ملحق تدريبي ..الجزء الأول

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع المعرف على المجال $]0,+\infty[$

وفق : $f(x)=x+\frac{2}{\sqrt{x}}-5$ .. والمطلوب :

1. ادرس تغيرات f و نظم جدولاً بها ، دل على القيمة الصغرى محليا للتابع f و استنتج أن للخط البياني C مقارب يوازي yy'
2. استنتج أن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين أحدهما x_1 يحقق $0<x_1<1$ ثم أوجد الجذر الآخر x_2
3. أثبت أن المستقيم الذي معادلته $\Delta: y=x-5$ مقارب للخط C
4. ارسم كل مقارب وجدته و ارسم C
5. احسب مساحة السطح المحصور بين C والمحور xx' و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1\ ,\ x=4$

المسألة الثانية :

ليكن C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,1]$ وفق : $f(x)=x\sqrt{1-x}$

1) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها ثم أثبت أن $f(1)$ قيمة صغرى محليا للتابع f
2) أوجد تابعاً أصلياً F للتابع f على المجال $]-\infty,1]$

المسألة الثالثة :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على D.وفق : $f(x)=x+\frac{\ln(x+1)}{x+1}$

1) أوجد مجموعة تعريف التابع f ثم أوجد معادلة المقارب للخط C الموازي ل yy'
2) أثبت أن المستقيم Δالذي معادلته $\Delta: y=x$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي للخط C مع Δ

المسألة الرابعة :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x)=e^x-x$

1) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=-x$ مقارب للخط C ثم ادرس وضع C بالنسبة إلى Δ
2) ادرس تغيرات f ونظم جدولا بها و بين ما له من قيم كبرى أو صغرى محليا
3) استنتج أن للمعادلة $x=e^x-1$ جذرا وحيدا يطلب إيجاده

المسألة الخامسة :

ليكن f التابع المعرف على $[0,+\infty[$وفق : $f(x)=x-2\sqrt{x}$

1) ادرس تغيرات f و نظم جدولا بها
2) دل على قيمه الكبرى أو الصغرى محليا
3) استنتج من جدول التغيرات أن مجموعة حلول المتراجحة $x<2\sqrt{x}$ هي $]0,4[$

المسألة السادسة :

ليكن C الخط البياني للتابع : $f(x) = x$ [redacted] لا بها و أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد

*ثم أوجد مجموعة التو [redacted]

المسألة السابعة :

ليكن التابع f المعرف على R وفق : [redacted] للخط C يوازي احد المحورين الاحداثيين

① ادرس تغيرات f ونظم [redacted] قيم صغرى محليا

② برهن أن التابع f فردي و [redacted]

③ انطلاقاً من C ارسم الخط [redacted]

④ احسب مساحة السطح المح [redacted]

المسألة الثامنة :

أثبت أن [redacted] $\le \frac{x^2+\cos e^x}{x^2+1}$ ... $f(x) =$ عند ∞

المسألة التاسعة :

ليكن C الخط البياني للتابع f [redacted] d مقارب..

1) $d: y = x$; [redacted]

2) $d: y = x - 1$; [redacted]

المسألة العاشرة :

ليكن C الخط البياني للتابع f [redacted]

أوجد $f'(x)$ واستنتج [redacted]

المسألة الحادية عشر :

أثبت أن للمعادلة [redacted] $]-1,0[$

المسألة الثانية عشر :

ليكن C الخط البياني للتابع f [redacted]

1) ادرس تغيرات f و [redacted] C

2) احسب مساحة السطح [redacted] $y = -\frac{2}{e}$

هام : مراجعة الاختبارات الموجودة في جروب (نماذج واختبارات الأستاذ فارس جقل) على الفيس بوك

المسألة الثالثة عشر :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = (ax+b)e^x$

1) احسب قيمة كل من a و b لكي يكون للتابع قيمة حدية محليا -1 عند 0

2) ادرس تغيرات f ونظم جدولا بها وارسم C

3) احسب مساحة السطح المحدد ب C والمحور Ox والمستقيم $x = 1$ والمستقيم $x = 0$

المسألة الرابعة عشر:

f و g هما تابعان المعرفان على R وفق : $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$

و $g(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ ، و h هو التابع المعرف على R وفق $h = \frac{g}{f}$

أحسب كلا من $f'(x)$ و $g'(x)$ وأثبت أن $h' = \frac{1}{f^2}$

المسألة الخامسة عشر:

f هو التابع المعرف على المجال $I = R^{*+}$ وفق : $f(x) = 2 + \ln x$ بين أن f أشتقاقي على I

واحسب $f'(x)$ واكتب معادلة المماس للخط البياني للتابع f في النقطة التي فاصلتها 1 ، استنتج $f'(\sqrt{x})$

المسألة السادسة عشر:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R^{++} بالعلاقة : $f(x) = \sqrt{2x+1} - \sqrt{2x}$ و

المتتالية: $(u_n)_{n\geq 0}$ حيث $u_n = \sqrt{2n+1} - \sqrt{2n}$

1) تحقق أن $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x}}$ و أثبت أن $0 \leq f(x) \leq 1$ و أيضا $0 \leq u_n \leq 1$

2) أثبت أن $\frac{1}{2\sqrt{2x}} \leq f(x) \leq \frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$ و استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

المسألة السابعة عشر:

لتكن المتتاليتان المعرفتان وفق : $u_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$, $t_n = -\frac{1}{n}$ أثبت أنّهما متجاورتان ثم عيّن نهايتهما المشتركة

المسألة الثامنة عشر:

ليكن f التابع المعرف على $]0, +\infty[$ وفق العلاقة : $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$

1) ادرس تغيرات التابع f وارسم خطه البياني C_f و مقارباته ثم أثبت أن $y = \frac{1}{2}x$ مقارب مائل

2) احسب احداثيات نقطة تقاطع المستقيم $d : y = x$ مع C_f ثم ارسم d على الشكل السابق

3) لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالصيغة $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث $u_0 = 2$

ونعلم أن $u_n \geq 0$ أياً يكن n برهن بالتدريج $\sqrt{2} \leq u_{n+1} \leq u_n$ ثم استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها

4) أثبت أن النقطة $(0, 0)$ مركز تناظر للخط البياني C_f

المسألة التاسعة عشر:

1) حل في R جملة المعادلتين : $\begin{cases} x - 3y = 2\ln 2 \\ x + y = 4\ln 2 \end{cases}$

2) إذا كان $I = \int_0^{\ln 16} \frac{e^x+3}{e^x+4}\,dx$, $J = \int_0^{\ln 16} \frac{1}{e^x+4}\,dx$ فاحسب $I - 3J, J + I$ واستنتج قيمة كل من I, J

المسألة العشرون:

المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ معرفة وفق $u_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} - \cdots - \frac{1}{(\sqrt{2})^n}$.

❖ أثبت أن $(u_n)_{n\geq0}$ متقاربة .

المسألة الحادية و العشرون :

ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \sin x$ وبافتراض أن f أشتقاقية n مرة على R

أثبت بالتدريج أنه أياً كان $n \in N^*$ فإن $f^{(n)}(x) = sin(\frac{\pi}{2} n + x)$.

المسألة الثانية والعشرون :

نتأمل المتتاليتين $(x_n)_{n\geq0}$ و $(y_n)_{n\geq0}$ المعرفتين وفق : $x_0 = 3$ ، $x_{n+1} = \frac{1}{3}x_n - 2$ ، $y_n = x_n + 3$

1) أثبت أن المتتالية $(y_n)_{n\geq0}$ هندسية ثم اكتب y_n ثم x_n بدلالة n
2) نضع $s_n = y_0 + \cdots + y_n$ و $s'_n = x_0 + \cdots + x_n$ احسب كلا من s_n و s'_n بدلالة n
3) استنتج نهاية كل من المتتاليتين $(s_n)_{n\geq0}$ و $(s'_n)_{n\geq0}$

المسألة الثالثة والعشرون:

ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{1}{2}(e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{-x}{2}})$

1) أثبت أن التابع f زوجي واستنتج الصفة التناظرية للخط C
2) ادرس تغيرات f ونظم جدولا بها
3) ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور xx' والمستقيمين $x = 1$, $x = -1$
4) احسب حجم المجسم الناتج عن دوران السطح السابق دورة كاملة حول xx'

المسألة الرابعة والعشرون:

لتكن مجموعة التوابع $f_\lambda(x) = \ln(x^2 + \lambda)$ حيث λ وسيط حقيقي

أولاً : عين قيمة الوسيط λ ليمر خطه البياني بالنقطة $(2, \ln 3)$

ثانياً : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $D =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$

وفق : $f(x) = \ln(x^2 - 1)$

1) أوجد معادلة كل مقارب للخط C يوازي المحور yy' أو المحور xx'
2) ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولا بها
3) ارسم كل مقارب للخط C ثم ارسم C
4) إذا كان C_1 الجزء من الخط C الذي تكون فاصلة كلٍّ من نقاطه موجبة فاكتب معادلة المماس للخط C_1 في نقطة تقاطعه مع محور xx'

المسألة الخامسة والعشرون:

لتكن مجموعة التوابع : $f(x) = ae^{-x} + b$

أولاً : أوجد التابع العددي الذي يمر خطه البياني من مبدأ الإحداثيات ويكون المستقيم $y = 2$ مستقيما مقارباً للخط البياني للتابع f

ثانياً : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = -2e^{-x} + 2$

1) أوجد معادلة كل مقارب للخط C يوازي المحور xx' أو المحور yy'
2) ادرس تغيرات التابع g و نظم جدولا بها
3) ارسم كل مقارب للخط C ثم ارسم C

هام : تابعوا اهم الملاحظات الإمتحانية بصفحتي على الفيسبوك
فارس جقل

4) اكتب معادلة مماس الخط C الذي ميله يساوي 2
5) احسب مساحة السطح المحصور بين C و المماس السابق و المستقيم $x = 1$

المسألة السادسة والعشرون:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $R\setminus\{0\}$ وفق : $f(x) = \frac{ax+b}{x}$ وليكن المستقيم d الذي معادلته $y = x - \frac{1}{2}$

1) عين a, b إذا علمت أن المستقيم d يمس C في نقطة من محور xx'
2) ادرس تغيرات f : $f(x) = \frac{2x-1}{4x}$ المعرف على $R\setminus\{0\}$ ونظم جدولاً بها ثم أوجد معادلة كل مقارب للخط C يوازي المحور yy' أو المحور xx'
3) ارسم كل مقارب للخط C ثم ارسم C
4) احسب مساحة السطح المحصور بين C و d و المستقيم $\Delta: x = 2$
5) أوجد معادلة مماس آخر ل C يوازي المماس d

المسألة السابعة والعشرون:

ثانياً : ليكن f التابع المعرف على R وفق $f(x) = \frac{2}{e^x+1}$ خطه البياني C

1) ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولا بها
2) استنتج من جدول التغيرات أنه إذا كان $b \in R$ كانت المعادلة $be^x = 2 - b$ غير قابلة للحل عندما $b \in]-\infty, 0] \cup [2, +\infty[$ ولها جذر وحيد عندما $b \in]0, 2[$
3) أوجد ما للخط C من مستقيمات مقاربة وبين وضع C بالنسبة إلى كل مقارب له
4) أوجد معادلة المماس Δ للخط C في النقطة $A(0, 1)$
5) ارسم كل مقارب للخط C وارسم Δ ثم ارسم C

المسألة الثامنة والعشرون:

ليكن التابع f المعرف على $R\setminus\{-2, 0\}$ وفق $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+2x}$

1) أثبت أن f يكتب بالشكل $f(x) = ax + b + \frac{g(x)}{x^2+2x}$
2) ابحث عن كل مقارب للخط C يوازي المحور yy' وادرس الوضع النسبي للخط C مع كل مقارب وجدته
3) أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x - 2$ مقارب للخط C ثم ادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة ل Δ

المسألة التاسعة والعشرون:

ليكن التابع f المعرف على $]-\infty, 3]$ وفق $f(x) = x\sqrt{3-x}$ خطها البياني C

1) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها ثم عين ما للتابع f من قيم كبرى وصغرى محلياً
2) ارسم الخط C
3) أثبت أن التابع g المعيّن بالعلاقة : $g(x) = \frac{2}{5}(x^2 - x - 6)\sqrt{3-x}$ هي تابع أصلي على المجال $]-\infty, 3[$ للتابع f
4) احسب مساحة السطح المحصور بين C و المحور xx' و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$, $x = 2$

النجاح لا ينتظر أحد ، بل يتطلب الكثير من الجهد والعمل الشاق وانتهاز الفرص

المسألة الثلاثون:

f هو التابع المعرف على المجال $]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{2x+\sin x}{x-1}$

1) أثبت أن $\frac{2x-1}{x-1}\le f(x)\le\frac{2x+1}{x-1}$ أيا يكن $x>1$
2) استنتج نهاية f عند $+\infty$

المسألة الحادية والثلاثون:

ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x)=e^{2x}\cos x$

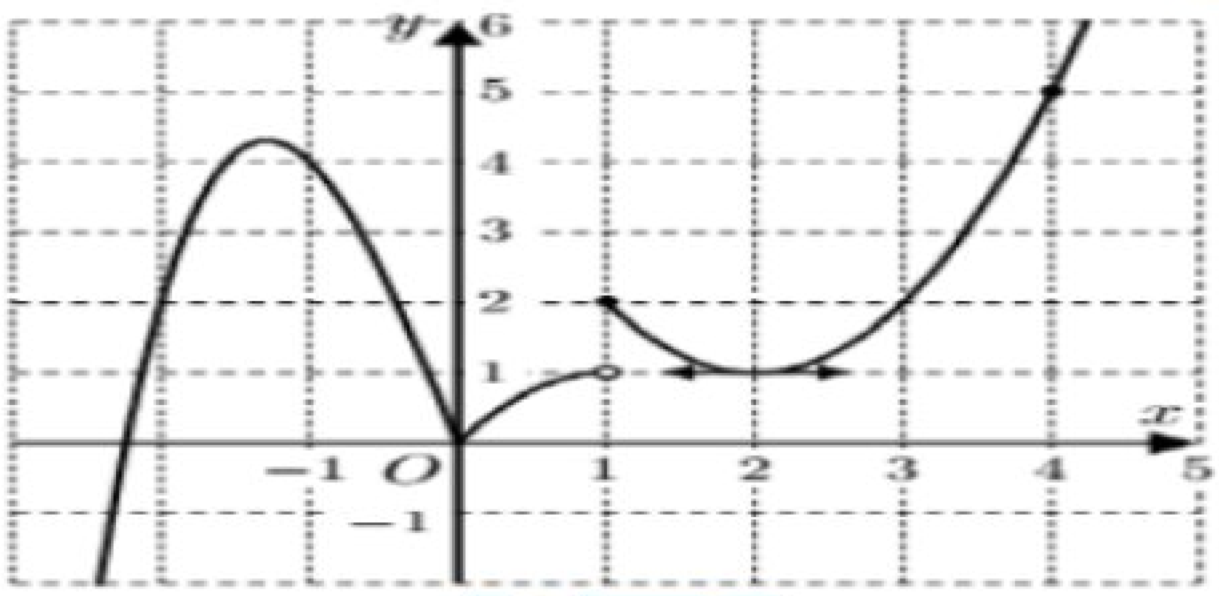
1) احسب $f'(x)$ و $f''(x)$
2) عين عددين $a\,,b$ يحققان المساواة $f(x)=af'(x)+bf''(x)$ أياً كان x
3) استنتج تابعاً أصلياً F للتابع f على R

المسألة الثانية والثلاثون:

ليكن التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{1}{x}-\sqrt{x+1}$

1) ادرس تغيرات التابع f
2) تحقق أن المعادلة $f(x)=0$ جذر وحيد في المجال $]0,+\infty[$

المسألة الثالثة والثلاثون : نجد جانباً الخط البياني للتابع f المعرف على R و المطلوب :



1. ماعدد حلول المعادلة $f(x)=5$
2. ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\ge 5$
3. هل $f(1)$ قيمة محلية كبرى أو صغرى للتابع علل ذلك
4. ماعدد القيم الحدية للتابع f
5. ماقيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها $x=2$
6. أيكون التابع f اشتقاقيا عند $x=1$

المسألة الرابعة والثلاثون : دورة 2019

ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x)=\begin{cases}\frac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & ;\ x\neq 0\\ m & ;\ x=0\end{cases}$ و المطلوب :

1. جد نهاية التابع f عند الصفر
2. عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر

المسألة الخامسة والثلاثون :

يكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=ax+b-\frac{\ln x}{x}$ و المطلوب :

1. عيّن العددين الحقيقيين $a\,,b$ إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته $y=3x$
2. من أجل $a=4\ ,b=-4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=4x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي بين C و Δ

المسألة السادسة و الثلاثون : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ المعرفة وفق : $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ و المطلوب :

1. ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$
2. أثبت أن العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\ge0}$
3. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ثم جد عدداً طبيعيا n_0 يحقق أيا كان $n > n_0$ كان u_n في المجال $]1.9\,,2.1[$

المسألة السابعة و الثلاثون : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{2x}{e^x}$ و المطلوب :

1. جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي
2. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها
3. في معلم متجانس ارسم الخط C
4. احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C و محوري الاحداثيات و المستقيم $x = 1$
5. استنتج رسم الخط C_1 للتابع g المعرف وفق : $g(x) = 2xe^x$
6. أثبت أن $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية : $y' + y = 2e^{-x}$

المسألة الثامنة و الثلاثون : احسب الأعداد :

① $\int_0^3 (2-|2-x|)\,dx$

② $\int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \sqrt{2-2\cos 2x}\;dx$

③ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\,dx$

المسألة التاسعة والثلاثون : إذا كان $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$ أياً يكن x من R^* أوجد نهاية التابع f عند الصفر

المسألة الأربعون : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,-2[\cup]0,+\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \ln\frac{x+2}{x}$

1. احسب نهاية f عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريفه D_f
2. أوجد $f'(x)$ ثم ادرس إشارة المشتق ثم نظم جدولاً بتغيرات التابع f
3. ارسم الخط C في معلم متجانس
4. لتكن $(u_n)_{n\ge0}$ متتالية معرفة على N^* وفق $u_n = f(n)$ نضع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

   أثبت أن $S_n = \ln\left(\frac{(n+2)(n+1)}{2}\right)$

المسألة الواحدة والأربعون : أولاً: ليكن التابع g المعرف على R وفق : $g(x) = e^x + 2 - x$

ادرس اطراد التابع g و استنتج مجموعة حلول المتراجحة $g(x) > 0$

ثانياً : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x + \frac{x-1}{e^x}$

1. أثبت أن $f'(x) = \frac{1}{e^x}g(x)$
2. بين أن للمعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً $0 < \alpha < \frac{1}{2}$
3. أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي
4. ارسم Δ وارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C و المستقيم Δ و المستقيمين $x = 0\,, x = 1$

المسألة الثانية والأربعون : لتكن المتتالية $(x_n)_{n\ge0}$ المعرفة وفق العلاقة : $x_{n+1} = \frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5}$ و $x_0 = 5$

1. احسب $x_1\,, x_2\,, x_3$ ثم ادرس اطراد المتتالية
2. نعرّف $(y_n)_{n\ge0}$ بالعلاقة $y_n = x_n + 4$ أثبت أن $(y_n)_{n\ge0}$ متتالية هندسية
3. اكتب y_n بدلالة n ثم احسب $y_2 + y_3 + \cdots + y_{10}$ بدلالة قوة العدد $\frac{6}{5}$

المسألة الثالثة و الأربعون :

أثبت صحة المساواة $\cos^2 x.\sin^2 x=\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\cos 4x$ ثم احسب $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x.\sin^2 x \quad dx$

المسألة الرابعة و الأربعون : ليكن C الخط البياني المعرف على R بالصيغة : $f(x)=xe^{-x}$

1. احسب نهاية التابع f عند $-\infty$, $+\infty$ ، احسب $f'(x)$ ، ادرس اطراد التابع f و نظم جدولاً بتغيراته و عيّن قيمته الحدية ثم ارسم C
2. احسب مساحة السطح المحصور بين C و المستقيمين الذين معادلتهما $x=1$, $x=0$
3. بيّن أنه في حالة عدد حقيقي m من المجال $]0,e^{-1}[$ تقبل المعادلة $f(x)=m$ حلين مختلفين
4. لتكن $(u_n)_{n\ge0}$ المعرفة تدريجياً كما يأتي: $u_{n+1}=u_ne^{-u_n}$ و $u_0=1$
   1) أثبت أن $0<u_n<1$ وذلك مهما كان الدليل n
   2) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ متناقصة ، ثم بين تقاربها و احسب نهايتها

المسألة الخامسة و الأربعون : ليكن g التابع المعرف على $I=]-1,+\infty[$

وفق العلاقة : $g(x)=\ln(\sqrt{x+1})$ احسب كلا من $g(1),g'(x),g'(1)$ واستنتج $\lim_{x\to1}\frac{\ln(\sqrt{x+1})-\ln\sqrt{2}}{x-1}$

المسألة السادسة و الأربعون :

ولاً : ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=x(\ln x)^2$

1. أثبت أن $f(x)$ يكتب بالشكل $f(x)=4(\sqrt{x}\ln\sqrt{x})^2$
2. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولا بها

ثانيا : ليكن C_g الخط البياني للتابع g المعرف على $]0,+\infty[$ وفق $g(x)=-2x\ln x$

أثبت أنه عند $x>0$ يكون $f(x)-g(x)=xf'(x)$ و استنتج الوضع النسبي للخطين C_f , C_g

ثالثاً : ليكن x_0 من $]0,+\infty[$

1. بين أن معادلة المماس T للمنحني C_f في النقطة التي فاصلتها x هي $y=xf'(x_0)+g(x_0)$
2. ادرس تقاطع المماس T مع محور التراتيب ثم استنتج طريقة لإنشاء المماس للمنحني C_g عند النقطة التي فاصلتها x_0

المسألة السابعة و الأربعون :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,e[\cup]e,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{1}{x(1-\ln x)}$

1. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولا بها واستنتج ما للخط C من مقاربات موازية للمحورين الاحداثيين و عيّن قيمته الحدية مبينا نوعها
2. ارسم ما وجدته من مستقيمات مقاربة ثم ارسم C
3. احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل و المستقيمين $x=\frac{1}{e^2}$, $x=\frac{1}{e}$

المسألة الثامنة و الأربعون : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,1[$ وفق :

$f(x)=e^x+\ln(1-x)$ وليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $g(x)=(1-x)e^x-1$. والمطلوب :

1. ادرس اطراد التابع g واستنتج انّ $g(x)\le 0$ مهما تكن $x\in\mathbb{R}$
2. تحقق أنّ $f'(x)=\frac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty,1[$, ثمّ ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها
3. اكتب معادلة للمستقيم المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x=0$
4. في معلم متجانس ارسم المستقيم T , ثمّ ارسم C الخط البياني للتابع f

المسألة التاسعة و الأربعون : ليكن التابع f المعرف بالصيغة : $f(x) = \sqrt{x^2+2x+3} - |x|$

احسب النهايتين $\lim_{x\to\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

المسألة الخمسون : نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية :

$u_{n+1} = u_n^2 - 4u_n + 6$ ، $u_0 = \frac{5}{2}$ عند كل n و المطلوب :

1. اثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $2 \leq u_n \leq 3$ أياً كان العدد الطبيعي n
2. اثبت أن $u_{n+1} - u_n = (u_n - 3)(u_n - 2)$
3. استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة
4. بيّن أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متقاربة واحسب نهايتها

المسألة الواحدة والخمسون : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = (x+1)^2e^{-x}$

1. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها و استنتج المقارب الموازي لمحور الفواصل وادرس وضع C بالنسبة إليه
2. ارسم كل مقارب وجدته و ارسم C
3. بيّن أن للمعادلة $f(x) = 2$ حل وحيد α و أن هذا الحل ينتمي إلى المجال $[-2,-1]$ واستنتج أن □ تحقق المعادلة $\alpha = -1 - \sqrt{2}e^{\frac{\alpha}{2}}$
4. احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل و المستقيمين $x = 1$ ، $x = 0$
5. استنتج مجموع تعريف التابع $x \to g(x) = \ln(f(x))$ ثم حل المعادلة $g(x) = -x$

المسألة الثانية والخمسون:

لتكن المتتالية $(s_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق $s_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}$ والمطلوب :

1. أثبت أن المتتالية $(s_n)_{n\geq0}$ متزايدة تماماً
2. أثبت أن s_n تكتب بالشكل $s_n = \frac{1}{2}\left(3 - \frac{1}{3^n}\right)$ ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(s_n)_{n\geq0}$

المسألة الثالثة والخمسون : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{4}{1+e^x}$ والمطلوب :

1. جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة التعريف واكتب معادلة كل مقارب وجدته .
2. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها
3. جد معادلة المماس T للخط البياني C عند النقطة $(0,2)$ وادرس الوضع النسبي لـ C , T
4. في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T و الخط البياني C
5. ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على R وفق $g(x) = \frac{4e^x}{1+e^x}$ ، استنتج الخط البياني C' للتابع g

المسألة الرابعة والخمسون : ليكن C الخط البياني للتابع $f(x) = \frac{1}{8}x^2 - \ln(x)$ والمطلوب :

1. أوجد مجموعة تعريف التابع ثم أوجد كل مقارب للخط البياني C .
2. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ثم دل على القيمة الصغرى محلياً
3. في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم الخط البياني C
4. استنتج رسم الخط C' للتابع g المعرف وفق $g(x) = \frac{-1}{8}x^2 + \ln(-x)$
5. باستعمال التقريب التآلفي المحلي احسب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$

المسألة الخامسة و الخمسون : ليكن C الخط البياني للتابع $f(x) = x + x(\ln x)^2$ المعرف على $I =]0,+\infty[$

وليكن $g(x) = (\ln(x)+1)^2$ المطلوب :

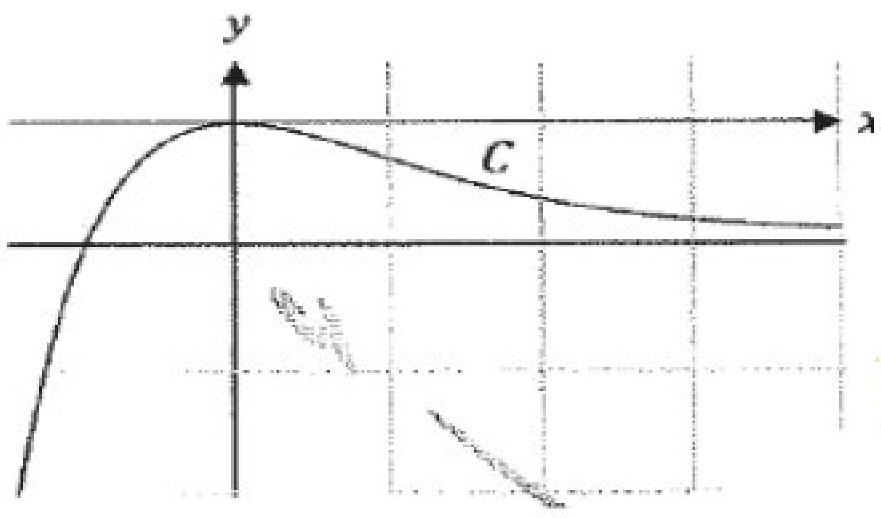
1. أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$
2. أثبت $f'(x) = g(x)$

3. حل المعادلة $g(x) = 0$
4. نظم جدول بتغيرات f
5. اكتب معادلة المماس Δ في نقطة فاصلتها $x = \frac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C

المسألة السادسة والخمسون : ليكن C الخط البياني للتابع $f(x) = min(\,x^2, 2-x)$ المعرف على $I = [0, 2]$

والمطلوب : ارسم C ثمّ احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل

المسألة السابعة والخمسون : في الشكل المجاور خط بياني C للتابع f و المطلوب :



1. ما معادلة المستقيم المقارب للخط C وما الوضع النسبي للخط C مع المقارب ؟
2. يقبل f قيما حدية حددها وحدد نوعها
3. في حالة عدد حقيقي K عين بدلالة K عدد حلول المعادلة $f(x) = K$

المسألة الثامنة والخمسون : لتكن المتتالية (u_n) المعرفة وفق : $u_1 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{1}{6}u_n + \frac{1}{3}$

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل $n \geq 1$ معرفة وفق $v_n = u_n - \frac{2}{5}$

1. برهن أن المتتالية (v_n) هندسية ثم يطلب تعيين أساسها
2. استنتج عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n

المسألة التاسعة والخمسين : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I = R\setminus\{0, 1\}$ وفق :

$f(x) = \frac{-x}{2} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$ والمطلوب :

① A. أثبت أن $\frac{f(x)+f(1-x)}{2} = -\frac{1}{4}$ أياً يكن x من D_f

B. استنتج أن النقطة $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ هي مركز تناظر للخط C

② ادرس تغيرات f على مجموعة تعريفه

③ أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y = -\frac{1}{2}x$ مقارب للخط C . و ادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة على مقاربه d

④ ارسم في معلم واحد d ثم C

المسألة الستون: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$ والمطلوب :

1. احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي
2. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولا بها
3. اثبت ان للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا في المجال $]\frac{1}{3}, \frac{1}{2}[$
4. في معلم متجانس ارسم الخط C
5. استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع : $g(x) = \frac{1-x+\ln x}{x}$

المسألة الواحدة و الستون : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق : $u_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + \frac{3}{e^3} + \cdots + \frac{n}{e^n}$

المطلوب :

1. أثبت أن $n \leq 2^n$ أيا كان العدد الطبيعي $n \geq 1$
2. استنتج أن $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$
3. أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متقاربة

المسألة الثانية و الستون: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x + \sqrt{x^2+1}$

والمطلوب :

1. اثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$
2. ادرس الوضع النسبي بين Δ و C

المسألة الثالثة و الستون : أثبت أن $ln(x+1) < \sqrt{x+1}$ أيا كان $x > -1$

المسألة الرابعة و الستون : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x - E(x)$

1. اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0,2[$
2. جد $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$

المسألة الخامسة و الستون : نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية :

$u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ $\quad u_0 = 3$ عند n وليكن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ و المطلوب :

5. اثبت أن التابع متزايد تماما على $[2,+\infty[$
6. اثبت بالتدريج أن أيا كان العدد الطبيعي $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$
7. استنتج أن المتتالية متقاربة و احسب نهايتها

المسألة السادسة و الستون : ليكن التابع $f(x) = x + 1 + \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$ المعرف على $I =]0,+\infty[$ ، أثبت أن المستقيم الذي معادلته $d : y = x + 1$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $+\infty$

المسألة السابعة و الستون : لتكن المتتالية: $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة تدريجيا وفق: $U_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2$ ، $u_0 = \frac{5}{2}$

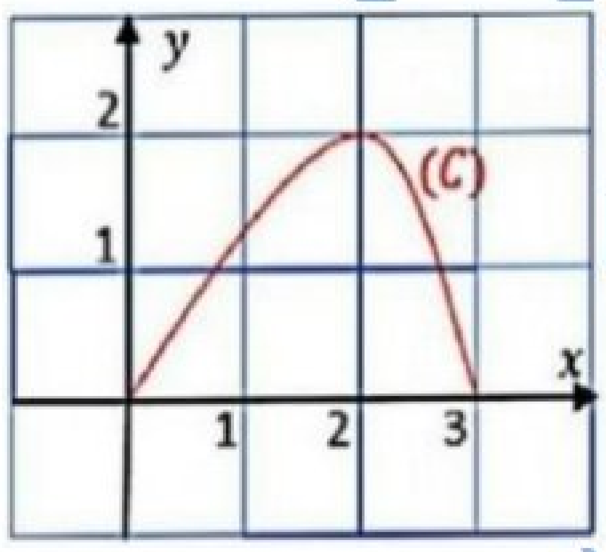
1- ارسم في معلم متجانس المستقيم Δ الذي معادلته $Y = x$ والخط c الممثل للتابع f المعرّف على R وفق: $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$

2- باستعمال الرسم السابق مثل على محور الفواصل الحدود: u_0 , u_1, u_2, u_3, u_4

3- ليكن $V_n = u_n - 6$: أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية,عيّن أساسها وحدها الأول

ب- اكتب u_n بدلالة n ثمّ استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

المسألة الثامنة و الستون : في الشكل (C) هو الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[0,3]$ بالصيغة: $f(x) = x\sqrt{3-x}$ ... عندما يدور C دورة كاملة حول محور الفواصل يولّد مجسماً دورانياً S



1) ما طبيعة مقطع هذا المجسم بمستوٍ عمودي على محور الفواصل ويمر بالنقطة $I(x,0)$ في حالة $x \in]0,3[$ ؟

2) عيّن $A(x)$، مساحة هذا المقطع بدلالة x، ثم استنتج V حجم المجسم S