الفصل الثالث

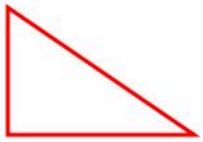
المثلثات المتطابقة

(1 – 3) تصنيف المثلثات

تصنف المثلثات

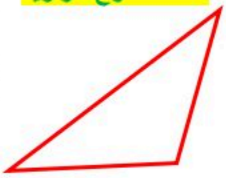
وفق الزوايا

مثلث قائم الزاوية



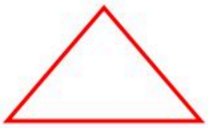
احدى الزوايا قائمة

مثلث منفرج الزاوية



احدى الزوايا منفرجة

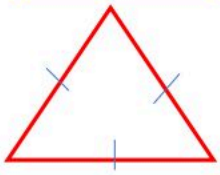
مثلث حاد الزوايا



3 زوايا حادة

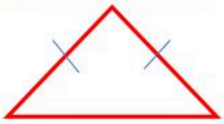
وفق الأضلاع

مثلث متطابق الأضلاع



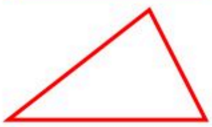
3 أضلاع متطابقة

مثلث متطابق الضلعين



ضلعان على الأقل متطابقان

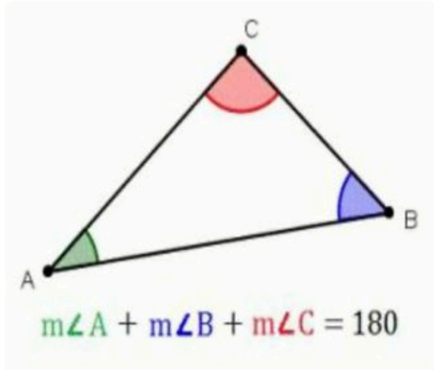
مثلث مختلف الأضلاع



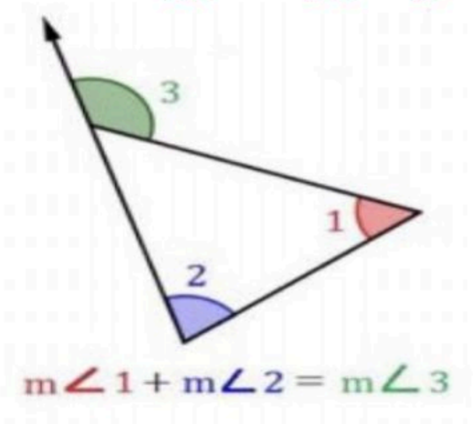
لا توجد أضلاع متطابقة

(2 – 3) زوايا المثلث

مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية :



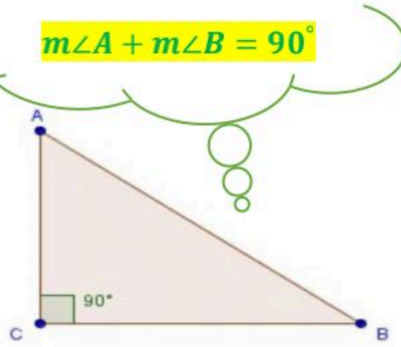
نظرية الزاوية الخارجية للمثلث :



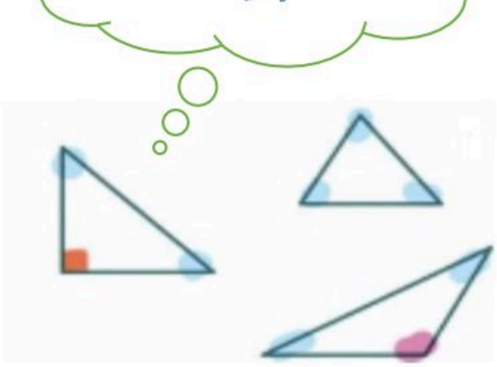
زوايا المثلث

الزاويتان الحادتان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان :

$m\angle A + m\angle B = 90^{\circ}$

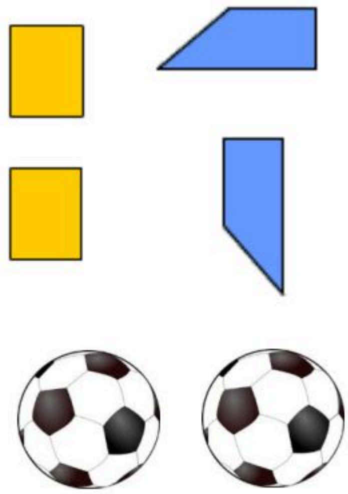


توجد زاوية قائمة واحدة أو منفرجة واحدة على الأكثر في أي مثلث .

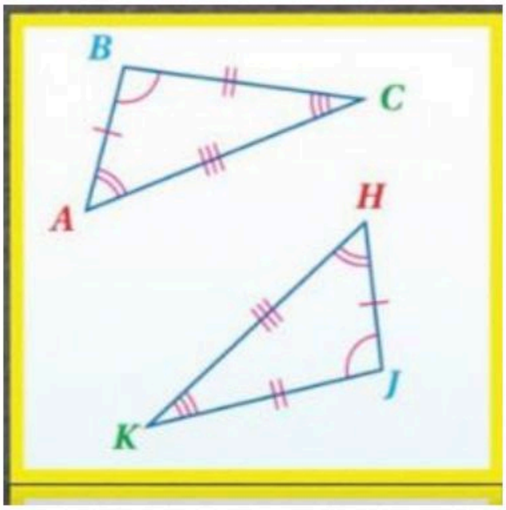


(3 – 3) المثلثات المتطابقة

متطابقة



غير متطابقة



الأضلاع المتناظرة

$\overline{AB} \cong \overline{HJ}$

$\overline{BC} \cong \overline{JK}$

$\overline{CA} \cong \overline{KH}$

الزوايا المتناظرة

$\angle A \cong \angle H$

$\angle B \cong \angle J$

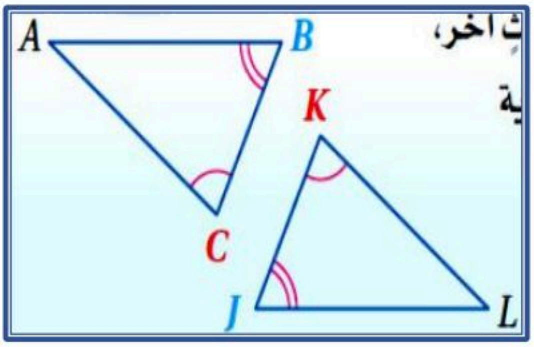
$\angle C \cong \angle K$

عبارة التطابق

$\triangle ABC \cong \triangle HJK$

(3 – 3) المثلثات المتطابقة

نظرية الزاوية الثالثة



إذا كانت :

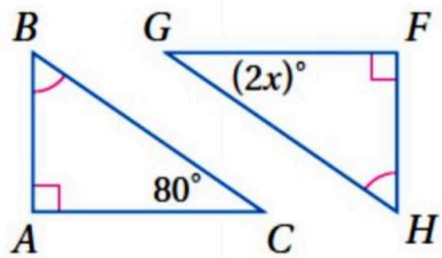
$\angle C \cong \angle K$

$\angle B \cong \angle J$

فإن :

$\angle A \cong \angle L$

مثال :



إذا كانت :

$\angle A \cong \angle F$ $\quad$ $\angle B \cong \angle H$

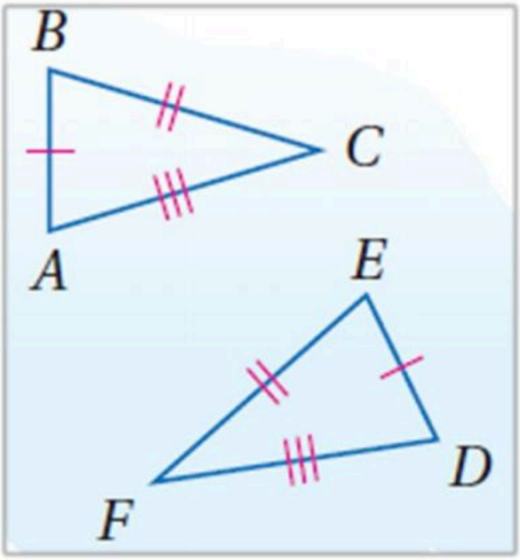
فإن : $\angle G \cong \angle C$

$$2x = 80$$

$$x = 40$$

(4 – 3) إثبات تطابق المثلثات SSS , SAS

مسلمة 3.1 : **التطابق بثلاثة أضلاع** (SSS)



إذا كان

$\overline{AB} \cong \overline{DE}$

$\overline{BC} \cong \overline{EF}$

$\overline{AC} \cong \overline{DF}$

فإنَّ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

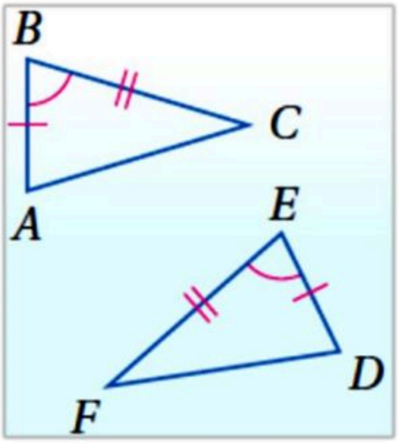
S اختصار لـ Side ضلع

A اختصار لـ Angle زاوية

الرمز $\cong$ يطابق

الرمز $\ncong$ لا يطابق

مسلمة 3.2: **التطابق بضلعان و الزاوية المحصورة بينهما** (SAS)



إذا كان

$\overline{AB} \cong \overline{DE}$

$\angle B \cong \angle E$

$\overline{BC} \cong \overline{EF}$

فإنَّ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

(3 – 5) إثبات تطابق المثلثات AAS , ASA

ASA

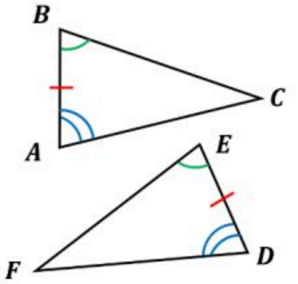
إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقان .

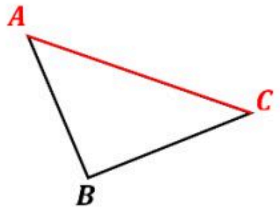
إذا كانت : $\angle A \cong \angle D$

$\overline{AB} \cong \overline{DE}$

$\angle B \cong \angle E$

فإن : $\Delta ABC \cong \Delta DEF$



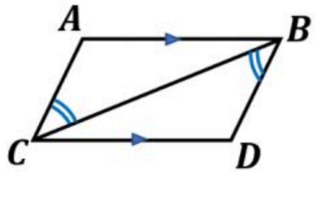


الضلع الواقع بين زاويتين متتاليتين لمضلع يسمى الضلع المحصور .

مثال

اكتب برهانًا: المعطيات : $AB \parallel CD$ ، $\angle CBD \cong \angle BCA$ المطلوب : $\Delta CAB \cong \Delta BDC$

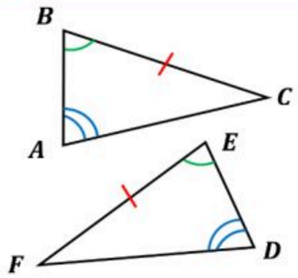
العبارات	المبررات
$\angle CBD \cong \angle BCA$, $AB \parallel CD$	معطيات
$\angle ABC \cong \angle DCB$	الزوايا المتبادلة
$\overline{CB} \cong \overline{CB}$	خاصية الانعكاس
$\Delta CAB \cong \Delta BDC$	ASA



(5 – 3) إثبات تطابق المثلثات AAS , ASA

AAS

إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقان .



إذا كانت : $\angle A \cong \angle D$

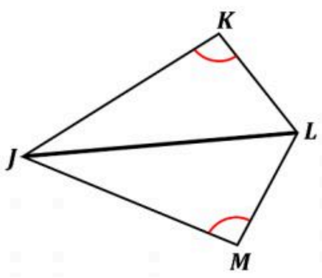
$\angle B \cong \angle E$

$\overline{BC} \cong \overline{EF}$

فإن : $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

مثال

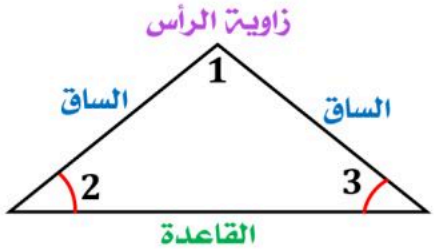
اكتب برهانًا: المعطيات : $\angle K \cong \angle M$ **،** JL **تنصف** $\angle KLM$ **، المطلوب :** $\Delta JKL \cong \Delta JML$



العبارات	المبررات
$\angle K \cong \angle M$ ، JL تنصف $\angle KLM$	معطيات
$\angle KLJ \cong \angle MLJ$	تعريف منصف الزاوية
$\overline{JL} \cong \overline{JL}$	خاصية الانعكاس
$\Delta JKL \cong \Delta JML$	AAS

(6 – 3) المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

خصائص المثلث المتطابق الضلعين

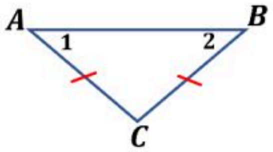


يسمى الضلعان المتطابقان الساقين.

الزاوية التي ضلعاها الساقان تسمى زاوية الرأس .

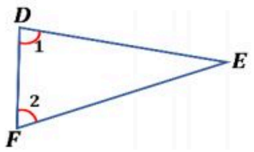
يسمى الضلع المقابل لـ زاوية الرأس القاعدة .

الزاويتان المكونتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تسميان زاويتي القاعدة .



إذا تطابق ضلعان في مثلث ، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان .

مثال: إذا كان $\overline{BC} \cong \overline{AC}$ ، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$

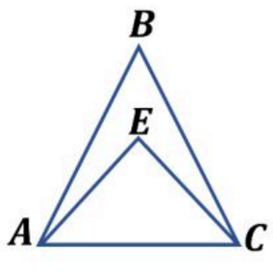


إذا تطابقت زاويتان في مثلث ، فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقان .

مثال: إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$ ، فإن $\overline{DE} \cong \overline{FE}$

مثال

باستعمال الشكل المجاور ؛ أجب عما يأتي :



- إذا كان $\overline{CB} \cong \overline{AB}$ ، فسمّ زاويتين متطابقتين .

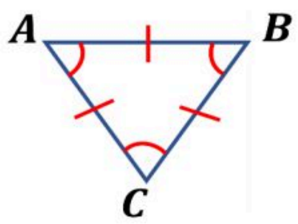
$\angle ACB \cong \angle CAB$

- إذا كان $\angle ECA \cong \angle EAC$ ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين .

$\overline{EC} \cong \overline{EA}$

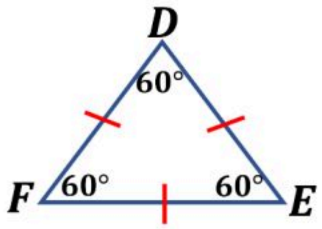
(6 – 3) المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

خصائص المثلث المتطابق الأضلاع



يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا .

إذا كان : $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ ، فإن : $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$

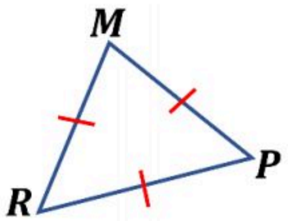


قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع $60°$

إذا كان $\overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FD}$ فإن : $m\angle E \cong m\angle F \cong m\angle D = 60°$

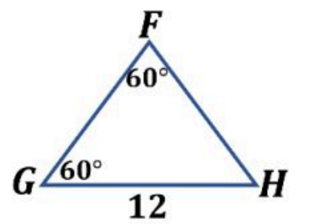
مثال

أوجد قياس كلا من :



$m\angle MPR$

$m\angle MPR = 60°$



FH

$FH = 12$

(3 – 7) المثلثات والبرهان الإحداثي

البرهان الإحداثي

برهان يستعمل الأشكال في المستوى الإحداثي و الجبر لإثبات صحة المفاهيم الهندسية .

خطوات البرهان الإحداثي

3	2	1
نستعمل البرهان الاحداثي	**إيجاد الاحداثيات**	**تمثيل الشكل في المستوى الإحداثي**
أهم القوانين المستخدمة في البرهان الاحداثي : **قانون نقطة المنتصف** $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ **قانون الميل** $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ **قانون المسافة بين نقطتين** $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$	**-احداثيات الرأس الذي يقع عند نقطة الأصل (0 , 0).** **- الرأس الذي يقع على محور x يكون إحداثي y له يساوي صفر .** **-الرأس الذي يقع على محور y يكون إحداثي x له يساوي صفر .** **-قد نستخدم قانون نقطة المنتصف لإيجاد بعض الرؤوس .**	1 **-نجعل نقطة الأصل رأساً للمثلث.** 2 **-نرسم ضلعًا واحداً على الأقل من أضلاع المثلث على أحد المحورين .** 3 **-نرسم المثلث في الربع الأول إن أمكن .** 4 **-نستعمل الاحداثيات التي تجعل الحسابات أبسط ما يمكن .**

تصنيف المثلثات

يمكن تصنيف المثلثات (حسب أضلاعها) باستعمال البرهان الاحداثي وذلك باتباع الخطوات التالية :

1 - **تحديد الإحداثيات على المستوى .**
2 -**رسم شكل تقريبي للمثلث .**
3 -**إيجاد أطوال الأضلاع باستخدام قانون المسافة بين نقطتين و المقارنة بينها .**

الفصل الرابع

العلاقات والمثلثات

1 – 4 المنصفات في المثلث	الدرس	اختبر نفسك
2 - 4 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث	الدرس	اختبر نفسك
3- 4 المتباينات في المثلث	الدرس	اختبر نفسك
4 – 4 البرهان الغير مباشر	الدرس	اختبر نفسك
5 – 4 متباينة المثلث	الدرس	اختبر نفسك
6 - 4 المتباينات في مثلثين	الدرس	اختبر نفسك

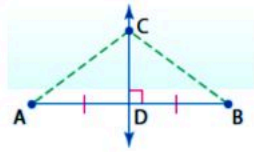
(1 – 4) المنصفات في المثلث

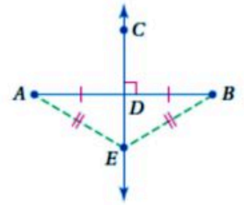
نظرية العمود المنصف

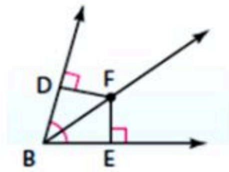
كل نقطة على العمود المنصف لقطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفي القطعة المستقيمة والعكس صحيح.

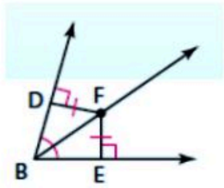
نظرية منصف الزاوية

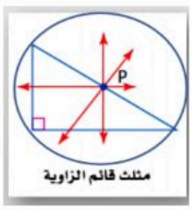
كل نقطة على منصف زاوية تكون على بعدين متساويين من ضلعيها والعكس صحيح.

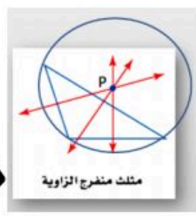


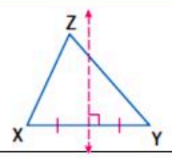
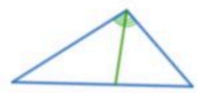


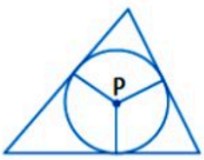






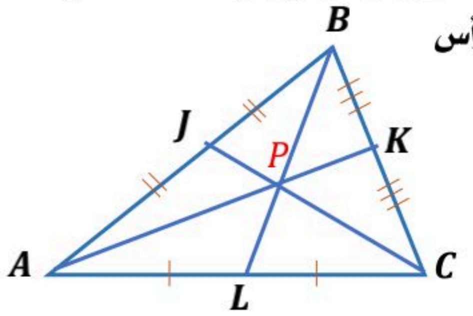


المستقيم	العمود المنصف	منصف الزاوية
الرسم		
تعريفه	مستقيم عمودي على القطعة ويمر بمنتصفها	هو نصف مستقيم يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين
عددها	3	3
موقعها	داخل أو خارج أو على المثلث	داخل المثلث
نقطة التلاقي	مركز الدائرة الخارجية	مركز الدائرة الداخلية
خاصيتها	تبعد البعد نفسه عن رؤوس المثلث	تبعد البعد نفسه عن أضلاع المثلث



(2 - 4) القطعة المتوسطة والارتفاعات في المثلث

نظرية مركز المثلث: يبعد مركز المثلث عن كل رأس من رؤوس المثلث ثلثي طول القطعة المستقيمة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له.

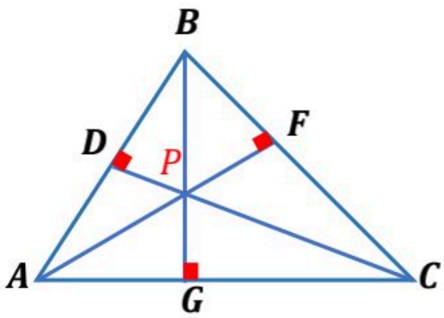


مثال:

إذا كانت P مركزΔABC فإن

$$AP = \frac{2}{3}AK\,,\ BP = \frac{2}{3}BL\,,\ CP = \frac{2}{3}CJ$$

ملتقى الارتفاعات: تتقاطع المستقيمات التي تحوي ارتفاعات أي مثلث في نقطة تسمى ملتقى الارتفاعات.

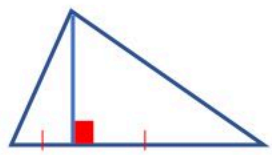


مثال: تتقاطع المستقيمات التي تحوي الارتفاعات $\overline{AF}\,,\ \overline{BG}\,,\ \overline{CD}$ عند النقطة P

وهي ملتقى الارتفاعات للمثلث ABC.

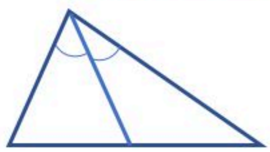
قطع مستقيمة ونقاط خاصة في المثلث

العمود المنصف:



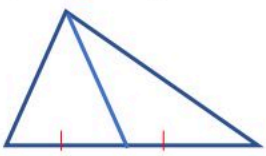
نقطة التلاقي: مركز الدائرة الخارجية.

منصف الزاوية:



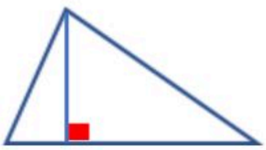
نقطة التلاقي: مركز الدائرة الداخلية.

القطعة المتوسطة:



نقطة التلاقي: مركز المثلث.

الارتفاع:



نقطة التلاقي: ملتقى الارتفاعات.

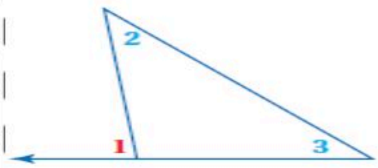
(3 - 4) المتباينات في المثلث

المتباينات في المثلث

نظرية متباينة الزاوية الخارجية:

قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أي من الزاويتين البعيدتين عنها .

مثال :



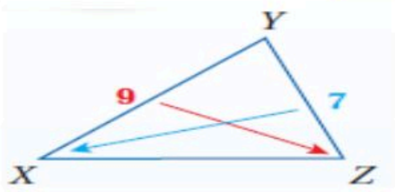
$m\angle 1 > m\angle 2$

$m\angle 1 > m\angle 3$

نظرية متباينة ضلع – زاوية:

إذا كان أحد إضلاع مثلث أطول من ضلع آخر فإن قياس الزاوية المقابلة للضلع الأطول يكون أكبر من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأقصر .

مثال :



بما أن $XY > YZ$

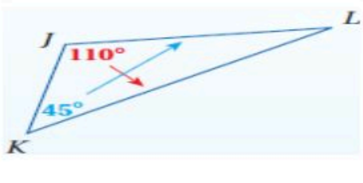
فإن :

$m\angle Z > m\angle X$

نظرية متباينة زاوية – ضلع :

إذا كان قياس احدى زوايا مثلث أكبر من قياس زاوية أخرى ، فإن الضلع المقابل للزاوية الكبرى يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الصغرى .

مثال :



بما أن : $m\angle J > m\angle K$

فإن : $KL > JL$

(4 - 4) البرهان الغير مباشر

البرهان

برهان مباشر : يستعمل فيه التبرير مباشر تبدأ بمعطيات صحيحة و تثبت أن النتيجة صحيحة .

برهان غير مباشر : يستعمل فيه التبرير الغير مباشر حيث تفترض أن النتيجة خاطئة مما يؤدي الى تناقض مع المعطيات .

خطواته

1-حدد النتيجة التي ستبرهنها ، ثم افترض خطأها وذلك بافتراض نفيها صحيح .

2-استعمل التبرير المنطقي لتبين أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات أو تعريف أو مسلمة أو نظرية .

3- بما أن الافتراض الذي بدأت فيه أدى إلى تناقض فيبين أن النتيجة الأصلية المطلوب إثباتها يجب أن تكون صحيحة .

صياغة افتراض للبدء في برهان غير مباشر

مثال :

النقاط $\mathcal{J}, \mathcal{K}, \mathcal{L}$ تقع على استقامة واحدة.

الافتراض :

النقاط $\mathcal{J}, \mathcal{K}, \mathcal{L}$ لا تقع على استقامة واحدة.

يستعمل لإثبات

صحة المفاهيم الجبرية :

مثال/ اكتب برهانًا غير مباشرًا لتبين أنه :

إذا كان $-3x + 4 > 16$ فإن $x < -4$

المواقف الحياتية :

مثال/ سجل فهد 13 هدفًا لصالح فريقه المدرسي في المباريات الست الأخيرة . أثبت أن متوسط عدد الأهداف التي سجلها في كل مباراة كان أقل من 3

صحة العبارات الهندسية :

أثبت أن قياس الخارجية لمثلث يكون أكبر من قياس كل من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها.

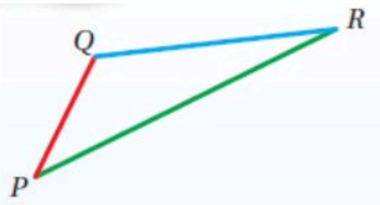
مفاهيم نظرية الأعداد :

مثال/ اكتب برهانًا غير مباشرًا لإثبات أنه إذا كان $x + 2$ عددًا زوجيًا ، فإن x عدد زوجي. يرمز للعدد الزوجي $2k$ ويرمز للعدد الفردي $2k + 1$

(5 - 4) متباينة المثلث

نظرية متباينة المثلث

مجموع طولَي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.



أمثلة $PQ + QR > PR$

$QR + PR > PQ$

$PR + PQ > QR$

مثال : حدد ما إذا كانت القياسات التالية $17in$, $15in$, $8in$ تمثل أطوال أضلاع مثلث م لا ؟

تحقق من صحة كل متباينة.

$8 + 15 \overset{?}{>} 17$	$8 + 17 \overset{?}{>} 15$	$15 + 17 \overset{?}{>} 8$
✔ $23 > 17$	✔ $25 > 15$	✔ $32 > 8$

بما أنّ مجموع طولَي أيِّ قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإنّ القطع المستقيمة التي أطوالها 17 , 15 , 8 تكوّن مثلثًا.

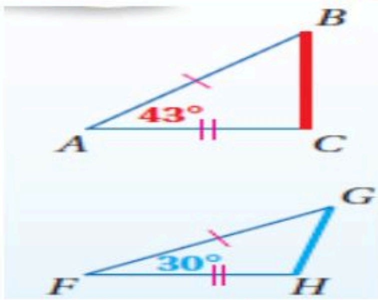
(6 - 4) المتباينات في مثلثين

المتباينات في مثلثين

متباينة SAS:

إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر ، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني ، فإن الضلع الثالث في المثلث الأول يكون أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني .

مثال :

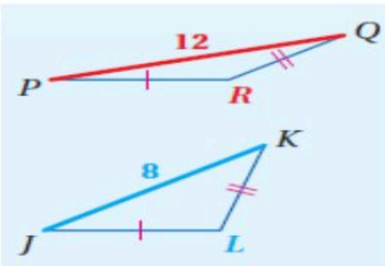


إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{FG}, \overline{AC} \cong \overline{FH}, m\angle A > m\angle F$ ،
فإنّ $BC > GH$.

عكس متباينة SAS (SSS):

إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني ، فإن قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول يكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني .

مثال :



إذا كان: $\overline{PR} \cong \overline{JL}, \overline{QR} \cong \overline{KL}, PQ > JK$ ،
فإن $m\angle R > m\angle L$.

الفصل الأول

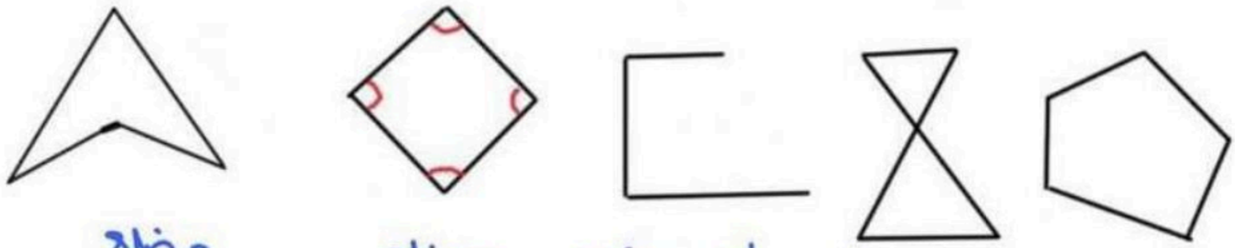
الأشكال الرباعية

زوايا المضلع

المضلع: هو شكل مغلق يتكون من ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر

بشرط:

1. لا يتقاطع بعضها مع بعض ..
2. غير مفتوح ..



زوايا المضلع

- مجموع الزوايا الداخلية للمضلع المحدب: $S=(n-2)180^\circ$
- مجموع الزوايا الخارجية للمضلع المحدب: دائما $=360^\circ$
- قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم: $X=\frac{(n-2)180^\circ}{n}$
- قياس الزاوية الخارجية في مضلع منتظم: $X=\frac{360^\circ}{n}$

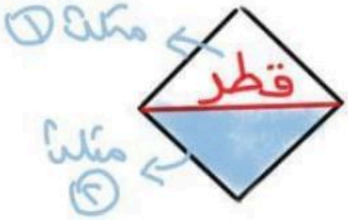
حيث S مجموع الزوايا الداخلية
n عدد الأضلاع
X قياس الزاوية الواحدة

الزاوية الداخلية والزاوية الخارجية لأي مضلع محدب متكاملة لأنها متجاورة على خط مستقيم ..

الزاوية الداخلية = $180^\circ -$ الزاوية الخارجية

الزاوية الخارجية = $180^\circ -$ الزاوية الداخلية

* عدد المثلثات في مضلع = $n-2$
* عدد الأقطار في مضلع = $n-3$



عدد الأضلاع n لمضلع المحدب

عندما يكون المعطى زاوية خارجية في مضلع منتظم

$$n = \frac{360^\circ}{\text{الزاوية الخارجية}}$$

عندما يكون المعطى مجموع الزوايا الداخلية لأي مضلع

$$n = \frac{S}{180^\circ} + 2$$

عندما يكون المعطى زاوية داخلية في مضلع منتظم

$$n = \frac{360^\circ}{(180^\circ - \text{زاوية الداخلية})}$$

* اوجد عدد الاضلاع لمضلع منتظم اذا كان قياس زاويته الخارجية = 40° !؟

$$n = \frac{360^\circ}{40^\circ}$$

$n = 9$ أضلاع

* اوجد عدد الاضلاع لمضلع مجموع قياسات زواياه الداخلية = 360°

$$n = \frac{360}{180^\circ} + 2$$

$n = 4$ أضلاع

* اوجد عدد الاضلاع لمضلع منتظم اذا كان قياس زاويته الداخلية يساوي 135°

$$n = \frac{360^\circ}{(180^\circ - 135^\circ)}$$

$n = 8$ أضلاع

أمثلة توضيحية

* أوجد مجموع الزوايا الداخلية للمضلع السداسي ؟!

$$S = (n-2)\,180^\circ$$

$$S = (6-2)\,180^\circ$$

$$S = (4)\,180^\circ$$

$$S = 720^\circ$$

* أوجد مجموع الزوايا الخارجية لمضلع سداسي ؟! 360°

* اوجد قياس الزاوية الخارجية الواحدة في السداسي المنتظم ؟!

$$X = \frac{360^\circ}{6}$$

$$X = 60^\circ$$

* أوجد قياس الزاوية الداخلية في المضلع السداسي المنتظم ؟!

$$X = \frac{(6-2)\,180^\circ}{6}$$

$$X = \frac{(4)\,180^\circ}{6}$$

$$X = 120^\circ$$

ملحوظة

عدد المثلثات

بالتقسيم من رأس واحد

$(n-2)$

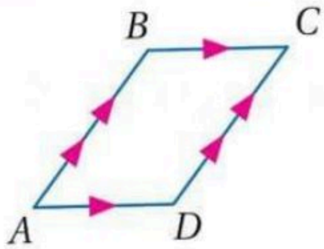
عدد الأقطار

المنطلقة من رأس واحد

$(n-3)$

متوازي الأضلاع

هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين
يرمز له بالرمز ▱



في ▱ABCD نجد أن :

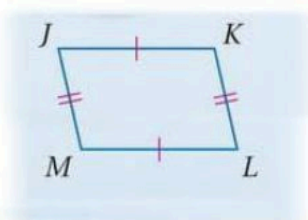
$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ و $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$

خصائصه

كل ضلعين متقابلين متطابقان

$\overline{JK} \cong \overline{ML}$

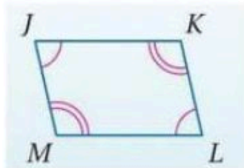
$\overline{JM} \cong \overline{KL}$



كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

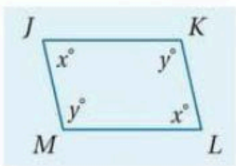
$\angle J \cong \angle L$

$\angle K \cong \angle M$

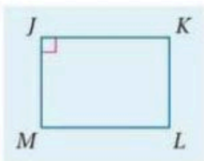


كل زاويتين متحالفتين متكاملتين

$x^\circ + y^\circ = 180^\circ$



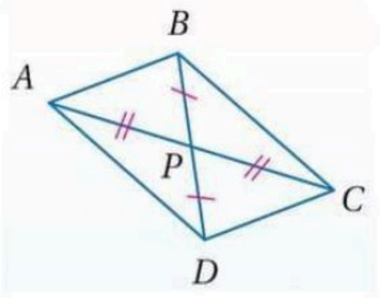
إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة فإن زواياه الأربع قوائم



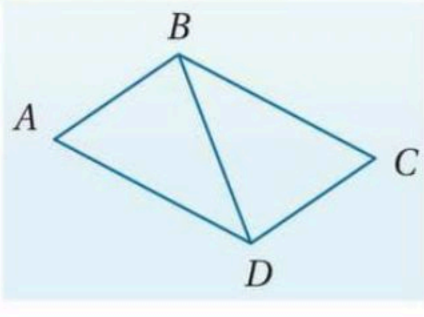
أقطاره

قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر

$\overline{AB} \cong \overline{PC}$ و $\overline{DP} \cong \overline{PB}$



قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين



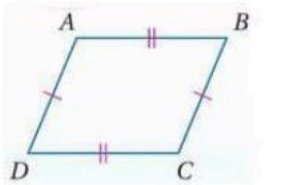
تمييز متوازي الأضلاع

لتحديد أن الشكل الرباعي متوازي اضلاع يمكننا استعمال صيغة نقطة المنتصف فإذا كانت نقطتا المنتصف للقطرين متساويين فإن القطرين ينصف كل منهما الآخر وبالتالي الشكل متوازي أضلاع ..

شروط متوازي الأضلاع

لأي شكل رباعي متى يكون متوازي اضلاع

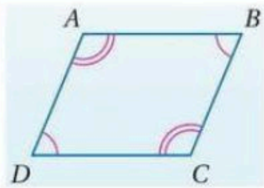
- إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين



$\overline{AD} \cong \overline{BC}$

$\overline{AB} \cong \overline{DC}$

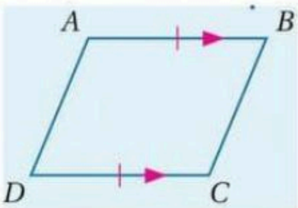
- إذا كانت كل زاويتين متقابلتين متطابقتين



$\angle A \cong \angle C$

$\angle B \cong \angle D$

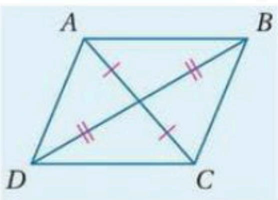
- إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيان و متطابقين



$\overline{AB} \cong \overline{DC}$

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

- اذا كان قطرا الشكل الرباعي ينصف كل منهما الآخر



القطرين ينصف كل منهما الآخر

فإن ABCD متوازي أضلاع

لتمييز متوازي الأضلاع في المستوى الإحداثي

صيغة الميل

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

صيغة المسافة بين نقطتين

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

صيغة نقطة المنتصف

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2} , \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

المستطيل

هو متوازي أضلاع زواياه الأربعة قوائم

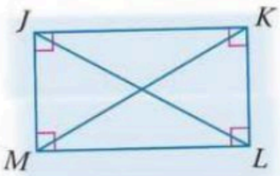
خصائصه

1. الزوايا الأربع قوائم
2. كل زاويتين متقابلتين متطابقتين
3. القطران ينصف كل منهما الآخر
4. كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتطابقين
5. كل زاويتين متحالفتين متكاملتين

قطرا المستطيل

إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلا فإن قطراه متطابقين ..

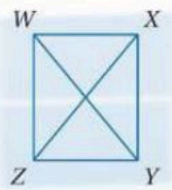
إذا كان □JKLM فإن $\overline{JL} \cong \overline{MK}$



* متى يكون متوازي الأضلاع مستطيلاً ؟

إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين فإنه مستطيل

*مثال: في □WXYZ إذا كان $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ فإنه مستطيل



كل مستطيل متوازي أضلاع

لكن ليس كل متوازي أضلاع مستطيل ..

لتمييز المستطيل في المستوى الإحداثي باستعمال

صيغة الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

صيغة المسافة بين نقطتين

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

المعين والمربع

المعين : متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة ..

قطراه

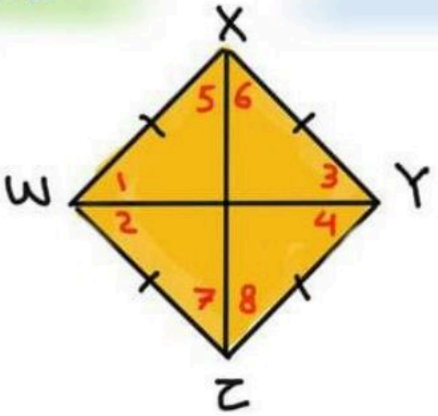
القطران متعامدان لذلك الزوايا الناتجه من تقاطع القطران قوائم وبذلك يقسمان الشكل إلى 4 مثلثات قائمة الزاوية ومتطابقة

القطر ينصف الزوايا المتقابلة وعليه فإن

$\angle 1 \cong \angle 2 \cong \angle 3 \cong \angle 4$

و

$\angle 5 \cong \angle 6 \cong \angle 7 \cong \angle 8$



المعين الابن :

الابن بيسمى بأبيه فكل معين متوازي أضلاع

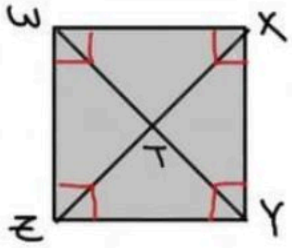
وليس كل متوازي أضلاع معين ..

المعين والمربع

المربع : متوازي اضلاع زواياه قوائم و أضلاعه متطابقه .

خصائصه

- مستطيل ومعين معاً
- مستطيل أضلاعه متطابقه وقطراه متعامدان
- معين قطراه متطابقان وزواياه قوائم



المربع (الحفيد) :

الإبن يسمى بأبيه ..

فنقول كل مربع مستطيل وكل مربع معين وكل مربع متوازي أضلاع .. أما العكس غير صحيح ..

فليس كل مستطيل مربع ولا كل معين مربع ولا كل متوازي أضلاع مربع ..

لتحديد المعين والمربع في المستوى الإحداثي

صيغة الميل

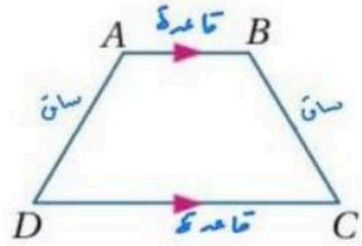
$$m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_2}$$

صيغة المسافة بين نقطتين

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

شبه المنحرف والطائرة الورقية

شبه المنحرف: شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان ويسميان قاعدتا شبه المنحرف وغير المتوازيان يسميان ساقا شبه المنحرف ..



إذا كان الساقان متطابقان سمي شبه المنحرف المتطابق الساقين

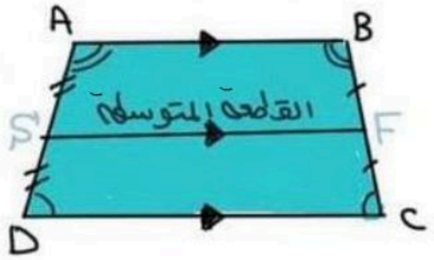
خصائصه

القطعة المتوسطة في شبه المنحرف هي قطعة مستقيمة تصل بين منتصفي الساقين لشبه المنحرف ..

إذا كان متطابق الساقين فإن قطراه متطابقين وزاويتا القاعدة متطابقتان والعكس صحيح

قاعدته

$SF = \frac{1}{2}(AB + DC)$



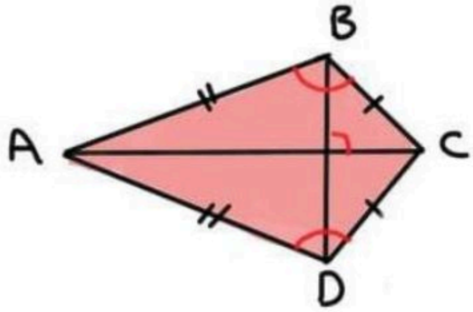
ولإيجاد إحدى القاعدتين من القطعة المتوسطة نضرب القطعة المتوسطة في 2 ثم نطرح منها القاعدة المعطاة

مثلاً ⇐ $DC = 2SF - AB$

شبه المنحرف والطائرة الورقية

الطائرة الورقية: شكل رباعي فيه زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة المتطابقة ..

* على عكس متوازي الأضلاع، كل ضلعين متقابلين في شكل الطائرة الورقية ليسا متطابقين ولا متوازيين



الأضلاع المتساوية في الطول ..

$BC = DC$ ، $AB = AD$

$\overline{AC}$ تنصف $\angle A$ ، $\angle C$
ولكنها غير متطابقتان

خصائصه:

١- قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان .

٢- يوجد زوج واحد من الزوايا المتقابلة متطابقة

هـ الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين

$\angle B \cong \angle D$

لكن $\angle A \ncong \angle C$