Name: اجداد ناصر عوض العتيبي

Math 106 - Quiz #1

$4\frac{1}{2}$

1. Find the most general antiderivative of the function

$$f(x) = cosx + \frac{1}{x^2}$$

$F(x) = \cos x + x^{-2}$

$= \sin x + \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + C$

$= \sin x + \frac{x^{-1}}{-1} + C$

$= \sin x - \frac{1}{x} + C \to f'(x) = \cos x + \frac{1}{x^2} = F(x)$

$1\frac{1}{2}$

$F(x) = \cos x + x^{-2}$

$= \sin x + \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + C$

$= \sin x + \frac{x^{-1}}{-1} + C$

$= \sin x - \frac{1}{x} + C \to f'(x) = \cos + \frac{1}{x^2} = F(x)$

2. Evaluate the following integrals:

(i) $\int (t+2)^2 dt$

$I = \int (t^2 + 4t + 4)\, dt$

$\cancel{= \int t^2 dt + \int 4t\, dt + \int 4\, dt}$

$= \frac{t^{2+1}}{2+1} + \frac{4t^{1+1}}{1+1} + 4t + C$

$= \frac{t^3}{3} + \frac{4t^2}{2} + 4x + C$

$1\frac{1}{4}$

$I = \int (t^2 + 4t + 4)\, dt$

$= \int t^2 + \int 4t + \int 4\, dt$

$= \frac{t^{2+1}}{2+1} + \frac{4t^{1+1}}{1+1} + 4x + C$

$= \frac{t^3}{3} + \frac{4t^2}{2} + 4x + C$

$\frac{-1}{2} + \frac{2}{2} \quad \frac{1}{2}$

(ii) $\int \frac{3x^2+2}{\sqrt{x^3+2x}} dx$

$\underbrace{3x^2+2}_{du}$, $\underbrace{x^3+2x}_{u}$

$I = \int \frac{1}{\sqrt{u}} \cdot du$

$= \int \frac{1}{u^{\frac{1}{2}}} \cdot du$

$= \int u^{-\frac{1}{2}} \cdot du$

$= \frac{u^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + C$

$= u^{\frac{1}{2}} + C$

$= \sqrt{x^3 + 2x} + C$

$1\frac{3}{4}$

let $u = x^3 + 2x$

$du = 3x^2 + 2\, dx$

let: $u = x^3 + 2x$

$du = 3x^2 + 2\, dx$

$I = \int \frac{1}{\sqrt{u}} \cdot du$

$= \int \frac{1}{u^{\frac{1}{2}}} \cdot du$

$= \int u^{-\frac{1}{2}} \cdot du$

$= \frac{u^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + C$

$= u^{\frac{1}{2}} + C$

$= \sqrt{x^3 + 2x} + C$

Good Luck ☺

$4\frac{3}{4}$

Math 106 - Quiz #1

Name: اجلاد ناصر شوده العتيبي

1. Find the most general antiderivative of the function

$$f(x) = cosx + \frac{1}{x^2}$$

$F(x) = \cos x + x^{-2}$

$= \sin x + \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + C$

$= \sin x + \frac{x^{-1}}{-1} + C$

$= \sin x - \frac{1}{x} + C \rightarrow f(x) = \cos x + \frac{1}{x^2} = F(x)$

$1\frac{1}{2}$

$F(x) = \cos x + x^{-2}$

$= \sin x + \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + C$

$= \sin x + \frac{x^{-1}}{-1} + C$

$= \sin x - \frac{1}{x} + C \rightarrow f'(x) = \cos + \frac{1}{x^2} = F(x)$

2. Evaluate the following integrals:

(i) $\int (t+2)^2 dt$

$I = \int (t^2 + 4t + 4)\, dt$

$= \cancel{\int t^2 dt \int 4t\, dt + \int 4\, dt}$

$= \frac{t^{2+1}}{2+1} + \frac{4t^{1+1}}{1+1} + 4\overset{t}{x} + C$

$= \frac{t^3}{3} + \frac{4t^2}{2} + 4x + C$

$1\frac{1}{4}$

$I = \int (t^2 + 4t + 4)\, dt$

$= \int t^2 + \int 4t + \int 4\, dt$

$= \frac{t^{2+1}}{2+1} + \frac{4t^{1+1}}{1+1} + 4x + C$

$= \frac{t^3}{3} + \frac{4t^2}{2} + 4x + C$

$\frac{-1}{2} + \frac{2}{2}$

(ii) $\int \frac{3x^2+2}{\underbrace{\sqrt{x^3+2x}}_{u}} dx$ du

$I = \int \frac{1}{\sqrt{u}} \cdot du$

$= \int \frac{1}{u^{\frac{1}{2}}} \cdot du$

$= \int u^{-\frac{1}{2}} \cdot du$

$= \frac{u^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + C$

$= u^{\frac{1}{2}} + C$

$= \sqrt{x^3 + 2x} + C$

$1\frac{3}{4}$

let $u = x^3 + 2x$

$du = 3x^2 + 2\, dx$

let: $u = x^3 + 2x$

$du = 3x^2 + 2\, dx$

$I = \int \frac{1}{\sqrt{u}} \cdot du$

$= \int \frac{1}{u^{\frac{1}{2}}} \cdot du$

$= \int u^{-\frac{1}{2}} \cdot du$

$= \frac{u^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + C$

$= u^{\frac{1}{2}} + C$

$= \sqrt{x^3 + 2x} + C$

Good Luck ☺

$f(x) = \cos \frac{1}{x^2}$

$F(x) = \sin x + \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + C$ ½ ¼ ¼ ¼

$= \sin x - x^{-1} + c$ ¼

$= \sin x - \frac{1}{x} + c$

2. i) $\int (t+2)^2 \, dt$

$= \int t^2 + 4t + 4 \, dt$ ¼

$= \int t^2 \, dt + \int 4t \, dt + \int 4 \, dt$ ¼

$= \frac{t^3}{3} + \frac{4t^2}{2} + 4t + c$ ¼ ¼ ¼ ¼

$u = t + 2$ ¼

$du = 2t$ ¼

$= \int u^2 \, dt$ ¼

$= \frac{u^3}{3} + c$ ¼ ¼

$= \frac{(t+2)^3}{3} + c$ ¼

ii) $\int \frac{3x^2+2}{\sqrt{x^3+2x}} \, dx$

$u = x^3 + 2x$ ¼

$du = 3x^2 + 2 \, dt$ ¼

$= \int \frac{du}{\sqrt{u}} = \int u^{-1/2} \, du$

$= \frac{u^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + c$ ¼ ¼ ¼

$= \frac{u^{1/2}}{1/2} + c = 2u^{1/2} + c$ ¼ ¼

$= 2(x^3+2x)^{1/2} + c$ ¼

نموذج الاجابة

Math 106 - Quiz #1

Name:____________________________

1. Find the most general antiderivative of the function

$f(x) = cosx + \frac{1}{x^2} = \cos x + x^{-2}$

$F(x) = \sin x + \frac{x^{-2+1}}{-2+1} = \sin x - x^{-1}$ $\frac{1}{4}$

$= \sin x - \frac{1}{x} + c$ $\frac{1}{4}$

$1\frac{1}{2}$

2. Evaluate the following integrals:

(i) $\int (t+2)^2 dt$

$\int t^2 + 4t + 4 \, dt$ $\frac{1}{4}$

$= \int t^2 dt + 4\int t \, dt + 4\int dt$ $\frac{1}{4}$

$= \frac{t^3}{3} + 4\frac{t^2}{2} + 4t + c$

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

$1\frac{1}{2}$

$u = t+2$ $\frac{1}{4}$

$du = dt$ $\frac{1}{4}$

$\int u^2 dt$ $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ $\frac{u^3}{3} + c$ $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ $\frac{(t+2)^3}{3} + c$

(ii) $\int \frac{3x^2+2}{\sqrt{x^3+2x}} dx$

$u = x^3 + 2x$ $\frac{1}{4}$

$du = (3x^2+2)\,dt$ $\frac{1}{4}$

$\int \frac{du}{\sqrt{u}} = \int u^{-1/2} du = \frac{u^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} + c$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

2

$\frac{1}{4}$ $\frac{u^{1/2}}{1/2} + c = \frac{1}{4}$ $2u^{1/2} + c$

$2(x^3+2x)^{1/2} + c$

$\frac{1}{4}$

$4x^2 + 3t$

Good Luck ☺

Question Number	1	2	3
Answer	c	a	a

✓ ✓ ✗ 2

Question I:

A. Choose the correct answer, then fill in the table above:

(1) $If\ e^{\ln 2x} = 4$, then x equals

$2x = 4$, $\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$, $x = 2$

(a) 1 (b) 4 $\boxed{\text{(c) 2}}$ (d) None of the previous

(2) $If\ y = \log_3 x^2$, then y' equals

$= \frac{\ln x}{\ln a} = \frac{\ln x^2}{\ln 3} = \frac{1}{x^2} \cdot 2x \cdot \frac{1}{\ln 3}$

$\frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x \ln 3}$

$\boxed{\text{(a) } \frac{2}{x \ln 3}}$ (b) $\frac{2}{x} \ln 3$ (c) $\frac{2}{x^2} \ln 3$ (d) None of the previous

(3) $If\ y = e^{x^2} + x^e$, then y' equals

$e^{x^2} 2x$ $e^{x^2} \cdot 2x + ex$

e^{x^2} $2xe^{x^2} + ex$

(a) $2xe^{x^2} + ex$ (b) $2xe^{x^2} + ex^{e-1}$

(c) $x^2 e^{x^2 - 1}$ (d) None of the previous

B. Use logarithmic differentiation to find y' if $y = \frac{x^2\sqrt{3-x^2}}{(x-1)^2}$.

$\ln y = \ln \left[\frac{x^2 \sqrt{3-x^2}}{(x-1)^2} \right]$ ✓

$\ln y = \ln \left[x^2 \sqrt{3-x^2} \right] - \ln (x-1)^2$

$\ln y = \ln x^2 + \ln (3-x^2)^{\frac{1}{2}} - \ln (x-1)^2$

$\ln y = 2 \ln x + \frac{1}{2} \ln (3-x^2) - 2 \ln (x-1)$

2

$\frac{1}{y} y' = 2 \cdot \frac{1}{x} + \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{-1}{3-x^2} \cdot -2x \right] - 2 \cdot \frac{1}{x-1}$

$\frac{1}{y} y' = \frac{2}{x} - \frac{2x}{2(3-x^2)} - \frac{2}{x-1}$

$\frac{1}{y} y' = \frac{2}{x} - \frac{2x}{6-2x^2} - \frac{2}{x-1}$

$y' = y \left[\frac{2}{x} - \frac{2x}{6-2x^2} - \frac{2}{x-1} \right] \longrightarrow y' = \frac{x^2\sqrt{3-x^2}}{(x-1)^2} \left[\frac{2}{x} - \frac{2x}{6-2x^2} - \frac{2}{x-1} \right]$

Question II:

A. Sketch the region R bounded by the graphs of the functions $y = x^2$, $y = 4x$ and then **find its area.**

حول محور x

$y = x$

$y = x^2 = 4x$

$x^2 - 4x = 0$

$x(x-4) = 0$

$x = 0 \quad x = 4$

$(0,0) \quad (4,16)$

$a = 0$

$b = 4$

upper $= y = 4x$

lower $= y = x^2$

width $= dx \to$ length $\to (4x - x^2)$

$A = \int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$

$= \int_0^4 (4x - x^2)\,dx$

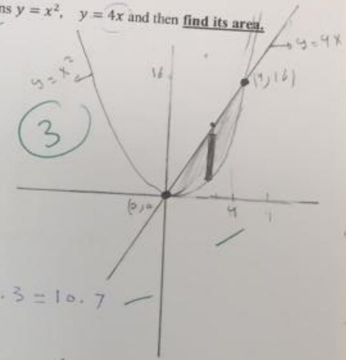
$\left[\frac{4x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^4$

$\left[2x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_0^4$

$\left(2(4)^2 - \frac{4^3}{3}\right) - (0)$

$= 2(16) - \frac{4^3}{3} = 32 - 21.3 = 10.7$

3



B. Find the arc length of the graph of $y = 2(x-1)^{\frac{3}{2}}$ from $A(1,0)$ to $B(2,2)$. $\longrightarrow$ حول محور x

$L_a^b = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,dx$

$L_1^2 = \int_1^2 \sqrt{1 + 9x - 9}\,dx$

$L_1^2 = \int_1^2 \sqrt{9x - 8}\,dx$

$= \int_1^2 \sqrt{u} \cdot \frac{du}{9}$

$\frac{1}{2} + \frac{2}{2}$

$\frac{1}{9}\left[u^{\frac{1}{2}}\,du\right]_1^{10}$

$\frac{1}{9}\left[\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_1^{10}$

$\frac{1}{9}\left[\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\right]_1^{10}$

$\frac{1}{9}\left[\frac{2}{3}(10)^{\frac{3}{2}}\right) - \frac{2}{3}\Big]$

2

$f(y) = 2(x-1)^{\frac{3}{2}} \quad \frac{3}{2} - \frac{2}{2}$

$f'(y) = 2 \cdot \frac{3}{2}(x-1)^{\frac{1}{2}}$

$= 3(x-1)^{\frac{1}{2}}$

$(f'(y))^2 = (3(x-1)^{\frac{1}{2}})^2$

$= 9(x-1)^{\frac{2}{2}}$

$= 9(x-1)$

$= 9x - 9$

$u = 9x - 8$

$du = 9\,dx$

$\frac{du}{9} = dx$

$x = 1 \to u_1 \to 9 - 8 = 1$

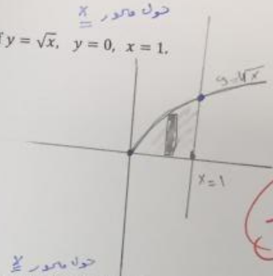
$x = 2 \to u_2 \to 18 - 8 = 10$

Question III:

حول محور $\underline{\underline{x}}$

Let R be the region bounded by the graphs of $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$.

A. Sketch the region R.



$\frac{1}{1}$

حول محور $\underline{\underline{x}}$

B. Find the volume of the solid generated by revolving R about the $x - axis$.

$y = \sqrt{x}$

$V = \int_a^b \pi (f(x)^2) dx$

$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x})^2 dx$

$= \pi \int_0^1 x \, dx$

$= \pi \cdot \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1^2}{2} = \pi \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2}$

$\frac{1}{1}$

حول محور $\underline{\underline{y}}$

C. Find the volume of the solid generated by revolving R about the $y - axis$.

$(\sqrt{x}) = (y)^2$

$x = y^2$

$V = \int_c^d \pi (1 - (f(y)^2)) dy$

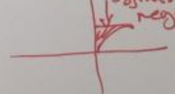
$= \int_0^1 \pi (1 - (y^2)^2 dy$

$= \pi \int_0^1 (1 - y^4) dy$

$= \pi \left[y - \frac{y^5}{5} \right]_0^1$

$\pi \quad \frac{1}{5} - 0 \longrightarrow \pi \frac{1}{5} = \frac{1-\pi}{5} = \frac{4\pi}{5}$

$V = \frac{\pi}{5}$ solid of revolution of this region



not the given region!

$\frac{0.25}{1}$

Question IV:

Evaluate the following integrals:

(i) $\int_0^1 \frac{e^x+1}{e^x+x}\,dx$

$\left.\frac{e^x+x}{e^x+\frac{x^2}{x}}\right]_0^1$

$\left.\frac{e^x+x}{\frac{xe^x+x^2}{x}}\right]_0^1$

$\left.e^x+x \cdot \frac{x}{xe^x+x^2}\right]_0^1$

$\left.\frac{xe^x+x^2}{xe^x+x^2}\right]_0^1$

$\frac{e+1}{2+1} - 0 \longrightarrow \frac{3}{3}$

$\frac{e^x+x}{e^x+\frac{x^2}{x}}$

$\frac{xe^x+x^2}{x}$

$\frac{2}{2}$

$\left.\frac{e^x+1}{e^x+1}+c\right]_0^1$

$\left.e^{x\,1-1}\right]_0^1$

$\left.e^x\right]_0^1$

$e^1 - e^0$

$2 - 1 = 1$

(ii) $\int \frac{(5+\ln x)^3}{x}\,dx$

$\int (5+\ln x)^3 \cdot \frac{1}{x}\,dx$

$u = 5+\ln x$

$du = \frac{1}{x}\,dx$

$\int u^3 \cdot du$

$\frac{1}{u} \quad \ln u$

$\frac{u^4}{4} + c$

$\frac{1.5}{1.5}$

$\frac{(5+\ln x)^4}{4} + c$

{ tan → -cos
{ cot → sin

sec
csc

(iii) $\int x \tan(3x^2)\, dx$

$u = 3x^2$

$du = 6x\, dx$

$\frac{du}{6} = x\, dx$

$\int \tan u \cdot \frac{du}{6}$

$\frac{1}{6} \int \tan u \cdot du$

$-\frac{1}{6} \ln|\cos u| + C$

$-\frac{1}{6} \ln \cos 3x^2 + C$

$\boxed{\frac{1.25}{1.5}}$

$\frac{0.5}{2}$

(iv) $\int \frac{7^{-\cot x}}{\sin^2 x} dx$

Dx ax ln a

$\int \frac{a^x}{\ln a}$

$u = -\cot x$

$du = \sec^2$

sin

$\int 7^{-\cot x} + \int \frac{1}{\sin^2 x}$

$\frac{7^{-\cot x}}{\ln 7}$

Good Luck☺

* اذا كان في البسط الجذر ما اقدر بالتعويض

* اذا في المقام وما في مشتقه في البسط

$$\frac{1}{(36+x^2)^2}$$

استبدال بداله مثلثيه

9.3 Trigonometric Substitution

استخداماته

* جذر مثلاً $(9-x^2)^{\frac{3}{2}}$ جواها اذا

* او جذر في البسط والمشتقه مو موجوده

* جذر جاته x^2 ... للعدد ولا يمكن

$\int \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$

* جذور وما نقدر نستخدم التعويض

المعادله	substitution	تعويض الجذر
$\sqrt{a^2-x^2}$	$x=a\sin\theta$	$\sqrt{a^2-x^2}=a\cos\theta$
$\sqrt{a^2+x^2}$	$x=a\tan\theta$	$\sqrt{a^2+x^2}=a\sec\theta$
$\sqrt{x^2-a^2}$	$x=a\sec\theta$	$\sqrt{x^2-a^2}=a\tan\theta$

بس 3 علاقات: sin, sec, tan

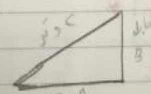
الخلاصه مربع كامل قوه n

$\sin x=\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$

$\cos x=\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$

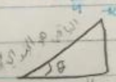
$\tan x=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$ $\sec x=\frac{\text{وتر}}{\text{مجاور}}$ مقلوب cos

$\cot x=\frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}}$ $\csc=\frac{\text{وتر}}{\text{مقابل}}$ مقلوب sin



الخطوات

1. اول شي اطلع ال a = ... $x=a\sin\theta$ / θ
2. اشتقاق ... $dx=a$ ... اطلع قيمة الجذر
3. اعوض بالمعادله / اذا طلعت الاشتقاق بدلاله θ ... الحالة ارجع لل
   مثلاً $x=4\sin\theta$، $\sin\theta=\frac{x}{4}$ مقابل / وتر



7. ارسم المثلث ... واعوض
   مثلاً sec ... مجاور ... $\frac{\sqrt{\ }}{4}$

9.4 integrals of Rational function

يستخدم في حساب الدوال الكسريه من الشكل $f(x)=\frac{g(x)}{h(x)}$

* اذا كانت درجه البسط اكبر من او تساوي درجه المقام نجري قسمة

* اذا كانت درجه البسط اقل من درجه المقام ... الكسور الجزئية

$f(x)=\frac{g(x)}{h(x)}=F_1+F_2+\dots+F_n$

يعني استخدم كسور جزئيه فيه 4 حالات له

* اذا كان عندي مثلاً 3 اجزاء $\frac{A}{}+\frac{B}{}+\frac{C}{}$
كلهم ... A ... اختار اي رقم واعوض في المعادله اي صحت في المقام ... من
ثم ... يكون ... / 1 / 0 ... السؤال

في ... لها

$A(x+1)^2+B(x+1)+C(x+1)$

when $x=-1$ ⟹ $2(-1)^2+3(-1)+3=C$

$\boxed{C=2}$ $2x^2+3x+3$

نرجع الـ $x=0$ ... A ... B

$A+B=1$

$8=4A+2B+2$ ... B ، $x=1$

$\boxed{A+B=1}$ — (1)

$2A+B=6$ ⟵ $2A+B=3$ — (2)

$A=2$

الحالة الاولى: يحلل المقام الى عوامل اوليه غير مكرره ... درجه (x=1)

* اذا جيت ... الثانيه

الحالة الثانيه: اذا كان درجه البسط اقل من درجه المقام والمقام ... مكرره من الدرجه الاولى

مثل $\frac{}{(x-1)^3}=\frac{A}{(x-1)}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{C}{(x-1)^3}$

$\frac{1}{x^2}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}$

الحالة الثالثه: درجه البسط اقل من المقام والمقام عباره من الدرجه الثانيه $Ax+B$ احول

الحالة الرابعه: ... من الدرجه الثانيه مكرره

1) by Parts
2) sin/cos/ tan/sec
مرفوعه لبرز زوجي او فردي
3) جذر او (x^2 ± a^2)
استبدله بداله مثلثيه
$x = a \sin\theta$
[illegible]

4) تكامل كثيره حدود
كثيره حدود
5) Quadrat تكامل
كثيره حدود جو احد ر
جذر جوه كثيره حدود
من الدرجه الثانيه استخدم اكمال المربع
او كثيره قابل للتحليل من الدرجه الثانيه

6)

9.5 integrals Involving Quadratic Expressions

لحل التكاملات التي تحتوي على كثيره حدود من الدرجه الثانيه

خطوات إكمال المربع
* ترتيب المعادله على شكل $ax^2 + bx + c$
* معامل x^2 موجب
* اضافه وطرح $\left(\frac{\text{معامل } x}{2}\right)^2$ بعد x الموجوده في السؤال

مثال توضيحي

$(x^2 - 4x - 5)$
$(x^2 - 4x + 4 - 4 - 5)$
$x^2 - 4x + 4 - 9$
$(x - 2)^2 - 9$

جذر a^2 وجذر $\sqrt{x^2}$

$\int \sqrt{ax^2 + bx}\, dx$

$\int \sqrt{ax^2 + bx + c}\, dx$

$\int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx}}$

$\int \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$

$\int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$

قابله: $b^2 - 4ac > 0$ — partial fraction — $\frac{A}{x^2}$ اذا الدرجه

غير قابله للتحليل: $b^2 - 4ac < 0$

انتبه اذا جاء كثيره حدود
كم كثيره حدود النظام درجه
قابله للتحليل كسور جزئيه
اذا كانت غير قابله اكمال مربع

لو فيه x^4 اعوض بقيمته

9.6 Miscellaneous Substitution

* اذا كان التكامل يحتوي على تعبير من الشكل $\sqrt[n]{f(x)}$

$u = \sqrt[n]{f(x)}$ $\quad u = f(x)$

* $\sqrt[r]{x}, \sqrt[p]{x}$

$\int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$ مثل

$n = \operatorname{lcm}(r, p)$ لايجاد العامل المشترك

$u = x^{\frac{1}{n}}$

اذا كان فيه كسر للـ sin و cos من هذا الشكل

$\int \frac{1}{4\sin x - 3\cos x}\, dx$

استخدم هذه القوانين

$\sin x = \frac{2u}{1+u^2}$

$\cos x = \frac{1-u^2}{1+u^2}$

$dx = \frac{1}{1+u^2}\, du$

where $u = \tan\frac{x}{2}$

لازم ارجع له
لانه ماني فاهمة
يوم اذاكره

10.3

التكامل غير المحدود

$\int_a^\infty f(x)\,dx$, $\int_{-\infty}^b f(x)\,dx$, $\int_{-\infty}^\infty f(x)\,dx$

if f contin $[a,\infty)$

$\int_a^\infty f(x)\,dx = \lim_{t\to\infty} \int_a^t f(x)\,dx$

اذا طلع الجواب ∞ diverges

اذا كان exist طلع رقم converges

if f cont on $(-\infty,a]$

$\int_{-\infty}^a f(x)\,dx = \lim_{t\to-\infty} \int_t^a f(x)\,dx$

" نفس " هنا

if f contin $(-\infty,\infty)$

$\int_{-\infty}^\infty f(x)\,dx = \int_{-\infty}^a f(x)\,dx + \int_a^\infty f(x)\,dx$

يعني التكامل اذا كلهم طلعوا converges اقول ✓

لما واحد منهم طلع diverges اقول ✗

$\int_0^\infty$ الخطوات اذا شفت

1* احوله الى lim اقول احط هنا ∞ او $-\infty$

$\lim_{t\to\infty}$

2* اكامل 3* اعوض بالحدود $\int_0^\infty$

4* ادبح فيهم لاك ات موجود اولا

$e^0 = 1$	$\ln(1) = 0$	$\tan^{-1}(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$	* حساب النهاية
$e^\infty = \infty$	$\ln(0^+) = -\infty$	$\tan^{-1}(\infty) = \frac{\pi}{2}$	$\frac{\text{كبير}}{\text{صغير}} = \infty$
$e^{-\infty} = 0$	$\ln(\infty) = \infty$	$\tan^{-1}(0) = 0$	$\frac{\text{عدد}}{\infty} = 0$
		$\tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$	$\frac{\infty}{\text{عدد}} = \infty$

$\tan(\frac{\pi}{2}) = \infty$

10.4

حالات الداله غير المحدوده

اذا كان فيه تكامل متصل من $[a,b]$ وبينهم نقطه غير متصله

a — c — b

الخطوات

① احدد هنا النقطة المقام = 0 واشوف اذا كانت تنتمي الى الفترة او لا $c \in [a,b]$

② $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$

③ اخذ المعادلة الاولى واكتبها بصيغة limit

$\lim_{t\to c^-} \int_a^t f(x)\,dx$

④ اكاملها اذا طلعت واحد منهم diverges يعني كلهم dive وتوقف

اذا طلعت converg اكمل الثانية لازم كلهم converges

فيه تكامل من $(a,b]$ والنقطه a غير متصله $\int_a^b$

الخطوات:

① احدد النقطه الغير متصله المقام = 0

② النقطه الغير متصله موجوده فوق ولا تحت

اذا تحت $\int_a^b$ فانه يمين

③ $\int_a^b f(x)\,dx =$

$\lim_{t\to a^+} \int_t^b f(x)\,dx$ اكتبها بهذه الصيغة

④ اكاملها

⑤ اعوض بالحدود $]_t^b$

⑥ exs converges — D.N.E diverges

اذا كان فيه تكامل من $[a,b)$ والنقطه b غير متصله $\int_a^b$

① فانه يكون من جهة اليسار لانه فوق

الخطوات: ① احدد النقطه الغير متصله اساوي المقام = 0

② اشوف هذي النقطه موجوده تحت ولا فوق اذا كانت فوق من يسار

③ $\int_a^b f(x)\,dx =$

$\lim_{t\to b^-} \int_a^t f(x)\,dx$

④ اكامل

⑤ اعوض بالحدود $]_a^t$

⑥ exist converges — D.N.E diverges

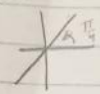
$\boxed{r = a}$

(0,0)

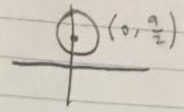
$\theta = a$

$\theta = \frac{\pi}{4}$

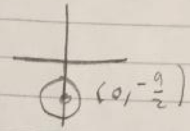
$y = x$



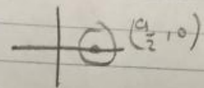
$r = a\sin\theta$



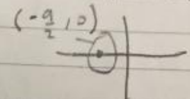
$r = -a\sin\theta$



$r = a\cos\theta$

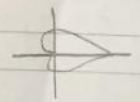


$r = -a\cos\theta$



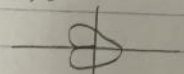
$r = a + b\cos\theta$

$a = b$



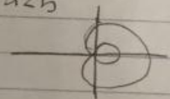
$r = a + b\cos\theta$

$a > b$



$r = a + b\cos\theta$

$a < b$

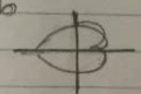


$r = a - b\cos\theta$

$a = b$

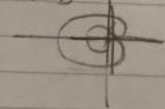
$r = a - b\cos\theta$

$a > b$



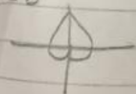
$r = a - b\cos\theta$

$a < b$



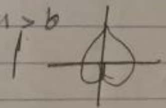
$r = a + b\sin\theta$

$a = b$



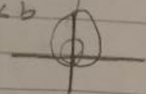
$r = a + b\sin\theta$

$a > b$



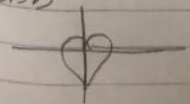
$r = a + b\sin\theta$

$a < b$



$r = a - b\sin\theta$

$a = b$



$r = a - b\sin$

$a > 0$

$r = a - b\sin\theta$

$a < 0$

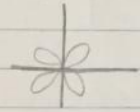
$r = a\sin n\theta$
$r = a\cos n\theta$

$$\overbrace{\text{زوجي } n \qquad\qquad \text{فردي}}^{n}$$

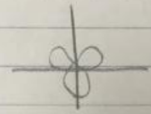
$(2n)$ $\qquad$ n

ضرب ال $2n$

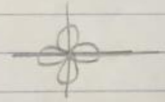
$r = a\sin 2\theta$



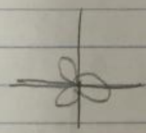
$r = a\sin 3\theta$



$r = a\cos 2\theta$



$r \neq a\cos 3\theta$



$r = a\theta$

حلزوني

Find a polar equation for the hyperbola

ص

$x = r\cos\theta$
$y = r\sin\theta$ $\quad (x, y) \to (r, \theta)$

$r = x^2 + y^2$

$r = a\sin\theta$

اضرب ال r

و اكمل حل