

3.3 Local Extrema on Open Intervals

• لإيجاد اقصى وادنى نقطة Local max and Local min :

1- نوجد النقاط الحرجة **critical points** :

نوجد المشتقة الاولى للدالة ونساويها بالصفر , ونوجد قيم x .

2- نعوض في الدالة الاصلية بالنقاط الحرجة , ونقارن بين القيم , اكبر قيمة تكون هي Local max , واقل قيمة هي Local min.

Example 2 : Find the local extreme values of $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$
on $(-\infty, \infty)$

Solution

• اولا نوجد النقاط الحرجة :

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x + 1)(x - 3) = 0$$

$$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

$$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

• الان نوجد القيم القصوى Local extreme values :

$$f(-1) = \frac{1}{3}(-1)^3 - (-1)^2 - 3(-1) + 4 = -\frac{1}{3} - 1 + 3 + 4 = -\frac{1}{3} + 6 = \frac{17}{3}$$

$$f(3) = \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - 3(3) + 4 = \frac{1}{3}(27) - 9 - 9 + 4 = 9 - 9 - 9 + 4 = -5$$

$$\therefore \text{The local max value} = \frac{17}{3}$$

$$\therefore \text{The local min value} = -5$$

Example 1: Find the local extreme values of $f(x) = x^2 - 6x + 5$ on $(-\infty, \infty)$

Solution

• اولا نوجد النقاط الحرجة :

$$f'(x) = 2x - 6 = 0$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

• الان نوجد القيم القصوى Local extreme values :

$$f(3) = 3^2 - 6(3) + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$$

• **\therefore The local min value = -4**

Example 6: Find (if any exist) the local minimum and maximum values of $f(x) = x^4 - 4x$ on $(-\infty, \infty)$

Solution

• اولا نوجد النقاط الحرجة :

$$f'(x) = 4x^3 - 4 = 0$$

$$4x^3 = 4$$

$$x^3 = 1$$

$$x = 1$$

• الان نوجد القيم القصوى Local extreme values :

$$f(1) = 1^4 - 4(1) = 1 - 4 = -3$$

• **\therefore The local min value = -3**