطة نجد:

3 $\lim_{x \to +\infty} \frac{4\sin x}{x} = 0$

1 $\Leftarrow$ المستقيم $y = x+4$ مقارب مائل

1 للخط C في جوار $+\infty$

دراسة الوضع النسبي :

تتفق إشارة $f(x) - y_\Delta$ مع إشارة $\sin x$

2.5	x	$2\pi k$	$2\pi k + \pi$		$2\pi k + 2\pi$
2.5	الإشارة	0 +	0	−	0
2.5x2	الوضع النسبي :	الخط C فوق Δ		الخط C تحت Δ	

الجزء الرابع :

1

$Z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

3 $r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2+2} = 2$

3 $\cos Q = \frac{x}{r} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3 $\sin Q = \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow \boxed{Q = \frac{\pi}{4}}$

3 $\Rightarrow Z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$

3 $Z_2 = \sqrt{3} + i \Rightarrow r = \sqrt{3+1} = 2$

3 $\cos Q = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin Q = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \boxed{Q = \frac{\pi}{6}}$

3 $\Rightarrow Z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$

2

2 $\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{12} = \left(\frac{2e^{i\frac{\pi}{4}}}{2}\right)^{12} = \left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{12}$

2 $= \left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]^{12}$

2 $= \left[\cos 12\frac{\pi}{4} + i\sin 12\frac{\pi}{4}\right]$

2+2 $= \cos 3\pi + i\sin 3\pi = -1 + 0i = -1$

2 $\left(\frac{Z_2}{2}\right)^{12} = \left(\frac{2e^{i\frac{\pi}{6}}}{2}\right)^{12} = \left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right)^{12}$

2 $= \left[\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right]^{12}$

2 $= \cos 2\pi + i\sin 2\pi$

2 $= 1 + 0i = 1$

3

2 $Z = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{2e^{i\frac{\pi}{4}}}{2e^{i\frac{\pi}{6}}}$

2+2 $= e^{i\frac{\pi}{4}} \cdot e^{-i\frac{\pi}{6}} = e^{i\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)}$

3 $\Rightarrow Z = e^{i\frac{\pi}{12}}$

بالشكل الجبري : $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{\sqrt{3} + i}$

3 $= \frac{(\sqrt{2} + i\sqrt{2})(\sqrt{3} - i)}{(\sqrt{3} + i)(\sqrt{3} - i)}$

2 $= \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2} + i\sqrt{6} + \sqrt{2}}{3+1}$

2+2 $= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} + i\,\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

2 $Z = e^{i\frac{\pi}{12}} = \left[\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right]$

بالمطابقة نجد :

2 $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

2 $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

ثالثاً : المسألة الأولى :

[1] التابع مستمر واشتقاقي على المجال : — 2

1 — $]-\infty,-2[\cup]-2,1[\cup]1,+\infty[$

2 — $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x^2}=1$

1+1 — $y=1$ مقارب // xx' في جوار $-\infty$

2 — $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x^2}=1$

1+1 — $y=1$ مقارب // xx' في جوار $+\infty$

2 — $\lim_{x\to-2^-} f(x)=+\infty$

1+1 — $x=-2$ مقارب // yy' والخط C يقع على يسار المقارب

2 — $\lim_{x\to-2^+} f(x)=-\infty$

1+1 — $x=-2$ مقارب // yy' والخط C على يمين المقارب

2 — $\lim_{x\to1^-} f(x)=+\infty$

1+1 — $x=1$ مقارب // yy' والخط C على يسار المقارب

2 — $\lim_{x\to1^+} f(x)=-\infty$

1+1 — $x=1$ مقارب // yy' والخط C على يمين المقارب

2 — $f'(x)=\frac{(2x-2)(x^2+x-2)-(2x+1)(x^2-2x)}{(x^2+x-2)^2}$

2+2 — $=\frac{3x^2-4x+4}{(x^2+x-2)^2}>0$ التابع متزايد

2×3

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	+	‖	+	
$f(x)$	1 ↗		$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	1

دراسة الوضع النسبي للخط C مع المقارب $y=1$

5 — $f(x)-y=\frac{x(x-2)}{(x-1)(x+2)}-1=\frac{-3x+2}{x^2+x-2}$

1×4

x	$-\infty$		-2		$\frac{2}{3}$		1		$+\infty$
$f(x)-y$		+	‖	−	0	+	‖	−	
الوضع النسبي		C فوق Δ	‖	C تحت Δ		C فوق Δ	‖	C تحت Δ	

[2] 2 — $\boxed{a=1}$

$$\begin{array}{r|l} x^2+x-2 & x^2-2x \\ 1 & x^2+x-2 \end{array}$$

تفريق الكسر $\frac{x-2}{(x-1)(x+2)}$

2+2+2 — $\Rightarrow \frac{x-2}{(x-1)(x+2)}=\frac{b}{x-1}+\frac{c}{x+2}$

1 — لحساب b نضرب الطرفين بـ $(x-1)$ ونجعل $x\to1$

2 — $\Rightarrow b=\frac{x-2}{x+2}=\frac{-1}{3}$

1 — لحساب c نضرب الطرفين بـ $(x+2)$ ونجعل $x\to-2$

2 — $\Rightarrow c=\frac{x-2}{x-1}=\frac{-8}{3}$

5 — $\Rightarrow f(x)=1-\frac{1}{3(x-1)}-\frac{8}{3(x+2)}$

3

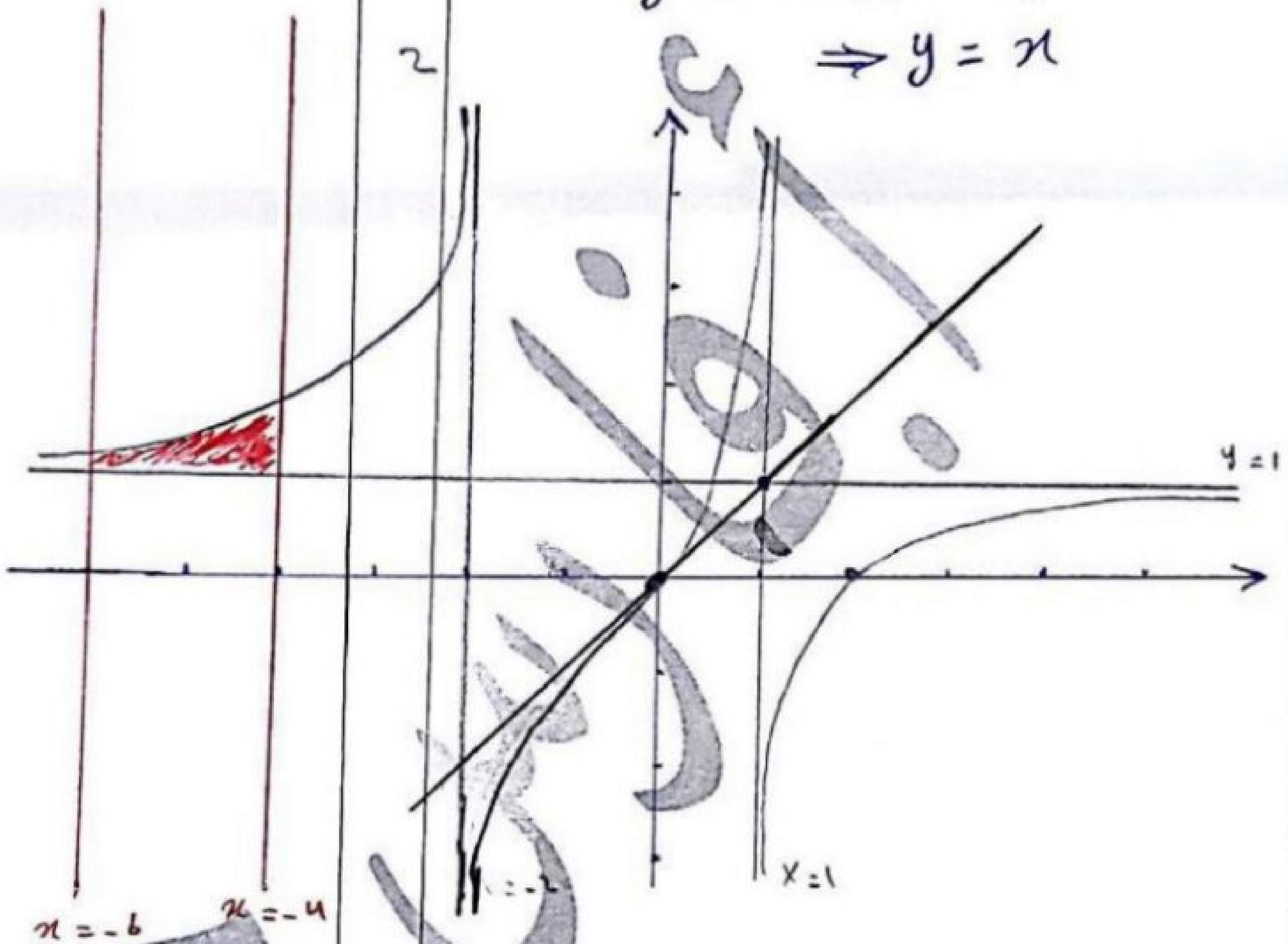
$x=0 \Rightarrow y=0 \quad A(0,0)$

2 $m = f'(0) = \dfrac{3(0)-4(0)+4}{(0+0-2)^2} = 1$

1 $y - y_A = m(x - x_A)$

$y - 0 = 1(x-0)$

2 $\Rightarrow y = x$



2 $S = \int_{-6}^{-4} \cancel{\mathrm{B}_{oy}}\, f(x) - y \; dx$

1 $= \int_{-6}^{-4} 1 - \dfrac{1}{3(x-1)} - \dfrac{8}{3(x+2)} - 1 \, dx$

2x2 $= \dfrac{-1}{3}\int_{-6}^{-4} \dfrac{1}{(x-1)}\, dx - \dfrac{8}{3}\int_{-6}^{-4} \dfrac{1}{x+2}\, dx$

2 $= \left[\dfrac{-1}{3}\ln(-x+1) - \dfrac{8}{3}\ln(-x-2)\right]_{-6}^{-4}$

2x2 $= \left[\dfrac{-1}{3}\ln(5) - \dfrac{8}{3}\ln(2)\right] - \left[\dfrac{-1}{3}\ln(7) - \dfrac{8}{3}\ln(4)\right]$

2 $= \dfrac{8}{3}\ln(2) + \dfrac{1}{3}\ln(7) - \dfrac{1}{3}\ln(5)$

2x3
للوظ البياني
2x3
مقاربات

Online center

مركز أونلاين التعليمي

المسألة الثانية :

1) أ. نفرض A حدث الحصول على 3 كرات بيضاء — 3

3×3 — $\Rightarrow P(A) = \dfrac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{4}{120} = \dfrac{1}{30}$

ب- نفرض B حدث الحصول على الأقل على كرة حمراء — 3

3 — $P(B) = 1 - P(A)$

$3+3$ — $= 1 - \dfrac{4}{120} = 1 - \dfrac{1}{30} = \dfrac{29}{30}$

2)

4 — $X(\Omega) = \{0,1,2,3\}$

$5+3$ — $P(X=0) = \dfrac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{20}{120}$

$5+3$ — $P(X=1) = \dfrac{\binom{6}{2}\binom{4}{1}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{60}{120}$

$3+3$ — $P(X=2) = \dfrac{\binom{6}{1}\binom{4}{2}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{36}{120}$

$3+3$ — $P(X=3) = \dfrac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} = \dfrac{4}{120}$

2×5

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{20}{120}$	$\frac{60}{120}$	$\frac{36}{120}$	$\frac{4}{120}$

3 — $E(X) = \sum x_i P(X=x_i)$

2×4 — $= 0\left(\dfrac{20}{120}\right) + 1\left(\dfrac{60}{120}\right) + 2\left(\dfrac{36}{120}\right) + 3\left(\dfrac{4}{120}\right)$

2×2 — $= \dfrac{144}{120} = \dfrac{6}{5}$

3)

10 — $P(X'=2) = \binom{5}{2}\left(\dfrac{1}{30}\right)^2\left(\dfrac{29}{30}\right)^3$

5 — $= 0{,}01$

انتهت الأسئلة ...

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح ..

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

طريقة ثانية للسؤال الثالث :
حساب بعد النقطة A عن مستقيمهما المشترك .

نفرض $x=0$ بالحل المشترك لمعادلتي المستوي ⇐ $z=\frac{-1}{3}$ و $y=\frac{1}{3}$

$$B\left(0,\frac{1}{3},\frac{-1}{3}\right)$$

نفرض $y=0$ ⇐ $z=\frac{-1}{3}$ ، $x=\frac{+1}{3}$

$$B'\left(\frac{1}{3},0,\frac{-1}{3}\right)$$

$$\overrightarrow{BB'}\left(\frac{1}{3},\frac{-1}{3},0\right)$$

معادلات المستقيم :

$$d:\begin{cases} x=\frac{1}{3}t \\ y=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}t \quad ; t\in R \\ z=\frac{-1}{3} \end{cases}$$

معادلة المستوي المار من A ويعامد $\overrightarrow{BB'}$

$$T: \frac{1}{3}(x-2)-\frac{1}{3}(y-1)=0$$

$$\Rightarrow T: \frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}=0$$

بالحل المشترك لـ d و T

$$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}t\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{3}t\right)-\frac{1}{3}=0$$

$$\Rightarrow t=2$$

نعوض في d :

$$x=\frac{2}{3}\ ,\ y=\frac{-1}{3}\ ,\ z=\frac{-1}{3}$$

$$A'\left(\frac{2}{3},\frac{-1}{3},\frac{-1}{3}\right)$$

$$AA'=\sqrt{\left(\frac{3}{2}-2\right)^2+\left(\frac{-1}{3}-1\right)^2+\left(\frac{-1}{3}-2\right)^2}$$

$$=\sqrt{\frac{16}{9}+\frac{16}{9}+\frac{49}{9}}$$

$$=\sqrt{\frac{81}{9}}=\sqrt{9}=3$$

بالتوفيق ..

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الرابع : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,0)$ و المستويات :

..المطلوب : $\begin{cases} P_1 : x+3y-3z-4=0 \\ P_2 : x+2y-z-4=0 \\ P_3 : 2x+3y-2z-5=0 \end{cases}$

① أثبت أن المستويان P_3, P_2 يتقاطعان في الفصل المشترك d التمثيلات الوسيطية التالية :

$$d : \begin{cases} x = t-2 \\ y = 3 \quad ; t \in R \\ z = t \end{cases}$$

② ماهي نقطة تقاطع المستويات P_3, P_2, P_1

③ احسب بعد A عن المستقيم d

ثالثاً : حل المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : صندوقان متماثلان فيهما كرات متماثلة ..الصندوق (I) يحتوي (3) كرات مرقمة بالأعداد 1،2،3 و الصندوق (II) يحتوي (4) كرات مرقمة بالأعداد 2،3،4،5 ..نسحب عشوائياً كرة من الصندوق (I) ثم نسحب كرة من االصندوق (II) و المطلوب :

① اكتب فضاء العينة المرتبطة بهذا الاختبار ، نفرض الحدث A : إحدى الكرتين على الأقل تحمل رقم (3) ، نفرض الحدث B : مجموع رقمي الكرتين أكبر تماماً من (5) هل الحدثان A, B مستقلان احتمالياً ؟..علل

② نعرّف متغيراً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين . اكتب مجموعة قيم المتغير العشوائي X واكتب جدول توزيعه ثم احسب التوقع الرياضي

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$

① ادرس تغيرات التابع ونظم جدولاً بها

② أثبت أن التابع f فردي واستنتج الصفة التناظرية لخطه البياني

③ احسب مساحة السطح المحصور بالخط C والمستقيمين $x = 2$, $x = 3$

④ اوجد قيمة تقريبية لـ $f(3.1)$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الامنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل .. دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اسم الطالب/ة:..........................
مدة الاختبار: 3 ساعات

مركز أونلاين التعليمي

نموذج اختبار نهائي (4)

رياضيات بكالوريا (تكميلي 2018)

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : احسب كلاً مما يأتي :

① $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$ ② $\int_0^{\pi} x^2 \cos x \ dx$

السؤال الثاني : عين طبيعة مجموعة النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق :

$$x^2+y^2+z^2-2x+6y-2=0$$

السؤال الثالث : أثبت بالتدريج صحة الخاصة الآتية أياً كان العدد الطبيعي n : $3^{2n+1}+2^{n+2}$ مضاعف للعدد 7.

السؤال الرابع : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$

① أثبت محدودية f

② استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3}{3+\cos x}$

ثانياً : أجب عن التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق ما يأتي : $u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

① أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة

② أثبت أن $0\leq u_n\leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها

التمرين الثاني : لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z=-1+i$ والمطلوب :

① أثبت أن z^8 عدداً حقيقياً

② جد العدد z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق تحاكي مركزه $A(1+i)$ نسبته 3

التمرين الثالث : ليكن $J=\int_0^{\ln 2}\frac{e^x}{e^x+2}\ dx$ ، $I=\int_0^{\ln 2}\frac{2}{e^x+2}\ dx$ **والمطلوب :**

① احسب I

② احسب $I+J$ ثم استنتج J

أ. فارس جقل .. دورات (ر ف ك) .. اللاذقية 0955186517

سلم تقييم النموذج (4) .. تكميلي .. 2018

أولاً: السؤال الأول:

[1]
$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$$

$$\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}=\left(\frac{x-1+4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$$

$$=\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}=\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x-1}{2}+\frac{1}{2}}$$

$$=\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{2\left(\frac{x-1}{2\times 2}\right)+\frac{1}{2}}$$

٢ $$=\left[\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{x-1}{4}}\right]^2\cdot\left(1+\frac{4}{x-1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

٢ نفرض: $t=\frac{4}{x-1}$

٢ $$\Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}=\lim_{t\to 0}\left[(1+t)^{\frac{1}{t}}\right]^2\sqrt{1+t}$$

٢ $$e^2\cdot(\sqrt{1})=e^2$$

[2]
$$I=\int_0^{\pi} x^2\cos x\,dx$$

٢+٢ $u=x^2 \Rightarrow u'=2x$

٢+٢ $v'=\cos x \Rightarrow v=\sin x$

٢+٢ $$I=x^2\sin x-\int_0^{\pi}\underbrace{2x\sin x\,dx}_{I_1}$$

$$I_1=\int_0^{\pi}2x\sin x\,dx$$

٢+٢ $u=2x \Rightarrow u'=2$

٢+٢ $v'=\sin x \Rightarrow v=-\cos x$

٢+٢ $$I_1=-2x\cos x-\int_0^{\pi}-2\cos x\,dx$$

٣ $$I_1=-2x\cos x+2\sin x$$

نعوض I_1 في I :

٣ $$\Rightarrow I=\left[x^2\sin x+2x\cos x-2\sin x\right]_0^{\pi}$$

٢+٢ $$=\left[\pi^2(0)+2\pi(-1)-2(0)\right]-0$$

٢ $$=-2\pi$$

السؤال الثاني:

$$x^2+y^2+z^2-2x+6y-2=0$$

$$x^2-2x+y^2+6y+z^2=2$$

٥+٥ $$(x^2-2x+1-1)+(y^2+6y+9-9)+z^2=2$$

٥+٥ $$(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2+9+1$$

١٠ $$\Rightarrow (x-1)^2+(y+3)^2+z^2=12$$

١٠ ⇐ مجموعة النقاط كرة: مركزها $A(1,-3,0)$ ، ونصف قطرها $R=\sqrt{12}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

السؤال الثالث :

$E(n) : 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ (مضاعف لـ 7)

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $n=0$:

٤+٤ $\Rightarrow 3^{0+1} + 2^{0+2} = 3 + 4 = 7$

محققة

* نفرض صحة العلاقة من أجل (n) :

٤ $\Rightarrow E(n) : 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ (مضاعف لـ 7)

* نبرهن صحة العلاقة من أجل $(n+1)$:

٤ أي سنبرهن $E(n+1) : 3^{2n+3} + 2^{n+3}$ مضاعف للعدد (7)

٤ $3^{2n+3} + 2^{n+3} = (3^{2n+1} \cdot 3^2) + (2^{n+2} \cdot 2)$

٤+٤ $= 9 \cdot 3^{2n+1} + 2 \cdot 2^{n+2}$

١+٤ $= (7+2) \cdot 3^{2n+1} + 2 \cdot 2^{n+2}$

١+٤ $= \underbrace{7 \cdot 3^{2n+1}}_{\text{مضاعف لـ 7 لأنه مضروب بالعدد (7)}} + 2\underbrace{(3^{2n+1} \cdot 2^{n+2})}_{\text{مضاعف لـ 7 فرضاً}}$

٤ $\Rightarrow 3^{2n+3} + 2^{n+3}$ مضاعف لـ 7 .

ومجموع مضاعفين للعدد 7 هو مضاعف للعدد (7) إذاً :

$E(n+1) : 3^{2n+3} \cdot 2^{n+3}$ صحيحة .

السؤال الرابع : $f(x) = \frac{1}{3+\cos x}$

8 $\boxed{1}$ $-1 \leq \cos x \leq 1$

٢+٢+٢ (+3) $2 \leq 3 + \cos x \leq 4$

٢+٢+٢ $\frac{1}{2} \geq \frac{1}{3+\cos x} \geq \frac{1}{4}$

٢ $\Rightarrow \frac{1}{2} \geq f(x) \geq \frac{1}{4}$

$\boxed{2}$ $\frac{1}{2} \geq \frac{1}{3+\cos x} \geq \frac{1}{4}$

نضرب بـ x^3 :

3+3+3 $\frac{x^3}{2} \geq \frac{x^3}{3+\cos x} \geq \frac{x^3}{4}$

5 $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{2} = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{4} = +\infty$

$\Leftarrow$ حسب مبرهنة الإحاطة نجد :

٤ $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{3+\cos x} = +\infty$

ثانياً: التمرين الأول:

1)

$u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

نفرض: $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

حيث $x \geq 0$

5×3 $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{x}} < 0$

5 لأن: $2\sqrt{x+1} > 2\sqrt{x}$

حيث: $4x+4 > 4x$ تربيع

5 ⇐ التابع f متناقص ⇐ المتتالية متناقصة

2) نبرهن $u_n \geq 0$

$u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

$= \frac{(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

5 $= \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} \geq 0$

5 لأن: $0 < \sqrt{n+1}+\sqrt{n}$

5 لدينا $u_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}$

5 $\Rightarrow u_n \leq 1$

5 المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى فهي متقاربة

5 $\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

5 $= 0$

التمرين الثاني :

1

5+5 $Z^8 = (Z^2)^4 = \left((-1+i)^2\right)^4$

5+5 $= (1-2i-1)^4 = (-2i)^4$

5+5 $= 16i^4 = 16$

2

5 $Z' - A = k(Z - A)$

5 $Z' - (1+i) = 3(Z - (1+i))$

5 $Z' = 3(Z - 1 - i) + (1+i)$

5 $Z' = 3Z - 3 - 3i + 1 + i$

5 $Z' = 3Z - 2 - 2i = 3(-1+i) - 2 - 2i$

5 $Z' = -3 + 3i - 2 - 2i = -5 + i$

التمرين الثالث :

1

5 $I = \int_0^{\ln(2)} \frac{2}{e^x+2}\,dx = \int_0^{\ln(2)} \frac{2}{e^x(1+2e^{-x})}\,dx$

5+5 $= -\int_0^{\ln(2)} \frac{-2e^{-x}}{1+2e^{-x}}\,dx = -\left[\ln(1+2e^{-x})\right]_0^{\ln(2)}$

5 $= -\ln\frac{2}{3}$

2

5 $I + J = \int_0^{\ln(2)} \frac{2}{e^x+2}\,dx + \int_0^{\ln(2)} \frac{e^x}{e^x+2}\,dx$

5 $= \int_0^{\ln(2)} \frac{2}{e^x+2} + \frac{e^x}{e^x+2}\,dx$

5+5+5 $= \int_0^{\ln(2)} 1\,dx = [x]_0^{\ln(2)} = \ln(2)$

5 $\Rightarrow I + J = \ln(2)$

5 $-\ln\frac{2}{3} + J = \ln(2)$

5 $\Rightarrow J = \ln(2) + \ln\left(\frac{2}{3}\right)$

التمرين الرابع :

1 نعوض d في P_2 و P_3 :

$P_2 : x + 2y - z - 4 = 0$

5 $t - 2 + 2(3) - t - 4 \stackrel{?}{=} 0$

5 $\Rightarrow 0 = 0$

5 $P_3 : 2x + 3y - 2z - 5 = 0$

5 $2(t-2) + 3(3) - 2t - 5 \stackrel{?}{=} 0$

5 $\Rightarrow 0 = 0$

← المستويان P_2 و P_3 يتقاطعان في الفصل المشترك d

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

Online center
مركز أونلاين التعليمي

(2) نأخذ الحل المشترك للمعادلات الوسيطية مع المستوي P_1 :

$P_1 : x+3y-3z-4=0$

5 $t-2+3(3)-3t-4=0$

5 $-2t+3=0 \Rightarrow t=\frac{3}{2}$

نعوض t في d :

$x=\frac{3}{2}-2=\frac{-1}{2}$ ، $y=3$ ، $z=\frac{3}{2}$

5 $\Rightarrow (\frac{-1}{2},3,\frac{3}{2})$

(3) معادلة المستوي المار بالنقطة A ويعامد d
$A(1,1,0)$ ، $\vec{n}(1,0,1)$

5 $F: 1(x-1)+0(y-1)+1(z-0)=0$

5 $F: x-1+z=0$

$\Rightarrow F: x+z-1=0$

نعوض d في F :

5 $t-2+t-1=0 \Rightarrow t=\frac{3}{2}$

نعوض t في d : $A'(\frac{-1}{2},3,\frac{3}{2})$

5 $AA'=\sqrt{(\frac{-1}{2}-1)^2+(3-1)^2+(\frac{3}{2}-0)^2}$

5 $=\sqrt{\frac{9}{4}+4+\frac{9}{4}}=\frac{\sqrt{34}}{2}$

ثالثاً: المسألة الأولى :

(1) $\Omega=\{(1,2),(1,3),(1,4),(1,5)$

10 $(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(3,2),(3,3)$

5 $(3,4),(3,5)\}$, $P(A\cap B)=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

5 $P(A)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$,

5 $P(B)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

شرط الاستقلال

3 $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

$\frac{1}{4}\overset{?}{=}\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$

1 $\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

1 ⇐ الحدثان مستقلان احتمالياً..

(2)

5 $X(\Omega)=\{3,4,5,6,7,8\}$

5+5 $P(X=3)=\frac{1}{12}$, $P(X=5)=\frac{3}{12}$

5+5 $P(X=4)=\frac{2}{12}$, $P(X=6)=\frac{3}{12}$

5+5 $P(X=7)=\frac{2}{12}$, $P(X=8)=\frac{1}{12}$

Online center

مركز أونلاين التعليمي

3×5

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	‖	‖	$-$	
$f(x)$	-2	$\searrow$	$-\infty$ ‖	‖	‖ $+\infty$	$\searrow$	$+2$

$\boxed{2}$

5 ① $\forall x \in D_f \Rightarrow -x \in D_f$ محقق

2 + 2 ② $f(-x) = \dfrac{2(-x)}{\sqrt{(-x)^2-1}}$

2+ $= -\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}} = -f(x)$ محقق

2 + 2 ⇐ التابع فردي ومخطط البياني متناظر بالنسبة لمبدأ الإحداثيات

$\boxed{3}$

5 $S = \int_2^3 f(x)\,dx$

5+5 $= \int_2^3 \dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \left[2\sqrt{x^2-1}\right]_2^3$

$= \left[2\sqrt{(3)^2-1}\right] - \left[2\sqrt{(2)^2-1}\right]$

1 $= 2\sqrt{8} - 2\sqrt{3}$

$\boxed{4}$

5 $f(a+h) \simeq f(a) + f'(a)\cdot h$ *

1 $f(a) = f(3) = \dfrac{6}{\sqrt{8}} = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$ $a=3$

1 $f'(a) = \dfrac{-2}{16\sqrt{2}} = \dfrac{-1}{8\sqrt{2}}$ $h=0.1$

نعوض في *:

1+1 $f(3.1) \simeq \dfrac{3}{\sqrt{2}} - \dfrac{1}{8\sqrt{2}}\left(\dfrac{1}{10}\right) \simeq \dfrac{239}{80\sqrt{2}}$

15

x_i	3	4	5	6	7	8
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$

5 $E(x) = \sum x_i \cdot P(X=x_i)$

10 $= 3\left(\frac{1}{12}\right) + 4\left(\frac{2}{12}\right) + 5\left(\frac{3}{12}\right) + \left(\frac{3}{12}\right)6 + 7\left(\frac{2}{12}\right) + 8\left(\frac{1}{12}\right)$

5 $= \dfrac{66}{12} = \dfrac{11}{2}$

المسألة الثانية:

$\boxed{1}$ التابع مستمر واشتقاقي على المجال

$]-\infty,-1[\,\cup\,]1,+\infty[$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$

5+5 $= \lim_{x\to-\infty} \dfrac{2x}{-x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = -2$

5+5 $\lim_{x\to-1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to1^+} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$

5+5 $= \lim_{x\to+\infty} \dfrac{2x}{x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = +2$

5 $f'(x) = \dfrac{2\sqrt{x^2-1} - \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}\cdot 2x}{x^2-1}$

+5 $= \dfrac{-2}{(x^2-1)\sqrt{x^2-1}} < 0$

5 التابع متناقص تماماً.

أتمنى السلام مع أطيب التمنيات بالنجاح والتفوق

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الثالث الثانوي العلمي

مدة الأختبار: 3 ساعات.

مـركـز أونـلايـن الـتعـلـيـمـي

امتحان نهائي (1)

رياضيات 2020(دورة كورونا)

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية : (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : الجدول المجاور يمثل تغيرات التابع f وخطه البياني C :

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$\frac{1}{2}-ln2$	↗	$+\infty$

1. جد $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim_{x\to +\infty} f(x)$
2. اكتب معادلة المقارب الشاقولي للخط البياني C
3. دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f
4. احسب $f(\,]0,2]\,)$ 5. اكتب معادلة المماس للخط البياني في نقطة فاصلتها 2

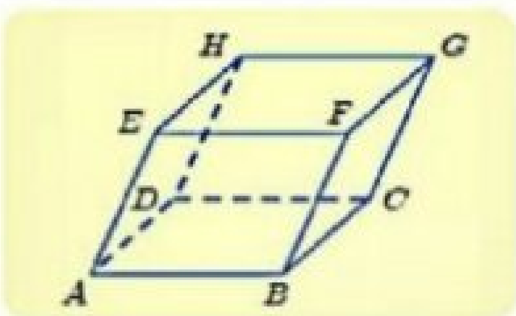
السؤال الثاني : $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية فيها $u_2 = 41$ و $u_5 = -13$

1. احسب الأساس r
2. احسب u_{25} ثم استنتج قيمة المجموع $u_5 + u_6 + \cdots + u_{25}$ 3. احسب u_n بدلالة n

السؤال الثالث : أوجد نهاية التابع $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$ عند 5 ثم أوجد مجالاً I مركزه 5 يحقق الشرط إذا انتمى x إلى المجال I انتمى $f(x)$ إلى المجال $]3.95\,,4.05[$

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : $ABCDEFGH$ متوازي سطوح J فيه منتصف $[FG]$



1) أثبت أن $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$
2) حدد موقع النقطة P التي تحقق : $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$
3) حدد موقع النقطة N التي تحقق : $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FJ}$

السؤال الثاني : أعط الشكل الجبري للعدد العقدي الآتي : $z = \left(\frac{4-6i}{2-3i}\right)\left(\frac{1+3i}{3+2i}\right)$

السؤال الثالث : كم كلمة من ثلاثة حروف يمكن تكوينها انطلاقا من حروف كلمة $CORONA$

ثالثاً : حل التمارين الثلاثة الآتية : (80 للاول ، 70 للثاني ، 70 للثالث)

التمرين الأول : ليكن التابع f المعطى وفق : $f(x) = \sqrt{1 - cosx}$

1. ما مجموعة تعريف f
2. هل f مستمر على مجموعة تعريفه
3. بين أن f زوجي و يقبل العدد 2π دورا له
4. ليكن g مقصور التابع f على المجال $[0,\pi]$ أثبت أن g اشتقاقي على هذا المجال و ارسم خطه البياني
5. استنتج الخط البياني للتابع f على المجال $[-2\pi,2\pi]$ ما مجموعة نعريف f'

التمرين الثاني : ليكن العددان العقديان $z_1 = \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$, $z_2 = 1 - i$

1. اكتب بالشكل المثلثي $z_1, z_2, \frac{z_1}{z_2}$ 2. اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ واستنتج $\sin\frac{\pi}{12}$, $\cos\frac{\pi}{12}$
3. عين طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن A , B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية a, b وفق العلاقة : $a = b - 1 - 4i$
4. جد العدد العقدي z_3 الممثل للنقطة M' صورة M التي يمثلها العدد العقدي z_1 وفق دوران مركزه $C(2-i)$ و زاويته $\frac{2\pi}{3}$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التمرين الثالث: المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ معرفة وفق : $u_0 = 2$ وعند كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{1}{u_n}$

1. أثبت أن $u_n > 0$ أياً يكن n
2. المتتالية معرفة بصيغة من النمط $u_{n+1} = f(u_n)$ عيّن التابع المعرف على $]0, +\infty[$ ثم ادرس تغيرات التابع f وارسم خطه البياني C_f و مقارباته وارسم على الشكل نفسه المستقيم d الذي معادلته $y = x$ بعد أن تحسب إحداثيتا نقطة تقاطع d مع C_f
3. مثّل على محور الفواصل الحدود u_0 , u_1 , u_2 ثم خمّن إطّراد المتتالية و نهايتها وتقاربها
4. برهن بالتدريج أن : $\sqrt{2} \leq u_{n+1} \leq u_n$ مهما كان العدد n

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسالة)

المسألة الأولى :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط
$A(-1, 2, 1), B(2, 1, 3), C(0, -1, 2)$ ولتكن (P) مجموعة النقاط M من الفضاء بحيث $AM = BM$

1) بيّن أن (P) هو المستوي الذي معادلته : $3x - y + 2z - 4 = 0$
2) عيّن معادلة المستوي (Q) الذي يمر من A و يوازي (P)
3) أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يمر من C و يعامد (P)
ب- عيّن إحداثيات E نقطة تقاطع (Q) و (D)
ج- احسب المسافة بين النقطة A و المستقيم (D)
4) عيّن معادلة المستوي المحوري للقطعة $[AC]$

المسألة الثانية : ليكن التابع f المعرف على $D_f = R/\{0, 1\}$ وفق : $f(x) = \frac{-x}{2} + ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$
وليكن C خطه البياني في معلم متجانس .

① 1) أثبت أن $\frac{f(x)+f(1-x)}{2} = \frac{-1}{4}$ أيا كان x من D_f
2) استنتج أن النقطة $A(\frac{1}{2}, \frac{-1}{4})$ هي مركز تناظر الخط C

② ادرس تغيرات f على مجموعة تعريفه ونظم جدولاً بها

③ أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = -\frac{1}{2}x$ مقارب للخط C و ادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة إلى مقاربه d

④ ارسم في معلم واحد d ثم C

⑤ استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرف على $R/\{-1, 0\}$ وفق $g(x) = \frac{x}{2} + ln\left|\frac{x+1}{x}\right|$

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

حل امتحان الثاني 2020 / /
(1)

أولاً:

السؤال الأول:

[1] $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

[2] $x = 0$

[3] $f(2) = \frac{1}{2} - \ln 2$

[4] $f\,]0,2] = [\frac{1}{2} - \ln 2, +\infty[$

[5] $y = \frac{1}{2} - \ln 2$

السؤال الثاني:

[1]

$u_2 - u_5 = (2-5)r$

$41 + 13 = -3r$

$54 = -3r$

$r = \frac{54}{-3} = -18$

[2]

$u_{25} - u_2 = 23(-18)$

$u_{25} - 41 = 414$

$u_{25} = -373$

$S = 21 \times \frac{u_5 + u_{25}}{2}$

$21 \times \frac{-13 - 373}{2}$

$= -4053$

[3]

$u_n - u_2 = (n-2)(-18)$

$u_n - 41 = -18n + 36$

$u_n = -18n + 77$

السؤال الثالث:

$$\begin{array}{r|l} x-3 & x+3 \\ & \underline{x+3} \\ & 6 \end{array} \quad 1$$

$f(x) = 1 + \frac{6}{x+3}$

$3.95 < f(x) < 4.05$

$3.95 < 1 + \frac{6}{x+3} < 4.05$

$-1 \quad 2.95 < \frac{6}{x+3} < 3.05$

$\div 6 \quad \frac{2.95}{6} < \frac{1}{x+3} < \frac{3.05}{6}$

نقلب $\frac{6}{2.95} > x+3 > \frac{6}{3.05}$

$+3 \quad \frac{6}{2.95} + 3 > x > \frac{6}{3.05} + 3$

ثانياً:

السؤال ~~...~~ الأول

[1]

$\vec{CD} + \vec{CG} + \vec{EB} = \vec{0}$

$\vec{CH} + \vec{EB} = \vec{0}$

$\vec{BE} + \vec{EB} = \vec{0}$

[2] الكرة، نوصل لأحسن في المراحل الأول

لكل ع بداية A

Farah Notebook

$\vec{AP} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AE}$

$\vec{AP} = AB + \frac{1}{2}[\vec{AD} + \vec{AE}]$

$\vec{AP} = AB + \frac{1}{2}\vec{AH}$

$\vec{AP} = AB + \frac{1}{2}\vec{BG}$

P منتصف BG

3

الفكرة: نوجد الأشعة في الطرق الحسابي المتعاقب بدأ بـ A

$\vec{AN} = \vec{AB} + \vec{AE} + \vec{FJ}$

$\vec{AN} = \vec{AF} + \vec{FJ}$

$\vec{AN} = \vec{AJ}$

N منتصف AJ

السؤال الثاني:

الفكرة:

إما نضرب ثم نأخذ المرافق للناتج

أو نأخذ المرافق لكل قوس

$$Z = \left(\frac{4-6i}{2-3i}\right)\left(\frac{4+3i}{3+2i}\right)$$

$$\frac{4+12i-6i+18}{6+4i-9i+6} = \frac{22+6i}{12-5i}$$

نضرب البسط والمقام بمرافق المقام

$$\frac{(22+6i)(12+5i)}{(12-5i)(12+5i)} = \frac{264+110i+72i\ldots}{144+25}$$

$$= \frac{234+182i}{169} = \frac{234}{169} + \frac{182}{169}i$$

السؤال الثالث:

عدد طرق اختيار الكرة الأولى 5

عدد طرق اختيار الكرة الثانية 5

عدد طرق اختيار الكرة الثالثة 5

حسب المبدأ الأساسي في العد

$5 \times 5 \times 5 = 125$

ثالثاً:

التمرين الأول:

1

$1 - \cos x \geq 0$

$\cos x \leq 1$

وهذا محققة دوماً لأن أكبر قيمة لـ cos هي 1 $\Leftarrow$ $D = R$

أو (ط2)

ندرس الإشارة ونختار المجالات الموجبة

$1 - \cos x \geq 0$

$\cos x = 1$

$x = 0$

	$-\infty$	0	$+\infty$
	+	0	+

محققة دوماً

2 نعم مستمر

الفكرة: تابع الجذر التربيعي يكون مستمر إذا كانت مطبوقة مستمر

الحل: $x \to 1 - \cos x$ مستمر

$x \to \sqrt{x}$ مستمر

$\Rightarrow f$ مستمر

شرط التابع الدوري عند π:

$f(x+\pi) = f(x)$

$\cos(\theta + 2\pi) = \cos\theta$ تانوي

يكون التابع مستمر على مجال إذا كان مستمر كل نقطة من نقاط المجال

2أ

$1-\cos x = 2\sin^2\frac{x}{2}$

$\sqrt{1-\cos x} = \sqrt{2\sin^2\frac{x}{2}}$

$=\sqrt{2}\sin\frac{x}{2}$

مستمر $\sin\frac{x}{2}$

مستمر 2

فالتابع مستمر

[3] $x \in R$ فإن $-x \in R$

$f(-x) = f(x)$

البرهان

$f(-x) = \sqrt{1-\cos(-x)}$

$= \sqrt{1-\cos x}$

$f(-x) = f(x)$

$\Leftarrow$ التابع زوجي

$f(x+2\pi) = \sqrt{1-\cos(x+2\pi)}$ $\in R$

$= \sqrt{1-\cos x} = f(x)$

[4] $1-\cos x = 0$

$\cos x = 1$

$x = 0$

محقق عند المجال $[0,\pi]$ لأ العدد 0

لذلك نفتح المجال

أي الحل: $]0,\pi]$

دراسة الاشتقاق عند 0

$$\lim_{x\to 0}\frac{g(x)-g(0)}{x-0} = \frac{\sqrt{1-\cos x}}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-\left[1-2\sin^2\frac{x}{2}\right]}}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2\sin^2\frac{x}{2}}}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2}\left|\sin\frac{x}{2}\right|}{x}$$ $\Rightarrow$ في المجال $[0,\pi]$ يكون موجب

$$\lim \frac{\sqrt{2}\sin\frac{x}{2}}{2\frac{x}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \in R$$

فهو اشتقاقي عند الصفر

أي اشتقاقي على المجال $[0,\pi]$

2ب

$g(x) = \sqrt{1-\left(1-2\sin^2\frac{x}{2}\right)}$

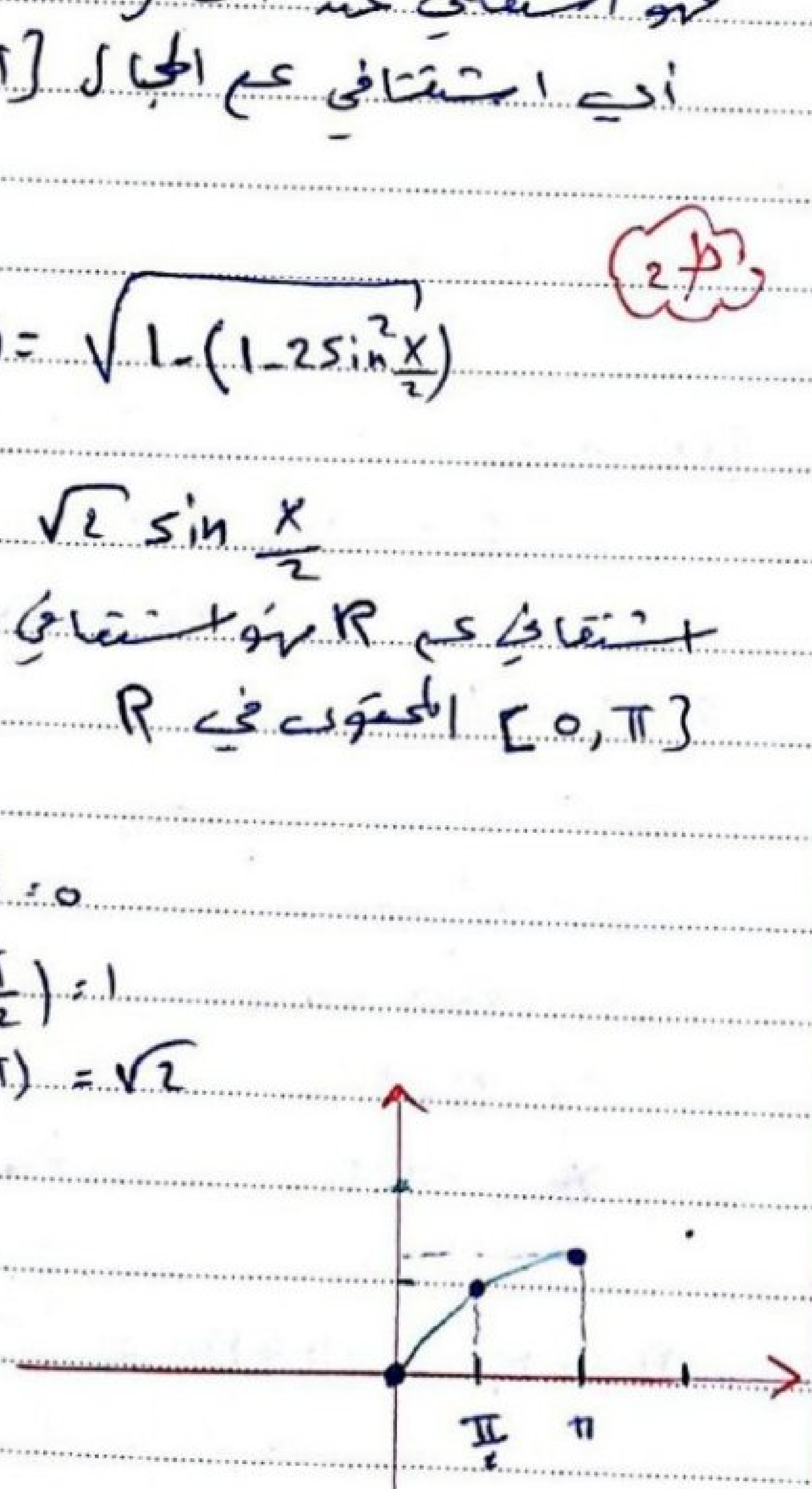
$= \sqrt{2}\sin\frac{x}{2}$

اشتقاقي على R فهو اشتقاقي على $[0,\pi]$ المحتوى في R

$g(0) = 0$

$g\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

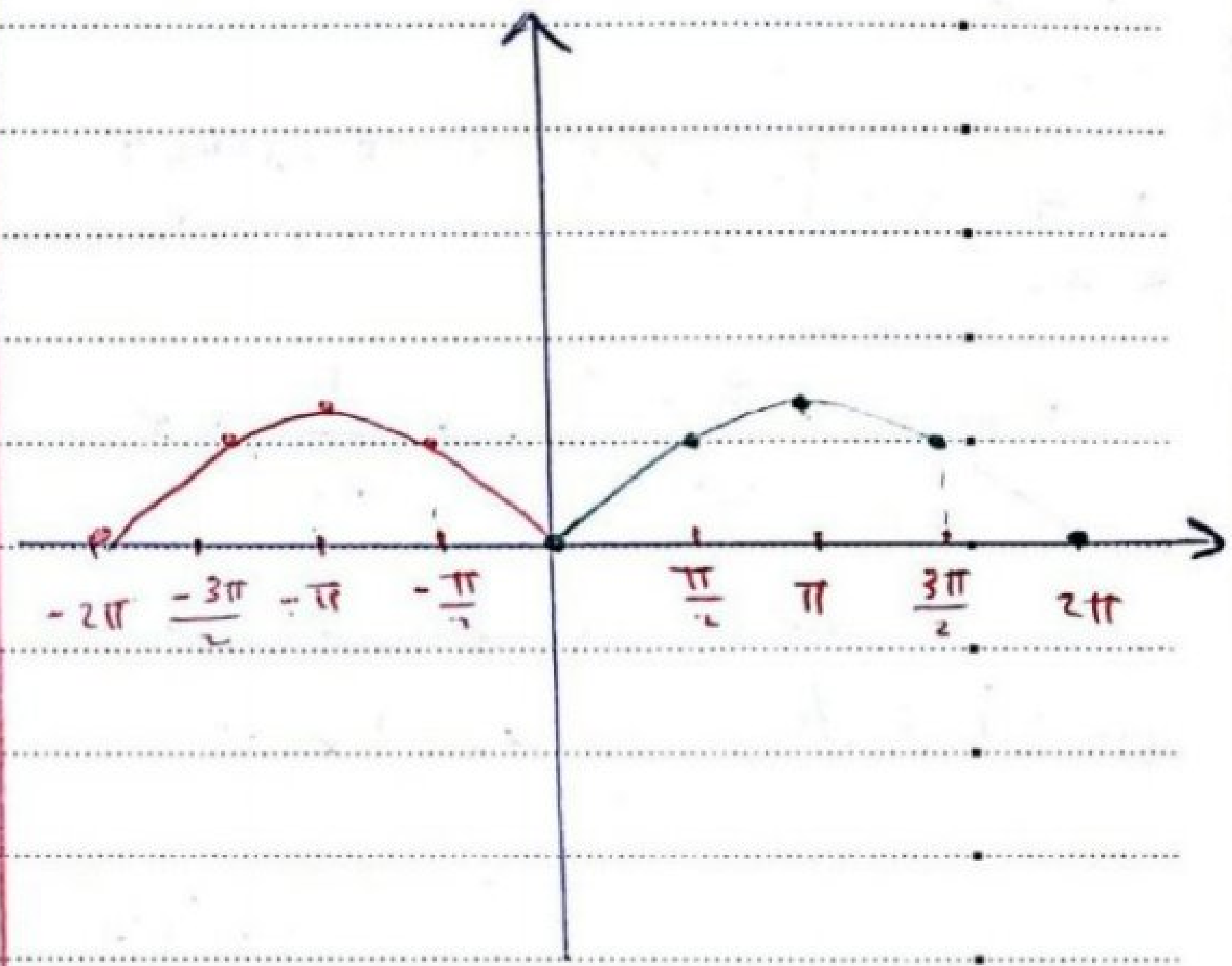
$g(\pi) = \sqrt{2}$



5 بما أن التابع زوجي متناظر بالنسبة لمحور التراتيب

$g\left(\frac{3\pi}{2}\right)=1$

$g(2\pi)=0$



$$f'(x)=\frac{-(-\sin x)}{2\sqrt{1-\cos x}}=\frac{\sin x}{2\sqrt{1-\cos x}}$$

نعدم المقام

$2\sqrt{1-\cos x}=0$

إما $2=0$ مستحيلة

$\sqrt{1-\cos x}=0$

$1-\cos x=0$

$\cos x=1$

$x=2\pi k$ تمانون

$D=R\setminus\{2\pi k\}$

التمرين الثاني:

$Z_1=\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$

$r=\sqrt{\frac{6}{4}+\frac{2}{4}}=\sqrt{2}$

$\cos\theta=\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\theta=\frac{-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=-\frac{1}{2}$

$\theta=\frac{-\pi}{6}$

$Z_1=\sqrt{2}\left[\cos\frac{-\pi}{6}+i\sin\frac{-\pi}{6}\right]$

$Z_2=1-i$

$r=\sqrt{2}$

$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\theta=\frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\theta=\frac{-\pi}{4}$

$Z_2=\sqrt{2}\left[\cos\frac{-\pi}{4}+i\sin\frac{-\pi}{4}\right]$

$$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{\sqrt{2}\left[\cos\frac{-\pi}{6}+i\sin-\frac{\pi}{6}\right]}{\sqrt{2}\left[\cos\frac{-\pi}{4}+i\sin-\frac{\pi}{4}\right]}$$

$$=\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ترميز الوحيدة لها علاقة في السلم

/ /

$Z_3 - 2 + i = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$

$Z_3 = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} + 2 - i$

$Z_3 = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{3}+2}{2} i$

التمرين الثالث :

نص السؤال :

$U_0 = 2 \qquad (U_n)_{n \geq 0}$

$U_{n+1} = \frac{U_n}{2} + \frac{1}{U_n}$

1) أثبت أن $U_n > 0$

نفرض $E(n) : U_n > 0$

- نبرهن صحة العلاقة من أجل العدد 0

أو نكتب نبرهن $E(0)$

أي سنبرهن $U_0 > 0$

$2 > 0$ محققة

- نفرض صحة العلاقة من أجل n

أو نكتب نفرض $E(n)$ صحيحة

$U_n > 0$ صحيح *

- نبرهن $E(n+1)$ صحيحة

أي سنبرهن $U_{n+1} > 0$

وهي النتيجة لأن

$U_n > 0 \qquad U_n > 0$

$\frac{U_n}{2} > 0 \; , \; \frac{1}{U_n} > 0$

$\frac{U_n}{2} + \frac{1}{U_n} > 0$

2)

$\frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{1-i}$

$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}i}{2-2i} = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2}i)(2+2i)}{8}$

$= \frac{2\sqrt{6} + 2i\sqrt{6} - 2i\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i^2}{8}$

$\frac{2\sqrt{6} + 2i\sqrt{6} + 2i(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{8}$

$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} i$

بالمقارنة بين الشكل الجبري والشكل المثلثي

$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

3)

$Z' = Z + w$

$w = -1-4i$ صورة b وفق الانسحاب a شعاعه

أ احداثياته $(-1, -4)$

4)

$Z - w = e^{i\theta}[Z - w]$

~~$Z_3 - (2-i) = e^{\frac{2\pi}{3}i}\left[\frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2} - (2-i)\right]$~~

$Z_3 - (2-i) = e^{2\pi/3 i}[Z_2 - (2-i)]$

$Z_3 - 2 + i = \left[\frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right]\left[(1-i) - (2-i)\right]$

Farah Notebook

إذا الحدود اقتربت من نقطة التقاطع معناها متقاربة

/ /

ملاحظة: مجموع مقدارين موجبين مقدار موجب

[2] المتتالية معرفة بالشكل $U_{n+1}=f(U_n)$ عين f المعرفة على $]0,+\infty[$

الحل:

$$f(x)=\frac{x}{2}+\frac{1}{x}$$

[3] ادرس التغيرات، ارسم C ثم ارسم $x=y$: d بعد إيجاد إحداثيات نقطة التقاطع بين C و d

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$$

$x=0$ مقارب شاقولي

$$\lim_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$$

$$f'(x)=\frac{1}{2}-\frac{1}{x^2}$$

$$f'(x)=0$$

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{x^2}=0 \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{1}{x^2}$$

$$x^2=2 \Rightarrow x_1=\sqrt{2} \ , \ x_2=-\sqrt{2}$$

مرفوضة لا تنتمي إلى D

x	0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

$$f(\sqrt{2})=\sqrt{2}$$

قيمة حدية صغرى

$x=0 \notin D$

$$f(x)=0 \Rightarrow 0=\frac{x}{2}+\frac{1}{x}$$

$$\frac{x}{2}=\frac{-1}{x}$$

$x^2=-2$ مستحيلة

$(\sqrt{2},\sqrt{2})$

نقطة التقاطع بين C و d

$$\frac{x}{2}+\frac{1}{x}=x$$

$$\frac{x^2+2}{2x}=x$$

$$x^2+2=2x^2$$

$$x^2+2=0$$

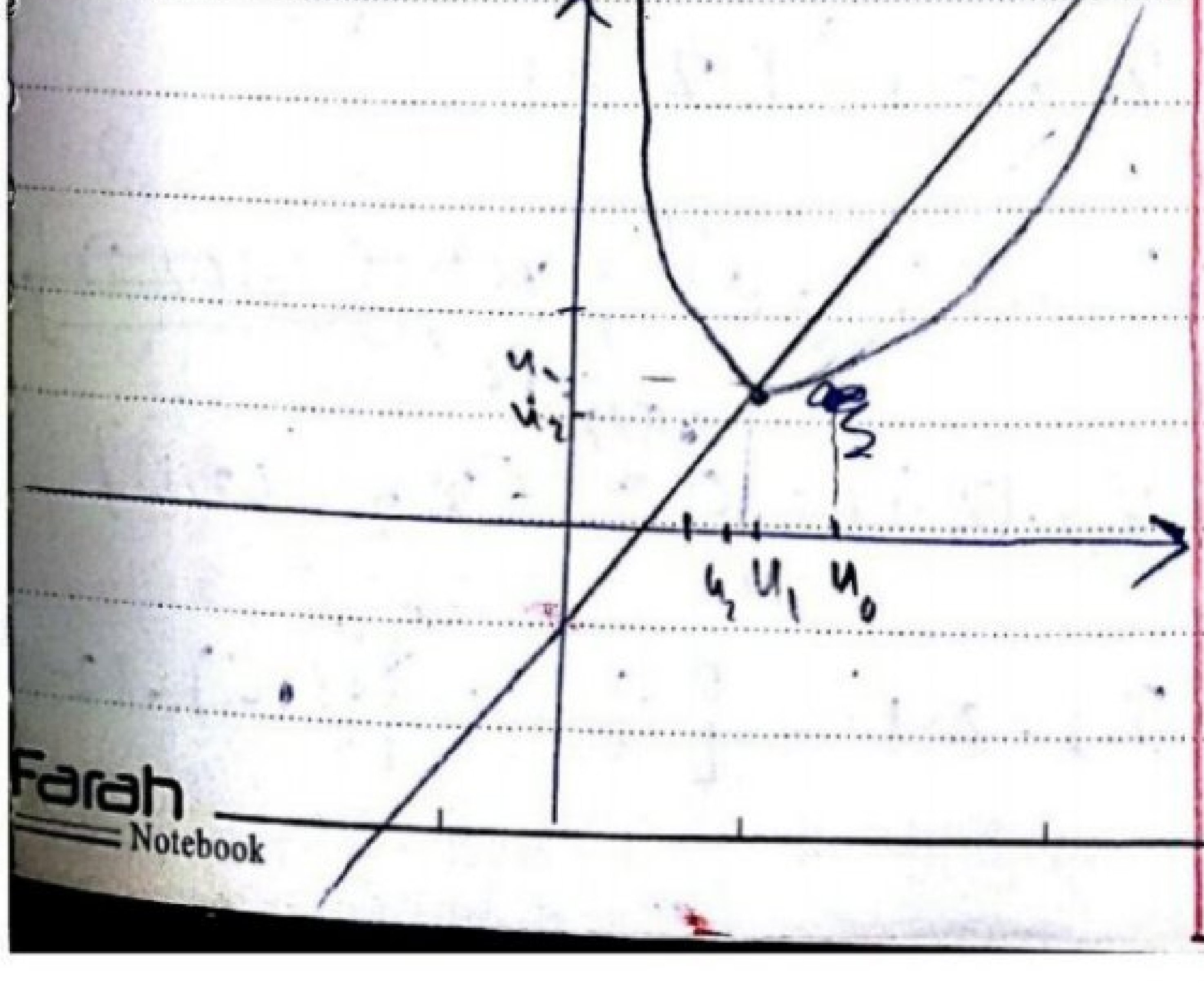
$$x^2=2$$

لما $x_1=\sqrt{2}$

$$f(\sqrt{2})=\sqrt{2}$$

النقطة $(\sqrt{2},\sqrt{2})$

أما $x_2=-\sqrt{2}$ مرفوضة



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

4 مثل حدود المتتالية على محور الفواصل
u_0 , u_1 , u_2 ثم خمن جهة الاطراد و
التقارب وهل هي محدودة

الحل:

التمثيل الرسم

جهة الاطراد: متناقصة

التقارب: متقاربة لانها تقترب
من نقطة التقاطع

محدودة

5 برهن بالتراجع

$\sqrt{2} \le u_{n+1} \le u_n$

نفرض القضية $E(n)$

نبرهن $E(0)$

$\sqrt{2} \le u_1 \le u_0$

$2 \le \frac{3}{2} \le 2$

محققة

نفرض $E(n)$ صحيحة

$\sqrt{2} \le u_{n+1} \le u_n$ محققة

نبرهن $E(n+1)$ فنطلق من

$f(\sqrt{2}) \le f(u_{n+1}) \le f(u_n)$

$\sqrt{2} \le u_{n+2} \le u_{n+1}$

محققة

عندما يتعامد مستقيم مع مستوي فإن شعاع توجيهه هو الناظم !

المسألة الأولى:

1) ط1. $M(x, y, z)$

$AM = BM$

$$\sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2} = \sqrt{(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2}$$

نربع

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2 = (x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2$$

نفك ونفصل فتنتج المعادلة

$$3x - y + 2z - 4 = 0$$

ط2. $AM = BM$ تمثل مستوي محوري للقطعة $[AB]$

نفرض I منتصف AB

$I\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2\right)$

$\vec{n} = \vec{AB} = (3, -1, 2)$

$$a(x-x_I)+b(y-y_I)+c(z-z_I) = 0$$

نعوض فنجد نفس المعادلة

$$3x - y + 2z - 4 = 0$$

2) $A(-1, 2, 1)$

$\vec{n}_Q = \vec{n}_P = (3, -1, 2)$

$$a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A) = 0$$

$$3(x+1) - 1(y-2) + 2(z-1) = 0$$

$$3x - y + 2z + 3 = 0$$

3) $\vec{u}_d = \vec{n}_P$

$$\left.\begin{array}{l} x = x_c + at \\ y = y_c + bt \\ z = z_c + ct \end{array}\right\} t \in \mathbb{R}$$

نعوض

$$\left.\begin{array}{l} x = 0 + 3t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 2t \end{array}\right\} t \in \mathbb{R}$$

4) نعوض المعادلات الوسيطية لـ D بـ Q:

$$3(3t) - (-1+t) + 2(2+2t) + 3 = 0$$

$$9t + 1 + t + 4 + 4t + 3 = 0$$

$$14t = -8 \Rightarrow t = \frac{-8}{14} = \frac{-4}{7}$$

نعوض t في المعادلات الوسيطية

$$x = 3\left(\frac{-4}{7}\right) = \frac{-12}{7}$$

$$y = -1 + \frac{4}{7} = \frac{-3}{7}$$

$$z = 2 + 2\left(\frac{-4}{7}\right) = \frac{6}{7}$$

$$E\left(\frac{-12}{7}, \frac{-3}{7}, \frac{6}{7}\right)$$

5) نتبع خطوات بعد نقطة عن مستقيم

① نكتب المعادلات الوسيطية لـ D

$$\left.\begin{array}{l} x = 3t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 2t \end{array}\right\} t \in \mathbb{R}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

② نكتب معادلة مستوي يمر من A وناظمه $\vec{U}_d$ وهو نفسه Q

$3x - y + 2z + 3 = 0$

③ نعوض المعادلات الوسيطية لـ D في Q

$t = \frac{-9}{17} \xRightarrow{\text{بالتعويض}}$ نقطة $E = \left(\frac{-12}{7}, \frac{-3}{7}, \frac{6}{7}\right)$

$AE = \sqrt{\left(\frac{-12}{7}+1\right)^2 + \left(\frac{-3}{7}-2\right)^2 + \left(\frac{6}{7}-1\right)^2} = \frac{\sqrt{315}}{7}$

⑥ نفرض G منتصف Ac

$G\left(\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

$\vec{n} = \vec{AC} = (1, -3, 1)$

$1\left(x+\frac{1}{2}\right) - 3\left(y-\frac{1}{2}\right) + 1\left(z-\frac{3}{2}\right) = 0$ متجاوزا

$x - 3y + z + \frac{1}{2} = 0$

المسألة الثانية:

1) $1-x \in R\setminus\{0,1\}$

$f_1 = \frac{\frac{-x}{2} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + \frac{-(1-x)}{2} + \ln\left|\frac{1-x-1}{x}\right|}{2}$

$\frac{\ln\left|\frac{x-1}{x}\cdot\frac{-x}{x}\right| - \frac{1}{2}}{2}$

$\frac{\ln|-1| - \frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4} = f_2$

2) شرط مركز التناظر لنقطة (a,b)

$f(2a-x) + f(x) = 2b$

أو

$\frac{f(2a-x) + f(x)}{2} = b$

الحل: $x \in R\setminus\{0,1\}$ فإن $1-x \in R\setminus\{0,1\}$ من الطلب الأول

$\frac{f(x) + f(1-x)}{2} = \frac{-1}{4}$ *

بالمطابقة بين القانونين *

$b = -\frac{1}{4}$ نحققه

$2 = 2$

$f(x) = f(x)$

عندما نفرع القيمة المطلقة دائماً المجالات مفتوحة

/ /

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$ $x=0$ معادلة مقارب شاقولي

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = -\infty$ $x=1$ معادلة مقارب شاقولي

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ $x=0$ معادلة مقارب شاقولي

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$ $x=1$ معادلة مقارب شاقولي

نشتق التابع الأول:

$$f'(x) = \frac{-1}{2} + \frac{\left(\frac{x-1}{x}\right)'}{\frac{x-1}{x}}$$

$$\frac{-1}{2} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}$$

$f'(x) = 0$

$$\frac{-1}{2} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = 0$$

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x - x + 1}{x^2 - x} = \frac{1}{2}$$

$f(2a-x) = f\left(\frac{1}{2} \times 2 - x\right)$

$= f(1-x)$

محققة

$\Longrightarrow \left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{4}\right)$ مركز تناظر

3 تابع القيمة المطلقة

ملاحظة

$$f(x) = |x| \begin{cases} x \; ; \; x > 0 \\ -x \; ; \; x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = |x-3| \begin{cases} x-3 \; ; \; x-3 > 0 \Rightarrow x > 3 \\ -(x-3) \; ; \; x-3 < 0 \Rightarrow x < 3 \end{cases}$$

الحل:

$\left|\frac{x-1}{x}\right|$ إذا $\frac{x-1}{x} > 0$ أي $x \in]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$

إذا $\frac{x-1}{x} < 0$ أي $x \in]0, 1[$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
إشارة $x-1$	+	||	− 0	+
	موجب		سالب	موجب

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right) \; ; \; x \in]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[\\ -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{-x+1}{x}\right) \; ; \; x \in]0, 1[\end{cases}$$

$|x| =$ عدد

ln (عدد أكبر من ١) : سالب

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{1}{2}+\ln 2$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$-1-\ln 2$	↘	$-\infty$

$$y = -\frac{1}{2}x$$ 3

$$f(x) - y_D = \frac{x}{2} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right| - \frac{1}{2}x$$

$$= \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \ln\left|\frac{x-1}{x}\right| = 0$$

$\Leftarrow$ $y = -\frac{1}{2}x$ مقارب مائل

دراسة الوضع النسبي :

$$\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| = 0$$

$$\left|\frac{x-1}{x}\right| = 1$$

إما $\frac{x-1}{x} = 1$ مستحيلة

أو $\frac{x-1}{x} = -1$

$$x - 1 = -x$$

$$2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{x^2 - x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}(x^2 - x) = 1$$

$\times 2$ $\quad x^2 - x - 2 = 0$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

إما $x = 2$ $\quad f(2) = -1 + \ln\frac{1}{2} = -1-\ln 2$

أو $x = -1$ $\quad f(-1) = \frac{1}{2} + \ln 2$

نشتق التابع التالي

$$f'(x) = -\frac{1}{2} + \frac{-1}{-x+1} - \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{-1}{-x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-x + x - 1}{x(-x+1)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-1}{-x^2 + x} = \frac{1}{2}$$

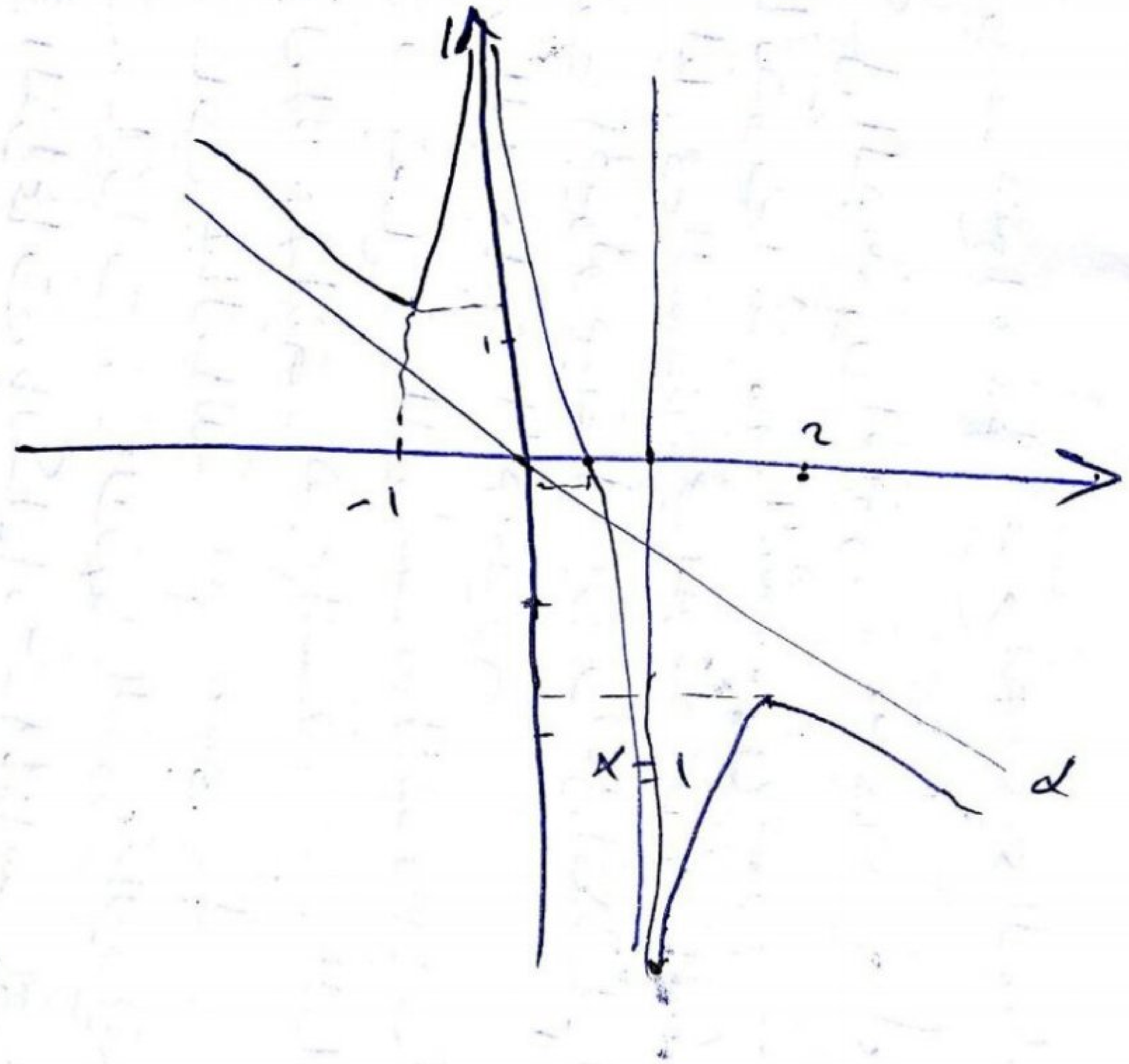
$x = 2 \notin]0,1[$ مرفوض

$x = -1 \notin]0,1[$ مرفوض

متجاوبا:

farah

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



نلاحظ $g(x) = f(-x)$

$\Leftarrow$ c' نظير c بالنسبة لمحور التراتيب

الثالث الثانوي العلمي

مدة الاختبار: 3 ساعات.

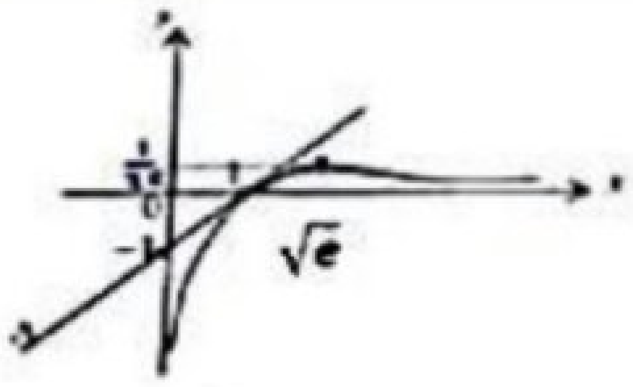
"مركز أونلاين التعليمي"

امتحان نهائي (2)

رياضيات 2020 (دورة كورونا)

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية : (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : نتأمل في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$



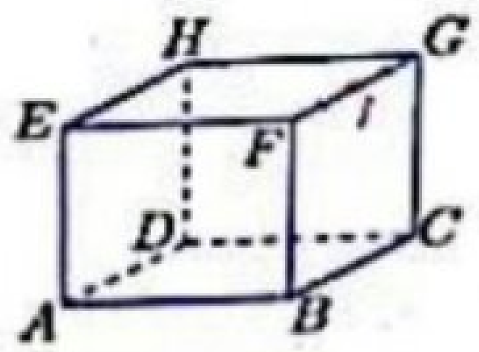
1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ واستنتج معادلة كل مقارب
2. احسب $f(\sqrt{e})$ و $f(1)$ و $f'(1)$
3. جد حلول المعادلة $f(x)=0$
4. اكتب معادلة المماس في نقطة فاصلتها 1
5. جد حلول المعادلة $f'(x)\geq 0$

السؤال الثاني : احسب المجموع $S=\frac{1}{2}+1+\frac{3}{2}+2+\frac{5}{2}+3+\cdots+10$

السؤال الثالث : ليكن التابع f المعرف على R وفق: $f(x)=x^3-x^2+x-2$ علّل لماذا يكون للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]1,2[$

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : $ABCDEFGH$ مكعب و I منتصف الحرف $[FG]$



1. عين النقطة M التي تحقق العلاقة: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{FI}=\overrightarrow{AM}$
2. أثبت صحة العلاقة : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{CB}$
3. أثبت صحة العلاقة : $\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{FD}$

السؤال الثاني : حل في C المعادلة $z^2=-7+24i$

السؤال الثالث : كم كلمة من ثلاثة حروف مختلفة يمكننا تكوينها انطلاقاً من حروف كلمة $CORONA$

ثالثاً : حل التمارين الثلاثة الآتية : (70 للأول ، 80 للثاني ، 70 للثالث)

التمرين الأول : لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة على N^* وفق : $u_n=ln(\frac{n+1}{n})$

1. جد نهاية هذه المتتالية
2. نضع $S_n=u_1+u_2+\cdots+u_n$

   أثبت أن $S_n=ln(n+1)$ ثم أوجد نهاية $(S_n)_{n\geq 1}$
3. أثبت أنه مهما كان العدد الطبيعي الموجب تماما n كان: $1^3+2^3+\cdots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

التمرين الثاني : المثلثان ABC و $A'B'C'$ معرفان بالأعداد العقدية التي تمثل رؤوسهما:

$c'=4+i\ ,\ b'=3-i\ ,\ a'=-2+3i$ $\qquad$ $c=2+i\ ,\ b=2+3i\ ,\ a=1-i$

1. احسب العدد العقدي الممثل للشعاع $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}$
2. جد العدد العقدي الممثل للنقطة G مركز ثقل المثلث ABC
3. أثبت أن G هي مركز ثقل المثلث $A'B'C'$
4. احسب العدد العقدي الممثل للنقطة D التي تجعل $ABCD$ متوازي أضلاع
5. وضع النقاط A,B,C في شكل 6. احسب أطوال اضلاع المثلث ABC وبين إذا كان مثلثاً قائما في C

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x + \sqrt{|4x^2 - 1|}$

① ادرس نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$

② 1) احسب $\lim_{x\to+\infty} (f(x) - 3x)$ 2) احسب $\lim_{x\to-\infty} (f(x) + x)$

③ 1) استنتج أن الخط C يقبل مستقيمين مقاربين مائلين Δ_1, Δ_2 يطلب إيجاد معادلتيهما

2) ادرس الوضع النسبي للخط C وكل من المقاربين Δ_1, Δ_2

رابعاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في معلم متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(3,2,6)$, $B(1,2,4)$, $C(4,-2,5)$ و المستوي (P) الذي معادلته $P: 2x + y - 2z + 4 = 0$ والمطلوب :

1. أثبت أن النقاط A, B, C تعيّن مستوياً
2. تحقق أن P هو المستوي (ABC)
3. أثبت أن المثلث ABC قائم
4. اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم d المار بالنقطة O و العمودي على P
5. أوجد إحداثيات النقطة K المسقط العمودي للنقطة O على P
6. اكتب معادلة الكرة التي مركزها O وتمس المستوي P

المسألة الثانية : ليكن f التابع المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x+\ln x}{x}$ خطه البياني C و المطلوب :

1. أوجد النهايات عند أطراف مجموعة تعريف التابع واستنتج المستقيمات المقاربة للخط C ، ادرس الوضع النسبي لكل مقارب مع الخط C
2. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها ، دل على قيمته الكبرى محليا
3. أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذر وحيد α و أن $\frac{1}{2} < \alpha < 1$
4. اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$
5. ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C في معلم متجانس
6. نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq3}$ حيث $u_n = 1 + \frac{\ln(n)}{n}$ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq3}$ متناقصة

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

السؤال الأول :

1) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$

$y=0$ مقارب أفقي.

$\lim_{x\to0^+} f(x)=-\infty$

$x=0$ مقارب شاقولي.

2) $f(\sqrt{e})=\frac{1}{2e}$, $f(1)=0$, $f'(1)=1$

3) $x=1$

4) $y=x-1$

5) $]0,\sqrt{e}]$

السؤال الثاني : $S=20\,\frac{\frac{1}{2}+10}{2}=105$

السؤال الثالث :

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

f اشتقاقي على R.

$f'(x)=3x^2-2x+1>0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

التابع f مستمر ومتزايد تماماً على R.

فهو مستمر ومتزايد تماماً على $]1,2[$.

$f(1)\times f(2)=-4<0$

$\Leftarrow$ للمعادلة حل وحيد أو $(0\in f(]1,2[)$

$=]-1,4[$

3

1

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ثانياً: (١٥ س)

السؤال الأول:

|1|

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{FI}=\overrightarrow{AM}$$

$$\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FI}=\overrightarrow{AM}$$

$$\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AM}$$

I منطبق على M.

|2|

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{CD}$$

$$l_1=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{CF}$$

$$\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{CB}=l_2$$

|3|

$$\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{FD}$$

$$l_1=\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FG}$$

$$=\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{FD}=l_2$$

السؤال الثاني:

نفرض $x+iy$ جذر $-7+24i$

$$x^2-y^2=-7 \quad ---- (1)$$

$$x^2+y^2=25 \quad ---- (2)$$

$$x.y=12 \quad --- (3)$$

نجمع (1) مع (2):

إما $x=3$

أو $x=-3$

$$x=3 \Rightarrow y=4$$

$$x=-3 \Rightarrow y=-4$$

$\Leftarrow$ الجذر الأول $3+4i$

الجذر الثاني $-3-4i$

السؤال الثالث: عدد طرق اختيار الحرف الأول 5

عدد طرق اختيار الحرف الثاني 4

عدد طرق اختيار الحرف الثالث 3

$$\Rightarrow 5\times4\times3=60$$

ثالثاً: (١٥ س)

التمرين الأول:

|1|

$$\lim_{n\to\infty} U_n=\ln 1=0$$

|2|

$$S_n=\ln 2+\ln\frac{3}{2}+----+\ln\frac{n+1}{n}$$

$$=\ln\left[2\times\frac{3}{2}\times ------\times\frac{n+1}{n}\right]$$

$$=\ln(n+1)$$

$$\lim_{n\to\infty} S_n=+\infty$$

|3|

$$E_n: 1^3+2^3+-----+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

- نبرهن صحة $E(1)$:

$$1^3=\frac{1(1+1)^2}{4}$$

$$1=1$$

- نفرض E_n صحيحة:

$$E_n=1^3+2^3+-----+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

- نبرهن صحة $E(n+1)$:

$$l_1=1^3+2^3+----+n^3+(n+1)^3$$

$$=\frac{n^2(n+1)^2}{4}+(n+1)^3$$

$$=\frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}$$

التمرين الثاني: |1|

$$z=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}=$$

$$--=a'-a+b'-b+c'-c=0$$

|2|

$$z_G=\frac{5}{3}+i$$

|3|

$$\frac{a'+b'+c'}{3}=\frac{5}{3}+i=z_G$$

|4|

$$\frac{a+c}{2}=\frac{b+d}{2}$$ القطران متناصفان

2 (3)

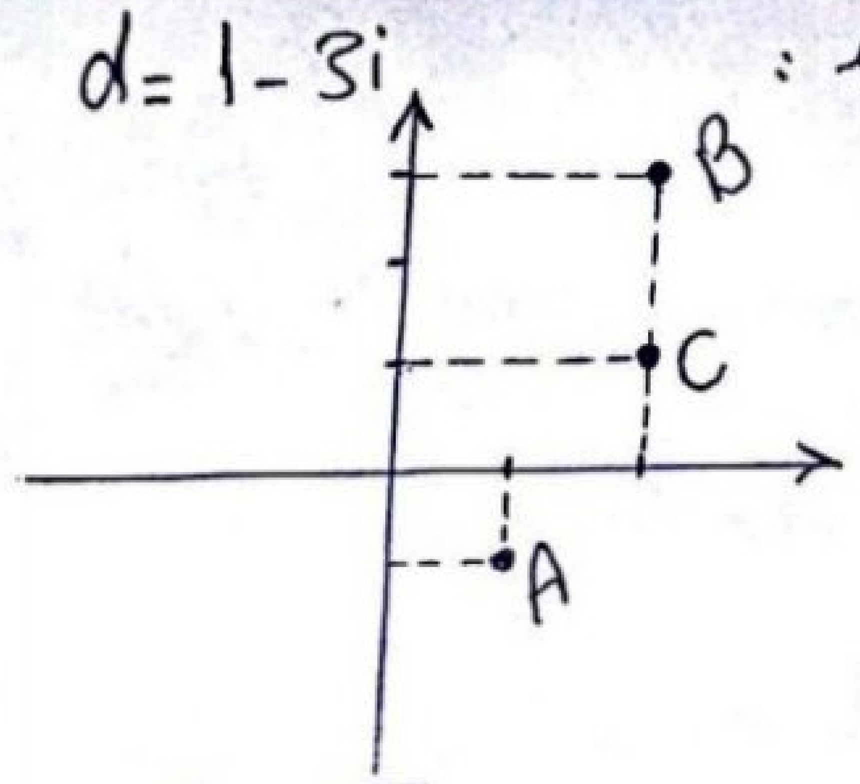
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نعوض فنجد :

$\boxed{4}$

$d = 1 - 3i$



$\boxed{5}$

$AB = \sqrt{17}$

$AC = \sqrt{5}$

$BC = 2$

$(\sqrt{17})^2 \neq (\sqrt{5})^2 + (2)^2$

المثلث ليس قائم .

التمرين الثالث :

$\boxed{1}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$\boxed{2}$

$(f(x) - 3x) = x + \sqrt{4x^2 - 1} - 3x$

$= \sqrt{4x^2 - 1} - 2x$

نضرب بالمرافق :

$= \dfrac{-1}{\sqrt{4x^2 - 1} + 2x}$

$\Rightarrow \lim = 0 \Rightarrow y = 3x$ مقارب مائل

$(f(x) + x) = \dfrac{-1}{\sqrt{4x^2 - 1} - 2x}$

$\Rightarrow \lim = 0$

$\Leftarrow$ $d : y = -x$ مقارب مائل

الوضع النسبي $y = 3x$

x	$-\infty$	$1/2\sqrt{2}$	$+\infty$
	$+$	0	$-$
	Δ_1 فوق C		Δ_1 تحت C

$\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{3}{2\sqrt{2}}\right)$ نقطة تقاطع.

x	$-\infty$	$\frac{-1}{2\sqrt{2}}$	$+\infty$
	$-$	0	$+$
	Δ_2 تحت C		Δ_2 فوق C

الوضع النسبي $y = -x$

$\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

المسألة الأولى:

1. $\vec{AB}(-2,0,-2)$, $\vec{AC}(1,-4,-1)$

$$\frac{-2}{1} \neq \frac{0}{-4}$$

الشعاعان غير مرتبطان خطياً

فالنقاط A , B , C لا تقع على استقامة واحدة فهي تعين مستو.

2. نعوض النقطة A في معادلة المستوي P:

$$2(3)+2-2(6)+4=0$$

$$0=0 \Rightarrow A\in P$$

نعوض النقطة B في معادلة المستوي:

$$2(1)+2-2(4)+4=0$$

$$0=0 \Rightarrow B\in P$$

نعوض النقطة C في معادلة المستوي:

$$2(4)-2-2(5)+4=0$$

$$0=0$$

$\Leftarrow$ P هو المستوي (ABC).

طريقة ثانية: نفرض $\vec{n}$ ناظم

$$\vec{n}\cdot\vec{AB}=0 \Rightarrow 2a-2c=0 \quad \ldots (1)$$

$$\vec{n}\cdot\vec{AC}=0 \Rightarrow a-4b-c=0 \quad \ldots (2)$$

نفرض $a=2$:

$$\Rightarrow \vec{n}(2,1,-2)$$

$$2(x-3)+1(y-2)-2(z-6)=0$$

$$\Rightarrow 2x+y-2z+4=0$$

3. $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=(-2,0,-2)\cdot(1,-4,-1)=0$

الشعاعان متعامدان $\Leftarrow$ المثلث قائم في A

أو عكس فيثاغورث:

$$AB=\sqrt{8},\ AC=\sqrt{18},\ BC=\sqrt{26}$$

$$\Rightarrow 26=26$$

4.
$$\left.\begin{aligned} x&=2t \\ y&=t \\ z&=-2t \end{aligned}\right\}\ t\in\mathbb{R}$$

5. نعوض المعادلات في P:

$$2(2t)+t-2(-2t)+4=0$$

$$\Rightarrow t=\frac{-4}{9}$$

3

نعوض t :

$$x=2\left(\frac{-4}{9}\right)=\frac{-8}{9}$$

$$y=\frac{-4}{9},\ z=\frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow K\left(-\frac{8}{9},-\frac{4}{9},\frac{8}{9}\right)$$

6. $dist(O,P)$

$$R=\frac{|2(0)+(0)-2(0)+4|}{\sqrt{4+1+4}}=\frac{4}{3}$$

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$$

$$\Rightarrow x^2+y^2+z^2=\frac{16}{9} \quad ; O(0,0,0)$$

وهي معادلة الكرة

المسألة الثانية: I 1

$$f(x)=\frac{x+\ln x}{x}$$

$$D_f=]0,+\infty[$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$$

$x=0$ مقارب شاقولي (أو $//\ yy'$) (أو نحو oy)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=1+0=1$$

$y=1$ مقارب أفقي.

الوضع النسبي:

$$f(x)-y=\frac{\ln x}{x}$$

x	0	1	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$		$+$
الوضع النسبي	Δ تحت C		Δ فوق C

$(1,1)$ نقطة تقاطع.

2. f اشتقاقي على $]0,+\infty[$

$$f'(x)=\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)-(x+\ln x)}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 1-\ln x=0 \Rightarrow x=e$$

$$f(e)=\frac{1+e}{e} \quad \text{(قيمة حدية كبرى)}$$

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1+e}{e}$	$\searrow$	1

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

|3| التابع مستمر ومتزايد تماماً على المجال $]0,e[$

$$0 \in f(]0,e[) =]-\infty, \frac{1+e}{e}[$$

$\Leftarrow$ للمعادلة $f(x)=0$ جذر وحيد

$$\alpha \in]0,e[$$

كذلك:

$$0 \notin f(]e,+\infty[) =]1, \frac{1+e}{e}[$$

$\Leftarrow$ ليس للمعادلة حل في $]e,+\infty[$.

نلاحظ:

$$f(\tfrac{1}{2}) \times f(1) = 1-2\ln 2 \times 1 < 0$$

$$\Rightarrow \alpha \in]\tfrac{1}{2},1[$$

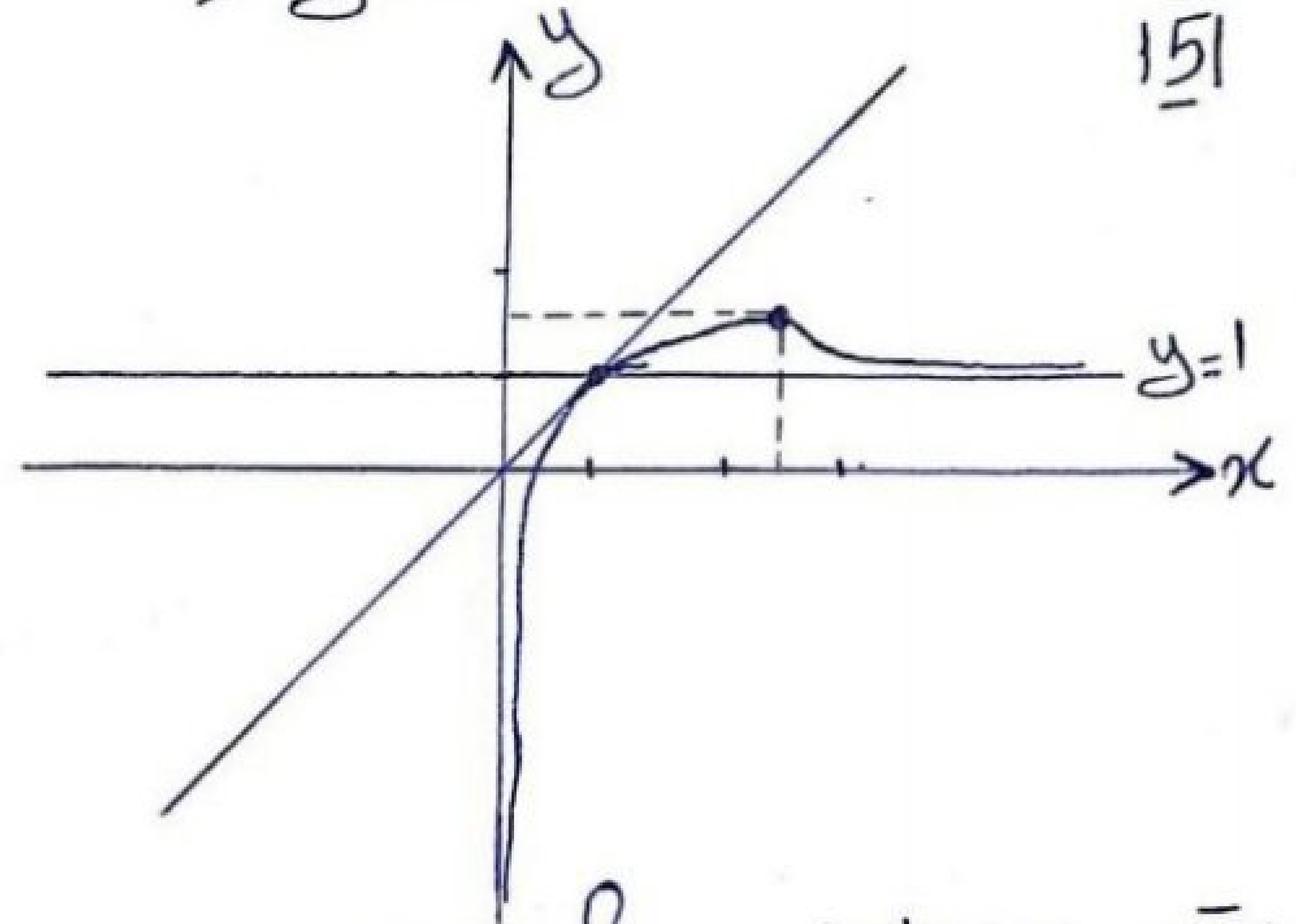
|4|

$$y - f(x) = f'(a)\,[x-a]$$

$$y-1 = 1\,(x-1)$$

$$\Rightarrow y = x$$

|5|



|6| $U_n = f(n)$

~~من الجدول f متناقص على المجال $[e,+\infty[$ $\Leftarrow$ المتتالية متناقصة بدءاً من الحد الثالث 3~~

من الجدول f مستمر ومتناقص على المجال $[e,+\infty[$

فهو متناقص على $[3,+\infty[$

$\Leftarrow (U_n)$ متناقصة.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الثالث الثانوي العلمي

مدة الاختبار: 3 ساعات.

مركـز أونـلايـن التـعـلـيـمـي

امتحان نهائي③

رياضيات 2020(دورة كورونا)

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية : (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : الجدول المجاور يمثل تغيرات التابع f وخطه البياني C :

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	$+$	
$f(x)$	$1 \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 1$	

1. ما مجموعة تعريف التابع
2. جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$
3. اكتب معادلات المقاربات الشاقولية و الأفقية للخط البياني C
4. احسب $f(]-\infty,-2[)$ 5. جد حلول المعادلة $f'(x)<0$

السؤال الثاني : يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x . ليكن f التابع المعرف على المجال $[0,2[$ وفق :

$$f(x)=E(x)+(x-E(x))^2$$

1. اكتب $f(x)$ بعبارة مستقلة عن $E(x)$ 2. أثبت أن f مستمر على المجال $[0,2[$

السؤال الثالث : حل المعادلة $(e^x-1)\left(e^x-\frac{1}{2}\right)=0$ ثم حل المتراجحة $(e^x-1)\left(e^x-\frac{1}{2}\right)\le 0$

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : يريد طالب أن يدرس مواده السبعة بشكل متتابع

1. بكم طريقة يمكن أن يرتّب المواد لدراستها
2. بكم طريقة يمكن أن يرتّب المواد إذا كانت المادة الأولى هي الرياضيات و الأخيرة هي الفيزياء

السؤال الثاني : ادرس الوضع النسبي للمستقيمين :

$$(d):\begin{cases}x=2t-5\\ y=t-2\\ z=-\frac{1}{2}t+3\end{cases}\ ;\ t\in R \quad , \quad (d'):\begin{cases}x=s+2\\ y=2\\ z=2s+5\end{cases}\ ;\ s\in R$$

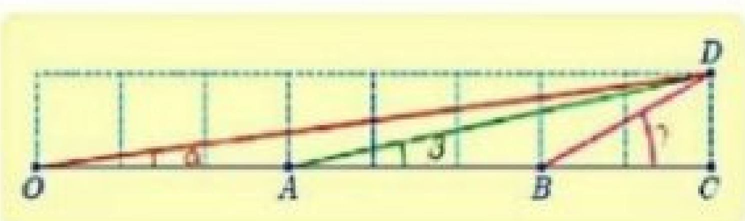
السؤال الثالث : جد عددين عقديين p,q كي تقبل المعادلة $z^2+pz+q=0$ العددين $1+2i$, $3-5i$ جذرين لها

ثالثاً : حل التمارين الثلاثة الآتية : (70 للأول ، 70 للثاني ، 80 للثالث)

التمرين الأول : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=3sin^2x+4cos^3x$

1. بين أن التابع f زوجي و 2π و يقبل العدد 2π دوراً له
2. أثبت أن $f'(x)=6\,cosx\,sinx(1-2cosx)$ ، عند كل عدد حقيقي x
3. ادرس تغيرات f على $[0,\pi]$
4. ارسم الخط البياني للتابع f على $[-2\pi,2\pi]$

التمرين الثاني : تأمل الشكل حيث α وβ وγ هي القياسات الأساسية للزوايا الموجهة $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD})$, $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$, $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD})$ بالترتيب :والمطلوب



1. اكتب كلا من الأعداد العقدية الآتية بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي $Z_{\overrightarrow{OD}}$ و $Z_{\overrightarrow{AD}}$ و $Z_{\overrightarrow{BD}}$
2. اكتب العدد العقدي $Z_{\overrightarrow{OD}}\,.\,Z_{\overrightarrow{AD}}\,.\,Z_{\overrightarrow{BD}}$ بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي
3. استنتج المجموع $\alpha+\beta+\gamma$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

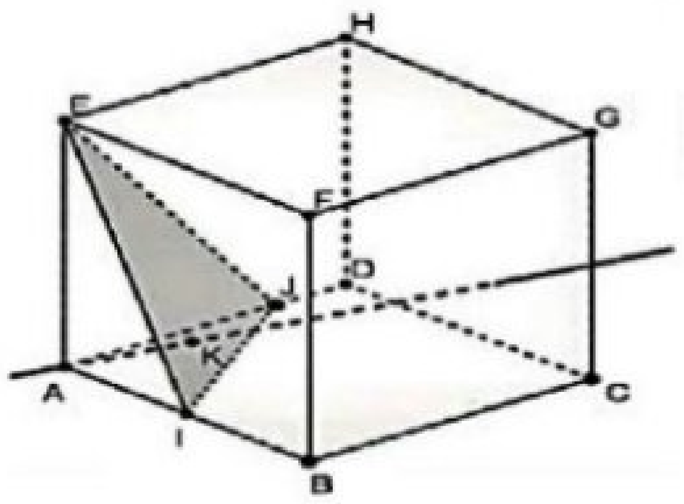
التمرين الثالث: المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق : $u_0 = \frac{1}{2}$ وعند كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = -\frac{1}{3}{u_n}^2 + 2u_n$

1. نرمز بالرمز f إلى التابع المعرف على R وفق : $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$
   a. ادرس تغيرات f ونظم جدولا بها
   b. أثبت أنه إذا انتمى x إلى المجال $[0, 3]$، انتمى $f(x)$ إلى المجال $[0, 3]$
2. استنتج أن :
   a. العدد 3 عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ والعدد 0 عنصر قاصر عنها
   b . المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة
3. استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها
4. استنتج مشتق التابع g المعرف على R وفق $g(x) = -\frac{1}{3}sin^2x + 2sin\,x$

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى :

ليكن $ABCDEFGH$ مُكعّباً طول حرفه يساوي4، ولتكن النقطة I منتصف $[AB]$ والنقطة J تحقق العلاقة $4\overline{AJ} = 3\overline{AD}$. نتأمل المعلم المتجانس $(A, \frac{1}{4}\overline{AB}, \frac{1}{4}\overline{AD}, \frac{1}{4}\overline{AE})$، والمطلوب:



1-جدْ احداثيات رؤوس المكعب والنقطتين I و J.
2-أثبت أنّ معادلة المستوي (EIJ) هي $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.
3-اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من A وعمودياً على المستوي (EIJ)، ثمّ جدْ احداثيات النقطة K نقطة تقاطع d مع (EIJ).
4-احسب مساحة المثلث AEJ ثمّ استنتج حجم رباعي الوجوه $I - AEJ$
5-احسب بُعد A عن المستوي (EIJ) واستنتج مساحة المثلث EIJ.

المسألة الثانية :

ليكن التابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = x - x\,lnx$
وليكن C خطه البياني في معلم متجانس .

1. أثبت أن التابع $f(x)$ يكتب بالشكل $f(x) = \sqrt{x}(\sqrt{x} - 2\sqrt{x}\,ln\sqrt{x}$
2. جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه
3. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها ودل على القيمة الحدية الكبرى
4. جد معادلة المماس T للخط البياني C عند النقطة التي فاصلتها 1
5. في معلم متجانس ارسم المماس T والخط البياني C
6. نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ حيث $u_n = n(1 - ln\,n)$ أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متناقصة

انتهت الأسئلة .. 🙂

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(رابعاً)

المسألة الأولى:

|1| $(A, \frac{1}{4}\vec{AB}, \frac{1}{4}\vec{AD}, \frac{1}{4}\vec{AE})$

$A(0,0,0)$, $B(4,0,0)$, $C(0,0,4)$

$D(0,4,0)$, $E(0,0,4)$, $G(4,4,4)$

$F(4,0,4)$, $H(0,4,4)$ $I(2,0,0)$

نفرض $J(x,y,z)$

$$4\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = 3\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4x=0 \Rightarrow x=0 \\ 4y=12 \Rightarrow y=3 \\ 4z=0 \Rightarrow z=0 \end{array}\right\} \Rightarrow J(0,3,0)$$

|2|

$\vec{EI}(2,0,-4)$

$\vec{EJ}(0,3,-4)$

$\vec{IJ}(-2,3,0)$

نعوض النقطة E

$\Rightarrow 0=0$

نعوض النقطة J

$\Rightarrow 0=0$

نعوض النقطة I

$\Rightarrow 0=0$

أو: نوجد ناظم عمودي على الشعاعين.

|3|

$x = 6t$

$y = 4t$ $\quad ; t \in R$

$z = 3t$

نعوض t في المستوي:

$K(\frac{72}{61}, \frac{48}{61}, \frac{36}{61})$

|4|

$S_{AEG} = 6$

$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = 4$

|5| البعد $= \frac{12}{\sqrt{61}}$

$V_{I-AEJ} = V_{A-EIJ} \Rightarrow 5 = \frac{1}{3} S_{EIJ} \cdot h$

$\Rightarrow S_{EIJ} = \sqrt{61}$

المسألة الثانية: |1|

$\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2\sqrt{x}\ln\sqrt{x}) =$

$= x - 2x\ln\sqrt{x}$

$= x - x\ln(\sqrt{x})^2 = x - x\ln x$

أو: $f(x) = \sqrt{x}^2 - \sqrt{x}^2\ln\sqrt{x}^2$

$= \sqrt{x}(\sqrt{x} - 2\sqrt{x}\ln\sqrt{x})$

|2|

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0 - 0 = 0$

لأن: $\lim_{x\to 0} x\ln x = 0$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} x(1-\ln x) = +\infty(-\infty) = -\infty$

$f'(x) = -\ln x$

$f'(x) = 0 \Rightarrow -\ln x = 0$

$\Rightarrow x = 1$

|3|

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	0	−	
$f(x)$	‖ 0	↗	1	↘	$-\infty$

$f(1) = 1$ (قيمة حدية كبرى)

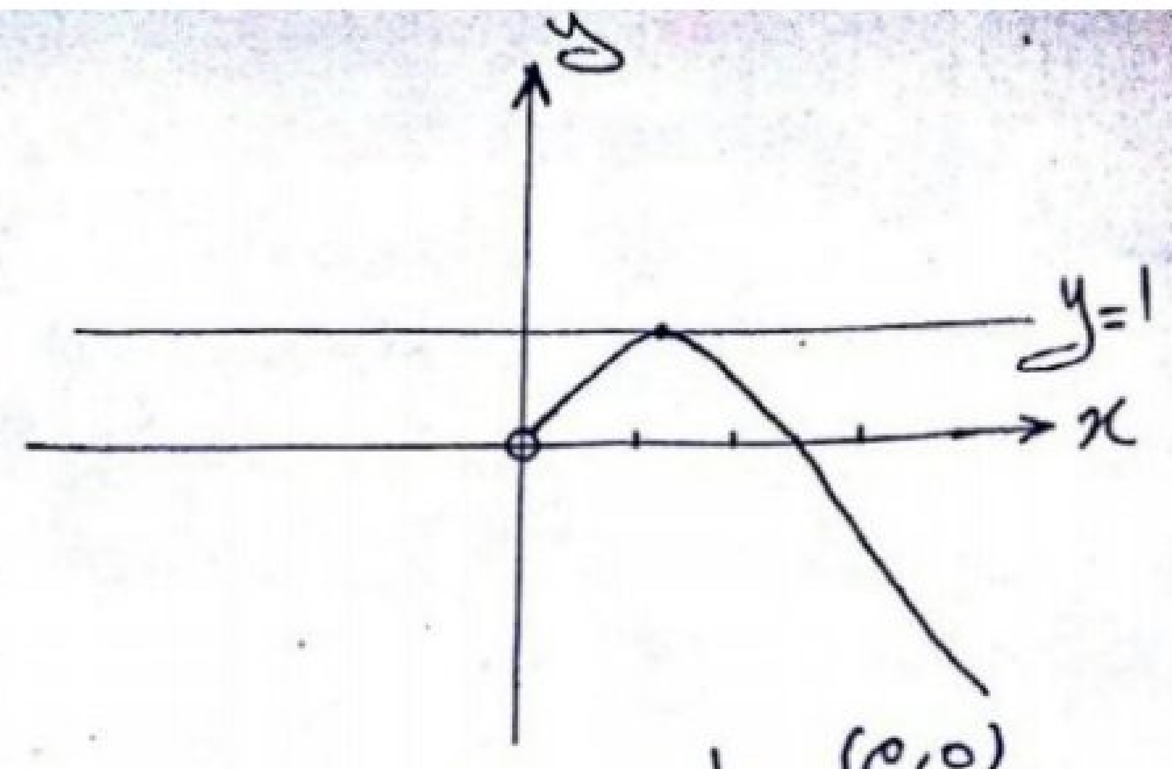
|4| معادلة المماس:

$y = 1$

|5| الرسم:

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner



نقطة مساعدة $(0,0)$

6) $U_n = f(n)$

من الجدول التابع f مستمر ومتناقص تماماً على المجال $]1,+\infty[$ ⇐ المتتالية متناقصة.

التمرين الثالث:

1) a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

f اشتقاقي على R.

$f'(x) = -\frac{2}{3}x + 2$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 3$

$f(3) = 3$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

b) التابع f مستمر ومتزايد تماماً على $]0,3[$

$f(0) = 0$, $f(3) = 3$

$\Rightarrow f([0,3]) = [0,3]$

$\Rightarrow f(x) \in [0,3]$

2) a) $E(n): 0 \le U_n \le 3$

نبرهن: $E(n)$

$0 \le U_0 \le 3$

$0 \le \frac{1}{2} \le 3$ محقق

نفرض $E(n)$ صحيحة: $0 \le U_n \le 3$

نبرهن صحة $E(n+1)$

$0 \le U_n \le 3$

$\le f(U_n) \le 3$

$0 \le U_{n+1} \le 3$

b) $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(3-U_n)}{3} \ge 0$

⇐ متزايدة.

3) المتتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة.

نحل المعادلة $f(x) = x$ حيث f مستمر على R فهو مستمر على l

$\Rightarrow x = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$

أو: $l = -\frac{1}{3}l^2 + 2l$

$\Rightarrow x = 0$ مرفوض

$\Rightarrow x = 3$ مقبول

4) $g'(x) = f'(\sin x)(\sin x)'$

$= (-\frac{2}{3}\sin x + 2)(\cos x)$

التمرين الثاني:

1) $z_{\vec{OD}} = 8+i = \sqrt{65}\, e^{i\alpha}$

$z_{\vec{AD}} = 5+i = \sqrt{26}\, e^{i\beta}$

$z_{\vec{BD}} = 2+i = \sqrt{5}\, e^{i\gamma}$

2) $z_{\vec{OD}} \cdot z_{\vec{AD}} \cdot z_{\vec{BD}} =$

$= \sqrt{65} \cdot \sqrt{26} \cdot \sqrt{5} \cdot e^{i(\alpha+\beta+\gamma)} = (8+i)(5+i)(2+i)$

$65\sqrt{2}\, e^{i(\alpha+\beta+\gamma)} = i^3 + 15i^2 + 66i + 80$

$65\sqrt{2}\, e^{i(\alpha+\beta+\gamma)} = 65(1+i)$

بالمقارنة نجد:

$$\sqrt{2}\, e^{i(\alpha+\beta+\delta)} = \sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$\Rightarrow \alpha+\beta+\delta = \frac{\pi}{4}$$

ثانياً (س)

التمرين الأول: (1) أ: إذا كان $x \in R$ فإن $-x \in R$

$$f(-x) = 3\sin^2(-x) + 4\cos^3(-x)$$
$$= 3\sin^2 x + 4\cos^3 x = f(x)$$

إذا كان $x \in R$ فإن: $x+2\pi \in R$

$$f(x+2\pi) = 3\sin^2(x+2\pi) + 4\cos^3(x+2\pi)$$
$$= 3\sin^2 x + 4\cos^3 x = f(x)$$

(2)
$$f'(x) = 6\sin x\cos x - 12\cos^2 x \cdot \sin x$$
$$= 6\sin x \cos x\,(1 - 2\cos x)$$

(3) $f(0) = 4$, $f(\pi) = -4$

$f'(x) = 0$

إما: $\sin x = 0 \Rightarrow x = 0$

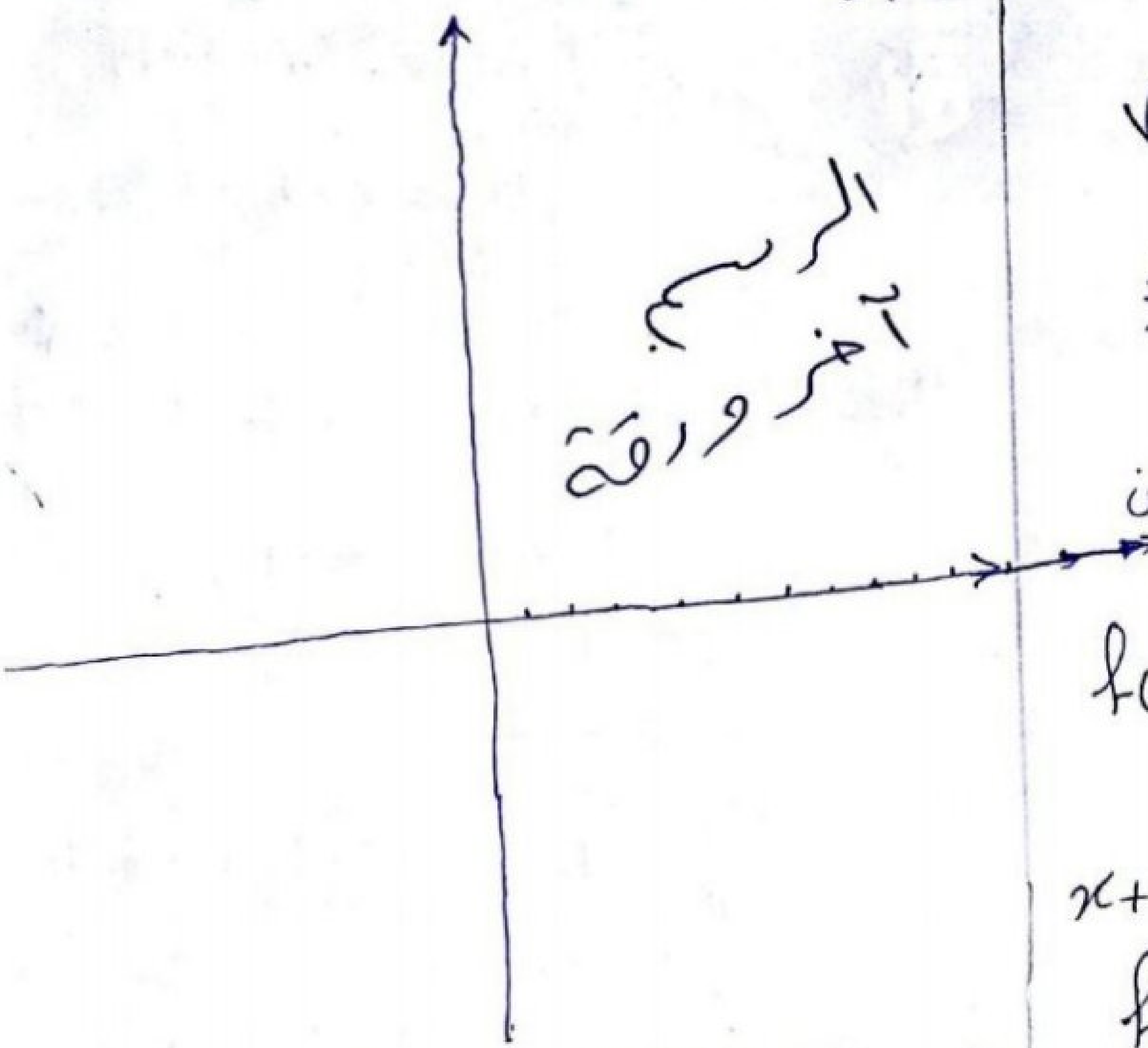
أو: $\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$

أو $1 - 2\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$

x	0		$\frac{\pi}{3}$		$\frac{\pi}{2}$		π
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	4	$\searrow$	$\frac{11}{4}$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4

(4) الرسم.

نبرهن صحة $E(n+1)$



أولاً (8 س)

السؤال الأول:

(1) $]-\infty,-2[\ \cup\ ]-2,1[\ \cup\ ]1,+\infty[$

(2)
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$$
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$$
$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$$

(3) $x=1$, $x=-2$, $y=1$

(4) $f(]-\infty,-2[) =]1,+\infty[$

(5) مستحيلة الحل أو Φ أو لا يوجد حلول.

السؤال الثاني: (1)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \in [0,1[\\ x^2-2x+2 & ; x \in [1,2[\\ 2 & ; x = 2 \end{cases}$$

(2) التابع f كثير حدود فهو مستمر على $]0,1[$ و $[1,2[$

◆ ندرس الاستمرار عند 1:

(3)

$$\lim_{x\to1^-} f(x) = \lim_{x\to1} x^2 = 1 = f(1)$$

فالتابع مستمر عند (1).

◆ ندرس الاستمرار عند 2 :

$$\lim_{x\to2^-} f(x) = \lim_{x\to2^-}(x^2-2x+2) = 2 = f($$

فالتابع مستمر عند (2).

$\Leftarrow$ f مستمر على $[0,2]$.

السؤال الثالث: شرط الحل في R

إما: $e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

أو $e^x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \ln\frac{1}{2} = -\ln 2$

مجموعة حلول المتراجحة هي:

$$[-\ln 2 , 0]$$

ثانياً:

السؤال الأول: طريقة أولى: 1

$$P^7_7 = 5040$$

طريقة ثانية:

عدد طرق اختيار المادة الأولى: 7

عدد طرق اختيار المادة الثانية: 6

عدد طرق اختيار المادة الثالثة: 5

عدد طرق اختيار المادة الرابعة: 4

عدد طرق اختيار المادة الخامسة: 3

عدد طرق اختيار المادة السادسة: 2

عدد طرق اختيار المادة السابعة: 1

◆ حسب المبدأ الأساسي في العد:

$$7\times6\times5\times4\times3\times2\times1 = 5040$$

2 طريقة أولى:

عدد طرق اختيار المادة الأولى: 1

" " " " الأخيرة: 1

" " " " الثانية: 5

عدد طرق اختيار المادة الثالثة: 4

" " " " الرابعة: 3

" " " " الخامسة: 2

" " " " السادسة: 1

◆ حسب المبدأ الأساسي في العد:

$$1\times1\times5\times4\times3\times2\times1 = 120$$

طريقة ثانية:

$$P^1_1 \times P^1_1 \times P^5_5 = 120$$

السؤال الثاني: 1 $\vec{u}_d = (2, 1, -\frac{1}{2})$

$\vec{u}_{d'} = (1, 0, 2)$

المركبات غير متناسبة $\Leftarrow$ الأشعة غير مرتبطة خطياً

$\Leftarrow$ إما متقاطعان أو متخالفان.

◆ بحل جملة المعادلتين:

$s + 2 = 2t - 5$

$t - 2 = 2$

$t = 4$ نجد:

نعوض في الأولى:

$s + 2 = 3 \Rightarrow s = 1$

نعوض في (3) فنجد:

$7 \neq 1$

$\Leftarrow$ الجملة متناقضة والمستقيمان متخالفان

السؤال الثالث: 1) $a(z-z_1)(z-z_2) =$

نفرض $\boxed{a=1}$

$= [z-(3-5i)][z-(1+2i)]$

$= z^2 + (-4+3i)z + 13 + i = 0$

$q = 13+i$ & $P = -4+3i$

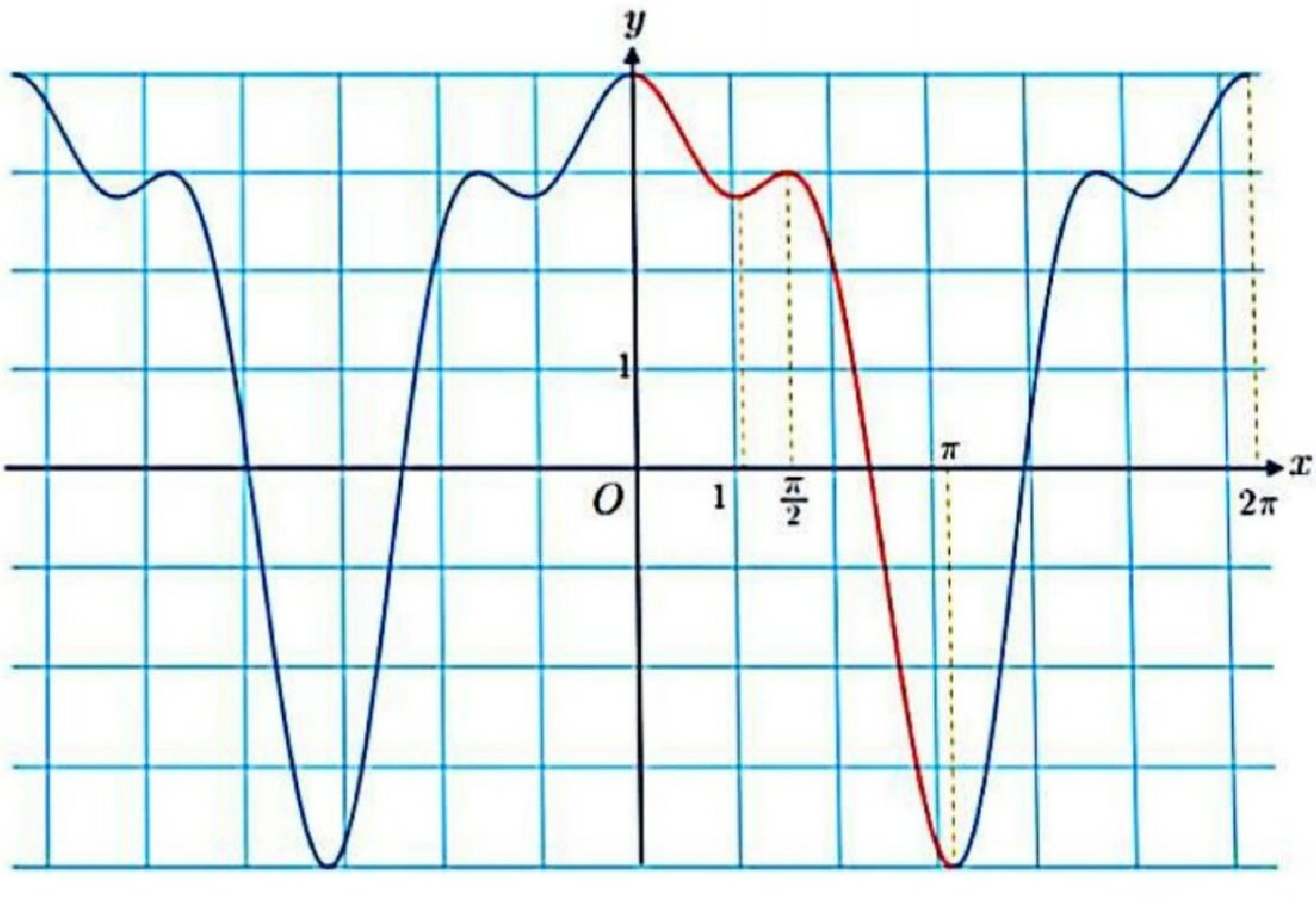
2) $z_1 + z_2 = \frac{-b}{a}$

$P = -4+3i$ & $q = 13+i$

$z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner


y
x
1
O
1
π/2
π
2π

الثالث الثانوي العلمي

مدة الاختبار: 3 ساعات.

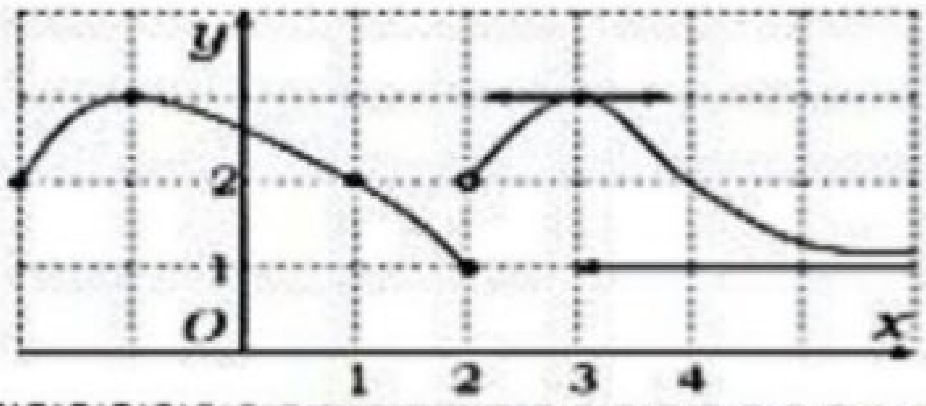
الدرجة : 600

امتحان نهائي ④ (دمج من النماذج الوزارية)

رياضيات 2020(دورة كورونا)

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية : (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : في الشكل المرسوم جانبا ليكن C الخط البياني للتابع f والمطلوب :



1. جد $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to2^+} f(x), \lim_{x\to2^-} f(x)$,
2. هل f اشتقاقي عند 2
3. جد $f(3), f'(3)$ وجد معادلة للمماس عند 3
4. ماعدد القيم الحدية للتابع f

السؤال الثاني : لتكن المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$, $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفتين وفق العلاقتين : $u_n = -\frac{1}{n}$,, $v_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$

1. ادرس اطراد كل من $(u_n)_{n\geq1}$, $(v_n)_{n\geq1}$
2. أثبت أن المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان

السؤال الثالث : حل في C المعادلة $z^2 - 2(1+i)z - 4 + 2i = 0$

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية: (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : ليكن $ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول حرفه 4 فيه I منتصف $[CD]$

1. وضع النقطة M المحققة للعلاقة $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BI}$
2. احسب العدد $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

السؤال الثاني :

1. جد لمجموع $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^6$ بدلالة α
2. ليكن $\alpha = e^{2i\pi/7}$ أثبت أن $1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^6 = 0$

السؤال الثالث : لتكن المجموعة $S = \{2,3,5,8,9\}$ و المطلوب :

1. كم عددا مختلف الأرقام و مؤلفا من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر S
2. كم عددا من مضاعفات العدد 5 و مؤلفا من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر S

ثالثاً : حل التمارين الثلاثة الآتية : (70 للأول ، 70 للثاني ، 80 للثالث)

التمرين الأول : ليكن التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ و المعطى بالعلاقة : $f(x) = \sqrt{x}\, ln(1+x)$

1. أثبت أن f اشتقاقي عند 0 ثم استنتج مجموعة تعريف f'
2. جد $f'(x)$ على $]0,+\infty[$
3. استنتج مشتق التابع g المعرف على المجال $]0,\frac{\pi}{2}[$ وفق : $g(x) = \sqrt{cosx}\, ln(1+cosx)$

التمرين الثاني : لتكن النقاط $A(1,-1,2)$, $B(2,1,0)$, $C(2,3,-1)$, $D(0,0,2)$ و المطلوب :

1. عين احداثيات G مركز الابعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1),(B,2),(C,2),(D,1)$
2. حدد S مجموعة النقاط M الي تحقق $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = 6$
3. جد معادلة للمجموعة S

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الثالث: لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة تدريجيا وفق: $u_0 = 2$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+4u_n}$ من أجل كل n من N

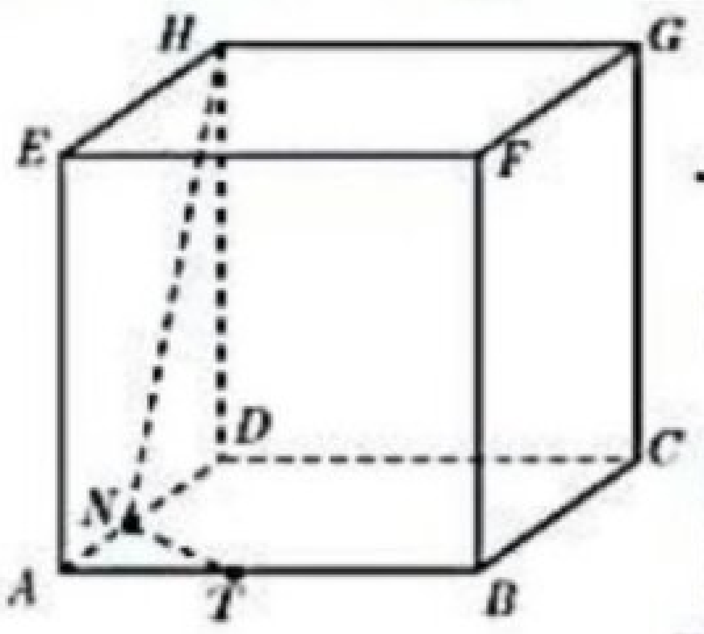
1. أثبت بالتدريج أن $u_n > 0$ أيا كان العدد الطبيعي n
2. أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $v_n = \frac{1}{u_n}$ متتالية حسابية ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n
3. ليكن S_n المجموع المعرف بالشكل $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$، اكتب S_n بدلالة n واستنتج $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ وفق: $f(x) = 2x - 1 - ln(\frac{x+1}{x-1})$

1. اثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = 2x - 1$ مقارب مائل للخط البياني C_f في جوار $+\infty$ و $-\infty$ ادرس الوضع النسبي للخط C_f بالنسبة للمقارب d
2. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها، واكتب معادلات المقاربات الشاقولية للخط C_f
3. اثبت أن $f(x) + f(-x) = -2$
4. استنتج أن C_f متناظر بالنسبة للنقطة $I(0,-1)$
5. ارسم ماوجدته من مقاربات ثم ارسم C_f
6. استنتج رسم C_g للتابع g المعرف وفق: $g(x) = -2x + 1 - ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

المسألة الثانية: ليكن لدينا المكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 1 . و T نقطة من $[AB]$ تحقق $\overrightarrow{AT} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$، و N نقطة من $[AD]$ تحقق $\overrightarrow{AN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$



1. في المعلم المتجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ جد احداثيات النقاط H, F, N, T
2. جد الشعاعين $\overrightarrow{NT}, \overrightarrow{NH}$، ثم جد معادلة المستوي (HNT)
3. جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EF)
4. استنتج نقطة تقاطع المستقيم (EF) مع المستوي (HNT)
5. اذكر مقطع المكعب بالمستوي (HNT). ما طبيعته ؟

انتهت الأسئلة ..

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

أولاً:

السؤال الأول:

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(f(x)) = 2$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$

$\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = 2$

$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 1$

2) غير اشتقاقي لأنه غير مستمر عند $x = 2$

3) $f'(3) = 0$

$f(3) = 3$

معادلة المماس: $y = 3$

4) 4 قيم حدية.

السؤال الثاني:

1) $U_{n+1} - U_n = \dfrac{-1}{n+1} + \dfrac{1}{n}$

$= \dfrac{1}{n(n+1)} > 0$

$\Leftarrow$ (U_n) متزايد تماماً.

2) $V_{n+1} - V_n = \dfrac{1}{\sqrt{(n+1)^2+1}} - \dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}} < 0$

$\Leftarrow$ ~~متناقصة~~ (V_n) متناقصة

أو نشتق

$\lim\limits_{n \to +\infty} (U_n - V_n) =$

$\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{-1}{n} - \dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}} \right) = 0$

$\Leftarrow$ الشرط الثاني محقق.

أو: $\lim U_n = \lim V_n = 0$

السؤال الثالث:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 4(1+2i-1) - 4(-4+2i)$

$= 8i + 16 - 8i = 16$

$z_1 = \dfrac{2+2i+4}{2} = 3+i$

$z_2 = \dfrac{2+2i-4}{2} = -1+i$

ثانياً:

السؤال الأول:

1) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BI}$

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{BI}$

$= \frac{1}{2}(2\overrightarrow{AI}) - \overrightarrow{BI}$

$= \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB}$

$\Leftarrow$ M تنطبق على B.

2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$

$= \|\overrightarrow{AB}\| \cdot \|\overrightarrow{AC}\| \cdot \cos(A)$

$= 4 \cdot 4 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 8$

السؤال الثاني:

1) $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^6$

$= \alpha^0 + \alpha^1 + \alpha^2 + \cdots + \alpha^6$

S متتالية مجموع هندسية أساسها $q = \alpha$

حدها الأول: $U_0 = \alpha^0 = 1$

عدد الحدود: $6 - 0 + 1 = 7$

$S = 1\,\dfrac{1-(\alpha)^7}{1-\alpha} = \dfrac{1-\alpha^7}{1-\alpha}$

تابع

التمرين الثالث:

[1] تعريف تابع

$f(x)=\frac{x}{1+4x}$ معرف $D_f=R\setminus\{-\frac{1}{4}\}$

ندرس اطراد التابع:

$f'(x)=\frac{1}{(1+4x)^2}>0$

فالتابع متزايد تماماً على مجموعة تعريفه

نرمز للقضية:

$E(n): U_n>0$

نبرهن $E(0)$ محققة $\Leftarrow$

$U_n>0$

$U_0>0$

$2>0$ (محقق)

نفرض $E(n)$ محققة أي نفترض أن

$U_n>0$

ونبرهن صحة العلاقة من أجل $U_{n+1}>0$

من الفرض: $U_n>0$

$f(U_n)>f(0)$

$U_{n+1}>0$

طريقة ② أو

$U_n>0$

نضيف $+1$

نقلب

نضرب ب $-\frac{1}{4}$

نضيف $\frac{1}{4}$

والعلاقة محققة أياً كان العدد الطبيعي n وقد أثبتنا ذلك بالتدريج

[2] $V_n=\frac{1}{U_n} \Rightarrow V_{n+1}=\frac{1}{U_{n+1}}$

$V_{n+1}=\frac{1+4U_n}{U_n}=\frac{1}{U_n}+4 \Rightarrow V_{n+1}=4+V_n$

فالمتتالية V_n حسابية أساسها $r=4$

$V_n=V_0+nr$

$V_0=\frac{1}{U_0}=\frac{1}{2}$

$V_n=\frac{1}{2}+4n$

$V_n=\frac{1}{U_n} \Rightarrow U_n=\frac{1}{V_n}$

$U_n=\frac{1}{\frac{1}{2}+4n}=\frac{2}{1+8n}$

[3] $S_n=V_0+V_1+\dots+V_n$

مجموع حدود متوالية من متتالية حسابية أساسها $r=4$ وحدها الأول $V_0=\frac{1}{2}$ وحدها الأخير V_n عدد الحدود $n-0+1=n+1$

$S_n=(n+1)\frac{V_0+V_n}{2}$

$=(n+1)\frac{(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+4n)}{2}$

$\lim_{n\to\infty} S_n=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{n+1}{2}(1+4n)\right]$

$=(+\infty)(+\infty)=+\infty$

التمرين الثاني:

[1]

$X_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C+\delta x_D}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}$

$=\frac{1(1)+2(2)+2(2)+1(0)}{1+2+2+1}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$y_G = \frac{1(-1)+2(1)+2(3)+1(0)}{6} = \frac{7}{6}$$

$$z_G = \frac{1(2)+2(0)+2(-1)+1(2)}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$G\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{6}, \frac{1}{3}\right)$$

$\boxed{2}$
$$\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\| = 6$$

$$\|6\overrightarrow{MG}\| = 6$$

$$6MG = 6 \Rightarrow MG = 1$$

أو $\|\overrightarrow{MG}\| = 1$

S مجموعة النقاط M تمثل معادلة كرة مركزها G ونصف قطرها $r = 1$

$\boxed{3}$ $S: \left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{6}\right)^2+\left(z-\frac{1}{3}\right)^2 = 1$

التمرين الأول:

$\boxed{1}$
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \sqrt{x}\,\frac{\ln(1+x)}{x}$$

$$= 0\,(1) = 0$$

$\Leftarrow f$ اشتقاقي عند 0.

$$D_{f'} = [0,+\infty[$$

$\boxed{2}$
$$f'(0) = 0$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\ln(1+x) + \frac{1}{1+x}\cdot\sqrt{x}$$

$$= \frac{(1+x)\ln(1+x)+2x}{2\sqrt{x}\,.\,(x+1)}$$

$\boxed{3}$
$$g'(x) = f'(\cos x)(\cos x)'$$

$$= \frac{(1+\cos x)\ln(1+\cos x)+2\cos x}{2\sqrt{\cos x}\,(\cos x+1)}\cdot(-\sin x)$$

ثانياً: السؤال الثالث:

$\boxed{1}$ عدد طرق اختيار الآحاد 5

عدد طرق اختيار العشرات 4

عدد طرق اختيار المئات 3

◆ حسب المبدأ الأساسي في العد:

P^5_3 أي $5\times4\times3 = 60$

$\boxed{2}$ عدد طرق اختيار الآحاد 1

عدد طرق اختيار العشرات 5

عدد طرق اختيار المئات 5

◆ حسب المبدأ الأساسي في العد:

$$1\times5\times5 = 25$$

يتبع

$\Rightarrow$ **السؤال الثاني:**

$\boxed{2}$
$$\alpha = e^{\frac{2\pi}{7}i}$$

$$1+\alpha+\alpha^2+\dots+\alpha^6 = 0$$

$$l_1 = 1+\alpha+\alpha^2+\dots+\alpha^6$$

$$= \frac{1-\alpha^7}{1-\alpha} = \frac{1-\left(e^{\frac{2\pi}{7}i}\right)^7}{1-e^{\frac{2\pi}{7}i}}$$

$$= \frac{1-e^{2\pi i}}{1-e^{\frac{2\pi}{7}i}} = \frac{1-1}{1-e^{\frac{2\pi}{7}i}}$$

$$= 0 = l_2$$

تحقق

رابعاً: المسألة الأولى:

|1|

$$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(2x-1)\right]=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left[-\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\right]=-\ln(1)=0$$

فالمستقيم d الذي معادلته $y=2x-1$ مقارب مائل للخط البياني C_f في جوار $+\infty$ وبالمثل عند $-\infty$ نجد:

$$\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(2x-1)\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[-\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\right]$$

$$=-\ln(1)=0$$

$$f(x)-(2x-1)=-\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

$$=\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

$\Leftarrow$ $y=2x-1$ مقارب مائل.

دراسة الوضع النسبي:

x	$-\infty$ ... -1	-1 ... 1	1 ... $+\infty$
إشارة الفرق	+	//////	−
الوضع النسبي	C فوق Δ	//////	C تحت Δ

|2| f معرف ومستمر واشتقاقي على

$]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty-1-\ln(1)=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty-1-\ln(1)=+\infty$$

$$\lim_{x\to(-1)^-}f(x)=2-1-\ln(0^+)=-(-\infty)=+\infty$$

$$\lim_{x\to1^+}f(x)=2-1-\ln\left(\frac{2}{0^+}\right)=-\infty$$

$$f'(x)=2-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}$$

$$=\frac{2(x^2-1)-(x-1)+x+1}{x^2-1}$$

$$=\frac{2x^2-2-x+1+x+1}{x^2-1}=\frac{2x^2}{x^2-1}$$

نلاحظ $f'(x)>0$

$\boxed{f'(x)=0 \Rightarrow x=0 \notin D}$

$f'(x)\neq0 \quad \forall x\in D_f$

x	$-\infty$ ... -1	-1 ... $+1$	$+1$ ... $+\infty$
$f'(x)$	+	//////	+
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	//////	$-\infty \nearrow +\infty$

$x=-1$ مقارب شاقولي لـ C_f في جوار $+\infty$

$x=1$ مقارب شاقولي لـ C_f في جوار $-\infty$

|3|

$$f(x)+f(-x)=2x-1-\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)-2x-1-\ln\left(\frac{1-x}{-1-x}\right)$$

$$=-\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)-\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)-2$$

$$=-\ln\left[\frac{x+1}{x-1}\cdot\frac{x-1}{x+1}\right]-2$$

$$=-\ln(1)-2=-2$$

$$\Rightarrow f(x)+f(-x)=-2$$

|4|

$I(0,-1)=(a,b)$

$a=0$ & $b=-1$

يجب تحقق الشرطين

$\forall x\in]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$ عندئذٍ:

$2a-x\in]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

محققة لأن:

$2a-x=-x$

$f(2a-x)+f(x)=2b$

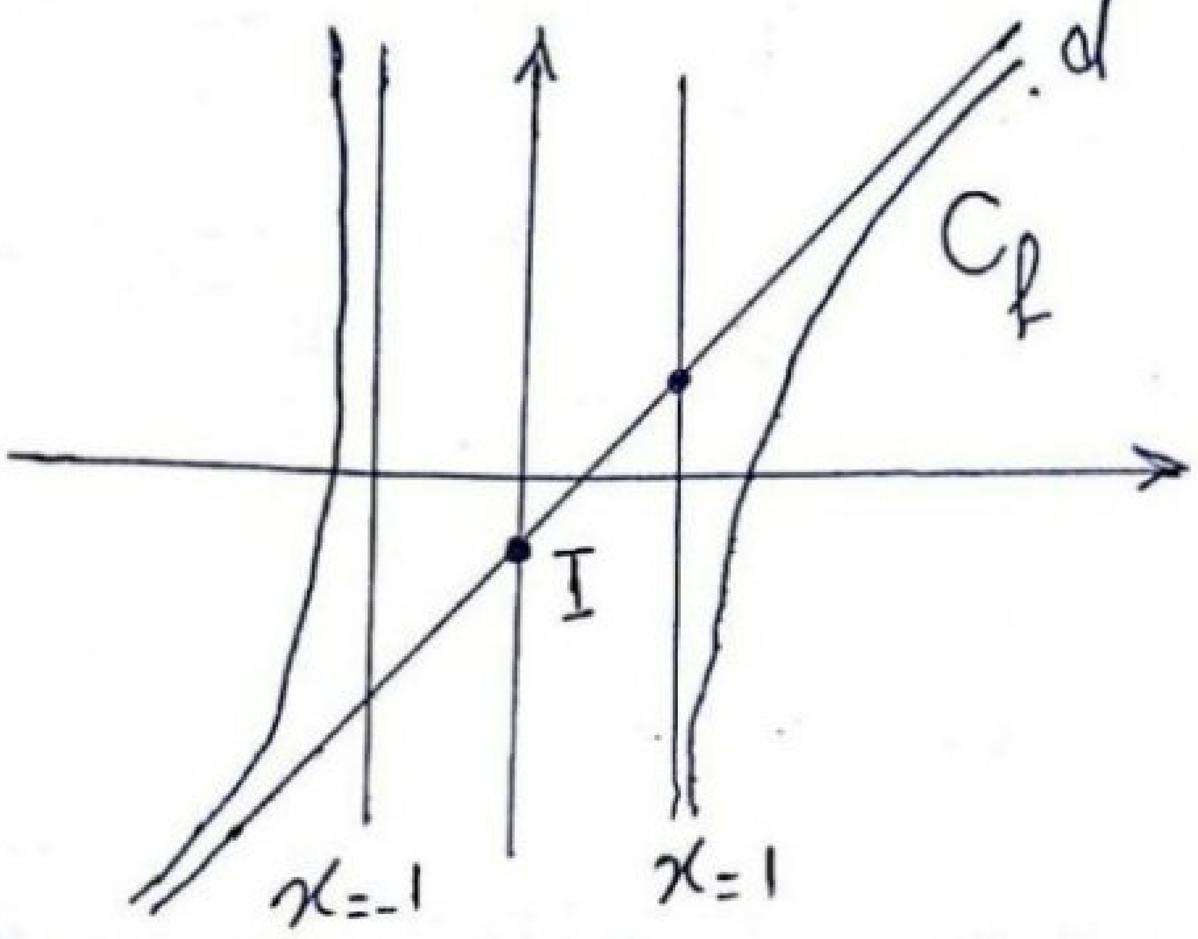
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نحقق: $f(-x)+f(x)=2$

فالنقطة $I(0,-1)$ مركز تناظر لـ C_f

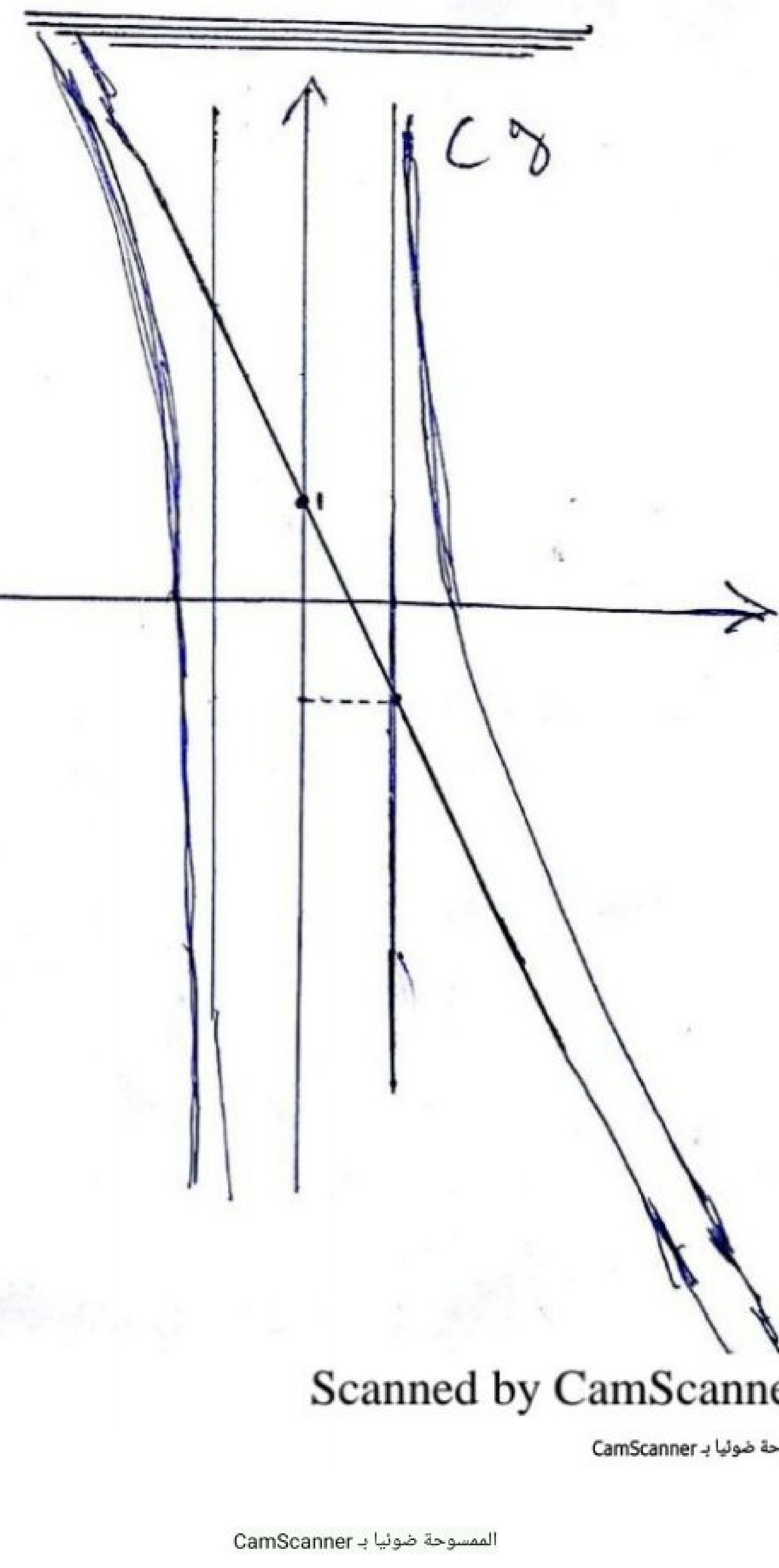
5)



6)

$$g(x)=-f(x)$$

C_g نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل.



المسألة الثانية: 1)

$H(0,1,1)$, $F(1,0,1)$, $N(0,\frac{2}{5},0)$

$T(\frac{2}{5},0,0)$

2)

$\overrightarrow{NT}(\frac{2}{5},-\frac{2}{5},0)$

$\overrightarrow{NH}(0,\frac{3}{5},1)$

معادلة المستوي:

$\vec{n}\perp\overrightarrow{NT} \Rightarrow \vec{n}\cdot\overrightarrow{NT}=0$

$\Rightarrow \frac{2}{5}a-\frac{2}{5}b=0$

$\vec{n}\perp\overrightarrow{NH} \Rightarrow \vec{n}\cdot\overrightarrow{NH}=0$

$\frac{3}{5}b+c=0$

$\Rightarrow \vec{n}(5,5,-3)$

معادلة المستوي:

$5x+5y-3z-2=0$

$u=\overrightarrow{EF}=(1,0,0)$

3)

$\left.\begin{array}{l} x=t \\ y=0 \\ z=1 \end{array}\right\}$; $t\in\mathbb{R}$

4) نعوض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي

$F(1,0,1)$

5) المقطع هو $NTFH$ طبيعته شبه منحرف متساوي الساقين.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الاسم:

الرقم:

المدة: ثلاث ساعات

الدرجة: ستمائة فقط

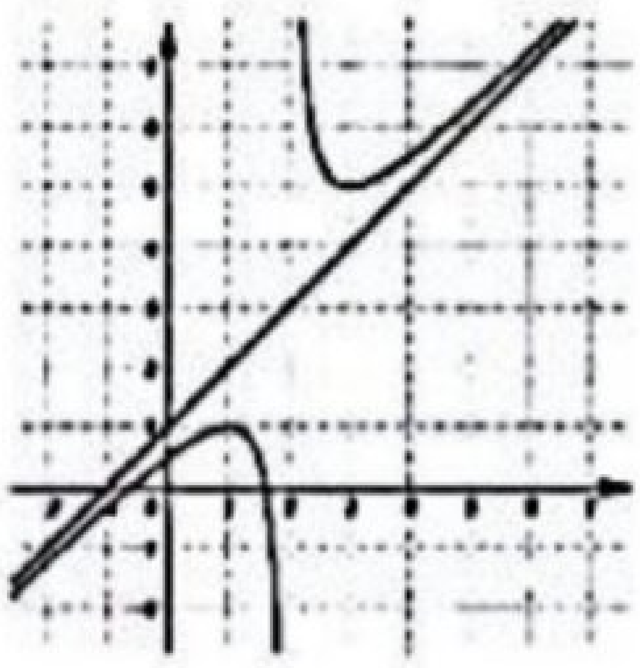
الجمهورية العربية السورية

وزارة التربية

نموذج لمادة الرياضيات لشهادة الدراسة الثانوية العامة دورة 2020

<u>أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية.</u> (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في الشكل المرسوم جانباً. ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{2\}$، والمطلوب:



1- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2- دلّ على القيم الحدية للتابع وبيّن نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- اكتب معادلة المقارب المائل.

5- اذكر احداثيات النقطة I مركز تناظر الخط البياني C_f.

السؤال الثاني: ليكن f التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\cos x$

1- جد $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ و $f'(x)$ و $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

2- استنتج قيمة النهاية $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} \dfrac{\cos x-\frac{1}{2}}{x-\frac{\pi}{3}}$.

السؤال الثالث: حلّ المتراجحة $e^{x}-1\leq 6e^{-x}$.

<u>ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة الآتية</u> (45 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ادرس وضع المستقيمين d و d' المعرّفين كما يأتي:

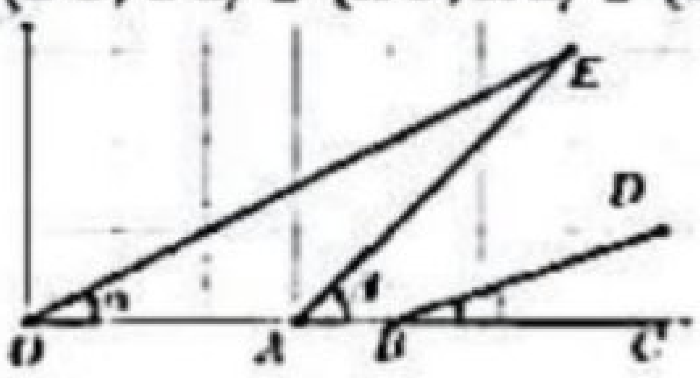
$$d:\begin{cases}x=2t-5\\ y=t-2\\ z=-\frac{1}{2}t+3\end{cases}\ ;t\in\mathbb{R} \qquad \text{و} \qquad d':\begin{cases}x=s+5\\ y=2\\ z=2s+5\end{cases}\ ;s\in\mathbb{R}$$

السؤال الثاني: جدْ الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $\omega=8-6i$.

السؤال الثالث: عيّن قيمة n في المعادلة الآتية: $P^{5}_{n+2}=45P^{3}_{n+1}$.

<u>ثالثاً: حلّ التمارين الثلاثة الآتية</u> (80 درجة للأول - 70 درجة للثاني - 70 درجة للثالث).

التمرين الأول: في الشكل المجاور α و β و γ هي القياسات الأساسية للزوايا الموجّهة $(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OE})$ و $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE})$ و $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD})$ بالترتيب، والمطلوب:



1- اكتب كلاً من الأعداد العقدية الآتية بالشكل الجبري ثمّ بالشكل الأسي: $z_{\overrightarrow{OE}}$ و $z_{\overrightarrow{AE}}$ و $z_{\overrightarrow{BD}}$.

2- اكتب العدد العقدي $z_{\overrightarrow{OE}}.z_{\overrightarrow{AE}}.z_{\overrightarrow{BD}}$ بالشكل الجبري ثمّ بالشكل الأسي.

3- استنتج المجموع $\alpha+\beta+\gamma$.

التمرين الثاني: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-2,2[$ وفق $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{-x+2}\right)$، والمطلوب:

1- أثبت أنّ التابع f هو تابعٌ فرديّ، ثمّ ادرس تغيرات التابع على المجال $[0,2[$.

2- اكتب معادلة المماس T للخط البياني C_f في نقطة منه فاصلتها $x=0$.

3- ادرس الوضع النسبي بين C_f و T.

التمرين الثالث: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=2x-\sqrt{x^2+5}$، والمطلوب:

1- ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها.

2- أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α يقع في المجال $]1,2[$، ثمّ جد هذا الحل جبرياً.

3- استنتج مشتق التابع g المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=2\sin x-\sqrt{\sin^2 x+5}$.

__رابعاً: حلّ المسألتين الآتيتين__ ($100°$ درجة لكل مسألة).

المسألة الأولى: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{4}{x}\right)$، والمطلوب:

1- ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها.

2- أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x$ مقارب مائل للخط C_f، ثمّ ادرس الوضع النسبي.

3- حلّ المعادلة $f(x)=x$.

4- لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرّفة تدريجياً بالشكل $u_0=4$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ عند كل $n\in\mathbb{N}$، والمطلوب:

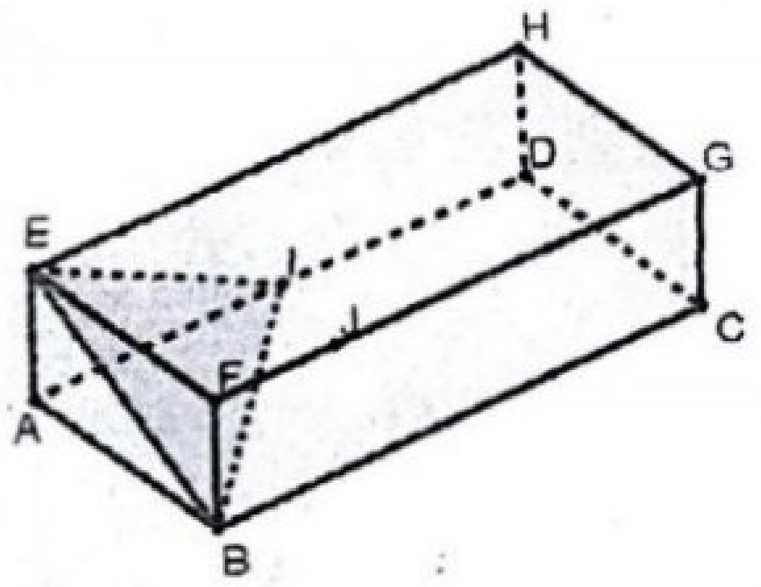
a- احسب u_1 و u_2.

b- استنتج من تزايد التابع f على المجال $]2,+\infty[$ صحة الخاصة $E(n): 2<u_{n+1}<u_n$ وذلك من اجل $n\in\mathbb{N}$.

c- استنتج أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة، واحسب نهايتها.

d- ارسم مقاربات C_f وارسم المستقيم $\Delta: y=x$، ثمّ ارسم C_f ومثّل الحدود الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ على الرسم نفسه.

المسألة الثانية: ليكن $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AB=2$ و $AD=4$ و $AE=1$، ولتكن I منتصف $[AD]$ والنقطة J تحقق $\overrightarrow{FJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{FG}$. نتأمل المعلم المتجانس $\left(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{4}\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$، والمطلوب:



1- جدْ احداثيات رؤوس متوازي المستطيلات واحداثيات كل من I و J.

2- أثبت أنّ معادلة المستوي (EIB) هي $x+y+2z-2=0$.

3- بيّن نوع المثلث EIB، ثم احسب مساحته.

4- احسب بُعد G عن المستوي (EIB)، واستنتج حجم رباعي الوجوه $G-EIB$.

5- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من J وعمودياً على المستوي (EIB).

6- استنتج أنّ المسقط القائم للنقطة J على المستوي (EIB) تقع على القطعة المستقيمة $[BI]$.

انتهت الأسئلة

صح

أولاً: السؤال الأول

① حد

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

② دل على القيم الحدية وبين نوعها

$f(1) = 1$ قيمة حدية صغرى

$f(2) = 5$ قيمة حدية كبرى.

③ ما عدد حلول المعادلة

$f(x) = 0$

ثلاث

④ اكتب معادلة المماس المائل:

$(0, 1)$

$(2, 3)$

$m = \frac{1-3}{0-2} = \frac{-2}{-2} = 1$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 1 = x$

$\boxed{y = x + 1}$

⑤ اذكر إحداثيات النقطة I مركز تناظر الخط البياني Cf

أولاً السؤال الثاني

$f(x) = \cos x$

① $f(\frac{\pi}{3}) = \cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$

$f'(x) = -\sin x$

$f'(\pi) = -\sin(\pi) = 0$

$f'(\frac{\pi}{3}) = -\sin(\frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

② استنتج النهاية

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{3}} \frac{\cos x - \frac{1}{2}}{x - \frac{\pi}{3}}$$

لدينا

$f(x) = \cos x$

$f(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$

$$\frac{\cos x - \frac{1}{2}}{x - \frac{\pi}{3}} = \frac{f(x) - f(\frac{\pi}{3})}{x - \frac{\pi}{3}}$$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{3}} \frac{f(x) - f(\frac{\pi}{3})}{x - \frac{\pi}{3}} = f'(\frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

ثانياً: السؤال الأول ادرس وضع المستقيمين

$$d: \begin{cases} x = 2t - 5 \\ y = t - 2 \\ z = -\frac{1}{2}t + 3 \end{cases} \qquad d': \begin{cases} x = s + 5 \\ y = 2 \\ z = 2s + 5 \end{cases}$$

$\vec{u}_d(2, 1, -\frac{1}{2})$ $\quad$ $\vec{u}_{d'}(1, 0, 2)$

$\frac{1}{2} \neq \frac{0}{1}$ غير متوازيين

المستقيمين إما متقاطعين أو متخالفين

$2t - 5 = s + 5$ ①

$t - 2 = 2$ ②

$2s + 5 = -\frac{1}{2}t + 3$ ③

من ② $\boxed{t = 4}$ نعوضه بـ ③

$2s + 5 = 1$

$2s = -4$

$\boxed{s = -2}$

نعوض في المعادلة ①

الثالث الثانوي العلمي

مدة الاختبار: 3 ساعات.

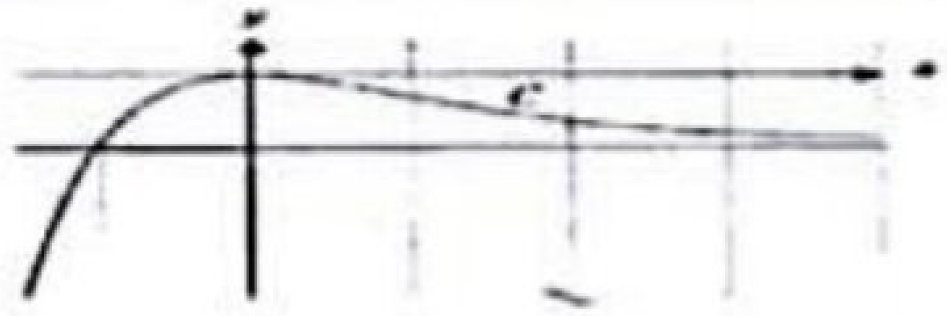
مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي (1)

رياضيات بكالوريا 2021

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانبا خط بياني C للتابع f و المطلوب :



1. ما معادلة المستقيم المقارب للخط C و ما الوضع النسبي للخط C مع المقارب
2. يقبل f قيما حدية حدّدها و حدّد نوعها
3. في حالة عدد حقيقي k عين بدلالة k عدد حلول المعادلة $f(x) = k$

السؤال الثاني : ليكن f التابع المعرف على $[0,2]$ وفق $f(x) = (x-2)\sqrt{x(2-x)}$ جد $\lim\limits_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$

وهل التابع f اشتقاقي عند $x = 2$

السؤال الثالث : أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $(x^2 + \frac{1}{x})^6$

السؤال الرابع : ليكن $|g(x) - 2| < \frac{\sin x}{x^2+3}$

1. أوجد نهاية $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{\sin x}{x^2+3}$ 2. استنتج $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة تدريجيا حيث $u_0 = 2\ ,\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1+4u_n}$ من اجل كل n من N

1. أثبت بالتدريج أن $u_n > 0$ أيا كان العدد الطبيعي n
2. أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $v_n = \frac{1}{u_n}$ حسابية ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
3. ليكن المجموع S_n المعرف بالشكل $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ اكتب عبارة S_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to +\infty} S_n$

التمرين الثاني : أوجد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $z = 3 + 4i$ ثم مثلهما في المستوي العقدي

التمرين الثالث : ليكن $f(x) = -2x + xe^{-x}$ المعرف على R و ليكن المستقيم $\Delta: y = -2x$ و المطلوب :

1. أثبت أن Δ مقارب مائل في جوار $+\infty$
2. احسب $\int_1^{\ln 3} (f(x) - y_\Delta)\ dx$

التمرين الرابع : يحوي مغلف تسع بطاقات مرقمة بالأرقام $(0,0,0,0,0,1,1,1,1)$ تسحب من المغلف ثلاث بطاقات معاً ، وليكن X متغيرا عشوائيا يدل على مجموع أرقام البطاقات المسحوبة ، اكتب قيم المتغير العشوائي X ثم احسب توقعه الرياضي

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسالة)

المسألة الأولى : في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لتكن النقاط $A(1,0,0), B(4,3,-3), C(-1,1,2), D(0,0,1)$

و المطلوب :

1. أثبت أن $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا .. وهل النقاط A, B, C على استقامة واحدة
2. أكتب معادلة للمستوي (ABC)
3. أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطيا
4. استنتج أن النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,\alpha), (B,\beta), (C,\gamma)$
   حيث أن $\propto, \beta, \gamma$ أعداد حقيقية يطلب تعيينها
5. هل تقع D و C و B على كرة واحدة مركزها A

المسألة الثانية : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = e^{x} + e^{-x}$

1. أثبت أن التابع زوجي
2. ادرس التغيرات على المجال $[0, +\infty[$
3. ارسم الخط البياني C
4. احسب مساحة السطح المحصور بين C و xx' و المستقيمين $x = 0 , x = ln2$
5. جد هندسيا حلول المعادلة $f(x) = \lambda$ حيث $\lambda \in R$

انتهت الأسئلة ..

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح 💙

السؤال الأول:

1. $y=-1$ (5) يكون الخط C تحت المقارب في المجال $]-\infty,-1[$ ويكون الخط C فوق المقارب في المجال $]-1,+\infty[$ و $(-1,-1)$ نقطة تقاطع 5

2. $f(0)=0$ قيمة حدية كبرى، 10

3. $k\le -1 \Rightarrow$ حل وحيد 2.5 (1+1.5)

$-1<k<0$ حلين. 2.5

$k=0$ حل وحيد 2.5

$k>0 \Rightarrow$ لا يوجد حلول. 2.5

السؤال الثاني:

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\sqrt{x(2-x)}-0}{(x-2)}=\lim_{x\to 2}\sqrt{x(2-x)}$$ 5 5 10

$=0\in R$ — 10

$\Leftarrow$ التابع f اشتقاقي عند $x=2$ 10

السؤال الثالث:

$T_r=\binom{6}{r}(x^2)^{6-r}\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^{r}$

$=\binom{6}{r}x^{12-2r}\cdot x^{-r}$

$=\binom{6}{r}x^{12-3r}$

$12-3r=0 \Rightarrow r=4$ — 5

$T_4=\binom{6}{4}x^0=\frac{6\times5}{4}=15$ — 10

السؤال الرابع:

1. $-1\le\sin x\le 1$ — 10

$\frac{-1}{x^2+3}\le\frac{\sin x}{x^2+3}\le\frac{1}{x^2+3}$ — 10

$\lim_{x\to+\infty}\frac{-1}{x^2+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2+3}=0$ 5 5

$\Rightarrow\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin x}{x^2+3}=0$ 5

2. $\lim_{x\to+\infty}g(x)=2$ — 5

لأن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin x}{x^2+3}=0$ 5

التمرين الأول:

1. $E(n): u_n>0$

نبرهن $E(n)$ 5

نبرهن $E(0)$: 5 $u_0>0$

$2>0$ محققة

نفرض $E(n)$ صحيحة 5

نبرهن $E(n+1)$:

نفرض تابع $f(x)=\frac{x}{1+4x}$

نشتق $f'(x)=\frac{1}{(1+4x)^2}>0$

f متزايد تماما

$u_n>0$

$f(u_n)>f(0)$

$u_{n+1}>0$

2. $v_{n+1}-v_n=\frac{1+4u_n}{u_n}-\frac{1}{u_n}=4$

$v_0=\frac{1}{2}$

$v_n=\frac{1}{2}+4n$

$u_n=\frac{1}{v_n}=\frac{1}{\frac{1}{2}+4n}=\frac{2}{1+8n}$

$S_n=(n+1)\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}+4n+\frac{1}{2}\right)}{2}$ — 5

$=\frac{4n^2+5n+1}{2}$

$\Rightarrow\lim_{n\to+\infty}S_n=2n^2=+\infty$ — 5

التمرين الثاني:

$w=x+yi$

$x^2+y^2=5$ — 10

$xy=2$ — 10

$x^2-y^2=3$ — 10

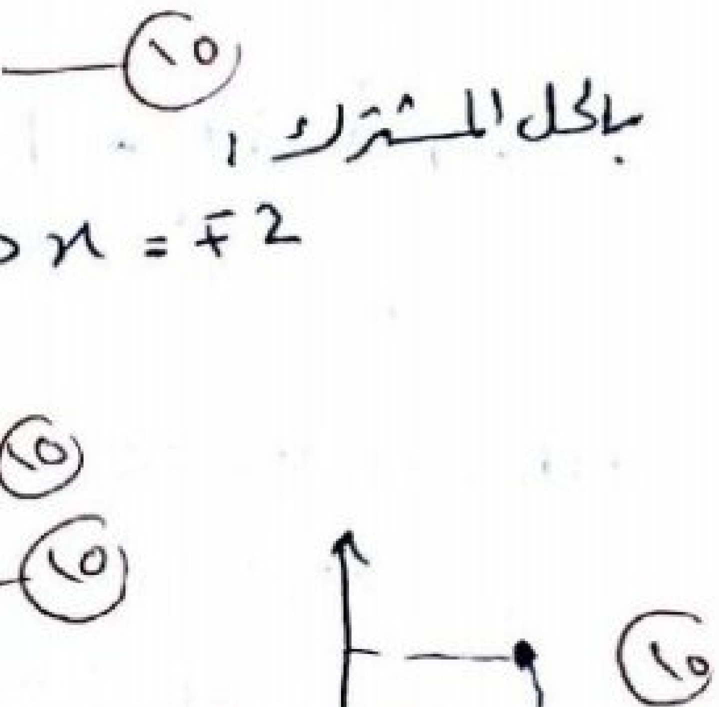
بالحل المشترك:

$x^2=4 \Rightarrow x=\mp 2$

$y=\mp 1$

$w_1=2+i$ — 10

$w_2=-2-i$ — 10



10

التمرين الثالث:

$f(x)-y_D = -2x + xe^{-x} + 2x = xe^{-x}$ 5 10

$\lim_{x\to+\infty} f(x)-y_D = \lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$ 5

فإن $y=-2x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$.

$\int_1^{\ln 3} xe^{-x}\,dx$ 5

5 $u = x$	$u' = 1$ 5
5 $v' = e^{-x}$	$v = -e^{-x}$ 5

$= \left[-xe^{-x}\right]_1^{\ln 3} - \int_1^{\ln 3} -e^{-x}\,dx$ 10

$= \left[-xe^{-x}\right]_1^{\ln 3} + \left[-e^{-x}\right]_1^{\ln 3}$ 5

$= \frac{-\ln 3 - 1}{3} + \frac{2}{e} = \frac{6 - e\ln 3 - e}{3e}$ 5

التمرين الرابع:

$X = \{0,1,2,3\}$ 10

$P(X=0) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{10}{84}$ 10 $= \frac{5}{42}$

$P(X=1) = \frac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{40}{84}$ 10 $= \frac{20}{42}$

$P(X=2) = \frac{\binom{4}{2}\binom{5}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{30}{84}$ 10 $= \frac{15}{42}$

$P(X=3) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{4}{84}$ 10 $= \frac{2}{42}$

~~E(X)~~ X	0	1	2	3
	$\frac{10}{84}$	$\frac{40}{84}$	$\frac{30}{84}$	$\frac{4}{84}$

$EX = \frac{112}{84} = \frac{4}{3}$ 10

المسألة الأولى:

1 5 $\vec{AB}\,(3,3,-3)$ $\quad \vec{AC}\,(-2,1,2)$ 5

$-\frac{2}{3} \neq \frac{1}{3}$ — 5

الشعاعان غير مرتبطان خطياً لعدم تناسب مركباتهما <= النقاط A,B,C ليست على استقامة واحدة. 5 5

2 نفرض $\vec{n}\,(a,b,c)$

$\vec{AB} \perp \vec{n} \Rightarrow \vec{AB}\cdot\vec{n} = 0$

$3a+3b-3c=0$ — (1)

$\vec{AC} \perp \vec{n} \Rightarrow \vec{AC}\cdot\vec{n} = 0$

$-2a+b+2c=0$ — (2)

نفرض $c=1$ وبالحل المشترك نجد:

$a=1 \;,\; b=0 \Rightarrow \vec{n}\,(1,0,1)$ 10

$(ABC):\; x+z-1=0$ — 10

3 $\vec{AD} = \alpha\vec{AB} + \beta\vec{AC}$ — 5

$$\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix}3\\3\\-3\end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix}$$ 5

$-1 = 3\alpha - 2\beta$

$0 = 3\alpha + \beta$

$1 = -3\alpha + 2\beta$

بالحل المشترك:

5 $\alpha = -\frac{1}{9} \;,\; \beta = \frac{1}{3}$ 5

نعوض في (3) للتأكد:

$1 = -3(-\frac{1}{9}) + 2(\frac{1}{3})$

$1 = 1$

4 $\vec{AD} = -\frac{1}{9}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$

$-7\vec{DA} + \vec{DB} + 3\vec{DC} = \vec{0}$ 20

$(A,-7)\;(B,1)\;(C,-3)$

5

$AB = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ 5

$AD = \sqrt{2}$ 5

$AD \neq AB$ 5

<= النقاط لا تقع على كرة مركزها A

المسألة الثانية:

1 $\forall x \in R$ فإن $-x \in R$ 5

$f(-x) = e^{-x} + e^{+x} = f(x)$ 5

<= التابع زوجي.

2

$f(0) = 2$ 5

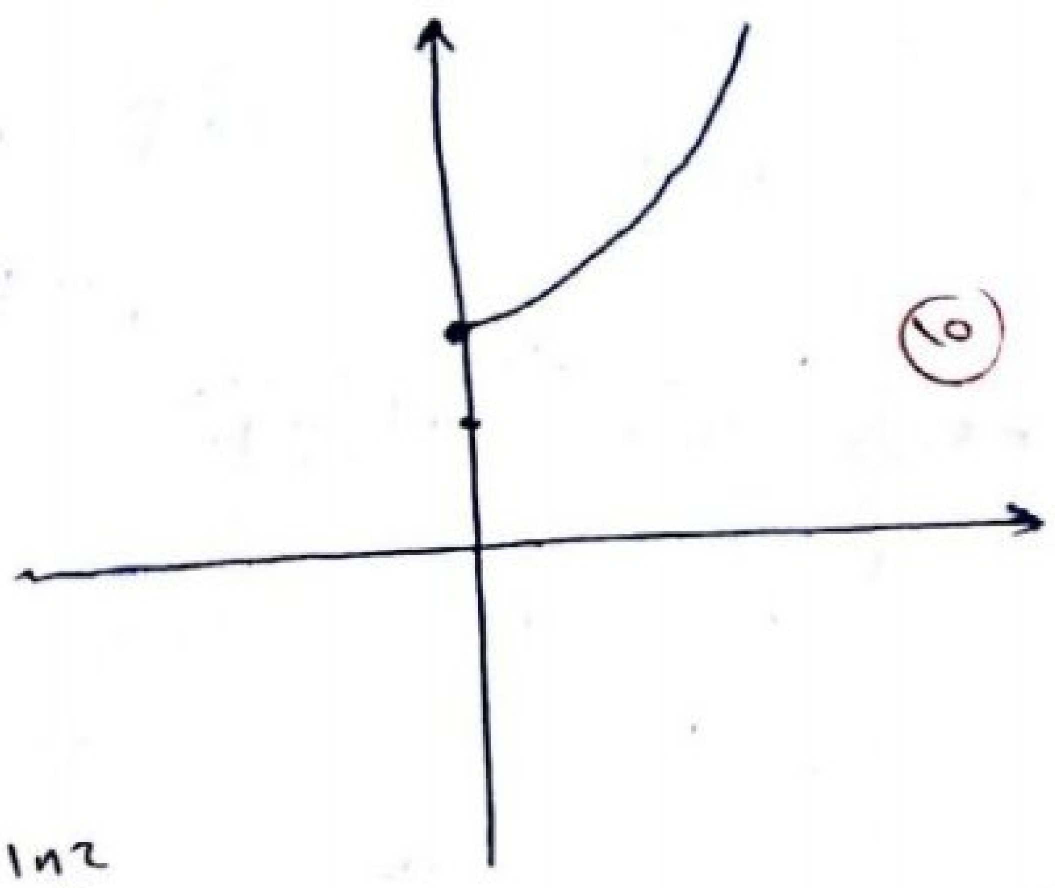
$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ 5

$f'(x) = e^{x} - e^{-x}$ 10

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ 5

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	0	$+$
$f(x)$	2	$\nearrow +\infty$

15



10

4

$S = \int_0^{\ln 2} f(x)\,dx$ 5

$= \int_0^{\ln 2} (e^{x} + e^{-x})\,dx$ 5

$= \left[e^{x} - e^{-x}\right]_0^{\ln 2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 5

5

$\lambda = 2$ حل وحيد وهو $x=0$ 5+5

$\lambda > 2$ حل وحيد بالمجال $]0,+\infty[$ 5+5

$\lambda < 2$ لا يوجد حلول. 5

الثالث الثانوي العلمي

مدة الاختبار: 3 ساعات.

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي 2 دورة 2021

رياضيات

أولاً : أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن التابع $x \to f(x) = x - \ln x$ المعرف على $I =]0, +\infty[$

1. جد $f(1)$ و احسب $f'(x)$ على هذا المجال ثم $f'(1)$
2. استنتج نهاية $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x - \ln x - 1}{x-1}$

السؤال الثاني :

① اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الاحداثيات ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$

② تحقق ان المستوي P الذي معادلته $P : x - y + z + 3 = 0$ يمس الكرة S

السؤال الثالث : حل في R المعادلة الآتية : $-\ln(x+1) + \ln x = \ln(x-1)$

السؤال الرابع : اختزل المقدار : $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$

السؤال الخامس : أوجد نهاية التابع f المعين بالعلاقة : $f(x) = \frac{3e^x + 4}{e^x + 1}$ عند $+\infty$ ثم اعط عددا حقيقيا α يحقق الشرط إذا كان $x > \alpha$ كان $f(x) \in]2.9 , 3.1[$

ثانياً : حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية : (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : f التابع المعرف على $R/\{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 + 1}$, المطلوب :

1. مانهاية التابع f عند $-\infty$
2. ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطه البياني في النقطة $A(0, 0)$

التمرين الثاني : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(o; \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقاط $A . B, C, M$ التي تمثلها على الترتيب الاعداد العقدية : $a = -i$, $b = 1 - i$, $d = 2i$, $m = -1 + i$

1. مثل الاعداد $a = -i$, $b = 1 - i$, $d = 2i$, $m = -1 + i$ في المستوي
2. احسب العدد العقدي c الممثل للنقطة C صورة النقطة D وفق دوران مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$
3. أثبت أن النقاط M, O, B تقع على استقامة واحدة
4. احسب $arg \frac{d-c}{m}$ و استنتج أن $(OM), (DC)$ متعامدان
5. حلل في C كثير الحدود التالي إلى عوامل خطية من الدرجة الأولى $z^3 + 4z^2 + 29z$

التمرين الثالث : ليكن التابع f المعرف على $R/\{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

1. أوجد النهاية على أطراف مجموعة التعريف و اكتب معادلة كل مقارب لخطه C_f
2. أثبت أن التابع متزايد تماما و نظم جدول التغيرات
3. لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_0 = 2$, $u_{n+1} = f(u_n) = \frac{2u_n}{u_n + 1}$

|) أثبت أن المتتالية متناقصة تماما و أن $2 \geq u_n \geq 0$ ||) استنتج تقارب المتتالية و اوجد نهايتها

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الرابع : في تجربة لدينا صندوق يحتوي على ثلاث كرات واحدة حمراء تحمل الرقم 1 واثنتان زرقاوان تحملان الرقمين 2 و 3 . نسحب من الصندوق عشوائيا كرتين على التتالي مع الإعادة ولتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة لهذه التجربة .

نعرف على Ω المتحول العشوائي X الذي يقرن بكل نتيجة للتجربة عدد الكرات الزرقاء المسحوبة ..

كما نعرف على Ω المتحول العشوائي Y الذي يقرن بكل نتيجة للتجربة مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين والمطلوب:

1-عين قيم المتحولين العشوائيين Y و X

2- نظم جدول قانون الزوج (X, Y)

3- هل المتحولان العشوائيان Y و X مستقلان احتماليا ولماذا

ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسالة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{1}{8}x^2 - ln(x)$ و المطلوب :

1. أوجد كل مقارب للخط البياني C
2. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولا بها ثم دل على القيمة الصغرى محليا
3. في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم الخط البياني C
4. استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرف وفق $g(x) = \frac{-1}{8}x^2 + ln(-x)$
5. اوجد قيمة تقريبية ل $f(1.1)$

المسألة الثانية : في معلم متجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط

$A(2,1,3), B(1,0,-1), C(4,0,0), D(0,4,0), E(1,-1,1)$ والمطلوب :

1. جد $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$
2. أثبت أن النقاط E, D, C ليست واقعة على استقامة واحدة
3. أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE)
4. اكتب معادلة المستوي (CDE)
5. احسب بعد B عن المستوي (CDE)
6. اكتب معادلة الكرة التي مركزها B و تمس المستوي (CDE)

مع أطيب الأمنيات لكم بالنجاح

انتهت الأسئلة ..

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

" مسلم تصحيح امتحان نهائي (2) "

أولاً: السؤال الأول:

1) (10) $f(1)=1$

(10) $f'(x)=1-\frac{1}{x} \Rightarrow f'(1)=0$ (10)

2) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x-\ln x-1}{x-1} = f'(1)$ (5)

تعريف المشتقة $f'(a)=\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$

$\lim\limits_{x\to 1} \frac{x-\ln x-1}{x-1} = 0$ (5)

السؤال الثاني:

1] $O(0,0,0)$ $R=\sqrt{3}$

$x^2+y^2+z^2=3$ (20)

2] $dist(O,P) \overset{?}{=} R$

$dist(O,P) = \frac{|0+0+0+3|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$ (10)

(5) $=\sqrt{3}=R$ (5)

$\Leftarrow$ المستوى P يمس الكرة S.

السؤال الثالث: شرط الحل: $]1,+\infty[$ (5)

$\ln x - \ln (x+1) = \ln (x-1)$

$\ln \frac{x}{x+1} = \ln (x-1)$

$\frac{x}{x+1} = x-1$ (10)

$x = x^2-1 \Rightarrow x^2-x-1=0$

$\Delta = b^2-4ac = 1-4(1)(-1) = 5$ (5)

$x_1=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (مرفوض) , $x_2=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (مقبول)

السؤال الرابع:

$\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$

$= \frac{1}{n!}_{(n+1)} - \frac{1}{n!(n+1)}_{(1)}$ (10)

$= \frac{n+1-1}{(n+1)n!}$ (10) $= \frac{n\;1}{(n-1)!(n+1)}$ (10) (20)

السؤال الخامس:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{3e^x+4}{e^x+1}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x\left(3+\frac{4}{e^x}\right)}{e^x\left(1+\frac{1}{e^x}\right)}$ (5) $=\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{3+\frac{4}{e^x}}{1+\frac{1}{e^x}}$

$=3$ (5)

$|f(x)-3|<0,1$ (10)

$\left|\frac{3e^x+4}{e^x+1}-3\right| < \frac{1}{10}$

$\left|\frac{3e^x+4-3e^x-3}{e^x+1}\right| < \frac{1}{10}$

$\left|\frac{1}{e^x+1}\right| < \frac{1}{10}$

(10) $\frac{1}{e^x+1} < \frac{1}{10} \Rightarrow e^x+1>10$

$e^x > 9 \Rightarrow \boxed{x > \ln 9}$ (10)

ثانياً: التمرين الأول:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^2+x}{x^2+1} = 1$ (10) (10)

$\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$ (5) ; $f(0)=0$

$\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\frac{x^2+x}{x^2+1}-0}{x-0}$ (5)

$\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x^2+x}{x^3+x} = \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x(x+1)}{x(x^2+1)}$

$=\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x+1}{x^2+1} = 1$ (20)

(5)

فالقابل للاشتقاق عند الصفر من اليمين
ويقبل نصف مماس معادلته:

$y = f'(0)(x-0)+f(0)$

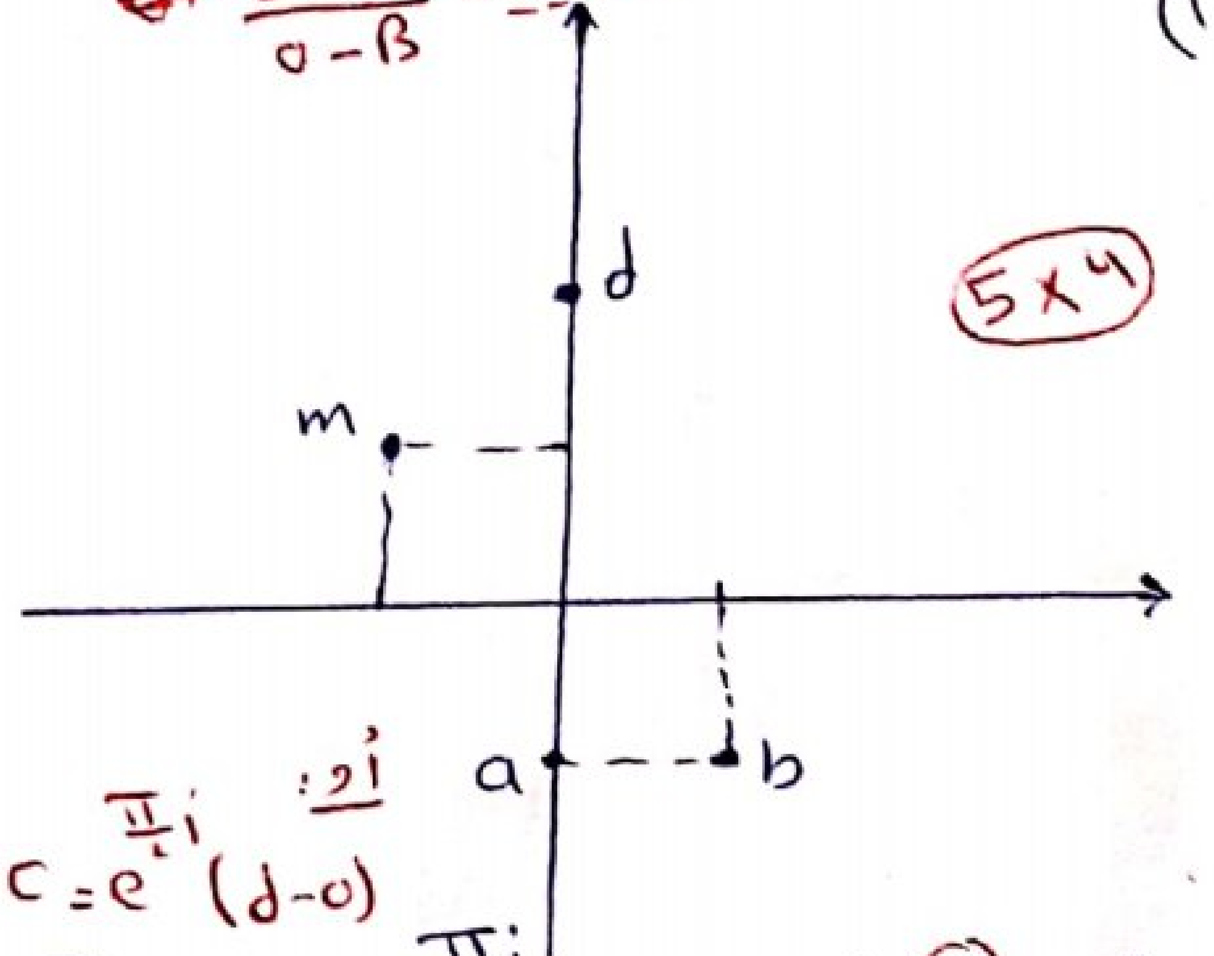
$y = 1(x-0)+0$

$\Rightarrow \boxed{y=x}$ (25)

التمرين الثاني: طريقة ثالثة للطلب 3

A1 $\frac{0-M}{0-B}$ = حقيقي

(1



أو: $c = e^{\frac{\pi}{2}i}(d-0)$

(2 $Z_C - 0 = e^{\frac{\pi}{2}i}(Z_D - 0)$ (5)

$Z_C = i(2i) \Rightarrow Z_C = -2$ (5)

(3 $\vec{MO}(1,-1)$ (5), $\vec{OB}(1,-1)$ (5)

(5) $\frac{1}{1} = \frac{-1}{-1} \Rightarrow 1=1$ (5)

المركبات متناسبة ⇐ الشعاعان مرتبطان
خطياً ⇐ النقاط M, O, B على استقامة
واحدة.

(4 $\arg\left(\frac{d-c}{m}\right) = \arg\left(\frac{2i+2}{-1+i}\right)$

$=\arg\left(\frac{(2i+2)(-1-i)}{(-1+i)(-1-i)}\right)$

$=\arg\left(\frac{-2i+2-2-2i}{2}\right)$

$=\arg(-2i) = -\frac{\pi}{2}+2\pi k$ (5) (5)

بما أن $\arg\left(\frac{d-c}{m}\right) = -\frac{\pi}{2}$ فإن $(OM),(DC)$
متعامدان

طريقة ثانية للطلب 3:

$Z_{\vec{OB}} = 1-i$
$Z_{\vec{MO}} = 1-i$ $\Rightarrow Z_{\vec{OB}} = Z_{\vec{MO}}$

مرتبطان ⇐ على استقامة واحدة

(3 $z^3+4z^2+29z=0$

$z(z^2+4z+29)=0$ (5)

$z^2+4z+29=0$

$\Delta = b^2-4ac$
$= 16-4(1)(29) = +16-116$
$= -100$

$z_1 = \frac{-4-10i}{2} = -2-5i$ (5)

$z_2 = \frac{-4+10i}{2} = -2+5i$ (5)

$\Rightarrow z(z+2+5i)(z+2-5i) = 0$ (5)

التمرين الثالث:

I $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\frac{2x}{x+1} = 2$ (5)

(5) $\boxed{y=2 \text{ مقارب}}$ // xx' في جوار $-\infty$.

$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-}\frac{2x}{x+1} = +\infty$ (5)

$x=-1$ مقارب // yy' (5)

$\lim_{x\to -1^+} f(x) = -\infty$ (5)

$x=-1$ مقارب // yy'

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ (5)

$y=2$ مقارب // xx' في جوار $+\infty$.

2 (3+2)

$f'(x) = \frac{2(x+1)-2x}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$

⇐ التابع f متزايد تماماً.

(5)

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	+	
$f(x)$	2 ↗		$+\infty$ ‖ $-\infty$		↗ 2

3 الرمز للقضية (2) $E(n): U_{n+1} < U_n$

نبرهن صحة القضية من $E(0)$:

(2) $E(0): U_1 = \frac{4}{3} < U_0 = 2$ محققة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الثالث الثانوي العلمي

مدة الاختبار: 3 ساعات.

مركز أونلاين التعليمي

امتحان نهائي 2021 (3)

رياضيات

أولاً : أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية : (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : نجد جانبا جدول تغيرات التابع f المعرف على R

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\nearrow$	6

1. جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
2. اذكر قيمة حدية للتابع وبيّن نوعها
3. هل $f(5) = 4$ قيمة حدية كبرى واكتب معادلة المماس في نقطة فاصلتها 5
4. اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط البياني للتابع
5. اكتب مجموعة تعريف التابع حيث $g(x) = ln(f(x))$

السؤال الثاني : ليكن التابعان $g(x) = \frac{x}{1-x^2}$ ، $f(x) = \ln(x+1)$ معرفان على $]1, +\infty[$

1. أثبت أنهما متماسان بالمبدأ واكتب معادلة المماس المشترك لهما
2. احسب $I = \int_2^x \frac{t}{1-t^2}\, dt$

السؤال الثالث : حل المتراجحة التالية : $e^{2x} - 5e^{x} \leq -4$

السؤال الرابع : ترمي سعاد حلقتين لادخالهما في وتر، احتمال نجاح سعاد بالحلقة الأولى يساوي احتمال فشلها، فإذا نجحت بالحلقة الأولى فإن احتمال نجاحها في الثانية $\frac{1}{3}$ وإذا فشلت في الأولى فإن احتمال فشلها في الثانية $\frac{4}{5}$ والمطلوب:

1. ارسم مخططاً شجرياً 2. احسب احتمال نجاحها في الحلقة الثانية
3. إذا علمت أنها نجحت في الحلقة الثانية ما احتمال نجاحها في الأولى؟

السؤال الخامس : لتكن المجموعة $S = \{2, 3, 5, 8, 9\}$ و المطلوب :

1. كم عددا مختلف الأرقام و مؤلفا من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر S
2. كم عددا من مضاعفات العدد 5 و مؤلفا من ثلاث منازل يمكن تشكيله من عناصر S

ثانياً : حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية : (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = 2x - \sqrt{x^2+5}$, المطلوب :

1. ادرس تغيرات التابع و نظم جدولا بها
2. أثبت للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد α يقع بالمجال $]1, 2[$ ثم جد هذا الحل جبريا
3. استنتج مشتق التابع $g(x) = 2sin\, x - \sqrt{sin^2 x + 5}$

التمرين الثاني : لتكن النقاط $A(1,-1,2)$, $B(2,1,0)$, $C(2,3,-1)$, $D(0,0,2)$

1. عين احداثيات G مركز الابعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1), (B,2), (C,2), (D,1)$
2. حدد S مجموعة النقاط التي تحقق $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = 6$
3. جد معادلة للمجموعة S

التمرين الثالث : ليكن عند كل عدد طبيعي n $u_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

1. أوجد عددين حقيقيين a, b يحققان عند كل عدد طبيعي n $u_n = \frac{a}{2n-1} + \frac{b}{2n+1}$
2. ليكن $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ عبّر عن S_n بدلالة n واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ 3. احسب $\int_0^1 \frac{1}{(2x-1)(2x+1)}\, dx$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

التمرين الرابع : لتكن الاعداد العقدية الممثلة للنقاط : $Z_A = 3\ ,\ Z_B = 1 + 2i\ \ ,Z_Q = -1 + 2i$

1. مثل هذه الاعداد في مستو عقدي
2. جد Z_N , صورة A وفق دوران مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$
3. جد Z_R ليكون الرباعي $OQNR$ متوازي اضلاع
4. اثبت تعامد المستقيمين AB , OR و اثبت ان $OR = \frac{1}{2}AB$

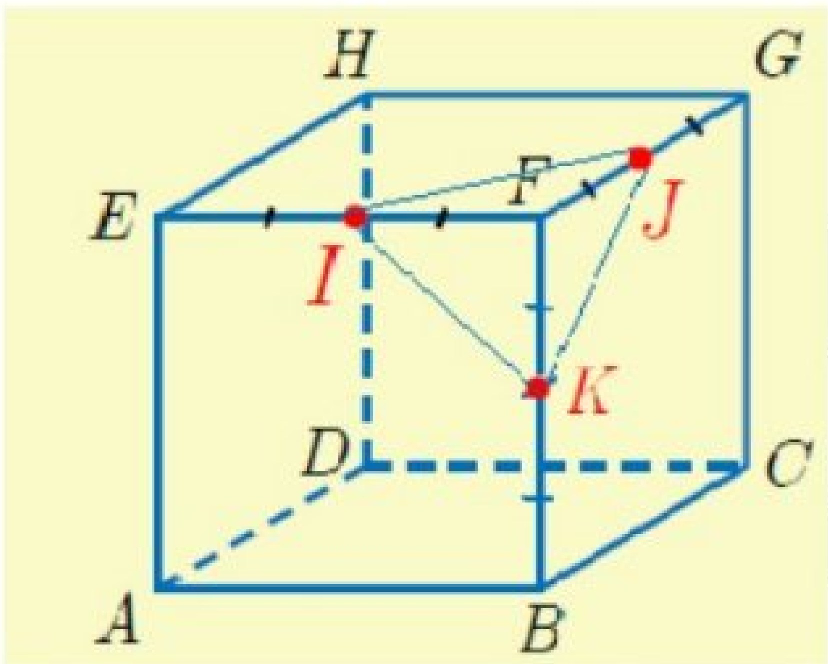
ثالثاً : حل المسألتين الآتيين : (100 درجة لكل مسالة)

المسألة الأولى : ليكن f التابع المعرف على $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$ وفق : $f(x) = 2x - 1 - ln(\frac{x+1}{x-1})$ خطه البياني C_f

و المطلوب :

1. أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = 2x - 1$ مقارب للخط C في جوار $\infty -$ و $\infty+$ و ادرس وضع C بالنسبة إلى d
2. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها و اكتب معادلات المقاربات الشاقولية للخط C_f
3. اثبت أن $f(x) + f(-x) = -2$
4. استنتج أن C_f متناظر بالنسبة للنقطة $I(0, -1)$
5. ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم C_f
6. استنتج الخط البياني C_g للتابع g المعرف وفق $g(x) = -2x + 1 - ln(\frac{x-1}{x+1})$

المسألة الثانية : $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 1 ولتكن النقاط I, J, K منتصفات الاحرف على الترتيب $[FE], [FG], [FB]$ نختار معلما متجانسا $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ والمطلوب :



1. أوجد احداثيات رؤوس المكعب و النقاط I, J, K
2. اوجد معادلة المستوي (IJK)
3. اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d المار من F عموديا على (IJK)
4. استنتج احداثيات N المسقط القائم ل F على المستوي (IJK)
5. احسب حجم رباعي الوجوه $(FIJK)$
6. اكتب معادلة الكرة التي مركزها F و تمس المستوي (IJK)
7. اين تقع النقطة M التي تحقق : $3\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DE}$

مع انتهت الأسئلة ..

3. احسب $\int_0^1 \frac{1}{(2x-1)(2x+1)}\,dx$

أ. فارس جقل – اللاذقية – دورات (ر.ف.ك) – هاتف 0955186517

" سلم تصحيح امتحان نهائي (3) "

السؤال الأول:

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 6$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 2$

2) $f(2)=0$ قيمة محلية صغرى

3) 8 ، $y = 4$

4) $y=2$, $y=6$

5) $]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$

السؤال الثاني:

1) $f(0)=0$, $g(0)=0$

$\Rightarrow f(0)=g(0)$

$f'(x) = \dfrac{1}{x+1} \Rightarrow f'(0)=1$

$g'(x) = \dfrac{1+x^2}{(1-x)^2} \Rightarrow g'(0)=1$

$\Rightarrow g'(0)=f'(0)$

$\Leftarrow$ التابعان f و g متماسان بالمبدأ

$y = 1(x-0)+0$

$y = x$

2) $\displaystyle\int_2^x \frac{t}{1-t^2}\,dt$ ~~=~~ $\dfrac{1}{2}\left[\ln|1-t^2|\right]_2^x$

طريقة 2

$$\frac{t}{1-t^2} = \frac{t}{(1-t)(1+t)} = \frac{a}{(1-t)} + \frac{b}{1+t}$$

$$\frac{t}{(1+t)(1-t)} = \frac{a+at+b-bt}{(1+t)(1-t)}$$

بالمطابقة:

$a+b=0 \Rightarrow a=-b$

$a-b=1 \Rightarrow -b-b=1$

$-2b=1 \Rightarrow \boxed{b=-\frac{1}{2}}$

$\boxed{a=\frac{1}{2}}$

$$\frac{t}{1-t^2} = \frac{\frac{1}{2}}{1-t} + \frac{-\frac{1}{2}}{1+t}$$

$$\int_0^x \frac{t}{1-t^2}\,dt = \frac{1}{2}\int_0^x \frac{-1}{1-t}\,dt - \frac{1}{2}\int_0^x \frac{1}{1+t}\,dt$$

$$= -\frac{1}{2}\left[\ln|1-t| + \ln|1+t|\right]_2^x = \dots$$

~~$= -\frac{1}{2}[\ln|1-x| + \ln|1+x|]$~~

السؤال الثالث:

$e^{2x} - 5e^{x} \leq -4$

$e^{2x} - 5e^{x} + 4 \leq 0$

نفرض $e^x = t$

$t^2 - 5t + 4 \leq 0$

$t^2 - 5t + 4 = 0$

$(t-4)(t-1)=0$

$t = 4 \Rightarrow e^x = 4$

$x = \ln 4 \Rightarrow x = 2\ln 2$

$t = 1 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow x = 0$

x	$-\infty$		0		$2\ln 2$		$+\infty$
الإشارة		$+$	0	$-$	0	$+$	

لأن رمز المتباينة سالب

$S = [0, 2\ln 2]$

السؤال الرابع:

1)
- $\frac{1}{2}$ النجاح
  - $\frac{1}{3}$ النجاح
  - $\frac{2}{3}$ الفشل
- $\frac{1}{2}$ الفشل
  - $\frac{1}{5}$ النجاح
  - $\frac{4}{5}$ الفشل

2) A: حدث نجاح سعاد في الحلقة الثانية

$$P(A) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5} = \frac{16}{60} = \frac{4}{15}$$

B: حدث نجاح سعاد في الحلقة الأولى

$$P(B \backslash A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{4}{15}} = \frac{5}{8}$$

السؤال الخامس:

عدد طرق اختيار الآحاد : 5

عدد طرق اختيار العشرات : 4

عدد طرق اختيار المئات : 3

حسب المبدأ الأساسي بالعد:

$5\times4\times3=60$ طريقة

عدد طرق اختيار الآحاد : 1

عدد طرق اختيار العشرات : 5

عدد طرق اختيار المئات : 5

حسب المبدأ الأساسي بالعد:

$1\times5\times5=25$ طريقة

ثانياً: التمرين الأول:

$\boxed{1}$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 2x-\sqrt{x^2+5}$$

$$\lim_{x\to+\infty} 2x-\sqrt{x^2\left(1+\frac{5}{x^2}\right)}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left(2x-x\sqrt{1+\frac{5}{x^2}}\right)$$

$$\lim_{x\to+\infty} x\left(2-\sqrt{1+\frac{5}{x^2}}\right)=+\infty$$

$$f'(x)=2-\frac{2x}{2\sqrt{x^2+5}}$$

$$=2-\frac{x}{\sqrt{x^2+5}}$$

$$=\frac{2\sqrt{x^2+5}-x}{\sqrt{x^2+5}} \Rightarrow f'(x)=0$$

$$2\sqrt{x^2+5}-x=0$$

$$2\sqrt{x^2+5}=x$$

$$4(x^2+5)=x^2$$

$$4x^2+20=x^2 \Rightarrow 3x^2+20=0$$

مستحيلة الحل.

$f'(x)>0$

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

$\boxed{2}$ نلاحظ أن التابع $f(x)$ مستمر ومتزايد تماماً على المجال R فهو مستمر ومتزايد تماماً على المجال $]1,2[$

$f(1)=2-\sqrt{6}<0$

$f(2)=1>0$

$f(1)\times f(2)<0$

$\Leftarrow$ للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في $]1,2[$

لنجد الحل: $f(x)=0 \Rightarrow 2x-\sqrt{x^2+5}=0$

شرط الحل: $2x=\sqrt{x^2+5}$

$\left.\begin{array}{l}2x\geq 0\\ x^2+5\geq 0\end{array}\right]$ محقق $\quad [0,+\infty[$

$4x^2=x^2+5$

$3x^2-5=0 \Rightarrow x^2=\frac{5}{3}$

$x=+\sqrt{\frac{5}{3}}$ مقبول ، $x=-\sqrt{\frac{5}{3}}$ مرفوض

ملاحظة:

$g(x)=f(\sin x)$

$\boxed{3}$

$$g'(x)=f'(\sin x).(\sin x)'$$

$$=\left(2-\frac{\sin x}{\sqrt{\sin^2 x+5}}\right)(\cos x)$$

$$=2\cos x-\frac{\sin x\cos x}{\sqrt{\sin^2 x+5}}$$

التمرين الثاني:

$\boxed{1}$

$$X_G=\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C+\delta x_D}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}$$

$$=\frac{1+4+4+0}{6}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$$

$$Y_G=\frac{-1+2+6+0}{6}=\frac{7}{6}$$

$$Z_G=\frac{2+0+2+2}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

$$G\left(\frac{3}{2},\frac{7}{6},\frac{1}{3}\right)$$

$\boxed{2}$ بما أن G مركز الأبعاد لـ $(A,1)$ و $(B,2)$ و $(C,2)$ و $(D,1)$

$$\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\|=\|6\overrightarrow{MG}\|$$

$$\|6\overrightarrow{MG}\|=6$$

$$\Rightarrow \|\overrightarrow{MG}\|=1$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مجموعة النقاط M هي كرة مركزها G
ونصف قطرها R = 1

[3]

$$(x-\frac{3}{2})^2+(y-\frac{7}{6})^2+(z-\frac{1}{3})^2=1$$

التمرين الثالث: [1]

$$u_n = \frac{a}{2n-1} + \frac{b}{2n+1}$$

$(2n+1)$ $\quad$ $(2n-1)$

$$\frac{1}{(2n+1)(2n-1)} = \frac{2na+a+2nb-b}{(2n+1)(2n-1)}$$

$$\frac{1}{\dots} = \frac{n(2a+2b)+a-b}{\dots}$$

$$2a+2b=0$$
$$a-b=1$$

$$a=\frac{1}{2} \quad , \quad b=-\frac{1}{2}$$

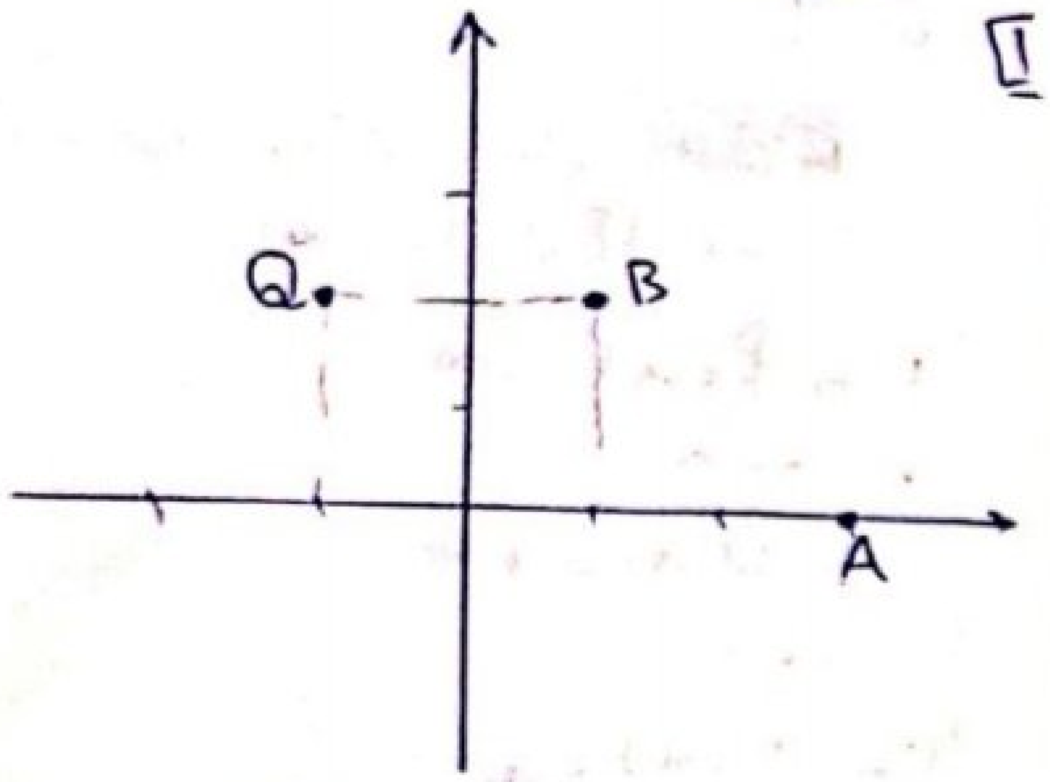
$$u_n = \frac{\frac{1}{2}}{2n-1} + \frac{-\frac{1}{2}}{2n+1}$$

[2] $$S_n = -\frac{1}{2} + \frac{-\frac{1}{2}}{2n+1}$$

$$\lim S_n = -\frac{1}{2}+0 = -\frac{1}{2}$$

التمرين الرابع:

[1]



[2] $Z_N = e^{\frac{\pi}{2}i}(Z_A)$

$Z_N = i(3) = 3i$

[3] $OQ = RN$

$Z_Q - Z_O = Z_N - Z_R$

$-1+2i-0 = 3i - Z_R$

$\Rightarrow Z_R = 1+i$

[4] $\overrightarrow{OR}(1,1)$, $\overrightarrow{AB}(-2,2)$

$\overrightarrow{OR}\cdot\overrightarrow{AB} = (1,1)\cdot(-2,2) = 0$

⇐ (OR) و (AB) متعامدان .

$OR = \sqrt{2}$

$AB = 2\sqrt{2}$

$OR = \frac{1}{2}AB$

$\sqrt{2} = \frac{1}{2}(2\sqrt{2}) \Rightarrow \sqrt{2}=\sqrt{2}$

المسألة الأولى:

$f(x)-y = 2x-1-\ln\frac{x+1}{x-1}-2x+1$

$= -\ln\frac{x+1}{x-1}$

$\Rightarrow \lim_{x\to\infty} -\ln\frac{x+1}{x-1} = -\ln(1) = 0$

⇐ $y=2x-1$ مقارب مائل في جوار
$-\infty , +\infty$.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

دراسة الوضع النسبي:

x	$-\infty$ -1	$+1$	$+\infty$
الإشارة	$+$		$-$
الوضع النسبي	Δ فوق C		Δ تحت C

2) f مستمرة واشتقاقية على $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-1^-} f(x) = +\infty$ $x=-1$ مقارب شاقولي

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = -\infty$ $x=1$ مقارب شاقولي

$$f'(x) = 2 - \frac{\frac{x-1-x-1}{(x-1)^2}}{\frac{x+1}{x-1}}$$

$$= 2 - \frac{-2}{(x-1)^2}\cdot\frac{x-1}{(x+1)}$$

$$= 2 + \frac{2}{(x^2-1)} = \frac{2x^2}{x^2-1}$$

$f'(x)=0 \Rightarrow 2x^2=0$

$x = 0 \notin D$

x	$-\infty$ -1	$+1$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow +\infty$

3) $f(x)+f(-x)$

$$= 2x-1-\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)-2x-1-\ln\left(\frac{1-x}{x+1}\right)$$

$$= -\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)-\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)-2$$

$$= -\ln\left[\frac{x+1}{x-1}\cdot\frac{x-1}{x+1}\right]-2$$

$$= -\ln(1)-2 = -2$$

4) لنحقق الشرطين

$\forall x \in]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

$2a - x \in]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$

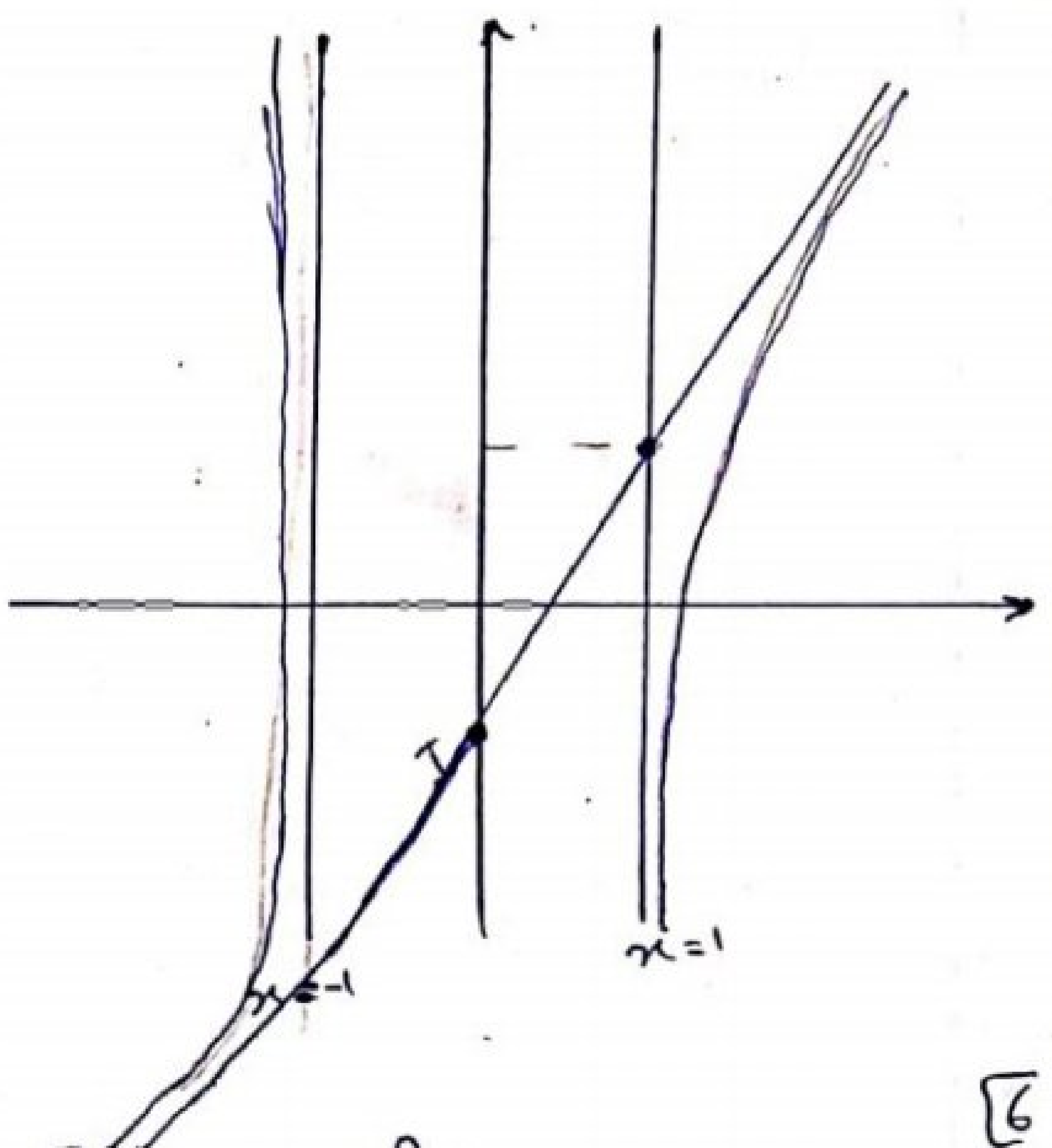
نحقق أن:

$2a - x = -x$

$f(2a-x)+f(x) = 2b$

$f(-x)+f(x) = 2$

فالنقطة $I(0,-1)$ مركز تناظر لـ C_f .



6) $g(x) = -f(x)$

C_g نظير C_f بالنسبة لمحور الفواصل

المسألة الثانية:

1) $A(0,0,0)$ $B(1,0,0)$ $D(0,1,0)$

$E(0,0,1)$ $H(0,1,1)$ $C(1,1,0)$

$F(1,0,1)$ $G(1,1,1)$ $I(\frac{1}{2},0,1)$

$J(1,\frac{1}{2},1)$ $K(1,0,\frac{1}{2})$

2) $\vec{IJ}(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$ $\vec{IK}(\frac{1}{2},0,-\frac{1}{2})$

نفرض $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n} \perp \vec{IJ} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{IJ} = 0$

$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b = 0$ --- (1)

$\vec{n} \perp \vec{IK} \Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{IK} = 0$ ---

$\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}c = 0$ --- (2)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

نفرض $a=1$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}b = 0 \Rightarrow b = -1$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}c = 0 \Rightarrow c = 1$

$\Rightarrow \vec{n}\,(1,-1,1)$

$1(x-\frac{1}{2}) - y + (z-1) = 0$

$x - y + z - \frac{3}{2} = 0$

$\boxed{3}$

$\vec{u}_d = \vec{n}$

$$d: \begin{cases} x = t+1 \\ y = -t \\ z = t+1 \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

$\boxed{4}$ نعوض المعادلات الوسيطية بمعادلة المستوي:

$t + 1 + t + t + 1 - \frac{3}{2} = 0$

$3t + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{6}$

$N(\frac{5}{6}, +\frac{1}{6}, \frac{5}{6})$

$\boxed{5}$

$V = \frac{1}{3} S_{(IJK)} \cdot h$

$h = dist(F, IJK) = \frac{|1 - 0 + 1 - \frac{3}{2}|}{\sqrt{1+1+1}}$

$= \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

$IJ = \frac{1}{\sqrt{2}}, IK = \frac{1}{\sqrt{2}}, JK = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftarrow IJ = IK = JK$

المثلث IJK متساوي الأضلاع

$S_{(IJK)} = \frac{\sqrt{3}}{4}(a)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (\frac{1}{\sqrt{2}})^2 = \frac{\sqrt{3}}{8}$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{48}$

$\boxed{6}$

$dist(F, IJK) = R = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

$(x-1)^2 + (y)^2 + (z-1)^2 = \frac{1}{12}$

$\boxed{7}$

$3\vec{CM} = \vec{BA} + \vec{DE}$

$M(x,y,z)$

$$3\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$3x - 3 = -1 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$

$3y - 3 = -1 \Rightarrow y = \frac{2}{3}$

$3z = 1 \Rightarrow z = \frac{1}{3}$

$M(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3})$

أي $\vec{CM} = \frac{1}{3}\vec{CE}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner