# قسم الجبر

## الوحدة الأولى :

# الأعداد والكسور

**تعلم :**

1) خارج القسمة هو ناتج القسمة والباقي وتكتب العملية على الشكل التالي :

قسمة 37 على العدد 4 تكتب بالشكل :

$$37 = 8 \times 4 + 5$$

2) يقبل العدد القسمة على 2 إذا كان آحاده زوجياً ، والأعداد الزوجية هي كل عدد في آحاده 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8 .

3) يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان مجموع أرقام العدد المؤلفة له من مضاعفات العدد 3 .

4) اختصار الكسر تعني كتابة بسطه ومقامه بأبسط صوره، بحيث لا يمكن تقسيم بسطه ومقامه إلا على العدد 1 .

5) الشكل العشري للكسر العشري هو هيئة الفاصلة العشرية

6) الكسر العشري هو كل كسر مقامه مكتوب بالشكل $10^n$ .

## طبيعة عدد

**العدد العادي :** هو كل عدد يُكتب بالشكل $\frac{a}{b}$ حيث $a$ عدد صحيح ، $b$ عدد طبيعي لا يساوي الصفر .

* **العدد العادي** قد يكون صحيحاً مثل 5 ، $\frac{-8}{2}$، وقد يكون غير صحيح مثل $\frac{7}{3}$ .

* **العدد العشري** هو كل عدد عادي يكتب بالصيغة $a \times 10^n$ ، حيث $a, n$ عددان صحيحان .

* **العدد العادي** غير الصحيح قد يكون عشرياً مثل $\frac{9}{2} = 4.5$ ، أو غير عشري، مثل $\frac{5}{3} = 1.666 \ldots$ .

**ملاحظة :**

1) العدد $\pi$ ليس عدداً عادياً .

2) العدد $\pi$ هو خارج قسمة طول قوس دائرة على طول قطرها.

## الأعداد العادية

**العدد العادي :** هو كل عدد يُكتب بالشكل $\frac{a}{b}$ حيث $a$ عدد صحيح ، $b$ عدد طبيعي لا يساوي الصفر .

لكل عدد عادي كتابة عشرية إما أن تكون منتهية أو دورية غير منتهية ، أي أن خاناته تتكرر بدءاً من حد معين ، فالأعداد الصحيحة والعشرية هي أعداد عادية .

**تذكر :**

$$\pi \cong 3.14$$
$$\sqrt{2} \cong 1.41$$
$$\sqrt{3} \cong 1.71$$

## النسب المتساوية (المتكافئة)

هي نسب لها القيمة ذاتها ولكن حدودها مختلفة، وللحصول على نسب متكافئة :

1) إما أن نضرب حدي النسبة بعدد واحد مغاير للصفر.

2) أو أن نقسم حدي النسبة على عدد واحد مغاير للصفر.

**تذكر :**

لجمع وطرح الكسور يجب توحيد المقامات، توحيد المقامات يعني إيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقامات .

الموقع علوم الجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

إعداد المدرس : جلال عدي – جوال0955942677

## المضاعف المشترك الأصغر : م.م.أ

نتبع الخطوات التالية :

* نحلل الأعداد إلى عواملها الأولية .
* نكتب هذه الأعداد على شكل جداء قوى .
* م .م . أ = نأخذ العوامل المشتركة والغير مشتركة

## قواسم عدد صحيح

1) القول $k$ قاسماً للعدد $a$ يعني $\frac{a}{k}$ عدد صحيح .
2) القول $k$ قاسماً للعدد $a$ يعني $k$ يقسم $a$ .

## ملاحظة :

لكل عدد طبيعي عدا العدد $1$ قاسمان طبيعيان على الأقل هما العدد $1$ والعدد نفسه .

## القواسم المشتركة لعددين صحيحين :

1) القول $k$ قاسماً للعددين $a$ و $b$ يعني $k$ قاسم لكل من العددين $a$ و $b$ .
2) القول العددان $a$ و $b$ أوليان فيما بينهما يعني العدد $1$ هو القاسم الطبيعي المشترك الوحيد لهما .

# القاسم المشترك الأكبر

أكبر القواسم المشتركة للعددين $a$ و $b$ يسمى القاسم المشترك الأكبر لهما ، ويرمز إليه $GCD\,(a,b)$

خواص :

1) $GCD\,(a,a) = a$
2) إذا كان $b$ قاسماً للعدد $a$ ، كان $GCD\,(a,b) = b$ .
3) القول العددان $a$ و $b$ أوليان فيما بينهما، يعني أن $GCD\,(a,b) = 1$ .

## خوارزمية الطرح المتتالي

### القاسم المشترك الأكبر وخوارزمية الطرح المتتالي

$GCD\,(a,b) = GCD\,(b,a-b)$ في حالة $a \geq b$

إن المبدأ على النحو التالي :

1) نطرح أصغر العددين وليكن $b$ من أكبرهما وليكن $a$ .
2) تستمر بالطرح معتمدين المبدأ التالي :
$GCD\,(a,b) = GCD\,(b,a-b)$
3) القاسم المشترك الأكبر هو آخر ناتج طرح غير معدوم .

## الخوارزمية الإقليدية (( خوارزمية القسمة المتتالية ))

ننشئ الجدول التالي :

| الخطوة | المقسوم | المقسوم عليه | باقي القسمة |
|---|---|---|---|
| 1 | الكبير | الصغير | باقي1 |
| 2 | الصغير | باقي 1 | باقي 2 |
| 3 | باقي 1 | باقي 2 | باقي 3 |

نقسم الكبير على الصغير ونأخذ الباقي $1$ وليس لنا علاقة بناتج القسمة، ثم نقسم الصغير على الباقي $1$ فيكون لدينا باقي $2$ كما هو الحال ليس لنا علاقة بالناتج ..... هكذا حتى يكون الباقي معدوماً ..... فنستنتج أن الباقي الموجود فوق الصفر مباشرة هو $GCD$ .

**ملاحظات:**

1) لتأكيد أن عددان أوليان فيما بينهما يجب إثبات أن $GCD$ لهما هو العدد $1$ .
2) لنفي أن عددان أوليان فيما بينهما يكفي أن نثبت أن بين العددين قاسماً مشتركاً غير الواحد .
3) إذا كان $c$ قاسماً مشتركاً للعددين $a$ و $b$ : فإن $c$ قاسماً مشتركاً للعددين $a+b$ .

الموقع التعليمي
علوم الجميع
تم التحميل من موقع علوم الجميع
https://www.3lom4all.com

# كسور مختزلة

القول الكسر $\frac{a}{b}$ كسر مختزل يعني : العددان $a\ ,b$ أوليان فيما بينهما .

حيث $a\ ,b$ عددين صحيحين موجبين تماماً.

**تعلم :**

إذا اختصرنا الكسر، بتقسيم بسطه ومقامه على القاسم المشترك الأكبر لهما، حصلنا على كسرٍ مختزل، هذه الطريقة تساعدنا في الحصول على الكسر المختزل بخطوة واحدة .

**تذكر :**

يقبل العدد القسمة على 5 إذا كان آحاده 0 أو 5 .

## انتبه

# جمع الأعداد العادية وطرحها

**تذكر :**

في عمليتي الجمع والطرح يجب توحيد المقامات .

**ملاحظة :**

توحيد المقامات يعني إيجاد الـ م.م.أ للمقامات.

**تذكر :**

1) جمع عددين من نفس الإشارة : تبقى الإشارة نفسها ونجمع .

2) جمع عددين يختلفان بالإشارة : نأخذ إشارة الأكبر بينهما ونطرح.

3) نحول عملية الطرح إلى جمع النظير.

4) عندما لا يوجد بين العددين سوا عملية الجمع أو الطرح وبلا أقواس فالمقصود بالعملية عملية الجمع .

# ضرب الأعداد العادية وقسمتها

1) **في عملية الضرب :** نضرب البسط بالبسط والمقام بالمقام مع الانتباه إلى ضرب الإشارات ولا ننسى الاختصار إن أمكن .

ملاحظة : في عملية الضرب يتم الاختصار بين البسط ومقام أي نسبة ، أما في عملية الجمع يتم الاختصار حصراً بين بسط ومقام ذات الكسر إن أمكن .

2) **في عملية القسمة :** نحول من تقسيم إلى ضرب بالمقلوب .

# الجذر التربيعي لعدد موجب

* مربع أي عدد عادي هو عدد موجب

الجذر التربيعي لعدد موجب $a$ ، ويرمز إليه بالرمز $\sqrt{a}$ ، هو العدد الموجب الذي مربعه $a$ .

وفي حالة : $a>0$ يكون للعدد $a$ جذران تربيعيان أحدهما موجب ونرمز إليه $\sqrt{a}$ والآخر سالب ونرمز إليه $-\sqrt{a}$ .

أما في حالة $a<0$ فليس للعدد السالب جذر .

أما في حالة $a=0$ فإن : $\sqrt{0}=0$

**ملاحظات :**

1) في حالة $a$ عدد عادي فإن :

$\sqrt{0.49}=0.7$ لأن : $0.7^2=0.49$

2) في حالة a عدد غير عادي فإن :

$\sqrt{2}\approx 1.41$ ، $\sqrt{3}\approx 1.7$ ، $\sqrt{13}\approx 3.6$

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

تذكر :

| مربعه | العدد | مربعه | العدد | مربعه | العدد |
|---|---|---|---|---|---|
| 324 | 18 | 81 | 9 | 0 | 0 |
| 361 | 19 | 100 | 10 | 1 | 1 |
| 400 | 20 | 121 | 11 | 4 | 2 |
| 441 | 21 | 144 | 12 | 9 | 3 |
| 484 | 22 | 169 | 13 | 16 | 4 |
| 529 | 23 | 196 | 14 | 25 | 5 |
| 576 | 24 | 225 | 15 | 36 | 6 |
| 625 | 25 | 256 | 16 | 49 | 7 |
| | | 289 | 17 | 64 | 8 |

## خواص الجذور التربيعية :

أياً كان العدد الموجب $a$ فإن :

1) $(\sqrt{a})^2 = a$

أي : $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

2) $\sqrt{a^2} = a$

3) $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

4) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ حيث : $b \neq 0$ .

5) الخاصة 3 غير صحيحة بالنسبة لعمليتي الجمع والطرح .

## اكتساب معارف

**كيف نكتب العدد $a\sqrt{b}$ بصيغة $\sqrt{c}$**

نبدل العدد الصحيح بجذر عدد مربعه يساوي $a$ أما $\sqrt{b}$ فلا نلمسه مع الانتباه إلى أن بينهما عمليه ضرب ونستعين بالخاصة $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ .

**كيف نكتب العدد $\sqrt{c}$ بصيغة $a\sqrt{b}$**

$$\sqrt{c} = \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

مثلاً :

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

أي : (( نبحث عن عددين ضربهما 32 بشرط أن أحدهما له جذر تربيعي ونضعهما مكان العدد 32 ونستعين بالخاصة 3 في إيجاد الناتج )) .

## إزالة الجذر من مقام الكسر

**المقام يحوي حداً واحداً**

نضرب البسط والمقام بالجذر الموجود في المقام

**مثلاً :** أزل الجذر من مقام الكسر $\frac{2}{\sqrt{3}}$

**الحل :**

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

**تبسيط الجذور :**

**مثال :**

اختزل المقدار :

$$s = \sqrt{50} - \sqrt{32}$$

**الحل :**

$$s = \sqrt{25 \times 2} - \sqrt{16 \times 2}$$
$$s = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$$
$$s = \sqrt{2}$$

الموقع الرسمي
علوم الجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

أيضاً :

| | |
|---|---|
| $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ | $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ |
| $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ | $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ |
| $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ | $\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ |
| $\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ | $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ |
| $\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ | $\sqrt{63}=3\sqrt{7}$ |
| $\sqrt{75}=5\sqrt{3}$ | $\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ |
| $\sqrt{99}=3\sqrt{11}$ | $\sqrt{108}=6\sqrt{3}$ |
| $\sqrt{112}=4\sqrt{7}$ | $\sqrt{108}=6\sqrt{3}$ |
| $\sqrt{125}=5\sqrt{5}$ | $\sqrt{162}=9\sqrt{2}$ |
| $\sqrt{180}=6\sqrt{5}$ | |

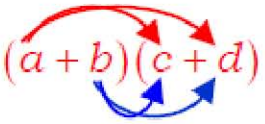
**تذكر :**

1) $(a+b)(c+d)$
$= a\times(c+d)+b\times(c+d)$
أو : $= a(c+d)+b(c+d)$
$= ac+ad+bc+bd$

2) $(a-b)(c+d)$
$= a\times(c+d)-b\times(c+d)$
أو : $= a(c+d)-b(c+d)$
$= ac+ad-bc-bd$

3) $(a-b)(c-d)$
$= a\times(c-d)-b\times(c-d)$
أو : $= a(c-d)-b(c-d)$
$= ac-ad-bc+bd$

**أيضاً :** يمكن التعبير عن عملية النشر بالشكل التالي :




**ارتفاع المثلث المتساوي الأضلاع :**

$$h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

حيث $a$ طول ضلع المثلث

**مساحة المثلث المتساوي الأضلاع ؟**

$$S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

**العدد الأولي :** هو كل عدد طبيعي أكبر من الواحد له قاسمان طبيعيان مختلفان فقط أحدهما 1 والآخر العدد ذاته .

وسنتعامل في الصف التاسع مع الأعداد الأولية التالية :
2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,..

**ملاحظة :**

العدد $\pi$ عدد غير عادي

$\pi \approx 3.14$

**تعلم :**

**يستفاد في حل تمارين الوحدة**

**كيف تتم مراعاة الأولويات في العمليات الحسابية**

**1)** نفك القوة أولاً (( الأساس والأس )) .

**2)** نقوم بالعمليات داخل الأقواس أولاً من اليسار إلى اليمين.

**3)** نجري العمليات الضرب والقسمة من اليسار إلى اليمين.

**4)** نجري العمليات الجمع والطرح من اليسار إلى اليمين .

**الطريقة التحليلية في إيجاد القاسم المشترك الأكبر :**

1) نحلل الأعداد إلى عواملها الأولية .

2) نكتب هذه الأعداد على شكل جداء قوى .

3) $GCD$ نأخذ العوامل المشتركة فقط وبأصغر أس.

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

## تمرينات ومسائل الوحدة الأولى صـ30

**السؤال الأول :**

| التمرين | الجواب | التمرين | الجواب | التمرين | الجواب |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 5 | 2 | 9 | 2 |
| 2 | 1 | 6 | 2 | 10 | 2 |
| 3 | 2 | 7 | 2 | | |
| 4 | 3 | 8 | 1 | | |

**السؤال الثاني :**

| التمرين | الجواب | التمرين | الجواب |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 + 1 | 4 | 3 + 2 + 1 |
| 2 | 2 + 1 | 5 | 3 + 1 |
| 3 | 3 + 2 | | |

**السؤال الثالث :**

| التمرين | الرأي | التمرين | الرأي | التمرين | الرأي |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | غ ، م | 5 | غ م | 9 | غ ، م |
| 2 | م | 6 | م | 10 | غ ، م |
| 3 | غ م | 7 | م | | |
| 4 | م | 8 | غ م | | |

**السؤال الرابع :**

| التمرين | الجواب | نوع الجواب |
|---|---|---|
| 1 | $-3$ | صحيح |
| 2 | $\frac{20}{3}$ | غير صحيح |
| 3 | 2 | صحيح |
| 4 | $\frac{-1}{14}$ | غير صحيح |

**السؤال الخامس :**

رقم 4 : التعليل

$D = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$

الجواب لا يكتب بالشكل العشري $a \times 10^n$

**السؤال السادس :**

1) العدد 15 قاسماً للعدد 75 .

2) 22 ليس قاسماً للعدد 24 .

3) العدد 7 قاسماً للعدد 35 .

**السؤال السابع :**

| التمرين | جواب سلمى | الجواب الصحيح | الرأي |
|---|---|---|---|
| 1 | $\sqrt{45}$ | $3\sqrt{5}$ | موافق |
| 2 | 9 | $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ | غير موافق |
| 3 | $\sqrt{234}$ | $\sqrt{56}$ | غير موافق |

**السؤال الثامن :**

$-6$

**السؤال التاسع :**

**تذكر :**

محيط أي شكل هندسي هو مجموع أطوال أضلاعه .

$P = 2\,(AB + BC)$

$P = 2\,(\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{45})$

$P = 2(\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5})$

$P = 2(4\sqrt{5})$

$P = 8\sqrt{5} \quad cm$

**السؤال العاشر :**

| التمرين | الجواب |
|---|---|
| $a$ | $\frac{90}{126} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$ |
| $b$ | $\frac{495}{270} = \frac{99}{54} = \frac{11}{6}$ |
| $c$ | $\frac{168}{264} = \frac{84}{132} = \frac{7}{11}$ |

الموقع التعليمي
علوم الجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

## السؤال الحادي عشر :

### التمرين الأول :

**خوارزمية الطرح المتتالي :**

| الخطوة | الكبير $a$ | الصغير $b$ | الفرق $a-b$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 357 | 204 | 153 |
| 2 | 204 | 153 | 51 |
| 3 | 153 | 51 | 102 |
| 4 | 102 | 51 | 51 |
| 5 | 51 | 51 | 0 |

نستنتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين هو 51 ،

فالعددان غير أوليان فيما بينهما

**خوارزمية إقليدس :**

| الخطوة | المقسوم | المقسوم عليه | المقسوم عليه |
|---|---|---|---|
| 1 | 357 | 204 | 153 |
| 2 | 204 | 153 | 51 |
| 3 | 153 | 51 | 0 |

نستنتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين هو 51 ،

فالعددان غير أوليان فيما بينهما

### التمرين الثاني :

**خوارزمية الطرح المتتالي :**

| الخطوة | الكبير | الصغير | الفرق |
|---|---|---|---|
| 1 | 2463 | 1036 | 1427 |
| 2 | 1427 | 1036 | 391 |
| 3 | 1036 | 391 | 672 |
| 4 | 672 | 391 | 281 |
| 5 | 391 | 281 | 100 |
| 6 | 281 | 100 | 181 |
| 7 | 181 | 100 | 81 |
| 8 | 100 | 81 | 29 |
| 9 | 81 | 29 | 52 |
| 10 | 52 | 29 | 23 |
| 11 | 29 | 23 | 9 |
| 12 | 23 | 9 | 17 |
| 13 | 17 | 9 | 8 |
| 14 | 9 | 8 | 1 |
| 15 | 8 | 1 | 7 |
| 16 | 7 | 1 | 6 |
| 17 | 6 | 1 | 5 |
| 18 | 5 | 1 | 4 |
| 19 | 4 | 1 | 3 |
| 20 | 3 | 1 | 2 |
| 21 | 2 | 1 | 1 |
| 22 | 1 | 1 | 0 |

نستنتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين هو 1 ،

فالعددان أوليان فيما بينهما

**خوارزمية إقليدس :**

| الخطوة | المقسوم | المقسوم عليه | باقي القسمة |
|---|---|---|---|
| 1 | 2463 | 1036 | 391 |
| 2 | 1036 | 391 | 254 |
| 3 | 391 | 254 | 137 |
| 4 | 254 | 137 | 117 |
| 5 | 137 | 117 | 20 |
| 6 | 117 | 20 | 17 |
| 7 | 20 | 17 | 3 |
| 8 | 17 | 3 | 2 |
| 9 | 3 | 2 | 1 |
| 10 | 2 | 1 | 0 |

نستنتج أن القاسم المشترك الأكبر للعددين هو 1 ،

فالعددان أوليان فيما بينهما .

الموقع التعليمي
علوم الجميع
تم التحميل من موقع علوم الجميع
http://www.3lom4all.com

إعداد المدرس : جلال عدي – جوال0955942677

**السؤال الثاني عشر :**

$$A = 9\sqrt{7} - 2\sqrt{28} - 5\sqrt{63}$$
$$A = 9\sqrt{7} - 2\sqrt{4\times 7} - 5\sqrt{9\times 7}$$
$$A = 9\sqrt{7} - 4\sqrt{7} - 15\sqrt{7}$$
$$A = -10\sqrt{7}$$

$$B = \sqrt{24} + \sqrt{54} - \sqrt{150}$$
$$B = \sqrt{4\times 6} + \sqrt{9\times 6} - \sqrt{25\times 6}$$
$$B = 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 5\sqrt{6}$$
$$B = 0$$

**السؤال الثالث عشر :**

1) $\sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

2) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{12}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\times 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

4) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{9}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

**السؤال الرابع عشر :**

محيط المربع = 4 × طول الضلع

$$P = 4\,(\sqrt{20} + 1)$$
$$P = 4\sqrt{20} + 4$$
$$P = 8\sqrt{5} + 4$$

محيط المستطيل = 2 × ( الطول + العرض )

$$P = 2\,(\sqrt{45} - 1 + \sqrt{5} + 3)$$
$$P = 2(\sqrt{45} + \sqrt{5} + 2)$$
$$P = 2(3\sqrt{5} + \sqrt{5} + 2)$$
$$P = 2(4\sqrt{5} + 2)$$
$$P = 8\sqrt{5} + 4$$

نلاحظ أن محيط المربع يساوي محيط المستطيل

**السؤال الخامس عشر :**

1) $1 - (\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\times\frac{4}{5})$

$= 1 - (\frac{1}{4} + \frac{3}{5})$

$= 1 - (\frac{5}{20} + \frac{12}{20})$

$= 1 - (\frac{17}{20})$

$= 1 - \frac{17}{20}$

$= \frac{20}{20} - \frac{17}{20}$

$= \frac{3}{20}$

2) نفرض أن مساحة قطعة الأرض التي يمتلكها الرجل $x$

في عام 2012 باع ربعها أي $\frac{x}{4}$ أو $\frac{1}{4}\,x$ فبقي عنده $\frac{3x}{4}$

وفي عام 2013 باع أربع أخماس الباقي أي

$\frac{4}{5}\times\frac{3x}{4} = \frac{3x}{5}$

فبقي عنده : $x - (\frac{x}{4} + \frac{3x}{5})$

$= x - (\frac{5x}{20} + \frac{12x}{20})$

$= x - (\frac{17x}{20})$

$= \frac{20x}{20} - \frac{17x}{20}$

$= \frac{3x}{20}$ بقي لديه

$\frac{3x}{20} = 6$

$3x = 120$
$x = \frac{120}{3}$
$x = 40$

هكتار كان يملك الرجل

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

**السؤال السادس عشر :**

1) $\frac{22}{7} \cong 3.142857$

$\frac{355}{113} \cong 3.141593$

2) لإثبات أن الكسور السابقة بأبسط صورة يجب إثبات أن حدي الكسر أوليان فيما بينهما .

| الخطوة | المقسوم | المقسوم عليه | باقي القسمة |
|---|---|---|---|
| 1 | 22 | 7 | 1 |
| 2 | 7 | 1 | 0 |

فالعددان 22 , 7 أوليان فيما بينهما ، وبالتالي الكسر الأول مكتوب بأبسط صورة .

| الخطوة | المقسوم | المقسوم عليه | باقي القسمة |
|---|---|---|---|
| 1 | 355 | 113 | 16 |
| 2 | 113 | 16 | 1 |
| 3 | 16 | 1 | 0 |

فالعددان 355 , 113 أوليان فيما بينهما ، وبالتالي الكسر الثاني مكتوب بأبسط صورة .

**السؤال السابع عشر :**

$A = \frac{1530}{1360} - \frac{3}{8}$

1)

| الخطوة | المقسوم | المقسوم عليه | باقي القسمة |
|---|---|---|---|
| 1 | 1530 | 1360 | 170 |
| 2 | 1360 | 170 | 0 |

نستنتج أن : $GCD\,(1530, 1360) = 170$

$\frac{1530}{1360} = \frac{153}{136}$

2)

$A = \frac{153}{136} - \frac{3}{8}$

$A = \frac{153}{136} - \frac{51}{136}$

$A = \frac{102}{136}$

$A = \frac{51}{68}$

$A = \frac{3}{4}$

$A$ عدد عشري لأنه يكتب بالشكل :

$A = 0.75$

$A = 75 \times 10^{-2}$

**السؤال الثامن عشر :**

1) لإثبات أن الشكل مربع يكفي إثبات أن : $AB = BC$

$AB = \sqrt{27} + \sqrt{3}$

$AB = 3\sqrt{3} + \sqrt{3}$

$AB = 4\sqrt{3}\ cm$

$BC = \sqrt{48}$

$BC = \sqrt{16 \times 3}$

$BC = 4\sqrt{3}\ cm$

نلاحظ أن : $AB = BC = 4\sqrt{3}\ cm$

فالشكل $ABCD$ مربع ( لأنه مستطيل تساوى بعداه )

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

**السؤال التاسع عشر :**

1) الصفر ليس عدد أولي ، لأن له عدد غير منتهي من القواسم .

2) هي : $2, 3, 5, 7$

3)

$$a = 2 \times 3 \times 5$$
$$b = 2^2 \times 5 \times 7$$

1) نعم العدد 2 قاسماً للعدد $b$

2) نعم العدد 6 قاسماً للعدد $a$ لأنها ناتج ضرب قاسمين له ، حيث : $6 = 2 \times 3$

3) كلا العدد 7 ليس قاسماً للعدد $a$ .

4) $GCD\,(a, b) = 2 \times 5 = 10$

**السؤال العشرون :**

| العدد | أعداد صحيحة | أعداد عادية | أعداد عشرية | أعداد غير عادية |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{\pi}{4}$ | | | | * |
| $10^{-2}$ | | * | * | |
| $\frac{27}{100}$ | | * | * | |
| $\frac{5}{11}$ | | * | | |
| $7$ | * | * | * | |
| $\frac{-5}{2}$ | | * | * | |
| $10^5$ | * | * | * | |
| $\frac{-1}{4}$ | | * | * | |
| $0.3$ | | * | * | |
| $25\ \pi$ | | | | * |
| $\frac{-48}{6}$ | * | * | * | |
| $\frac{4}{3}$ | | * | | |

**انتبه (1) :**

في الكسر $\frac{a}{b}$ ، وعند تقسيم البسط على المقام نميز الحالات التالية :

1) صورة عشرية منتهية فهو عدد عشري وعدد عادي .

2) صورة عشرية غير منتهية ودورية فهو عدد عادي فقط وليس عشري .

3) صورة عشرية غير منتهية وغير دورية فهو عدد غير عادي .

**انتبه (2) :**

1) جميع الأعداد الصحيحة هي أعداد عادية .

2) جميع الأعداد العشرية هي أعداد عادية .

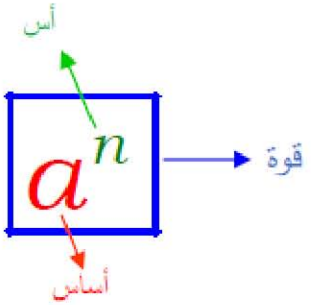
الموقع التعليمي
علوم الجميع
تم التحميل من موقع علوم الجميع
https://www.3lom4all.com

## الوحدة الثانية :

# القوى الأعداد العادية

# الحساب بالرموز

إذا كان $a$ عدداً عادياً موجباً ، وكان $n$ عدداً صحيحاً موجباً ، فعندئذٍ يرمز $a^n$ إلى القوة من المرتبة $n$ للعدد $a$ ويقرأ (( $a$ أس $n$ ))




تذكر :

1) $a^0 = 1$
2) $a^1 = a$
3) $a = a^1$
4) $1^a = 1$
5) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ( حيث $a \neq 0$ )

**حالة خاصة :**

**قوى العدد 10**

أياً كان العدد الطبيعي $n$

فإن : $10^n = 10 \ldots\ldots 0$ ( $n$ صفراً )

كما أن :

$10^{-n} = 0 \ldots\ldots 1$ ( بحسب $n$ عدد المنازل العشرية على يمين الفاصلة العشرية )

# قواعد حساب القوى

**1) جداء قوتين لهما الأساس ذاته :**

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

(ضرب القوى لذات الأساس : الأساس نفسه ونجمع الأسس)

**2) قسمة قوتين لهما الأساس ذاته :**

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

(قسمة القوى لذات الأساس : الأساس نفسه ونطرح الأسس: ( أس البسط – أس المقام)

**3) قوة جداء عددين عاديين :**

إذا كان $a, b$ عددين عاديين وكان

$(a \neq 0, b \neq 0, n \neq 0)$

فإن :

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

**4) قوة القوة لعدد عادي :**

إذا كان $a$ عدد عادي وكان

$(a \neq 0, n \neq 0, m \neq 0)$

فإن :

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

**5) قوة ناتج القسمة لعدد عادي على عدد عادي آخر مغاير للصفر :**

إذا كان $a, b$ عددين عاديين وكان

$(a \neq 0, b \neq 0, n \neq 0)$

فإن :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

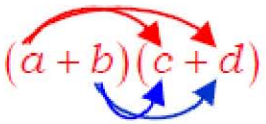
الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

# النشر والتحليل

قاعدة التوزيع :

$$k(a+b) = ka + kb$$
$$k(a-b) = ka - kb$$

جداء ذي حدين بمثله :




$$(a+b)(c+d)$$
$$= ac + ad + bc + bd$$

**تذكر :**

$$x \times x = x^2$$

**خاصة :**

لتحليل مجموع حدود إلى جداء، يمكن استعمال خاصة التوزيع :

$$ka + kb = k\,(a+b)$$

نقول أن $k$ هو العامل المشترك بين الحدين $ka\,,kb$

أما :

في حال القسم المشترك الحرفي فإننا نأخذ القسم الحرفي المشترك وبأصغر أس :

**تحليل كثير الحدود بإخراج العامل**

1) نوجد العامل المشترك للحدود الجبرية .
2) نفتح قوس .
3) تقسم كل حد من حدود التمرين على العامل المشترك ونكتب الناتج ).
4) نغلق القوس .

# مطابقات شهيرة

تذكر :

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$

يمكن التعبير أيضاً بالمطابقات التالية اختصاراً :

## المطابقات التربيعية

**1)** $\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

الطرف الأيسر مربع مجموع حدين والطرف الأيمن مربع الأول + ضعفي الأول بالثاني + مربع الثاني

**2)** $\boldsymbol{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

الطرف الأيسر مربع فرق حدين والطرف الأيمن مربع الأول – ضعفي الأول بالثاني + مربع الثاني

**3)** $\boldsymbol{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$

الطرف الأيسر جداء ضرب مجموع حدين بفرقهما والطرف الأيمن فرق مربعي الحدين.

**ملاحظة :** المتطابقة رقم ( 3) تطبق في الاتجاهين أي ذهاباً وإياباً .

**تحليل مع مطابقة شهيرة**

لتحليل مجموع حدود إلى جداء، يمكن أيضاً استعمال المطابقات الشهيرة على النحو الآتي :

1) عندما يكون لدينا حدين عليهما تربيع أو على أحدهما تربيع نلجأ إلى المتطابقة .

$$\boldsymbol{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$$

بالعودة هي :

مربع 2 – مربع 1 $\rightarrow$

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

2) إما عندما يكون لدينا ثلاثة حدود مرتبة تنازلياً :

نوجد : الثالث $\sqrt{\ }$ $\times$ الأول $\sqrt{\ } \times 2$

فإذا كان الناتج هو الحد الثاني

فيكون لدينا حالة مربع كامل

ولكتابته بشكل مربع كامل :

$$\left(\text{الثالث}\sqrt{\ } \text{ إشارة الثاني } \text{الأول}\sqrt{\ }\right)^2$$

**تذكر :**

**المربع الكامل :** هو كل عدد أو حد جبري أو أي صيغة رياضية يمكن كتابتها على شكل قوس مرفوعاً للأس 2 ( تربيع ) .

## اختزال عبارة

**مثال (1) :** اختزل العبارة التالية ؟

$$A = 3x^2 + x - (x^2 + 3x - 1)$$

**الحل :**

$$= 3x^2 + x - x^2 - 3x + 1$$
$$= 2x^2 - 2x + 1$$

**تعلم :**

1) تجمع الحدود المتشابهة التي تحوي نفس القسم الحرفي تماماً بأن نجمع الأمثال العددية فقط ويبقى القسم الحرفي ذاته ( ولا ننسى الإشارة ) .

2) تجمع الأعداد الصحيحة أيضاً التي لا يوجد معها قسم حرفي ( ولا ننسى الإشارة ) .

**مثال (2) :** لإنجاز ضرب الحدين $3a$ و $-5b$ :

**الحل :**

$$3a \times (-5b) = -15ab$$

**تعلم :**

**لضرب حدود جبرية**

1) نضرب الإشارات.

2) نضرب الأمثال العددية .

3) نضرب الأقسام الحرفية .

فعند ضرب $a \times b$ الجواب هو $ab$

أما عند ضرب $a \times a$ الجواب هو $a^2$

وعند ضرب $a \times a^2$ الجواب هو $a^3$

وعند ضرب $a^2 \times b$ الجواب هو $a^2b$

**مثال (3) :** لتكن لدينا العبارة التالية ؟

$$A = (x+1)(x+5) - 6x$$

والمطلوب :

1) انشر العبارة $A$ ثم اختزلها .

2) أوجد قيمة $A$ في حالة $(x = 2)$ .

**الحل :**

1)

$$A = x^2 + 5x + x + 5 - 6x$$
$$A = x^2 + 6x - 6x + 5$$
$$A = x^2 + 5$$

2)

$$A = (2)^2 + 5$$
$$A = 4 + 5$$
$$A = 9$$

**تذكر :** يستفاد في التمرين الخامس عشر من تمارين الوحدة

## كيف يتم حساب قيمة عبارة رمزية

1) نفك الأقواس إن وجدت.

2) نجمع الحدود المتشابهه .

3) نوجد الصيغة المختزلة للعبارة .

4) نعوض قيمة المجهول أو الرمز في أبسط صيغة أوجدناها .

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

## تمرينات ومسائل الوحدة الثانية صـ47

**السؤال الأول :**

| التمرين | الجواب | التمرين | الجواب | التمرين | الجواب |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 2 | **5** | 2 | **9** | 3 |
| **2** | 3 | **6** | 3 | **10** | 2 |
| **3** | 2 | **7** | 1 | | |
| **4** | 3 | **8** | 2 | | |

**السؤال الثاني :**

| التمرين | الجواب | التمرين | الجواب |
|---|---|---|---|
| **1** | 3+2 | **3** | 3+1 |
| **2** | 3+1 | **4** | 3+2 |

**السؤال الثالث :**

| التمرين | الرأي |
|---|---|
| **1** | خطأ |
| **2** | خطأ |
| **3** | خطأ |
| **4** | خطأ |
| **5** | صح |

**السؤال الرابع :**

| التمرين | قيمة $x$ | $E = (x-1)^2 - 5x$ |
|---|---|---|
| **1** | $-3$ | $E = (-3-1)^2 - 5(-3) = 31$ |
| **2** | 0 | $E = (0-1)^2 - 5(0) = 1$ |
| **3** | 5 | $E = (5-1)^2 - 5(5) = -9$ |

**السؤال الخامس :**

(1
$$B = 1 + 4y - 2 - y$$
$$B = 3y - 1$$

(2
$$D = x - 1 - (2x - 4)$$
$$D = x - 1 - 2x + 4$$
$$D = -x + 3$$

**السؤال السادس :**

(1
$$A = 3^4 \times 3^{-2} \times 3^5$$
$$A = 3^{4-2+5}$$
$$A = 3^7$$

(2
$$B = \frac{5 \times (5^{-2})^{-3}}{5^9}$$
$$B = \frac{5 \times 5^6}{5^9}$$
$$B = \frac{5^7}{5^9}$$
$$B = 5^{-2} = \frac{1}{5^2}$$

(3
$$C = \frac{3^4 \times 3^5}{3^{-2}}$$
$$C = \frac{3^9}{3^{-2}}$$
$$C = 3^{9-(-2)} = 3^{11}$$

**السؤال السابع :**

$$P = \frac{3^7 \times 4^8 \times 5^4}{2^5 \times 5^{-7} \times 9^3}$$
$$P = \frac{3^7 \times (2^2)^8 \times 5^4}{2^5 \times 5^{-7} \times (3^2)^3}$$
$$P = \frac{3^7 \times 2^{16} \times 5^4}{2^5 \times 5^{-7} \times 3^9}$$
$$P = 2^{11} \times 3^{-2} \times 5^{11}$$

**السؤال الثامن :**

(1
$$A = \frac{16 \times 10^{-1} \times 2}{(10^3)^2 \times 10^{-8} \times 80}$$
$$A = \frac{32 \times 10^{-1}}{10^6 \times 10^{-8} \times 80}$$
$$A = \frac{2 \times 10^{-1}}{5 \times 10^{-2}}$$
$$A = \frac{2}{5} \times 10^1$$
$$A = \frac{20}{4}$$
$$A = 5$$

نستنتج أن $A$ عدد صحيح

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

إعداد المدرس : جلال عدي – جوال0955942677

(2 $B = \frac{-2\times10^{-3}\times25\times(10^{2})^{2}}{50\times10^{5}\times(-0.1)\times10^{-3}}$

$B = \frac{-50\times10^{4}}{-50\times10^{5}\times10^{-1}}$

$B = \frac{10^{4}}{10^{4}}$

$B = 1$ نستنتج أن $B$ عدد صحيح

**السؤال التاسع :**

$A = (7t+3)(t-4) - (t-2)(t+6)$

$A = 7t^2 - 28t + 3t - 12 - (t^2 + 6t - 2t - 12)$

$A = 7t^2 - 25t - 12 - t^2 - 4t + 12$

$A = 6t^2 - 29t$

$B = 2x(8x-1) - (4x-5)(4x-1)$

$B = 16x^2 - 2x - (16x^2 - 4x - 20x + 5)$

$B = 16x^2 - 2x - 16x^2 + 24x - 5$

$B = 22x - 5$

**السؤال العاشر :**

(1 $A = (5x+1)^2 - (x-3)(5x+1)$

$A = (5x+1)[(5x+1) - (x-3)]$

$A = (5x+1)(5x+1-x+3)$

$A = (5x+1)(4x+4)$

$A = 4(5x+1)(x+1)$

(2 $B = (2t+3)^2 - 36$

$B = [(2t+3)+6][(2t+3)+6]$

$B = (2t+3+6)(2t+3-6)$

$B = (2t+9)(2t-3)$

**السؤال الحادي عشر :**

(1 $\mathbf{49x^2} - 9 = (7x+\mathbf{3})(7x-\mathbf{3})$

(2 $x^2 + \mathbf{10x} + 25 = (\boldsymbol{x}+5)^2$

(3 $\boldsymbol{x^2} - 16x + \mathbf{64} = (x-8)^2$

(4 $x^2 - \mathbf{14x} + \mathbf{49} = (x-7)^2$

**السؤال الثاني عشر :**

$N = (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})$

نقوم بعملية النشر أو استخدام المتطابقات لنجد الناتج التالي:

$N = 18 - 12 = 6$

نستنتج أن $N$ عدد صحيح

**السؤال الثالث عشر :**

$A = (2\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

$A = 8 + 4\sqrt{6} + 3$

$A = 11 + 4\sqrt{6}$

**السؤال الرابع عشر :**

(1 $A = 49 - 36x^2$

$A = (7+6x)(7-6x)$

(2 $C = x^2 - 2x + 1$

نوجد : $2\times\sqrt{x^2}\times\sqrt{1} = 2x$

فالجواب هو الحد الثاني ، فنحن أمام حالة مربع كامل ، يكتب بالشكل :

$C = (x-1)^2$

(3 $I = (t+1)^2 - 8(t+1) + 16$

$I = (t+1)[((t+1)) - 8] + 16$

$I = (t+1)(t+1-8) + 16$

$I = (t+1)(t-7) + 16$

$I = t^2 - 6t - 7 + 16$

$I = x^2 - 6t + 9$

$I = (x+3)^2$

(4 $E = (2x-1)^2 - (3x+2)^2$

$E = [(2x-1)+(3x+2)][(2x-1)-(3x+2)]$

$E = (2x-1+3x+2)(2x-1-3x-2)$

$E = (5x+1)(-x-3)$

(5 $F = 9 + 30z + 25z^2$

نوجد : $2\times\sqrt{9}\times\sqrt{25z^2} = 30z$

فالجواب هو الحد الثاني ، فنحن أمام حالة مربع كامل ، يكتب بالشكل :

$F = (3+5z)^2$

(6 $G = 25z^2 - 30z + 9$

نوجد : $2\times\sqrt{25z^2}\times\sqrt{9} = 30z$

فالجواب هو الحد الثاني ، فنحن أمام حالة مربع كامل ، يكتب بالشكل :

$G = (5z+3)^2$

الموقع التعليمي علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

**السؤال الخامس عشر :**

$2x(3x-5)-5(2x-1)= 6x^2-20x-5$

1) $t_1 = 2x(3x-5)-5(2x-1)$

$t_1 = 2(0)[3(0)-5]-5[2(0)-1]$

$t_1 = 5$

$t_2 = 6x^2-20x-5$

$t_2 = 6(0)^2-20(0)-5$

$t_2 = -5$

نلاحظ أن $t_1 \neq t_2$ فهناك خطأ إما بعملية النشر أو عملية التعويض.

2) وبما أن عملية التعويض صحيحة ، فإن عملية النشر هي العملية الخاطئة والصواب في النشر :

$2x(3x-5)-5(2x-1)= 6x^2-20x+5$

**انتبه :**

إن حالة صحة المساواة عند كل قيمة جربت لـ $x$ لا يبرر صحة النشر أو الاختزال ، ولكن ذلك يزيدنا ثقة بالتحقق من الناتج الذي وجدناه .

**السؤال السادس عشر :**

1) نعم أصاب .

2) الطريقة الأسرع هي إيجاد ناتج جمع ما داخل القوس طالما عملية الجمع ممكنة ومن ثم التربيع.

$\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{5}{5}\right)^2 = (1)^2 = 1$

**السؤال السابع عشر :**

1) $\mathcal{A} = S = (AB)^2$

$\mathcal{A} = S = \left(3+\sqrt{3}\right)^2$

$S = 9+6\sqrt{3}+3$

$S = 12+6\sqrt{3}$ واحدة مربعة

2) $\mathcal{A}' = S' = EH \times EF$

$S' = \sqrt{2}(\sqrt{72}+3\sqrt{6})$

$S' = \sqrt{144}+3\sqrt{12}$

$S' = 12+3\sqrt{4\times 3}$

$S' = 12+6\sqrt{3}$ واحدة مربعة

نلاحظ أن : $\mathcal{A} = \mathcal{A}'$

**السؤال الثامن عشر :**

$L = (3x-1)(2x+5)-(3x-1)^2$

1) $L = (3x-1)[(2x+5)-(3x-1)]$

$L = (3x-1)(2x+5-3x+1)$

$L = (3x-1)(-x+6)$

$L = -3x^2+18x+x-6$

$L = -3x^2+19x-6$

2) $L = -3x^2+19x-6$

وعندما $x = 1+\sqrt{2}$

$L = -3\left(1+\sqrt{2}\right)^2+19\left(1+\sqrt{2}\right)-6$

$L = -3\left(1+2\sqrt{2}+2\right)+19+19\sqrt{2}-6$

$L = -3\left(3+2\sqrt{2}\right)+19\sqrt{2}+13$

$L = -9-2\sqrt{2}+19\sqrt{2}+13$

$L = 17\sqrt{2}+4$

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

## الوحدة الثالثة :

# معادلات – متراجحات

**المعادلة :** هي مساواة تضم عدداً مجهولاً ، نرمز إليه غالباً بحرف أبجدي .

2) **حل معادلة :** هو إيجاد جميع قيم المجهول التي تجعل المساواة صحيحة ( نقول أنها تحقق المعادلة ).

3) كل قيمة تحقق المعادلة نسميها حلاً للمعادلة أو جذراً للمعادلة .

4) نقول إن معادلتين متكافئتان إذا كان لهما الحلول نفسها.

## معادلات الدرجة الأولى بمجهول واحد

$$ax + b = c$$

**خطوات حل المعادلة من الدرجة الأولى :**

1) نفك الأقواس إن وجدت .

2) إذا وجد في المعادلة مقامات عددية يجب التخلص منها وذلك بضرب طرفي المعادلة بالمقام المشترك والذي هو (م . م . أ للمقامات ) ونختصر .

3) نجمع الحدود المتشابهة في كل طرف.

4) ننقل المعاليم إلى طرف والمجاهيل إلى طرف آخر مع تغيير إشارة الحد المنقول.

5) نجمع الحدود المتشابهة في كل طرف.

6) فيصبح شكل المعادلة : $ax = b$ حلها $x = \frac{b}{a}$

7) إذا تضمنت المعادلة عملية ضرب عدد بالمتغير فلإيجاد قيمة المتغير نقسم الحد على القيد.

**ملاحظات :**

1) الحد هو الطرف الثاني من المساواة والذي لا يتضمن متغيراً ، أما المقيد فهو العدد الموجود قبل المتغير .

2) بعد حل المعادلة، وأردنا التأكد من صحة الحل يجب أن نعوض قيمة المتغير في المعادلة فإذا تحققت المساواة بين الطرفين كان حلنا صحيح وإلا فالحل غير صحيح .

## اصطناع معادلة

**خطوات حل المسألة في الجبر :**

1) تعيين الفرضية الصحيحة .

2) الاستنتاجية بعد الفرضية.

3) المعادلة اللفظية .

4) تشكيل المعادلة وحلها .

5) مناقشة الحلول (( مقبول أو مرفوض ))

**ملاحظة :**

الزيادة نترجمها في تشكيل المعادلة نقصان والنقصان نترجمه في تشكيل المعادلة زيادة .

## معادلات – خاصة الجداء الصفري

1) إذا كان أحد مضاريب جداء معدوماً، كان الجداء معدوماً ، مثلاً :

إذا كان $a = 0$ أو $b = 0$ فإن :

$$a \times b = 0$$

2) إذا كان جداء عدة مضاريب معدوماً، كان واحد على الأقل من المضاريب معدوماً، مثلاً :

فإنه : إما $a = 0$ أو $b = 0$

الموقع التعليمي
علوم الجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

3) $(ax+b)(cx+d)=0$

فإن :

أما : $(ax+b)=0$ ونتابع حل المعادلة

أو : $(cx+d)=0$ ونتابع حل المعادلة

## حل المعادلة $x^2=a$

1) في حالة $a$ عدد موجب تماماً :

يكون : $x=-\sqrt{a}\ ,x=\sqrt{a}$

هما جذري المعادلة : $x^2=a$

2) في حالة $(a=0)$ : للمعادلة $x^2=0$

حل وحيد هو : $x=0$

3) في حال $a<0$ ، لا توجد قيم للمجهول $x$ تجعل $x^2=a$ ، في هذه الحالة نقول أن المعادلة غير قابلة للحل ( مستحيلة الحل ) .

## متراجحات الدرجة الأولى بمجهول واحد

**إشارات التراجح :**

$<$ تقرأ أكبر تماماً.

$\geq$ تقرأ أكبر أو يساوي ( وتقرأ أكبر ).

$<$ تقرأ أصغر تماماً .

$\leq$ تقرأ أصغر أو يساوي ( وتقرأ أصغر ).

**تعلم :**

1) المتراجحة تعبر عن مقارنة بين طرفين .

2) قيم $x$ التي تجعل المتراجحة صحيحة تسمى حلول هذه المتراجحة .

3) نقول إن متراجحتين متكافئتان إذا كان لهما الحلول نفسها .

4) المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد $x$ ، تعبر عن مقارنة بين طرفين قد تكون صحيحة أو غير صحيحة ، وذلك حسب قيم $x$ .

5) كل قيمة للمجهول $x$ ، تجعل المقارنة بين الطرفين صحيحة تسمى حلاً للمتراجحة .

6) حل المتراجحة هي عملية إيجاد جميع قيم $x$ التي تحققها ( تجعل المقارنة صحيحة ).

7) المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد $x$ ، هي كل متراجحة من أحد الأنماط التالية :

$$ax+b\geq cx+d$$

$$x+b>cx+d$$

$$ax+b\leq cx+d$$

$$ax+b<cx+d$$

حيث $a,b,c,d$ أعداد ، $a\neq c$

**خواص التراجح :**

**1)** إذا كان $a>b$ ، $c$ فإن :

$$a-c>b-c$$ و

(( إذا أضفنا أو طرحنا إلى طرفي المتراجحة نفس المقدار تبقى المتراجحة صحيحة )) .

**2)** إذا كان $a>b$ ، $c>0$ (موجب) فإن :

$$a.c>b.c$$

$$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$$ و

(( إذا ضربنا أو قسمنا طرفي المتراجحة بعدد موجب تبقى جهة المتراجحة كما هي )) .

**3)** إذا كان $a>b$ ، $c<0$ (سالب) فإن :

$$a.c<b.c$$

$$\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$$ و

(( إذا ضربنا أو قسمنا طرفي المتراجحة بعدد سالب نعكس جهة المتراجحة )) .

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

إعداد المدرس : جلال عدي – جوال0955942677

## خطوات حل المتراجحة من الدرجة الأولى :

1) نفك الأقواس إن وجدت .
2) نتخلص من المقامات العددية إن وجدت وذلك بأن نضرب طرفي المتراجحة بـ م.م.أ للمقامات ونختصر .
3) نجمع الحدود المتشابهة في كل طرف.
4) ننقل المعاليم إلى طرف والمجاهيل إلى طرف آخر مع تغيير إشارة الحد المنقول.
5) نجمع الحدود المتشابهة في كل طرف.
6) فيصبح شكل المتراجحة : $ax > b$ لحلها نحن أمام حالتين :

**حالة (1) : إذا كانت $a > 0$ (موجب)**

حل المتراجحة هو : $x > \frac{b}{a}$ ( أي تبقى إشارة التراجح كما هي ).

**حالة (2) : إذا كانت $a < 0$ (سالب)**

حل المتراجحة هو : $x < \frac{b}{a}$ ( أي نعكس إشارة التراجح ).

**ملاحظات :**

1) تفتح المجالات عند : $-\infty$ ، $+\infty$ .
2) تفتح المجالات عند : $<$ أو $>$ وتقرأ أكبر تماماً و أصغر تماماً .
3) تغلق المجالات عند : $\leq$ أو $\geq$ وتقرأ أكبر أو يساوي و أصغر أو يساوي .
4) حلول المتراجحة : عدد $x >$
نبدأ من العدد وننتهي عند $+\infty$
ولا ننسى المجالات .
5) حلول المتراجحة : عدد $x <$
نبدأ من $-\infty$ وننتهي عند العدد
ولا ننسى المجالات .
6) يجب تمثيل مجموعة حلول المتراجحة على مستقيم الأعداد وتظليل القسم الذي هو ليس حلاً للمتراجحة .
7) يوجه مستقيم الأعداد من جهة واحدة وليس من جهتين، الجهة الموجهه تأخذ إشارة موجبة، أما الجهة الغير موجهه فتأخذ إشارة سالبة .

**انتبه :**

بعد حل المتراجحة وإيجاد مجموعة الحلول يجب تمثيل مجموعة الحلول على مستقيم الإعداد ولا ننسى قواعد المجالات السابقة (( المفتوح والمغلق )) .

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

## تمرينات ومسائل الوحدة الثالثة صـ67

**السؤال الأول :**

| التمرين | الجواب | التمرين | الجواب | التمرين | الجواب |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 2 | **5** | 2 | **9** | 2 |
| **2** | 3 | **6** | 1 | | |
| **3** | 1 | **7** | 2 | | |
| **4** | 3 | **8** | 2 | | |

**السؤال الثاني :**

| التمرين | الجواب | التمرين | الجواب |
|---|---|---|---|
| **1** | 1 | **3** | 2+1 |
| **2** | 3+1 | **4** | 2 |

**السؤال الثالث :**

| التمرين | الرأي | التمرين | الرأي |
|---|---|---|---|
| **1** | غ م | **5** | غ م |
| **2** | غ م | **6** | غ م |
| **3** | م | **7** | غ م |
| **4** | م | | |

**السؤال الرابع :**

| السؤال | الجواب | السؤال | الجواب | السؤال | الجواب |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 | **3** | 5 | **5** | −6 |
| **2** | 0 | **4** | 1 | **6** | $\frac{1}{2}$ |

**السؤال الخامس :**

1) $3(-x+5) = -5(x+3)$

$-3x+15 = -5x-15$

$-3x+5x = 15+15$

$2x = 30$

$x = \frac{30}{2}$

$x = 15$

2) $5-3(x+1) = 3-x$

$5-3x-3 = 3-x$

$2-3x = 3-x$

$-3x+x = 3-2$

$-2x = 1$

$x = \frac{-1}{2}$

3) $6(x-3) = 2(3x-2)-3x$

$6x-18 = 6x-4-3x$

$6x-18 = 3x-4$

$6x-3x = -4+18$

$3x = 14$

$x = \frac{14}{3}$

4) $(2x-9)(8x-1) = (4x+3)^2$

$16x^2-2x-72x+9 = 16x^2+24x+9$

$16x^2-74x+9 = 16x^2+24x+9$

$16x^2-74x-16x^2-24x = 9-9$

$-74x-24x = 0$

$-98x = 0$

$x = 0$

5) $(2x+3)(x-5) = 2x(x-2)$

$2x^2-10x+3x-15 = 2x^2-4x$

$2x^2-7x-15 = 2x^2-4x$

$2x^2-7x-2x^2+4x = 15$

$-3x = 15$

$x = \frac{-15}{3}$

$x = -5$

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

6) $(3x-1)(x+2)=(x-1)(2x+4)$

$3x^2+6x-x-2=2x^2+4x-2x-4$

$3x^2+5x-2=2x^2+2x-4$

$3x^2+5x-2x^2-2x=-4+2$

$x^2-3x=-2$

$x^2-3x+2=0$

**تعلم :**

عندما يكون لدينا ثلاثة حدود مرتبة تنازلياً :

نوجد : الثالث $\times$ الأول $\times 2$

فإذا كان الناتج مختلف عن الحد الثاني وتكون أمثال $x^2$ هو $1$ وموجبة ، فإننا نبحث عن عددين يحققان في آن واحد الشرطان التاليان :

1) مجموعهما مع الإشارة أمثال الـ $x$ التي هي $a$

2) وجداؤهما مع الإشارة هو العدد الثابت والذي هو $b$

ونضع هذين العددين في الفراغيين التاليين :

$(x \dots\dots\dots)(x \dots\dots\dots)$

**ملاحظة :**

إذا كان الجداء موجب فالعددين من نفس الإشارة إما موجبين معاً أو سالبين معاً ، بينما لو كان الجداء سالباً فالعددين من إشارتين مختلفتين ويأخذ الكبير بينهما إشارة المجموع والصغير بينهما يأخذ الإشارة المعاكسة للمجموع .

**نتمم الحل :**

نحل هذه المعادلة بالطريقة المباشرة :

$(x-2)(x-1)=0$

إما : $x-2=0$

ومنه : $x=2$

أو : $x-1=0$

ومنه : $x=1$

**السؤال السادس :**

نفرض عدد الأصدقاء $x$

ونفرض ثمن الطعام $y$

في الحالة الأولى :

$900x-y=800 \quad (1)$

في الحالة الثانية :

$600x+1300=y \quad (2)$

بتعويض المعادلة ( 2 ) في المعادلة ( 1 ) نحصل على المعادلة التالية :

$900x-(600x+1300)=800$

$900x-600x-1300=800$

$300x-1300=800$

$300x=800+1300$

$300x=2100$

$x=\frac{2100}{300}$

$x=7$ عدد الأصدقاء

**السؤال السابع :**

| | | | |
|---|---|---|---|
| سامر | 11 | وبعد $x$ | $11+x$ |
| غيث | 26 | سنة | $26+x$ |

$26+x=2(11+x)$

$26+x=22+2x$

$x-2x=22-26$

$-x=-4$

$x=\frac{-4}{-1}$

$x=4$

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

**السؤال الثامن :**

نفرض هذا العدد $x$

$$\frac{3x}{4}+\frac{2x}{5}=460$$

$$\frac{15x+8x}{20}=460$$

$$\frac{23x}{20}=460$$

$$23x=9200$$

$$x=\frac{9200}{23}$$

$$x=400$$

**السؤال التاسع :**

نفرض عدد كتب رولا $x$

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}=x-2$$

$$\frac{10x+5x+4x}{20}=x-2$$

$$\frac{19x}{20}=x-2$$

$$19x=20(x-2)$$

$$19x=20x-40$$

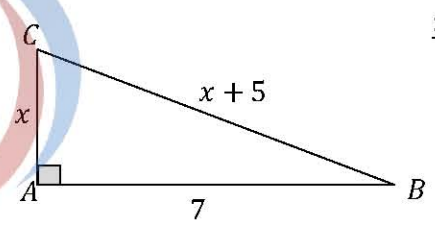
$$19x-20x=-40$$

$$-x=-40$$

$$x=\frac{-40}{-1}$$

$x=40$ عدد كتب رولا

**السؤال العاشر :**




نفرض طول $[AC]=x$

فيكون طول $[BC]=x+5$

حسب مبرهنة فيثاغورث في المثلث $ABC$ القائم في $\hat{A}$

$$BC^2=AB^2+AC^2$$

نعوض :

$$(x+5)^2=49+x^2$$

$$x^2+10x+25=49+x^2$$

$$x^2+10x-x^2=49-25$$

$$10x=24$$

$$x=\frac{24}{10}$$

$$x=2.4$$

**السؤال الحادي عشر :**

**في الاقتراح الأول :**

إما : $x-3=2$

$$x=5$$

أو : $x-3=-2$

$$x=1$$

**في الاقتراح الثاني :**

$$(x-3)^2-4=0$$

$$(x-3+2)(x-3-2)=0$$

$$(x-1)(x-5)=0$$

إما : $x-1=0$

ومنه : $x=1$

أو : $x-5=0$

ومنه : $x=5$

$$(2-x)^2=9$$

$$(2-x)^2-9=0$$

$$(2-x+3)(2-x-3)=0$$

$$(-x+5)(-x-1)=0$$

إما : $-x+5=0$

ومنه : $x=5$

أو : $-x-1=0$

ومنه : $x=-1$

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

**السؤال الثاني عشر :**

1) $M = \frac{4x+2}{5}$ عندما $x = \frac{3}{4}$

نعوض :

$$M = \frac{4\left(\frac{3}{4}\right)+2}{5}$$

$$M = \frac{3+2}{5}$$

$$M = \frac{5}{5}$$

$$M = 1$$

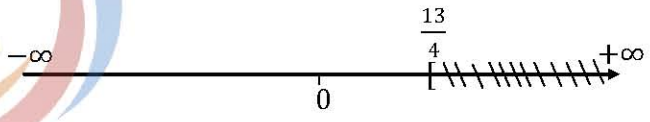
2) $\frac{3}{4}$ حلاً للمتراجحة ، لأنه عند التعويض $x = \frac{3}{4}$ في المتراجحة يحافظ على صحة المتراجحة.

3) $\frac{4x+2}{5} < 3$

لنحل المتراجحة نضرب الطرفين بـ 5 ليصبح شكل المتراجحة :

$$4x + 2 < 15$$
$$4x < 15 - 2$$
$$4x < 13$$
$$x < \frac{13}{4}$$

$$S = ]-\infty, \frac{13}{4}[$$




مجموعة الحلول هي الجزء غير المظلل

**السؤال الثالث عشر :**

بما أن الدائرة المحيطة بالقرص تمس ضلعين متقابلين من أضلاع المستطيل كما في الشكل ، نستنتج أن نصف قطر الدائرة $R = x$ حيث نعلم أن المماس عمودي على نصف القطر عند نقطة التماس ولأن مركز الدائرة هو نفسه مركز المستطيل .

نكتب :

$$\pi x^2 = 16x - \pi x^2$$
$$\pi x^2 + \pi x^2 = 16x$$
$$2\pi x^2 = 16x$$
$$2\pi x^2 - 16x = 0$$
$$2x(\pi x - 8) = 0$$

إما : $x = 0$ مرفوض

أو : $\pi x - 8 = 0$

ومنه : $\pi x = 8$

$$x = \frac{8}{\pi}$$

**السؤال الرابع عشر :**

1) $\frac{x}{x+6} = \frac{1}{3}$

صحيحة وذلك حسب مبرهنة النسب الثلاث في المثلث $ABC$ حيث $EF \parallel BC$ .

2) $\frac{x}{x+6} = \frac{1}{3}$

$$3x = x + 6$$
$$3x - x = 6$$
$$2x = 6$$
$$x = \frac{6}{2}$$
$$x = 3$$

$[AF] = x = 3$

$[AC] = 3 + 6 = 9$

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

**السؤال الخامس عشر :**

1)

**أولاً :** في المثلث $AHC$ القائم في $\widehat{H}$

وحسب مبرهنة فيثاغورث :

$$AC^2 = HC^2 + HA^2$$

نعوض :

$$36 = (x-3)^2 + h^2$$
$$x^2 - 6x + 9 + h^2 = 36$$
$$h^2 = 36 - x^2 + 6x - 9$$
$$h^2 = -x^2 + 6x + 27$$

**ثانياً :** في المثلث $AHB$ القائم في $\widehat{H}$

وحسب مبرهنة فيثاغورث :

$$AB^2 = HB^2 + HA^2$$

نعوض :

$$81 = (x+3)^2 + h^2$$
$$x^2 + 6x + 9 + h^2 = 81$$
$$h^2 = 81 - x^2 - 6x - 9$$
$$h^2 = -x^2 - 6x + 72$$

2) لنساوي بين المعادلتين السابقتين :

$$-x^2 + 6x + 27 = -x^2 - 6x + 72$$
$$-x^2 + 6x + x^2 + 6x = 72 - 27$$
$$12x = 45$$
$$x = \frac{45}{12}$$
$$x = \frac{15}{4}$$

**السؤال السادس عشر :**

نفرض عدد الأفلام هو $x$

في العرض الأول تكون المعادلة :

$$6000 + 550\,x$$

في العرض الثاني تكون المعادلة :

$$800\,x$$

لنساوي بين المعادلتين :

$$6000 + 550x = 800\,x$$
$$550\,x - 800\,x = -6000$$
$$-250\,x = -6000$$
$$x = \frac{-6000}{-250}$$
$$x = 24$$

العرض الأول أوفر له بدءاً من العرض 25

**السؤال السابع عشر :**

بدءاً من الزيارة السادسة لأنه في العرض الثاني تكلفة أول زيارة 1700 ليرة حيث : $\frac{1700}{340} = 5$ بينما في العرض الأول تكلفة الزيارة الواحدة 340 ليرة .

الموقع التعليمي
علوم للجميع
تم التحميل من موقع علوم للجميع
https://www.3lom4all.com

## الوحدة الرابعة :

# جمل المعادلات

**تذكر :**

**المعادلة الخطية بمجهول واحد :**

هي كل معادلة من الشكل $ax + b = c$

**المعادلة الخطية بمجهولين :**

هي كل معادلة من الشكل : $ax + by = c$

حيث : $a, b, c$ هي أعداد معلومة، $a, b$ لا يساويان الصفر معاً أي $(a , b) \neq (0 , 0)$ ، ونسمي $a$ أمثال $x$ و نسمي $b$ أمثال $y$ كما ونسمي $c$ العدد الثابت .

**تعلم :**

في المعادلة الخطية بمجهولين يجب أن يكون بين الـ $x$ و الـ $y$ إما جمع أو طرح ويجب أن يكون أس كلاً من $x$ و $y$ هو الواحد .

وفيما عدا ذلك لا يكون لدينا معادلة خطية بمجهولين.

**ملاحظة هامة :**

حاول دائماً في المعادلة الخطية تحويلها إلى الصيغة : $y = mx + p$

( حيث نسمي $m$ الميل ، $p$ العدد الثابت )

# حلول المعادلة الخطية

للمعادلة الخطية مجموعة من الحلول على شكل أزواج مرتبة $(x, y)$ .

**ملاحظة :**

حتى تكون النقطة المعطاة حلاً للمعادلة يجب أن تحقق المعادلة بأن نعوض قيمة $x$ النقطة و $y$ النقطة في المعادلة ، فإن حققتها فهي حل لهذه المعادلة وإلا فليست حلاً.

# جملة معادلتين خطيتين بمجهولين

جملة معادلتين من الدرجة الأولى بالمجهولين $x$ و $y$ هي من النمط :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

حيث $a , b , c , a' , b' , c'$ أعداد معلومة .

**تعريف :**

**1)** كل ثنائية $(x, y)$ تحقق كلاً من معادلتي الجملة تسمى **حلاً** لهذه الجملة .

**2)** حل جملة معادلتين بمجهولين $x$ و $y$ هي إيجاد جميع حلول الجملة .

**انتبه :**

جمل المعادلات المطروحة في هذا الصف لها حل وحيد ولكن ستجد في صفوف لاحقة جملاً لا تتمتع بوحدانية الحل.

# الحل المشترك لجملة معادلتين خطيتين جبرياً

**1) طريقة الحذف بالتعويض :**

من إحدى المعادلتين ولتكن الأسهل نختار مجهولاً ونعتبر الآخر معلوماً فنحصل على معادلة نرقمها ( 3) ونعوض المعادلة (3) في المعادلة الأخرى التي لم نولد منها المعادلة رقم ( 3) لنحصل على معادلة بمجهول واحد نحلها ونوجد قيمة هذا المجهول ، وبعدها نعوض قيمة هذا المجهول في إحدى المعادلات الثلاث فنحصل على المجهول الآخر.

**ملاحظة (1):**

المعادلة الأسهل هي المعادلة التي يكون أمثال أحد مجاهيلها هو $+1$ .

**ملاحظة (2):**

الحل المشترك الناتج سيحقق كلا المعادلتين.

**2) طريقة الحذف بالجمع ( حذف أحد المجاهيل ) :**

ملخص هذه الطريقة أن نجعل في كلا المعادلتين إما أمثال الـ $x$ متساويين ومتعاكسين بالإشارة أو أمثال الـ $y$ متساويين ومتعاكسين بالإشارة، بعدها نجمع المعادلتين فنلاحظ أننا حصلنا بنتيجة الجمع على معادلة بمجهول واحد ، نحلها ونوجد قيمة هذا المجهول، ونعوض الناتج في إحدى المعادلين فنجد قيمة المجهول الأخر.

# كيف ننتقل من نص مكتوب لمسألة إلى جملة معادلتين ثُمّ إلى الحل ؟

**لحل مسألة من هذا النمط نتّبع الآتي:**

1) نختار المجاهيل ونرمّزها.
2) نؤلّف جملة معادلتين، نحلّ الجملة.
3) نجيب عن طلبات المسألة.

## معادلة مستقيم

في مَعلَمٍ، مجموعة النقاط $M(x,y)$ التي تحقق إحداثياتها المعادلة $ax+by=c$ هي مستقيم $(d)$

**ومنه :**

1) كل نقطة إحداثياتها $(x,y)$ تحققان المعادلة $ax+by=c$ هي نقطة من المستقيم $(d)$ .
2) بالعكس ، تحقق إحداثيات كل نقطة من المستقيم $(d)$ المعادلة $ax+by=c$ .
3) نسمي المعادلة $ax+by=c$ حيث $(a\,,b)\neq(0\,,0)$ معادلة المستقيم $(d)$.

**ملاحظات :**

1) المعادلة الخطية سواءً أكانت بمجهول أو مجهولين رسمها عبارة عن خط مستقيم .
2) لرسم أي مستقيم يلزم ويكفي **تعيين نقطتين مختلفتين من المستقيم** ، وذلك بأن نعطي لـ $x$ قيمة ونعوض في المعادلة لنجد $y$ المقابلة لها، كما ونفرض قيمة لـ $y$ ونعوض في المعادلة لنجد قيمة $x$ الموافقة لها ، لذلك نستعيين بجدول $T$

| النقطة | $y$ | $x$ |
|---|---|---|
| $(x,y)$ | إيجاد | فرضية |
| $(x,y)$ | فرضية | إيجاد |

إعداد المدرس : جلال عدي – جوال0955942677

**تذكّر :**

أنّ كلّ مستقيم يمر بالمبدأ ولا يوازي محور التراتيب $oy$ يمكن كتابة معادلته بالشكل : $y = mx$

ونسميها معادلة المستقيم المار من مبدأ الإحداثيات،

مبدأ الإحداثيات يسمى $O$ أما إحداثياته $(0,0)$ .

## حل جملة معادلتين خطيتين بيانياً

ملخص هذه الطريقة نوجد نقاط المستقيم الأول ونقاط المستقيم الثاني ونرسم كلا المستقيمين في مستو إحداثي واحد ، فإن تقاطع المستقيمين فيوجد حل مشترك وإن لم يتقاطعا فلا يوجد حل مشترك.

ولإيجاد إحداثيات نقطة التقاطع نسقط على محوري الفواصل والتراتيب .

**ملاحظة (1) :**

يجب أن يتطابق الحل البياني مع الحل الجبري وإلا فأحد الحلين خاطئ.

**ملاحظة (2) :**

إذا ضربنا طرفي المعادلة بذات العدد نحصل على معادلة جديدة تكافئ المعادلة الأولى .

**ملاحظة (3) :**

إذا نتجت إحدى المعادلتين عن المعادلة الأخرى بضربها بعدد ، فإنهما تمثلان بيانياً بمستقيمين منطبقين، ونقول أن المعادلتان متكافئتان .

## تمرينات ومسائل الوحدة الرابعة صـ84

**السؤال الأول :**

| التمرين | الجواب |
|---|---|
| **1** | 2 |
| **2** | 2 |
| **3** | 3 |
| **4** | 2 |
| **5** | 1 |
| **6** | 3 |

**السؤال الثاني :**

| التمرين | الجواب |
|---|---|
| **1** | 3+1 |
| **2** | 1 |
| **3** | 2 |

**السؤال الثالث :**

| السؤال | الرأي | السؤال | الرأي | السؤال | الرأي |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | غ م | **3** | غ م | **5** | م |
| **2** | م | **4** | م | **6** | غ م |

**السؤال الرابع :**

| الرمز | على ماذا يدل الرمز |
|---|---|
| $x$ | عدد الدفاتر التي تم شراؤها |
| $y$ | عدد الأقلام التي تم شراؤها |

**السؤال الخامس :**

1) المعادلة الأولى هي الأفضل لكتابة $y$ بدلالة $x$ حيث :

$$-y = 15 - 5x$$
$$y = -15 + 5x$$

2) المعادلة الثانية هي الأفضل لكتابة $x$ بدلالة $y$ حيث :

$$x = 4 - 2y$$

**السؤال السادس :**

$$\begin{cases} 2x + y = -4 & (1) \\ x - y = 1 & (2) \end{cases}$$

1) من (2) نجد :

$$x = 1 + y \qquad (3)$$

نعوض (3) في (1) :

$$2(1+y) + y = -4$$
$$2 + 2y + y = -4$$
$$3y = -4 - 2$$
$$3y = -6$$
$$y = \frac{-6}{3}$$
$$y = -2$$

لإيجاد قيمة $x$ نعوض قيمة $y$ في المعادلة (3) :

$$x = 1 + (-2)$$
$$x = 1 - 2$$
$$x = -1$$

الحل المشترك لجملة المعادلتين هو $(-1, -2)$

2) الشكل الثاني يمثل حل هذه الجملة .

**السؤال السابع :**

$$\begin{cases} x + y = 32 & (1) \\ 3x + 5y = 124 & (2) \end{cases}$$

1) من (1) نجد :

$$x = 32 - y \qquad (3)$$

نعوض (3) في (2) :

$$3(32-y) + 5y = 124$$
$$96 - 3y + 5y = 124$$
$$2y = 124 - 96$$
$$2y = 28$$
$$y = \frac{28}{2}$$
$$y = 14$$

لإيجاد قيمة $x$ نعوض قيمة $y$ في المعادلة (3) :

$$x = 32 - (14)$$
$$x = 32 - 14$$
$$x = 18$$

الحل المشترك لجملة المعادلتين هو $(18, 14)$

إعداد المدرس : جلال عدي - جوال0955942677

2) نفرض عدد المثلثات $x$

نفرض عدد المضلعات الخماسية $y$

نلاحظ أن معطيات المسألة تمثل نفس جملة المعادلتين السابقتين في الطلب الأول ، ومنه :

$$\begin{cases} x+y=32 & (1) \\ 3x+5y=124 & (2) \end{cases}$$

الحل المشترك لجملة المعادلتين هو $(18,14)$

أي أن عدد المثلثات 18 ، وعدد المضلعات الخماسية 14 .

**السؤال الثامن :**

1) نفرض العدد الكبير $x$

فيكون العدد الصغير $x-4$

وحسب معطيات السؤال :

$$x+x-4=80$$
$$2x=84$$
$$x=42 \quad \text{العدد الكبير}$$

ويكون العدد الصغير 38

2) نفرض العدد الكبير $x$

فيكون العدد الصغير $x-80$

وحسب معطيات السؤال :

$$x+x-80=4$$
$$2x=84$$
$$x=42 \quad \text{العدد الكبير}$$

ويكون العدد الصغير $-38$

**السؤال التاسع :**

[1]
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=7 & (1) \\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y=8 & (2) \end{cases}$$

نضرب طرفي المعادلة الأولى بـ 6 فتؤول إلى الشكل :

$$3x+2y=42 \qquad (1)$$

نضرب طرفي المعادلة الثانية بـ $-9$ فتؤول إلى الشكل :

$$-3x-\frac{9}{2}y=-72 \qquad (2)$$

بجمع المعادلتين (1) و (2) نجد :

$$2y-\frac{9}{2}y=-30$$
$$\frac{4y-9y}{2}=-30$$
$$\frac{-5y}{2}=-30$$
$$-5y=-60$$
$$y=\frac{-60}{-5}$$
$$y=12$$

لإيجاد قيمة $x$ نعوض قيمة $y$ في (1) :

$$3x+2(12)=42$$
$$3x+24=42$$
$$3x=42-24$$
$$3x=18$$
$$x=\frac{18}{3}$$
$$x=6$$

الحل المشترك لجملة المعادلتين هو $(6,12)$

[2]

$$\begin{cases} 2x-\frac{8}{3}y=5 & (1) \\ 4x-2y=\frac{10}{3} & (2) \end{cases}$$

نضرب طرفي المعادلة (1) بـ $-2$ لنجد :

$$-4x+\frac{16}{3}y=-10 \qquad (1)$$
$$4x-2y=\frac{10}{3} \qquad (2)$$

بجمع المعادلتين (1) و (2) نجد :

$$\frac{16}{3}y-2y=-10+\frac{10}{3}$$

$$\frac{16y-6y}{3}=\frac{-30+10}{3}$$

المقامان متساويان فالبسطان متساويان :

$$16y-6y=-30+10$$
$$10y=-20$$
$$y=\frac{-20}{10}$$
$$y=-2$$

لإيجاد قيمة $x$ نعوض قيمة $y$ في (2) :

$$4x-2(-2)=\frac{10}{3}$$
$$4x+4=\frac{10}{3}$$
$$4x=\frac{10}{3}-4$$
$$4x=\frac{-2}{3}$$
$$12x=-2$$
$$x=\frac{-2}{12}$$
$$x=\frac{-1}{6}$$

الحل المشترك لجملة المعادلتين هو $(\frac{-1}{6}, -2)$

[3]

$$\begin{cases} \frac{x}{4}=\frac{y}{5} & (1) \\ 5x+4y=80 & (2) \end{cases}$$

المعادلة (1) تؤول إلى الشكل :

$$5x=4y$$
$$5x-4y=0 \qquad (1)$$
$$5x+4y=80 \qquad (2)$$

بجمع المعادلتين (1) و (2) نجد :

$$10x=80$$
$$x=\frac{80}{10}$$
$$x=8$$

لإيجاد قيمة $y$ نعوض قيمة $x$ في (1) :

$$5(8)-4y=0$$
$$40-4y=0$$
$$-4y=-40$$
$$y=\frac{-40}{-4}$$
$$y=10$$

الحل المشترك لجملة المعادلتين هو $(8, 10)$

[4]

$$\begin{cases} x\sqrt{2}+y=5 & (1) \\ x-y\sqrt{2}=0 & (2) \end{cases}$$

من (2) نجد :

$$x=\sqrt{2}y \qquad (3)$$

نعوض المعادلة (3) في (1) :

$$\sqrt{2}y\,(\sqrt{2})+y=5$$
$$2y+y=5$$
$$3y=5$$
$$y=\frac{5}{3}$$

لإيجاد قيمة $x$ نعوض قيمة $y$ في (1) :

$$x\sqrt{2}+\frac{5}{3}=5$$
$$x\sqrt{2}=5-\frac{5}{3}$$
$$x\sqrt{2}=\frac{10}{3}$$

$$x = \frac{\frac{10}{3}}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{10}{3} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{10}{3\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{10\sqrt{2}}{3\times 2}$$

$$x = \frac{5\sqrt{2}}{3}$$

الحل المشترك لجملة المعادلتين هو $(\frac{5\sqrt{2}}{3}, \frac{5}{3})$

**السؤال العاشر :**

نفرض عدد الأرانب $x$

ونفرض عدد الدجاجات $y$

فيكون حسب معطيات السؤال :

$$\begin{cases} x + y = 28 & (1) \\ 4x + 2y = 76 & (2) \end{cases}$$

من $(1)$ نجد :

$$x = 28 - y \qquad (3)$$

نعوض $(3)$ في $(2)$ نجد :

$$4(28 - y) + 2y = 76$$
$$112 - 4y + 2y = 76$$
$$-2y = 76 - 112$$
$$-2y = -36$$
$$y = \frac{-36}{-2}$$

$y = 18$ عدد الدجاجات

لإيجاد قيمة $x$ نعوض قيمة $y$ في $(3)$ :

$$x = 28 - (18)$$
$$x = 28 - 18$$

$x = 10$ عدد الأرانب

**السؤال الحادي عشر :**

نفرض ما يقتني ماهر $x$ وبعد الإعطاء $x - 2$

ونفرض ما يقتني عامر $y$ وبعد الإعطاء $y + 2$

فيكون حسب معطيات المسألة :

$$x + y = 144 \qquad (1)$$
$$y + 2 = 2(x - 2)$$
$$y = 2x - 6 \qquad (2)$$

نعوض $(2)$ في $(1)$ :

$$x + (2x - 6) = 144$$
$$x + 2x - 6 = 144$$
$$3x = 144 + 6$$
$$3x = 150$$
$$x = \frac{150}{3}$$

$x = 50$ عدد ما يقتني ماهر من الطوابع البريدية

لإيجاد قيمة $y$ نعوض قيمة $x$ في $(1)$ :

$$50 + y = 144$$
$$y = 144 - 50$$

$y = 94$ عدد ما يقتني عامر من الطوابع البريدية

**السؤال الثاني عشر :**

نفرض العدد الكبير $x$ وبعد الإضافة $x + 10$

ونفرض العدد الصغير $y$ وبعد الإضافة $y + 10$

فيكون حسب معطيات المسألة :

$$\begin{cases} x - y = 15 & (1) \\ x + 10 = 2(y + 10) & (2) \end{cases}$$

من $(1)$ نجد :

$$x = 15 + y \qquad (3)$$

نعوض $(3)$ في $(2)$ نجد :

$$15 + y + 10 = 2y + 20$$
$$y + 25 = 2y + 20$$
$$y - 2y = 20 - 25$$

$$-y = -5$$

$$y = \frac{-5}{-1}$$

العدد الصغير $y = 5$

لإيجاد قيمة $x$ نعوض قيمة $y$ في (1) :

$$x - (5) = 15$$
$$x - 5 = 15$$
$$x = 15 + 5$$

العدد الكبير $x = 20$

**السؤال الثالث عشر :**

| | | | |
|---|---|---|---|
| عمر جمانة | $x$ | وبعد 15 سنة | $x + 15$ |
| عمر لجين | $3x$ | | $3x + 15$ |

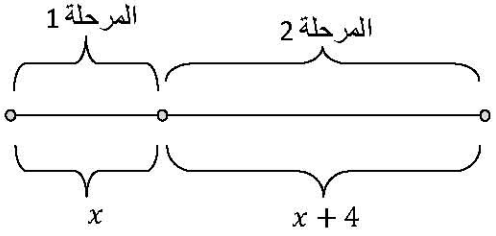
فيكون حسب معطيات المسألة :

$$3x + 15 = 2(x + 15)$$
$$3x + 15 = 2x + 30$$
$$3x - 2x = 30 - 15$$

سنة عمر جمانة $x = 15$

وبالتالي عمر لجين : $3 \times 15 = 45$ سنة

**السؤال الرابع عشر :**




نعلم أن $d = v \times t$

$$v = \frac{d}{t}$$

في المرحلة الأولى نكتب :

$$v_1 = \frac{x}{1.25}$$

في المرحلة الثانية نكتب :

$$v_2 = \frac{x+4}{1.50}$$

وبما أن $v_1 = v_2$

نجد :

$$\frac{x}{1.25} = \frac{x+4}{1.50}$$

$$1.50x = 1.25x + 5$$
$$1.50\,x - 1.25\,x = 5$$
$$0.25\,x = 5$$
$$x = \frac{5}{0.25}$$
$$x = \frac{500}{25}$$

المسافة المقطوعة في المرحلة الأولى . $x = 20\ km$

وتكون المسافة المقطوعة في المرحلة الثانية

$$20 + 20 + 4 = 44\ km$$

إما السرعة الوسطى فهي :

$$v = \frac{d}{t}$$
$$v = \frac{20}{1.25}$$
$$v = \frac{2000}{125}$$
$$v = 16\ km \setminus h$$

**السؤال الخامس عشر :**

نفرض العدد الكبير $x$

ونفرض العدد الصغير $y$

فيكون حسب معطيات المسألة :

$$x + y = 241 \qquad (1)$$
$$\frac{x}{y} = 4 + \frac{11}{y}$$
$$\frac{x}{y} = \frac{4y}{y} + \frac{11}{y}$$
$$\frac{x}{y} = \frac{4y+11}{y}$$

المقامان متساويان فالبسطان متساويان ومنه :

$$x = 4y + 11 \qquad (2)$$

نعوض (2) في (1) :

$$4y + 11 + y = 241$$
$$5y = 241 - 11$$
$$5y = 230$$
$$y = \frac{230}{5}$$

العدد الصغير $y = 46$

لإيجاد قيمة $x$ نعوض قيمة $y$ في (1) :

$$x + (46) = 241$$
$$x + 46 = 241$$
$$x = 241 - 46$$

العدد الكبير $x = 195$

# الوحدة الخامسة :

## التابع

**التابع :** هو علاقة بين مجموعتين بحيث يرتبط كل عنصر من المجموعة الأولى بعنصر واحد فقط من المجموعة الثانية ، نسمي المجموعة الأولى المنطلق ( مجموعة التعريف )، ونسمي المجموعة الثانية المستقر ، كما أن كل عنصر من المنطلق يرتبط بعنصر من المستقر وفق علاقة تسمى علاقة الربط أو قاعدة الربط .

**مفهوم التابع :**

التابع $f$ هو إجرائية ترتبط بكل قيمة للمتحول $x$ عدداً واحداً $f(x)$ .

1) نسمي تابعاً للمتحول $x$ كل إجرائية تربط بكل عدد $x$ عدداً وحيداً $f(x)$ .

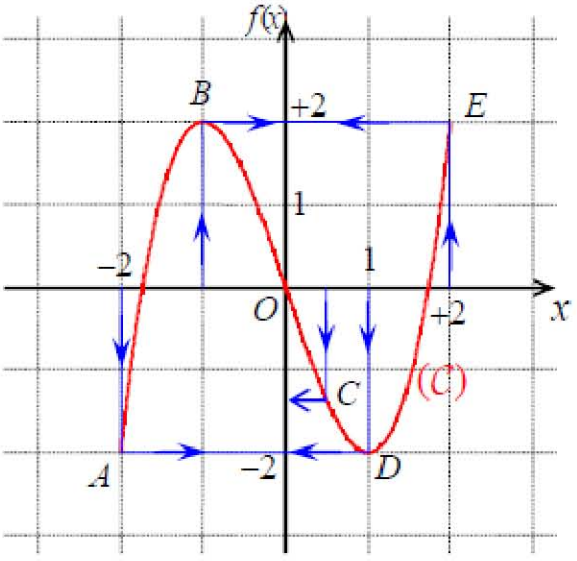
2) يسمى $f(x)$ صورة $x$ وفق التابع $f$ .

3) أحياناً : يرمز للتابع $f$ بالشكل : $x \longmapsto f(x)$ .

## تعيين التابع

يوجد ثلاث طرائق لتعيين التابع :

**1) التعيين بخط بياني :**




**ملاحظات :**

1) تتعين بهذه الطريقة مجموعة التعريف من خلال بداية ونهاية الرسم إسقاطاً على محور الفواصل $x'x$ .

2) كل قيمة لـ $x$ من مجموعة التعريف يقابلها قيمة واحدة من $f(x)$ .

3) كل نقطة من الخط $(C)$ ، فاصلتها قيمة للمتحول $x$ وترتيبها هو $f(x)$ .

4) لا نستطيع في هذه الطريقة الحصول على قيمة دقيقة دائماً فنلجأ إلى إعطاء قيم تقريبية للمقدار $f(x)$ .

**ملاحظة :**

عندما يطلب مني تعيين أسلاف العدد مثلاً 4 فالمقصود بالسؤال : أنه يوجد عدد $x$ وفق التابع جوابه $f(x)=4$ ، وللإجابة نرسم من النقطة $y=4$ مستقيم يوازي محور الفواصل ، نقاط التقاطع للمستقيم المرسوم مع الخط البياني للتابع نسقطها قائماً على محور الفواصل لنجد العدد الناتج ( الفاصلة ) التي هي نفسها $x$ التي تسمى أسلاف العدد 4 ، نأخذ جميع هذه القيم .

**2) التعيين بجدول :**

الجدول يعرف تابعاً يربط بكل عدد من السطر الأول عدداً من السطر الثاني .

**3) التعيين بإعطاء الصيغة :**

هو تابع يعطينا فيه علاقة التابع التي تسمى علاقة الربط أو قاعدة الربط .

مثلاً : $x \mapsto f(x) = 3x - 7$

**ملاحظة :**

ولتعيين الأسلاف بهذه الطريقة نساوي بين $f(x)$ لعلاقة الربط و $f(x)$ الذي يساوي القيمة المعينة ونوجد حل المعادلة الناتجة ونناقشها ضمن مجموعة التعريف .

إعداد المدرس : جلال عدي – جوال0955942677

## تمرينات ومسائل الوحدة الخامسة صـ101

**السؤال الأول :**

| التمرين | الجواب |
|---|---|
| **1** | 2 |
| **2** | 3 |
| **3** | 3 |
| **4** | 2 |
| **5** | 2 |
| **6** | 1 |

**السؤال الثاني :**

| التمرين | الجواب |
|---|---|
| **1** | 3+2 |
| **2** | 3+1 |

**السؤال الثالث :**

| السؤال | الرأي | السؤال | الرأي |
|---|---|---|---|
| **1** | م | **5** | م |
| **2** | غ م | **6** | غ م |
| **3** | م | **7** | غ م |
| **4** | غ م | | |

**السؤال الرابع :**

1) 1) المتغير هو اليوم .

2) اليوم : 8 شباط ، الشهر شباط .

2) 1) $f(\mathbf{181}) = 600$

2) $f(15) = \mathbf{400}$

**السؤال الخامس :**

1) $f(0) = 1$ ، $f(1) = -1$

2) $f(x) = 0$ ومنه $x \in \{-2, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\}$

3) العدد الذي صورته أكبر ما يمكن هو $-1$ وصورته هي 3 ، أي $f(-1) = 3$ أكبر ما يمكن .

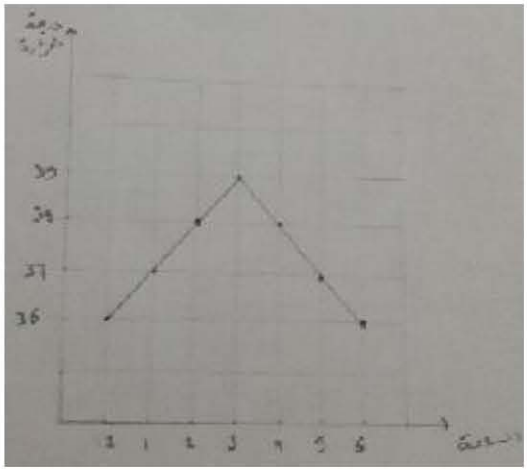
4) الأعداد التي صورتها أصغر ما يمكن هي $-2$ ، $1$ وصورة كلاً منهما هي $-1$ أي $f(-2) = -1$ و $f(1) = -1$ أصغر ما يمكن .

**السؤال السادس :**

1) $f(1) = 37$ : تعني أن درجة الحرارة الساعة الواحدة كانت سبع وثلاثون درجة .

$f(6) = 36$ : تعني أن درجة الحرارة الساعة السادسة كانت ستة وثلاثون درجة .

2)



**السؤال السابع :**

1) الزمن

2) $15\ m$

3) $6\ m$

4) 1) $\boldsymbol{k(3) = 6}$

2) $\boldsymbol{k(5) = 6}$

3) $\boldsymbol{k(12) = 10}$

5) 1) $\boldsymbol{k(1) = 3}$

2) $\boldsymbol{k(7) = 9}$

3) $\boldsymbol{k(12) = 10}$

6) نعم هناك فترة زمنية كان الفأر ينتقل وهو تقريباً علة المسافة نفسها من جحره ، وهي الفترة كانت بين 4 و 6 ثانية ، 7 و 13 ثانية .

**السؤال الثامن :**

1) 1) $f(20) = 55$

2) $f(1000) = 385$

2) 1) $f(500) = 297$

2) $f(3000) = 593$

3) نعم ، هناك أخطاء .

4) أولاً : على محور توضع كتلة المغلف مكان 200 خاطئ .

ثانياً : صورة 250 على محور قيمة التابع مكانها خاطئ .

**السؤال التاسع :**

1) $3\ m/s$

2) $300\ kw$

3) $13\ m/s$

4) $25\ m/s$

5) ليس تابع ، لأنه عندما سرعة الرياح $25\ m/s$ نلاحظ أننا أو أسقطنا على محور التراتيب لنجد الصورة نجد أن لهذه السرعة أجوبة مختلفة بين 0 و 750 كيلو واط وهذا مخالف لتعريف التابع .

**السؤال العاشر :**

1) 10 .

2) في الدقيقة 50 .

3) 1) $f(20) = 15$

2) $f(35) = 5$

4) 1) $f(1) = 30$

2) $f(45) = 2$

**السؤال الحادي عشر :**

لنعيين التابع عن طريق جدول

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 2.5 |
|---|---|---|---|---|
| $h(x)$ | 0 | 50 | 175 | 200 |

**السؤال الثاني عشر :**

$f(x) = (x-1)(11-x) + 5(x-1)^2$

$g(x) = 2(x-1)(2x+3)$

1)

| $x$ | −3 | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 24 | 6 | −4 | −6 | 0 | 14 | 36 |
| $g(x)$ | 24 | 6 | −4 | −6 | 0 | 14 | 36 |

2) نلاحظ أن التابعان متساويان (( متكافئان )) .

3) لنكتب كلاً من $f(x), g(x)$ بأبسط صورة لنلاحظ أنهما متساويان .

$f(x) = 11x - x^2 - 11 + x + 5(x^2 - 2x + 1)$

$f(x) = 12x - x^2 - 11 + 5x^2 - 10x + 5$

$f(x) = 4x^2 + 2x - 6$

$g(x) = 2(2x^2 + 3x - 2x - 3)$

$g(x) = 2(2x^2 + x - 3)$

$g(x) = 4x^2 + 2x - 6$

نلاحظ أن $f(x) = g(x)$

## الوحدة السادسة :

# مبادئ الاحتمال والإحصاء

## مفهوم الاحتمال

1) نقول إن تجربةً هي تجربة احتمالية، عندما يكون لها عدد من النتائج أو الإمكانات ولا نعرف بدايةً أي تلك النتائج هي التي ستقع
2) نسمي مجموعة نتائج التجربة (( فضاء العينة $\Omega$)).
3) تسمى كل نتيجة لهذه التجربة حدثاً بسيطاً.
4) احتمال حدث بسيط، عددٌ محصور بين الصفر والواحد.
5) مجموع احتمالات الأحداث البسيطة في أية تجربة احتمالية يساوي 1 .
6) تسمى كل مجموعة من نتائج التجربة حدثاً.
7) احتمال حدث $E$ ونرمز إليه بالرمز $P(E)$ ، يساوي مجموع احتمالات فروع الشجرة التي تؤدي إلى $E$ .
8) نقول أن حدثاً $E$ قد وقع ، إذا أعطت التجربة إحدى النتائج المكونة لهذا الحدث .
9) احتمال أي حدث $A$ هو عدد محصور بين الصفر والواحد ، أي : $0 \leq P(A) \leq 1$ .
10) الحدث غير القابل للتحقق نسميه **الحدث المستحيل** واحتماله يساوي 0 ، نرمز إليه بالرمز $\phi$، فيكون $P(\phi) = 0$ .
11) الحدث الذي لا بد من أن يتحقق نسميه **الحدث الأكيد** واحتماله يساوي 1 ، نرمز إليه بالرمز $\Omega$ ، فيكون $P(\Omega) = 1$ .

## التكرار النسبي والاحتمال

في تجربة احتمالية مكررة عدداً كبيراً من المرات، يكون احتمال حدثٍ قريباً من التكرار النسبي لهذا الحدث .

## أحداث متنافية وأحداث متعاكسة

1) نقول إنّ حدثين متنافيان إذا استحال تحققهما في آنٍ معاً.
2) إذا كان $A$ و $B$ حدثين متنافيين ، كان احتمال الحدث (( $A$ أو $B$ )) مساوياً مجموع احتماليهما.
3) الحدث المعاكس لحدث $A$ هو الحدث الذي يتحقق إذا لم يتحقق الحدث $A$ ، نرمز إليه بالرمز $\overline{A}$ ونقول أن $A$ و $\overline{A}$ متعاكسان ( كل منهما يعاكس الآخر ).
4) مجموع احتمالي حدثين متعاكسين يساوي 1
أي : $P(A) + P(\overline{A}) = 1$

**تعلم :**

## الفرق بين الحدثان المتنافيان والحدثان المتعاكسان

الحدثان المتنافيان يتحقق فيهما الشرطان :
1) تقاطعهما $\phi$
2) اجتماعهما ليس $\Omega$

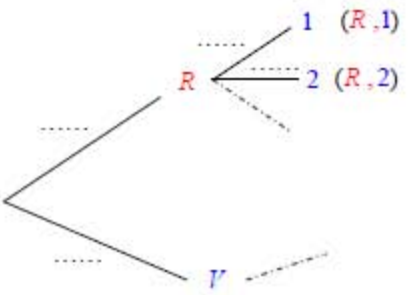
الحدثان المتعاكسان يتحقق فيهما الشرطان :
1) تقاطعهما $\phi$
2) اجتماعهما هو $\Omega$

إعداد المدرس : جلال عدي – جوال0955942677

## تجارب عشوائية مركبة

1) على شجرة الإمكانات لتجربة عشوائية، نسمي فرعين متتاليين مساراً .

2) على شجرة إمكانات محمّلة بالاحتمالات، احتمال حدث في نهاية أي مسار يساوي جداء ضرب احتمالات المسار.




## كيف نحسب احتمال حدث في اختبار مركب من تجربتين

ارسم شجرة الإمكانات وزود فروعها باحتمالات النتائج بصيغة كسور عشرية.

## الوسيط في العينة

1) نرتب العينة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً .

2) إذا كان عدد مفردات العينة فردياً $(2n+1)$ ، كان الوسيط هو تلك المفردة الواقعة في المنتصف أي هي المفردة التي ترتيبها $n+1$ .

3) إذا كان عدد مفردات العينة زوجياً $(2n)$ ، كان الوسيط متوسط المفردتين الواقعتين في المنتصف أي نصف مجموع المفردتين اللتين ترتيبهما $n$ و $n+1$ .

4) الوسيط يرمز له بالرمز $M$ .

**ملاحظات :**

1) في حالة عدد المفردات فردي فإن الوسيط سيكون مفردة من مفردات البيان الإحصائي.

2) في حالة عدد المفردات زوجي فإن الوسيط لن يكون مفردة من مفردات البيان الإحصائي بل سيكون مفردة جديدة نرفعها في مكانها الصحيح.

إعداد المدرس : جلال عدي – جوال0955942677

تذكر :

## المتوسط الحسابي

المتوسط الحسابي للأعداد $x_1, x_2, \dots\dots\dots, x_n$ هو خارج قسمة مجموع هذه الأعداد على عددها ، والذي يعطى بالقانون :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

أي :

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع المفردات}}{\text{عددها}}$$

أما :

المتوسط الحسابي لمفردات العينة $x_1, x_2, \dots\dots\dots$ التي تكرارها على التوالي هي $n_1, n_2, \dots\dots\dots$ يعطى وفق القانون التالي :

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \cdots}{n_1 + n_2 + \cdots}$$

## مدى عينة

هو الفرق بين أكبر مفردات العينة وأصغرها ، يرمز له بالرمز $E$ .

## الربيعات

إن الوسيط يقسم العينة المرتبة إلى عينتين متساويتين بالعدد، إحداهما مفرداتها أصغر أو تساوي الوسيط ، نسمي وسيط هذه العينة الجزئية الربيع الأول للعينة الأصلية ونرمز إليه بالرمز $Q_1$ ، والأخرى مفرداتها أكبر أو تساوي الوسيط ، نسمي وسيط هذه العينة الجزئية الربيع الثالث للعينة الأصلية ونرمز إليه بالرمز $Q_3$ ، كما نرمز بـ $Q_2$ إلى وسيط العينة ونسميه أيضاً الربيع الثاني ، أي $(M = Q_2)$ ، وعلى ذلك فإن الربيعات الثلاثة تقسم العينة بعد ترتيبها إلى أربعة أجزاء متساوية عدداً .

**يمكن تلخيص الكلام السابق بالشكل :**

بعد إيجاد الوسيط نلاحظ أن مفردات البيان الإحصائي انقسمت إلى قسمين : قبل الوسيط وبعد الوسيط.

1) نوجد وسيط القسم قبل الوسيط ونسميه الربيع الأول أو الربيع الأدنى ويرمز $Q_1$ .
2) نوجد وسيط القسم بعد الوسيط ونسميه الربيع الثالث أو الربيع الأعلى ويرمز $Q_3$ .
3) الوسيط هو نفسه الربيع الثاني ويرمز $Q_2$ .

## تمرينات ومسائل الوحدة السادسة ص125

**السؤال الأول :**

| التمرين | الجواب |
|---|---|
| **1** | 2 |
| **2** | 3 |
| **3** | 2 |
| **4** | 2 |
| **5** | 3 |

**السؤال الثاني :**

| التمرين | الجواب |
|---|---|
| **1** | 3+1 |
| **2** | 2+1 |
| **3** | 3+2 |

**السؤال الثالث :**

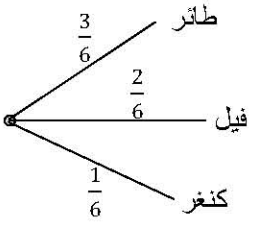
| السؤال | الرأي | السؤال | الرأي |
|---|---|---|---|
| **1** | غ م | **5** | غ م |
| **2** | م | **6** | م |
| **3** | غ م | **7** | غ م |
| **4** | غ م | | |

**السؤال الرابع :**

1) موافق ، لأن $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

2) $\frac{1}{6}$

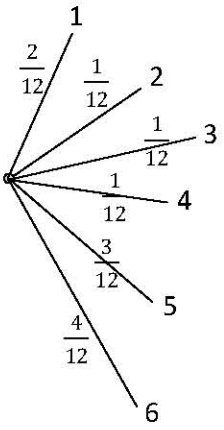
3)




4) $\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$

**السؤال الخامس :**

1)




2) غير ضروري

3) $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{4}{12} = \frac{6}{12}$

**السؤال السادس :**

$\mathcal{A} = S_{ABCD} = 5^2 = 25\ cm^2$

$\mathcal{A}' = S' = 3^2 = 9\ cm^2$

ليكن $E$ الحدث تستقر الكرة في المنطقة المظللة :

$$P(E) = \frac{\mathcal{A}'}{\mathcal{A}} = \frac{9}{25}$$

**السؤال السابع :**

1) نلاحظ أننا نتعامل مع حدثان متعاكسان

| | $\frac{5}{8}$ | **0.4** | **0.75** |
|---|---|---|---|
| 72 % | $\frac{3}{8}$ | 0.6 | 0.25 |

2) نعلم أن مجموع احتمالات أحداث تجربة هو 1 ومنه :

$$P(B) = 1 - [P(R) + P(V)]$$

$$P(B) = 1 - [\frac{3}{8} + \frac{1}{4}]$$

$$P(B) = 1 - [\frac{3}{8} + \frac{2}{8}]$$

$$P(B) = 1 - (\frac{5}{8})$$

$$P(B) = 1 - \frac{5}{8}$$

$$P(B) = \frac{3}{8}$$

3) $\frac{3}{5} = \frac{3\,n}{5\,n}$ ومنه :

| 125 بطاقة | 45 بطاقة | 50 بطاقة |
|---|---|---|
| 75 | 27 | 30 |

4) نلاحظ أننا نتعامل مع حدثان متعاكسان

| $P(A)$ | $\frac{4}{7}$ | 0.25 | 1 |
|---|---|---|---|
| $P(\overline{A})$ | $\frac{3}{7}$ | 0.75 | 0 |

**السؤال الثامن :**

1) 4 خمس إجابات طارق خاطئة

2) نعم ، لأن احتمالها $P(F) = \frac{1}{5}$

3) $P(T) = \frac{81}{100}$

**السؤال التاسع :**

1) $P(A) = \frac{28}{100}$

$P(B) = \frac{48}{100}$

$P(C) = \frac{24}{100}$

2) لنفرض $E$ الحدث أن يكون السلك معيباً :

$P(E) = \frac{16}{100}$

3) لنفرض $D$ الحدث أن يكون السلك صالحاً ومن إنتاج الآلة $A$ :

$P(D) = \frac{28}{100} \times \frac{23}{28}$

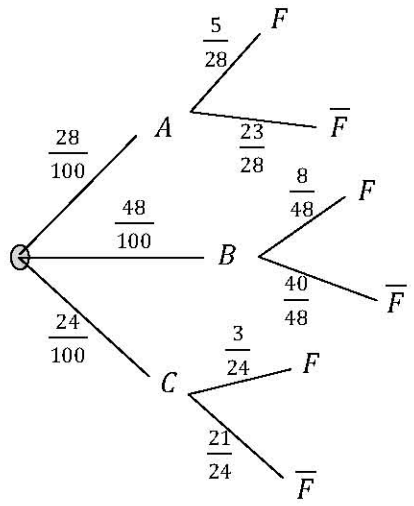
$P(D) = \frac{23}{100}$

4) بما أن السلك المسحوب من إنتاج الآلة $B$ فيكون بهذه الحالة $B$ فضاءً للعينة ومنه :

الاحتمال المطلوب :

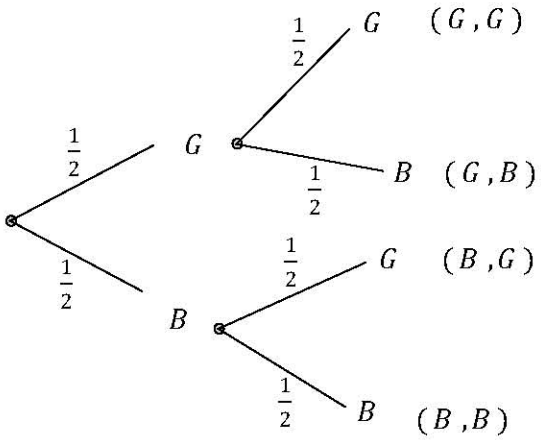
$\frac{8}{48} = \frac{1}{6}$

5)




**السؤال العاشر :**

1) النتائج المولود الثاني المولود الأول




2) لنفرض $A$ الحدث أن يكون مولودا العائلة من جنس واحد :

$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

3) لنفرض $C$ الحدث أن يكون المولود الآخر بنتاً :

$P(C) = \frac{2}{3}$

**السؤال الحادي عشر :**

| التمرين | الجواب |
|---|---|
| **1** | 3 |
| **2** | 1 |
| **3** | الإجابات جميعها خاطئة والجواب الصحيح 8.5 |
| **4** | الإجابات جميعها خاطئة والجواب الصحيح 21 |

**السؤال الثاني عشر :**

| التمرين | الجواب |
|---|---|
| **1** | 2 |
| **2** | 3+1 |

**السؤال الثالث عشر :**

| السؤال | الرأي |
|---|---|
| **1** | خطأ |
| **2** | صح |
| **3** | صح |
| **4** | خطأ |
| **5** | صح |

**السؤال الرابع عشر :**

1) $E = 15 - 6 = 9$

2) $\overline{x} = \frac{103}{10} = 10.3$

3) $M = Q_2 = \frac{9+10}{2} = 9.5$

**السؤال الخامس عشر :**

$1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12$

1) $\overline{x} = \frac{70}{14} = 5$

2) $M = Q_2 = \frac{3+4}{2} = 3.5$

3) غير محق ، لأن الوسيط 3.5 والصواب 50 % من الطلاب يقضون أكثر من 3.5 ساعات في تحضير وظائفهم الأسبوعية .

**السؤال السادس عشر :**

1) نرتب مفردات البيان ترتيباً تصاعدياً :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 29 | 53 | 143 | 154 | 157 | 158 | 163 |
| 165 | 166 | 168 | 174 | 182 | 182 | 195 |
| 195 | 195 | 197 | 210 | 216 | 222 | 230 |

$E = 230 - 29 = 221$

2)

$\overline{x} = \frac{3554}{21} = 169.2380$

$\overline{x} \cong 169\ km$

3) نلاحظ أن عدد مفردات البيان 21 فردي ، لنطبق العلاقة :

$2n + 1 = 21$

$2n = 21 - 1$

$2n = 20$

$n = \frac{20}{2}$

$n = 10$

ومنه فالوسيط هو المفردة التي ترتيبها $n + 1$ في البيان الإحصائي المرتب أي هي المفردة الحادية عشر :

$M = 174$

**السؤال السابع عشر :**

1)

$-9, -8, -6, -\mathbf{3}, 0, 2, 5$

2)

$-8, -5, -3, -3, 4, 9$

3)

$-8, -6, -4, -2, 0, 2$

**السؤال السابع عشر :**

1) $1,10,10,10,10,10,10,10,19$

$Q_1 = \overline{x} = 10$

2) $0,3,3,3,4,4,5,5,18$

$Q_3 = \overline{x} = 5$